

МЕХАНІЧНІ ТА ТЕМПЕРАТУРНІ НАПРУЖЕННЯ ПОРОЖНИСТОГО ЦИЛІНДРА СКІНЧЕНОЇ ДОВЖИНИ

*Верещака С. М., професор; Дейнека А. В., аспірант;
Мороз Ю. В., студент*

Використовуючи багаторівневий підхід, що оснований на теорії багат шарових композитів, знаходяться переміщення і теплові / механічні напруження в функціонально-градієнтному коловому порожнистому циліндрі. Для цього розв'язується двовимірною термопружна задача. Циліндр складається з N шарів, властивості кожного шару вважаються однорідними. Він вільно опирається на торцях та підданий осесиметричному стаціонарному тепловому навантаженню на внутрішній $T_a(z)$ та зовнішній поверхнях $T_b(z)$, осесиметричним внутрішньому $q_a(z)$ та зовнішньому тискам $q_b(z)$. На обох кінцях циліндра температура дорівнює нулю.

Для розв'язання поставленої задачі потрібно підставити функції напружень у рівняння рівноваги та рівняння теплопровідності. Аналітичні розв'язки системи диференціальних рівнянь, порядок якої залежить від кількості однорідних шарів N , знаходимо за допомогою розкладання в ряди Фур'є по косинусах і синусах функцій переміщень по поздовжній координаті циліндра та в ряди Тейлора функцій напружень у радіальному напрямі

$$\begin{aligned} \Theta^i(R, Z) &= \sum_{n=1}^{\infty} F_n^i(R) \sin(\beta Z); U^i(R, Z) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n^i(R) \sin(\beta Z); W^i(R, Z) = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n^i(R) \cos(\beta Z) \\ \Phi_n^i(R) &= \sum_{k=0}^{\infty} A_k^i(R-1)^k; \Psi_n^i(R) = \sum_{k=0}^{\infty} B_k^i(R-1)^k; F_n^i(R) = \sum_{k=0}^{\infty} D_k^i(R-1)^k. \end{aligned}$$

Дану систему диференціальних рівнянь потрібно доповнити механічними та температурними граничними умовами та умовами ідеального контакту по суміжним поверхням сусідніх шарів циліндру. Вважається, що радіальні напруження й переміщення при переході через поверхню розділу шарів стрибка не мають.

Геометричні константи функціонально-градієнтного порожнистого циліндра $R_a = 0,7$, $R_b = 1,0$ і $L = 5$. Еталонні значення температури, модуль Юнга, і коефіцієнт теплового розширення приймалися $T_0 = 200$ К, $E_0 = 330$ ГПа, а $\alpha_0 = 4,9 \cdot 10^5$ К⁻¹ відповідно. У зв'язку з неоднорідністю властивостей матеріалу у радіальному напрямі зміна температури не являється лінійною по товщині. Температура поблизу внутрішньої поверхні зменшується швидше ніж поблизу зовнішньої поверхні.

Проведені чисельні розрахунки для двох різних випадків функціонально-градієнтного колового циліндра, виконаного з молібдену та мулїту. Даний аналітичний метод підходить тільки для граничних умов, коли циліндр має умови вільного обпирання на торцях. В аналізі не розглядається вплив температури на властивості матеріалу.

Сучасні технології у промисловому виробництві : матеріали науково-технічної конференції викладачів, співробітників, аспірантів і студентів факультету технічних систем та енергоефективних технологій, м. Суми, 23-26 квітня 2013 р.: у 2-х ч. / Ред.кол.: О.Г. Гусак, В.Г. Євтухов. - Суми : СумДУ, 2013. - Ч.1. - С. 174.