

Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Сумский государственный университет

На правах рукописи

Поляков Александр Юрьевич

УДК 537.621.5

**НЕЛИНЕЙНЫЕ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В
НАМАГНИЧЕННОСТИ ФЕРРОМАГНИТНОЙ НАНОЧАСТИЦЫ,
ВОЗБУЖДАЕМОЙ ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННЫМ
МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ**

01.04.07 – физика твердого тела

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доцент

Лютый Тарас Владимирович

Сумы – 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
РАЗДЕЛ 1 ФЕРРОМАГНИТНЫЕ НАНОЧАСТИЦЫ – СВОЙСТВА И ПРИМЕНЕНИЕ (ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР)	10
1.1 Основные способы получения и область практического использования.....	10
1.2 Физические свойства и модельные представления	13
1.3 Способы перемагничивания наночастицы	17
1.4 Выводы к Разделу 1	27
РАЗДЕЛ 2 ПРЕЦЕССИОННАЯ ДИНАМИКА МАГНИТНОГО МОМЕНТА В ЦИРКУЛЯРНО-ПОЛЯРИЗОВАННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ	28
2.1 Описание модели	29
2.2 Однородная и неоднородная прецессия магнитного момента.....	31
2.2.1 Проблема перемагничивания наночастицы	31
2.2.2 Аналитическое описание однородной прецессии	32
2.2.3 Анализ устойчивости однородной прецессии	35
2.2.4 Нелинейные эффекты: переключение намагниченности и неоднородная прецессия	41
2.3 Фазовые диаграммы динамики магнитного момента	46
2.3.1 Концепция фазовой диаграммы как удобного графического метода.....	46
2.3.2 Влияние статического поля и степени затухания на динамику магнитного момента	49
2.4 Выводы к разделу 2.....	53
РАЗДЕЛ 3 ВРЕМЯ ЖИЗНИ РЕЖИМОВ ПРЕЦЕССИИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕРМИЧЕСКОГО ШУМА	55
3.1 Высокопроизводительные вычисления	56

3.2	Описание стохастической модели.....	59
3.3	Режимы прецессии и тепловые флуктуации	60
3.4	Время жизни режимов прецессии	61
3.4.1	Время жизни и задача о достижении случайным процессом заданного уровня.....	61
3.4.2	Теоретический анализ времени жизни	68
3.4.2.1	Высокий барьер анизотропии.....	70
3.4.2.2	Частотная зависимость времени жизни однородного режима прецессии	75
3.4.2.3	Время жизни при нулевой частоте	77
3.5	Численный анализ времени жизни режимов прецессии.....	80
3.6	Выводы к разделу 3.....	90
РАЗДЕЛ 4 ЭФФЕКТ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ МАГНИТНОГО МОМЕНТА		
	ВРАЩАЮЩИМСЯ ПОЛЕМ И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ.....	91
4.1	Проблема перемагничивания наночастицы	91
4.2	Влияние динамических процессов на характер переключения	93
4.2.1	Время переключения	95
4.2.2	Переключение магнитного момента под действием импульса поля конечной длительности	98
4.3	Влияние тепловых флуктуаций на процесс переключения.....	105
4.3.1	Время переориентации и его сравнение со временем жизни режима.....	106
4.3.2	Время переключения для различных амплитуд поля и интенсивности шумов	113
4.4	Выводы к разделу 4.....	119
	ВЫВОДЫ	120
	ПРИМЕЧАНИЯ.....	122
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	123

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. В настоящее время магнитные наночастицы и их ансамбли привлекают все большее внимание исследователей на современном этапе развития науки и техники. Это обусловлено, во-первых, как чисто академическим интересом к многообразию феноменов, имеющих место в таких объектах, например, квантовое туннелирование намагниченности, однонаправленная анизотропия, и другие поверхностные эффекты, а также термоиндуцированная релаксация наночастицы, возможность ферромагнитного упорядочения, обусловленного дипольным взаимодействием [1]. Во-вторых, спектр применения этих объектов в различных областях науки и техники чрезвычайно велик. В частности, функционализированные магнитные наночастицы, взвешенные в жидкости, широко применяются в медицине и биотехнологиях, например, в таких методиках, как детектирование и сепарация бактерий и макромолекул, направленная доставка лекарственных препаратов, магнитная гипертермия, контрастирование магнитнорезонансных изображений [2]. Иной перспективной областью применения магнитных наночастиц является индустрия электронных приборов и устройств, где наночастицы могут применяться в сверхчувствительных магнитных датчиках, модулях энергонезависимой памяти (MRAM), в жестких дисках с перпендикулярной записью. В основе рабочей поверхности таких жестких дисков лежит упорядоченный ансамбль одноосных ферромагнитных наночастиц. При этом значение одного бита информации определяется направлением вектора магнитного момента, который в случае отсутствия внешнего воздействия направлен параллельно или антипараллельно к выбранному положительному направлению легкой оси [3].

Процесс записи в таких устройствах осуществляется перемагничиванием наночастицы под действием внешнего поля. С точки зрения скорости записи наиболее важной характеристикой этого процесса является время перемагничивания, которое зависит как от свойств самой наночастицы, так и от параметров внешних полей. Одной из важнейших задач в этой области является задача ми-

нимизации указанного времени при как можно меньшей амплитуде внешнего поля, что обуславливает интерес к альтернативным к уже известным техникам перемагничивания.

Другой важной проблемой является термическая стабильность магнитного момента, которая стоит особенно остро вследствие малых размеров частиц. Не допустить переход наночастицы в суперпарамагнитное состояние можно путем выбора материала с большой константой анизотропии. Однако, для перемагничивания такой частицы необходимо приложить поле большой амплитуды, что еще раз показывает важность поиска альтернативных методов перемагничивания.

В настоящее время теоретически и экспериментально исследуются переключение намагниченности под действием переменного магнитного поля. Суть такого подхода состоит в совместном действии постоянного поля, направленного вдоль оси легкого намагничивания (или, так называемой, легкой оси), и перпендикулярного к нему переменного поля [4]. Однако последние исследования показывают [5], что высокочастотное вращающееся поле в состоянии самостоятельно перемагничивать наночастицу, что, в свою очередь, порождает запрос на более детальные исследования характеристик процесса перемагничивания под действием этого поля. В частности, с практической точки зрения интересно знать минимальную перемагничивающую амплитуду, время перемагничивания и пр., а также интерес представляет сравнение воздействия вращающегося поля с другими типами полей. Далее, необходимость адекватного описания процесса перемагничивания при наличии тепловых флуктуаций и развитие методов перемагничивания с дополнительным нагреванием перемагничиваемой частицы стимулирует изучение совместного действия вращающегося поля и теплового шума, что также опраеделяет актуальность выбранной тематики.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Диссертационная работа выполнена на кафедре общей и теоретической физики Сумского государственного университета в рамках тематических планов научно-исследовательских работ Министерства образования и науки, молодежи и спорта Украины:

- Развитие новых методов исследования возбужденных систем, № гос. регистрации 0106U001928;
- Вынужденная и спонтанная магнитная динамика систем одноосных наночастиц, № гос. регистрации 0109U001379.

Цель и задачи исследования. Цель диссертационной работы состоит в установлении общих закономерностей влияния вращающегося магнитного поля на намагниченность одноосной ферромагнитной наночастицы. Для достижения цели решались следующие задачи:

- описание и определение режимов прецессии магнитного момента, которые соответствуют заданным значениям амплитуды и частоты вращающегося поля, а также дополнительно приложенного постоянного поля;
- описание влияния термического шума на время перемагничивания наночастицы и время существования режимов прецессии магнитного момента под действием вращающегося поля;
- определение времени перемагничивания наночастицы под действием вращающегося поля.

Объектом исследования является регулярная и стохастическая динамика магнитного момента однодоменной ферромагнитной наночастицы в высокочастотном циркулярно-поляризованном внешнем магнитном поле.

Предметом исследования являются прецессионные режимы магнитного момента, переходы из одного режима в другой, в том числе сопровождающиеся перемагничиванием наночастицы, под воздействием меняющегося во времени вращающегося поля и тепловых флуктуаций; а также, резонансные зависимости времен жизни прецессионных режимов и времен перемагничивания от частоты поля.

Методы исследования. При теоретическом анализе режимов прецессии использовались методы теории дифференциальных уравнений и элементы теории устойчивости. Для моделирования динамики магнитного момента наночастицы применялось уравнение Ландау-Лифшица. Данное уравнение в случае детерминистической динамики решалось методом Рунге-Кутты, а в случае сто-

хастической динамики – методом Эйлера. Время жизни находилось в рамках проблемы достижения случайным процессом заданного уровня, которое в свою очередь базируется на обратном уравнении Фоккера-Планка.

Научная новизна полученных результатов. В данной диссертационной работе аналитически и численно установлены основные закономерности динамики намагниченности одноосной ферромагнитной наночастицы под действием вращающегося магнитного поля. При этом, были получены следующие новые результаты:

1. Впервые разграничены интервалы параметров вращающегося поля, в которых генерируются различные режимы прецессии. Установлены параметры переключения магнитного момента (скачкообразного изменения направления намагниченности). Описан процесс переключения через неоднородный режим прецессии.

2. Впервые найдена частотная зависимость времени жизни режима прецессии магнитного момента, которая имеет резонансный характер. При этом, установлено, если направление вращения поля совпадает с естественной прецессией, время жизни резонансно уменьшается, а в случае не совпадения – резонансно возрастает.

3. Впервые установлены общие закономерности и получены количественные характеристики переключения магнитного момента циркулярно-поляризованным полем. Проведен анализ, направленный на минимизацию времени переключения и амплитуды переключающего поля. Показано, что циркулярно-поляризованное поле позволяет перемагничивать наночастицу при меньшей амплитуде и за меньшее время, чем постоянное поле, приложенное как вдоль, так и перпендикулярно легкой оси.

Практическое значение полученных результатов. Изложенные в данной диссертационной работе результаты могут найти применение при проектировании устройств хранения информации. В частности, проведенный анализ методов перемагничивания показывает, что для перезаписи информации в жестких дисках, основанных на упорядоченном ансамбле одноосных наноча-

стиц, вращающееся поле предпочтительнее постоянного. Резонансная зависимость времени жизни прецессионных режимов, а также влияние на нее постоянного поля может быть использовано при проектировании магнитных датчиков. Наличие различных прецессионных режимов необходимо учитывать при расчете энергии магнитного момента в циркулярно-поляризованном поле, что актуально для создания материалов, поглощающих электромагнитное излучение, а также для усовершенствования такого метода терапии рака как магнитная гипертермия. С методологической точки зрения развитые в диссертационной работе методы описания ряда стохастических и нелинейных явлений могут быть применены к описанию других физических, в частности механических, систем, модельное представление которых совпадает с использованным в данном исследовании.

Личный вклад соискателя состоит в проведении численных экспериментов и анализе полученных результатов. Автором самостоятельно подбирались численные методы, алгоритмы и программно-аппаратные решения, которые наилучшим образом подходили реализации для различных этапов диссертационного исследования. Постановка задачи и обсуждение результатов проводилось совместно с научным руководителем – доцентом Лютым. Т.В. Самостоятельно исследовано знакопеременное поведение критерия стабильности, связанное со сменой режимов прецессии. При участии проф. Денисова С.И. проводились исследования влияния теплового шума на время жизни режимов прецессии. Самостоятельно разработан распределенный алгоритм сбора статистики времени жизни и времени переключения магнитного момента с применением технологий MPI и CUDA. Статьи [6-9] выполнены в соавторстве, а статья [10] – лично. Также в соавторстве написаны тезисы докладов [11-23].

Апробация результатов диссертации. Результаты, изложенные в диссертации, докладывались и обсуждались на следующих конференциях: Научно-техническая конференция преподавателей, сотрудников, аспирантов и студентов физико-технического факультета (Сумы, 2008 г.); Научно-техническая конференция преподавателей, сотрудников, аспирантов и студентов факультета элект-

троники и информационных технологий (Сумы, 2009, 2010 гг.); Международная конференция студентов и молодых ученых по теоретической и экспериментальной физики «Эврика» (Львов, 2008, 2009 гг.); Международная научно-техническая конференция «Сенсорная электроника и микросистемные технологии» (Одесса, 2008, 2010 гг.); Международная конференция «Функциональные материалы» (Партенит, 2009, 2011 гг.); Научно-техническая конференция «Физика, электроника, электротехника» (Сумы, 2011 г.); Международная конференция «Наноматериалы: применение и свойства» (Алушта, 2011 г.).

Публикации. Результаты, изложенные в диссертации, были опубликованы в 5 статьях [6-[10] в научных журналах, все из которых индексируются наукометрической базой данных Scopus и 13 сборниках тезисов докладов на конференциях [11-23].

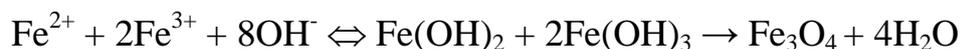
Структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов, выводов и списка литературы из 142 наименований на 13 старницах. Полный объем диссертации – 136 страниц, из них – 103 основного текста; содержит 39 рисунков, из них 20 – на отдельных страницах.

РАЗДЕЛ 1 ФЕРРОМАГНИТНЫЕ НАНОЧАСТИЦЫ – СВОЙСТВА И ПРИМЕНЕНИЕ (ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР)

1.1 Основные способы получения и область практического использования

Магнитные наночастицы – это частицы, размеры которых во всех трех измерениях лежат в нанометровом диапазоне (1-100 нм), и которые подвержены влиянию магнитного поля [24, 25].

В настоящее время изучение магнитных наночастиц проводится не только теоретически, но и экспериментально, чему способствует хорошо развитые и доступные способы их производства. Наиболее простым методом производства магнитных наночастиц является способ осаждения. Именно так синтезируются наночастицы оксида железа (Fe_3O_4 или $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$) из солей $\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}^{3+}$ с помощью добавления основания [26]. Химическая реакция в этом случае выглядит следующим образом [24]:



Наночастицы получают частичным окислением раствора гидроксида железа Fe^{2+} . К примеру, сферические наночастицы диаметром 30-100 нм могут быть получены из соли железа Fe^{2+} , основания и мягкого окислителя (ионы нитрата). Другой метод заключается в дисперсионном затвердевании стехиометрических растворов гидроксидов Fe^{2+} и Fe^{3+} в водных средах. Для этого метода размер синтезируемых частиц можно регулировать изменением водородного показателя (pH) [24].

Следующая, заслуживающая внимания, технология синтеза наночастиц называется термическое разложение. Ее суть состоит в разложении металлоорганических соединений растворителях с высокой температурой кипения со стабилизирующими поверхностно-активными веществами. Этот метод позволяет получать образцы с хорошо контролируемым размером и его узким

распределением. Органометаллический прекурсор включает ацетилацетонат металла, $[M(\text{acac})_n]$, ($M = \text{Fe, Mn, Ni, Co, Cr}$, $n = 2$ или 3 , $\text{acac} = \text{ацетилацетоната}$), купферонаты металла $[M^x\text{Cup}_x]$ ($M = \text{ион металла}$, $\text{Cup} = \text{N-нитрософинилгидроксиламин } \text{C}_6\text{N}_5\text{N}(\text{NO})\text{O-}$), или карбонилы. В качестве поверхностно-активных веществ используются жирные кислоты, олеиновая кислота, или гексадециламин [24]. К примеру, добавление октиламинового раствора FeCu_3 к длинноцепочным аминам при $250\text{-}300^\circ\text{C}$ приводит к получению нанокристаллов маггемита $4\text{-}10$ нм [26]. Размер и строение частиц для данного метода зависит от стартового соотношения реагентов, температуры и времени реакции [24].

Кроме двух вышеперечисленных способов синтеза магнитных наночастиц, еще существуют способ микроэмульсии, гидротермического синтеза [24, 26], электронно-лучевая литография, интерференционная литография, туннельно-зондовая литография, самоупорядоченное формирование регулярных структур [27], осаждение из газовой фазы [28-30].

Важно отметить, что вследствие сверхмалого размера частиц, они проявляют большую химическую активность и поэтому непокрытые наночастицы легко окисляются на воздухе. С целью защиты частицы покрывают органическими (например, полимерами) или неорганическими (например, кремний) оболочками [26].

Спектр применений магнитных наночастиц чрезвычайно широк. Возможность управления такими частицами с помощью магнитного поля при условии функционализации наночастиц путем нанесения на ее поверхность покрытия с определенными физико-химическими свойствами, открывает новый класс биотехнологий, а также методов терапии и диагностики в медицине [31-34]. Среди методов терапии следует специально выделить методы адресной доставки лекарств (*targeted drug delivery*), в рамках которых, за счет управления ансамблей наночастиц внешним полем можно перенести лекарственный препарат непосредственно к той ткани, где он необходим. При этом терапевтический эффект возрастает за счет существенного роста концентрации препарата там, где это необходимо, при одновременном снижении побочных эффектов в остальных

тканях и органах, поскольку там концентрация препарата, наоборот, минимальна. Еще одним примером революционного терапевтического метода с использованием наночастиц является метод лечения рака, который носит название магнитная гипертермия (magnetic fluid hyperthermia). Его суть заключается в распределении частиц на опухоли, и приложении переменного магнитного поля, которое вызывает нагрев частиц. Тепло от частиц передается опухоли, и при условии поддержания температуры выше 42°C на протяжении десятков минут, опухоль разрушается [34].

На основе магнитных наночастиц создаются так называемые магнитоконтрастные растворы, что позволяет существенно расширить возможности метода магнитного резонанса при исследовании живых тканей (т.н. MRI-enhancement) [31-33]. Благодаря эффекту гигантского магнитосопротивления комплексные наночастицы могут служить основой сверхчувствительных магнитных датчиков [31, 35]. Большое распространение на сегодня имеют методы детектирования и сепарации бактерий, вирусов, органических молекул [31, 32, 36], основанные на использовании магнитных наночастиц. Такие методы являются одновременно высокочувствительными, надежными и недорогими.

Другим перспективным применением магнитных наночастиц и их упорядоченных ансамблей является их применение в устройствах хранения информации перспективных устройств электроники и спинтроники, среди которых стоит отметить новые устройства магнитной записи информации со сверх высокой плотностью, записи (т.н. bit patterned media [37-40]). Здесь для хранения одного бита информации используется одноосная наночастица, а значение бита определяется направлением ее намагниченности. Замена упорядоченным ансамблем таких частиц магнитной пластины современных жестких дисков повысит плотность записи на несколько порядков. Так в работе [41] показано, что вследствие большой константы анизотропии, частицы из редкоземельных переходных металлов (например Co_5Sm) и тетрагональных интерметаллидов (L10 фазы FePt , CoPtY) могут обеспечить плотность записи в $40\text{-}100$ Гбит/дюйм², поскольку каждая наночастица, отвечающая за один бит будет достаточно малой (~ 10 нм).

1.2 Физические свойства и модельные представления

Ключевой особенностью малых ферромагнитных частиц, обусловленной размерами, является однодоменность. Однодоменной сферической наночастицу можно считать при условии, что ее диаметр (или характерный линейный размер) меньше критического диаметра D_c , т.е. диаметра, при котором магнито-статическая энергия равна энергии доменной стенки. Критический диаметр определяется выражением [26]:

$$D_c \approx 18 \frac{\sqrt{AK_u}}{\mu_0 M^2}, \quad (1.1)$$

где A – константа обменного взаимодействия;

K_u – константа анизотропии;

μ_0 – магнитная постоянная;

M – намагниченность насыщения.

Обычно критический диаметр D_c , лежит в пределах десятков нанометров и зависит от материала. В однодоменном состоянии намагниченность частицы всегда отлична от нуля и может характеризоваться вектором магнитного момента. В ряде простейших случаев, данный вектор может быть константой по модулю и изменяться только по направлению. Именно ненулевая намагниченность вне зависимости от наличия внешних полей позволяет управлять как магнитной динамикой наночастицы, так и ее динамикой в механическом смысле.

В то же время, малость размера наночастицы может спровоцировать другой важный с практической точки зрения эффект. В случае, когда магнитная энергия $E_a = K_u V$ (V – объем частицы) сопоставима с тепловой $E_t = k_B T$ (k_B – константа Больцмана, T – абсолютная температура), под действием тепловых флуктуаций намагниченность хаотически меняет свое направление и ее среднее по времени значение стремится к нулю. В этом случае частица теряет практически все потенциально функциональные свойства, поскольку перестает быть управляемой внешними полями. Указанное состояние частицы называется су-

перпарамагнитным в силу аналогии поведения с обычным парамагнетиком и отсутствием гистерезиса [42]. Важно подчеркнуть, что в отличие от обычного парамагнитного состояния, в которое переходит ферромагнетик при достижении температуры Кюри, в суперпарамагнитном состоянии частица по-прежнему характеризуется конкретным значением намагниченности, которое отлично от нуля в каждый момент времени.

Суперпарамагнитное состояние принято характеризовать с помощью так называемого времени релаксации и температуры блокировки. Время релаксации магнитного момента наночастицы τ определяется выражением [43]

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{K_u V}{k_B T}\right), \quad (1.2)$$

где $\tau_0 \approx 10^{-9}$ с – среднее время, за которое магнитный момент пытается преодолеть барьер анизотропии.

Считается, что система находится в суперпарамагнитном состоянии, если время инвертирования намагниченности меньше времени экспериментального измерения. Т.е. принимая τ в уравнении (1.2) равным времени экспериментального измерения $\tau \sim 100$ с, можно получить значение температуры блокировки T_b [43]:

$$T_b = \frac{K_u V}{25 k_B}. \quad (1.3)$$

Магнитные свойства наночастицы определяются спецификой взаимодействия спиновых магнитных моментов атомов (ионов) в узлах кристаллической решетки. Важнейшим взаимодействием в данном ключе является обменное, которое и обуславливает ферромагнитное упорядочение. В то же время, в системе собственных магнитных моментов присутствующим еще дипольное взаимодействие и факторы, связанные с особенностями кристаллического строения. Расчет равновесных свойств спиновых систем, как численный [44-46], так и аналитический [47-49] представляет собой отдельную задачу.

Для упрощенного теоретического описания процесса перемагничивания однодоменных магнитных наночастиц может применяться модель, при которой все спиновые магнитные моменты наночастицы поворачиваются когерентно, и модель, где спиновые магнитные моменты образуют завихрения (curling). Первая была впервые предложена Стонером и Вольфартом в [[50]] и получила название модели когерентного вращения. Вторая впервые была рассмотрена в работе [52]. Применение модели когерентного вращения очень удобно с точки зрения дальнейшего анализа, поскольку абсолютная величина намагниченности наночастицы постоянна и магнитные ее свойства можно характеризовать вектором макроскопического магнитного момента \mathbf{m} . Чаще всего рассматривается одноосная анизотропия с параметром K_u , которая, может быть обусловлена либо формой частиц, либо особенностями магнитокристаллического строения. Такая частица еще называется частицей Стонера-Вольфарта, а ее схематическое изображение представлено на рис. 1.1.

В рамках модели когерентного вращения не рассматриваются такие явления как образование и движение доменных границ, спиновые волны и т.д. Однако, если размер наночастиц достаточно мал, такая модель является вполне близкой к реальной. Как было показано выше, существует достаточно много технологий производства реальных наночастиц которые можно описывать таким

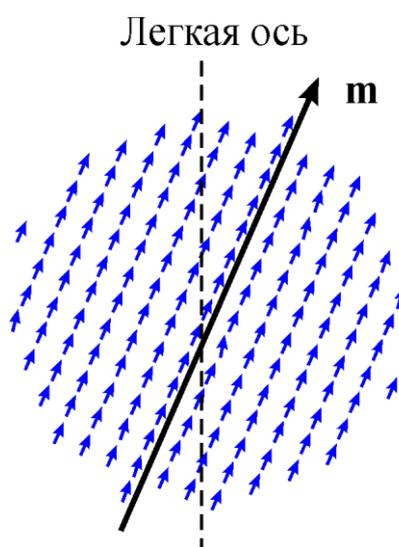


Рис. 1.1. Схематическое изображение частицы Стонера-Вольфарта

образом, поэтому существует экспериментальное подтверждение справедливости модели Стонера-Вольфарта [53].

Наиболее удобным методом описания динамики намагниченности частицы Стонера-Вольфарта является стохастическое уравнение Ландау-Лишица, впервые полученное в [54]:

$$\dot{\mathbf{m}} = -\gamma \mathbf{m} \times (\mathbf{H}_{eff} + \mathbf{n}) - \frac{\lambda \gamma}{m} \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{eff}), \quad (1.4)$$

где \mathbf{m} – вектор магнитного момента;

$\gamma (> 0)$ – гиромагнитное отношение;

$\lambda (> 0)$ – безразмерный параметр затухания;

$\mathbf{H}_{eff} = \partial W / \partial \mathbf{m}$ – эффективное магнитное поле, действующее на \mathbf{m} ;

W – магнитная энергия частицы;

\mathbf{n} – случайное магнитное поле, которое моделирует действие термостата, статистические характеристики которого для случая декартовой системы координат имеют вид [55]:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{n}_\xi(t) \rangle &= 0, \\ \langle \mathbf{n}_\xi(0) \cdot \mathbf{n}_\zeta(t) \rangle &= 2D \delta(t) \delta_{\xi\zeta}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

где $\xi, \zeta = x, y, z$,

$D = \lambda k_B T / \gamma m$ – интенсивность шума.

Важно отметить две особенности: 1) если магнитный момент постоянный по модулю, то векторное уравнение (1.4) преобразуется в систему двух уравнений в сферической системе координат; 2) если температура системы достаточно низкая, то тепловым шумом можно пренебречь, т.е. $\mathbf{n} = 0$, и тогда уравнение (1.4) переходит в так называемое детерминистическое уравнение Ландау-Лифшица.

1.3 Способы перемагничивания наночастицы

Одной из интереснейших с практической точки зрения задач, связанных с динамикой намагниченности частицы Стонера-Вольфарта, является ее перемагничивание, которое подразумевает приложение внешнего поля. В общем случае взаимодействие магнитных сред с внешним полем представляет собой нетривиальную задачу, требующих детального изучения ряда феноменов, таких как, собственно, магнитный гистерезис, [56] динамика доменных границ [57], фазовые переходы в антиферромагнетиках [58-60], и т.д. Однако для дальнейшего аналитического и численного описания в отсутствие вихрей и доменных границ, процесс перемагничивания наночастицы под действием внешних полей целесообразно интерпретировать в максимально простой форме: как переключение магнитного момента между двумя устойчивыми состояниями, обусловленными одноосной анизотропией. Важно отметить, что константа анизотропии с точки зрения термостабильности магнитного момента, а значит и надежности хранения информации, должна быть очень большой. Следовательно, для переключения магнитного момента необходимо прикладывать магнитные поля большой амплитуды. Это стимулирует повышенное внимание к вопросу переключения магнитного момента и поиску новых, альтернативных способов переключения. Далее проведем краткий анализ этой проблемы.

Простейшим способом переключения магнитного момента является способ т.н. демпфированного переключения (*damping switching*) [61]. Суть этого метода заключается в приложении внешнего поля \mathbf{H} в направлении противоположном к начальному направлению магнитного момента. В случае если амплитуда поля \mathbf{H} достаточно велика, то магнитный момент через некоторое время будет сориентирован в направлении приложенного поля. Минимальное время воздействия поля на частицу, которое обеспечивает ее перемагничивание определяется выражением [62]:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\lambda\gamma}{\ln(\sqrt{2}/\theta_0)}(H - H_a), \quad (1.6)$$

где θ_0 – угол в (радианах) между легкой осью и магнитным моментом в момент начала воздействия внешнего поля;

H_a – поле анизотропии.

Другой способ переключения состоит в приложении внешнего поля H_{\perp} , которое действует перпендикулярно начальному направлению намагниченности. Такое переключение носит название прецессионного переключения (precessional switching). Данный тип переключения состоит из 2-х этапов: 1) этап воздействия внешнего поля, при котором магнитный момент достигает состояния близкого к состоянию переключения и 2) этап отключения внешнего поля, при котором происходит релаксация магнитного момента к состоянию переключения. Длительность первого этапа переключения магнитного момента для случая отсутствия затухания можно рассчитать по формуле [62]:

$$\tau_{\perp} = \frac{2K(H_a/2H_{\perp})}{\gamma H_{\perp}}, \quad (1.7)$$

где K – полный эллиптический интеграл первого рода.

Естественным будет вопрос о существовании других типов воздействий с лучшими переключательными характеристиками. Как было показано в работе [63], оптимальным с точки зрения времени и амплитуды переключения, является внешнее поле h_t , которое в каждый момент времени перпендикулярно направлению магнитного момента. В рамках этого подхода было установлено, что значение минимальной амплитуды переключения h_{tm} и минимального времени переключения T_{swm} определяются соответственно выражениями [63]:

$$h_{tm} = 0.5\lambda K_u, \quad (1.8)$$

$$T_{swm} = \frac{2\pi}{K_u \sqrt{4h_t^2/K_u^2 - \lambda^2}}. \quad (1.9)$$

Однако практическое применение результатов работы [63] затруднено необходимостью изготовления источника поля сложной и зависящей от времени формы.

Многочисленные теоретические и экспериментальные работы показывают, что достойной альтернативой постоянному полю является переменное, при котором колебания происходят в плоскости, перпендикулярной легкой оси наночастицы. В частности, в работе [4] численно и экспериментально было показано, что совместное действия постоянного поля, амплитудой много меньше амплитуды перемагничивания, и поля радиочастоты способно произвести переключение магнитного момента. Этот способ получил название ассистированного микроволновым излучением переключения (Microwave Assisted Switching). Данный метод содержит в себе ряд интересных физических задач, в частности время переключения [64], возможность переключения намагниченности сложных структур [65-67], параметров переменного поля [68], и времени его действия [69], при котором возможно переключение, влияния теплового шума [70]. Публикуются также и результаты экспериментальных исследований [71, 72]. Развитие теоретической базы новых генераторов микроволн [73, 74] дает основания полагать, что данный метод переключения магнитного момента найдет свое применение в реальных устройствах хранения информации.

Одним из видов переменного поля является поле циркулярно поляризованное в плоскости перпендикулярной к легкой оси. Иными словами, поле вращается в указанной плоскости. Для создания надежных технологий магнитной записи с помощью циркулярно поляризованного поля необходимо детально изучить динамику магнитного момента в поле такого типа.

В детерминистическом случае впервые последовательно описание прецессии магнитного момента под действием циркулярно поляризованного поля было дано в работе [75]. Здесь путем решения детерминистического уравнения Ландау-Лифшица было показано, что магнитный момент \mathbf{m} может демонстрировать однородную прецессию. В этом случае \mathbf{m} описывает коническую поверхность с постоянным углом раствора. Для иных значений частоты и ампли-

туды такой тип движения становится нестабильным, и прецессия приобретает иной характер, при котором происходят периодические изменения угла прецессии, а период таких изменений не кратен периоду поля. Такая прецессия еще называется неоднородной. Также в данной работе было показано, что для циркулярно поляризованного поля движение магнитного момента не может быть хаотическим. В тоже время, детальное исследование условий реализации этих режимов не было проведено, а важный с практической точки зрения эффект переключения намагниченности остался без внимания.

Впервые на эффект переключения было указано в работе [5], где анализировалась устойчивость соответствующего решения уравнения Ландау-Лифшица, а также в работе [76], где уравнение Ландау-Лифшица решалось исключительно численно.

В последующие годы наблюдается достаточно устойчивый интерес исследователей к вопросу переключения намагниченности периодическим внешним, в частности циркулярно поляризованным, полем, что выражается в ряде опубликованных в литературе численных и экспериментальных результатов. Так, в работе [77] получена 2-х мерная карта переключающего переменного поля в координатах (амплитуда постоянного продольного поля) – (частота переменного поля). При этом в этой работе исследовались как циркулярно поляризованное, так и линейно поляризованное поле. Как результат авторы отмечают значительное снижение амплитуды постоянного поля, необходимого для перемагничивания наночастицы, и преимущество линейно поляризованного поля для магнитной записи вследствие необходимости применения только одного источника поля вместо двух для вращающегося поля. Следует отметить, что в данной работе авторы не берут во внимание время переключения.

Численно проблема взаимодействия вращающегося поля и магнитного момента наночастицы изучалась также в работе [78]. Здесь была получена диаграмма времени переключения для совместного действия продольного постоянного и вращающегося полей. Показано, что изменяя частоту вращающегося поля можно значительно уменьшить как время переключения так и переключе-

чающую амплитуду постоянного поля. Кроме того, в этой работе авторы экспериментировали с углами, под которым поля действуют на наночастицу. Оказалось, что с точки зрения оптимального времени переключения, наилучшим углом для вращающегося поля является угол в 90° относительно легкой оси.

Вопрос об оптимальном соотношении частоты и амплитуды переключающего поля был поднят авторами работы [79]. Проведенный анализ показал, что чипированный импульс вращающегося поля, т.е. импульс поля с переменной во времени частотой, способен перемагнитить наночастицу быстрее вращающегося поля с постоянной частотой. При этом была получена аналитическая формула формы импульса. Однако, авторы достаточно грубо определили наиболее эффективную частоту вращающегося нечипированного поля, как половину частоты прецессии. Кроме этого, ими было замечено, что время действия такого типа поля должно быть закончено до второго пересечения магнитным моментом барьера анизотропии и его перехода обратно, в положительную полусферу.

Длительность импульса вращающегося поля, действующего на магнитный момент как фактор эффективности процесса переключения впервые рассматривался в работе [80], где было получено аналитическое выражение для минимальной длительности импульса вращающегося поля, которое способно вызвать переключение намагниченности.

Следует отметить, что процесс перемагничивания наночастицы переменным полем не ограничивается лишь рассмотрением модели Стонера-Вольфарта. Так, в работе [81] исследовалось специфика образования так называемых вихрей спиновых магнитных моментов в магнитном нанодиске вращающимся в его плоскости полем. Было продемонстрировано, что такое поле способно вызвать переключение намагниченности путем перевода намагниченности диска из однородного в вихревое состояние, а, затем, обратно в однородное, но уже с другим направлением магнитного момента. Авторами была построена фазовая диаграмма переключения намагниченности в координатах (амплитуда вращающегося поля) – (частота вращающегося поля).

В тоже время, все выше проанализированные результаты были получены без учета взаимодействия магнитного момента с термостатом. Поэтому модель, которая учитывает тепловой шум является как более реалистичной, так и более актуальной: в реальности процесс перемагничивания происходит при определенной, отличной от нуля температуре. Также актуальность изучения модели с шумом стимулируется возможностью переключения намагниченности наночастицы более слабыми полями при дополнительном ее нагревании, что уменьшает ее коэрцитивность. Такой метод называется термоассистированной магнитной записью (Heat-assisted magnetic recording). Этот метод, как и метод ассистированного микроволновым излучением переключения, позволяет перемагничивать частицы с большой константой анизотропии [82, 83], и является очень перспективным для практического использования.

В контексте совместного действия термостата и циркулярно поляризованного поля на намагниченность особое внимание заслуживают результаты работы [84]. Здесь экспериментально была показана возможность перемагничивания ферримагнитной пленки $GdFeCo$ импульсом лазерного излучения. При этом важной особенностью последнего является циркулярная поляризация. Лазерное излучение здесь играет двойную роль: с одной стороны поглощение энергии электромагнитного излучения приводит к нагреванию материала пленки, а с другой, магнитная составляющая световой волны оказывает возмущающее действие на намагниченность пленки, и, в конечном итоге, перемагничивает ее. Очевидно, что данный подход можно применять и для отдельных магнитных наночастиц.

Таким образом, актуальность задачи о перемагничивании наночастицы циркулярно поляризованным полем при наличии тепловых флуктуаций имеет экспериментальное обоснование.

В присутствии шума помимо детерминистических воздействий, обусловленных внешними переключающими полями, необходимо учитывать действие случайного поля, связанного с действием термостата. В уравнении (1.4) этому случайному полю соответствует слагаемое $\mathbf{n}(t)$ с характеристиками (1.5). С ма-

тематической точки зрения уравнение Ландау-Лифшица классифицируется как уравнение Ланжевена [85]. Для численного моделирования стохастической динамики \mathbf{m} выражение (1.4) является очень удобным, однако аналитическое описание в таких ситуациях производится с помощью таких известных статистических характеристик, как функция распределения и дисперсия [85].

Плотность вероятности есть решением известного уравнения Фоккера-Планка, которое начиная с работы Брауна [55] успешно используется для описания магнитной динамики наночастиц как в отсутствие взаимодействия [86-89], так и с учетом последнего [90-92]. С математической точки зрения последнее уравнение является уравнением второго порядка в частных производных и для одномерного случая имеет вид [93]:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \left[-\frac{\partial}{\partial x} D^{(1)}(x) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} D^{(2)}(x) \right] P, \quad (1.10)$$

где $P(x, t)$ – функция распределения случайной величины,

$D^{(1)}(x)$ – дрейфовый коэффициент,

$D^{(2)}(x)$ – диффузионный коэффициент.

Поскольку уравнения (1.5) и (1.10) стохастически эквивалентны, то коэффициенты $D^{(1)}(x)$ и $D^{(2)}(x)$ однозначно связаны с численными значениями γ , λ , m , а также с термодинамической температурой T .

Стохастическая динамика магнитной наночастицы в присутствии циркулярно-поляризованного поля была рассмотрена в работах [94, 95]. Основываясь на обратном уравнении Фоккера-Планка, здесь была изучена термоиндуцированная релаксация намагниченности как в достаточно разбавленном ансамбле наночастиц, так и в плотно упакованной двумерной решетке, а также был описан эффект термоиндуцированной намагниченности в присутствии циркулярно-поляризованного магнитного поля. Последний эффект состоит в многократном увеличении намагниченности наночастиц, возбуждаемых циркулярно поляризованным полем под действием термических флуктуаций по сравнению с нулевой температурой. Полученные результаты дают важную информацию для по-

нимания процессов, которые будут происходить при переключении магнитного момента во внешнем поле при магнитной записи.

Однако следует отметить, что уравнение Фоккера-Планка не является единственным математическим инструментом при описании динамики намагниченности наночастицы во внешних полях. Так, в работе [70] влияние внешнего переменного переключающего поля рассматривалась с точки зрения уменьшения величины эффективного потенциального барьера переключения магнитного момента. Далее, как следствие этого, рассматривалось изменение магнитной восприимчивости частицы. Данный параметр резонансным образом зависит от частоты, что позволило авторам говорить об оптимальных амплитудах и частотах переключающего поля.

В работе [68] изучалась термическая стабильность частиц в процессе переключения. Термическая стабильность интерпретировалась в рамках математической модели [96] для описания надежности хранения информации в жестких дисках. В основу указанной математической модели положена так называемая формула Шеррока [96], которая, в свою очередь, является следствием обычного распределения Больцмана. Было показано, что в зависимости от амплитуды и частоты поля переключение может быть стабильным и нестабильным. В тоже время, открытым остается вопрос о том, насколько формула Шеррока, полученная для квазиравновесного процесса, может применяться для описания процесса записи, который характеризуется гораздо большей степенью неравновесности.

Однако подходы, которые не базируются на уравнении Фоккера-Планка, не позволяют с единой позиции рассмотреть процесс переключения и найти все его характеристики. Кроме того, аналитические результаты, полученные с помощью уравнения Фоккера-Планка, достаточно легко сравнить с результатами численного моделирования с использованием стохастического уравнения Ландау-Лифшица (1.4).

Одними из важнейших характеристик динамики магнитного момента частицы является время его устойчивого пребывания в заданном состоянии отно-

сительно тепловых флуктуаций, или так называемого время жизни; а также время переключения \mathbf{m} . Первая характеристика сопряжена с надежностью хранения записываемой информации, вторая же – со скоростью записи. Нахождение обеих этих времен, по сути, принадлежит к классу задач о достижении случайным процессом заданного уровня. Этот класс задач позволяет количественно описать широкий спектр процессов, таких как транспорт в неупорядоченных средах, распространение заболеваний или процесс поиска цели [97].

В одномерном случае время достижения случайным процессом заданного уровня определяется выражением [98]:

$$t_{\Omega}(x) = \int_0^{\infty} dt \int_{\Omega} dy P_{\Omega}(y, t | x), \quad (1.11)$$

где x – случайный марковский процесс, локализованный в области Ω ,

$t_{\Omega}(x)$ – среднее время достижения случайным процессом точки y из точки x в момент $t = 0$,

$P_{\Omega}(y, t | x)$ – условная плотность вероятности достижения случайным процессом точки $y \in \Omega$ во время t , которая является решением обратного уравнения Фоккера-Планка, которое идентично прямому [85].

Для магнитного момента во вращающемся поле среднее время достижения выражается формулой [5]:

$$t(\theta') = \int_0^{\infty} dt \int_{\theta^{(1)}}^{\theta^{(2)}} d\theta P(\theta, t | \theta', 0), \quad (1.12)$$

где θ – угол между легкой осью и \mathbf{m} , θ' – значение θ в момент $t = 0$, $\theta^{(1)}$ и $\theta^{(2)}$ углы конусов прецессии магнитного момента в двух равновесных положениях.

Примечательно, что интеграл в правой части выражения (1.12) можно получить непосредственно из уравнения Фоккера-Планка исключая необходимость непосредственного нахождения плотности вероятности P . Это существенно упрощает аналитику и дает возможность в ряде простых

неравновесных случаев получить точные выражения. В частности, при отсутствии внешнего поля в работе [99] используя подобную процедуру, было получено аналитическое выражение для среднего времени инверсии магнитного момента:

$$t = 2\varepsilon\alpha^2c \int_{-b}^1 dx \frac{\exp[-\alpha(x+\beta)^2]}{1-x^2} \int_x^1 dy y \times \int_y^1 dz \exp[-\alpha(z+\beta)^2] - \frac{\varepsilon\alpha\beta c}{1-\beta^2} \int_{-b}^1 dx \exp[\alpha(x+\beta)^2] \quad (1.13)$$

где $\alpha = K_0\lambda m/2\gamma\Delta V$,

$\beta = HV/K_u m$,

$c = 2V/K_u\lambda\gamma m$,

Δ – интенсивность белого шума,

V – объем частицы.

В работе [94], используя уравнения Фоккера-Планка, было получено аналитическое выражение для среднего времени пересечения поглощающей границы, которая находится далеко за барьером анизотропии, магнитным моментом, на который действует циркулярно поляризованное поле частоты, много большей резонансной:

$$t(\theta') = \frac{\gamma m}{\lambda k_B T} \int_{-h_{\text{eff}}}^{\cos\theta'} dx \frac{e^{-mH_a(x+\tilde{h}_{\text{eff}})^2/2k_B T}}{1-x^2} \int_x^1 dy e^{mH_a(y+\tilde{h}_{\text{eff}})^2/2k_B T}, \quad (1.14)$$

где $\tilde{h}_{\text{eff}} = -\rho\gamma h^2 / \omega H_a$,

h – амплитуда вращающегося поля,

ω – частота вращающегося поля,

ρ – параметр, отвечающий за направление вращения поля относительно естественной прецессии.

В заключение проведенного анализа необходимо отметить, что вопрос о динамике магнитного момента, возбуждаемого циркулярно поляризованным магнитным полем является актуальным и популярным. Многообразие вариан-

тов поведения магнитного момента имеет следствием широкий спектр применяемых для его описания теоретических и численных методов, что, в свою очередь, способствует их развитию. С другой стороны очевиден практический интерес задачи, который имеет конечным выходом коммерчески выгодные технологии магнитной записи. Множество полученных в рамках данного вопроса результатов, в том числе недавних, не снижает интерес к данной проблеме, а даже наоборот, повышает, и ставит новые наукоёмкие задачи.

1.4 Выводы к Разделу 1

На основании детального анализа литературных данных можно утверждать, что проблема теоретического и численного описания прецессионной динамики магнитного момента – в частности, изучения ряда нелинейных эффектов и условиях их возникновения, а также эффектов, связанных с действием термостата, которые могут иметь место в процессе записи на упорядоченный массив ферромагнитных наночастиц – является актуальной, мотивированной как с практической, так и с фундаментальной точек зрения. Ее решение целесообразно разделить на следующие этапы.

1. Изучение режимов прецессии и условий их возникновения, определение параметров смены режимов, изучение эффекта переключения намагниченности наночастицы, который играет ключевую роль в процессе записи.

2. Анализ термической устойчивости режимов прецессии, основанный на определении времен их жизни, нахождение частотной зависимости этих времен, а также влияние смены режимов на термическую устойчивость.

3. Анализ процесса переключения намагниченности и поиск оптимальных параметров, таких как частота, амплитуда и длительность воздействия вращающегося поля для переключения; и, наконец, исследование влияния тепловых флуктуаций на процесс переключения.

РАЗДЕЛ 2 ПРЕЦЕССИОННАЯ ДИНАМИКА МАГНИТНОГО МОМЕНТА В ЦИРКУЛЯРНО-ПОЛЯРИЗОВАННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Одной из важных проблем, решаемых в данной диссертационной работе, является описание динамики магнитного момента одноосной ферромагнитной наночастицы и устойчивости ее прецессии относительно переориентации. Очевидный общетеоретический интерес данной задачи проистекает из нелинейности и стохастичности прецессионной динамики магнитного момента и процессов переориентации его направления. Под переориентацией направления магнитного момента следует понимать переход между двумя равновесными состояниями, связанными с наличием большой одноосной анизотропии. Практическая же ценность неразрывно связана с тепловой стабильностью моментов магнитных компонентов современных ИТ-устройств, таких как магнитные накопители [100-104], модули энергонезависимой памяти (MRAM) [105-108]. Также подробная информация о динамике намагниченности наночастиц даст необходимый стимул в создании новых надежных и быстрых способов записи информации, основанных на управляемой стабильности прецессии магнитных моментов.

При низких температурах, когда тепловые колебания незначительны, главный интерес представляет стабильность магнитных моментов относительно воздействий внешних, зависящих от времени магнитных полей. В этом случае, проблема сводится к поиску решения детерминистического варианта уравнения Ландау-Лифшица (1.4) и к анализу его устойчивости. Активные исследования этих вопросов также мотивированы возможностью быстрого переворота магнитных моментов наночастиц [109-112].

Для описания ряда эффектов, вызванных вращающимся магнитным полем в данном разделе используется детерминистическое уравнение Ландау-Лифшица. Рассматриваемые эффекты возникают в результате различий между так называемым «верхним» ($\sigma = +1$) и «нижним» ($\sigma = -1$) относительно выбранной оси динамическим состояниями магнитных моментов. Данные устой-

чивые состояния обусловлены магнитным полем, вращающимся перпендикулярно к этой оси, и они отличны, даже в том случае, если постоянной магнитное поле вдоль нее отсутствуют. Причиной этого является то, что магнитные моменты имеют однозначно определенное направление естественной прецессии – против часовой стрелки. Поэтому вращающееся поле в значительной степени влияет на динамику магнитных моментов, находящихся в «верхнем» или «нижнем» положении. Следует отметить, что в этом контексте некоторые следствия решений детерминистического уравнения Ландау-Лифшица, были предварительно рассмотрены при изучении ферромагнитного резонанса [113], нелинейных сил намагничивания [75], перемагничивания намагничивания цилиндров [114], и сферических наночастиц [115]. Однако в полной степени вышеупомянутые эффекты до настоящего времени не рассматривались.

2.1 Описание модели

Рассматривается одноосная ферромагнитная наночастица с пространственно-однородной намагниченностью, которая характеризуется полем анизотропии H_a и магнитным моментом $\mathbf{m} = \mathbf{m}(t)$, модуль которого является константой $|\mathbf{m}| = m$. Предполагается также, что постоянное магнитное поле \mathbf{H} приложено вдоль лёгкой оси намагничивания (оси z), и циркулярно поляризованное магнитное поле $\mathbf{h}(t)$ действует в плоскости xy (см. рис. 2.1), то есть, $\mathbf{H} = H\mathbf{e}_z$ и

$$\mathbf{h}(t) = h \cos(\omega t)\mathbf{e}_x + \rho h \sin(\omega t)\mathbf{e}_y, \quad (2.1)$$

где \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y и \mathbf{e}_z – единичные векторы вдоль соответствующих осей декартовой системы координат xyz ;

$$h = |\mathbf{h}(t)|;$$

ω – частота вращения $\mathbf{h}(t)$;

$\rho = -1$ или $+1$, что соответствует вращению по часовой или против часовой стрелки $\mathbf{h}(t)$, соответственно.

Магнитная энергия для такой наночастицы определяется выражением:

$$W = -\frac{H_a}{2m} m_z^2 - H m_z - \mathbf{m} \cdot \mathbf{h}(t), \quad (2.2)$$

где $m_z = \mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_z$ это z -ая компонента \mathbf{m} , а точка обозначает скалярное произведение.

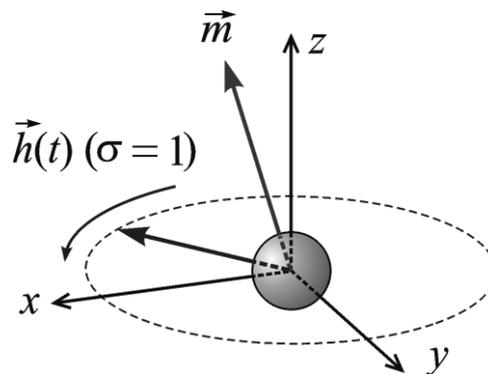


Рис. 2.1. Схематическое представление модели и используемых систем координат

В случае отсутствия тепловых шумов, динамика магнитного момента наночастицы задается детерминистическим уравнением Ландау-Лифшица (1.4), которое в данном случае имеет вид:

$$\dot{\mathbf{m}} = -\gamma \mathbf{m} \times \mathbf{H}_{eff} - \frac{\lambda \gamma}{m} \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{eff}). \quad (2.3)$$

Эффективное магнитное поле, действующее на магнитный момент \mathbf{m} может быть представлено как:

$$\mathbf{H}_{eff} = -\frac{\partial W}{\partial \mathbf{m}} = \mathbf{h}(t) + \left(H_a \frac{m_z}{m} + H \right) \mathbf{e}_z. \quad (2.4)$$

2.2 Однородная и неоднородная прецессия магнитного момента

2.2.1 Проблема перемагничивания наночастицы

Точное описание перемагничивания малой ферромагнитной частицы с одноосной анизотропией постоянным внешним полем \mathbf{H} , параллельным легкой оси, дано в работе [50]. В частности, было показано, что при некотором критическом значении поля \mathbf{H}_{cr} происходит переход магнитного момента из одного равновесного состояния в другое. В дальнейшем было показано, что подобные переходы происходят и при других внешних воздействиях. Так, в [114] численно продемонстрирована возможность перехода между двумя равновесными направлениями магнитного момента под действием как постоянного поля \mathbf{H} , приложенного вдоль оси легкого намагничивания наночастицы, так и поля $\mathbf{h}(t)$, циркулярно-поляризованного в плоскости, перпендикулярной к легкой оси.

Последовательное аналитическое описание процесса перемагничивания наночастицы циркулярно-поляризованным полем было дано в работах [5, 94]. Исходя из критерия устойчивости прецессии магнитного момента под действием внешнего поля $\mathbf{h}(t)$, было показано, что инверсии направлений намагниченности могут обуславливаться исключительно циркулярно-поляризованным полем $\mathbf{h}(t)$.

Однако не всегда потеря устойчивости прецессии магнитного момента приводит к инвертированию его направления. Вывод о том, что под действием поля $\mathbf{h}(t)$ магнитный момент наночастицы может участвовать в более сложных, чем обычная прецессия, формах движения, следует также из работы [75]. В частности, отклонения \mathbf{m} от прецессионного движения могут быть подобными нутациям оси гироскопа и заключаются в наложении на регулярное вращение магнитного момента колебаний величины угла между легкой осью и направлением вектора \mathbf{m} . Таким образом, потеря устойчивости может означать смену режимов движения, а важный с практической точки зрения вопрос о том, когда именно происходит перемагничивание наночастицы циркулярно-поляризованным полем, остается открытым.

2.2.2 Аналитическое описание однородной прецессии

Оставаясь в рамках модели введенной выше, перепишем уравнение Ландау-Лифшица (2.3) в виде системы уравнений относительно азимутального и полярного углов магнитного момента наночастицы. Поскольку модуль магнитного момента постоянен, то для простоты примем его равным 1. Преобразуем левую часть уравнения Ландау-Лифшица в сферическую систему координат:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{m}}{dt} &= \frac{\partial \vec{m}}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} + \frac{\partial \vec{m}}{\partial \varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\theta}{dt} (\vec{e}_x \cos \theta \cos \varphi + \vec{e}_y \cos \theta \sin \varphi - \vec{e}_z \sin \theta) + \\ &+ \frac{d\varphi}{dt} (-\vec{e}_x \sin \theta \sin \varphi + \vec{e}_y \sin \theta \cos \varphi). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Распишем по компонентам векторное произведение в первом слагаемом уравнения (1.4)

$$\begin{aligned} \vec{m} \times \vec{H}_{eff} &= \vec{e}_x (\sin \theta \sin \varphi (H_a \cos \theta + H_z) - h \rho \cos \theta \sin \omega t) - \\ &- \vec{e}_y (\sin \theta \cos \varphi (H_a \cos \theta + H_z) - h \cos \theta \cos \omega t) \\ &+ \vec{e}_z (h \rho \sin \theta \cos \varphi \sin \omega t - h \sin \theta \sin \varphi \cos \omega t), \end{aligned} \quad (2.6)$$

а также преобразуем двойное векторное произведение во втором слагаемом уравнения (1.4)

$$\begin{aligned} \vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{H}_{eff}) &= \vec{m} \cdot (\vec{m} \cdot \vec{H}_{eff}) - \vec{H}_{eff} m^2 = \\ &= \vec{m} \cdot (h \sin \theta \cos \varphi \cos \omega t + \rho h \sin \theta \sin \varphi \sin \omega t + \cos \theta (H_a \cos \theta + H_z)) \\ &+ \vec{e}_x h \cos \omega t + \vec{e}_y h \rho \sin \omega t + \vec{e}_z (H_a \cos \theta + H_z). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Подставив выражения (2.5)–(2.7) в уравнение (1.4) и сгруппировав слагаемые при \vec{e}_x и \vec{e}_y получим соответственно

$$\begin{aligned} \cos \theta \cos \varphi \frac{d\theta}{dt} - \sin \theta \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} = & -\gamma(\sin \theta \sin \varphi (H_a \cos \theta + H_z) - h\rho \cos \theta \sin \omega t) \\ & -\gamma\lambda[\sin \theta \cos \varphi (h \sin \theta \cos \varphi \cos \omega t + \rho h \sin \theta \sin \varphi \sin \omega t) + \\ & + \cos \theta (H_a \cos \theta + H_z) - h \cos \omega t] \end{aligned} \quad (2.8)$$

и

$$\begin{aligned} \cos \theta \sin \varphi \frac{d\theta}{dt} + \sin \theta \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} = & -\gamma(\sin \theta \cos \varphi (H_a \cos \theta + H_z) - h \cos \theta \cos \omega t) \\ & -\gamma\lambda[\sin \theta \sin \varphi (h \sin \theta \cos \varphi \cos \omega t + \rho h \sin \theta \sin \varphi \sin \omega t) + \\ & + \cos \theta (H_a \cos \theta + H_z) - h\rho \sin \omega t]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Умножив выражение (2.8) на $\cos \varphi$, а выражение (2.9) на $\sin \varphi$, и сложив результат, не сложно получить выражение для полярного угла магнитного момента:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma h \sin(\varphi - \rho\omega t) - \gamma\lambda(H_a \sin \theta \cos \theta + H \sin \theta - h \cos \theta \cos(\varphi - \rho\omega t)). \quad (2.10)$$

Выражение для азимутального угла получаем путем сложения уравнения (2.8) умноженного на $-\sin \varphi$, и уравнения (2.9) умноженного на $\cos \varphi$:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \gamma(H_a \cos \theta + H - h \operatorname{ctg} \theta \cos(\varphi - \rho\omega t)) - \frac{\gamma\lambda}{\sin \theta} h \sin(\varphi - \rho\omega t). \quad (2.11)$$

Дальнейший анализ удобно проводить в безразмерных величинах, где внешнее поле определяется относительно поля анизотропии, а время относительно резонансного периода. В таком представлении полученные результаты наиболее показательны и подходят для описания любого магнитного материала подстановкой соответствующих табличных данных. Таким образом, выполнив подстановку $\tilde{h} = h/H_a$, $\tilde{H} = H/H_a$, $\tilde{\omega} = \omega/\omega_r$, $\tilde{t} = \omega_r t$, где $\omega_r = \gamma H_a$ – резонансная частота, уравнения (2.10) и (2.11) можно записать в виде:

$$\begin{cases} \dot{\theta} = -\tilde{h} \sin(\varphi - \rho\tilde{\omega}\tilde{t}) - \lambda(\sin \theta \cos \theta + \tilde{H} \sin \theta - \tilde{h} \cos \theta \cos(\varphi - \rho\tilde{\omega}\tilde{t})), \\ \dot{\varphi} = \cos \theta + \tilde{H} - \tilde{h} \operatorname{ctg} \theta \cos(\varphi - \rho\tilde{\omega}\tilde{t}) - \frac{\lambda\tilde{h} \sin(\varphi - \rho\tilde{\omega}\tilde{t})}{\sin \theta}. \end{cases} \quad (2.12)$$

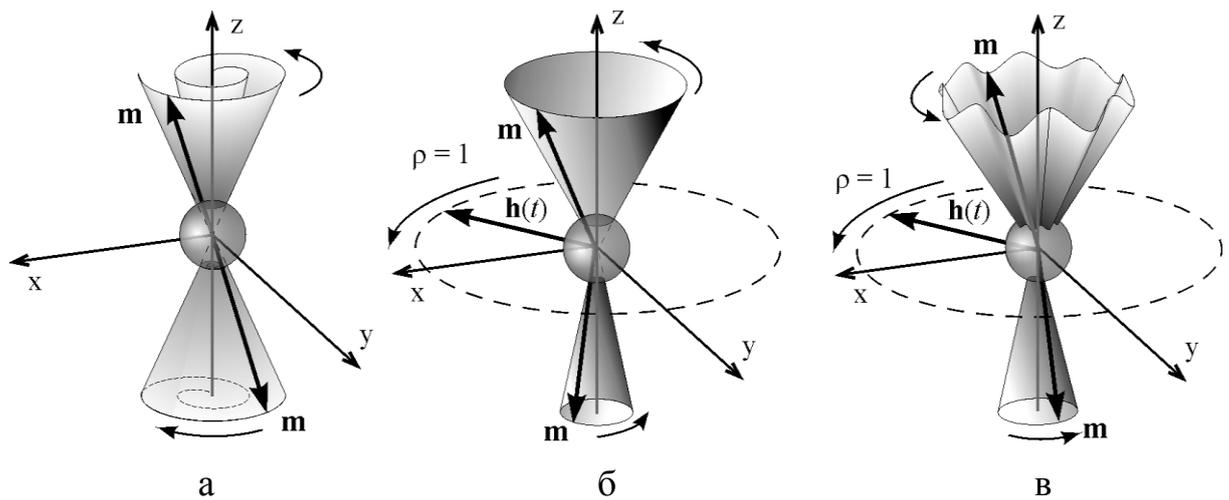


Рис. 2.2. Схематическое изображение прецессии магнитного момента: а) затухающая прецессия без внешнего поля, б) прецессия с постоянным углом в циркулярно-поляризованном поле в) колебания угла прецессии

Одним из возможных решений системы (2.12) соответствует ситуации, когда полярный угол будет стремиться к константе, которую обозначим как Θ (т.е. выполняется условие $\Theta = \lim_{t \rightarrow \infty} \theta(\tilde{t})$), а азимутальный угол линейно зависит от времени (т.е. выполняется условие $\Psi = \lim_{t \rightarrow \infty} [\varphi(\tilde{t}) - \rho\tilde{\omega}\tilde{t}]$), где Ψ – устоявшаяся разность углов между проекцией магнитного момента на плоскость xu и вращающемся полем.

В этом случае производные по времени полярного и азимутального углов составляют соответственно $\dot{\theta} = 0$ и $\dot{\varphi} = \rho\tilde{\omega}$, а систему уравнений (2.12) можно записать как:

$$\begin{cases} 0 = -\tilde{h} \sin \Psi - \lambda (\sin \Theta \cos \Theta + \tilde{H} \sin \Theta - \tilde{h} \cos \Theta \cos \Psi), \\ \rho\tilde{\omega} = \cos \Theta + \tilde{H} - \tilde{h} \operatorname{ctg} \Theta \cos \Psi - \frac{\lambda \tilde{h} \sin \Psi}{\sin \Theta}. \end{cases} \quad (2.13)$$

Разделив первое уравнение системы (2.13) на $\sin \Theta$, и умножив второе на λ и сложив их, получим

$$\begin{cases} 0 = -\frac{\tilde{h} \sin \Psi}{\sin \Theta} - \lambda(\cos \Theta + \tilde{H}) + \frac{\lambda \tilde{h} \cos \Theta \cos \Psi}{\sin \Theta}, \\ \lambda \rho \tilde{\omega} = \lambda(\cos \Theta + \tilde{H}) - \frac{\lambda \tilde{h} \cos \Theta \cos \Psi}{\sin \Theta} - \frac{\lambda^2 \tilde{h} \sin \Psi}{\sin \Theta}. \end{cases} \quad (2.14)$$

Сложив уравнения в системе (2.14) получим:

$$\sin \Psi = -\frac{\rho \kappa \lambda}{\tilde{h}} \sin \Theta, \quad (2.15)$$

где $\kappa = \tilde{\omega} / (1 + \lambda^2)$. В первом уравнении системы (2.13) воспользовавшись правилом $\cos \Psi = \sqrt{1 - \sin^2 \Psi}$ и заменив $\sin \Psi$ выражением (2.15) получим:

$$\tilde{h}^2 = \frac{1 - \cos^2 \Theta}{\cos^2 \Theta} \left[\left(\cos \Theta - \frac{\rho \tilde{\omega}}{1 + \lambda^2} \right)^2 + \left(\frac{\lambda \tilde{\omega} \cos \Theta}{1 + \lambda^2} \right)^2 \right]. \quad (2.16)$$

2.2.3 Анализ устойчивости однородной прецессии

Прецессию, которая аналитически описывается уравнениями (2.15) и (2.16) будем называть однородной, или, следуя [75], будем говорить, что имеет место так называемый Р-режим.

В тоже время однородная прецессия является не единственным сценарием динамики \mathbf{m} , поскольку в определенных диапазонах амплитуд и частот поля решение алгебраическое (2.16) может быть неустойчивым. Далее проведем стандартный анализ устойчивости прецессии \mathbf{m} по отношению к малым возмущениям [5]. Для этого представим \mathbf{m} в виде:

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \mathbf{m}_1, \quad (2.17)$$

где \mathbf{m}_0 описывает установившуюся прецессию \mathbf{m} ;

\mathbf{m}_1 – некоторое незначительное отклонение от \mathbf{m}_0 .

Поскольку справедливо условие $|\mathbf{m}| \approx |\mathbf{m}_0| = m$, удобно ввести единичный вектор $\mathbf{u} = |\mathbf{m}_0|/m$ и малый безразмерный вектор $\mathbf{v} = |\mathbf{m}_1|/m$ ($v = |\mathbf{v}| \ll 1$). Подоб-

ным образом поступим с эффективным полем (2.4) и представим его в виде суперпозиции, вектора не зависящего от \mathbf{v} :

$$\mathbf{H}_{eff}^{(0)} = \mathbf{h}(t) + (H_a u_z + H)\mathbf{e}_z, \quad (2.18)$$

и определяемого в линейном приближении первой степенью модуля \mathbf{v} :

$$\mathbf{H}_{eff}^{(1)} = H_a v_z \mathbf{e}_z. \quad (2.19)$$

Подставляя уравнение (2.17) и эффективное поле в виде $\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H}_{eff}^{(0)} + \mathbf{H}_{eff}^{(1)}$ в уравнение на уравнение Ландау-Лифшица (2.3). Тогда с учетом слагаемых нулевого порядка относительно вектора \mathbf{v} , получаем следующее уравнение для вектора \mathbf{u} :

$$\dot{\mathbf{u}} = -\gamma \mathbf{u} \times \mathbf{H}_{eff}^{(0)} - \lambda \gamma \mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{H}_{eff}^{(0)}). \quad (2.20)$$

В тоже время, используя уравнения (2.3), (2.20) и (2.17) можно записать линейное дифференциальное уравнение описывающее эволюцию малых отклонений \mathbf{v} магнитного момента \mathbf{m} [5]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}} = & -\gamma \mathbf{v} \times \mathbf{H}_{eff}^{(0)} - \gamma \mathbf{u} \times \mathbf{H}_{eff}^{(1)} - \\ & -\lambda \gamma [\mathbf{v}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{H}_{eff}^{(0)}) + \mathbf{u}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{H}_{eff}^{(0)}) + \mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{H}_{eff}^{(1)})]. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Далее введем систему координат $x'y'z'$, которая вращается вместе с вектором поля $\mathbf{h}(t)$ (см. рис. 2.3). Орты $\mathbf{e}_{x'}(t)$, $\mathbf{e}_{y'}(t)$ и $\mathbf{e}_{z'}(t)$, такой системы будут выражаться через орты лабораторной системы в таком виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{x'} &= \cos(\omega t)\mathbf{e}_x + \rho \sin(\omega t)\mathbf{e}_y, \\ \mathbf{e}_{y'} &= -\rho \sin(\omega t)\mathbf{e}_x + \cos(\omega t)\mathbf{e}_y, \\ \mathbf{e}_{z'} &= \mathbf{e}_z. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Обратное же преобразование согласно (2.22):

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_x &= \cos(\omega t)\mathbf{e}_{x'} - \rho \sin(\omega t)\mathbf{e}_{y'}, \\ \mathbf{e}_y &= \rho \sin(\omega t)\mathbf{e}_{x'} + \cos(\omega t)\mathbf{e}_{y'}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

и

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_{x'} &= \rho\omega t\mathbf{e}_{y'}, \\ \dot{\mathbf{e}}_{y'} &= -\rho\omega\mathbf{e}_{x'}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

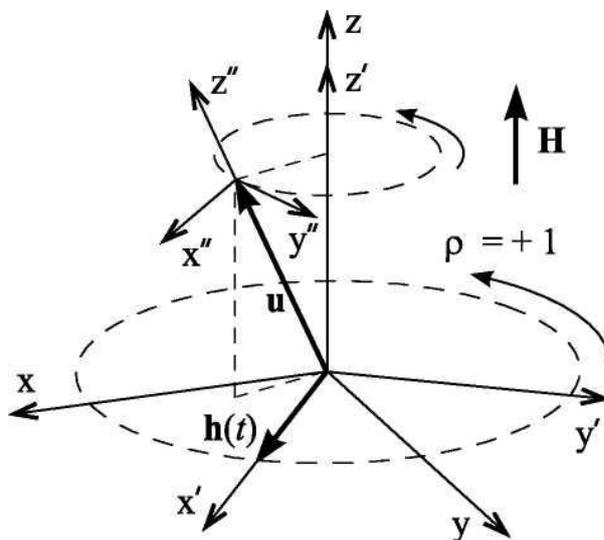


Рис. 2.3. Схематическое представление модели и используемых систем координат

Поскольку для уравнения (2.3), значение $|\mathbf{m}|$ считается постоянным, для векторов \mathbf{v} и \mathbf{u} всегда выполняется условие $2\mathbf{u}\cdot\mathbf{v} + v^2 = 0$. Это означает что, с линейной точностью по v , вектор \mathbf{v} перпендикулярен к \mathbf{u} в каждый момент времени t . Поэтому, удобно ввести еще одну вращающуюся систему координат $x''y''z''$ (см. рис. 2.3). Орты новой системы $\mathbf{e}_{x''}(t)$, $\mathbf{e}_{y''}(t)$ и $\mathbf{e}_{z''}(t)$ могут быть представлены в следующей форме

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_{x''} &= \frac{(u_{x'}\mathbf{e}_{x'} + u_{y'}\mathbf{e}_{y'})u_{z'}}{\sqrt{u_{x'}^2 + u_{y'}^2}} - \sqrt{u_{x'}^2 + u_{y'}^2}\mathbf{e}_{z'}, \\
\mathbf{e}_{y''} &= \frac{(-u_{y'}\mathbf{e}_{x'} + u_{x'}\mathbf{e}_{y'})u_{z'}}{\sqrt{u_{x'}^2 + u_{y'}^2}}, \\
\mathbf{e}_{z''} &= u_{x'}\mathbf{e}_{x'} + u_{y'}\mathbf{e}_{y'} + u_{z'}\mathbf{e}_{z'},
\end{aligned} \tag{2.25}$$

что может быть получено обратной трансформацией из

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_{x'} &= \frac{(u_{x'}u_{z'}\mathbf{e}_{x''} - u_{y'}\mathbf{e}_{y''})u_{z'}}{\sqrt{u_{x'}^2 + u_{y'}^2}} + u_{x'}\mathbf{e}_{z''}, \\
\mathbf{e}_{y'} &= \frac{(u_{y'}u_{z'}\mathbf{e}_{x''} + u_{x'}\mathbf{e}_{y''})}{\sqrt{u_{x'}^2 + u_{y'}^2}} + u_{y'}\mathbf{e}_{z''}, \\
\mathbf{e}_{z''} &= -\sqrt{u_{x'}^2 + u_{y'}^2}\mathbf{e}_{x''} + u_{z'}\mathbf{e}_{z''}.
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Отсюда и из выражения (2.24) простыми вычислениями получим:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{e}}_{x''} &= \rho\omega u_{z'}\mathbf{e}_{y''}, \\
\dot{\mathbf{e}}_{y''} &= -\rho\omega(u_{z'}\mathbf{e}_{x''} + \sqrt{u_{x'}^2 + u_{y'}^2}\mathbf{e}_{z''}).
\end{aligned} \tag{2.27}$$

В системе координат $x''y''z''$ векторы \mathbf{u} и \mathbf{v} могут быть представлены как

$$\mathbf{u} = \mathbf{e}_{z''}, \mathbf{v} = v_{x''}(t)\mathbf{e}_{x''} + v_{y''}(t)\mathbf{e}_{y''}. \tag{2.28}$$

Здесь условие $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ выполняется автоматически.

С учетом уравнений (2.25)–(2.27) выразим \mathbf{v} , $\dot{\mathbf{v}}$, $\mathbf{H}_{eff}^{(0)}$ и $\mathbf{H}_{eff}^{(1)}$ в системе координат $x''y''z''$.

$$\mathbf{v} = v_{x''}\mathbf{e}_{x''} + v_{y''}\mathbf{e}_{y''}, v_{z''} = 0, \tag{2.29}$$

$$\dot{\mathbf{v}} = (\dot{v}_{x''} - v_{y''}\rho\omega u_{z'})\mathbf{e}_{x''} + (v_{x''}\rho\omega u_{z'} + \dot{v}_{y''})\mathbf{e}_{y''} + \sqrt{u_{x'}^2 + u_{y'}^2}\mathbf{e}_{z''}, \tag{2.30}$$

$$\mathbf{H}_{eff}^{(0)} = \left(\frac{hu_{x'}u_{z'}}{\sqrt{u_{x'}^2 + u_{y'}^2}} - H' \sqrt{u_{x'}^2 + u_{y'}^2} \right) \mathbf{e}_{x''} + \frac{u_{y'}}{\sqrt{u_{x'}^2 + u_{y'}^2}} \mathbf{e}_{y''} + (u_{x'}h + u_{y'}H') \mathbf{e}_{z''}, \quad (2.31)$$

$$\mathbf{H}_{eff}^{(1)} = H_a(1 - u_z^2)v_{x''} \mathbf{e}_{x''} - H_a \sqrt{1 - u_z^2} u_z v_{x''} \mathbf{e}_{z''}, \quad (2.32)$$

где $H' = H_a u_{z'} + H$.

Проецируя уравнение (2.21) на оси x'' и y'' с учетом уравнений, посредством прямых вычислений получаем

$$\dot{v}_{x''} = -v_{x''} \lambda \gamma (u_{x'}h + u_{z'}H' - H_a(1 - u_z^2)) + v_{y''} (\rho \omega u_{z'} - \gamma (u_{x'}h + u_{z'}H')) \quad (2.33)$$

и

$$\dot{v}_{y''} = v_{x''} (\gamma (u_{x'}h + u_{z'}H') - u_z \rho \omega - \gamma H_a(1 - u_z^2)) - v_{y''} \lambda \gamma (u_{x'}h + u_{z'}H'). \quad (2.34)$$

Коэффициенты при $v_{x''}$ и $v_{y''}$ в уравнении (2.33) можно преобразовать соответственно:

$$\omega_1 = \lambda \gamma (u_{x'}h + u_{z'}H' - H_a(1 - u_z^2)) = \frac{\lambda \gamma}{H_a} [u_z^2 + (\tilde{H} - \rho \kappa(1 - u_z^2))/u_z], \quad (2.35)$$

$$\omega_2 = \rho \omega u_{z'} - \gamma (u_{x'}h + u_{z'}H') = -\gamma H_a [(\tilde{H} - \rho \kappa(1 + u_z^2 \lambda^2))/u_z], \quad (2.36)$$

где $\kappa = \tilde{\omega} / (1 - \lambda^2)$. Выполним аналогичные действия для уравнения (2.34):

$$\begin{aligned} \omega_3 &= \gamma (u_{x'}h + u_{z'}H') - u_z \rho \omega - \gamma H_a(1 - u_z^2) = \\ &= \gamma H_a (u_z^2 + H - \rho \kappa(1 + u_z^2 \lambda^2))/u_z, \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\omega_4 = \lambda \gamma (u_{x'}h + u_{z'}H') = \lambda \gamma H_a (1 + (\tilde{H} - \rho \kappa(1 - u_z^2))/u_z). \quad (2.38)$$

С учетом уравнений (2.35) – (2.38) перепишем уравнения (2.33) и (2.34):

$$\dot{v}_x'' = -\lambda\omega_1 v_x'' - \omega_2 v_y'', \dot{v}_y'' = \omega_3 v_x'' - \lambda\omega_4 v_y''. \quad (2.39)$$

Выполнив замены $\tilde{\omega}_n = \omega_n / \omega_r$ и $u_z = \cos \Theta$, получим

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_1 &= \cos^2 \Theta + \frac{1}{\cos \Theta} [\tilde{H} - \rho\kappa(1 - \cos^2 \Theta)], \\ \tilde{\omega}_2 &= 1 + \frac{1}{\cos \Theta} [\tilde{H} - \rho\kappa(1 + \lambda^2 \cos^2 \Theta)], \\ \tilde{\omega}_3 &= \cos^2 \Theta + \frac{1}{\cos \Theta} [\tilde{H} - \rho\kappa(1 + \lambda^2 \cos^2 \Theta)], \\ \tilde{\omega}_4 &= 1 + \frac{1}{\cos \Theta} [\tilde{H} - \rho\kappa(1 - \cos^2 \Theta)]. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Представим решения системы (2.39) в виде $v_x'' = a_1 e^{\delta t}$, $v_y'' = a_2 e^{\delta t}$. Тогда систему (2.39) можно переписать как:

$$\begin{cases} a_1 \delta e^{\delta t} = -\lambda\omega_1 a_1 e^{\delta t} - \omega_2 a_2 e^{\delta t}, \\ a_2 \delta e^{\delta t} = \omega_3 a_1 e^{\delta t} - \lambda\omega_4 a_2 e^{\delta t}. \end{cases} \quad (2.41)$$

$$\begin{cases} 0 = -(\lambda\omega_1 + \delta)a_1 - \omega_2 a_2, \\ 0 = \omega_3 a_1 - (\lambda\omega_4 + \delta)a_2. \end{cases} \quad (2.42)$$

Система (2.42) будет иметь нетривиальные решения, когда ее определитель Δ будет равен 0:

$$\Delta = (\lambda\omega_1 + \delta)(\lambda\omega_4 + \delta) + \omega_2\omega_3 = 0. \quad (2.43)$$

Отсюда

$$\delta_{\pm} = -\frac{\lambda}{2}(\omega_1 + \omega_4) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\lambda^2(\omega_4 - \omega_1)^2 - 4\omega_2\omega_3}. \quad (2.44)$$

Критерий асимптотической устойчивости вынужденной прецессии имеет $\text{Re}(\delta_+) < 0$. Запишем его значение перейдя к безразмерным величинам ω_n :

$$\chi = \lambda(\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_4) - \text{Re}\sqrt{\lambda^2(\tilde{\omega}_4 - \tilde{\omega}_1)^2 - 4\tilde{\omega}_2\tilde{\omega}_3} > 0. \quad (2.45)$$

2.2.4 Нелинейные эффекты: переключение намагниченности и неоднородная прецессия

Если условие стабильности (2.45) не выполняется, то одним из сценариев развития событий является переход магнитного момента в состояние, характеризующее другим углом прецессии Θ . Если этот угол лежит в области отрицательных проекций магнитного момента на ось z , то можем говорить о перемагничивании наночастицы. Данный эффект чрезвычайно интересен с точки зрения практического использования в устройствах хранения информации для процесса записи.

Другим вариантом есть переход в иной режим движения вектора \mathbf{m} , т.е. так называемый Q-режим (квазипериодический), который характеризуется периодическим отклонением угла прецессии магнитного момента от легкой оси (см. рис. 2.2 б) и до настоящего времени не имеет аналитического описания. Примечательно, что период колебаний азимутального угла, или нутаций, не кратен периоду вращающегося поля.

Рассмотрим подробнее вышеописанные режимы прецессии. На рис. 2.4 показаны варианты численного решения системы (2.12) с нулевыми начальными условиями для таких значений параметров: $\lambda = 0.2$, $\tilde{\omega} = 0.9$, $\rho = 1$. Очевидно, что первый график а) соответствует установлению P-режима, график б) установлению Q-режима. Из графика в) следует, что для данной амплитуды циркулярно-поляризованного поля равновесные состояния в области положительных проекций \mathbf{m} на ось z отсутствуют, поэтому из нулевых начальных условий для данных параметров циркулярно-поляризованного поля происходит переориентация магнитного момента. Таким образом, поле $\mathbf{h}(t)$ может радикально влиять на

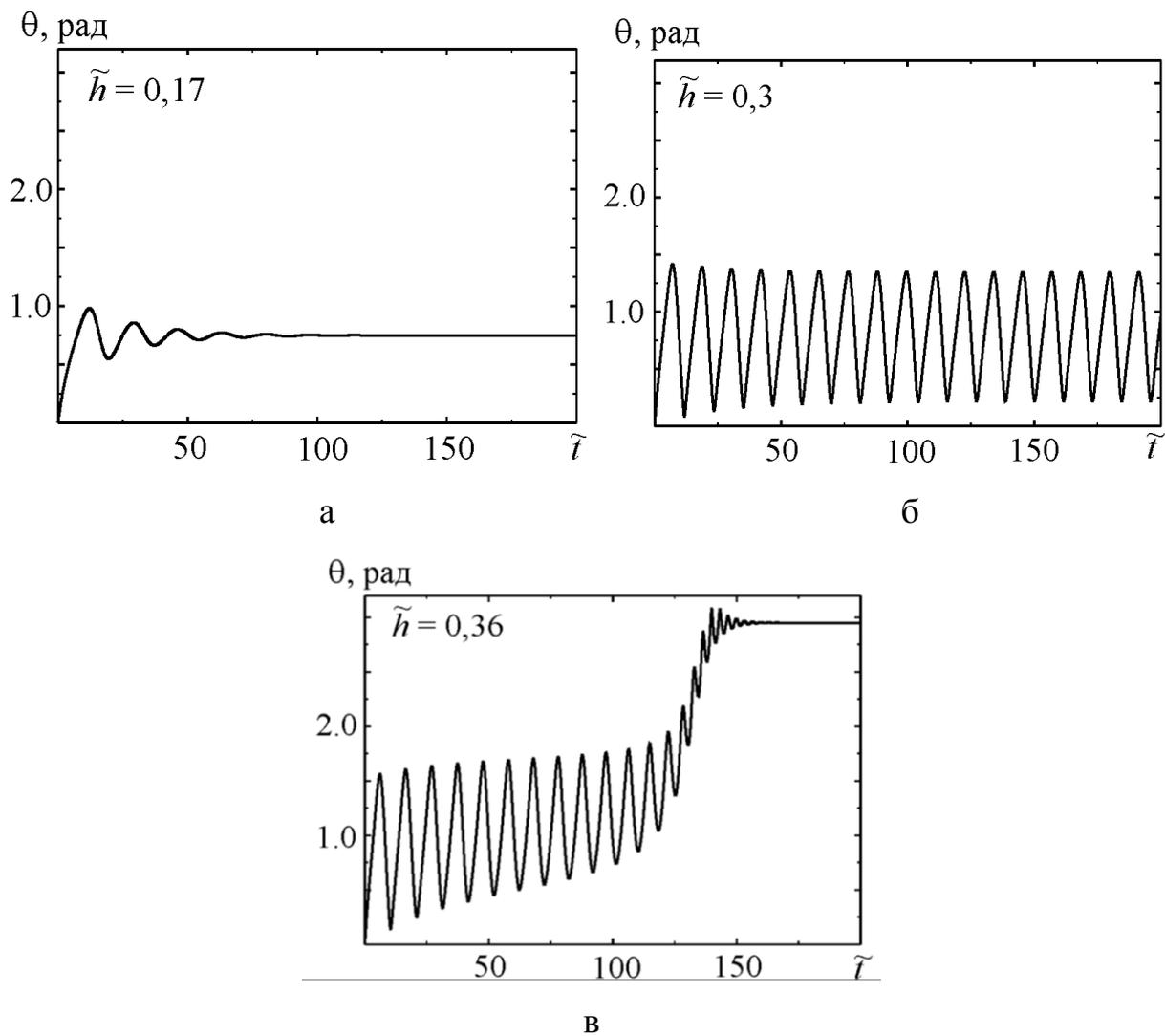


Рис. 2.4. Решение системы уравнений (2.12) для различных амплитуд циркулярно-поляризованного поля

намагниченность наночастицы вдоль оси z , несмотря на то, что само поле не имеет отличной от нуля проекции на данную ось.

В частности, его действие может вызывать перемагничивание наночастицы, как уже было продемонстрировано на рис. 2.4 в). Для количественного описания данного явления система (2.12) решалась при квазистатическом изменении амплитуды поля \tilde{h} . Под квазистатическим изменениям имеем ввиду достаточно медленное изменение поля, при котором магнитный момент проходит через все стационарные состояния. Как видно из рис. 2.5, для определенных частот магнитный момент наночастицы может скачкообразно менять свое направление, в то время как для других частот непосредственно инвертирование магнитного момента происходит через изменение характера его движения. Потеря устойчивости, или несоблюдение условия (2.45), здесь означает появление нутационных движений вектора \mathbf{m} , которые, в свою очередь, также становятся неустойчивыми с ростом амплитуды \tilde{h} , и магнитный момент возвращается к обычной прецессии, но уже в области отрицательных значений координаты z . Заметим, что такой переход носит необратимый характер, и любое дальнейшее изменение амплитуды \tilde{h} вращающегося поля будет иметь следствием лишь коррекцию угла прецессии.

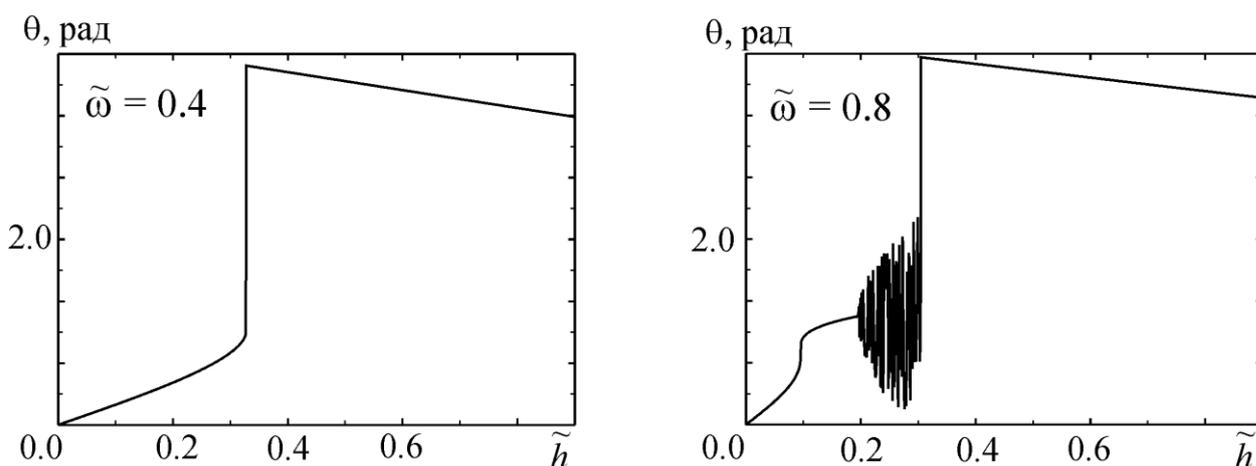


Рис. 2.5. Решение системы уравнений (2.12) при квазистатическом изменении амплитуды \tilde{h} циркулярно-поляризованного поля

Поскольку Р-режим прецессии вектора \mathbf{m} описывается уравнением (2.16), целесообразно сравнить результаты, полученные с его помощью, с результатами численного решения системы (2.12). В частности, это позволит дать однозначный ответ на вопрос о том, при каких параметрах внешнего поля происходит перемагничивание наночастицы. На рис. 2.6 изображены наиболее типичные ситуации, показывающие искомые различия, для следующих значений параметров: $\lambda = 0.2$, $\rho = 1$. Для повышения информативности в качестве численного значения установившейся величины $\cos \Theta$ на графике изображена ее постоянная составляющая. Нижний график каждой пары определяет области устойчивых решений (2.16) согласно критерия стабильности (2.45).

Первая пара графиков рис. 2.6 а) характерна для частот, существенно меньших резонансной. Совпадение теоретического и численного значений величины $\cos \Theta$ в области положительных χ свидетельствует о наличии Р-режима движения магнитного момента. Потеря устойчивости решения (2.16) приводит к перемагничиванию наночастицы. Рис. 2.6 б) наглядно демонстрирует сложный характер движения \mathbf{m} . В данном случае имеется три области, где $\chi > 0$, а потеря устойчивости не во всех случаях приводит к изменению знака m_z . С ростом \tilde{h} сначала имеет место скачкообразный переход в так называемый промежуточный Р-режим в области положительных значений координаты z без возбуждения колебаний оси прецессии. Затем, при дальнейшем росте \tilde{h} , прецессионное движение вновь теряет устойчивость, что сопровождается возбуждением нутационных движений, или переходом в Q-режим, из которого впоследствии и происходит его переориентация. На третьей паре графиков рис. 2.6 в) описанный ранее промежуточный Р-режим отсутствует. Потеря устойчивости приводит к переходу магнитного момента в Q-режим с последующим инвертированием направления.

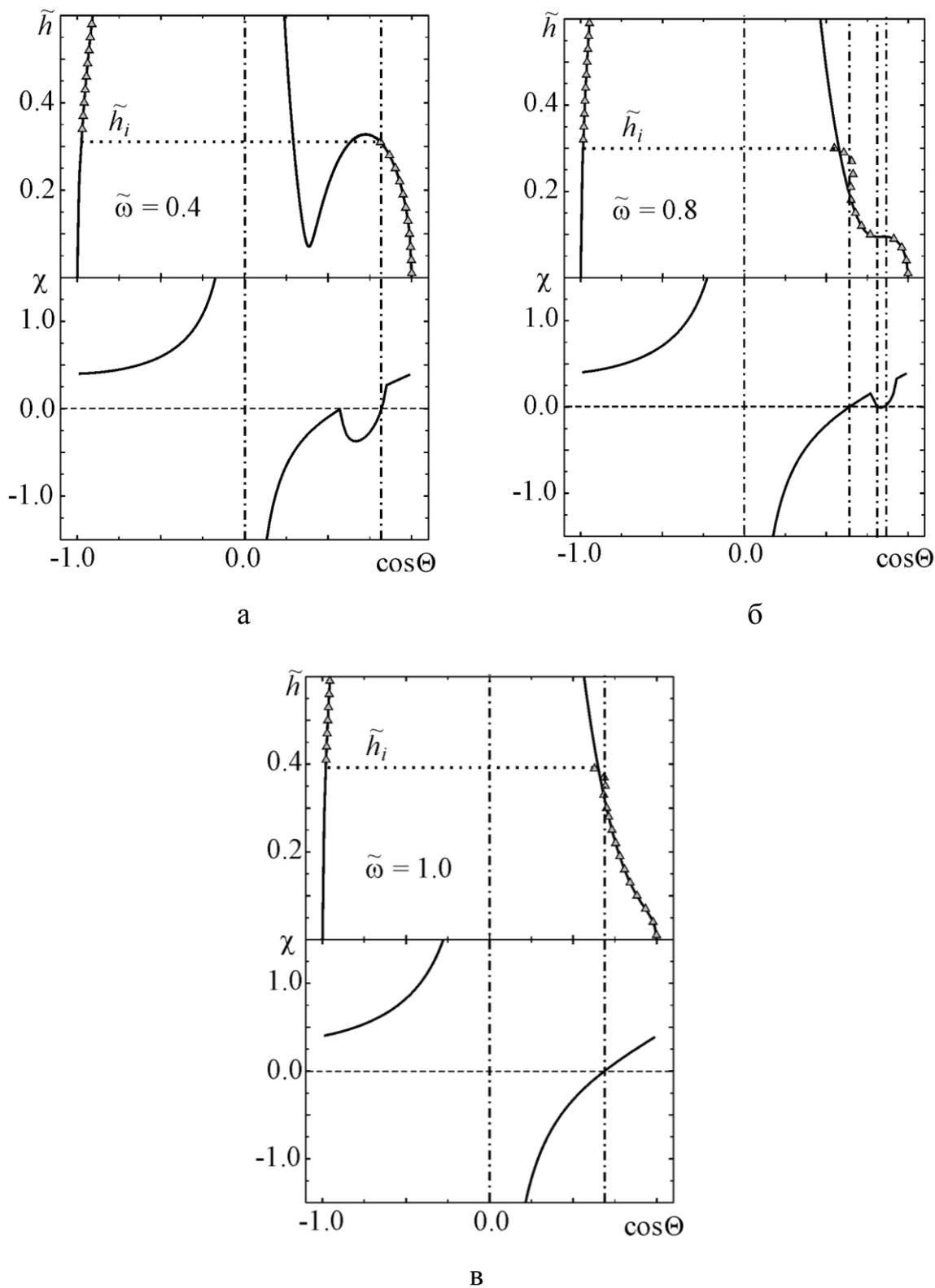


Рис. 2.6. Сравнение аналитических и численных результатов для различных значений частоты циркулярно-поляризованного поля. Нижние графики – поведение критерия устойчивости

2.3 Фазовые диаграммы динамики магнитного момента

2.3.1 Концепция фазовой диаграммы как удобного графического метода

Многообразие режимов движения магнитного момента и возможные последовательности их смен показывают так называемые фазовые диаграммы, представленные на рис. 2.7, которые удобным графическим способом предоставляют информацию о типе динамики магнитного момента, для тех или иных значений параметров системы.

Поскольку в общем случае, конечное состояние магнитного момента (то есть, состояние при $\tilde{t} \rightarrow \infty$) зависит не только от параметров \tilde{h} , $\tilde{\omega}$ и ρ , которые характеризуют вращающееся поле, но, как будет показано позже, и от того, как это поле включается. В частности, резкое включение вращающегося поля вызывает динамические эффекты, которые могут привести к изменению начального состояния. Поэтому, чтобы свести к минимуму роль динамических эффектов, необходимо обеспечить достаточно медленное или квазистатическое изменение вращающегося поля.

В рамках численного моделирования квазистатическое изменение амплитуды вращающегося поля обеспечивалась следующим образом. Во-первых, на каждом шаге амплитуда поля, определялась как $\tilde{h} = n\Delta\tilde{h}$, где $n = 1, 2, \dots$ и $\Delta\tilde{h} (\ll 1)$ амплитуда приращения. Тогда, полагая что $n = 1$ и используя начальные условия $\theta(0) = 10^{-4}$ и $\varphi(0) = 0$, применяем метод Рунге-Кутты четвертого порядка методом с шагом по времени $\Delta\tilde{t} = 10^{-3}$ для решения системы уравнений (2.12) на интервале времени $[0, \tilde{t}_m]$ ($\tilde{t}_m \gg \tilde{t}_{rel} = 2/\lambda$). Предполагается, что при $\tilde{t} = \tilde{t}_m$ амплитуда поля скачкообразно меняется с $\Delta\tilde{h}$ до $2\Delta\tilde{h}$, т.е. становится равной двум, и уравнение (2.12) решается снова на интервале $[0, \tilde{t}_m]$. Но теперь начальными условиями есть решение, полученные для $\tilde{t} = \tilde{t}_m$ на предыдущем этапе: $\theta(0)|_{n=2} = \theta(\tilde{t}_m)|_{n=1}$ и $\varphi(0)|_{n=2} = \varphi(\tilde{t}_m)|_{n=1}$. Продолжая эту процедуру, уравнение (2.12) может быть решено для произвольного n . Стоит отметить, что по-

сколькx $\tilde{t}_m \gg \tilde{t}_{rel}$ решения этого уравнения при $\tilde{t} \sim \tilde{t}_m$, как ожидается, будут весьма близки к стационарным решениям.

Используя вышеописанную процедуру с $\Delta\tilde{h} = 10^{-2}$, $\tilde{t}_m = 10^3$ и $\lambda = 0.2$ (значение λ принадлежит интервалу типичных значений параметра затухания (0.01...0.22) в случае частиц кобальта [116]), и используется во всех численных расчетах данного раздела), был определен характер режимов прецессии для широкого диапазона параметров, характеризующих вращающееся поле (см. рис. 2.7.). Здесь область 1 соответствует P-режиму (P_{+1}), 2 – Q-режиму (Q_{+1}), область 3 – промежуточному P-режиму (P_{+1}^\dagger), 4 – P-режиму в области отрицательных значений z (P_{-1}). Каждая точка диаграммы, представленной на рис. 2.7а, получена путем квазистатического изменения амплитуды вращающегося поля согласно схеме, описанной выше, в то время как для диаграмм рис. 2.7 б, в квазистатическом образом изменялась уже частота поля при фиксированной амплитуде согласно численной процедуры, аналогичной к описанной в предыдущем абзаце. Стрелками указано направление изменений параметров. Как видно из рисунка, положение координат изменения режимов движения зависит от характера привнесения возмущений в систему. Так, с увеличением амплитуды поля вплоть до инверсии направления магнитного момента все изменения являются обратимыми, что условно показано двойными стрелками между областями 1, 2 и 3 (см. рис. 2.7 а). Инверсия, или переход \mathbf{m} в область 4, является необратимой: из области 4 магнитный момент уже не может попасть в другие области при обычном изменении параметров вращающегося поля для заданной его поляризации. То же самое можно сказать для магнитного момента, изначально сориентированного против оси z . Это условно показано стрелкой, направленной вправо на диаграмме.

Качественные отличия диаграмм рис. 2.7 б) и в обусловлены неоднозначной частотной зависимостью равновесного значения проекции магнитного момента m_z в определенном диапазоне значений амплитуды вращающегося поля (см. рис. 2.8 а). При этом в зависимости от того, увеличивается или уменьшается частота, координаты точки потери устойчивости будут задаваться различными

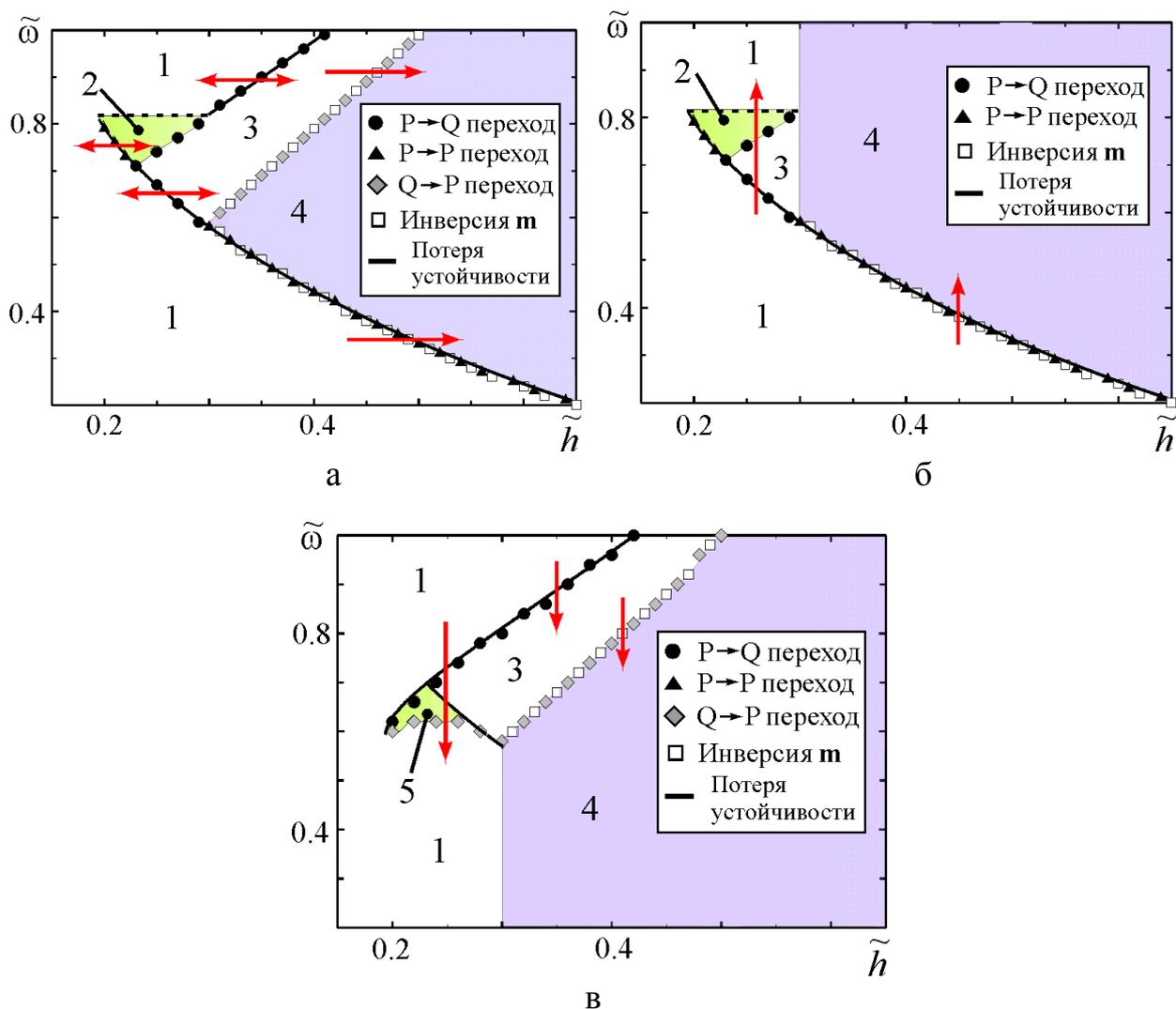


Рис. 2.7. Фазовые диаграммы, полученные: а) при квазистатическом изменении амплитуды циркулярно-поляризованного поля, б) при квазистатическом увеличении частоты поля, в) при квазистатическом уменьшении частоты поля

значениями корня алгебраического уравнения, получаемого из критерия стабильности (2.45). Данный факт проиллюстрирован на рис. 2.8 б). С ростом частоты множество точек первой потери стабильности решения (2.16) образуют линию 4, в то время как с уменьшением частоты потеря стабильности впервые происходит в точках, лежащих на кривой 5. В заключение отметим, что переходная область 5 на диаграмме рис. 2.7 в) стягивается в линию при устремлении времени ожидания устоявшегося решения уравнения (2.12) к бесконечности.

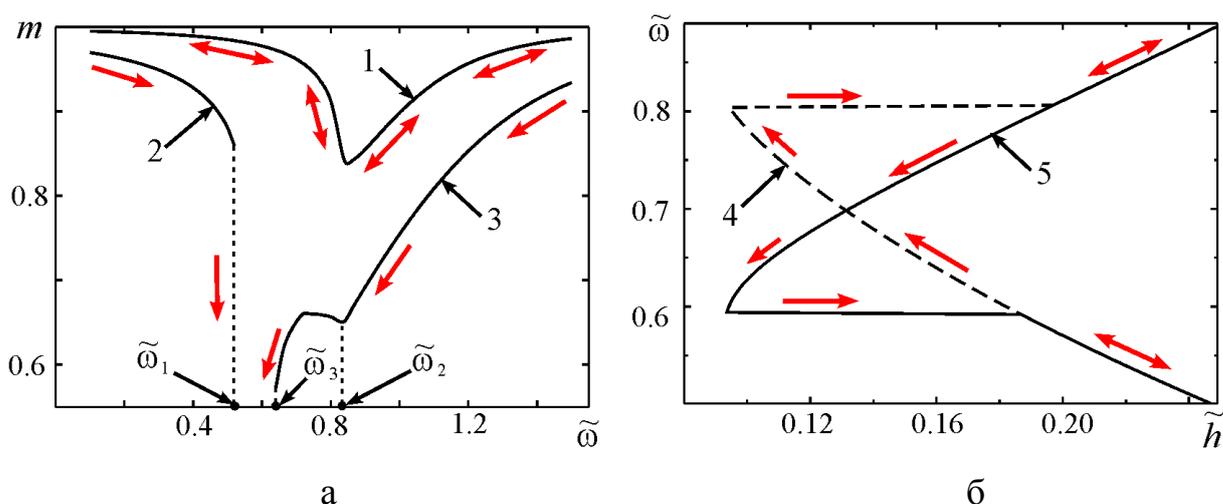


Рис. 2.8 – а) Зависимости намагниченности наночастицы от частоты внешнего поля: 1 – при $\tilde{h} = 0.09$, 2 – при $\tilde{h} = 0.23$, частота возрастает, 3 – при $\tilde{h} = 0.23$, частота убывает. $\tilde{\omega}_1$, $\tilde{\omega}_3$ – точки переориентации \mathbf{m} , $\tilde{\omega}_2$ – точка смены режима движения \mathbf{m} . б) Положение первого корня уравнения (2.45) в координатах $(\tilde{\omega}, \tilde{h})$ в зависимости от направления изменения $\tilde{\omega}$

2.3.2 Влияние статического поля и степени затухания на динамику магнитного момента

Динамика магнитного момента наночастицы, находящейся под действием циркулярно-поляризованного внешнего поля, может в значительной степени модифицироваться постоянным полем \tilde{H} , приложенным вдоль легкой оси наночастицы. В частности, это может приводить к тому, что амплитуда и частота вращающегося поля, при которых происходит переключение намагниченности,

могут быть иными по сравнению со случаем отсутствия поля \tilde{H} .

В принципе, намагниченность наночастицы демонстрирует такую же динамику, как и для случая отсутствия постоянного поля, но амплитуда и частота поля переключения существенным образом меньше, по сравнению со случаем отсутствия постоянного поля. Однако есть три важных особенности. Во-первых, переключение магнитного момента возможно для левой (LP, $\rho = +1$) и для правой (RP, $\rho = -1$) поляризации поля. Но, как следует из рис. 2.9, левая поляризация более подходит для переключения намагниченности из-за меньшей амплитуды поля. Во-вторых, на фазовой диаграмме область Q-режима «тоньше», чем в случае $\tilde{H} = 0$. И последняя особенность процесса переключения при совместном действии $\tilde{h}(t)$ и \tilde{H} состоит в том, что направление прецессии магнитного момента не совпадает с направлением естественной прецессии. Действием только лишь циркулярно-поляризованным полем можно переключить магнитный момент наночастицы только в случае, если вращение поля совпадает с естественной прецессией \mathbf{m} . Однако, дополнительное действие поля \tilde{H} , приводит к прецессии \mathbf{m} в противоположном направлении. Представленная на рис. 2.9 фазовая диаграмма

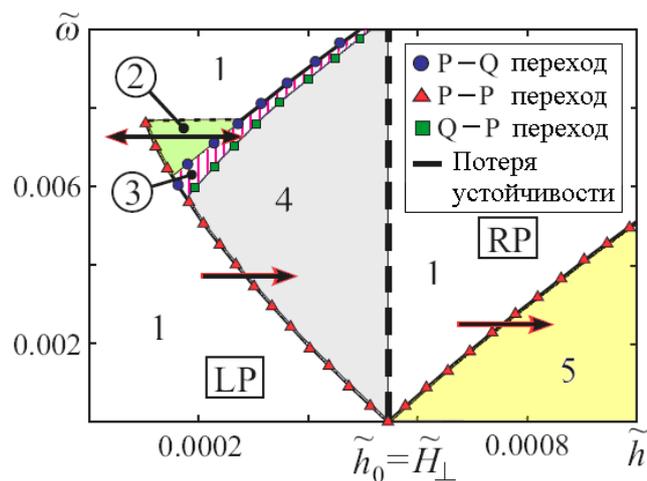


Рис. 2.9. Фазовая диаграмма, полученная при квазистатическом изменении амплитуды циркулярно-поляризованного поля при наличии внешнего постоянного поля

получена при наличии поля $\tilde{H} = -0.99$, $\lambda = 0.2$. Обозначение областей совпадает с аналогичными обозначениями рис. 2.7; область 5 соответствует однородной прецессии в нижнем положении $\sigma = -1$ вектора магнитного момента.

Возможность совместного управления динамикой \mathbf{m} с помощью вращающегося и статического магнитных полей демонстрируют фазовые диаграммы на рис. 2.10, полученные при фиксированной частоте вращающегося поля. Обозначения областей диаграмм аналогичны предыдущим. Из рисунков видно, что если статическое поле направлено вдоль оси z , потенциальный барьер для переориентации магнитного момента повышается, и, как следствие, амплитуда вращающегося поля, при которой происходит переориентация, растет (см. рис. 2.10а). Для отрицательных значений \tilde{H} высота потенциального барьера, наоборот, понижается, и уменьшается величина \tilde{h} . В то же время наблюдается появление неоднородного режима прецессии и перемагничивание через этот режим. Таким образом, частотный диапазон, на котором может возникнуть неоднородный режим прецессии, может быть изменен внешним постоянным полем.

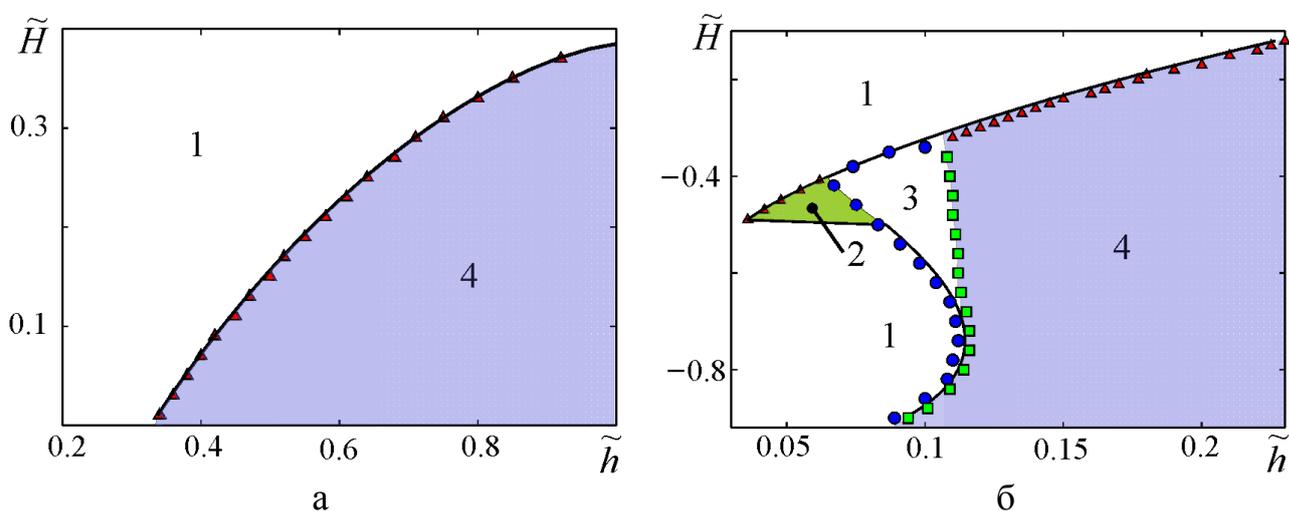


Рис. 2.10. Фазовые диаграммы в переменных “амплитуда вращающегося поля” – “постоянное поле”, полученные при квазистатическом изменении амплитуды. Сплошная линия – критерий стабильности, треугольники – переход от Р-режима к Р-режиму, круги – переход от Р-режима к Q-режиму, прямоугольники – переход от Q-режима к Р-режиму

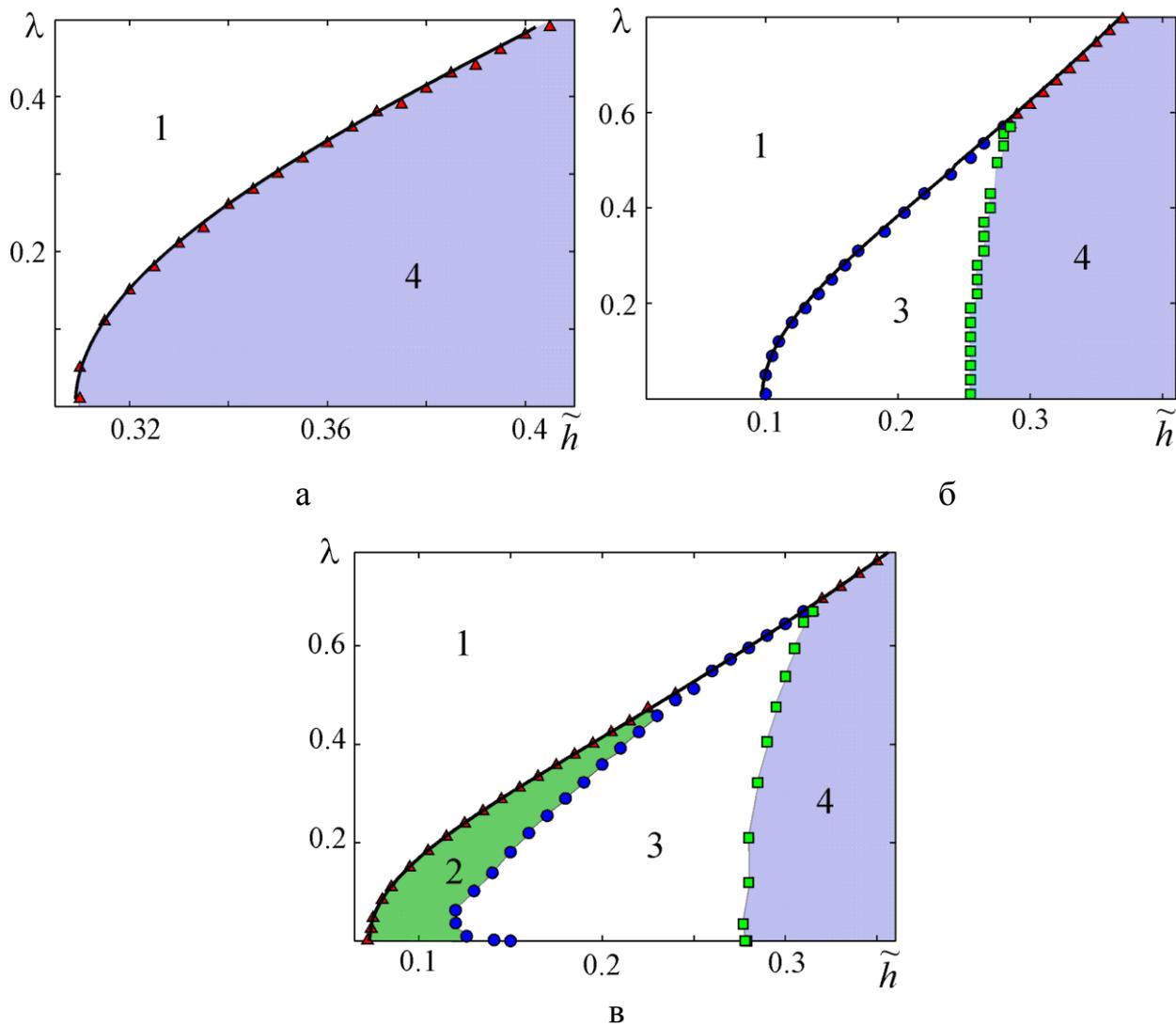


Рис. 2.11. Фазовые диаграммы в переменных “амплитуда вращающегося поля” – “параметр затухания”. а) $\tilde{\omega} = 0.4$, б) $\tilde{\omega} = 0.7$ в) $\tilde{\omega} = 0.75$

Полученная информация имеет практическую ценность, поскольку открывает возможности по комбинированному использованию внешних воздействий различных типов для управления динамикой намагниченности наночастицы.

Также в процессе численного исследования была установлена зависимость характера прецессии вектора \mathbf{m} от параметра затухания λ . Из диаграмм рис. 2.11 видно, что величина амплитуды поля, при котором происходит переключение намагниченности, а также области однородной и неоднородной прецессии, существенным образом определяются степенью диссипации энергии в системе. Данная зависимость особенно сильная для малых значений λ . Наличие или отсутствие неоднородного режима прецессии также определяется параметром λ . В частности, при $\lambda \rightarrow 1$ данный режим не реализуется вообще. Однако, данный результат не представляет интереса, поскольку, во первых, реальных материалов со столь большим затуханием, не существует, а, во вторых при невыполнении условия $\lambda \ll 1$ уравнение Ландау-Лифшица (2.3) перестает быть справедливым.

2.4 Выводы к разделу 2

В данном разделе используя детерминистическое уравнение Ландау-Лифшица была количественно исследована динамика магнитного момента одноосной ферромагнитной наночастицы под действием циркулярно-поляризованного магнитного поля, которое вращается в плоскости, перпендикулярной к лёгкой оси наночастицы. В частности, получены такие результаты.

1. Записаны алгебраические уравнения относительно полярного и азимутального углов, которые описывают однородную прецессию магнитного момента.

2. Проанализирована устойчивость однородной прецессии магнитного момента, определены условия при которых такая прецессия становится неста-

бильной.

3. Установлено, что при изменении амплитуды и частоты вращающегося поля, а также постоянного поля, дополнительно приложенного вдоль легкой оси происходит скачкообразное изменение режима прецессии.

4. Выделено пять режимов прецессии магнитного момента и установлены критерии перехода между ними.

5. Обоснован механизм перемагничивания наночастицы магнитным полем циркулярно-поляризованным в плоскости, перпендикулярной к легкой оси.

6. Установлены условия генерация неоднородного режима прецессии, который состоит в периодическом изменении полярного угла магнитного момента, а также условия выхода из этого режима с последующим перемагничиванием наночастицы.

РАЗДЕЛ 3 ВРЕМЯ ЖИЗНИ РЕЖИМОВ ПРЕЦЕССИИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕРМИЧЕСКОГО ШУМА

В предыдущем разделе описывалась детерминистическая динамика магнитного момента. Однако в реальности на него кроме внешнего поля действует также и термический шум, который также может обуславливать переориентацию магнитного момента. В этом случае о существовании некоторого режима прецессии можно говорить только на некотором ограниченном участке времени, продолжительность которого очень важна с точки зрения качества работы устройств хранения информации, а именно сохранности и перезаписи данных.

В случае ферромагнитных наночастиц, находящихся под действием термического шума, динамика их магнитного момента наночастиц может быть описана стохастическим уравнением Ландау-Лифшица. Если слагаемое с шумом в этом уравнении аппроксимируется гауссовским белым шумом, то плотность вероятности магнитного момента удовлетворяет уравнению Фоккера-Планка, свойства которого хорошо известны [93]. Такой подход, введенный Брауном [55] почти пять десятилетий назад, стал важным инструментом в изучении стохастической магнитной динамики (см. [119] и ссылки в ней). Для того чтобы охарактеризовать термическую стабильность в случае одноосных наночастиц, обычно достаточно определить время нахождения магнитного момента наночастицы в «верхнем» и «нижнем» состояниях. В приведенном выше подходе, время нахождения в данном состоянии обычно интерпретируется как время релаксации. Однако, с теоретической точки зрения, время жизни разумно ассоциировать со средним временем достижения случайным процессом заданного уровня, т.е. средним временем существования случайного процесса в некотором состоянии. Дополнительными выгодными особенностями такого определения времени жизни является то, что метод среднего времени достижения математически хорошо развит [98, 120]. Этот подход был впервые применен для изучения магнитной релаксации в системах не взаимодействующих друг с

другом наночастиц, [99] и наночастиц с дипольным взаимодействием [90], подвергнутых воздействию постоянного магнитного поля.

В общем случае, время жизни зависит как от внутренних свойств наночастиц, так и внешних магнитных полей. Случай, когда внешние поля содержат вращающееся магнитное поле, приложенное перпендикулярно к легкой оси наночастицы, представляет собой особый интерес. Причина этому, с одной стороны, заключается в том, что вращающееся поле играет ключевую роль в переключении с помощью микроволн [4, 63, 71, 121, 122, 123], и, с другой стороны, поскольку соответствующие динамические уравнения (без учета тепловых флуктуаций) часто могут быть решены аналитически [75, 80, 124, 125, 126]. В частности, как было показано ранее, вращающееся поле может обусловить два вида режимов стабильной прецессии магнитного момента, а именно P- и Q- режимы. При определенных условиях один режим может существовать в верхнем состоянии магнитного момента, а другой в нижнем состоянии. Тепловые флуктуации делают возможными случайные переходы между этими режимами, и таким образом появляется проблема времени жизни P и Q режимов. Некоторые аспекты этой проблемы рассматривались в контексте магнитной релаксации и индуцированной намагниченности [94, 95, 127]. Но зависимость времени жизни от параметров вращающегося поля не изучалась систематически. В то же время, эффект сильной зависимости времени жизни от частоты вращающегося поля, которая, как ожидается, находится в окрестностях ларморовой частоты, может иметь важное значение для практического применения.

3.1 Высокопроизводительные вычисления

Изучение стохастических систем очень тесно связано с накоплением статистических данных. С точки зрения времени вычисления этот процесс является намного более затратный, поскольку требует многократного численного решения уравнения, чем детерминистический случай, где для получения результата достаточно решить уравнение один раз. С целью ускорить вычисле-

ния для получения результатов, изложенных в данной диссертационной работе, применялись параллельные вычисления.

Одним из вариантов реализации концепции параллельных вычислений являются кластерные вычисления. Кластер – это группа компьютеров, которые объединены высокоскоростной сетью и представляют собой единый вычислительный ресурс [128, 129]. Как видно из определения, кластер является системой с распределенной памятью. Соответственно, для выполнения на таком оборудовании программы необходим протокол обмена данными между узлами кластера [130]. В настоящее время существует открытый унифицированный стандарт, который регламентирует передачу сообщений между узлами кластера и носит название Интерфейс передачи сообщений (Message Passing Interface, MPI).

MPI – это программный интерфейс, обеспечивающий передачу сообщений между процессами, которые выполняют одну задачу [131, 132]. В настоящее время существуют множество как платных, так и бесплатных реализаций этого стандарта. Удобство применения интерфейса передачи сообщений в том, что он не требует специальных аппаратных затрат. При этом стоит отметить, что простейший кластер может быть довольно просто реализован из офисных компьютеров.

Поскольку кластер состоит из фактически отдельных компьютеров, соединенных локальной сетью, то именно она используется для взаимного обмена информацией между узлами кластера. Однако сеть не в состоянии передавать информацию с такой скоростью, чтобы не вызывать простой процессора. Исходя из этого, особо важной задачей при реализации алгоритмов для кластеров является минимизация обмена информацией через локальную сеть [133, 134]. В свете вышесказанного, необходимо упомянуть, что алгоритмы, которые решают задачи данной диссертационной работы, построены таким образом, что не требуют передачи больших объемов данных. Это позволяет достичь максимальной производительности и эффективности использования кластера. Фактически, прирост скорости вычислений в нашем случае очень близок к числу вычислительных ядер в кластере.

Еще одной реализацией концепции параллельных вычислений является

применение для вычислений графических карт. За счет большого числа вычислительных ядер, которые входят в состав процессора графической карты, ее применение для высокопроизводительных вычислений становится все более и более популярным [135]. Первой и на данный момент наиболее широко распространенной реализацией концепции вычислений на графических картах есть унифицированная вычислительная архитектура устройств (Compute Unified Device Architecture, CUDA), разработанная компанией NVidia.

Естественно, что вычисления с применением технологии CUDA требуют наличия соответствующих аппаратных средств, а именно видео карты NVidia как минимум 8-го поколения [136]. Поскольку эти карты изначально разрабатывались не для научных вычислений, они имеют ряд особенностей, которые необходимо учитывать при разработке приложений. В частности, процессор видео карты по сути является процессором SIMD (Single Instruction Multiple Data, Одна инструкция множество данных) архитектуры, что приводит к значительному замедлению выполнения программ с большим числом ветвлений.

Иная особенность архитектуры заключается в особенности модели работы с памятью, которая является краеугольным камнем всей техники разработки программ для вычислений на видеокартах. Упрощенно, память видеокарты разделена на очень медленную, но большую по объему – глобальную, и более быструю, но малую по объему – регистровую, кэш L1 и разделяемую. Для достижения максимальной производительности необходимо, чтобы операции проводились исключительно над переменными, хранящимися в быстрых типах памяти. Однако, если данных слишком много, то программа вынуждена обращаться к глобальной памяти, что негативно сказывается на производительности [137, 138].

Для описания системы, рассматриваемой в данной диссертационной работе, достаточно сравнительно небольшого числа переменных, которые легко могут поместиться в быстрые типы памяти. Кроме этого, при численном решении соответствующих стохастических дифференциальных уравнений, нет необходимости в реализации ветвления, что также прекрасно сочетается с архитектурой CUDA.

Однако, следует отметить, что в отличии обычных процессоров, в видео карте очень плохо реализован блок вычислений с плавающей точкой двойной точности. При применении таких переменных производительность значительно падает. Поэтому при вычислениях на видеокарте использовались плавающие числа исключительно одинарной точности.

Несмотря на то, что использование видеокарты для решения задач, поставленных в данной диссертационной работе, является оптимальным с точки зрения времени вычисления, все же плохая реализация блока вычислений с плавающей точкой двойной точности и сложность отладки программы оставляет значительное пространство для применения кластерных вычислений.

Все полученные зависимости среднего времени жизни режима прецессии, среднего времени переориентации, распределения времен переключения намагниченности и т.д. для случая стохастической динамики магнитного момента наночастицы были получены с применением параллельных вычислений.

3.2 Описание стохастической модели

Модель предполагается аналогичной описанной в подразделе 1.1. Однако для случая взаимодействия с термостатом динамика магнитного момента ФНЧ подчиняется стохастическому уравнению Ландау-Лифшица (1.4).

При условии, что $|\mathbf{m}| = \text{const}$, и с учетом замены $\psi = \varphi - \rho\omega t$ уравнение (1.4) преобразуется в систему двух уравнений [17]

$$\begin{cases} \dot{\theta} = u(\theta, \psi) - \frac{\lambda}{2a} \text{ctg} \theta + \sqrt{\frac{\lambda}{a}} \eta_{\theta}(\tilde{t}), \\ \dot{\psi} = v(\theta, \psi) - \rho\tilde{\omega} + \sqrt{\frac{\lambda}{a}} \frac{1}{\sin \theta} \eta_{\psi}(\tilde{t}), \end{cases} \quad (3.1)$$

где

$$\begin{aligned}
u(\theta, \psi) &= -\lambda \sin \theta \cos \theta + \tilde{h}(\lambda \cos \theta \cos \psi - \sin \psi), \\
v(\theta, \psi) &= \cos \theta - \tilde{h} \frac{\cos \theta \cos \psi + \lambda \sin \psi}{\sin \theta}.
\end{aligned}
\tag{3.2}$$

В приведенных выше уравнениях параметры $\eta_\theta(\tilde{t})$ и $\eta_\psi(\tilde{t})$ обозначают два независимых гауссовских белых шума с нулевым средним значением и корреляционной функцией, пропорциональной δ -функции Дирака: $\langle \eta_i(\tilde{t}) \eta_j(\tilde{t}') \rangle = 2\Delta \delta_{ij} \delta(\tilde{t} - \tilde{t}')$, где $i, j = \theta, \psi$, $\Delta = \lambda k_B T / \gamma m$ – интенсивность шума k_B – постоянная Больцмана, T – температура.

Тепловые эффекты в магнитной динамике наночастицы целесообразно анализировать с помощью отношения величины потенциального барьера переориентации магнитного момента к тепловой энергии

$$a = mH_d / 2k_B T. \tag{3.3}$$

Поскольку аналитическое решение системы уравнений (3.1) получить крайне сложно, то для её решения необходимо воспользоваться численными методами. Проведенный анализ показал, что из существующих методов численного интегрирования стохастических дифференциальных уравнений [139], для решения системы (3.1) оптимальным является метод Эйлера.

3.3 Режимы прецессии и тепловые флуктуации

Как уже неоднократно упоминалось, детерминистическая магнитная динамика одноосной ФНЧ под действием циркулярно-поляризованного поля характеризуется наличием двух режимов прецессии – однородного и неоднородного. При наличии тепловых флуктуаций переориентация \mathbf{m} возможна даже без наличия внешнего поля. Поэтому о режимах прецессии под воздействием поля вида (2.1) можно говорить лишь на ограниченных временных интервалах.

Кроме того, неочевидным есть наличие неоднородного режима как тако-

вого в присутствии термостата. И если тепловые флуктуации сделают невозможным генерирование неоднородной прецессии, то все особенности процесса перемагничивания ФНЧ в этом случае становятся не более, чем особенностями математической модели без шума безотносительно к реальной физической системе [7]. Как показывают результаты численного моделирования, периодический тренд присутствует на временной зависимости косинуса угла прецессии (см. рис. 3.1), что позволяет говорить об актуальности неоднородного режима для реальной ситуации с учетом взаимодействия с термостатом.

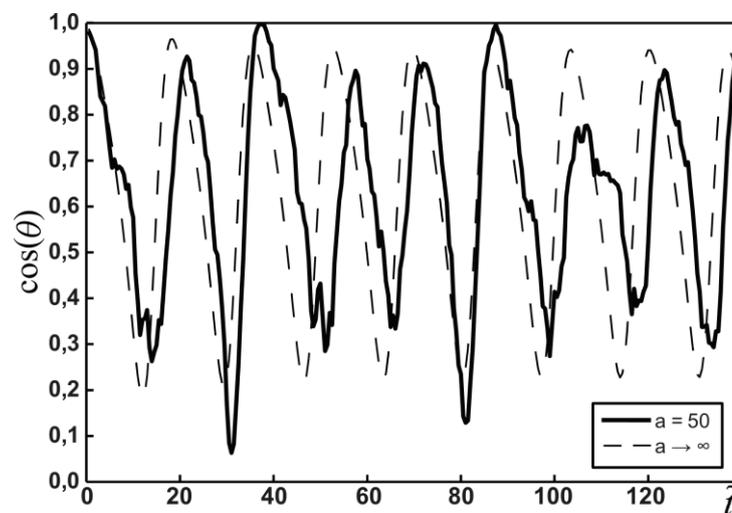


Рис. 3.1. Реализация неоднородного режима для модели с тепловым шумом ($a = 50$) и без него ($a \rightarrow \infty$) ($\tilde{\omega} = 0,75$, $\lambda = 0,2$, $\tilde{h} = 0,2$)

3.4 Время жизни режимов прецессии

3.4.1 Время жизни и задача о достижении случайным процессом заданного уровня

Поскольку уравнение (1.4) сохраняет абсолютную величину магнитного момента $\mathbf{m}(t)$, то удобно записать уравнение Фоккера-Планка, которое соответствует формуле (1.4), в сферических координатах. Введем полярный и азимутальный углы магнитного момента $\mathbf{m}(t)$ как $\theta(t)$ и $\varphi(t)$ соответственно. Тогда

прямое и обратное уравнения Фоккера-Планка для условной плотности вероятности $P = P(\theta, \psi, \tilde{t} | \theta', \psi', \tilde{t}') (\tilde{t} \geq \tilde{t}')$ могут быть записаны в виде [9, 127]

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 P}{\partial \psi^2} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\cot \theta + \frac{2a}{\lambda} u(\theta, \psi) \right) P \\ - \frac{2a}{\lambda} \frac{\partial}{\partial \psi} [v(\theta, \psi) - \rho \tilde{\omega}] P = \frac{2a}{\lambda} \frac{\partial P}{\partial \tilde{t}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta'^2} + \frac{1}{\sin^2 \theta'} \frac{\partial^2 P}{\partial \psi'^2} + \left(\cot \theta' + \frac{2a}{\lambda} u(\theta', \psi') \right) \frac{\partial P}{\partial \theta'} + \\ + \frac{2a}{\lambda} [v(\theta', \psi') - \rho \tilde{\omega}] \frac{\partial P}{\partial \psi'} = - \frac{2a}{\lambda} \frac{\partial P}{\partial \tilde{t}'}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

соответственно. Здесь переменные θ и ψ связаны с $\theta(\tilde{t})$ и $\psi(\tilde{t}) = \phi(\tilde{t}) - \rho \tilde{\omega} \tilde{t}$, соответственно, и функции $u(\theta, \psi)$ и $v(\theta, \psi)$ выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} u(\theta, \psi) = - \frac{1}{\sin \theta} \left(\lambda \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \psi} \right) \tilde{W} = - \lambda \sin \theta \cos \theta - \tilde{h} \sin \psi + \lambda \tilde{h} \cos \theta \cos \psi, \\ v(\theta, \psi) = - \frac{1}{\sin^2 \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} - \lambda \frac{\partial}{\partial \psi} \right) \tilde{W} = \cos \theta - \tilde{h} \cot \theta \cos \psi - \lambda \tilde{h} \frac{\sin \psi}{\sin \theta}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Предполагается, что плотность вероятности P удовлетворяет начальному условию $P|_{\tilde{t}=\tilde{t}'} = \delta(\theta - \theta') \delta(\psi - \psi')$. Более того, если не накладываются поглощающие граничные условия, то P нормирован должным образом: $\int_0^{2\pi} d\psi \int_0^\pi d\theta P = 1$.

Система двух стохастических дифференциальных уравнений (3.1) приводит к тем же уравнением Фоккера-Планка (3.4) [94]. Это означает, что указанная система стохастически эквивалентна стохастическому уравнению Ландау-Лифшица (1.4). В дальнейшем формула (3.1) будет использована для численного исследования термической стабильности прецессионных режимов магнитного момента $\mathbf{m}(t)$.

Учитывая тот факт, что в зависимости от параметров \tilde{h} , $\tilde{\omega}$, ρ , и λ в устойчивом состоянии могут существовать один или два прецессионных режима, то следует отметить, что последнем случае один режим реализуется в верхнем состоянии ($\sigma = +1$), а другой в нижнем состоянии ($\sigma = -1$) магнитного момента. Считается, что для данного набора указанных параметров магнитный момент $\mathbf{m}(t)$ находится в состоянии σ если $m_z(t)$ стремится к σm при медленном уменьшении \tilde{h} до нуля. Следует отметить, что последнее условие очень важно, поскольку резкое снижение \tilde{h} может переключить $\mathbf{m}(t)$ в другое состояние.

В стационарных состояниях, соответствующие режимы устойчивы и переходы между ними невозможны. Однако эти переходы могут иметь место при наличии тепловых флуктуаций. В этом случае прецессионные режимы становятся метастабильными и магнитный момент остается в данном состоянии σ некоторое (безразмерное) случайное время \tilde{t}_σ . Среднее значение этого времени, т.е. времени жизни метастабильного состояния \tilde{T}_{ml}^σ , можно определить, используя метод среднего времени достижения случайным процессом заданного уровня [85, 93]. В основе этого метода лежит обратное уравнение Фоккера-Планка (3.5), которое должно быть записано для данного состояния σ . Для этого добавляется индекс σ на все угловые переменные, заменяя условную плотность вероятности P на $P_\sigma = P_\sigma(\theta_\sigma, \psi_\sigma, \tilde{t} | \theta'_\sigma, \psi'_\sigma, \tilde{t}')$, предполагая что $\theta_{+1}, \theta'_{+1} \in (0, \theta_0)$, $\theta_{-1}, \theta'_{-1} \in (\pi - \theta_0, \pi)$ и $\psi_\sigma, \psi'_\sigma \in (0, 2\pi)$. Здесь угол θ_0 ($\pi/2 < \theta_0 < \pi$) должен быть выбран так, что усредненный по времени угол прецессии $\Theta_\sigma(t)$ (напомним, что $\Theta_\sigma(t)$ для Р режима не зависит от t) был относительно близок к θ_0 и $\pi - \theta_0$ для $\sigma = -1$ и $+1$, соответственно. Для выполнения этих требований, в численном моделировании принимаем $\theta_0 = 0.8\pi$.

В соответствии с подходом среднего времени достижения случайным процессом заданного уровня, считается, что конус с углом $\pi(1 - \sigma)/2 + \sigma\theta_0$ поглощающей границей магнитного момента в состоянии σ , т.е. $P_\sigma |_{\theta'_\sigma = \pi(1-\sigma)/2 + \sigma\theta_0} = 0$ в этом случае, учитывая, что $P_\sigma = P_\sigma(\theta_\sigma, \psi_\sigma, u | \theta'_\sigma, \psi'_\sigma, 0)$

($u = \tilde{t} - \tilde{t}'$), время жизни может быть определено как $\tilde{T}_{ml}^\sigma = \int_0^\infty du Q_\sigma$, где

$$Q_\sigma = \int_0^{2\pi} d\psi_\sigma \int_{(\pi-\theta_0)(1-\sigma)/2}^{\pi(1-\sigma)/2+\theta_0(1+\sigma)/2} d\theta_\sigma P_\sigma \quad (3.7)$$

есть вероятностью того, что магнитный момент находится в состоянии σ вплоть до заданного значения разницы во времени u . Наконец, используя соотношения $Q_\sigma|_{u=0}=1$ и $Q_\sigma|_{u=\infty}=0$, можно убедиться, что время жизни $\tilde{T}_{ml}^\sigma = \tilde{T}_{ml}^\sigma(\theta'_\sigma, \psi'_\sigma)$ описывается уравнением в частных производных

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{T}_{ml}^\sigma}{\partial \theta'^2_\sigma} + \frac{1}{\sin^2 \theta'_\sigma} \frac{\partial^2 \tilde{T}_{ml}^\sigma}{\partial \psi'^2_\sigma} + \left(\cot \theta'_\sigma + \frac{2a}{\lambda} u(\theta'_\sigma, \psi'_\sigma) \right) \frac{\partial \tilde{T}_{ml}^\sigma}{\partial \theta'_\sigma} \\ + \frac{2a}{\lambda} [v(\theta'_\sigma, \psi'_\sigma) - \rho \tilde{\omega}] \frac{\partial \tilde{T}_{ml}^\sigma}{\partial \psi'_\sigma} = -\frac{2a}{\lambda}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Около поглощающей границы решение этого уравнения должно удовлетворять условию

$$\tilde{T}_{ml}^\sigma|_{\theta'_\sigma = \pi(1-\sigma)/2 + \sigma\theta_0} = 0. \quad (3.9)$$

Еще одним важным свойством времени жизни метастабильного состояния является то, что это конечная функция θ'_σ и ψ'_σ . Для того чтобы доказать это утверждение, сначала аппроксимируем стохастическую динамику магнитного момента случайным блужданием по сфере характеризуемую безразмерным дискретным временем $\tilde{t} = n\tau$, где $n = 0, 1 \dots$ и τ является временным шагом. Тогда, обозначая $r_{\sigma n}$ как вероятность того, что магнитный момент находится в состоянии σ после n -го шага, можно написать $Q_\sigma = \prod_{n=1}^{u/\tau} r_{\sigma n}$. Если максимальный элемент множества $\{r_{\sigma n}\}$ равен R_σ то $Q_\sigma < R_\sigma^{u/\tau}$ и, как следствие, $\tilde{T}_{ml}^\sigma < \int_0^\infty du R_\sigma^{u/\tau} = \tau / |\ln R_\sigma|$. Наконец, принимая во внимание, что условие $\theta_0 < \pi$

подразумевает, что $R_\sigma < 1$, получаем желаемый результат: $\tilde{T}_{ml}^\sigma < \infty$. Следует также отметить, что поскольку максимальное угловое расстояние до поглощающей границы наблюдается при $\theta_\sigma' = \pi(1-\sigma)/2$, т.е. $\max \tilde{T}_{ml}^\sigma = \tilde{T}_{ml}^\sigma |_{\theta_\sigma' = \pi(1-\sigma)/2}$, то условие конечности времени жизни может быть записано в виде

$$\tilde{T}_{ml}^\sigma |_{\theta_\sigma' = \pi(1-\sigma)/2} < \infty. \quad (3.10)$$

Полученный результат показывает, как важно знать решение уравнения (3.8) в малой окрестности точки $\theta_\sigma' = \pi(1-\sigma)/2$. Если предположить, что $\theta_\sigma' = \pi(1-\sigma)/2 + \sigma\xi_\sigma$ ($\xi_\sigma > 0$), то уравнение при $\xi_\sigma \rightarrow 0$ сводится к

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}_{ml}^\sigma}{\partial \xi_\sigma^2} + \frac{1}{\xi_\sigma^2} \frac{\partial^2 \tilde{T}_{ml}^\sigma}{\partial \psi_\sigma'^2} + \frac{1}{\xi_\sigma} \frac{\partial \tilde{T}_{ml}^\sigma}{\partial \xi_\sigma} - \frac{2a\hbar}{\lambda \xi_\sigma} (\sigma \cos \psi_\sigma' + \lambda \sin \psi_\sigma') \frac{\partial \tilde{T}_{ml}^\sigma}{\partial \psi_\sigma'} = -\frac{2a}{\lambda}. \quad (3.11)$$

Его решение можно представить в виде

$$\tilde{T}_{ml}^\sigma = c \ln \xi_\sigma + f_0 + \sum_{l=1}^{\infty} f_l(\psi_\sigma') \xi_\sigma^l, \quad (3.12)$$

где c и f_0 являются постоянными параметрами, а функциями $f_l = f_l(\psi_\sigma')$ удовлетворяет обыкновенным дифференциальным уравнениям $d^2 f_l / d\psi_\sigma'^2 + f_l = 0$ и

$$\frac{d^2 f_l}{d\psi_\sigma'^2} + l^2 f_l - \frac{2a\hbar}{\lambda} (\sigma \cos \psi_\sigma' + \lambda \sin \psi_\sigma') \frac{df_{l-1}}{d\psi_\sigma'} = -\frac{2a}{\lambda} \delta_{l2} \quad (3.13)$$

при $l \geq 2$ и δ_{ln} – символом Кронекера. Согласно формуле (3.12), условие конечности (3.10) примет вид $c = 0$, который, в свою очередь, равнозначен $\lim_{\xi_\sigma \rightarrow 0} \xi_\sigma \partial \tilde{T}_{ml}^\sigma / \partial \xi_\sigma = 0$. Отметим, что при $c = 0$ производная $\partial \tilde{T}_{ml}^\sigma / \partial \theta_\sigma'$ в точке $\theta_\sigma' = \pi(1-\sigma)/2$, в общем случае, не обращается в нуль:

$\partial T_\sigma / \partial \theta'_\sigma |_{\theta'_\sigma = \pi(1-\sigma)/2} = \sigma f_1$. Однако, если $\tilde{h} = 0$, то $f_1 = 0$ (это так, потому что в этом случае \tilde{T}_{ml}^σ не зависит от ψ'_σ), и условие конечности (3.10) сводится к отражающему граничному условию

$$\frac{\partial \tilde{T}_{ml}^\sigma}{\partial \theta'_\sigma} |_{\theta'_\sigma = \pi(1-\sigma)/2} = 0. \quad (3.14)$$

Следует также отметить, что при $\tilde{h} \neq 0$ такое же условие отражающей границы выполняется для среднего времени жизни $\langle \tilde{T}_{ml}^\sigma \rangle = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} d\psi'_\sigma \tilde{T}_{ml}^\sigma$, так как $\bar{f}_1 = 0$.

Теперь, используя общее уравнение (3.8), можно установить трансформационные свойства его решения $\tilde{T}_{ml}^\sigma = \tilde{T}_{ml}^\sigma(\theta'_\sigma, \psi'_\sigma; \rho)$ (для ясности, зависимость \tilde{T}_{ml}^σ от ρ показано в явном виде), которое должно удовлетворять условиям (3.9) и (3.10). С этой целью введем замену переменных

$$\theta'_\sigma = \pi - \theta'_{-\sigma}, \quad \psi'_\sigma = 2\pi - \psi'_{-\sigma}. \quad (3.15)$$

Учитывая, что $u(\theta'_\sigma, \psi'_\sigma) = -u(\theta'_{-\sigma}, \psi'_{-\sigma})$ и $u(\theta'_\sigma, \psi'_\sigma) = -u(\theta'_{-\sigma}, \psi'_{-\sigma})$, можно убедиться, что уравнение (3.8) в новых переменных $\theta'_{-\sigma}$ и $\psi'_{-\sigma}$ принимает форму

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{H}_\sigma}{\partial \theta'^2_{-\sigma}} + \frac{1}{\sin^2 \theta'_{-\sigma}} \frac{\partial^2 \mathbf{H}_\sigma}{\partial \psi'^2_{-\sigma}} + (\cot \theta'_{-\sigma} + \frac{2a}{\lambda} u(\theta'_{-\sigma}, \psi'_{-\sigma})) \\ \times \frac{\partial \mathbf{H}_\sigma}{\partial \theta'_{-\sigma}} + \frac{2a}{\lambda} [v(\theta'_{-\sigma}, \psi'_{-\sigma}) + \rho \tilde{\omega}] \frac{\partial \mathbf{H}_\sigma}{\partial \psi'_{-\sigma}} = -\frac{2a}{\lambda}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

где $\mathbf{H}_\sigma = \tilde{T}_{ml}^\sigma(\pi - \theta'_{-\sigma}, 2\pi - \psi'_{-\sigma}; \rho)$. В соответствии с преобразованиями (3.15), условия (3.9) и (3.10) для \mathbf{H}_σ принимают форму $\mathbf{H}_\sigma |_{\theta'_{-\sigma} = \pi(1+\sigma)/2 - \sigma\theta_0} = 0$ и $\mathbf{H}_\sigma |_{\theta'_{-\sigma} = \pi(1+\sigma)/2} < \infty$, соответственно. Поэтому, сравнивая формулы (3.8) и (3.16)

и соответствующие условия поглощения и конечности, можно сделать вывод, что N_σ равно $\tilde{T}_{ml}^{-\sigma}(\theta'_{-\sigma}, \psi'_{-\sigma}; -\rho)$, т.е.

$$\tilde{T}_{ml}^\sigma(\theta'_\sigma, \psi'_\sigma; \rho) = \tilde{T}_{ml}^{-\sigma}(\pi - \theta'_\sigma, 2\pi - \psi'_\sigma; -\rho). \quad (3.17)$$

Для среднего времени жизни $\langle \tilde{T}_{ml}^\sigma \rangle$ эта трансформационная особенность означает $\langle \tilde{T}_{ml}^\sigma \rangle(\theta'_\sigma; \rho) = \langle \tilde{T}_{ml}^{-\sigma} \rangle(\pi - \theta'_\sigma; -\rho)$.

В общем случае, аргументы θ'_σ и ψ'_σ из \tilde{T}_{ml}^σ произвольны и могут быть подобраны для соответствия проблеме лучшим образом. В этой работе интерес представляет время жизни прецессионных режимов в устойчивых состояниях. Таким образом, углы θ'_σ и ψ'_σ должны быть связаны с решением детерминистического (когда $a = \infty$) уравнения Ландау-Лифшица (3.1) для некоторого времени $\tilde{t} = \tilde{t}_{st}$, т.е. $\theta'_\sigma = \theta_\sigma(\tilde{t}_{st})$ и $\psi'_\sigma = \psi_\sigma(\tilde{t}_{st})$. Чтобы убедиться, что магнитный момент находится возле стационарного состояния, предполагается, что $\tilde{t}_{st} > \tilde{t}_0 + \tilde{t}_{rel}$, где \tilde{t}_0 время увеличения вращающегося поля от амплитуды 0 до заданного значения \tilde{h} , а $\tilde{t}_{rel} = 2/\lambda$ время релаксации. Следует подчеркнуть, что время t_0 должно быть выбрано достаточно большим, чтобы предотвратить переход от динамического состояния σ к состоянию $-\sigma$. В P-режиме, углы $\theta_\sigma(\tilde{t}_{st})$ и $\psi_\sigma(\tilde{t}_{st})$ обозначают предельный угол прецессии $\Theta_\sigma = \lim_{\tilde{t} \rightarrow \infty} \Theta_\sigma(\tilde{t})$ и предельную разность фаз $\Psi_\sigma = \lim_{\tilde{t} \rightarrow \infty} \Psi_\sigma(\tilde{t})$, соответственно. Как следствие, время жизни этого режима

$$\tilde{T}_{ml}^\sigma = \tilde{T}_{ml}^\sigma(\Theta_\sigma, \Psi_\sigma; \rho) \quad (3.18)$$

не зависит от точного выбора \tilde{t}_{st} . В противоположность этому, в Q-режиме угол прецессии $\Theta_\sigma(\tilde{t})$ есть периодическая функция времени \tilde{t} с периодом \tilde{T}_Q и разностью фаз $\Psi_\sigma(\tilde{t}) = -\nu\tilde{t} + \Phi_\sigma(\tilde{t})$, где $\nu \geq 0$ и $\Phi_\sigma(\tilde{t})$ также периодической функцией с тем же периодом \tilde{T}_Q . Таким образом, время жизни в Q режиме, в

целом, зависит от \tilde{t}_{st} :

$$\tilde{T}_{ml}^{\sigma} = \tilde{T}_{ml}^{\sigma}(\Theta_{\sigma}(\tilde{t}_{st}), \Psi_{\sigma}(\tilde{t}_{st}); \rho). \quad (3.19)$$

Однако, при $a \gg 1$ эта зависимость очень слаба и ей можно пренебречь.

В случае Р-режима, предельные углы Θ_{σ} и Ψ_{σ} зависят также от параметров \tilde{h} , $\tilde{\omega}$, λ и ρ . Тем не менее, для краткости, имеет смысл оставить только параметр ρ , т.е. $\Theta_{\sigma} = \Theta_{\sigma}[\rho]$ и $\Psi_{\sigma} = \Psi_{\sigma}[\rho]$. Естественно предположить, что

$$\tilde{T}_{ml}^{\sigma}(\Theta_{\sigma}[\rho], \Psi_{\sigma}[\rho]; \rho) = \tilde{T}_{ml}^{\sigma}(\pi - \Theta_{\sigma}[\rho], 2\pi - \Psi_{\sigma}[\rho]; -\rho). \quad (3.20)$$

Это показывает, что времена жизни, характеризуемые парами $\{\sigma, \rho\}$ и $\{-\sigma, -\rho\}$, идентичны.

3.4.2 Теоретический анализ времени жизни

Аналитическое определение времени жизни прецессионных режимов предполагает решение уравнения (3.8) с поглощающими условиями и условиями конечности (3.9) и (3.10). Так как время жизни \tilde{T}_{ml}^{σ} является периодической функцией ψ'_{σ} с периодом 2π , то она может быть выражена с помощью ряда Фурье

$$\tilde{T}_{ml}^{\sigma} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{T}_{mln}^{\sigma}(\theta'_{\sigma}) e^{in\psi'_{\sigma}}. \quad (3.21)$$

Чтобы обеспечить реальность \tilde{T}_{ml}^{σ} предполагается, что коэффициенты $\tilde{T}_{mln}^{\sigma} = \tilde{T}_{mln}^{\sigma}(\theta'_{\sigma})$ из ряда удовлетворяют условию $\tilde{T}_{ml-n}^{\sigma} = \tilde{T}_{mln}^{\sigma*}$ (звездочка означает комплексное сопряжение). Подставляя этот ряд в уравнение (3.8) и вводя дифференциальные операторы

$$\begin{aligned}\hat{L}_n &= \frac{d^2}{d\theta'_\sigma{}^2} + (\cot \theta'_\sigma - a \sin 2\theta'_\sigma) \frac{d}{d\theta'_\sigma} - \frac{n^2}{\sin^2 \theta'_\sigma} + i \frac{2an}{\lambda} (\cos \theta'_\sigma - \rho \tilde{\omega}), \\ \hat{N}_n &= (\lambda \cos \theta'_\sigma - i) \frac{d}{d\theta'_\sigma} + \frac{\lambda n}{\sin \theta'_\sigma} - in \cot \theta'_\sigma.\end{aligned}\quad (3.22)$$

Для \tilde{T}_{mln}^σ можно получить бесконечное множество связанных уравнений

$$\hat{L}_n \tilde{T}_{ml}^\sigma + \frac{a\hbar}{\lambda} (\hat{N}_{n+1} \tilde{T}_{mln+1}^\sigma + \hat{N}_{-n+1}^* \tilde{T}_{mln-1}^\sigma) = -\frac{2a}{\lambda} \delta_{n0}. \quad (3.23)$$

Подобно \tilde{T}_{ml}^σ , коэффициенты \tilde{T}_{mln}^σ должны удовлетворять как поглощающему граничному условию $\tilde{T}_{mln}^\sigma |_{\theta'_\sigma = \pi(1-\sigma)/2 + \sigma\theta_0} = 0$, так и условию конечности $\tilde{T}_{mln}^\sigma |_{\theta'_\sigma = \pi(1-\sigma)/2} < \infty$.

В трехрежимном приближении, когда $\tilde{T}_{mln}^\sigma = 0$ для всех $|n| \geq 2$, бесконечное множество уравнений (3.23) сводится к системе трех уравнений для \tilde{T}_{ml0}^σ , \tilde{T}_{ml1}^σ и $\tilde{T}_{ml1}^{\sigma*}$. Поскольку \tilde{T}_{ml}^σ действительна, то удобно рассматривать вместо \tilde{T}_{ml1}^σ и $\tilde{T}_{ml1}^{\sigma*}$, действительную и мнимую части \tilde{T}_{ml1}^σ , т.е. $\tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} = \text{Re} \tilde{T}_{ml1}^\sigma$ и $\tilde{T}_{ml1}^{\sigma-} = \text{Im} \tilde{T}_{ml1}^\sigma$. Тогда, в этом приближении время жизни (3.21) имеет вид

$$\tilde{T}_{ml}^\sigma = \tilde{T}_{ml0}^\sigma + 2\tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} \cos \psi'_\sigma - 2\tilde{T}_{ml1}^{\sigma-} \sin \psi'_\sigma \quad (3.24)$$

и, обозначив реальные и мнимые части оператора \hat{O} как \hat{O}^+ и \hat{O}^- соответственно, по формулам (3.23) и (3.22) получаем набор из трех связанных уравнений для \tilde{T}_{ml0}^σ , $\tilde{T}_{ml1}^{\sigma+}$ и $\tilde{T}_{ml1}^{\sigma-}$:

$$\hat{L}_0 \tilde{T}_{ml0}^\sigma + \frac{2a}{\lambda} (1 + \hbar \hat{N}_1^+ \tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} - \hbar \hat{N}_1^- \tilde{T}_{ml1}^{\sigma-}) = 0, \quad (3.25)$$

$$\hat{L}_1^+ \tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} - \hat{L}_1^- \tilde{T}_{ml1}^{\sigma-} = -\frac{a\hbar}{\lambda} \hat{N}_0^+ \tilde{T}_{ml0}^\sigma, \quad (3.26)$$

$$\hat{L}_1^+ \tilde{T}_{ml1}^{\sigma-} + \hat{L}_1^- \tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} = \frac{a\hbar}{\lambda} \hat{N}_0^- \tilde{T}_{ml0}^{\sigma}. \quad (3.27)$$

Используя формулу (3.25), функция $\tilde{T}_{ml0}^{\sigma}(\theta'_{\sigma})$ может быть выражена через $\tilde{T}_{ml1}^{\sigma+}(\theta'_{\sigma})$ и $\tilde{T}_{ml1}^{\sigma-}(\theta'_{\sigma})$. Действительно, учитывая

$$F_{\sigma}(\theta'_{\sigma}) = \hbar \hat{N}_1^+ \tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} - \hbar \hat{N}_1^- \tilde{T}_{ml1}^{\sigma-} \quad (3.28)$$

как заданную функцию θ'_{σ} , можно записать формальное решение уравнения (3.25) [141]. С помощью этого решения, удовлетворяя поглощающим и отражающим граничным условиям $\tilde{T}_{ml0}^{\sigma} |_{\theta'_{\sigma}=\pi(1-\sigma)/2+\sigma\theta_0} = 0$ и $d\tilde{T}_{ml0}^{\sigma} / d\theta'_{\sigma} |_{\theta'_{\sigma}=\pi(1-\sigma)/2} = 0$ (так как \tilde{T}_{ml0}^{σ} не зависит от θ'_{σ} , последнее условие эквивалентно условию конечности $\tilde{T}_{ml0}^{\sigma} |_{\theta'_{\sigma}=\pi(1-\sigma)/2} < \infty$), получаем

$$\tilde{T}_{ml0}^{\sigma} = \frac{2a}{\lambda} \int_{\cos\theta_0}^{\sigma \cos\theta'_{\sigma}} dx \frac{e^{-ax^2}}{1-x^2} \int_x^1 dy [1 + F_{\sigma}(\arccos \sigma y)] e^{ay^2}. \quad (3.29)$$

Подставляя этот результат в уравнения (3.26) и (3.27), нетрудно получить связанные интегрально-дифференциальные уравнения для $\tilde{T}_{ml1}^{\sigma+}$ и $\tilde{T}_{ml1}^{\sigma-}$, которые, однако, слишком сложны, чтобы их решить в общем случае. Более того, эти уравнения не являются закрытыми, поскольку в соответствии с формулами (3.28), (3.26) и (3.27), функция $F_{\sigma}(\arccos \sigma y)$ зависит от \tilde{T}_{ml0}^{σ} . К счастью можно детально изучить, важный случай высокого барьера анизотропии.

3.4.2.1 Высокий барьер анизотропии

В случае высокого барьера анизотропии (или низких температур), когда выполняется условие $a \gg 1$, основной вклад в первый интеграл в формуле (3.29) поступает либо из малой окрестности точки $x = 0$ (если θ'_{σ} не слишком

близко к $\pi/2$ и $\sigma \cos \theta_{\sigma}' > 0$) или из окрестности точки $x = \sigma \cos \theta_{\sigma}'$ (если $\sigma \cos \theta_{\sigma}' < 0$). Следует отметить, что последняя ситуация может быть реализована только в случае Q режима с $\max \Theta_{+1}(\tilde{t}) > \pi/2$ или $\min \Theta_{-1}(\tilde{t}) < \pi/2$. В данной работе теоретический анализ ограничивается рассмотрением малых амплитуд вращающегося поля, которые не превышают порог амплитуды Q режима. Такие вращающегося поля могут вызывать только P режим, и, как следствие, эта ситуация всегда реализуется. Поэтому, принимая во внимание, что в этом случае интегралы $\int_{\cos \theta_0}^{\sigma \cos \theta_{\sigma}'} dx e^{-ax^2}$ и $\int_0^1 dy e^{ay^2}$ при $a \gg 1$ могут быть аппроксимированы как $\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-ax^2} = \sqrt{\pi/a}$ и $e^a / 2a$, соответственно, уравнение (3.29) сводится к

$$\tilde{T}_{ml0}^{\sigma} = \frac{e^a}{\lambda} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \left(1 + 2ae^{-a} \int_0^1 dy F_{\sigma}(\arccos \sigma y) e^{ay^2} \right). \quad (3.30)$$

Для оценки интеграла в формуле (3.30), отметим, что малые окрестности пределов интегрирования определяют асимптотику этого интеграла при $a \rightarrow \infty$. Точнее, нижний предел отвечает за высокочастотное поведение этого интеграла, а верхний – за его поведение в резонансном случае. В дальнейшем вращающееся поле называется резонансным, если $\tilde{\omega} \sim 1$ и направление его вращения совпадает с направлением естественной прецессии магнитного момента, т. е. если $\sigma \rho = +1$. Для изучения этих случаев в едином порядке, удобно записать интеграл в формуле (3.30) в виде суммы двух слагаемых, $F_{\sigma}(\arccos \sigma) e^a / 2a$ и $F_{\sigma}(\arccos 0)$, что соответствует резонансным и высоким частотам соответственно. Таким образом, принимая во внимание, что $\arccos \sigma = \pi(1 - \sigma)/2$ и $\arccos 0 = \pi/2$, Уравнение (3.30) дает

$$\tilde{T}_{ml0}^{\sigma} = \frac{e^a}{\lambda} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \left[1 + F_{\sigma} \left(\frac{\pi}{2} (1 - \sigma) \right) + 2ae^{-a} F_{\sigma} \left(\frac{\pi}{2} \right) \right]. \quad (3.31)$$

Важно отметить, что уравнение (3.31) не является точной асимптотической формулой для \tilde{T}_{ml0}^σ потому что условия $F_\sigma(\pi(1-\sigma)/2)$ и $2ae^{-a}F_\sigma(\pi/2)$ соответствуют различным частотам.

Рассмотрим окрестности точки $\theta_\sigma' = \pi(1-\sigma)/2$. Для расчета $F_\sigma(\pi(1-\sigma)/2)$, необходимо решить уравнения (3.26) и (3.27) в окрестности точки $\theta_\sigma' = \pi(1-\sigma)/2$. Если предположить, что $\theta_\sigma' = \pi(1-\sigma)/2 + \sigma\eta_\sigma$ ($0 < \eta_\sigma = 1$) и, $a\tilde{h} \ll 1$, эти уравнения можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \hat{L}_1^+ \tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} - \frac{2a}{\lambda} (\sigma - \rho\tilde{\omega}) \tilde{T}_{ml1}^{\sigma-} &= -a\tilde{h} \frac{d\tilde{T}_{ml0}^\sigma}{d\eta_\sigma}, \\ \hat{L}_1^+ \tilde{T}_{ml1}^{\sigma-} + \frac{2a}{\lambda} (\sigma - \rho\tilde{\omega}) \tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} &= -\sigma \frac{a\tilde{h}}{\lambda} \frac{d\tilde{T}_{ml0}^\sigma}{d\eta_\sigma}, \end{aligned} \quad (3.32)$$

где

$$\hat{L}_1^+ = \frac{d^2}{d\eta_\sigma^2} + \left(\frac{1}{\eta_\sigma} - 2a\eta_\sigma \right) \frac{d}{d\eta_\sigma} - \frac{1}{\eta_\sigma^2}. \quad (3.33)$$

Поскольку приближенная формула (3.31) не зависит от θ_σ' , она не может быть использована для определения производной $d\tilde{T}_{ml0}^\sigma / d\eta_\sigma$. Поэтому используется точный результат:

$$\frac{d\tilde{T}_{ml0}^\sigma}{d\theta_\sigma'} = -\sigma \frac{2ae^{-a\cos^2\theta_\sigma'}}{\lambda \sin\theta_\sigma'} \int_{\sigma\cos\theta_\sigma'}^1 dy [1 + F_\sigma(\arccos\sigma y)] e^{ay^2}, \quad (3.34)$$

который следует из уравнения (3.29), и при $\eta_\sigma \ll 1$ дает

$$\frac{d\tilde{T}_{ml0}^\sigma}{d\eta_\sigma} = -\frac{a}{\lambda} \left[1 + F_\sigma\left(\frac{\pi}{2}(1-\sigma)\right) \right] \eta_\sigma. \quad (3.35)$$

Не трудно проверить, что точное решение уравнения (3.32), которое стремится нулю при $\tilde{h} \rightarrow 0$, имеет вид

$$\begin{aligned}\tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} &= -\frac{(1-\lambda^2-\sigma\rho\tilde{\omega})\tilde{h}}{2[(1-\sigma\rho\tilde{\omega})^2+\lambda^2]}\frac{d\tilde{T}_{ml0}^{\sigma}}{d\eta_{\sigma}}, \\ \tilde{T}_{ml1}^{\sigma-} &= \sigma\frac{\lambda(2-\sigma\rho\tilde{\omega})\tilde{h}}{2[(1-\sigma\rho\tilde{\omega})^2+\lambda^2]}\frac{d\tilde{T}_{ml0}^{\sigma}}{d\eta_{\sigma}},\end{aligned}\quad (3.36)$$

где $d\tilde{T}_{ml0}^{\sigma}/d\eta_{\sigma}$ дается формулой (3.35). Согласно этому уравнению, решение (3.36) содержит неизвестный параметр $F_{\sigma}(\pi(1-\sigma)/2)$, который может быть определен из начальных условий $F_{\sigma}(\pi(1-\sigma)/2) = (\tilde{h}\hat{N}_1^+\tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} - \tilde{h}\hat{N}_1^-\tilde{T}_{ml1}^{\sigma-})|_{\eta_{\sigma}=0}$ [См. формулу (3.28)]. Учитывая, что $\hat{N}_1^+ = \lambda d/d\eta_{\sigma} + \lambda/\eta_{\sigma}$ и $\hat{N}_1^- = -\sigma d/d\eta_{\sigma} - \sigma/\eta_{\sigma}$, это условие сводится к

$$F_{\sigma}\left(\frac{\pi}{2}(1-\sigma)\right) = \frac{\lambda(1+\lambda^2)\tilde{h}^2}{(1-\sigma\rho\tilde{\omega})^2+\lambda^2}\frac{d^2\tilde{T}_{ml0}^{\sigma}}{d\eta_{\sigma}^2}. \quad (3.37)$$

Наконец, подставляя (3.35) в уравнение (3.37) и введя обычно используемое условие $\lambda^2 \ll 1$, получаем

$$F_{\sigma}\left(\frac{\pi}{2}(1-\sigma)\right) = -\frac{a\tilde{h}^2}{(1-\sigma\rho\tilde{\omega})^2+\lambda^2+a\tilde{h}^2}. \quad (3.38)$$

Рассмотрим окрестности точки $\theta_{\sigma}' = \pi/2$. Чтобы найти $F_{\sigma}(\pi/2)$ предполагается, что $\theta_{\sigma}' = \pi/2 + \xi_{\sigma}$ ($|\xi_{\sigma}| \ll 1$) и, как и прежде, $a\tilde{h} \ll 1$. Поскольку в этом случае $\hat{L}_1^- = -2a(\xi_{\sigma} + \rho\tilde{\omega})/\lambda$, $\hat{N}_0^+ = -\lambda\xi_{\sigma}d/d\xi_{\sigma}$ и $\hat{N}_0^- = -d/d\xi_{\sigma}$, уравнения (3.26) и (3.27) принимают вид

$$\begin{aligned}\hat{L}_1^+ \tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} + \frac{2a}{\lambda} (\xi_\sigma + \rho \tilde{\omega}) \tilde{T}_{ml1}^{\sigma-} &= a \tilde{h} \xi_\sigma \frac{d\tilde{T}_{ml0}^\sigma}{d\xi_\sigma}, \\ \hat{L}_1^+ \tilde{T}_{ml1}^{\sigma-} - \frac{2a}{\lambda} (\xi_\sigma + \rho \tilde{\omega}) \tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} &= -\frac{a \tilde{h}}{\lambda} \frac{d\tilde{T}_{ml0}^\sigma}{d\xi_\sigma},\end{aligned}\quad (3.39)$$

где

$$\hat{L}_1^+ = \frac{d^2}{d\xi_\sigma^2} + 2a\xi_\sigma \frac{d}{d\xi_\sigma} - 1, \quad (3.40)$$

и, как следует из уравнения (3.34), производная $d\tilde{T}_{ml0}^\sigma / d\xi_\sigma$ при $\xi_\sigma \rightarrow 0$ равна

$$\frac{d\tilde{T}_{ml0}^\sigma}{d\xi_\sigma} = -\sigma \frac{e^a}{\lambda} \left[1 + F_\sigma \left(\frac{\pi}{2} (1 - \sigma) \right) + 2ae^{-a} F_\sigma \left(\frac{\pi}{2} \right) \right]. \quad (3.41)$$

В общем случае, решение уравнения (42) может быть представлено в виде ряда Тейлора: $\tilde{T}_{ml1}^{\sigma\pm} = \sum_{n=0}^{\infty} c_{\sigma n}^{\pm} \xi_\sigma^n$. Однако, так как основным интересом есть $F_\sigma(\pi/2) = (\tilde{h} \hat{N}_1^+ \tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} - \tilde{h} \hat{N}_1^- \tilde{T}_{ml1}^{\sigma-})|_{\xi_\sigma=0} = \lambda \tilde{h} c_{\sigma 0}^+ + \tilde{h} c_{\sigma 1}^-$ (здесь, $\hat{N}_1^+ = \lambda$ и $\hat{N}_1^- = -d/d\xi_\sigma$), то можно ограничиться линейным приближением, т.е. $\tilde{T}_{ml1}^{\sigma\pm} = c_{\sigma 0}^{\pm} + c_{\sigma 1}^{\pm} \xi_\sigma$. Если предположить, что $\tilde{\omega} \gg \lambda/2a$, то после несложных вычислений получаем

$$c_{\sigma 0}^- = \frac{\lambda \tilde{h}}{4a\tilde{\omega}^2} \frac{d\tilde{T}_{ml0}^\sigma}{d\xi_\sigma}, \quad c_{\sigma 0}^+ = \rho \frac{\tilde{h}}{2\tilde{\omega}} \frac{d\tilde{T}_{ml0}^\sigma}{d\xi_\sigma}, \quad (3.42)$$

а также

$$c_{\sigma 1}^- = \rho \frac{\lambda(1+\tilde{\omega}^2)\tilde{h}}{2\tilde{\omega}(\lambda^2+\tilde{\omega}^2)} \frac{d\tilde{T}_{ml0}^\sigma}{d\xi_\sigma}, \quad c_{\sigma 1}^+ = -\frac{\tilde{h}}{2(\lambda^2+\tilde{\omega}^2)} \frac{d\tilde{T}_{ml0}^\sigma}{d\xi_\sigma}. \quad (3.43)$$

Таким образом, соответствующее $F_\sigma(\pi/2) = \lambda\tilde{h}c_{\sigma 0}^+ + \tilde{h}c_{\sigma 1}^-$ состояние можно свести к следующему:

$$F_\sigma\left(\frac{\pi}{2}\right) = \rho \frac{\lambda(1 + \lambda^2 + 2\tilde{\omega}^2)\tilde{h}^2}{2\tilde{\omega}(\lambda^2 + \tilde{\omega}^2)} \frac{d\tilde{T}_{ml0}^\sigma}{d\xi_\sigma}, \quad (3.44)$$

что вместе с формулой (3.41) при $\lambda^2 \ll 1$ дает

$$F_\sigma\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\sigma\rho \frac{e^a [1 + F_\sigma(\pi(1-\sigma)/2)]\tilde{h}^2}{2[g(\tilde{\omega}) + \sigma\rho a\tilde{h}^2]}, \quad (3.45)$$

где $g(\tilde{\omega}) = \tilde{\omega}(\lambda^2 + \tilde{\omega}^2)/(1 + 2\tilde{\omega}^2)$ и $F_\sigma(\pi(1-\sigma)/2)$ определено в формуле (3.38).

3.4.2.2 Частотная зависимость времени жизни однородного режима прецессии

Теперь есть возможность определить время жизни (3.18) Р-режима. Используя формулу (3.24) и тот факт, что \tilde{T}_{ml0}^σ не зависит от $\theta_{\sigma'}$ и $\psi_{\sigma'}$, искомое время жизни однородного режима прецессии может быть выражено как

$$\tilde{T}_{ml}^\sigma = \tilde{T}_{ml0}^\sigma + 2(\tilde{T}_{ml1}^{\sigma+} \cos \Psi_\sigma[\rho] - \tilde{T}_{ml1}^{\sigma-} \sin \Psi_\sigma[\rho])|_{\theta_{\sigma'} = \Theta_\sigma[\rho]}. \quad (3.46)$$

Если амплитуда поля \tilde{h} достаточно мала, то $\cos \Theta_\sigma[\rho]$ можно заменить на σ . Легко проверить, что в этом случае

$$\tan \Psi_\sigma[\rho] = -\rho \frac{\lambda\tilde{\omega}}{1 + \lambda^2 - \sigma\rho\tilde{\omega}}, \quad (3.47)$$

и угол прецессии $\Theta_\sigma[\rho]$ равен

$$\Theta_\sigma[\rho] = \frac{\pi}{2}(1 - \sigma) + \sigma\tilde{h} \sqrt{\frac{1 + \lambda^2}{(1 - \sigma\rho\tilde{\omega})^2 + \lambda^2}}. \quad (3.48)$$

Последний результат показывает, что функции $\tilde{T}_{ml}^{\sigma\pm}$ в формуле (3.46) должны быть взяты из уравнения (3.36) с $\eta_\sigma = \sigma\Theta_\sigma[\rho] + \pi(1-\sigma)/2$. Но, в соответствии с формулой (3.31), слагаемое \tilde{T}_{ml0}^σ содержит дополнительный множитель e^a , и поэтому второе слагаемое в формуле (3.46), которая описывает зависимость \tilde{T}_{ml}^σ от $\Psi_\sigma[\rho]$, может смело быть опущено при $a \gg 1$.

Таким образом, с помощью формул (3.31), (3.38) и (3.45), получаем выражение времени жизни Р режима

$$\tilde{T}_{ml}^\sigma = \frac{e^a}{\lambda} \sqrt{\frac{\pi}{a}} R_{\sigma\rho}(\tilde{\omega}) S_{\sigma\rho}(\tilde{\omega}), \quad (3.49)$$

где

$$R_{\sigma\rho}(\tilde{\omega}) = 1 - \frac{a\tilde{\hbar}^2}{(1 - \sigma\rho\tilde{\omega})^2 + \lambda^2 + a\tilde{\hbar}^2}, \quad (3.50)$$

а также

$$S_{\sigma\rho}(\tilde{\omega}) = 1 - \frac{\sigma\rho a\tilde{\hbar}^2}{g(\tilde{\omega}) + \sigma\rho a\tilde{\hbar}^2}. \quad (3.51)$$

Если $\sigma\rho = +1$, то уравнение (3.49) правильно описывает частотную зависимость времени жизни в окрестности точки $\tilde{\omega} = 1$ и при $\tilde{\omega} \gg 1$. Поскольку $a\tilde{\hbar}^2 \ll 1$, $\lambda^2 \ll 1$ и $g(1) \approx 1/3$, в первом случае получается $\tilde{T}_{ml}^\sigma = (e^a / \lambda) \sqrt{\pi/a} R_{+1}(\tilde{\omega})$. Иначе говоря, вращающееся магнитное поле с направлением вращения совпадающим с направлением естественной прецессии уменьшает время жизни в резонансным образом, то есть происходит резонансное подавление термической стабильности Р-режима. Учитывая, что $1 - R_{+1}(\tilde{\omega}) \propto \tilde{\omega}^{-2}$ и $1 - S_{+1}(\tilde{\omega}) \propto \tilde{\omega}^{-1}$, то в последнем случае уравнение (3.49) дает

$\tilde{T}_{ml}^{\sigma} = (e^a / \lambda) \sqrt{\pi / a} S_{+1}(\tilde{\omega})$. В противоположность этому, при $\sigma\rho = -1$ уравнение (3.49) описывает только высокочастотное поведение времени жизни: $\tilde{T}_{ml}^{\sigma} = (e^a / \lambda) \sqrt{\pi / a} S_{-1}(\tilde{\omega})$. Объединяя два последних результата, получим выражение

$$\tilde{T}_{ml}^{\sigma} = \frac{e^a}{\lambda} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \left(1 - \sigma\rho \frac{2a\tilde{h}^2}{\tilde{\omega}}\right) \quad (3.52)$$

($\tilde{\omega} \gg 1$), которое показывает, что вращающееся поле $\sigma\rho = +1$ подавляет время жизни Р режима, но вращающееся поле с $\sigma\rho = -1$ его увеличивает.

3.4.2.3 Время жизни при нулевой частоте

Для оценки времени жизни для $\tilde{\omega} = 0$, удобно использовать одномерное приближение, которое состоит в замене ψ на 0 в магнитной энергии (2.2). В этом случае $u(\theta'_{\sigma}, \psi'_{\sigma}) = -(\lambda / 2) \sin 2\theta'_{\sigma} + \lambda\tilde{h} \cos \theta'_{\sigma}$, время жизни \tilde{T}_{ml}^{σ} не зависит от ψ'_{σ} , а уравнение в частных производных (3.8) сводится к обыкновенному:

$$\frac{d^2 \tilde{T}_{ml}^{\sigma}}{d\theta_{\sigma}'^2} + (\cot \theta_{\sigma}' - a \sin 2\theta_{\sigma}' + 2a\tilde{h} \cos \theta_{\sigma}') \frac{d\tilde{T}_{ml}^{\sigma}}{d\theta_{\sigma}'} = -\frac{2a}{\lambda}. \quad (3.53)$$

Его точное решение, удовлетворяющее условиям (3.9) и (3.14) (следует отметить, что для этого уравнения условие конечности (3.10) эквивалентно условию отражающей границы (3.14)) может быть записано в виде

$$\tilde{T}_{ml}^{\sigma} = \frac{2a}{\lambda} \int_{\cos \theta_0}^{\sigma \cos \theta_{\sigma}'} dx \frac{e^{-af(x)}}{1-x^2} \int_x^1 dy e^{af(y)}, \quad (3.54)$$

где $f(x) = x^2 + 2\tilde{h}\sqrt{1-x^2}$ ($|x| \leq 1$) является симметричной функцией с

$\min f(x) = f(0) = 2\tilde{h}$, $\max f(x) = f(\sqrt{1-\tilde{h}^2}) = 1 + \tilde{h}^2$, и $f(1) = 1$.

Как и прежде, интерес представляет поведение \tilde{T}_{ml}^σ при $a \gg 1$. В этом случае малая окрестность точки $x = 0$ дает основной вклад в первый интеграл в формуле (3.54). Этот вклад зависит не только от a но и от параметра $a\tilde{h}$. В частности, если $a\tilde{h} \ll 1$ то, полагая $x = 0$ всюду, за исключением $e^{-af(x)}$, представляя $e^{-af(x)}$ в окрестности точки $x = 0$ как $e^{-2a\tilde{h}-a(1-\tilde{h})x^2} \approx (1-2a\tilde{h})e^{-ax^2}$ и расширяя пределы интегрирования до бесконечности, формула (3.54) дает

$$\tilde{T}_{ml}^\sigma = \frac{2}{\lambda} \sqrt{\pi a} (1-2a\tilde{h}) \int_0^1 dy e^{af(y)}. \quad (3.55)$$

Тогда, принимая во внимание, что

$$\int_0^1 dy e^{af(y)} \approx e^a \int_0^\infty dz e^{-2az} (1+2^{3/2} a\tilde{h} \sqrt{z}) = \frac{e^a}{2a} (1 + \sqrt{\pi a} \tilde{h}) \quad (3.56)$$

($a \gg 1$, $a\tilde{h} \ll 1$) и пренебрегая членами, пропорциональными $\sqrt{\pi a} \tilde{h}$, из уравнений. (3.55) и (3.56) можно найти

$$\tilde{T}_{ml}^\sigma = \frac{e^a}{\lambda} \sqrt{\frac{\pi}{a}} (1-2a\tilde{h}). \quad (3.57)$$

Сравнивая этот результат с формулой (3.52), заключаем, что $\tilde{T}_{ml}^\sigma |_{\tilde{\omega}=0} < \tilde{T}_{ml}^\sigma |_{\tilde{\omega}=\infty}$, и также точно при $\sigma\rho = +1$, частотная зависимость времени жизни имеет максимальное превышение предельного значения $\tilde{T}_{ml}^\sigma |_{\tilde{\omega}=\infty} = (e^a / \lambda) \sqrt{\pi / a}$.

Следует отметить, что время жизни $\tilde{T}_{ml}^\sigma |_{\tilde{\omega}=\infty}$ сильно уменьшается с ростом \tilde{h} . Например, если $\tilde{h} \sim 1/\sqrt{a}$ то вместо уравнения (3.55), получаем

$$\tilde{T}_{ml}^{\sigma} = \frac{2}{\lambda} \sqrt{\frac{\pi a}{1-\tilde{h}}} e^{-2a\tilde{h}} \int_0^1 dy e^{af(y)}. \quad (3.58)$$

Для вычисления интеграла в формуле (3.58), удобно разделить интервал интегрирования $(0, 1)$ на две части, $(0, \sqrt{1-\tilde{h}^2})$ и $(\sqrt{1-\tilde{h}^2}, 1)$, а также применить метод Лапласа [142]. Таким образом, соответствующие интегралы могут быть легко оценены

$$\int_0^{\sqrt{1-\tilde{h}^2}} dy e^{af(y)} \approx \frac{\tilde{h}}{\sqrt{a}} e^{a(1+\tilde{h}^2)} \int_0^{\sqrt{a}/\tilde{h}} dz e^{-z^2} = \frac{\tilde{h}}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{a(1+\tilde{h}^2)} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{a}}{\tilde{h}}\right), \quad (3.59)$$

а также

$$\int_{\sqrt{1-\tilde{h}^2}}^1 dy e^{af(y)} \approx \frac{\tilde{h}}{\sqrt{a}} e^{a(1+\tilde{h}^2)} \int_0^{\sqrt{a\tilde{h}}/2} dz e^{-z^2} = \frac{\tilde{h}}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{a(1+\tilde{h}^2)} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{a\tilde{h}}}{2}\right), \quad (3.60)$$

где $\operatorname{erf}(z) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^z dx e^{-x^2}$ является функцией ошибок. Наконец, с помощью формул (3.58) – (3.60) и приближенной формуле $\operatorname{erf}(\sqrt{a}/\tilde{h}) \approx 1$ ($\sqrt{a}/\tilde{h} \sim a \gg 1$), находим следующее выражение для времени жизни для $\tilde{\omega} = 0$:

$$\tilde{T}_{ml}^{\sigma} = \frac{\pi\tilde{h}}{\lambda\sqrt{1-\tilde{h}}} e^{a(1-\tilde{h})^2} [1 + \operatorname{erf}(\frac{\sqrt{a\tilde{h}}}{2})], \quad (3.61)$$

которое справедливо, если $a \gg 1$ и \tilde{h} имеет порядок $1/\sqrt{a}$. Не трудно заметить, что при этих условиях строгое неравенство $\tilde{T}_{ml}^{\sigma}|_{\tilde{\omega}=0} \ll \tilde{T}_{ml}^{\sigma}|_{\tilde{\omega}=\infty}$ выполняется. Принимая также во внимание формулу (3.52), можно заключить, что \tilde{T}_{ml}^{σ} в зависимости от $\tilde{\omega}$ при $\sigma\rho = -1$ имеет локальный максимум.

3.5 Численный анализ времени жизни режимов прецессии

Аналитические результаты показывают, что численный анализ времени жизни прецессионных режимов следует начинать с изучения этих режимов без тепловых флуктуаций. Хотя условия реализации и свойства режима прецессии для данного вращающегося поля в верхнем и в нижнем положении магнитного момента достаточно подробно изложены в разделе 1 данной работы, вследствие того, что во всех численных результатах данного раздела параметр затухания $\lambda = 0,15$, а не $\lambda = 0,20$, как принято в разделе 1, то необходимо повторно остановиться на фазовой диаграмме режимов прецессии.

Так, используя описанную в разделе 1 процедуру была построена фазовая диаграмма рис. 3.2 аналогичная рис. 2.7 а), но для случая $\lambda = 0,15$. Как и в случае рис. 2.7 а) если $\sigma\rho = -1$, то реализуется только Р-режим для всех \tilde{h} и $\tilde{\omega}$. В отличие от этого, прецессионные режимы при $\sigma\rho = +1$ показывают гораздо более сложное поведение. Разница между двумя Р режимами, которые существуют в областях P_{+1} и P_{+1}^{\dagger} , в том, что угол прецессии Θ_{σ} в зависимости от \tilde{h} разрывен на границе между ними. Следует также подчеркнуть, что переходы между режимами с $\sigma\rho = +1$, которые происходят при изменении амплитуды поля \tilde{h} , обратимы. Для ясности изложения, этот факт можно проиллюстрировать с помощью горизонтальной двунаправленной стрелки. В отличие от этого, переходы в Р режим с $\sigma\rho = -1$ необратимы (они изображаются горизонтальной однонаправленной стрелкой).

Так как вращающееся поле включено в течение промежутка времени длительностью $\tilde{t}_0 = (n-1)10^3$, указанная в разделе 2 процедура занимает много времени. Однако, принимая во внимание важность диаграммы прецессионных режимов для проблемы времени жизни режимов прецессии, использование такого метода для точного построения этой диаграммы вполне приемлемо. В то же время, применение этого метода к исследованию стационарных свойств данного режима, характер которого уже известен из диаграммы, явно избыточ-

но. Поэтому, чтобы уменьшить время вычислений, далее используется измененная численная процедура с $\tilde{t}_m = \Delta\tilde{t}$ и $\Delta\tilde{h} = \tilde{h}\Delta\tilde{t} / 50$, что приводит к $\tilde{t}_0 = \Delta\tilde{t}\tilde{h} / \Delta\tilde{h} = 50$.

Как уже было сказано ранее, тепловые флуктуации могут вызвать переходы между различными режимами прецессии, которые индуцированы данным вращающимся полем. По данным диаграммы на рис. 3.2, эти режимы, одни в верхнем положении магнитного момента, а другие в нижнем, существуют только если амплитуда и частота вращающегося поля принадлежат области P_{+1} , P_{+1}^\dagger или Q . В этом случае время жизни данного режима может быть вычислено путем численного решения стохастических уравнений (3.1). Тестовые расчеты показали, что решение этих уравнений методом Эйлера дает практически то же время жизни, как и полученное методом Рунге-Кутты четвертого порядка.

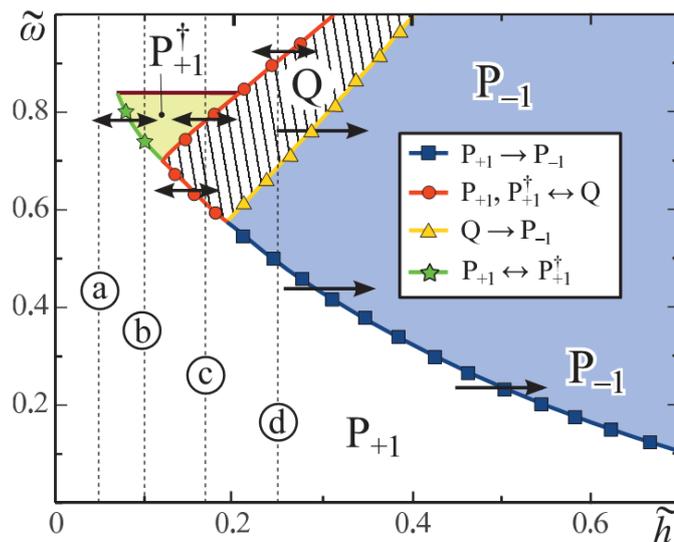


Рис. 3.2. Схема прецессионных режимов $\sigma\rho = +1$. Области на плоскости $\tilde{h} - \tilde{\omega}$, в которой существуют различные P-режимы при $\sigma\rho = +1$ обозначаются как P_{+1} и P_{+1}^\dagger . Q режим реализуется в белой заштрихованной области. В области, обозначенной как P_{-1} стабильная прецессия режимов при $\sigma\rho = +1$ не существует. Здесь только реализуется режим P с $\sigma\rho = -1$. Вертикальной пунктирной линии (a), (b), (c) и (d) соответствуют значениям $\tilde{h} = 0.05, 0.1, 0.18$ и 0.25

Но в первом случае время счета почти в четыре раза меньше. Поэтому, так как процедура определения частотной зависимости времени жизни занимает очень много времени, был использован метод Эйлера. Шаг по времени $\Delta\tilde{t}$ выбран 10^{-3} а начальные условия имеют вид $\theta_\sigma(0) = \pi(1-\sigma)/2 + \sigma 10^{-2}$ и $\psi_\sigma(0) = 0$. Чтобы предотвратить появление сингулярностей в уравнении (3.1) при $\theta_\sigma = \pi(1-\sigma)/2$, будем считать, что точка $\theta_\sigma = \pi(1-\sigma)/2 + \sigma 10^{-3}$ действует на процесс $\theta_\sigma(\tilde{t})$ как отражающий экран.

Поскольку интерес представляет время жизни режимов прецессии до достижения стационарного состояния, тепловые флуктуации включаются в $\tilde{t} = \tilde{t}_{st}$ с $\tilde{t}_{st} = \tilde{t}_0 + \tilde{t}_{rel}$ (см. рис. 3.3). Здесь изменение состояния магнитного момента σ от $+1$ к -1 происходит за время $\tilde{t} = \tilde{t}_0 + \tilde{t}_{rel} + \tilde{t}_{+1}$, когда $\theta(\tilde{t})$ впервые достигает угла $\theta_0 = 0.8\pi$ (горизонтальная пунктирная линия). Для заданной траектории $\theta(\tilde{t})$, время жизни P режима в состоянии $\sigma = +1$ равно \tilde{t}_{+1} . Для числа запусков $N \gg 1$, среднее время жизни можно оценить как $\tilde{T}_{ml}^{+1} = (1/N) \sum_{i=1}^N \tilde{t}_{+1}^{(i)}$. В случае с P-режимами $\tilde{t}_{st} = 10^2$, а для Q режима $\tilde{t}_{st} \in [10^2, 10^2 + \tilde{T}_Q]$. В последнем случае тепловые флуктуации могут быть включены в определенный момент времени,

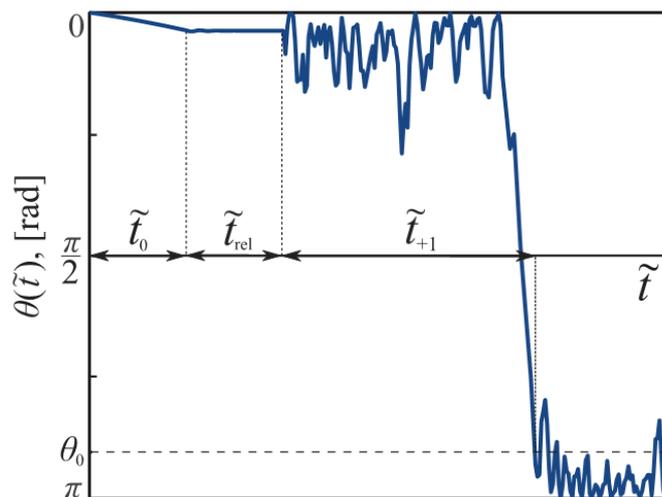


Рис. 3.3. Схематическая временная зависимость полярного угла $\theta(\tilde{t})$ в областях P_{+1} и P_{+1}^\dagger показанных на рис. 3.2.

например, когда угол прецессии $\Theta_\sigma(\tilde{t})$ достигает максимума или минимума. Наконец, во всех численных моделированиях параметр a выбирается равным десяти.

На рис. 3.4 показаны частотные зависимости времени жизни \tilde{T}_{ml}^{+1} для вращающегося поля с амплитудами, показанными на рис. 3.2. Каждая точка из этих кривых определяется путем запуска $N = 10^4$ траекторий полярного угла $\theta(\tilde{t})$ (см. подпись к рис. 3.3). Если $\tilde{h} < 0.19$ то зависимость \tilde{T}_{ml}^{+1} от $\tilde{\omega}$ непрерывна и демонстрирует резонансный минимум при $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_{\text{res}}$. График зависимости резонансной частоты $\tilde{\omega}_{\text{res}}$ от амплитуды поля \tilde{h} показан на рис. 3.4. Однако, если $\tilde{h} > 0.19$, то \tilde{T}_{ml}^{+1} разрывно: при $\tilde{\omega} \in (\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2)$ функция \tilde{T}_{ml}^{+1} не существует. Этот результат является следствием того, что в области P_{-1} (см. рис. 3.2) нет устойчивых прецессионных режимов с $\sigma\rho = +1$.

Еще одной важной особенностью времени жизни режимов является то, что оно практически не чувствительно к изменению характера прецессионных режимов. В частности, для $\tilde{h} = 0.1$ частотная зависимость \tilde{T}_{ml}^{+1} (см. красную линию с круглыми маркерами на рис. 3.4) непрерывна в точке $\tilde{\omega} = 0.74$ (т.е. в точке, разделяющей области P_{+1} и P_{+1}^\dagger при $\tilde{h} = 0.1$), а при этом угол прецессии Θ_{+1} прерывный. Это нечувствительность времени жизни к изменению прецессионных режимов с изменением частоты поля $\tilde{\omega}$ особенно удивительна когда появляется Q режим. Например, даже при $\tilde{h} = 0.25$, когда угол прецессии может пересечь барьер анизотропии (см. рис. 3.7), характер частотной зависимости \tilde{T}_{ml}^{+1} (см. зеленая линия с маркерами-звездами на рис. 3.4) при $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_3$ меняется настолько слабо, что этого не видно в таких масштабах. Более того, время жизни Q режима почти не зависит от $\tilde{t}_{\text{st}} \in [10^2, 10^2 + \tilde{T}_Q]$. Этот результат очень неожиданный, потому что разные \tilde{t}_{st} могут соответствовать очень разным значениям угла прецессии $\Theta_{+1}(\tilde{t}_{\text{st}})$, в том числе значение $\Theta_{+1}(\tilde{t}_{\text{st}})$ может пересекать барьер анизотропии, как это показано на рис 3.6 и рис. 3.7.

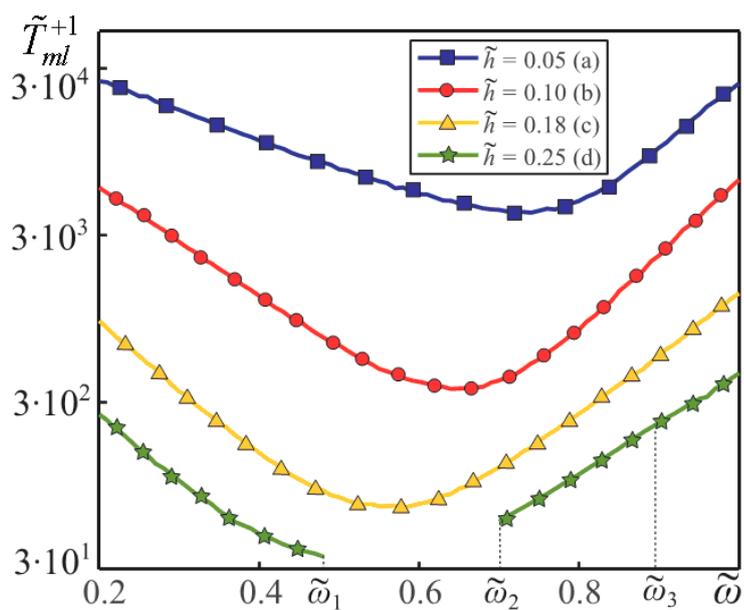


Рис. 3.4. Частотная зависимость времени жизни прецессионных режимов индуцированных вращающимся полем с $\rho = +1$ в верхнем состоянии ($\sigma = +1$) магнитного момента

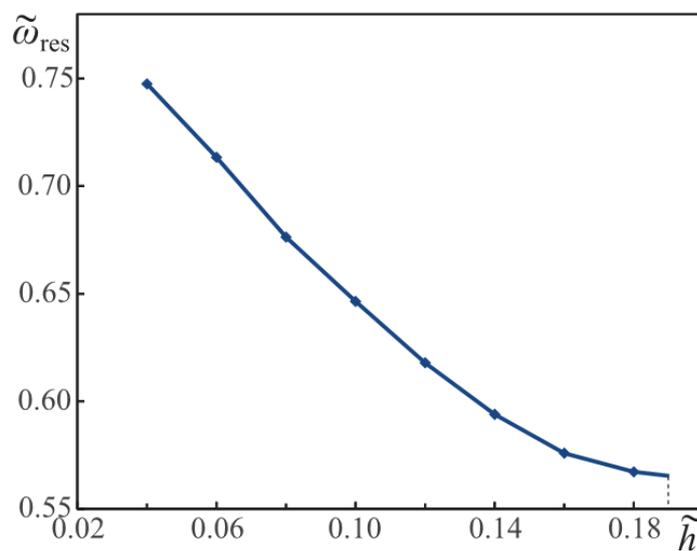


Рис. 3.5. Зависимость резонансной частоты времени жизни \tilde{T}_{ml}^{+1} от амплитуды вращающегося поля

На рис. 3.6 показана частотная зависимость угла прецессии Θ_{+1} для различных режимов прецессии. Черная пунктирная и сплошная голубая линии соответствуют Р-режимам с $\sigma\rho = -1$ и $\sigma\rho = +1$, соответственно. В соответствии с рис. 3.2, Q-режим реализуется при $\tilde{\omega}_2 < \tilde{\omega} < \tilde{\omega}_3$. Для этого режима временная зависимость угла прецессии $\Theta_{+1}(\tilde{t})$ показана на рис. 3.7. Следует отметить, что для данного набора параметров $\max \Theta_{+1}(\tilde{t}) > \pi/2$, т.е. угол прецессии $\Theta_{\sigma}(\tilde{t})$ в случае Q режима может пересечь барьер анизотропии.

Для того, чтобы получить более глубокое представление о проблеме слабой зависимости времени жизни Q-режима от момента включения теплового шума, была вычислена его плотность вероятности $D(\tilde{t}_{+1})$ для двухособых значений \tilde{t}_{st} , которые соответствуют $\min \Theta_{+1}(\tilde{t})$ и $\max \Theta_{+1}(\tilde{t})$, соответственно. Как видно из рис. 3.8, функции плотности несколько отличаются друг от друга только если $\tilde{t}_{+1} \leq \tilde{t}_{rel}$. В этой области плотность вероятности $D(\tilde{t}_{+1})$ для разных \tilde{t}_{st} различны. В противоположность этому, при $\tilde{t}_{+1} \gg \tilde{t}_{rel}$ память о выбранном значении \tilde{t}_{st} и периодичность $\Theta_{+1}(\tilde{t})$ и $\Phi_{+1}(\tilde{t})$ теряются. Как следствие, в этой области разница между плотностью функции обращается в нуль и локальные минимумы и максимумы исчезают. Такое поведение $D(\tilde{t}_{+1})$ от \tilde{t}_{st} подтверждает, что время жизни $\tilde{T}_{ml}^{+1} = \int_0^{\infty} d\tilde{t}_{+1} \tilde{t}_{+1} D(\tilde{t}_{+1})$ практически не зависит от \tilde{t}_{st} .

Точная причина появления локальных минимумов и максимумов зависимости $D(\tilde{t}_{+1})$ достоверно не известна. Естественнее предположить, что их причиной есть колебания угла $\Theta_{+1}(\tilde{t}_{st})$. Однако исходя из частотной зависимости периода колебаний (см. рис. 3.9), то можно легко увидеть, что при $\tilde{\omega} = 0.75$ период нутаций гораздо больше чем период между пиками на рис 3.8. Однако, обратив внимание на временную зависимость разности фаз $\Psi_{+1}(\tilde{t}) = -v\tilde{t} + \Phi_{+1}(\tilde{t})$ (рис. 3.10), где $v > 0$ при $\tilde{\omega}_2 < \tilde{\omega} < \tilde{\omega}_2'$ и $v = 0$ $\tilde{\omega}_2' < \tilde{\omega} < \tilde{\omega}_3$, то можно предположить, что причиной появления локальных минимумов и максимумов зависимости $D(\tilde{t}_{+1})$ есть зависимость $\Phi_{+1}(\tilde{t})$. Это есть следствием близости значений периодов пиков как на $D(\tilde{t}_{+1})$, так и на временной

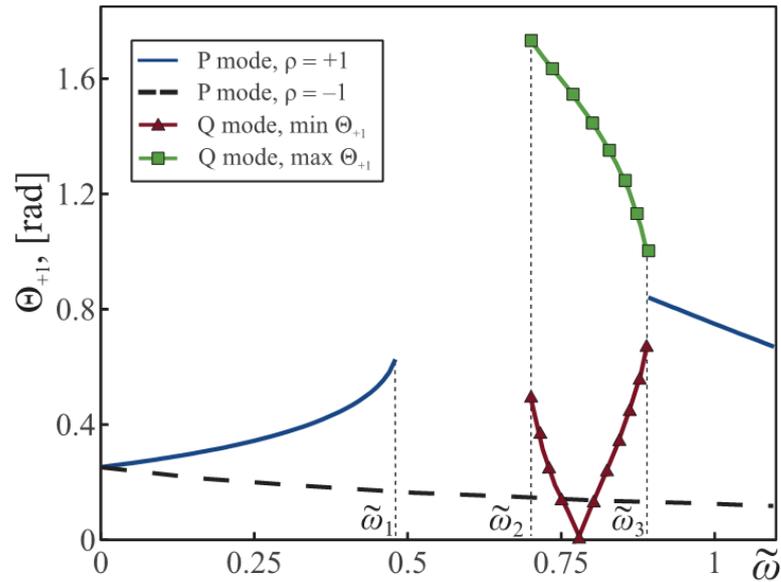


Рис. 3.6. Частотная зависимость угла прецессии Θ_{+1} для различных режимов, которые существуют при $\tilde{h} = 0.25$. Частоты $\tilde{\omega}_1 = 0.49$, $\tilde{\omega}_2 = 0.70$ и $\tilde{\omega}_3 = 0.89$ являются координатами точки, в которых вертикальная пунктирная линия (d), см. рис. 3.2, пересекает границы областей ($\tilde{\omega}_1$, $\tilde{\omega}_2$, и $\tilde{\omega}_3$, зависят от \tilde{h}). Зеленая линия (с квадратами) и коричневая линия (с треугольниками) показывают частотную зависимость $\max \Theta_{+1}(\tilde{\omega})$ и $\min \Theta_{+1}(\tilde{\omega})$, соответственно, в случае Q режима

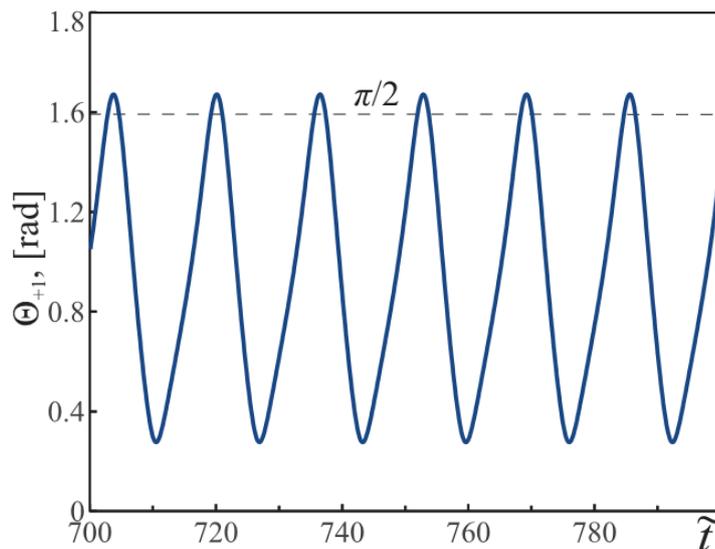


Рис. 3.7. Временная зависимость угла прецессии $\Theta_{+1}(\tilde{t})$ в случае Q-режима. Параметры вращающегося поля следующие: $\rho = +1$, $\tilde{\omega} = 0.725$, и $\tilde{h} = 0.25$

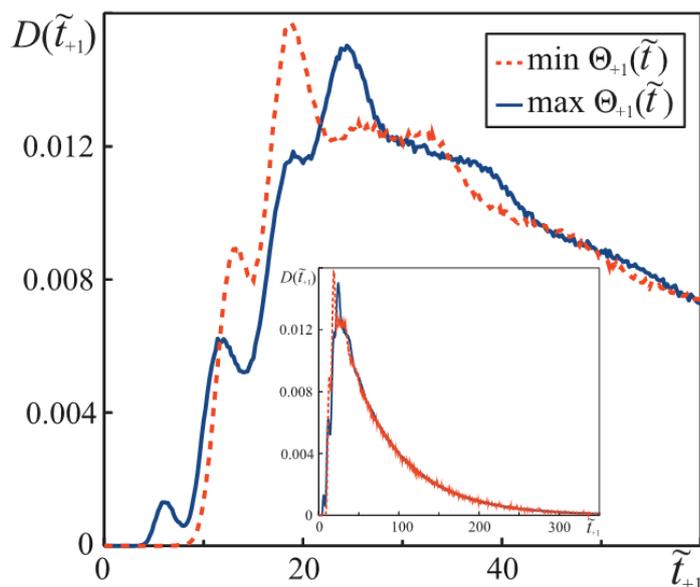


Рис. 3.8. Функция плотности вероятности времени жизни Q режима для двух значений \tilde{t}_{st} . Синяя сплошная и красная пунктирная линии соответствуют таким \tilde{t}_{st} что $\Theta_{+1}(\tilde{t}_{st}) = \max \Theta_{+1}(\tilde{t})$ и $\Theta_{+1}(\tilde{t}_{st}) = \min \Theta_{+1}(\tilde{t})$, соответственно. Вставка: те же функции плотности в более крупном временном масштабе. Параметры вращающегося поля следующие: $\rho = +1$, $\tilde{\omega} = 0.75$, и $\tilde{h} = 0.25$

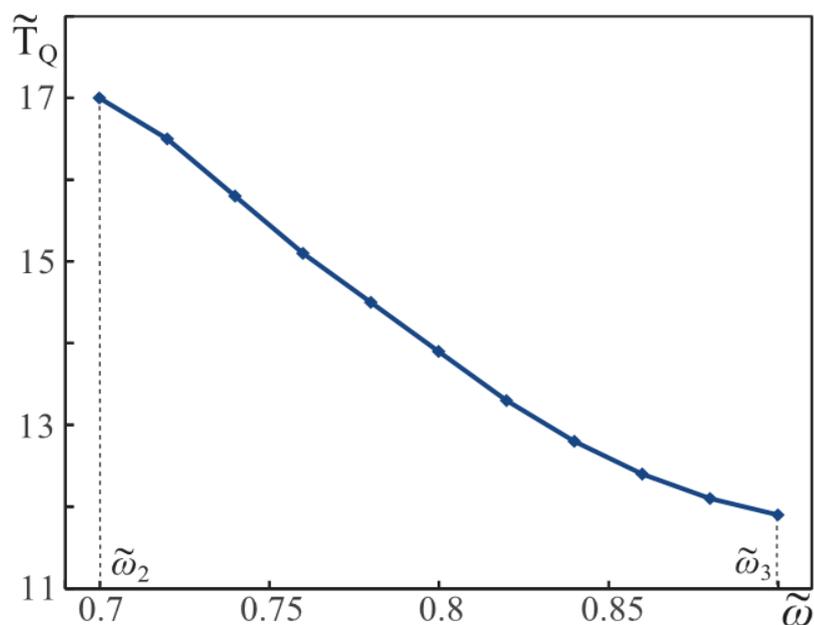


Рис. 3.9. Частотная зависимость периода \tilde{T}_Q угла прецессии $\Theta_{+1}(\tilde{t})$ в случае Q режима. Параметры вращающегося поля приняты $\rho = +1$ и $\tilde{h} = 0.25$

зависимости $\Phi_{+1}(\tilde{t})$, изображенной на вставке рис. 3.10. При этом следует отметить, что построение зависимости $D(\tilde{t}_{+1})$ требует очень большого времени вычислений, что делает достаточно проблематичным определение точной причины появления на ней локальных минимумов и максимумов.

Наконец, на рис. 3.11 показано влияние направления вращения поля на частотную зависимость время жизни режимов прецессии. В соответствии с аналитическими результатами, вращающееся поле с $\rho = +1$ и $\rho = -1$ влияет на время жизни режима \tilde{T}_{ml}^{+1} по-разному. В частности, зависимость \tilde{T}_{ml}^{+1} от $\tilde{\omega}$ при $\rho = +1$ обнаруживает глубокий минимум, в то же самое время при $\rho = -1$ она обнаруживает выраженный максимум.

Это различие в поведении времени жизни следует из того, что вращающиеся поля с различными ρ действуют на магнитный момент в данном состоянии σ совершенно по-разному. С физической точки зрения, причина заключается в том, что магнитный момент имеет определенное направление природной прецессии. Отметим также, что численные данные $\tilde{T}_{ml}^{+1} |_{\tilde{\omega} \rightarrow \infty} = 9.1 \times 10^4$ и $\tilde{T}_{ml}^{+1} |_{\tilde{\omega} \rightarrow 0} = 1.97 \times 10^3$ хорошо коррелируют с аналитическими результатами $8.2 \cdot 10^4$ и $2.38 \cdot 10^3$ полученными из асимптотических формул (3.52) и (3.61), соответственно. Некоторое различие между ними может быть обусловлено тем, что асимптотические формулы, которые были получены при $a \rightarrow \infty$, применяются к $a = 10$.

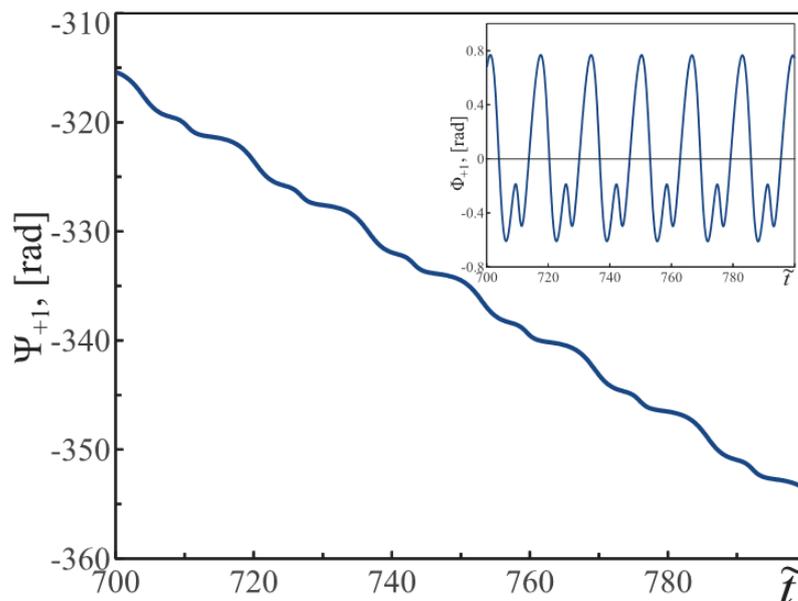


Рис. 3.10. Временная зависимость разности фаз $\Psi_{+1}(\tilde{t}) = -\nu\tilde{t} + \Phi_{+1}(\tilde{t})$ в случае Q-режима. Вставка: зависимость от времени функции $\Phi_{+1}(\tilde{t})$. Параметры вращающегося поля такие же, как на рис. 3.7 и $\nu = 0.38$

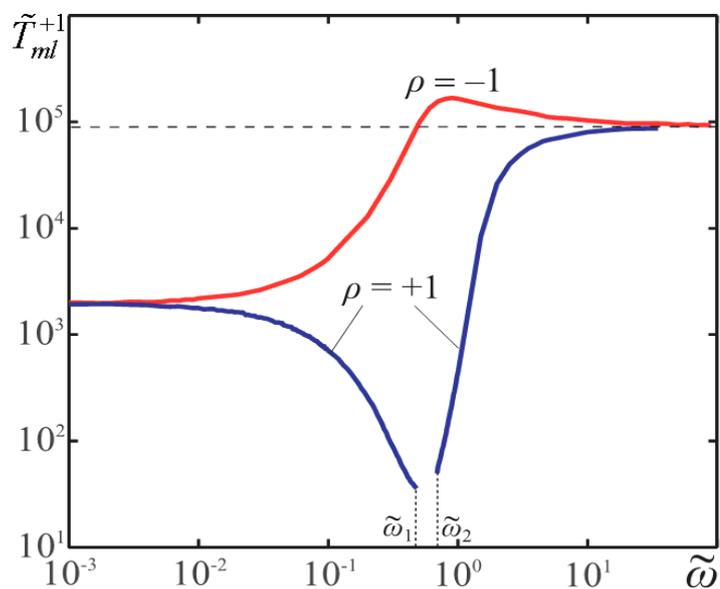


Рис. 3.11. Частотная зависимость времени жизни прецессионных режимов в верхнем состоянии ($\sigma = +1$) магнитного момента. Предполагается, что амплитуда вращающегося магнитного поля $\tilde{h} = 0.25$ как по часовой стрелке ($\rho = +1$), так и против часовой стрелки ($\rho = -1$)

3.6 Выводы к разделу 3

В данном разделе используя обратное уравнение Фоккера-Планка и стохастическое уравнение Ландау-Лифшица была исследована флуктуационная динамика магнитного момента одноосной ферромагнитной наночастицы под действием циркулярно-поляризованного магнитного поля, которое вращается в плоскости, перпендикулярной к лёгкой оси наночастицы. В частности:

1. Изучена термическая стабильность прецессионных режимов. Для случаев, когда стабильный режим прецессии существует в обоих верхнем ($\sigma = +1$) и нижнем ($\sigma = -1$) состоянии магнитного момента, показано, что тепловые флуктуации могут вызвать переходы между этими режимами.

2. Определены граничные условия и трансформационные свойства времени жизни прецессионного режима магнитного момента, а также разработан аналитический метод для нахождения его частотной зависимости в случае высокого барьера анизотропии и малых амплитуд вращающегося поля.

3. Показано, что вращающееся поле уменьшает (если $\sigma\rho = +1$) или увеличивает (если $\sigma\rho = -1$) время жизни в Р режиме при больших частотах и гораздо более значительно уменьшает его (если $\sigma\rho = +1$) в непосредственной близости от ларморовской частотой.

4. Найдены предельные значения времени жизни для случая больших (стремящихся к бесконечности) и малых (стремящихся к нулю) частот. Показано что эти пределы ассиметричны и среднее жизни время в пределе больших частот всегда превышает данную величину для малых. Установлено, что при нулевой частоте жизни всегда меньше, чем в пределе больших частот.

5. Установлено, что время жизни неоднородного режима прецессии практически не зависит от амплитуды колебаний полярного угла.

РАЗДЕЛ 4 ЭФФЕКТ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ МАГНИТНОГО МОМЕНТА ВРАЩАЮЩИМСЯ ПОЛЕМ И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

4.1 Проблема перемагничивания наночастицы

Как уже было сказано ранее, актуальность изучения ферромагнитных наночастиц в первую очередь диктуется широкими перспективами их практического применения. Одним из примеров использования таких частиц являются современные магнитные накопители [100-104]. Бит информации в таких устройствах определяется тем, в каком из двух равновесных состояний, связанных с сильной одноосной анизотропией, находится магнитный момент \mathbf{m} наночастицы. Поэтому с точки зрения процесса записи данных важен вопрос об управляемом переключении его состояния (скачкообразном перемагничивании наночастицы). Эта проблема напрямую связана с быстродействием накопителей и ограничивается временем перемагничивания наночастиц в процессе записи. Таким образом, поиск способов быстрой и малоэнергетичной изменения направления магнитного момента является важной прикладной задачей, вызывает значительный интерес [105-112].

Теоретические границы минимальной амплитуды переключающего поля были получены в работе [63]. Основная идея этой работы заключается в зависимости формы внешнего поля от позиции намагниченности наночастицы. Однако сложная форма внешнего поля подразумевает сложное строение его источника, что критическим образом усложняет реализацию этой идеи.

Таким образом, целесообразно сконцентрировать усилия на изучении параметров переключения под действием внешних полей максимально простого вида. Простейшим типом внешнего поля, с помощью которого можно переключить магнитный момент наночастицы, является внешнее поле \mathbf{H} , которое направлено вдоль легкой оси. Описание динамики магнитного момента под действием этого поля было дано в [50]. Позже будет показано, что переключение может происходить и для других типов полей. Например, в [110, 118] рассматривалось переключение, которое осуществляется с помощью импульса поля \mathbf{H}_\perp , перпендикулярного к легкой оси. Было показано, что для перемагничивания ча-

стицы таким образом требуется намного меньше времени, чем для случая поля \mathbf{H} . Комбинированное действие постоянного поля \mathbf{H} , приложенного вдоль легкой оси, а также поля $\mathbf{h}(t)$, которое является циркулярно-поляризованным в плоскости, перпендикулярной к легкой оси, было изучено в [114]. В этом случае величина поля \mathbf{H} , которая необходима для переключения намагниченности, является меньшим по сравнению со случаем, когда приложено только \mathbf{H} . Это было подтверждено экспериментами по перемагничиванию наночастиц в присутствии радиочастотного вращающегося поля [4].

В разделе 2 основываясь на критерии стабильности, было аналитически показано, что переключение может происходить под действием лишь одного поля $\mathbf{h}(t)$, когда прецессия намагниченности становится нестабильной для амплитуды поля $|\mathbf{h}(t)| = h_{cr}$, при которой корень уравнения (2.45) $\chi = 0$ максимальный. Однако потеря устойчивости в некоторых случаях приводит к переходу от однородной прецессии к неоднородной без переключения с последующим переключением из неоднородного режима. Поэтому вопрос о переключении магнитного момента вращающимся полем требует дополнительного изучения.

В тоже время реальные воздействия являются достаточно далекими от квазистатических. Поэтому все особенности поведения магнитного момента в очень медленно меняющихся полях наверняка будут отличаться при резких, скачкообразных изменениях внешнего поля. В общем случае форма временной зависимости амплитуды поля может быть различной. Но для упрощения анализа ограничимся рассмотрением предельного случая мгновенного изменения амплитуды поля на конечную величину.

В процессе переключения магнитный момент находящейся в термостате наночастицы будет подвержен также и тепловым флуктуациям. Однако если магнитная энергия существенно больше тепловой ($a \gg 1$, см. (3.3)), а время перемагничивания предполагается достаточно малым по сравнению с временем жизни режима прецессии, то для большого числа практически значимых диапазонов параметров при анализе можно ограничиться приближением, в котором тепловыми флуктуации не учитываются. Поэтому для начала целесообразно рассмотреть процесс переключения магнитного момента в детерминистическом приближении.

4.2 Влияние динамических процессов на характер переключения

При мгновенном включении вращающегося поля благодаря переходным процессам переключение намагниченности наночастицы может произойти для амплитуд \tilde{h}_{\min} , которые меньше \tilde{h}_{cr} . Здесь \tilde{h}_{\min} – минимальное значение амплитуды вращающегося поля, при котором происходит переключение намагниченности при его включении. На рис. 4.1 изображены зависимости $\tilde{h}_{cr}(\tilde{\omega})$ и $\tilde{h}_{\min}(\tilde{\omega})$, полученные численно для случаев квазинепрерывного изменения и мгновенного включения внешнего поля, соответственно. Для случая отсутствия постоянного продольного поля $\tilde{H} = 0$ (рис. 4.1а), когда Q-режим отсутствует, амплитуда переключения \tilde{h}_{\min} меньше чем \tilde{h}_{cr} . Но в другом случае, когда возбуждается неоднородный режим, переключение намагниченности возможно только для амплитуд поля, которые отвечают переходу между областями 3 и 4 фазовой диаграммы (см. рис. 2.7). Таким образом, фактическая амплитуда поля переключения больше чем \tilde{h}_{cr} . Эти результаты показывают важность того, что для выбора оптимальных параметров поля переключения необходимо принимать во внимание неоднородный режим.

Результаты моделирования для случая наличия постоянного поля $\tilde{H} = -0.99$ показаны на рис. 4.1 б). Главное отличие от случая $\tilde{H} = 0$ состоит в том, что из-за маленькой толщины области Q-режима на фазовой диаграмме (см. рис. 2.9), переходные процессы могут пройти эту область при достаточно больших частотах поля. Таким образом, \tilde{h}_{\min} становится меньше \tilde{h}_{cr} для больших частот.

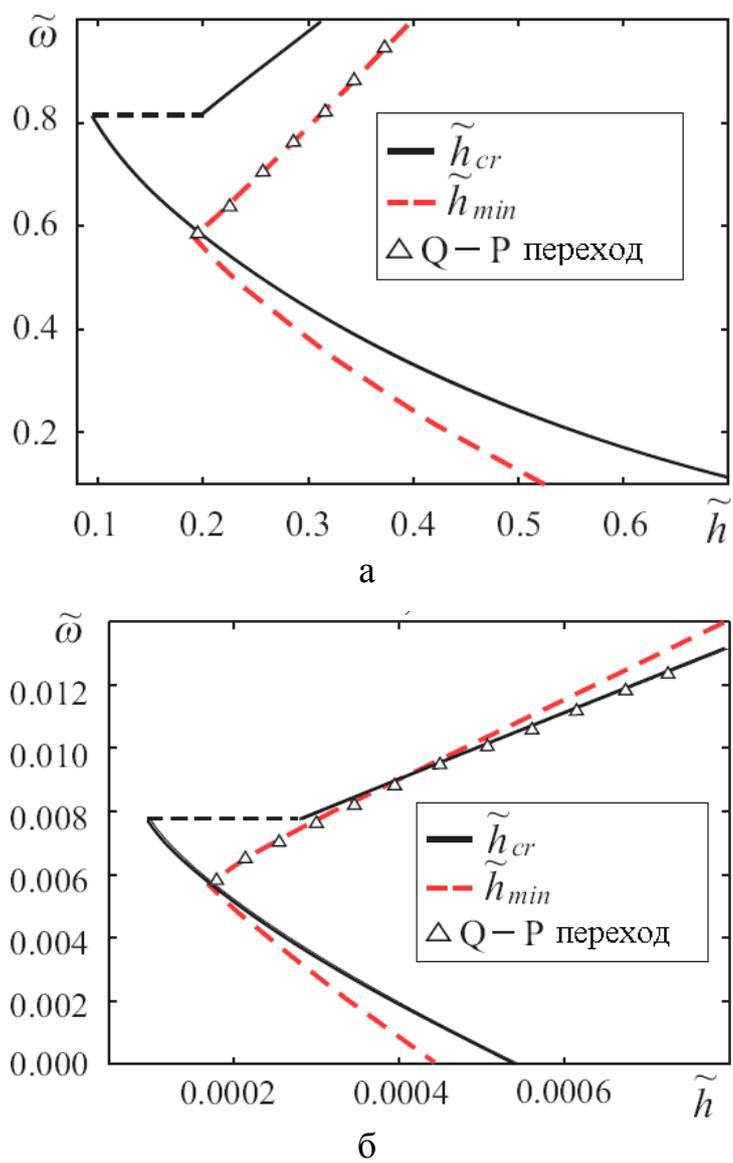


Рис. 4.1. Минимальные амплитуды поля переключения. а) случай $\tilde{H} = 0$;
 б) случай $\tilde{H} = -0.99$

4.2.1 Время переключения

Время переключения – параметр, который определяет качество работы медиа устройств. Выбирая амплитуду и частоту поля переключения необходимо принять во внимание, на сколько быстро произойдет перемагничивание наночастицы.

Несмотря на кажущуюся простоту, попытки формальной интерпретации времени переключения T_{sw} сталкиваются с рядом трудностей. Так, например, определение T_{sw} было дано в [63]

$$T_{sw} = \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\dot{\theta}}. \quad (4.1)$$

В зависимости от значения константы θ_0 , процедуры определения в численном моделировании, а также полученные результаты могут существенно различаться. В [63] было принято, что $\theta_0 = \pi$. Тогда T_{sw} – это время достижения нижнего положения. В этом случае, во-первых, определение (4.1) приводит к сильной зависимости T_{sw} от точности вычислений угла θ . И, во-вторых, основное состояние \mathbf{m} при действии вращающегося поля, не совпадает с легкой осью (см. рис. 2.2). Следовательно, такая интерпретация T_{sw} представляется крайне неудачной.

В работе [4] под T_{sw} понимается время первого достижения углом θ значения $\pi/2$, т.е. $\theta_0 = \pi/2$. Но такой подход пренебрегает возможность возвращения \mathbf{m} назад, что зачастую бывает для случая неоднородной прецессии \mathbf{m} . Таким образом простое определение константы θ_0 не приводит к желаемым результатам.

В представленных исследованиях принимаем, что T_{sw} – это время перед последним пересечением плоскости xu вектором \mathbf{m} во время перенамагничивания. Ввиду трудностей прямого интегрирования (4.1), T_{sw} определяется численно.

Естественно предположить, что время переключения будет расти с уменьшением \tilde{h} . Поскольку при отсутствии неоднородного режима минимальная амплитуда переключающего поля уменьшается с частотой (см. рис. 4.1), то значения времени переключения \tilde{T}_{sw} , которые отвечают \tilde{h}_{\min} , увеличиваются с $\tilde{\omega}$, что согласуется рис. 4.2. Здесь и дальше используется приведенные значения времени $\tilde{T}_{sw} = T_{sw}\omega_r$. Процесс переключения при неоднородном режиме характеризуется очень большими значениями \tilde{T}_{sw} и высокой чувствительностью к точности определения \tilde{h} . Когда $\tilde{h} \rightarrow \tilde{h}_{\min}$, $\tilde{T}_{sw} \rightarrow \infty$, что подтверждается следующим фактом: время переключения \tilde{T}_{sw} определено только временами ожидания \tilde{T}_w (см. рис. 4.2 а). Здесь время ожидания \tilde{T}_w есть время, на протяжении которого наблюдается динамика \mathbf{m} . Значение \tilde{T}_w содержит в себе время релаксации к основному состоянию после переключения. Этот факт объясняет почему $\tilde{T}_{sw} < \tilde{T}_w$.

Как уже было показано, действие постоянного магнитного поля вдоль легкой оси приведет к уменьшению $\tilde{\omega}$ и \tilde{h} . Но, как следует из [110], переключение под действием такого поля, или так называемое переключение демпфирования, характеризуется очень большими временами. Поэтому в этом случае цель состоит

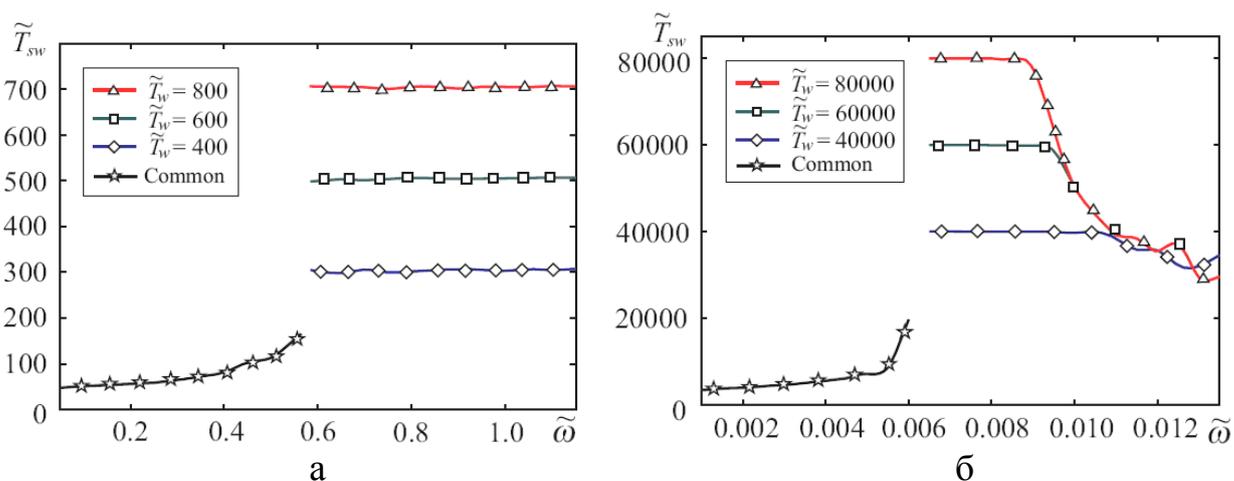


Рис. 4.2. Время переключения, измеренное в резонансных периодах для разных времен ожидания при $\tilde{h} = \tilde{h}_{\min}$: а) – случай $\tilde{H} = 0$; б) – случай $\tilde{H} = -0.99$

в том, чтобы для относительно малой амплитуды вращающегося поля и его частоты (вследствие присутствия статического поля \tilde{H}) компенсировать задержку процесса перемагничивания (см. рис. 4.2 б). В остальном, поведение $\tilde{T}_{sw}(\tilde{\omega})$, которое отвечает \tilde{h}_{min} , подобно случаю при $\tilde{H} = 0$. Различие состоит в уменьшении времени переключения для больших частот, которое объясняется преодолением неоднородного режима во время переходного процесса. Расхождение кривых для больших частот объясняется высокой чувствительностью \tilde{T}_{sw} к точности \tilde{h} и разностью во временах ожидания.

Вращающееся поле правой поляризации также может обеспечить эффект переключения в присутствии \tilde{H} , но минимальная амплитуда поля \tilde{h}_{min} в этом случае должна быть больше, чем для поля левой поляризации (см. рис. 2.9). Последнее обстоятельство приводит к уменьшению времен переключения в сравнении с полем с левой поляризацией (см. рис. 4.3). Но необходимо подчеркнуть, что такая ситуация вызвана разными амплитудами поля, и, как будет показано позже, для одинаковых амплитуд поле с левой поляризацией обеспечивает более быстрое переключение по сравнению с полем правой поляризации. Таким образом, совместное действие вращающегося и постоянного внешних полей

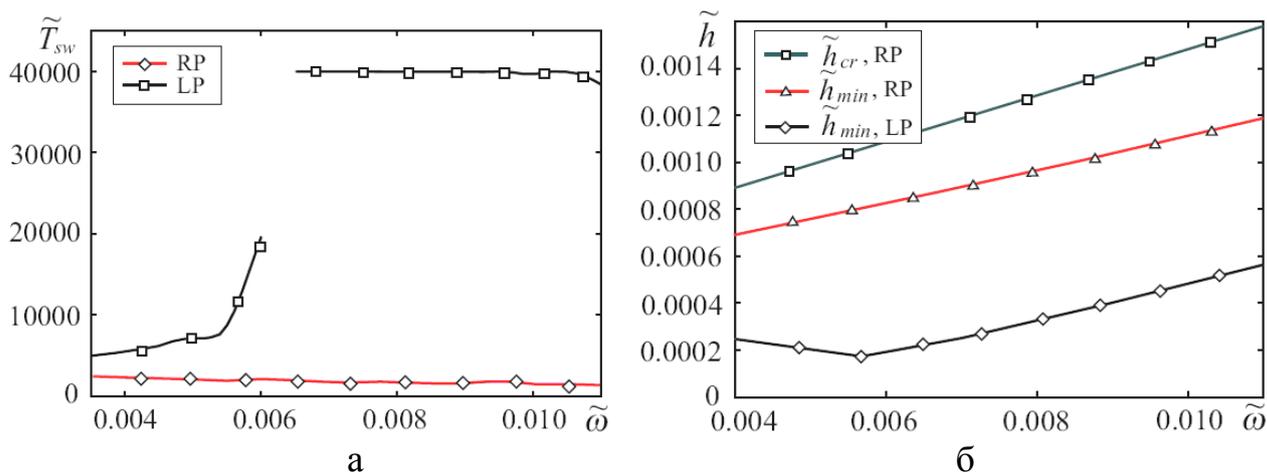


Рис. 4.3. Переключение магнитного момента циркулярно-поляризованным полем при наличии постоянного поля вдоль легкой оси $\tilde{H} = -0.99$: а) время переключения для разных времен ожидания; б) значение минимальных амплитуд поля. Здесь RP обозначает правую поляризацию, LP – левую

характеризуется чрезвычайно сильной зависимостью времени переключения от параметров этих полей.

Когда условие для амплитуды вращающегося поля $\tilde{h} > \tilde{h}_{\min}$ выполняется, то разумно ожидать значительное уменьшение \tilde{T}_{sw} . Но фактически, при некоторых обстоятельствах, время переключения может стремиться к бесконечности (см. рис. 4.4). Это объясняется следующим образом. Магнитный момент \mathbf{m} наночастицы под действием внешнего поля находится в потенциале, который характеризуется двумя минимумами энергии \mathbf{m} : локальный с энергией W_l и глобальный с энергией W_g . Предположим, что для $t = 0$ выполняется условие $\mathbf{m} = \mathbf{e}_z |\mathbf{m}|$ (или $\theta = 0$). Процесс перемагничивания это перемещение \mathbf{m} от начального состояния к глобальному минимуму, который характеризуется углом $\theta_g (> \pi/2)$. Но во время этого процесса магнитный момент может попасть в локальный минимум, который характеризуется углом $\theta_l (< \pi/2)$. Если значение энергий W_l и W_g очень близкие, то переход от локального минимума к глобальному может занимать неограниченно много времени. Таким образом, время переключения может достичь огромных значений. Необходимо подчеркнуть, что это чисто динамический эффект, вызванный включениям внешнего поля, и он не имеет место при квазистатическим изменении амплитуды поля. Для $\tilde{H} = 0$ этот эффект имеет место при сравнимых с резонансной, частотах ($\tilde{\omega} \sim 1$) и достаточно больших-больших амплитудах ($\tilde{h} \sim 0.1$), тогда как для случая $\tilde{H} = -0.99$ это происходит в диапазонах значений $\tilde{\omega}$ и \tilde{h} , которые более пригодны для практического использования.

4.2.2 Переключение магнитного момента под действием импульса поля конечной длительности

В процессе реальной записи действия внешних полей имеют ограниченную продолжительность, а также формы импульса поля могут быть разными. Переключение магнитного момента \mathbf{m} определяется длиной импульса, а также его формой. Так как фактор продолжительности импульса является определяющим,

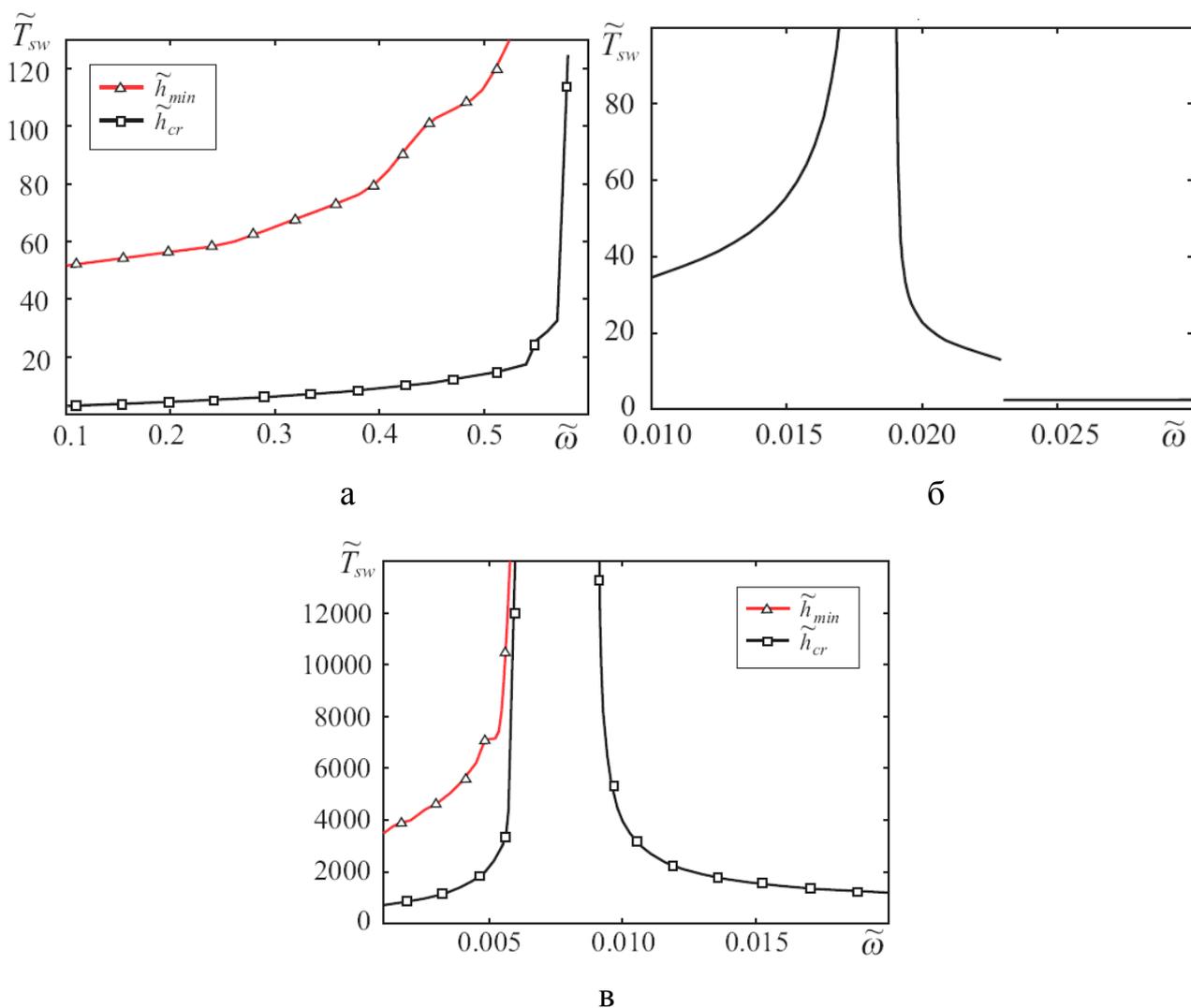


Рис. 4.4. Время переключения, измеренное в резонансных периодах в случае включения вращающегося поля с амплитудой $\tilde{h} = \tilde{h}_{cr}$: а) случай $\tilde{H} = 0$; б) случай $\tilde{H} = 0$ и малые частоты; в) случай $\tilde{H} = -0.99$

согласно оговоренной выше концепции рассматривается простейшая форма импульса поля – прямоугольная. Для надежной и быстрой работы устройств хранения информации длина импульса должна быть определена исходя из времени переключения. Но, в свою очередь, меняя длину импульса, можно оказывать непосредственное влияние на время переключения.

Во время протекания переходного процесса знак проекции \mathbf{m} на ось z может изменяться несколько раз, и если внешнее поле будет выключено после первого пересечения вектором \mathbf{m} плоскости xu , то из-за одноосной анизотропии магнитный момент наночастицы останется в нижнем положении. Определим значение амплитуды вращающегося поля, которое, для случая импульсного влияния отвечает минимальной, при которой осуществляется переориентация, как \tilde{h}_{\min}^p . Поскольку условие $\tilde{h}_{\min} > \tilde{h}_{\min}^p$ может выполняться для некоторых частот (см. рис. 4.5 а), это может привести к уменьшению минимальной амплитуды поля переключения по сравнению со случаем обычного включения поля. Как следует из рис. 4.5 а, это актуально для неоднородной прецессии, когда амплитуда нутации может быть довольно большой, и знак проекции \mathbf{m} на ось z изменяется периодически. Это дает возможность переключить намагниченность наночастицы несмотря на присутствие Q-режима. Подобная идея была предложена в [110] в рамках аппроксимации нулевого затухания ($\lambda \rightarrow 0$) под действием внешнего постоянного поля \tilde{H}_{\perp} , перпендикулярного к легкой оси частицы. С другой стороны, если внешнее вращающееся поле будет выключено, когда проекция \mathbf{m} на ось z будет положительная, вектор \mathbf{m} останется в начальном, или верхнем, состоянии. Это значит, что для обеспечения достаточного уровня надежности устройств хранения информации, необходимо очень точно проектировать длительность записывающего импульса.

Зависимость времени переключения от приведенной частоты для случая выключения поля, когда \mathbf{m} пересекает плоскость xu , изображенная на рис. 4.5 б). Здесь существуют четыре области, которые отличают разные пути протекания переходных процессов. Область 2 заслуживает особого внимания, так как

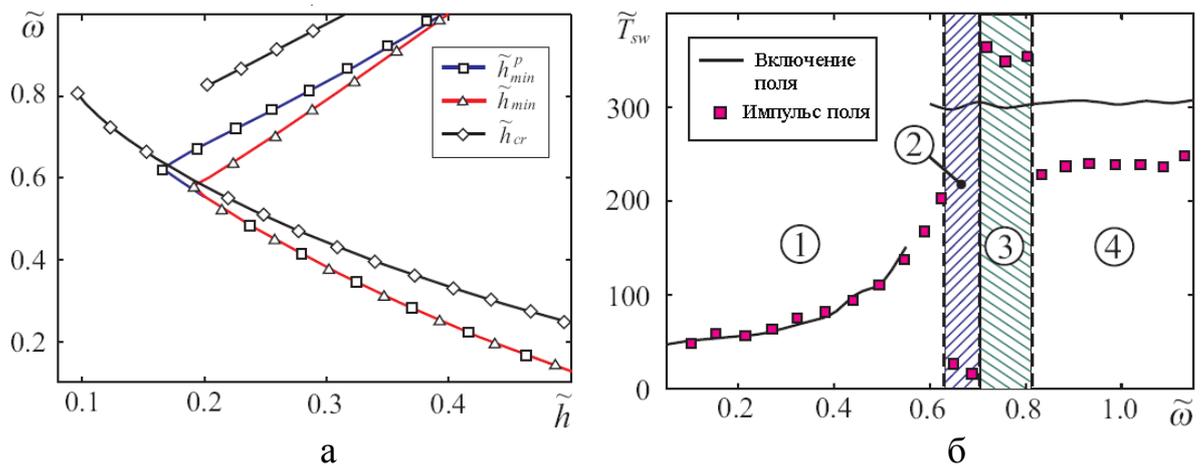


Рис. 4.5. Случай выключения поля, когда \mathbf{m} пересекают плоскость xu : а) зависимость минимальной амплитуды поля от частоты; б) зависимость времени переключения от частоты

это отвечает минимальному времени переключения и минимальной амплитуде поля.

Коль скоро граница раздела между областями 2-3 рис. 4.5 б находится в Q-режиме, то можно говорить, что Q-режим сам внутренне структурирован. Однако это уже выходит за рамки данного исследования.

Естественно, если амплитуда поля больше минимальной ($\tilde{h} > \tilde{h}_{min}^p$) продолжительность импульса может быть значительно меньшей. На рис. 4.6 а изображенные зависимости времени переключения от амплитуды поля для постоянной частоты и длины импульса \tilde{T}_p . Здесь можно видеть, что переключение намагниченности наночастицы происходит для длины импульса всего лишь в несколько резонансных периодов. Из этого рисунка видно также и влияние длины импульса на \tilde{T}_{sw} . Как и ожидалось, время переключения уменьшается с увеличением амплитуды поля. Но, кроме того, на представленных зависимостях наблюдаются разрывы и области, для которых $\tilde{T}_{sw} = 0$. Присутствие разрывов связано с тем, что вектор \mathbf{m} во время действия импульса поля пересекает плоскость xu нечетное число раз. В свою очередь, области $\tilde{T}_{sw} = 0$ имеют место, когда \mathbf{m} пересекает плоскость xu четное число раз.

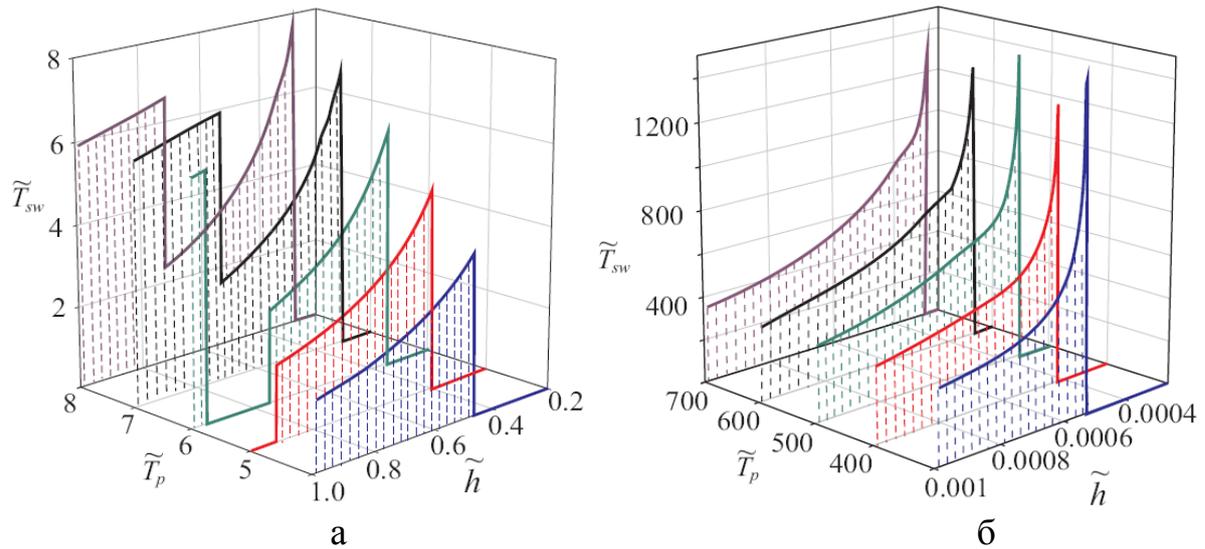


Рис. 4.6. Время переключения для разных длин импульса и амплитуд.
 а) случай $\tilde{N} = 0$; б) случай $\tilde{N} = -0.99$

Такие же зависимости для случая $\tilde{N} = -0.99$ изображены на рис. 4.6 б. Как и ожидалось, исходя из предыдущих результатов, время переключения в этом случае больше на два порядка, чем для $\tilde{N} = 0$. Следующая особенность процесса переключения заключается в неравенстве $\tilde{T}_{sw} < \tilde{T}_p$ для малых \tilde{h} . Это означает, что поле вращения работает как небольшое возмущение, которое выводит \mathbf{m} из состояния равновесия (верхнее положение), и потом, вспомогательное поле \tilde{N} приводит \mathbf{m} в другое состояние равновесия (нижнее положение).

Увеличение \tilde{T}_p ведет только к уменьшению минимальной амплитуды \tilde{h} переключающего циркулярно-поляризованного поля. Отсутствие разрывов и областей $\tilde{T}_{sw} = 0$, как в предыдущем случае, объясняется однократным пересечением плоскости xu магнитным моментом \mathbf{m} во время переходного процесса.

Преимущества циркулярно-поляризованного поля относительно постоянного \tilde{N}_\perp , которое перпендикулярно к легкой оси частицы, были показаны для случая изменения амплитуды поля квазистатическим способом (см. рис. 2.9). Там было показано, что в присутствии статического поля, направленного вдоль легкой оси, вращение против часовой стрелки обеспечивает переключение намагничивания наночастицы при меньших амплитудах по сравнению с полем,

которое вращается по часовой стрелке. Поле \tilde{H}_\perp отвечает вращающемуся с нулевой частотой, и, как следует из рис. 2.9, такое постоянное поле переключения имеет большую величину, чем поле с левой поляризацией. На рис. 4.7 представлены результаты численного моделирования импульсного действия полей \tilde{H}_\perp и \tilde{h} . Здесь частота и длина импульса \tilde{T}_p фиксированы, а время переключения представлено как зависимость от величины поля. Когда выполняется условие $\tilde{H} = 0$, импульсное действие вращающегося поля обеспечивает меньшие времена переключения для большого \tilde{h} по сравнению со случаем простого включения поля. Это происходит вследствие того, что окончание импульса не позволяет вектору \mathbf{m} пересечь плоскость xu во второй раз. Из полученных результатов очевидно, что импульсное воздействие циркулярно поляризованного поля обладает лучшими переключательными характеристиками по сравнению с импульсным воздействием статического поля \mathbf{H}_\perp .

Случай импульсного действия поля циркулярно поляризованного поля совместно со статическим, приложенным вдоль оси z ($\tilde{H} = -0.99$), более сложный (см. рис. 4.7 б). Здесь преимущества импульсного действия имеют место только для определенного интервала амплитуд поля $\tilde{h}_1 < \tilde{h} < \tilde{h}_2$ (см. рис. 4.7 б). Здесь циркулярно-поляризованное поле характеризуется меньшими временами переключения и величинами в сравнении с действием статического поля \tilde{H}_\perp , когда выполняется условие $\tilde{h} \leq \tilde{h}_3$. Если же $\tilde{h}_3 > \tilde{h}$, то время переключения для вращающегося поля превышает время переключения для поля \tilde{H}_\perp , но разность между ними является не слишком большой. Для сравнения, на рис. 4.7 б) изображенные подобные зависимости для поля с правой поляризацией. Как можно видеть, переключательные способности поля с правой поляризацией хуже. Как результат проведенных численных исследований можно отметить, что циркулярно-поляризованное поле с левой поляризацией лучше всего подходит для переключения магнитного момента.

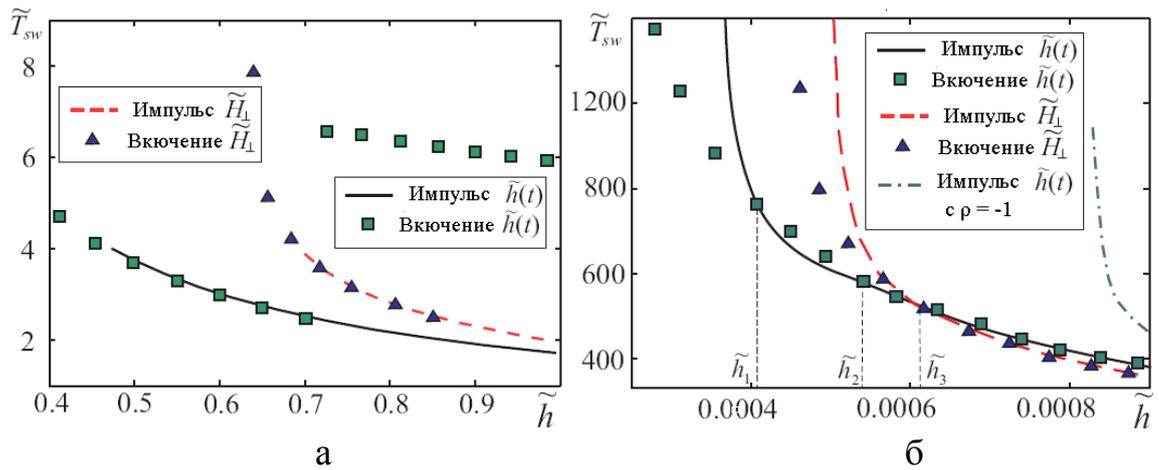


Рис. 4.7. Время переключения для импульсного воздействия вращающегося поля и постоянного поля, перпендикулярного к легкой оси: а) случай $\tilde{H} = 0$; б) случай $\tilde{H} = -0.99$

Таким образом, в рамках изучения переключательных свойств циркулярно-поляризованного поля

- Показано, что время переключения через неоднородный режим прецессии может быть очень большим, в том числе и бесконечно большим.
- Показано, что дополнительное действие внешнего статического поля вдоль легкой оси частицы приводит к уменьшению значений частоты вращения и амплитуды поля для переключения, но, в то же время, время переключения существенным образом увеличивается.
- Подтверждено, что переходные процессы, которые происходят во время включения вращающегося поля, могут уменьшить амплитуду поля переключения в сравнении с предсказанным аналитически.
- Показано, что импульсное поле может уменьшить время переключения и амплитуду поля в сравнении с постоянным внешним полем. В зависимости от продолжительности импульса магнитный момент наночастицы может пересечь плоскость xu четное или нечетное число раз, но эффект переключения имеет место только для последнего случая.
- Показано, что амплитуда поля, которое вращается в направлении естественной прецессии, и время переключения, меньше относительно случая статического поля, перпендикулярного к легкой оси частицы.

4.3 Влияние тепловых флуктуаций на процесс переключения

Поскольку в разделе 2 достаточно глубоко проработан вопрос о влиянии теплового шума на стационарную прецессионную динамику магнитного момента, рассмотрение влияния тепловых шумов на процесс переключения является разумным и логичным. В тоже время, наличие флуктуаций значительно осложняет определение времени переориентации. Здесь мы уже не можем считать переключение свершившимся фактом в том случае, когда магнитный момент последний раз пересекает плоскость xz , поскольку за счет тепловых флуктуаций магнитный момент может как продолжить переориентацию, так и вернуться обратно, причем вероятность того или иного события будет не одинаковой и определяться параметрами вращающегося поля [5]. В случае генерации неоднородного режима данную вероятность нельзя определить аналитически. Поэтому провести анализ характеристик переключения в случае с шумом аналогичный сделанному ранее крайне затруднительный, не смотря на очевидную желательность этого.

Чтобы исключить такую неопределенность, границу, при пересечении которой магнитным моментом можно считать, что переориентация завершена, необходимо размещать достаточно далеко за положением с максимальной энергией. Оказавшись в таком новом состоянии, магнитный момент в дальнейшем будет сравнительно долго флуктуировать в окрестности нового равновесного положения, следовательно, можно считать, что процедура перемагничивания наночастицы завершена. Таким образом, мы приходим к процедуре аналогичной той, которая использовалась при расчете среднего времени жизни. Далее, как и в разделе 3, значение заданного уровня для азимутального угла θ принимается равным $0,8\pi$. При моделировании полагалось, что в начальный момент времени внешнее поле скачкообразно изменялось от нуля до заданного значения. Именно резкое, скачкообразное включение поля и отличает время переключения от времени жизни режима, где магнитный момент постепенным увеличением амплитуды поля приводился в стационарное состояние, после чего включался термический шум.

4.3.1 Время переориентации и его сравнение со временем жизни режима

Время переключения магнитного момента определяется характером его динамики под воздействием внешнего поля. Наглядное представление о многообразии вариантов режимов прецессии \mathbf{m} , а также переходов между ними, можно получить из фазовой диаграммы рис. 3.2. В тоже время, прямое использование фазовой диаграммы рис. 3.2 будет не правильным, поскольку для ее получения параметры поля изменялись квазинепрерывным способом от нуля до максимального значения. Измерение времени переориентации \tilde{T}_{sw} предполагает резкое включение поля, при котором возникающие переходные процессы могут обусловить необратимые переходы, способные изменить вид фазовой диаграммы. С этой была получена соответствующая фазовая диаграмма для случая включения вращающегося поля (рис. 4.8). Здесь для каждой пары значений частоты и амплитуды за начальное положение принимается направление магнитного момента вдоль оси z , и в момент времени $\tilde{t} = 0$ на магнитный момент начинает действовать внешнее поле заданной амплитудой \tilde{h} и частотой $\tilde{\omega}$. Дальнейшая динамика \mathbf{m} моделируется решая детерминистическое уравнение Ландау-Лифшица методом Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом интегрирования $\Delta\tilde{t} = 0.001$. Устоявшееся решение и определяет режим прецессии для точки фазовой диаграммы с координатами $(\tilde{\omega}, \tilde{h})$. Амплитуды $\tilde{h} = 0.05$ (a), $\tilde{h} = 0.10$ (b), $\tilde{h} = 0.18$ (c) и $\tilde{h} = 0.25$ (d) соответствуют всем возможным переходам между режимами при фиксированной амплитуде и переменной частоте.

При нахождении времени переключения \tilde{T}_{sw} предполагалось, что в момент времени $\tilde{t} = 0$ происходит одновременное включение как внешнего поля заданной частоты и амплитуды, так и теплового шума. В то же время, в предыдущем разделе при получении среднего времени жизни режим прецессии \tilde{T}_{ml} , сначала находилось устоявшееся решение детерминистического уравнения Ландау-Лифшица для заданных $\tilde{\omega}$ и \tilde{h} , и лишь после нахождения устоявшегося

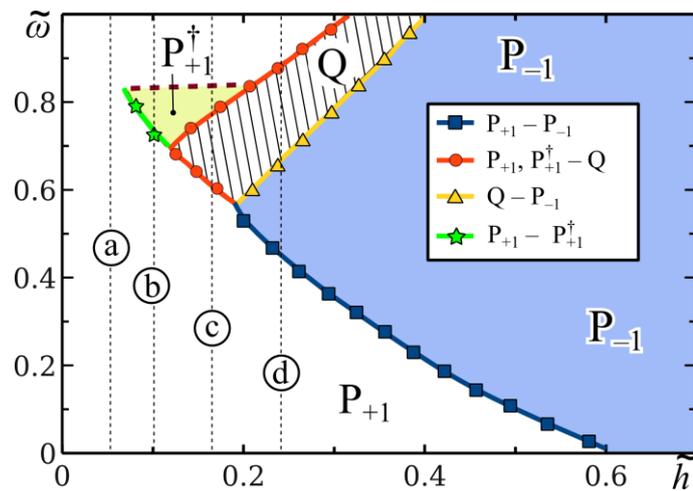


Рис. 4.8. Фазовая диаграмма прецессионных режимов для случая включения внешнего поля. Обозначения соответствуют рис. 3.2

решения, которое соответствует заданным $\tilde{\omega}$ и \tilde{h} , включался тепловой шум. На рис. 4.9 изображены частотные зависимости для величин \tilde{T}_{sw} и \tilde{T}_{ml} . Как видно, для обеих зависимостей характерны:

- резонансный характер;
- резкая зависимость от направления поляризации;
- асимметрия для случая больших и малых частот;
- наличие максимума для правой поляризации ($\rho = -1$) и минимума для левой ($\rho = +1$);
- минимум для случая $\rho = +1$ гораздо ярче выражен, чем максимум для $\rho = -1$.

Примечательно, что существенное различие между, суть разными по смыслу и по способу получения величинами \tilde{T}_{sw} и \tilde{T}_{ml} , наблюдается лишь в окрестности резонансной частоты для случая левой поляризации поля ($\rho = +1$) (см. рис. 4.9 а).

В частотном диапазоне $\tilde{\omega} = (0.1 \dots 0.5)$ выполняется условие $\tilde{T}_{sw} < \tilde{T}_{ml}$, поскольку за счет так называемых переходных процессов магнитный момент способен близко подойти к потенциальному барьеру и осуществить необратимый

переход $P_{+1} \rightarrow P_{-1}$ даже без участия тепловых флуктуаций.

В частотном же диапазоне $\tilde{\omega} = (0.5...1.0)$ наоборот справедливо условие $\tilde{T}_{sw} > \tilde{T}_{ml}$ (см. рис. 4.9 б). Здесь роль играет генерация Q-режима, которая не позволяет осуществить переориентацию магнитного момента за счет динамических процессов, поскольку переход $P_{+1} \rightarrow Q$ является обратимым. Стартовая позиция \mathbf{m} для поиска \tilde{T}_{ml} в данных условиях соответствует устоявшемуся Q режиму как по полярному так и азимутальному углам, в то время как стартовая позиция для поиска \tilde{T}_{sw} соответствует невозмущенному положению \mathbf{m} . Поэтому, магнитному моменту требуется некоторое дополнительное время для приближения к стационарному для данных параметров поля состоянию, что и приводит к выполнению условия $\tilde{T}_{sw} > \tilde{T}_{ml}$.

Качественно различное поведение зависимостей $\tilde{T}_{sw}(\tilde{\omega})$ рис. 4.9 а) в зависимости от направления поляризации ($\rho = \pm 1$) представляет собой один из ключевых результатов с точки зрения потенциального применения циркулярно-поляризованного поля для перемагничивания наночастицы в процессе магнитной записи. В зависимости от направления вращения поля возможно как резонансное уменьшение времени переключения, так и его резонансное повышение. Интересной особенностью зависимости $\tilde{T}_{sw}(\tilde{\omega})$, представленной на рис. 4.9 б) является ее неразрывность. Как следует из данных рис. 4.8 для амплитуды поля $\tilde{h} = 0.25$ магнитный момент для различных диапазонов частот демонстрирует различные режимы прецессии, качественно отличающиеся друг от друга. Такие отличия позволяют предположить о различиях во временах резонансной частоты поля. Амплитуда поля $\tilde{h} = 0.25$ переключения, выражающихся в разрывах на зависимости $\tilde{T}_{sw}(\tilde{\omega})$ в местах смены режимов. Однако, численный эксперимент не подтверждает эти предположения и указанная зависимость представляет собой гладкую унимодальную кривую с минимумом около $\tilde{\omega}_{\min} = 0.46$. Подобные результаты наблюдались и для среднего времени жизни режима прецессии \tilde{T}_{ml} в предыдущем разделе.

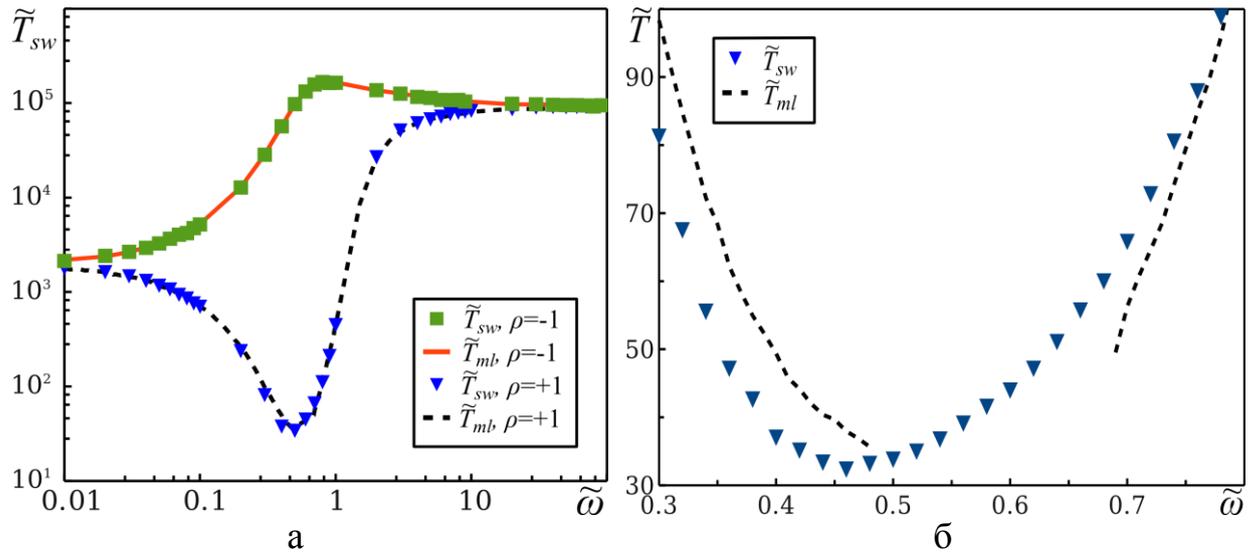


Рис. 4.9. Сравнение частотных зависимостей времени переориентации и времени жизни режима прецессии: а) график зависимости для широкого диапазона частот для левой и правой поляризации вращающегося поля, б) область частот, близких к резонансной

Сходным образом ведут себя зависимости $\tilde{T}_{sw}(\tilde{\omega})$ для других амплитуд поля (см. рис. 4.10) с той лишь разницей, что положения минимума смещается в сторону больших частот с убыванием амплитуды поля. Это объясняется тем, что переключение магнитного момента для поля с меньшей амплитудой в детерминистическом случае происходит для больших частот.

Время переключения \tilde{T}_{sw} будет определяться, в том числе, и внутренними параметрами: полем анизотропии H_a и параметром затухания λ . Исходя из связи приведенного и обычного времен $\tilde{t} = \omega_r t = \gamma H_a t$, а также приведенной и реальной амплитуды поля $\tilde{h} = h/H_a$, влияние поля анизотропии на время переключения очевидно. Для выяснения влияния параметра затухания была проведена серия численных испытаний, результаты которых приведены на рис. 4.11. Как видно из графиков, \tilde{T}_{sw} уменьшается вместе с λ . Это говорит о том, что магнитные материалы, обеспечивающие большое затухание, являются более предпочтительными с точки зрения времени записи. При этом, величина \tilde{T}_{sw} быстро

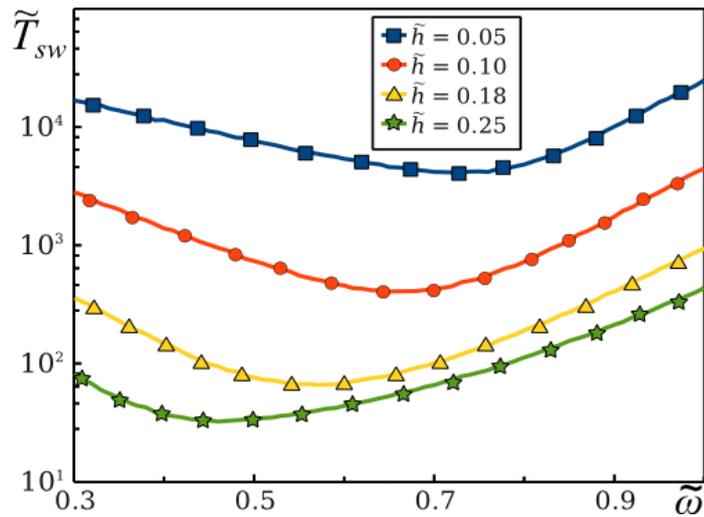


Рис. 4.10. Частотные зависимости времени переключения для различных амплитуд вращающегося поля

растет с убыванием λ , что продемонстрировано на рис. 4.12 для пределов малых (рис. 4.12 а), больших (рис. 4.12 б) частот, а также для частот, соответствующих минимальному времени переключения для левой поляризации поля (рис. 4.12 в).

Следует отметить, что полученные здесь численные результаты для предела низких частот качественно совпадают с аналитическими, полученными в разделе 3 для времени жизни режима прецессии в пределе высокого потенциального барьера (см. рис. 4.11 а) и формулу (3.61)). Различия этих зависимостей связаны в первую очередь с тем, что при численном моделировании параметр a , характеризующий относительную высоту потенциального барьера, выбирался не очень большим ($a = 10$) для ускорения счета. Различия же обусловленные разными процедурами вычисления времени переключения и среднего времени жизни моды здесь не играют значительной роли, подтверждением чему является асимптотическое совпадение зависимостей $\tilde{T}_{sw}(\tilde{\omega})$ и $\tilde{T}_{ml}(\tilde{\omega})$ при $\tilde{\omega} \rightarrow \infty$ (см. рис. 4.9 а) для амплитуды поля $\tilde{h} = 0.25$.

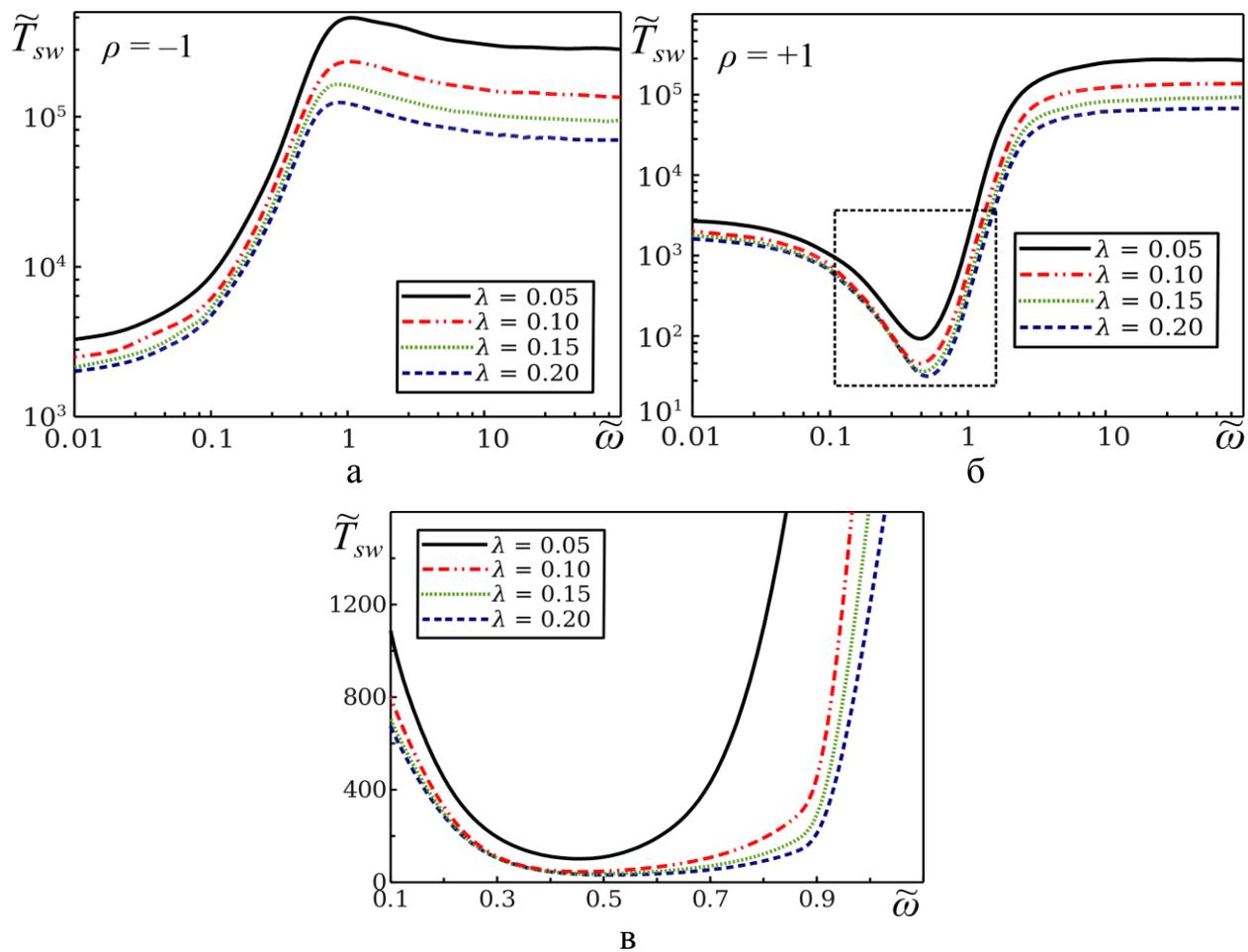


Рис. 4.11. Частотная зависимость времени переориентации для разных параметров затухания $\tilde{h} = 0.25$

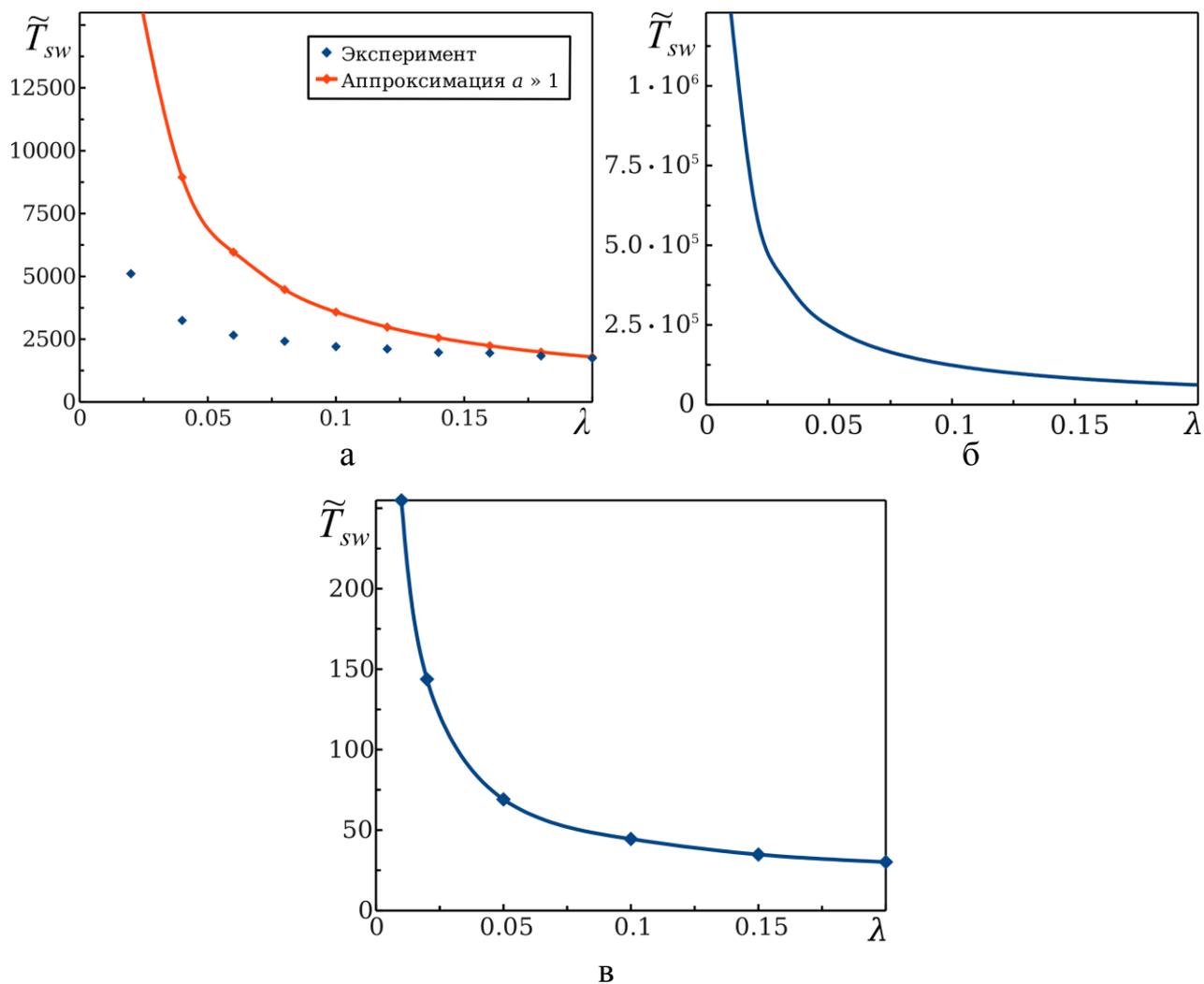


Рис. 4.12. Зависимость времени переключения от параметра затухания:
 а) $\tilde{\omega} = 0$, б) $\tilde{\omega} \rightarrow \infty$, в) $\min(\tilde{T}_{sw}) = f(\lambda)$.

4.3.2 Время переключения для различных амплитуд поля и интенсивности шумов

Очевидно, что тепловые флуктуации могут различным образом влиять на процесс переключения магнитного момента из одного устойчивого состояния в другое в зависимости от соотношения между тепловой и магнитной энергиями (см. выражение (3.3)). Для малых амплитуд вращающегося поля (рис. 4.13 а) с ростом температуры (или с уменьшением значения a) время переключения уменьшается. Это связано с тем, что при малом регулярном воздействии, переключение происходит в первую очередь благодаря тепловым флуктуациям.

При увеличении амплитуды вращающегося поля наличие тепловых флуктуаций будет как препятствовать, так и способствовать процессу перемагничивания (см. рис. 4.13 б, в) на фоне существенно снижения времени переориентации по сравнению с предыдущим случаем. Здесь переключение происходит благодаря действию вращающегося поля, а тепловой шум лишь сравнительно незначительно модифицирует время переключения. В конечном итоге, для достаточно больших амплитуд вращающегося поля увеличение температуры незначительно замедляет перемагничивание наночастицы (рис. 4.13 г). Все численные результаты получены для частоты $\tilde{\omega} = 1.0$, и параметра затухания $\lambda = 0.2$. Усреднение проводилось по $5 \cdot 10^5$ независимым реализациям.

Соответственно, зависимости времени переключения от амплитуды вращающегося поля (рис. 4.14) можно условно классифицировать на 2 вида. Если амплитуда вращающегося поля достаточно мала (для выбранных условий моделирования $\tilde{h} = 0 \div 0.29$), величина времени переключения будет сравнительно большой и очень чувствительной как изменению \tilde{h} , так и к изменению температуры (рис. 4.14 а). Из рис. 4.14 (см. кривую $\tilde{h} = 0.25$) очевидно, что в этом случае вращающееся поле самостоятельно не в состоянии перемагнитить наночастицу и наличие флуктуаций играет принципиальную роль. Если же величина амплитуды поля достаточно велика для того, чтобы переключить магнитный

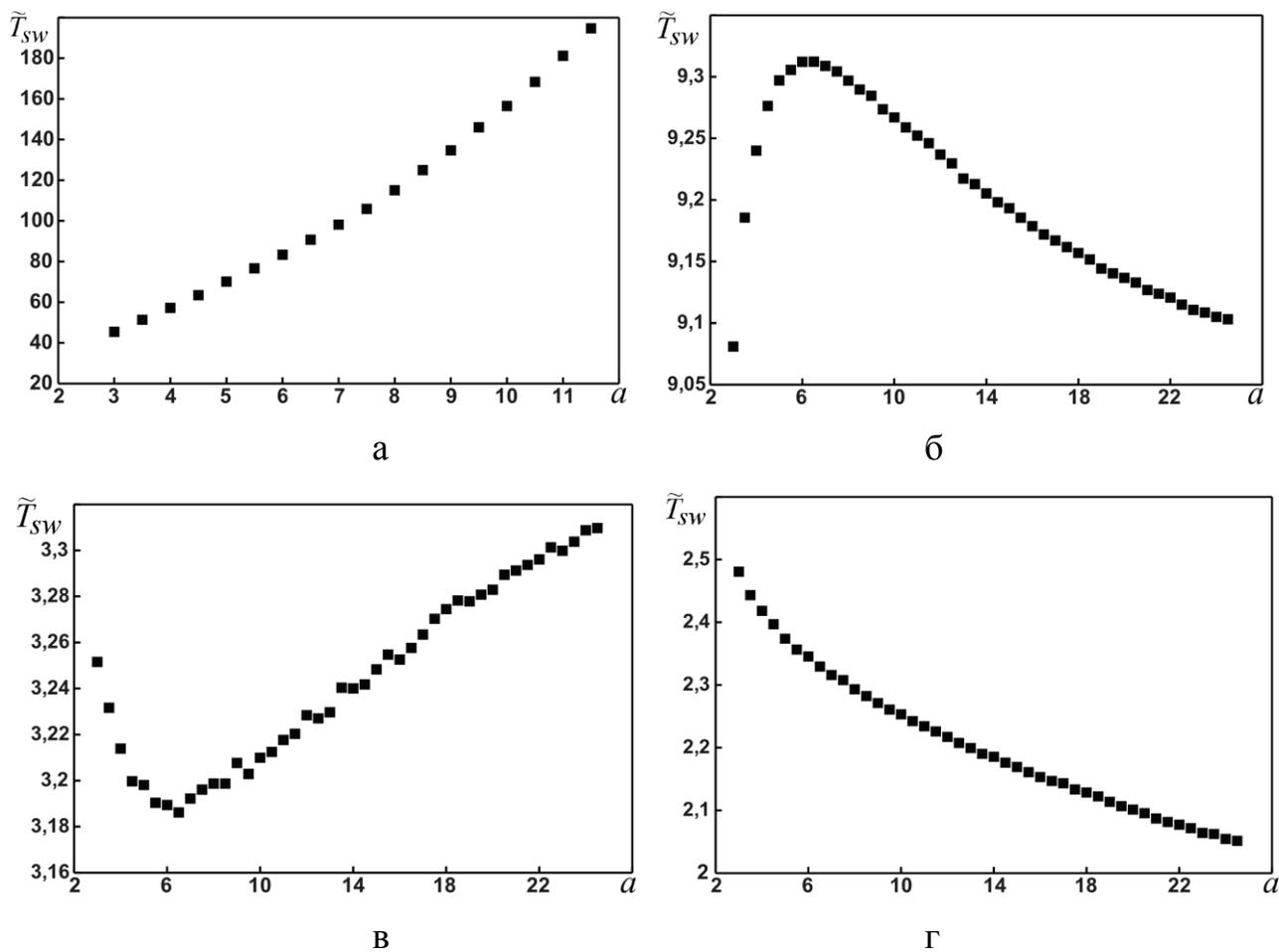


Рис. 4.13. Зависимость времени переключения от параметра a для различных амплитуд вращающегося поля: а) $\tilde{h} = 0.3$; б) $\tilde{h} = 0.9$; в) $\tilde{h} = 1.5$; г) $\tilde{h} = 1.7$

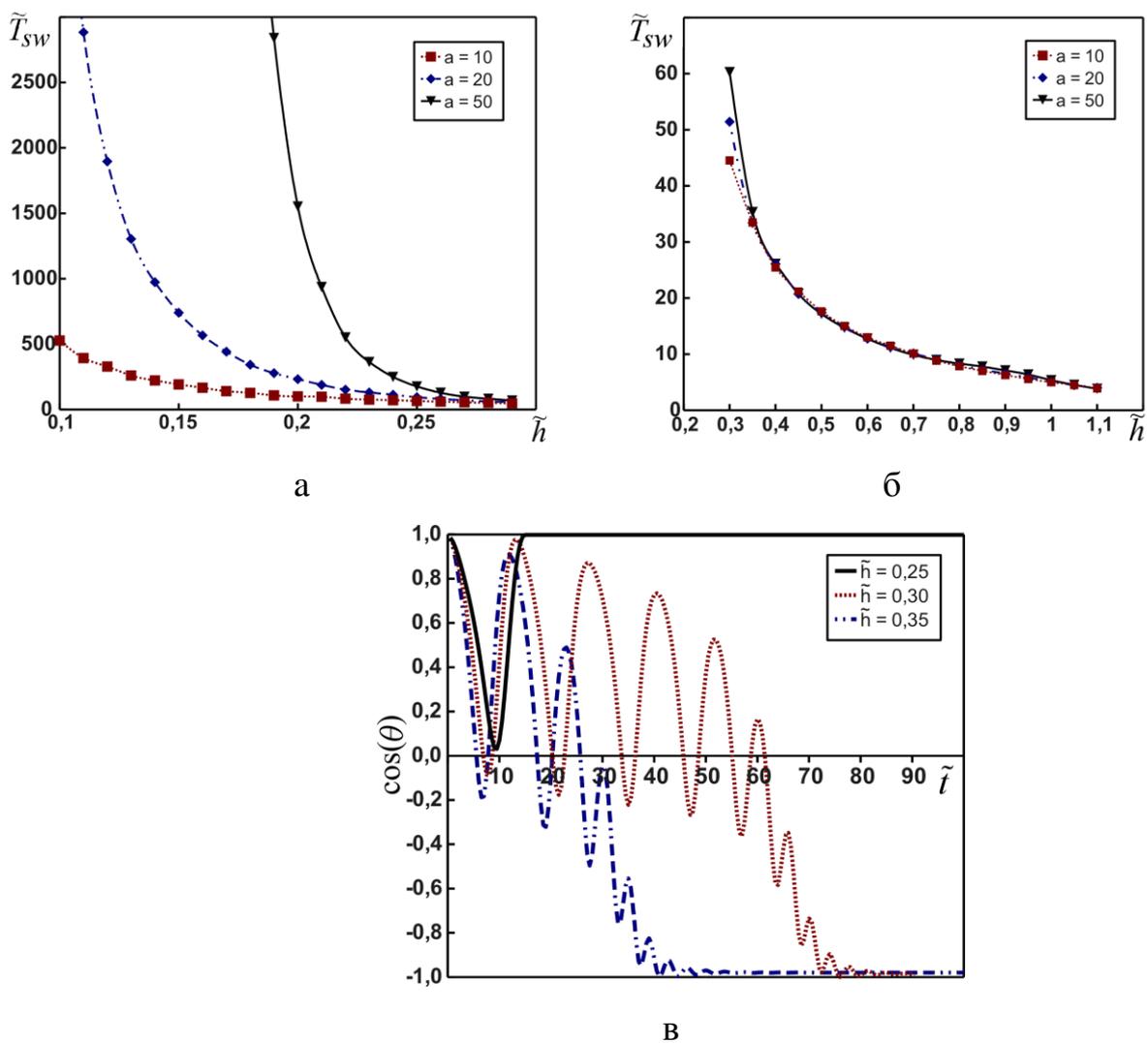


Рис. 4.14. Зависимость времени переключения от амплитуды вращающегося поля для различных параметров a : а) случай малых амплитуд вращающегося поля; б) случай больших амплитуд вращающегося поля; в) временные зависимости $\cos\theta$ магнитного момента для детерминистического случая при различных амплитудах вращающегося поля

момент, тепловые шумы оказывают лишь незначительное влияние на зависимость $\tilde{T}_{sw}(\tilde{h})$, см. рис. 4.14 б). При этом время переключения существенно меньше, чем в предыдущем случае. Моделирование проводилось для следующих параметров: $\tilde{\omega} = 0.75$, $\lambda = 0.2$. Усреднение производилось для 2000 независимых реализаций.

Поскольку процесс перемагничивания ферромагнитной наночастицы носит случайный характер, среднее время переключения магнитного момента не является самодостаточной характеристикой, поскольку сами времена переключения могут быть распределены различным образом. Проведенное численное исследование показали, что в случае, когда амплитуда вращающегося поля достаточно велика, и переориентация вектора \mathbf{m} осуществляется благодаря внешнему полю, функция плотности вероятности представляет собой неунимодальную кривую с несколькими минимумами и максимумами (рис. 4.15 а). Это связано с тем, что при включении внешнего детерминистического поля за счет динамических процессов в различные моменты времени магнитный момент наночастицы в различной степени отстоит от положения с максимальной энергией (рис. 4.15 б). И в те промежутки времени, когда \mathbf{m} имеет наибольшую энергию, вероятность его переориентации в новое состояние достигает максимальных значений.

При этом относительная разница между минимумами и максимумами функции плотности вероятности тем меньше, чем большей есть температура. Таким образом, реальные времена перемагничивания могут с практически одинаковой вероятностью принимать отличающиеся в несколько раз значения.

В случае же малых амплитуд поля, когда переключение возможно лишь в присутствии тепловых шумов, функция плотности вероятности приобретает вид ассиметричной унимодальной кривой, которая достаточно слабо убывает, что особенно выражено для больших температур (см. рис. 4.16 а). Т.е., как и следовало ожидать, функция плотности вероятности есть более «размытой». Наличие максимума плотности вероятности связано с максимальным отклонением \mathbf{m} от положения равновесия, как и в предыдущем случае.

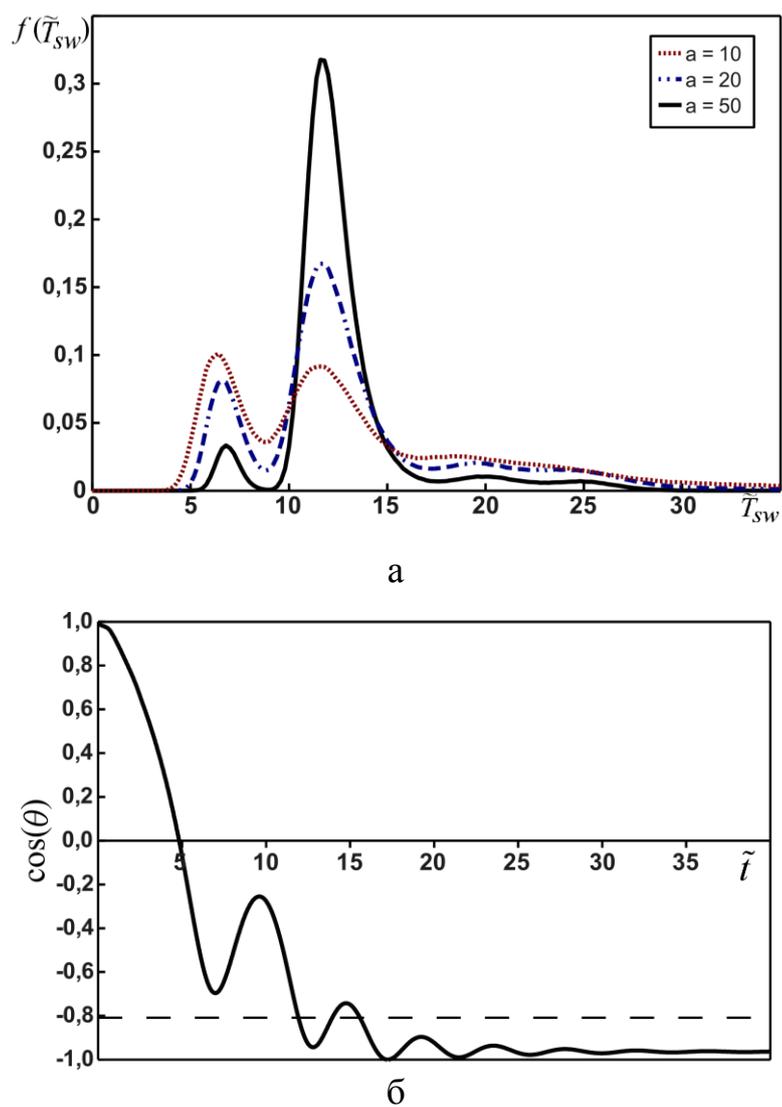
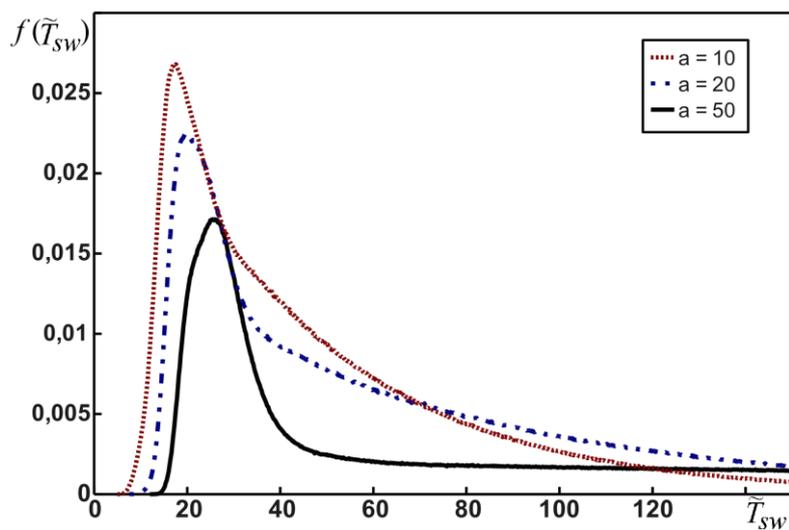
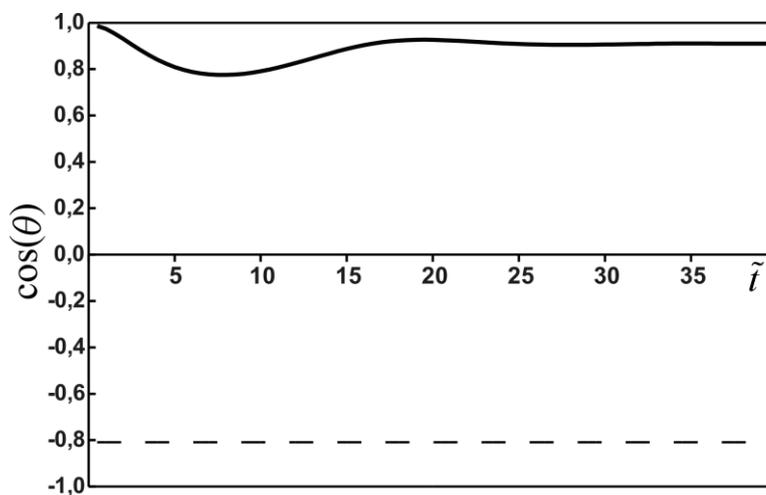


Рис. 4.15. Плотность вероятности времени переключения ($\tilde{h} = 0.4$):
 а) функция плотности вероятности; б) временная зависимость косинуса полярного угла магнитного момента для детерминистического случая



а



б

Рис. 4.16. Плотность вероятности времени переключения ($\tilde{h} = 0.2$): а) функция плотности вероятности; б) временная зависимость косинуса полярного угла магнитного момента для детерминистического случая

4.4 Выводы к разделу 4

В данном разделе используя стохастическое уравнение Ландау-Лифшица была определены характеристики переключения магнитного момента одноосной ферромагнитной наночастицы под действием циркулярно-поляризованного магнитного поля, которое вращается в плоскости, перпендикулярной к лёгкой оси наночастицы. В частности, получены такие результаты.

1. Определена частотная зависимость минимальной амплитуды вращающегося поля при скачкообразном включении поля, а также для импульса поля конечной длительности

2. Определена оптимальная длительность импульса вращающегося поля для различных частот.

3. Показано, что вращающееся магнитное поле обеспечивает переключение при меньших амплитудах и периодах действия по сравнению с другими типами полей.

4. Получена частотная зависимость времени переключения $\tilde{T}_{sw}(\tilde{\omega})$, которая демонстрирует резонансный характер, несовпадение асимптотик в случае больших и малых частот, а, также, качественные отличия в зависимости от направления вращения поля.

5. Проанализировано влияние параметра затухания на время переключения. Показано, что с уменьшением λ наблюдается быстрый рост \tilde{T}_{sw} во всем диапазоне частот.

6. Найдены зависимости времени переключения от температуры. Показано, что тепловые флуктуации могут как ускорять, так и замедлять процесс переключения магнитного момента между двумя устойчивыми состояниями.

Данная информация имеет принципиальное значение для разработки новых методов магнитной записи с использованием циркулярно-поляризованного поля.

ВЫВОДЫ

В данной диссертационной работе в рамках приближения Стонера-Вольфарта было всесторонне исследовано влияние циркулярно-поляризованного в плоскости, перпендикулярной к легкой оси, поля на одноосную ферромагнитную наночастицу. Для изучения нелинейных эффектов рассматривалась детерминистическая модель, основанная на уравнении Ландау-Лифшица, которое решалось аналитически и численно. Анализ стохастических эффектов проводился в рамках модели с тепловым белым шумом, основанной на стохастическом уравнении Ландау-Лифшица и уравнении Фоккера-Планка.

Основные полученные результаты состоят в следующем:

1. Впервые установлены условия генерации различных режимов прецессии магнитного момента ферромагнитной наночастицы и определены переходы между этими режимами. Предложен графический метод представления групп параметров, при котором происходит генерация того или иного режима – так называемый метод фазовых диаграмм. Установлен эффект переключения магнитного момента циркулярно-поляризованным магнитным полем, который состоит в смене знака проекции магнитного момента в процессе изменения режимов. Показано, что переключение может иметь место как при переходе между двумя однородными режимами, так и при переходе между однородным и неоднородным режимами.

2. Основываясь на решении задачи о достижении случайным процессом заданного уровня с использованием обратного уравнения Фоккера-Планка для магнитного момента, было получено среднее время жизни однородного режима в случае малых углов прецессии. Аналитически показано, что время жизни для больших частот будет всегда превышать время жизни для малых. Также установлено, что направление вращения поля против естественной прецессии при больших частотах увеличивает время жизни однородного режима, а вращение против естественной прецессии, наоборот, его уменьшает. Этот аналитический результат был подтвержден также и численным экспериментом, в ходе которо-

го выяснилось, что в области резонансных частот при воздействии полем левой поляризации время жизни имеет резонансный минимум, а для вращающегося поля с правой поляризацией – резонансный максимум. Кроме того, не обнаружено значимого влияния смены режимов прецессии на время жизни.

3. Всесторонне проанализирован процесс переключения магнитного момента ферромагнитной наночастицы при резком включении магнитного поля. Для случая отсутствия теплового шума найдены частотные зависимости времени переключения для минимальной амплитуды поля \tilde{h}_{\min} переключения для импульса бесконечной длительности. Показано, что для однородного режима прецессии вследствие наличия переходных процессов при включении внешнего поля амплитуда переключения может быть меньше, чем предсказанная аналитически исходя из критерия устойчивости. В тоже время, для неоднородного режима данный эффект отсутствует, а время переключения может сколь угодно большим.

Поскольку при переключении проекция магнитного момента может многократно менять свой знак, предложено оптимизировать время переключения и амплитуду переключающего поля длительностью действия последнего. Для случая действия поля конечной длительности получена частотная зависимость минимальной амплитуды импульса переключающего поля \tilde{h}_{\min}^p . Показано, что $\tilde{h}_{\min}^p(\tilde{\omega}) \leq \tilde{h}_{\min}(\tilde{\omega})$.

4. Для модели с тепловым шумом впервые были найдены зависимости времени переключения от температуры, из которых следует, что флуктуации в зависимости от их интенсивности могут как ускорять, так и замедлять процесс переключения магнитного момента между двумя устойчивыми состояниями. Впервые найдены частотные зависимости времени переключения, которые демонстрируют резонансный характер, а также асимметрию асимптотических значений. Кроме этого, были найдены зависимости времени переключения от таких параметров системы, как амплитуда вращающегося поля и параметр затухания.

ПРИМЕЧАНИЯ

Результаты исследования были опубликованы в соавторстве с Лютым Т.В., Денисовым С.И., К. Биннсом (С. Binns).

Лютый Т.В. предложил численно анализировать смену прецессионных режимов магнитного момента совместно с анализом знакопеременности критерия стабильности, неоднозначный характер частотной зависимости проекции магнитного момента на легкую ось при увеличении или уменьшении частоты, а также, рассмотреть влияние динамических процессов на переключение магнитного момента циркулярно-поляризованным полем при резком включении последнего.

Денисов С.И. предложил и развил аналитический аппарат нахождения среднего времени жизни прецессионного режима магнитного момента ферромагнитной наночастицы основываясь на задаче о среднем времени достижения случайным процессом заданного уровня.

К. Биннс (С. Binns) предложил сравнить параметры переключения для циркулярно-поляризованного поля с постоянным полем, приложенным перпендикулярно легкой оси.

Считаю своей приятной обязанностью высказать искренние благодарности своему научному руководителю, к.ф.-м.н., доценту Лютому Тарасу Владимировичу за помощь, поддержку, внимание к работе. Специальную благодарность хочу выразить д.ф.-м.н. проф. Денисова С.И. за идеи, ценные советы и замечания

Выражаю искреннюю благодарность всему коллективу кафедры общей и теоретической за возможность выполнить исследования на кафедре, моральную поддержку в процессе выполнения и активное обсуждение результатов диссертационной работы на научных семинарах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J.L. Dormann, Magnetic Properties of Fine Particles / J.L. Dormann, D. Fiorani: - North Holland: - 1992, 420 pp.
2. Fine Particles in Medicine and Pharmacy / Ed. by Egon Matijević: - Springer: - 2012, 342 pp.
3. Ross C.A. Patterned magnetic recording media // Ann. Rev. Mater. Sci. – 2002. – Vol.31. – P.203-235
4. Thirion C. Switching Of Magnetization By Nonlinear Resonance Studied In Single Nanoparticles / C. Thirion, W. Wernsdorfer, D. Mailly // Nature Mater. – 2003. – Vol.2. – P.524-527.
5. Dynamical and thermal effects in nanoparticle systems driven by a rotating magnetic field / S.I. Denisov, T.V. Lyutyu, P. Hanggi, K.N. Trohidou // Phys. Rev. B. – 2006. – Vol.74. – P.104406(8).
6. Лютый Т.В. Перемагничивание наночастицы циркулярно-поляризованным магнитным полем / Т.В. Лютый, А.Ю. Поляков // Металлофиз. новейшие технол. – 2008. – Т.30, №4. – С. 429-438.
7. Switching properties of ferromagnetic nanoparticles driven by a circularly polarized magnetic field / T.V. Lyutyu, A.Yu. Polyakov, A.V. Rot-Serov. and C. Binns – J. Phys.: Condens. Matter. – 2009. – Vol.21. – P.396002 (9).
8. Поляков А.Ю. Стохастическая динамика намагниченности наночастицы в циркулярно-поляризованном магнитном поле / А.Ю. Поляков, Т.В. Лютый // Ж. нано-электрон. физ. – 2010. – Т.2, №4. – С. 12-21.
9. Denisov S.I. Resonant suppression of thermal stability of the nanoparticle magnetization / S.I. Denisov, A.Yu. Polyakov, and T.V. Lyutyu // Phys. Rev.B. – 2011. – Vol.84. – P.174410(11).
10. А.Ю. Поляков Время переключения магнитного момента в циркулярно-поляризованном поле / Поляков А.Ю. // Ж. Нано- Электрон. Физ. – 2012. – Т.4, №3. – С. 03012(6)
11. Поляков А.Ю. Однородная и неоднородная прецессия магнитного момен-

- та, возбуждаемого вращающимся магнитным полем / А.Ю. Поляков, Т.В. Лютый // Научно-техническая конференция преподавателей, сотрудников, аспирантов и студентов Физико-технического факультета, 21-24 апреля 2008 г.: материалы и программа конференции - Сумы, 2008.- С.55.
12. Поляков А.Ю. Способы переключения намагниченности ферромагнитных наночастиц / А.Ю. Поляков, Т.В. Лютый // Научно-техническая конференция преподавателей, сотрудников, аспирантов и студентов Факультета электроники и информационных технологий, 21-24 апреля 2009 г.: материалы и программа конференции - Сумы, 2009. - С.91.
 13. Рот-Серв А.В. Время перемагничивания наночастицы под действием внешнего поля / А.В. Рот-Серв, А.Ю. Поляков, Т.В. Лютый // Научно-техническая конференция преподавателей, сотрудников, аспирантов и студентов Физико-технического факультета, 21-24 апреля 2008 г.: материалы и программа конференции - Сумы, 2008. - С.54.
 14. Лютый Т.В. Стохастическая динамика намагниченности наночастицы во вращающемся магнитном поле / Т.В. Лютый, А.Ю. Поляков // Научно-техническая конференция преподавателей, сотрудников, аспирантов и студентов Факультета электроники и информационных технологий, 19-23 апреля 2010 г.: материалы и программа конференции - Сумы, 2010.- С.161.
 15. Поляков А.Ю. Резонансное переключение намагниченности наночастицы во вращающемся поле / А.Ю. Поляков, Т.В. Лютый, С.И. Денисов // Научно-техническая конференция "Физика, электроника, электротехника - 2011", 18-22 апреля 2011 г.: материалы и программа конференции - Сумы, 2011. - С.30.
 16. Рот-Серв А.В. Ферромагнитная наночастица в циркулярно поляризованном магнитном поле: время переключения намагниченности / А.В. Рот-Серв, А.Ю. Поляков, Т.В. Лютый // Международная конференция студентов и молодых ученых по теоретической и экспериментальной физике "Эврика - 2008", 19-21 мая 2008 г.: тезисы докладов, Львов, 2008. - С.Е12.
 17. Поляков А.Ю. Переключение магнитного момента наночастицы под дей-

- ствием магнитных полей различного типа / А.Ю. Поляков, П.Ю. Поляков, Т.В. Лютый // Международная конференция студентов и молодых ученых по теоретической и экспериментальной физике "Эврика - 2009", 20-22 мая 2009 г.: тезисы докладов, Львов, 2009. - С.Ф9.
18. Polyakov A.Yu. Switching properties of ferromagnetic nanoparticles driven by alternative fields / A.Yu. Polyakov, T.V. Lyutyu // International Conference "Functional Materials" ICFM - 2009, 5-10 October 2009: abstract book, Partenit, 2009. - P.369.
 19. Polyakov A.Yu. Thermal stability of a Fine Particle Magnetic Moment in a Rotating magnetic Field / A.Yu. Polyakov, T.V. Lyutyu, S.I. Denisov // International Conference "Functional Materials" ICFM - 2011, 3-8 October 2011: abstract book, Partenit, 2011. - P.291.
 20. Лютый Т.В. Динамика намагниченности наночастицы в циркулярно-поляризованном магнитном поле / Т.В. Лютый, А.Ю. Поляков, А.В. Рот-Серов // 3-я международная конференция "Сенсорная электроника и микросистемные технологии СЕМСТ-3", 2-6 июня 2008 г.: тезисы докладов, Одесса, 2008. - С.49.
 21. Поляков А.Ю. Влияние теплового шума на динамику намагниченности наночастицы в циркулярно-поляризованном магнитном поле/ А.Ю. Поляков, Т.В. Лютый // 4-я международная конференция "Сенсорная электроника и микросистемные технологии СЕМСТ-4", 28 июня-2 июля 2009 г.: тезисы докладов, Одесса, 2009. - С.47.
 22. Polyakov A.Yu. Stochastic dynamics of a nanoparticle's magnetization driven by a rotating magnetic field / A.Yu. Polyakov, T.V. Lyutyu, P.Yu. Polyakov // International Workshop Magnetic Phenomena in Micro and Nano-Structures, 27-29 May 2010.: abstract book, Donetsk, 2010. - P.169.
 23. Denisov S.I. Lifetime of the precession mode of a nanoparticles magnetic moment in a rotating magnetic field / S.I. Denisov, A.Yu. Polyakov, T.V. Lyutyu // 1-st Nanomaterials: Application and Properties, 27-30 September 2011: Proceeding of the conference, Vol.1, Alushta, 2011. - P.192.

24. Indira T.K. Magnetic Nanoparticles – A Review / T.K. Indra, P.K. Lakshmi // IJPSN. – 2010. – Vol.3, №3. – P.1035-1043.
25. Chemically prepared magnetic nanoparticles / M.A. Willard, L.K. Kurihara, E.E. Carpenter, S. Calvin [et al.] // IMR. – 2004. – Vol.49, №3-4. – P.125-171.
26. Lu A.H. Magnetic Nanoparticles: Synthesis, Protection, Functionalization, and Application / A.H. Lu, E.L. Salabas, F. Schuth // Angew. Chem. Int. Ed. – 2007. – Vol.46. – P.1222-1244.
27. Ordered magnetic nanostructures: fabrication and properties / J.I. Martin, J. Nogues, L. Kai, J.L. Vicent [et. al] // J. Magn. Magn. Mater. – 2003. – Vol.256. – P.449-501.
28. Preparation of hydrosol suspensions of elemental and core-shell nanoparticles by co-deposition with water vapour from the gas-phase in ultra-high vacuum conditions / C. Binns, P. Prieto, S. Baker, P. Howes [et. al] // J. Nanopart. Res. – 2012. – Vol.14, №9. – P.1136(8).
29. Enhanced capability in a gas aggregation source for magnetic nanoparticles / G.H. Iles, S.H. Baker, S.C. Thornton, C. Binns // J. Appl. Phys. – 2009. – Vol.105, №2. – P.024306(6).
30. The behaviour of nanostructured magnetic materials produced by depositing gas-phase nanoparticles / C. Binns, K.N. Trohidou, J. Bansmann, S.H. Baker S.H., [et al.] // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2005. – Vol.38, №22. – P. R357-R379
31. Pankhurst Q.A. Applications of Magnetic Nanoparticles in Biomedicine / Q.A. Pankhurst, J. Connolly, S.K. Jones, J. Dobson // J. Phys. D. – 2003. – Vol.36. – P.167-181.
32. Pankhurst Q.A. Progress in applications of magnetic nanoparticles in biomedicine / Q.A. Pankhurst, J. Connolly, S.K. Jones and J. Dobson // Phys. D: Appl. Phys. – 2009. – Vol.42. – P. 224001(8).
33. Atanasijevic T. Preparation of iron oxide-based calcium sensors for MRI / T. Atanasijevic, A. Jasanoff // Nat. Protoc. – 2007. – Vol. 2. – P. 2582-2594.
34. Magnetic fluid hyperthermia (MFH): Cancer treatment with AC magnetic field induced excitation of biocompatible superparamagnetic nanoparticles / A. Jor-

- dan, R. Scholz, P. Wust, H. Fahling [et al.] // *J. Magn. Magn. Mat.* – 1999. – Vol. 201. – P. 413-429.
35. Han S.-J. *Magnetic Nanotechnology for Biodetection* / S.-J. Han, S.Wang // *J. Assoc. Lab. Automat.* – 2003. – Vol. 15. – P. 93-112.
36. *Recent Development and Application of Magnetic Nanoparticles for Cell Labeling and Imaging* / Ch. Zhang, T. Liu, J. Gao, Y. Su [et al] // *Mini-Rev. Med. Chem.* – 2010. – Vol.10. – P.194-203.
37. Piramanayagam S.N. Recording media research for future hard disk drives / S.N. Piramanayagam, K. Srinivasan // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2009. – Vol.321. – P.485-494.
38. Kikitsu A. Prospects for bit patterned media for high-density magnetic recording / A. Kikitsu // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2009. – Vol.321, №6. – P.526-530.
39. Richter H.J. The transition from longitudinal to perpendicular recording / H.J. Richter // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2007. – Vol.40. – P.R149-R165.
40. Hyeon T. Chemical synthesis of magnetic nanoparticles / T. Hyeon // *Chem. Commun.* – 2003. – Vol.8. – P.927-934.
41. High K_u Materials Approach to 100 Gbits/in² / D. Weller, A. Moser, L. Folks, M.E. Best, W. Lee, M.F. Toney et al. // *IEEE Trans Magn.* – 2000. – Vol.36, №1. – P.10-15.
42. Wernsdorfer W. Classical and quantum reversal magnetization studied in nanometer-sized particles and clusters / W. Wernsdorfer // *Adv. Chem. Phys.* – 2001. – Vol.118. – P.99-190.
43. *Nanoscale Materials In Chemistry* / Edited by K.J. Klabunde. – Willey Interscience, 2001. – 285 p.
44. Polyakov A.Yu. Hysteresis Properties of Two-Dimensional Spin Systems / A.Yu. Polyakov, T.V. Lyuty , A.V. Rot-Serov // *J. Nano- Electron. Phys.* – 2009. – Vol.1, №1. – P.16-24.
45. Iglesias O., Microscopic origin of exchange bias in core/shell nanoparticles / O. Iglesias, X. Batlle, A. Labarta // *Phys. Rev. B.* – 2005. – Vol.72. – P. 212401(7).
46. Iglesias O. Monte Carlo simulation study of exchange biased hysteresis loops in

- nanoparticles / O. Iglesias, A. Labarta // *Physica B.* – 2006. – Vol.372, №1-2. – P.247-250.
47. Fridman Yu.A. Reorientation of magnetization with temperature in 2D ferromagnets / Yu.A. Fridman, D.V. Spirin, Ph.N. Klevets // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2002. – Vol.253, №3. – P.105-110.
48. Influence of strong single-ion anisotropy on phase states of 3D and 2D frustrated magnets / Y.A. Fridman, O.A. Kosmachev, D.A. Matunin, G.A. Gorelikov, P.N. Klevets // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2010. – Vol.332, №20. – P.3196-3203.
49. Fridman Yu.A. Effect of tilted anisotropy on Spin states of strongly anisotropic 2D film / Yu.A. Fridman, F.N. Klevets, G.A. Gorelikov // *J. Exp. Theor. Phys.* – 2012. – Vol.114, №4. – P. 654-661.
50. Stoner E.C. A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys / E.C. Stoner, E.P. Wohlfarth // *Phil. Trans. R. Soc. A.* – 1948. – Vol.240, №826. – P.599-642.
51. Koh I. Magnetic Nanoparticle Sensors / I. Koh, L. Josephson // *Sensors.* – 2009. – Vol.9. – P.8130-8145.
52. Frei E.H. Critical Size and Nucleation Field of Ideal Ferromagnetic Particles / E.H. Frei, S. Shtrikman, D. Treves // *Phys. Rev.* – 1957. – Vol.106, №3. – P.446-455.
53. Magnetization reversal in individual nanoparticles: macroscopic quantum tunneling of magnetization / W. Wernsdorfer, E. Bonet Orozco, B. Barbara, A. Benoit // *IEEE Trans. Magn.* – 1998. – Vol.34, №4. – P.973-978.
54. Landau L. On The Theory Of The Dispersion Of Magnetic Permeability In Ferromagnetic Bodies / L. Landau, E. Lifshits // *Phys. Zeitsch. der Sow.* – 1935. – Vol.8. – P.153-169.
55. Brown W. Thermal Fluctuations of a Single-Domain Particle / W. Brown // *Phys. Rev.* – 1963. – Vol.130, №5. – P.1677-1686.
56. Вонсовский С.В. Магнетизм / С.В.Вонсовский – М.: Наука, 1971. – 1032с.
57. Denisova E.S. Effective temperature, thermodynamical functions, and equilibrium properties of excited domain structure / E.S. Denisova // *Phys. Solid State.* –

2000. – Vol.42, №3. – P.514-521.
58. Medvedovskaya O.G. The features of cobalt fluoride states / O.G. Medvedovskaya, T.A. Fedorenko, G.K. Chepurnykh // J. Nano- Electron. Phys. – 2011. – Vol.3, №4. – P.125-130.
 59. Zavrazhnaya E.M. Phase diagram of antiferromagnetic cobalt fluoride / E.M. Zavrazhnaya, G.K. Chepurnykh // Phys. Solid State. – 2008. – Vol.48, №7. – P.1309-1314.
 60. Chepurnykh G.K. Phase transitions in tetragonal antiferromagnets / G.K. Chepurnykh, O.G. Medvedovskaya, O.A. Nikitina // Phys. Solid State. – 1996. – Vol.30, №5. – P.907-909.
 61. Mallinson J.C. Damped gyromagnetic switching / J.C. Mallinson // IEEE Trans. Magn. – 2000. – Vol.36. – P.1976-1981.
 62. Comparison of analytical solutions of Landau-Lifshitz equation for damping and precessional switchings / G. Bertotti, I.D. Mayergoyz, C. Serpico, M. Dimian // J. Appl. Phys. – 2003. – Vol.93. – P.6811-6815.
 63. Sun Z.Z. Magnetization reversal through synchronization with a microwave / Z.Z. Sun, X.R. Wang // Phys. Rev. B. – 2006. – Vol.74. – P.132401(4).
 64. Gao K. Energy surface model and dynamic switching under alternating field at microwave frequency / K. Gao, M. Benakli // Appl. Phys. Lett. – 2009. – Vol.94. – P.102506(2).
 65. Microwave assisted magnetization reversal in composite media / S. Li, B. Livshitz, H.N. Bertram, M. Schabes [et al] // Appl. Phys. Lett. – 2009. – Vol.94. – P.202509(3).
 66. Microwave-assisted magnetization reversal and multilevel recording in composite media / S. Li, B. Livshitz, H.N. Bertram, E.E. Fullerton [et al] // J. Appl. Phys. – 2009. – Vol.105. – P.07B909(3).
 67. Microwave-assisted three-dimensional multilayer magnetic recording / G. Winkler, D. Suess, J. Lee, J. Fidler [et al.]// Appl. Phys. Lett. – 2009. – Vol.94. – P.232501(3).
 68. Microwave assisted switching mechanism and its stable switching limit / S.

- Okamoto, M. Igarashi, N. Kikuchi, O. Kitakami // *J. Appl. Phys.* – 2010. – Vol.107. – P.123914(7).
69. Sukhov A. Steering magnetization dynamics of nanoparticles with ultrashort pulses / A. Sukhov, J. Berakdar // *Phys. Rev. B.* – 2009. – Vol.79. – P.134433(10).
70. Wang X. Thermal effects on magnetization switching under radio frequency excitations / X. Wang and P. Ryan // *J. Appl. Phys.* – 2010. – Vol.108. – P.083913(7).
71. Woltersdorf G. Microwave Assisted Switching of Single Domain $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$ Elements / G. Woltersdorf, C.H. Back // *Phys. Rev. Lett.* – 2007. – Vol.99. – P.227207(4).
72. Magnetic force microscopy study of microwave-assisted magnetization reversal in submicron-scale ferromagnetic particles / Y. Nozaki, M. Ohta, S. Taharazako, K. Tateishi [et al.] // *Appl. Phys. Lett.* – 2007. – Vol.91. – P.082510(3).
73. Microwave oscillations of a nanomagnet driven by a spin-polarized current / S.I. Kiselev, J.C. Sankey, I.N. Krivorotov, N.C. Emley [et al.] // *Lett. Nature.* – 2003. – Vol.45. – P.380-383.
74. Slavin A. Nonlinear auto-oscillator theory of microwave generation by spin-polarized current / A. Slavin, V. Tiberkevich // *IEEE Trans. Magn.* – 2009. – Vol.45, №4. – P.1875-1915.
75. Bertotti G. Nonlinear Magnetization Dynamics under Circularly Polarized Field / G. Bertotti, C. Serpico, I.D. Mayergoyz // *Phys. Rev. Lett.* – 2001. – Vol.86, №4. – P.724-727.
76. Sun Z.Z. Magnetization reversal through synchronization with a microwave / Z.Z. Sun, X.R. Wang // *Phys. Rev. B.* – 2006. – Vol.74. – P.132401(4).
77. Okamoto S. Magnetization switching behavior with microwave assistance / S. Okamoto, N. Kikuchi, O. Kitakami // *Appl. Phys. Lett.* – 2008. – Vol.93. – P.102506(3).
78. Scholz W. Micromagnetic modeling of ferromagnetic resonance assisted switching / W. Scholz, S. Batra // *J. Appl. Phys.* – 2008. – Vol.103. – P.07F539(3).

79. Rivkin K. Magnetization reversal in the anisotropy-dominated regime using time-dependent magnetic fields / K. Rivkin, J.B. Ketterson // *Appl. Phys. Lett.* – 2006. – Vol.89. – P.252507(3).
80. Nonlinear-dynamical-system approach to microwave-assisted magnetization dynamics / G. Bertotti, I.D. Mayergoyz, C. Serpico, M. d'Aquino [et al.] // *J. Appl. Phys.* – 2009. – Vol.105. – P.07B712(5).
81. Controlled vortex core switching in a magnetic nanodisk by a rotating field / V.P. Kravchuk, D.D. Sheka, Yu. Gaididei, F.G. Mertens // *J. Appl. Phys.* – 2007. – Vol.102. – P.043908(4).
82. Heat Assisted Magnetic Recording / M.H. Kryder, E.C. Gage, T.W. McDaniel, W.A. Challener [et al] // *Proc. IEEE.* – 2008. – Vol.96, №11. – P.1810-1835.
83. Bandic Z. Advances in Magnetic Data Storage Technologies / Z. Bandic, R.H. Victora // *Proc. IEEE.* – 2008. – Vol.96, №11. – P.1749-1753.
84. All-Optical Magnetic Recording with Circularly Polarized Light / C.D. Stanciu, F. Hansteen, A.V. Kimel, A. Kirilyuk [et al] // *Phys. Rev. Lett.* – 2007. – Vol.99. – P.047601(9)
85. Gardiner C.W. Handbook of Stochastic Methods, 2nd ed. / C.W. Gardiner – Berlin: Springer-Verlag, 1990. – 442 p.
86. Garanin D.A. Thermally activated escape rates of uniaxial spin systems with transverse field: Uniaxial crossovers / D.A. Garanin, E.C. Kennedy, D.S.F. Crothers, W.T. Coffey // *Phys. Rev. E.* – 1999. – Vol.60, №6. – P.6499-6502.
87. Thermally activated relaxation time of a single domain ferro-magnetic particle subjected to a uniform field at an oblique angle to the easy axis: Comparison with experimental observations / W.T. Coffey, D.S.F. Crothers, J.L. Dormann, Yu.P. Kalmykov [et. al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1998. – Vol.80, №25. – P.5655-5658.
88. Braun H.-B. Kramers's rate theory, broken symmetries, and magnetization reversal / H.-B. Braun // *J. Appl. Phys.* – 1994. – Vol.76, №10. – P.6310-6315.
89. Klik I. Gunther L. First-passage-time approach to overbarrier relaxation of magnetization / I. Klik // *J. Stat. Phys.* – 1990. – Vol.60, №3/4. – P.473-484.
90. Denisov S.I. Magnetic relaxation in finite two-dimensional nanoparticle ensem-

- bles / S.I. Denisov, T.V. Lyutyy, and K.N. Trohidou // *Phys. Rev. B.* – 2003. – Vol.67. – P.014411(9).
91. Denisov S.I., Lyutyy T.V., Trohidou K.N. Dipolar interaction effects on the thermally activated magnetic relaxation of two-dimensional nanoparticle ensembles // *Appl. Phys. Lett.* – 2004. – Vol.84, №23. – P.4672-4674.
 92. Denisov S.I., Lyutyy T.V., Trohidou K.N. Thermal decay of the magnetization in two-dimensional nanoparticle ensembles // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2004. – Vol.272-276. – P.665-666.
 93. Risken H., *The Fokker-Planck Equation*, 2nd ed. / H. Risken – Berlin: Springer-Verlag, 1989. – 472 p.
 94. Rapidly driven nanoparticles: Mean first-passage times and relaxation of the magnetic moment / S.I. Denisov, K. Sakmann, P. Talkner, P. Hanggi // *Phys. Rev. B.* – 2007. – Vol.75. – P.184432(10).
 95. Denisov S.I. Magnetization of Nanoparticle Systems in a Rotating Magnetic Field / S.I. Denisov, T.V. Lyutyy, P. Hanggi // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – Vol.97. – P.227202(4).
 96. Sharrock M.P. Kinetic effects in coercivity measurements / M.P. Sharrock, J.T. McKinney // *IEEE Trans. Magn.* – 1981. – Vol.17, №6. – P.3020-3023
 97. First-passage times in complex scale-invariant media / S. Condamin, O. Benichou, V. Tejedor, R. Voituriez [et al] // *Nature.* – 2007. – Vol.450. – P.77-81
 98. Redner S. *A Guide to First-Passage Processes* / S. Redner // Cambridge: Cambridge University Press, 2001. – 328 p.
 99. Denisov S.I. Thermal-induced inversion of the magnetic moment in superparamagnetic particles / S.I. Denisov, A.N. Yunda // *Physica B.* – 1998. – Vol.245, №3. – P.282-287.
 100. Albrecht M. Recording performance of high-density patterned perpendicular magnetic media / M. Albrecht, C.T. Rettner, A. Moser // *Appl. Phys. Lett.* – 2002. – Vol.81, №15. – P.2875-2877.
 101. Albrecht M. Patterned Perpendicular and Longitudinal Media: A Magnetic Recording Study / M. Albrecht, S. Ganesan, C.T. Rettner // *IEEE Trans. Magn.* –

2003. – Vol.39, №5. – P.2323-2325.
102. Writing and reading bits on pre-patterned media / J. Moritz, L. Buda, B. Dieny, and J.P. Nozieres // *Appl. Phys. Lett.* – 2004. – Vol.84, №9. – P.1519-1521.
103. Magnetic recording: advancing into the future / A. Moser, K. Takano, D.T. Margulies, M. Albrecht // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2002. – Vol.35. – P. R157-R167.
104. *The Physics of Ultra-High-Density Magnetic Recording* / edited by M.L. Plumer, J. Van Ek, and D. Weller. – Berlin: Springer-Verlag, 2001. – 354 p.
105. Tsymbal E.Y. Spin-dependent tunnelling in magnetic tunnel junctions / E.Y. Tsymbal, O.N. Mryasov and P.R. LeClair // *J. Phys.: Condens. Matter.* – 2003. – Vol.15. – P.R109-R142.
106. Magnetic coupling in epitaxial Fe/MgO/Fe microtunnel junction arrays / J.L. Costa-Krämer, J. Anguita, J.I. Martín, C. Martínez-Boubeta // *Nanotechnology.* – 2002. – Vol.13. – P.695-700.
107. Moriarty Ph. Nanostructured materials / Ph. Moriarty // *Rep. Prog. Phys.* – 2001. – Vol.64. – P.297–381.
108. Cockburn B.F. Tutorial on magnetic tunnel junction magnetoresistive random-access memory / B.F. Cockburn // *IEEE Trans. Magn.* – 2004. – №9-10. – P.46-51.
109. Kaka S. Precessional switching of submicrometer spin valves / S. Kaka, S. E. Russek // *J. Appl. Phys.* – 2002. – Vol.80, №12. – P.2958 –2960.
110. Serpico C. Analytical solutions of Landau–Lifshitz equation for precessional switching / C. Serpico, I.D. Mayergoyz, G. Bertotti // *J. Appl. Phys.* – 2003. – Vol.93, №10. – P.6909-6911.
111. Thermally Activated Magnetic Reversal Induced by a Spin-Polarized Current / E. B. Myers, F. J. Albert, J. C. Sankey, E. Bonet [et al] // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – Vol.89, №19. – P.196801(4).
112. Quasiballistic Magnetization Reversal / H.W. Schumacher, C. Chappert, R.C. Sousa, P.P. Freitas [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – Vol.90, №1. – P.017204(4).
113. *Nonlinear Phenomena and Chaos in Magnetic Materials* / edited by P. E. Wigen.

- Singapore: World Scientific, 1994. – 400 p.
114. Khapikov A.F. Dynamics of the magnetization reversal of a cylinder in an alternating magnetic field / A.F. Khapikov // JETP Lett. – 1992. – Vol.55, №6. – P. 352-356.
 115. Dynamic generalization of Stoner–Wohlfarth model / A. Magni, G. Bertotti, C. Serpico, I.D. Mayergoyz // J. Appl. Phys. – 2001. – Vol.89, №11. – P.7451-7453.
 116. Minimum Field Strength in Precessional Magnetization Reversal / C. H. Back, R. Allenspach, W. Weber, S. S. P. Parkin // Science. – 1999. – Vol.285, №5429. – P.864-867.
 117. Comparison of analytical solutions of Landau–Lifshitz equation for “damping” and “precessional” switchings / G. Bertotti, I. Mayergoyz, C. Serpico, M. Dimian. // J. Appl. Phys. – 2003. – Vol.93, №10. – P.6811-6813.
 118. Stamp R.L. Biased switching of small magnetic particles Biased switching of small magnetic particles / R.L. Stamp, B. Hillebrands // Appl. Phys. Lett. – 1999. – Vol.75, №8. – P.1143-1145.
 119. Coffey W.T. The Langevin Equation, 2nd ed. / W.T. Coffey, Yu.P. Kalmykov, a J. T. Waldron – Singapore: World Scientific, 2004. – 413 p.
 120. Hänggi P. Reaction-rate theory: fifty years after Kramers / P. Hänggi, P. Talkner, M. Borkovec // Rev. Mod. Phys. – 1990. – Vol.62, №2. – P.251 -341.
 121. Podbielski J. Microwave-Assisted Switching of Microscopic Rings: Correlation Between Nonlinear Spin Dynamics and Critical Microwave Fields / J. Podbielski, D. Heitmann, D. Grundler // Phys. Rev. Lett. – 2007. – Vol.99. – P.207202(4).
 122. Zhu J.G. Microwave Assisted Magnetic Recording / J.G. Zhu, X. Zhu, and Y. Tang // IEEE Trans. Magn. – 2008. – Vol.44, №1. – P.125-131.
 123. Sun Z.Z. Strategy to reduce minimal magnetization switching field for Stoner particles / Z.Z. Sun, X.R. Wang // Phys. Rev. B. – 2006. – Vol.73. – P.092416(4).
 124. Bertotti G. Analytical solutions of Landau-Lifshitz equation for precessional dynamics / G. Bertotti, I.D. Mayergoyz, C. Serpico // Physica B. – 2004. –

- Vol.343. – P.325-330.
125. Chotorlishvili L. Dynamic switching of the magnetization in a driven molecular nanomagnet / L. Chotorlishvili, P. Schwab, J. Berakdar // *J. Phys. Condens. Matter.* – 2010. – Vol.22, №3. – P.036002(3).
 126. Gertotti G. Nonlinear Magnetization Dynamics in Nanosystems / G. Bertotti, I. Mayergoyz, C. Serpico – Oxford: Elsevier, 2009. – 480 p.
 127. Mean first-passage times for an ac-driven magnetic moment of a nanoparticle / S.I. Denisov, K. Sakmann, P. Talkner, P. Hänggi // *Europhys. Lett.* – 2006. – Vol.76, №6. – P.1001-1007.
 128. Sloan J.D. High Performance Linux Clusters with OSCAR, Rocks, OpenMosix, and MPI / J.D. Sloan – O'Reilly Media, 2004 - 320 p.
 129. Bookman Ch. Linux Clustering: Building and Maintaining Linux Clusters \ Ch. Bookman. – Sams, 2002. – 288 p.
 130. Pacheco P. An Introduction to Parallel Programming / P. Pacheco. – Morgan Kaufmann, 2011. – 392 p.
 131. Pacheco P. Parallel Programming with MPI / P. Pacheco. – Morgan Kaufmann, 1996. – 500 p.
 132. Using MPI and Using MPI-2: Scientific and Engineering Computation [2nd ed.] / W. Gropp, E.L. Lusk, A. Skjellum, R. Thakur. – The MIT Press, 1999. – 732 p.
 133. Quinn M. Parallel Programming in C with Mpi and Openmp / M. Quinn. – McGraw-Hill Education, 2008. – 480 p.
 134. Hager G. Introduction to High Performance Computing for Scientists and Engineers / G. Hager, G. Wellein. – CRC Press, 2010. - 356 p.
 135. Cook S. CUDA Programming: A Developer's Guide to Parallel Computing with GPUs / S. Cook – Morgan Kaufmann, 2012. – 560 p.
 136. Kirk D.B. Programming Massively Parallel Processors: A Hands-on Approach \ D.B. Kirk, W.W. Hwu. – Morgan Kaufmann, 2010. – 280 p.
 137. Farber R. CUDA Application Design and Development / R. Farber. – Morgan Kaufmann, 2011. – 366 p.
 138. Sanders J. CUDA by Example: An Introduction to General-Purpose GPU Pro-

- gramming / J. Sanders, E. Kandrot. – Addison-Wesley Professional, 2010. – 312 p.
139. Kloeden P.E., Numerical Solution of SDE Through Computer Experiments / P.E. Kloeden, E. Platen, H. Schurz – Berlin: Springer, 1994. – 306 p.
140. D.W. Sims, et al., Scaling laws of marine predator search behaviour, Nature. – 2008. – Vol. 451, P. 1098-1102.
141. A. D. Polyanin Handbook of Exact Solutions for Ordinary Differential Equations / A.D. Polyanin, V.F. Zaitsev – Boca Raton: CRC, 1995. – 713 p.
142. Olver F.W.J. Introduction to Asymptotics and Special Functions / F.W.J. Olver – New York: Academic, 1974. – 297 p.