# ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ОСОБЕННОСТЬ МОДЕЛИРОВАНИЯ 3D-ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ

*Марченко Л. К., аспирант; Пузик Р. В., студент*

Общеизвестные гидродинамические особенности (ГО) позволяют моделировать 2D потоки. Для расчета пространственных течений в проточной части гидравлической машины в качестве ГО можно взять винтовую линию.

Рассмотрим общий случай, когда в жидкости находится вихревая линия произвольной формы (рис.1). Если выделить на этой линии элемент длиной $ds$ и взять в жидкости, окружающей вихрь, точку $M$ на расстоянии $l$ от элемента $ds$ то скорость, вызванная элементом вихря $ds$ в точке $M$**,** в векторной записи, будет иметь вид

$$dv = \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{\left[l \times ds\right]}{l^3}, \tag{1}$$

где $\left[l \times ds\right]$ есть векторное произведение векторов $l$ и $ds$, $\Gamma$ – удвоенная интенсивность вихря.

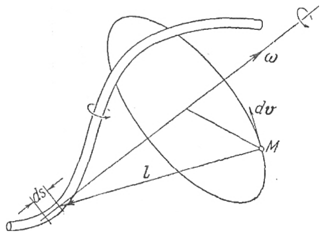


Рисунок 1 – Действие элемента вихря на частицу жидкости, находящуюся в точке $M$

Уравнение (1) в проекциях на оси координат будет иметь вид

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{1}{2\pi}\iiint\limits_{(V)}\left(\omega_y \dfrac{z-\zeta}{l^3} - \omega_z \dfrac{y-\eta}{l^3}\right) d\xi d\eta d\zeta, \\ v_y = \dfrac{1}{2\pi}\iiint\limits_{(V)}\left(\omega_z \dfrac{x-\xi}{l^3} - \omega_x \dfrac{z-\zeta}{l^3}\right) d\xi d\eta d\zeta \\ v_z = \dfrac{1}{2\pi}\iiint\limits_{(V)}\left(\omega_x \dfrac{y-\eta}{l^3} - \omega_y \dfrac{x-\xi}{l^3}\right) d\xi d\eta d\zeta. \end{cases} \tag{2}$$

где $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, – компоненты угловой скорости вращения частицы, $V$ – объем жидкости, в котором имеется вращение частиц, $x, y, z$; $\xi$, $\eta$, $\zeta$ – координаты точки с материальной частицей $m$, координаты точки, в которой сосредоточена единица массы соответственно.

Для моделирования течения жидкости в проточной части (ПЧ) гидравлической машины удобно взять винтовую линию, обладающую такими свойствами: 1) касательные к винтовой линии образуют постоянный угол с некоторым неизменным направлением; 2)главная нормаль к винтовой линии во всех ее, точках совпадает с нормалью к цилиндру, на котором эта винтовая линия начерчена; 3) в случае кругового цилиндра винтовая линия имеет постоянную кривизну и постоянное кручение; 4) винтовые линии суть геодезические линии цилиндра.

Ее можно представить как гипотенузу прямоугольного треугольника, катет которого, навит на сечение кругового цилиндра. Параметрическое уравнение винтовой линии будет иметь вид

$$x = a\cos t, \quad y = a\,\sin t, \quad z = amt \tag{3}$$

где $x$, $y$, $z$ – координаты переменной точки на винтовой линии, m – тангенс острого угла прямоугольного треугольника $t$ – параметр, $a$ – радиус цилиндра.

Таким образом, скорость от винтовой линии можно представить как сумму скоростей индуцируемых бесконечным прямолинейным вихрем, моделирующего плоское течение и кольцевым вихрем, моделирующем осесимметричное течение

$$v_x = \frac{\Gamma r_0}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{r_0 - r\sin\vartheta\sin\theta - r\cos\vartheta\cos\theta}{l^3}d\theta\,,\quad v_y = \frac{\Gamma r_0 x}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos\theta}{l^3}d\theta\,,$$

$$v_z = \frac{\Gamma r_0 x}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\sin\theta}{l^3}d\theta\,, \tag{4}$$

где $r$, $\vartheta$ – цилиндрические координаты рассматриваемой точки в пространстве, $r_0$, $\theta$ – радиус вихревого кольца и полярный угол элемента $ds$.

Предлагаемый подход к моделированию пространственного потока реализован при проектировании проточной части центробежного насоса.

*Работа выполнена под руководством профессора Косторного С. Д.*

Сучасні технології у промисловому виробництві : матеріали науково-технічної конференції викладачів, співробітників, аспірантів і студентів факту технічних систем та енергоефективних технологій, м. Суми, 23-26 квітня 2013 р.: у 2-х ч. / Ред.кол.: О.Г. Гусак, В.Г. Євтухов. - Суми : СумДУ, 2013. - Ч.2. - С. 73-74.