

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ПОСТРОЕНИЯ СЧЕТЧИКОВ ФИБОНАЧЧИ

А. А. Борисенко, д-р техн. наук, профессор;

А. П. Стахов, д-р техн. наук, профессор;

С. М. Маценко, аспирант;

В. В. Сиряченко, студент,

Сумский государственный университет, г. Сумы

В данной статье рассмотрен счетчик фибоначчиевых чисел, представленных в нормальной форме. В отличие от ранее предложенных счетчиков он не использует операций сверток и разверток. Это позволяет сделать реализацию счетчиков более простой и быстродействующей при сохранении возможности обнаружения ошибок.

Ключевые слова: *помехоустойчивое кодирование, счетчик Фибоначчи, быстродействие, обнаружение ошибок, надежность.*

1. ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАБОТЫ

В настоящей статье представляется новая структура помехоустойчивого счетчика на основе чисел Фибоначчи – счетчика Фибоначчи. Обычно под счетчиком понимается электронное специализированное устройство с жесткой логикой, решающее задачу счета, хотя функции счетчика может выполнять также и цифровое устройство на микропроцессорах. Известные счетчики Фибоначчи решают те же задачи счета, что и обычные двоичные счетчики, однако наряду с этим дают возможность обнаруживать ошибки в их работе [1 -3]. Для многих технических устройств, где используются счетчики, эти преимущества счетчиков Фибоначчи могут стать определяющими для их применения, так как вопросы помехоустойчивости в них были и остаются достаточно актуальными. Однако существующие структуры счетчиков Фибоначчи, при всех их достоинствах, имеют и недостатки, связанные с методом счета, требующим перехода от одной их формы представления к другой и обратно, что увеличивает аппаратные затраты, усложняет задачу обнаружения ошибок и снижает их быстродействие [3].

В данной работе на основе предложенного ранее авторами более быстродействующего и одновременно более простого метода счета [4], позволяющего обнаруживать ошибки без переходов от одной формы представления к другой и обратно (сверток и разверток), рассмотрена структура соответствующего счетчика Фибоначчи. Она требует меньше аппаратных затрат для своей реализации, чем этого требуют структуры известных счетчиков Фибоначчи и соответственно обладает большей надежностью и меньшим энергопотреблением. Кроме того, такие счетчики позволяют при определенных условиях достичь большего быстродействия, так как в них смена состояний происходит за один такт, что трудно реализуемо в счетчиках Фибоначчи, использующих другие методы фибоначчиевого счета, где присутствует свертка и развертка фибоначчиевого числа, которая происходит за два и больше тактов [3].

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ФИБОНАЧЧИЕВОГО СЧЕТА

2.1. Числа Фибоначчи

Так называются числа в последовательности 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ..., F_n , в которой каждый ее элемент, начиная с третьего, вычисляется как сумма двух предыдущих, то есть, удовлетворяют следующему рекуррентному соотношению:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad (1)$$

причем начальные члены последовательности равны $F_1 = F_2 = 1$. Данная последовательность получила в современной математике название последовательность чисел Фибоначчи [1-3]. Первая 1 в последовательности чисел Фибоначчи не существенна, так как в соответствующем ей нулевом разряде фибоначчиевого числа цифра постоянно принимает значение 0.

2.2. Код Фибоначчи

Под кодом Фибоначчи или фибоначчиевым числом понимается следующее позиционное представление целых неотрицательных чисел:

$$N = a_n F_n + a_{n-1} F_{n-1} + \dots + a_i F_i + \dots + a_1 F_1, \quad (2)$$

где $a_i \in \{0, 1\}$ – двоичная цифра i -го разряда позиционного представления; n – разрядность числа; F_i – вес i -го разряда, равный i -му числу Фибоначчи. Сокращенная запись (2) имеет следующий вид:

$$N = a_n a_{n-1} \dots a_i \dots a_1. \quad (3)$$

2.3. Определение фибоначчиевых чисел и их диапазон

В дальнейшем в данной работе нас будет интересовать только нормальная (минимальная) форма представления фибоначчиевого числа. Как следует из приведенного выше определения, характерным его свойством является то, что между двумя единицами в нем находится не меньше одного нуля, и соответственно нахождение рядом двух единиц запрещено. В качестве примера для весов 1, 1, 2, 5, 8, 13, 21 в табл. 1 даны фибоначчиевые 8-разрядные числа 25, 33, 20.

Таблица 1 – Фибоначчиевая форма чисел 25, 33, 20 с весами 1, 1, 2, ..., F_n

Разряд	7	6	5	4	3	2	1	0
Вес разряда	21	13	8	5	3	2	1	1
$N = 25$	1	0	0	0	1	0	1	0
$N = 33$	1	0	1	0	1	0	1	0
$N = 20$	0	1	0	1	0	1	0	0

В работе [3] показано, что диапазон фибоначчиевых чисел длины n равен $P = F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$. Соответственно диапазон факториальных чисел с учетом нуля, представленных в табл. 1, будет равен $21 + 13 = 34$, а максимальное число, которое можно представить в этом диапазоне, равно 33.

3. АЛГОРИТМ СЧЕТА ФИБОНАЧЧИЕВЫХ ЧИСЕЛ

Алгоритм счета состоит в нахождении в фибоначчиевом числе, при счете в нем разрядов справа налево, двух разрядов, в которых подряд стоят два 0, и установке первого из них в 1, при одновременном переводе

значений всех младших разрядов, которые идут до этого нуля, в нулевое значение [4].

Например, если задано фибоначчьево число в нормальной форме 01000101, равное 25, то в соответствии с приведенным алгоритмом, следующим по порядку числом, будет идти число 01001000, равное 26. Ниже, в таблице 2, в порядке возрастания приведены все возможные нормальные фибоначчьевые числа для весов 1, 2, 3, 5, 8 из диапазона чисел $5 + 8 = 13$.

Таблица 2 – Нормальные фибоначчьевые числа для ряда 1, 2, 3, 5, 8

Номер разряда	5	4	3	2	1
Вес разряда	8	5	3	2	1
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0
3	0	0	1	0	0
4	0	0	1	0	1
5	0	1	0	0	0
6	0	1	0	0	1
7	0	1	0	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	0	1
10	1	0	0	1	0
11	1	0	1	0	0
12	1	0	1	0	1

Достоинством приведенного выше алгоритма является отсутствие в нем операций сверток и разверток при счете, как это имеет место в алгоритме счета фибоначчьевых чисел [3], что повышает его быстродействие и позволяет применить более простую методику обнаружения ошибок типа переходов 0 в 1.

4. РЕАЛИЗАЦИЯ СЧЕТЧИКА

Анализ приведенного выше метода счета показывает, что счетчик Фибоначчи в своей структуре должен использовать регистр из n триггеров, выходы которых должны анализироваться справа налево на предмет определения состояния стоящих рядом двух триггеров. Соответственно счетчик должен содержать блок анализа, который бы анализировал состояния каждых двух рядом стоящих триггеров, начиная с младших разрядов, - триггеров первого и второго разрядов, затем второго и третьего и так далее до $n - 2$ и $n - 1$ триггеров.

Схема пятиразрядного счетчика Фибоначчи, представленная на рис. 1 в качестве примера, содержит регистр 1, состоящий из триггеров ТТ2.1 – ТТ2.5 и схем И3.1 – И3.5, блок анализа 4, в который входят двухвходовые схемы И5.1 – И5.4, блок диспозиций 6, состоящий из схем И7.1 – И7.4 с инверторами на входах, блок контроля 8, выполненный на схемах И9.1 – И9.4, объединенных схемой ИЛИ10, блок установки нуля 11, содержащий схемы ИЛИ12.1 – ИЛИ12.4, вспомогательную схему И13, предназначенную для окончания счета пятиразрядных чисел Фибоначчи, шину 14 тактовых импульсов (ТИ).

Блок анализа 4 реализуется в виде комбинационного устройства на двухвходовых схемах И, каждая из которых связана двумя своими входами с нулевыми выходами двух рядом стоящих триггеров (см. рис. 1). В результате параллельно производятся операции сравнения их состояний в четырех младших разрядах, в зависимости от результатов которых открывается или не открывается одна из схем

ИЗ.1 – ИЗ.4. При этом операция сравнения в старшем 5-м разряде счетчика не производится, так как в нем отсутствует триггер 6-го и других старших разрядов и, следовательно, нет необходимости в их анализе.

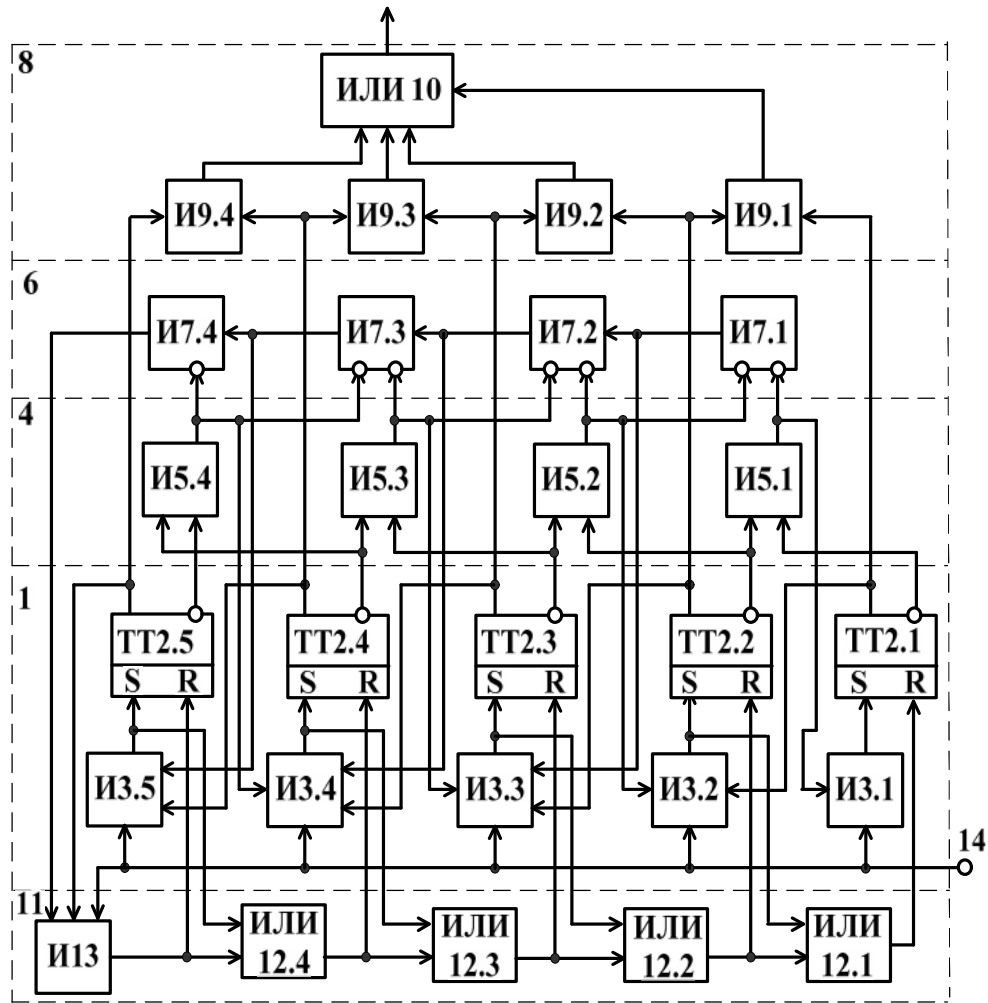


Рисунок 1 – Счетчик Фибоначчи

Очевидно, что если все триггеры регистра находятся в нулевом состоянии, то, исходя из представленного выше метода счета, по тактовому импульсу в триггер первого разряда, то есть в крайний триггер справа, должна занестись единица. Это занесение 1 осуществляется тактовым импульсом с шины 14 через первый вход схемы ИЗ.1 регистра 1. На второй вход этой схемы в это время подается разрешающий сигнал со схемы И5.1 блока анализа 4, которая на своих двух входах имеет высокие уровни с инверсных выходов триггеров ТТ2.1 и ТТ2.2, установленных в нуль. Остальные триггеры ТТ2.2 – ТТ2.5 свои нулевые состояния не изменяют, ибо через первые входы схем ИЗ.2 – ИЗ.5 тактовый сигнал не сможет пройти на их входы установки в 1, так как в это время на третьи входы схем ИЗ.2 – ИЗ.5 подаются запрещающие нулевые сигналы с прямых выходов триггеров ТТ2.1 – ТТ2.4.

Наличие 1 в первом разряде и двух нулей подряд во втором и третьем разрядах дает возможность счетчику занести 1 во второй разряд и одновременно установить предшествующий ему первый разряд в ноль – 00010. Это возможно, потому что с выхода схемы И5.2 блока анализа 4, на входы которой с инверсных выходов триггеров ТТ2.2 и ТТ2.3 регистра 1 подаются две 1, выработается 1, которая поступит на второй вход схемы И 3.2. В это же время с прямого выхода триггера ТТ2.1 на третий вход схемы И3.2 регистра 1 будет подана 1. В результате эта схема откроется и разрешит тактовому импульсу запись 1 в триггер ТТ2.2. Одновременно эта 1 поступит на первый вход схемы ИЛИ12.1 блока установки нуля 11, выход которой соединен с установочным входом в 0 триггера ТТ2.1. В результате этот триггер по тактовому импульсу установится в 0.

Следующий тактовый импульс должен в соответствии с вышеприведенным алгоритмом преобразовать число 00010 в число 00100. Чтобы получить его, триггер ТТ2.3 должен установиться из 0 в 1, а триггер ТТ2.2 – из 1 в 0. Это произойдет потому, что наличие в триггере ТТ2.2 состояния 1 открывает схему И3.3 по третьему входу. Кроме того, триггеры, которые стоят впереди триггера ТТ2.2, начиная с триггера ТТ2.3, находятся в 0. Вследствие этого с выхода схемы И5.3 блока анализа 4 будет сниматься 1, которая откроет второй вход схемы И3.3. В это же время схема И7.1 блока диспозиций 6 выработает 1, так как вследствие того, что триггер ТТ2.2 находится в 1 схемы И5.1 и И5.2 будут иметь на своих выходах нули, которые, инвертируясь на входах схемы И7.1, преобразуются в единицы. Эта 1 поступает на четвертый вход схемы И3.3, и в результате тактовый сигнал по первому входу беспрепятственно поступит на вход установки в 1 триггера ТТ3.3 и установит его в 1. Одновременно этот сигнал поступит на первый вход схемы ИЛИ 12.2 и с ее выхода на второй вход схемы ИЛИ12.1 блока установки нуля. При этом произойдет сброс триггеров ТТ2.1 и ТТ2.2 в 0. Следующий переход счетчика из состояния 00100 в состояние 00101 и далее до состояния 10101 происходит по аналогии с вышеописанной работой счетчика.

После появления этого состояния счетчика на выходе схемы И7.4 блока диспозиций появится 1, которая совместно с 1 на прямом выходе триггера ТТ2.5 откроет схему И13 и разрешит тактовому импульсу с тактовой шины 14 установить в 0 триггеры ТТ2.5 – ТТ2.1. На этом цикл счета заканчивается и схема счетчика готова к следующему циклу.

Контроль правильности работы счетчика осуществляется с помощью блока контроля ошибок, состоящего из последовательно соединенных двухвходовых схем И9.1 – И9.4, выходы которых объединены схемой ИЛИ10, а входы подсоединены к прямым выходам двух стоящих рядом триггеров. В результате появление двух рядом стоящих единиц в фибоначчиевом числе приведет к тому, что одна из схем И9.1 – И9.4 откроется и на выходе схемы ИЛИ10 появится сигнал ошибки.

Быстродействие схемы определяется в первую очередь задержкой сигнала в схемах И13, ИЛИ12.4 – ИЛИ12.1 при сбросе триггеров в 0. Максимальная задержка возникает, когда сигнал проходит через все эти схемы при установке счетчика в нулевое состояние, а минимальная, когда происходит переход счетчика из нулевого состояния в первое, то есть из 00000 в 00001. В среднем же для многих применений в счетчике Фибоначчи возникает приемлемая задержка сигнала, сравнимая с его задержкой у двоичного счетчика со сквозным переносом, а наличие при этом способности к обнаружению ошибок в работе дает счетчику Фибоначчи определенные преимущества по сравнению с двоичными счетчиками в плане помехоустойчивости.

5. ВЫВОДЫ

Таким образом, разработанный в работе счетчик Фибоначчи, работая в нормальной форме, обладает приемлемым быстродействием и способностью обнаруживать ошибки в своей работе. Наряду с этим он имеет простую и однородную структуру, что делает его технологичным при изготовлении и удобным в эксплуатации.

ПРО ОДИН СПОСІБ ПОБУДОВИ ЛІЧИЛЬНИКІВ ФІБОНАЧЧІ

О. А. Борисенко, А. П. Стахів, С. М. Маценко, В. В. Сіряченко,
Сумський державний університет, м. Суми

У цій статті поданий лічильник фібоначчєвих чисел, зображених у нормальній формі. На відміну від раніше запропонованих лічильників він не використовує операцій згорток і розгорток ыз переходом при цьому до різних форм зображення фібоначчєвих чисел. Це дозволяє зробити реалізацію лічильників більш простою і швидкодіючою при збереженні можливості знаходження помилок.

Ключові слова: завадостійке кодування, лічильник Фібоначчі, швидкодія, виявлення помилок, надійність.

ABOUT ONE METHOD OF THE CONSTRUCTIONS FIBONACCI COUNTERS

A. A. Borysenko, A. P. Stakhov, S. M. Matsenko, V. V. Siryachenko,
Sumy State University, Sumy

In this article the method of counting of Fibonacci counter represented in normal form is considered. In contrast to previously proposed counting methods it does not use operations of convolution and devolution. This allows counting is more simple and fast while retaining the ability of errors detecting.

Key words: antinoise coding, the Fibonacci counter, performance, error detection, reliability.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРЫ

1. Стахов А. П. Введение в алгоритмическую теорию измерения / А. П. Стахов. – Москва : Советское Радио, 1977.
2. Стахов А. П. Коды золотой пропорции / А. П. Стахов. – Москва : Советское радио, 1984.
3. Вишняков Ю. М. Разработка принципов построения и исследование пересчетных устройств в р-кодах Фибоначчи : автореф. дис.... канд. техн. наук. – Таганрогский радиотехнический институт, 1977.
4. Борисенко А. А. Об одном методе счета в коде Фибоначчи / А. А. Борисенко, А. П. Стахов // Вестник СумДУ. – 2011. - № 3. – С. 141 –149.

Поступила в редакцию 10 октября 2012 г.