Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем'янчука
Факультет кібернетики
Кафедра математичного моделювання

Ковальчук Іван Петрович

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАЛЕЖНОСТІ МАГНІТНОГО МОМЕНТУ ЗЕМЛІ ВІД ШИРОТИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО В СЕРЕДОВИЩІ EXCEL

8.080201 – „Інформатика"

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

магістерської дисертації на здобуття академічного ступеня
магістра з інформатики

Науковий керівник
Р.М.Літнарович, доцент,
Кандидат технічних наук

Рівне – 2011

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми досліджень. Дослідження геомагнітного поля Землі представляє безумовний науковий і практичний інтерес. Учені приділяють велику увагу вивченню природи геомагнітного поля. Вони вирішують питання про час зародження магнітного поля земної кулі, тривалість його існування, як це поле буде змінюватись в майбутньому.

Магнітне поле впливає на органічний світ. Наприклад, кров дуже чутлива до впливу електричних і магнітних полів. Під час магнітних бур, збільшується кількість серцево-судинних захворювань, підвищується смертність таких хворих, погіршується стан у гіпертоніків. Під впливом магнітного поля змінює свої фізико-хімічні властивості вода, яка зберігається протягом кількох днів. Обмагнічена вода прискорює ріст рослин.

Вивчення аномального геомагнітного поля Землі лягло в основу магніторозвідки. Вивчення зовнішнього геомагнітного поля Землі необхідне для розвитку радіозв'язку та космічних польотів.

Геомагнітне поле має складну структуру і властивості. Складні і причини, які лежать в основі його виникнення. Цей зв’язок опосередковується через перерозподіл магнітних силових ліній, сонячного вітру і магнітосфери Землі.

Однак у вивченні природи геомагнітного поля Землі є ще чимало недосліджених питань, зокрема не до кінця вивчено, як один із основних компонентів геомагнітного поля Землі - магнітний момент планети - залежить від географічної широти.

При цьому сучасну науку неможливо уявити без широкого застосування математичного моделювання, суть якого полягає в заміні досліджуваного об’єкта його "образом" - математичною моделлю – і подальшому вивченні моделі за допомогою відповідних обчислювально-логічних алгоритмів на ЕОМ. Одним з імітаційних методів дослідження є метод Монте Карло. Цей метод дозволяє моделювати будь-який процес, на протікання якого впливають випадкові чинники. Ідея цього методу: якщо нам треба приблизно вирахувати деяку величину А, то треба придумати таку випадкову величину В, щоб, отримавши і обробивши множину її значень, можна було отримати шукану величину. Для багатьох математичних завдань, не пов'язаних з якими-небудь випадковостями, можна штучно придумати імовірнісну модель, яка в деяких випадках є вигіднішою. Оскільки метод Монте-Карло вимагає проведення великого числа випробувань, його часто називають методом статистичних випробувань. Метод Монте Карло – могутній і універсальний інструмент для розв”язку задач в багатьох областях знань.

Проблема дослідження: вивченню природи геомагнітного поля, залежність магнітного моменту від географічної широти і її дослідження методом статистичних випробувань Монте Карло.

Мета дослідження: виразити один із основних компонентів геомагнітного поля Землі - магнітний момент планети - графічно і встановити функціональну залежність магнітного моменту від широти.

Метод вирішення проблеми. Основним методом вирішення проблеми є математична модель, яка будується на основі способу найменших квадратів. Нами підбрана емпірична формула у вигляді поліному третього порядку. Побудовану ймовірнісну модель приймаємо як істинну, на її основі проводяться дослідження точності побудови моделі методом статистичних випробувань Монте Карло. Генеруються псевдо-випадкові числа, що приймаються як істинні похибки, якими спотворюється істинна модель.

Основне конкретне завдання. Методом найменших квадратів урівноважується спотворена модель і робиться оцінка точності врівноважених елементів. Значення істинних похибок дає можливість зробити порівняльний аналіз. Шляхом побудови і дослідження великої кількості моделей набирається достатня статистика для підтвердження висновків дослідження.

Практичне значення роботи. Запропонована нами методика дозволить робити попередні розрахунки точності при проектуванні майбутніх геомагнітних досліджень в будь-якій точці планети Земля.

Наукова новизна дослідження. Новизна дослідження полягає в тому, що застосування методу Моте Карло дає унікальну нагоду порівняти істинні і абсолютні похибки проведених нами досліджень.

Особистий внесок здобувача. Викладені в роботі результати отримано автором самостійно.

Апробація результатів дисертації. Позитивно характеризують дисертацію свідчення про те, що основні її положення, висновки та результати було оприлюднено і вони дістали схвалення, тобто були апробовані.

Наукові публікації. Результати проведених досліджень в даній магістерській дисертації опубліковані у вигляді монографії: Ковальчук І.П. Побудова і дослідження математичної моделі залежності магнітного моменту Землі від широти методом статистичних випробувань Монте Карло в середовищі EXCEL. Апроксимація поліномом третього степеня. Модель КІН91М-58. МЕГУ, Рівне, 2011, - 139 с.

Основні положення дисертації, що виносяться на захист:

- повний опис математичного та імітіційного моделювання моделювання, методів статистичних випробувань;
- опис способів отримання випадкових чисел та генераторів псевдовипадкових чисел, методу статистичних випробувань Монте-Карло;
- представлення істинної моделі функціональної залежності магнітного моменту від широти, генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло, таблиць рівномірно розподілених випадкових чисел, розрахованих Валецьким О.О.
- побудова математичної моделі, підбір параметрів способом найменших квадратів кубічним поліномом, реалізація процедури строгого

зрівноваження, контроль зрівноваження, оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.

<u>Структура і об'єм роботи:</u> Магістерська складається із переліку умовних позначень, вступу, трьох розділів, розбитих на підрозділи, висновків і списку використаних джерел. Обсяг дисертації 139 сторінок. Список використаних джерел займає 2 сторінки і включає 25 найменувань.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовується актуальність теми, проблеми, визначено предмет, мету і завдання дослідження, сформульовано його наукову гіпотезу, висвітлено методологічні та теоретичні основи і методи дослідження, з'ясовано наукову новизну, теоретичне і практичне значення, виокремлено особистий внесок, дано короткий огляд результатів, що мають безпосереднє відношення до теми роботи, та загальна характеристика магістерської.

У **першому розділі «Представлення геомагнітного моменту поля Землі»** розкрито поняття магнітного моменту як векторної величини, яка характеризує земну кулю як джерело магнітного поля, виведено загальну формулу розрахунку магнітного моменту Землі, виведено величину напруженості магнітного поля на магнітному екваторі, біля полюсів, на широті 45^0 і $22{,}5^0$.

Результати залежності геомагнітного моменту Землі від широти точки спостереження зведено в табл 1.

Таблиця 1.

Залежність геомагнітного моменту Землі від широти точки спостереження.

№	$\varphi_{маг.} = X$	$У = M = f(x)(\frac{a}{м})$
1	0,00	$8{,}79 \cdot 10^{22}$
2	11,25	$8{,}9 \cdot 10^{22}$
3	22,5	$9{,}05 \cdot 10^{22}$
4	33,75	$8{,}5 \cdot 10^{22}$
5	45	$8{,}18 \cdot 10^{22}$
6	56,25	$8 \cdot 10^{22}$
7	67,5	$7{,}95 \cdot 10^{22}$
8	78,75	$8{,}12 \cdot 10^{22}$
9	90	$8{,}53 \cdot 10^{22}$
		$\Sigma = 76{,}02 \cdot 10^{22}$

Побудовану таким чином експериментальну модель залежності магнітного моменту земної кулі від широти в подальшому зрівноважили і отримали формулу

$$Y=M=1.2190*10^{-5} X^3 -1.4404*10^{-3} X^2 +2.8370*10^{-2}X+8{,}8028, \qquad (1.1).$$

яку прийняли за істинну модель і, генеруючи істинні похибки, створювали спотворені моделі, на яких можна дослідити точність визначення магнітного моменту в залежності від похибки визначення широти.

Таблиця 2.

Залежність геомагнітного моменту Землі від широти точки спостереження (істинна модель за формулою1.1)

№	$\varphi_{маг.} = X$	$У = M = f(x)(\frac{a}{м})$
1	0,00	8,803
2	11,25	8,957
3	22,5	8,851
4	33,75	8,598
5	45	8,274
6	56,25	8,011
7	67,5	7,904
8	78,75	8,057
9	84,375	8,264
10	90	8,575
n=9	489,375	84,294

У підрозділі 1.2. «**Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло»** визначено, що основним методом вирішення проблеми є математична модель, яка будується на основі способу найменших квадратів. Генеруються псевдовипадкові числа, що приймаються як істинні похибки, якими спотворюється істинна модель.

При проведенні досліджень було виявлено, що існує декілька таблиць псевдовипадкових чисел, однак, на нашу думку, найкращою з них є таблиця, розроблена молодим ученим нашого університету Валецьким Олександром Олеговичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича.

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ξ_i , розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ξ_{ip} .

$$\xi_{cp}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\xi_i}{n}, \qquad (2.1).$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i=\xi_i-\xi_{cp}, \qquad (2.2).$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гаусса

$$m_{\Delta'}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}\Delta'^2 i}{n}},$$

(2.3).

4. Розраховують коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K=\frac{c}{m'_\Delta}, \qquad (2.4).$$

де c – необхідна нормована константа.

Так, наприклад, при $m_{\Delta'}$ = 0,28 і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$$K_{0,1}=\frac{0,1}{0,28}=0,357,$$

а при $c=0,05$, отримаємо $K_{0,05}$= 0,05/0,28 =0,178.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i=\Delta'_i\cdot K, \qquad (2.5).$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_Δ генерованих істинних похибок Δ

$$m_\Delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} \Delta^2}{n}}, \qquad (2.6).$$

і порівняння

$$m_\Delta = C \qquad (2.7).$$

Таблиця 2.

Генерування псевдо-випадкових чисел і розрахунок істинних похибок

№	ξ_i	ξ_{cp}	Δ'i = ξi-ξcp	$\Delta_i'^2$	Δi =Δ'i · K	Δ_i^2
1	0,87	0,564	0,306	0,09364	0,0975	0,00950967
2	0,1	0,564	-0,464	0,21530	-0,1478697	0,02186545
3	0,3	0,564	-0,264	0,06970	-0,0841328	0,00707832
4	0,41	0,564	-0,154	0,02372	-0,0490774	0,00240860
5	0,72	0,564	0,156	0,02434	0,04971482	0,00247156
6	0,55	0,564	-0,014	0,00020	-0,0044616	0,00001991
7	0,06	0,564	-0,504	0,25402	-0,1606171	0,02579786
8	0,83	0,564	0,266	0,07076	0,08477014	0,00718598
9	0,96	0,564	0,396	0,15682	0,12619916	0,01592623
10	0,84	0,564	0,276	0,07618	0,08795699	0,00773643
10	5,64	5,64	-7E-16	0,98464	-2,8E-16	0,10000000

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$\Delta'_m = \sqrt{\frac{0{,}98464}{10}} = 0{,}313789739.$$

Коефіцієнт пропорційності

$$K = \frac{0{,}1}{0{,}313789739} = 0{,}318684736.$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0{,}1$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{0{,}1000000}{10}} = 0{,}1$$

Таблиця 3.

Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$Y_{спотв.} = Y_{іст.} + \Delta_i$
	$x_{іст}$	$y_{іст}$		
1	0	8,803	0,0975	8,901
2	11,25	8,957	-0,1478697	8,809
3	22,5	8,851	-0,0841328	8,7669
4	33,75	8,598	-0,0490774	8,5489
5	45	8,274	0,04971482	8,3237
6	56,25	8,011	-0,0044616	8,0065
7	67,5	7,904	-0,1606171	7,7434
8	78,75	8,057	0,08477014	8,1418
9	84,375	8,264	0,12619916	8,3902
10	90	8,575	0,08795699	8,6630
	489,375	84,294	**-2,8E-16**	84,294

За даними спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірнішу модель, роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз.

У **другому розділі «Суть і обґрунтування способу найменших квадратів для обробки експериментів»** вказано, що постановка проблеми задачі визначення ймовірніших значень параметрів залежності між результатами експериментальних досліджень може бути виконана різними способами. Кращим із них є спосіб найменших квадратів.

Принцип методу найменших квадратів полягає в наступному: для того, щоб дана сукупність результатів незалежних факторних ознак Y_i була ймовірнішою, необхідно визначити функцію $\varphi(X_i)$ так, щоб сума квадратів відхилень експериментальних значень Y_i від $\varphi(X_i)$ була мінімальною:

$$\sum_{i=1}^{n}\{Y_i-\varphi(X_i)\}^2=\min$$

У цьому ж розділі проаналізовано процес вибору формули за результатами експериментальних даних: постановка проблеми, графічне представлення результатів, вибір графіка математичної моделі (лінійної функції, квадратичного тричлена, многочлена третього степеня – кубічного полінома, дробово-лінійної функції - рівносторонньої гіперболи з асимптотами, паралельними осям координат, степеневої функції, показникової функції, логарифмічної функції та експоненціальної функції).

Вказано методи визначення параметрів емпіричних формул: найбільш точним методом визначення параметрів є метод найменших квадратів. Але в деяких випадках можуть бути використані і більш прості методи, такі, як метод середніх. При методі середніх знання наближених значень параметрів дасть можливість зробити обчислення менш громіздкими. За цим методом спочатку визначається лінійна залежність між "вирівняними" змінними X і Y $y=ax+b$

Після підбору рівняння кривої в загальному вигляді обчислюють її коефіцієнти за способом найменших квадратів і виконують перевірку формули за різницями між експериментальними і обчисленими значеннями функції.

Перевірку формули можна виконати і без попереднього обчислення її коефіцієнтів способом найменших квадратів. Формулу, що перевіряють, перетворюють так, щоб отримати лінійну залежність між будь-якими відомими функціями від x і y. Найбільш зручним є вираження x і y через їх логарифми. На практиці результати експериментальних визначень наносять безпосередньо на логарифмічну координатну сітку, на осях якої нанесені шкали не натуральних чисел, а їх логарифми. Після з'єднання отриманих таким чином точок судять про те, чи розміщуються вони на прямій, чи ні. Якщо ця умова виконана, то перевіряємо рівняння придатне для виразу функціональної залежності між результатами експериментальних даних.

Якщо логарифмування не приводить до потрібних результатів, то питання можна вирішити за допомогою такого перетворення рівняння, щоб отримати залежності між $\frac{1}{x}$ і x; $\frac{1}{x}$ і y; y і xy; $\frac{x}{y}$ і x; Δx і x та т. ін.

Щоб перетворити до прямолінійної залежності рівняння

$$y = ax^2 + bx + c, \qquad (2.8).$$

необхідно нанести на графік результати експериментальних даних і провести плавну криву, яка розміщується якомога ближче до всіх експериментальних точок.

Після цього на кривій слід намітити будь-яку точку, зняти її координати і підставити у (2.8). Віднімання отриманого рівняння із (2.8) дає

$$y - y_k = a\left(x^2 - x_k^2\right) + b\left(x - x_k\right)$$

Визначення параметрів функціональної залежності загального виду способом найменших квадратів буває двох видів: складання рівнянь поправок і нормальних рівнянь.

При складанні рівнянь поправок задача зводиться до знаходження ймовірніших значень функції, відповідних визначеним значенням аргумента, які приймаються за істинні її значення.

Перехід від рівнянь поправок до нормальних рівнянь: визначення коефіцієнтів a_i із цих рівнянь можна виконати одним із відомих в математиці способів. Якщо невідомих не більше чотирьох, то простіше для цього користуватися визначниками, тому що при цьому у випадку визначаємого рівняння, яке представляє собою поліном додатнього цілого степеня, отримуються попутно всі величини, які характеризують точність кінцевих результатів.

Нормальні рівняння можуть бути розв'язані способом Крамера, представленням системи лінійних однорідних рівнянь, представленням нормального рівняння для поліному n-го порядку. В останньому випадку нормальне рівняння для цього випадку має вигляд

$$\begin{aligned}
&a_0 n + a_1[x] + a_2[x^2] + \ldots + a_n[x^n] - [y] = 0, \\
&a_0[x] + a_1[x^2] + a_2[x^3] + \ldots + a_n[x^{n+1}] - [xy] = 0, \\
&\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\
&a_0[x^n] + a_1[x^{n+1}] + a_2[x^{n+2}] + \ldots + a_n[x^{2n}] - [x^n y] = 0.
\end{aligned} \qquad (2.9).$$

Визначник системи (2.9) буде

$$D = \begin{vmatrix} n & [x] & [x^2] & \ldots & [x^n] \\ [x] & [x^2] & [x^3] & \ldots & [x^{n+1}] \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ [x^n] & [x^{n+1}] & [x^{n+2}] & \ldots & [x^{2n}] \end{vmatrix}. \qquad (2.10).$$

Одночасне виключення невідомих коефіцієнтів із (2.8) приводить до формули шуканої залежності

$$F(x) = -\frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & x & x^2 & \ldots & x^n \\ [y] & n & [x] & [x^2] & \ldots & [x^n] \\ [xy] & [x] & [x^2] & [x^3] & \ldots & [x^{n+1}] \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ [x^n y] & [x^n] & [x^{n+1}] & [x^{n+2}] & \ldots & [x^{2n}] \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & [x] & [x^2] & \ldots & [x^n] \\ [x] & [x^2] & [x^3] & \ldots & [x^{n+1}] \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ [x^n] & [x^{n+1}] & [x^{n+2}] & \ldots & [x^{2n}] \end{vmatrix}}. \qquad (2.11).$$

Це і є кінцева формула для рішення поставленої проблеми.

У **третьому розділі «Практична реалізація способу найменших квадратів»** представлено істинну модель функціональної залежності магнітного моменту від широти способом найменших квадратів, генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло, зроблено оцінку точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.

У результаті проведеного експерименту ми маємо ряд результатів X_i, Y_i, функціональну залежність між якими будемо шукати за допомогою поліному степені К, де коефіцієнти a_i являються невідомими.

Приведемо розрахункову таблицю, на основі якої стримують коефіцієнти нормальних рівнянь.

Таблиця 4.

Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь.

№	$x_{істн.}$	$y_{спотв.}$	x^0	x^2	x^3	x^4	x^5
1	0	8,901	1	0	0	0	0
2	11,25	8,809	1	126,563	1423,828	16018,066	180203,247
3	22,5	8,7669	1	506,250	11390,625	256289,063	5766503,906
4	33,75	8,5489	1	1139,063	38443,359	1297463,38	43789389,038
5	45	8,3237	1	2025,000	91125,000	4100625,00	184528125,00
6	56,25	8,0065	1	3164,063	177978,51	10011291,5	563135147,1
7	67,5	7,7434	1	4556,250	307546,88	20759414,1	1401260449,2
8	78,75	8,1418	1	6201,563	488373,05	38459377,4	3028675973,5
9	84,375	8,3902	1	7119,141	600677,49	50682163,2	4276307523,3
10	90	8,6630	1	8100,000	729000,00	65610000,0	5904900000,0
Σ	**489,375**	84,294	10	32937,89	2445958,7	191192642	15408543314

Продовження таблиці 4

№	x^6	xy	x^2y	x^3y
1	0	0	0	0
2	2027286,530	99,1027157	1114,906	12542,68745
3	129746337,891	197,254513	4438,227	99860,09704
4	1477891880,035	288,526136	9737,757	328649,3019
5	8303765625,000	374,567167	16855,52	758498,5129
6	31676352024,078	450,367786	25333,19	1424991,822
7	94585080322,266	522,678345	35280,79	2381453,211
8	238508232913,971	641,164399	50491,7	3976221,09
9	360813447274,268	707,923054	59731,01	5039803,771
10	531441000000,000	779,666129	70169,95	6315295,644
Σ	1266937543664,04	4061,250	273153,0	20337316,1

Таким чином, на основі проведених розрахунків нами отримана наступна матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь

10,0	489,4	32937,9	2445958,7
489,4	32937,9	2445958,7	191192641,8
32937,9	2445958,7	191192641,8	15408543314,3
2445958,7	191192642	15408543314,3	1266937543664,0

Розв'язавши методом Крамера систему рівнянь, отримаємо визначники системи, невідомі коефіцієнти.і, підставивши їх у формулу, отримаємо формулу математичної моделі залежності магнітного моменту планети Земля y_i від широти пункту спостереження x_i.

У нашому випадку визначник системи D = 1,38204E+21

1266937543664,04	15408543314,27	191192642	2445959
15408543314,266	191192642	2445959	32937,891
191192641,754	2445959	32938	489
2445958,740	32938	489	10

20337316,1371	15408543314	191192642	2445959
273153,04358	191192642	2445959	32938
4061,2502434	2445959	32938	489
84,294000000	32938	489	10
D1 =	1,60117 E+16		

тоді невідомий коефіцієнт a при x^3 буде

$$a = x_1 = \frac{D1}{D} = \frac{1,60117\mathrm{E}+16}{1.38204E+21} = 0,000011586;$$

1266937543664	20337316,137	191192642	2445959
15408543314	273153,044	2445959	32938
191192642	4061,250	32938	489,375
2445959	84,2940	489,375	10
D2 =	-1,7922E+18		

тоді невідомий коефіцієнт b при x^2 буде

$$b = x_2 = \frac{D2}{D} = \frac{-1,7922\mathrm{E}+18}{1.38204\mathrm{E}+21} = -0,001297;$$

1266937543664	15408543314	20337316	2445958,7
15408543314	191192642	273153	32937,891
191192642	2445959	4061	489,375
2445959	32938	84,294	10
D3 =	2,9117E+19		

і невідомий коефіцієнт c при x буде

$$c = x_3 = \frac{D3}{D} = \frac{2{,}9117\mathrm{E}+19}{1.38204\mathrm{E}+21} = 0{,}021068;$$

1266937543664	15408543314	191192642	20337316
15408543314	191192642	2445959	273153
191192642	2445959	32938	4061
2445959	32938	489,375	84,294
D4 =	1,2211E+22		

коефіцієнт d буде

$$d = \frac{D4}{D} = \frac{1{,}2211\mathrm{E}+22}{1.38204\mathrm{E}*+21} = 8{,}835804.$$

Таким чином, на основі проведених досліджень, математична модель залежності магнітного моменту планети Земля y_i від широти пункту спостереження x_i виражається формулою

$$y' = 0{,}000011586x^3 - 0{,}001297x^2 + 0{,}021068x + 8{,}835804. \qquad (3.1).$$

Для оцінки точності параметрів, отриманих із розв'язання системи нормальних рівнянь, визначимо **с**ередні квадратичні похибки.

Таблиця 6.

Порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження.

№	$x_{істн.}$	$y_{спотв.}$	$y'_{зрівноваж}$	$V = y_i - y'_i$	V^2
1	0	8,901	8,8358037	6,471E-02	0,004187882
2	11,25	8,809	8,9251953	-1,161E-01	0,013471097
3	22,5	8,7669	8,7853235	-1,846E-02	0,000340633
4	33,75	8,5489	8,5151635	3,376E-02	0,001139676
5	45	8,3237	8,2136907	1,100E-01	0,012105308
6	56,25	8,0065	7,9798805	2,666E-02	0,000710642
7	67,5	7,7434	7,9127084	-1,693E-01	0,02867113
8	78,75	8,1418	8,1111496	3,062E-02	0,000937614
9	84,375	8,3902	8,3409051	4,929E-02	0,002429904
10	90	8,6630	8,6741797	-1,122E-02	0,000125948
	489,375	84,294	84,29	0,0000000	0,064120

Тоді, середня квадратична похибка одиниці ваги буде:

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - \mathrm{K}}} = \sqrt{\frac{0{,}064120}{6}} = 0{,}103376201.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта a

$$m_a = \mu\sqrt{\frac{1}{P_a}} = 0{,}103376201 * 0{,}00001859 = 1{,}92175\mathrm{E} - 06.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта b

$$m_b = \mu\sqrt{\frac{1}{P_b}} = 0{,}103376201 * 0{,}00255 = 0{,}000263714.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта c

$$m_c = \mu\sqrt{\frac{1}{P_c}} = 0{,}103376201 * 0{,}0950 = 9{,}82037, \mathrm{E}-03.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта d

$$m_d = \mu\sqrt{\frac{1}{P_d}} = 0{,}103376201 * 0{,}9263 = 0{,}095756544.$$

Середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

	0,09575654
	0,05922076
	0,06293439
	0,05781992
$m_\varphi =$	0,05223800
	0,05771839
	0,06142163
	0,05235296
	0,05613777
	0,08391173

Крім того, нами здіснено перевірку моделі на адекватність за критерієм Фішера:

F(0,05;4;6)= 4,533677	F=38,35362416
	F>F(0,05;3;6)
Модель адекватна експериментальним даним	

Встановлюємо значимість коефіцієнтів регресії

Коефіцієнти регресії значимі			
$t_a =$	6,02866	t (0,05;6)=	2,446912
$t_b =$	4,917247	t (0,05;6)=	2,612242
$t_c =$	2,145338	t (0,05;34)=	2,032245
$t_d =$	92,27363		

Висновки

На основі проведених досліджень нами в даній роботі отримані основні результати :

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності магнітного моменту Землі від широти.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів кубічним поліномом.
4. Отримана формула залежності магнітного моменту Землі Y від широти X .

$$y' = 0{,}000011586x^3 - 0{,}001297x^2 + 0{,}021068x + 8{,}835804.$$

Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає $\mu = 0{,}103 * 10^{22}$ ам^2.

5. Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта a при x^3

$$m_a = 1{,}92175\text{E} - 06;$$

- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта b при x^2

$$m_b = 0{,}000263714;$$

- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта c при x

$$m_c = 9{,}82037, \text{E} - 03;$$

- середня квадратична похибка визначення коефіцієнта d при

$$m_d = 0{,}095756544.$$

- середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

$m_\varphi =$

0,09575654
0,05922076
0,06293439
0,05781992
0,05223800
0,05771839
0,06142163
0,05235296
0,05613777
0,08391173

6.Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.

7. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень магнітного поля методом статистичних випробувань Монте Карло.

8. Вона дає можливість охопити велику статистику, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в інших моделях.

9. Метод застосовується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження при комп’ютерному моделюванні складних природних і соціальних процесів.

10. Розроблена методика дозволить зробити попередній розрахунок точності при проектуванні майбутніх геомагнітних досліджень в будь-якій точці планети Земля.

11. Застосування методу Монте Карло дає унікальну нагоду порівняти істинні і абсолютні похибки проведених нами досліджень.

Літературні джерела

1. Максименко С.Д., Носенко Е.Л. Експериментальна психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник. – К.: МАУП, 2004. – 128 с.
2. Літнарович Р.М. Теоретико-методологічні аспекти і базові принципи функціонування наукової школи в рамках професійної освіти. Монографія. – МЕГУ, Рівне. – 383 с.
3. Літнарович Р.М. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня. – МЕГУ, Рівне, 2009. – 32 с.
4. Літнарович Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Частина 4. – МЕГУ, Рівне, 2006. – 17 с.
5. Літнарович Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневою функцією. Частина 5. – МЕГУ, Рівне, 2006. – 17 с.
6. Літнарович Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Ч.1. – МЕГУ, Рівне, 2006. – 45 с.

АНОТАЦІЯ

На основі результатів педагогічного експерименту встановлюється функціональна залежність магнітного моменту планети Земля від геомагнітної широти. Дається вивід формули у вигляді поліному третього порядку.

Методом найменших квадратів урівноважується спотворена модель і робиться оцінка точності врівноважених елементів. Значення істинних похибок дає можливість зробити порівняльний аналіз. Шляхом побудови і дослідження великої кількості моделей набирається достатня статистика для підтвердження висновків дослідження.

Запропонована методика дозволяє робити попередні розрахунки точності при проектуванні майбутніх геомагнітних досліджень в будь-якій точці планети Земля.

ANNOTATION

Based on the results of pedagogical experiment determined the functional dependence of the magnetic moment of the Earth geomagnetic latitude. An output of the formula as a third order polynomial.

The method of least squares urivnovazhuyetsya distorted model and an assessment of the accuracy balanced elements. True value of errors allows you to make a comparative analysis. By building and research of many models recruited enough statistics to confirm the findings.

The technique allows to make preliminary estimates of accuracy when designing future geomagnetic research in any part of the Earth.

Ковальчук Іван Петрович

магістрант інформаційних технологій

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАЛЕЖНОСТІ МАГНІТНОГО МОМЕНТУ ЗЕМЛІ ВІД ШИРОТИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО

Апроксимація поліномом третього степеня

Модель КІН91М-58

Науковий керівник – кандидат технічних наук, доцент Літнарович Руслан Миколайович

Комп'ютерний набір, верстка – дизайн у редакторі Microsoft® Office 2010® Word **І.П. Ковальчук**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ім. акад. С.Дем'янчука

Кафедра математичного моделювання

33027, м.Рівне, Україна

Вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1

Телефон: (+00380) 362 23-73-09

Факс: (+00380) 362 23-01-86

E-mail:mail@regi.rovno.ua