Доцільність застосування гексагонального растру для дискретизації векторних зображень

Гінзбург М.М.
аспірант кафедри інформатики, ХНУРЕ, mariia.ginzburg@gmail.com

The efficiency analysis of using hexagonal lattice for Bezier curve sampling is shown. The mathematical model used in this research shows the advantages of the hexagonal lattice comparatively to the square lattice for the Image Recognition and other Computer Vision problems.

ВСТУП

Дослідження гексагонального растру проводяться вже понад 50 років, проте сам підхід так і не набув популярності у практичному застосуванні через історичну обумовлену поширеність прямокутного растру. У своїх дослідженнях Мерсеро (Mersereau), Хартман (Hartman), Фитц (Fitz), Грін (Green), Хьо (Her) та інші зазначали значні переваги гексагональної ґратки [1].

Сьогодні провідні виробники фототехніки вже втілюють гексагональні матриці в нові високопрофесійні цифрові фотокамери. Отже дискусія щодо ефективності до переходу на принципово інший растр ще триває.

Метою цього дослідження було оцінити ефективність використання гексагонального та прямокутного растрів для задач дискретизації кривих Безьє, що лежать в основі сучасної векторної графіки.

ВИКОРИСТАННЯ КРИВИХ БЕЗЬЄ У ВЕКТОРНІЙ ГРАФІЦІ

Існують два основні підходи для подавання графічної інформації на двовимірній площині: векторний та растровий. Векторна графіка найчастіше використовується у поліграфії, адже зберігання об'єктів як набір абстрактних фігур дозволяє отримувати високу якість зображень при будь-якому дозволі. З іншого боку, пристрої введення-виведення зображення використовують саме растровий тип графіки.

Отже вельми важливою задачею є векторізація та дискретизація зображень, тобто перехід зображення від векторного представлення до дискретного та навпаки.

Зазвичай для творення кривих та поверхонь будь-якої форми, що використовується у комп’ютерній графіці, будують кубічні криві Безьє, що мають вигляд (1), де P_i – опорні точки.

$$B(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + \\ +3t^2(1-t)P_2 + t^3 P_3, \quad t \in [0,1]. \qquad (1)$$

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ КРИВИХ БЕЗЬЄ НА ГЕКСАГОНАЛЬНОМУ ТА ПРЯМОКУТНОМУ РАСТРІ

З теореми про щільність будь-якої системи однакових кіл [2] випливає, що однаковими колами, що не перетинаються, можна вкрити не більш ніж 90,69% усій площини, що виконується тільки в тому випадку, якщо кожне коло дотикається шість сусідніх кіл в серединах сторін правильного описаного шестикутника, тобто розташовується у гексагональній комірці. Якщо ж кола перебувають у квадратовій комірці, тобто вписані в квадрат, то такими колами можна буде вкрити лише 78,53% поверхні. Отже можна припустити, що щільніше розташування світлочутливих сенсорів для отримання зображення (наприклад, сенсорів на матриці цифрового фотоапарата), має дати чіткіше зображення. Ми експериментально перевірили ці припущення [3].

Для цього розглянемо множину деяких кривих ω на Декартовій системі координат. Вкриємо координатну площину гексагональною сіткою Ω та прямокутною сіткою Ψ, таким чином, щоб кожна точка площини була вкрита елементом сітки (рис.1). За одиничний елемент гексагональної сітки приймемо правильний шестикутник, одиничним елементом прямокутної сітки буде квадрат, причому шестикутник та квадрат матимуть однакову властивість: радіус вписаного в них кола дорівнює 1.

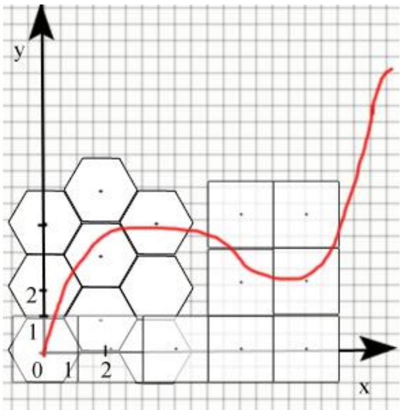

Рисунок 1 – Покриття площини гексагональною та прямокутною сітками. Деяка вихідна крива δ.

Кожна точка кривої переходить в одиничний елемент, тобто описується координатами його центру у Декартовій системі координат. З основних властивостей правильного шестикутника та квадрата й їх розташування можна отримати всі центри одиничних елементів для обох сіток.

Для проведення порівняльного аналізу будемо розглядати для кожної кривої δ вибірки $\Omega\Theta_\delta$ з (2) та $\Psi\Theta_\delta$ з (3). A_i^{Ω} – центр гексагона та A_i^{Ψ} – центр квадрата, що є перетвореннями точки A_i кривої δ, у Декартовій системі координат.

$$\Omega\Theta_\delta = \left\{ Dist(A_i, A_i^{\Omega}),\, i \in \overline{1,n} \right\}, \quad (2)$$

$$\Psi\Theta_\delta = \left\{ Dist(A_i, A_i^{\Psi}),\, i \in \overline{1,n} \right\}. \quad (3)$$

Отже використовуючи такі роздуми, нами було проведене автоматизоване дослідження. Для кожної вибірки було визначено величину діапазону відхилів η та сумарний відхил S, як показано в (4):

$$\begin{aligned} \eta_\Omega &= \max_{\Omega\Theta_\delta} \theta_i - \min_{\Omega\Theta_\delta} \theta_i, \quad S_\Omega = \sum_i |\theta_i|, \quad \theta_i \in \Omega\Theta_\delta, \\ \eta_\Psi &= \max_{\Psi\Theta_\delta} \psi_i - \min_{\Psi\Theta_\delta} \psi_i, \quad S_\Psi = \sum_i |\psi_i|, \quad \psi_i \in \Omega\Psi_\delta. \end{aligned} \quad (4)$$

У ході експерименту було отримано наступні результати: у 80-85% випадків гексагональна ґратка дає кращі результати, аніж прямокутна для довільно заданих кривих Безьє та довільно вибраної кількості точок на графіку. Наприклад, для 1000 експериментів у 84,2% випадків гексагональна ґратка дала менший діапазон відхилів, та у 79,5% – менший сумарний відхил. Треба зазначити, що гексагональна ґратка поступається прямокутній лише в тому випадку, якщо форма кривих є більш природною для прямокутного растру, зокрема при дискретизації прямих.

ВИСНОВКИ

Результати дослідження дискретизації гексагонального та прямокутного растру підтвердили доцільність використання гексагональної ґратки для задач комп'ютерного зору, що насамперед потребують високої точності для визначення форми, площі або периметру об'єкта на зображенні.

ЛІТЕРАТУРА

[1] Middleton, L. Hexagonal Image Processing [Текст] / L. Middleton, J. Sivaswamy – London: Springer-Verlag London. – 2005. – 254 p.

[2] Тот Л.Ф.. – Расположение на плоскости, на сфере и в пространстве [Текст] / Л.Ф. Тот – М: 1958 г., 364 с.

[3] Гінзбург М. М., Путятін Є.П. Порівняльний аналіз прямокутної та гексагональної ґраток для дискретизації кривих [Текст] // Бионика интеллекта. – №2(79).-2012.-с.13-18