

## АНАЛІЗ ГІДРОДИНАМІКИ СТАЦІОНАРНОГО ВИТІКАННЯ СТРУМЕНЯ

*М. С. Скиданенко, аспірант;*

*В. І. Склабінський, д-р техн. наук., професор,*

*Сумський державний університет,*

*вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007, Україна;*

*E-mail: sklabin@yandex.ru*

*В статті розглянуто результати чисельних досліджень стаціонарного витікання струменя з отвору, що є основою розрахунку віброгранулятора. Отримано рішення, яке дозволяє проводити попередній аналіз гідродинаміки струменя при такому її русі.*

***Ключові слова:** гідродинаміка, віброгранулятор, розпад струменя, математична модель.*

### ВСТУП

По всьому світу в сучасному сільському господарстві все більше зростає попит на гранульовану продукцію монодисперсного складу - мінеральні та органічні добрива (аміачна селітра, азотні та складні добрива типу NPK).

У хімічній промисловості для виробництва гранульованих продуктів із розчинів і розплавів поширене використання грануляційних башт (рис. 1). У більшості випадків це циліндричні апарати вертикального типу діаметром 8-12 м і висотою 30-60 м [1]. У верхній частині вежі встановлено розпилювачі розплавів (лійкові, обертові, вібраційні та інші), які розпилюють розплав у вигляді монодисперсних крапель заданого розміру по всій площі перетину корпусу. У нижню частину вежі підводиться потік повітря, який є сушильним агентом. Під дією гравітаційних сил гранули рухаються назустріч повітряному потоку. При цьому краплі кристалізуються. Одним із оптимальних способів диспергування розчину на краплі монодисперсного складу є накладання на струмінь вимушених коливань. Цей метод впроваджений у відцентровому віброгрануляторі (рис. 2) [2], який дозволяє забезпечити високу ступінь моно дисперсності по розмірам, швидкості крапель, стійкості потоку крапель, рівномірний розподіл гранул по горизонтальному перетину башти, що підвищує процес масообміну, забезпечує високу продуктивність і малу енерго- та матеріалоемність.



Рисунок 1 – Грануляційна вежа

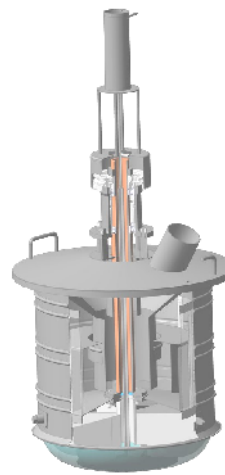


Рисунок 2 – Відцентровий віброгранулятор

На процес диспергування рідини на краплі і їх кристалізацію значний вплив мають фізико-хімічні властивості рідини та інертного середовища [3], а також умови формування струменя дисперсного середовища (характер витікання з отвору гранулятора і дроблення).

Рівномірність витікання струменя рідини визначається характером розподілу швидкості її руху в робочому об'ємі гранулятора і перед отвором витікання. Дослідження гідродинаміки внутрішнього простору гранулятора і визначення характерних зон руху рідини за допомогою комп'ютерного моделювання наведено [4].

#### ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ І ХІД РІШЕННЯ

При роботі обертового віброгранулятора на виробництві бувають випадки коли система вимушених коливань виходить з ладу і гранулятор працює в статичному режимі. Крім цього, високоякісна робота віброгранулятора у своїй основі спирається на високі показники кошика віброгранулятора при роботі у статичному режимі. Без накладення вібрації ступінь монодисперсного складу знизиться. Так як вимоги сучасних галузей отримання гранул з високим ступенем однорідності готового продукту, то актуальним є вміння аналізувати поведінку розпаду струменя на краплі з визначенням діаметра отриманої краплі. У даній роботі розглянуто стаціонарне витікання струменя з отвору і розпад його на краплі збуренням, що виникає.

Як показує ряд досліджень [5], витікаючи з отвору поверхня струменю неминуче піддається збуренням які зростають з часом. Навіть при дуже гарній поліровці отвору, шорсткість поверхні неминуча, рух повітря оточуючого струмись, все це і ряд інших причин може бути джерелом початкових збурень. При розпаді струменя на краплі поверхнева енергія зменшується, оскільки відбувається наближення до оптимальної фігури рідини зі сферичною поверхнею. Основними характеристиками процесу розпаду струменя є довжина його суцільної частини і розмір крапель, що утворюються. Довжина суцільної частини визначається характером його розбиття.

Механізм руйнування струменя на краплі пояснює теорія капілярних хвиль Релея [5], який вперше описав процес краплеутворення з позиції математичної фізики.

Ми розглядаємо збурення струменя за умов, при яких можна вважати, що течія є вісесиметричною, тому тангенціальна складова швидкості  $v_\theta = 0$ . Такі хвилі називаються симетричними [5]. При симетричних хвилях перетин струменя залишається круговим, відбувається лише звуження і розширення.

Математичне рішення такої задачі отримані рядом дослідників, досить не однозначні, громіздкі, тому було почато спробу отримання приблизного спрощеного рішення. Для симетричних хвиль рівняння руху рідини в струмені зручно записати в циліндричній системі координат [5]:

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left[ \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot v_r) \right) \right], \quad (1)$$

$$v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + v \left[ \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right], \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot v_r) = 0, \quad (3)$$

де  $v_r, v_z$  - радіальна та осьова складові швидкості струменя відповідно.

Якщо припустити, що осьова складова швидкості  $v_z$  в момент витікання змінюється згідно параболічного закону, який має вигляд

$$v_z = A_1 r^2 z^2 + A_2 r + A_3, \quad (4)$$

то рівняння (3) перетвориться:

$$2A_1 r^2 z + \frac{v_r + r \frac{\partial v_r}{\partial r}}{r} = 0. \quad (5)$$

З виразу (5) можна визначити значення радіальної складової швидкості витікання струменя:

$$v_r = \frac{-\frac{1}{2} A_1 r^4 z + F_1(z)}{r}. \quad (6)$$

Припускаємо, що зміна тиску у струмені у радіальному напрямку незначна порівняно з осьовою складовою. Підставивши отриманий вираз (4) в (2) рівняння набуде нового вигляду:

$$2(A_1 r^2 z^2 + A_2 r + A_3) A_1 r^2 z = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + v \left( 2A_1 r^2 + \frac{4A_1 r z^2 + A_2}{r} \right). \quad (7)$$

Вирішуючи рівняння (7) відносно  $\frac{dp}{dz}$  отримуємо закон зміни  $p(z)$  уздовж осі струменя

$$p(z) = -\frac{1}{r} \left( \rho \left( \frac{1}{2} A_1^2 r^5 z^4 + A_1 r^4 z^2 A_2 + A_1 r^3 z^2 A_3 - 2v A_1 r^3 z - \frac{4}{3} v A_1 r z^3 - v A_2 z \right) \right) + C_1. \quad (8)$$

Однією із задач визначення зміни  $p$  уздовж осі струменя є визначення постійної  $C_1$ . Припускаємо, що при  $z = 0$  початок системи координат співпадає з початком витікання струменя. Витікання відбувається під постійним тиском  $p = const$ , тоді, згідно з рівнянням (8), отримуємо, що  $C_1 = p_1$ . Звідси, рівняння, що описує закон зміни тиску уздовж струменя (осі  $z$ ) набуде вигляду

$$p(z) = -\frac{1}{r} \left( \rho \left( \frac{1}{2} A_1^2 r^5 z^4 + A_1 r^4 z^2 A_2 + A_1 r^3 z^2 A_3 - 2v A_1 r^3 z - \frac{4}{3} v A_1 r z^3 - v A_2 z \right) \right) + p_1. \quad (9)$$

Проаналізувавши отримані результати і підставивши знайдену залежність зміни тиску уздовж струменя (9) у рівняння (1) воно зміниться до вигляду:

$$\begin{aligned}
& \frac{\left(-\frac{1}{2}A_1r^4z + F_1(z)\right)\left(-2A_1r^2z - \frac{-\frac{1}{2}A_1r^4z + F_1(z)}{r^2}\right)}{r} = \\
& = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{1}{r^2}\left(\rho\left(\frac{1}{2}A_1^2r^5z^4 + A_1r^4z^2A_2 + A_1r^3z^2A_3 - 2vA_1r^3z - \frac{4}{3}vA_1rz^3 - vA_2z\right)\right)\right) - \\
& -\frac{1}{r}\left(\rho\left(\frac{5}{2}r^4A_1^2z^4 + 4A_1r^3z^2A_2 + 3A_1r^2z^2A_3 - 6vA_1r^2z - \frac{4}{3}vA_1z^3\right)\right) + \\
& +v\left(\frac{1}{r}\frac{d^2F_1(z)}{dz^2} - 4A_1rz\right). \tag{10}
\end{aligned}$$

В результаті отримуємо диференціальне рівняння повних похідних відносно функції  $F_1(z)$ , яка отримана нами при вирішенні рівняння нерозривності. Для розв'язання рівняння (10) необхідно задати значення першої похідної і самої функції  $F_1(z)$  в якійсь граничній точці. Виходячи

з того, що похідна  $\frac{dv_r}{dz}$  дорівнює

$$\frac{dv_r}{dz} = \frac{-\frac{1}{2}A_1r^4z + \frac{dF_1(z)}{dz}}{r}, \tag{11}$$

а радіальна складова швидкість струменя, при умові, що  $z = 0$  стає рівною нулю  $v_r = 0$ , як наслідок, отримуємо

$$0 = \frac{-\frac{1}{2}A_1r^4z + \frac{dF_1(z)}{dz}}{r} \longrightarrow \frac{1}{2}A_1r^4z = \frac{dF_1(z)}{dz}. \tag{12}$$

Використовуючи граничні умови  $F_1(z = 0) = 0$  і  $dz(F_1(z = 0)) = 0$ , й підставивши їх у рівняння (10) можна отримати рішення у вигляді полінома

$$v_r = \frac{1}{48} \frac{z\left(-24A_1r^5v - 8vz^2A_2 + 64vz^2A_1r^3 + 3A_1^2r^7z^3 - 12A_1r^4z^3A_2 - 8A_1r^3z^3A_3\right)}{vr^2}. \tag{13}$$

Для чисельного аналізу отриманого рішення  $v_r$ , нам необхідно визначити коефіцієнти  $A_1$ ,  $A_2$  і  $A_3$ , значення яких знаходимо наступним чином. Припустимо, що на поверхні струменя  $r = r_s$  тиск  $p$  дорівнює тиску навколишнього середовища  $p_0$ . Цю граничну умову можна записати у вигляді

$$p_0 = -\frac{1}{r_s}\left(\rho\left(\frac{1}{2}A_1^2r_s^5z^4 + A_1r_s^4z^2A_2 + A_1r_s^3z^2A_3 - 2vA_1r_s^3 - \frac{4}{3}vA_1r_sz^3 - vA_2z\right)\right) + p_1. \tag{14}$$

Дане рівняння дає можливість визначити один із шуканих коефіцієнтів  $A_2$ , що буде мати вигляд

$$A_2 = -\frac{1}{6} \frac{(r_s(3z^4 A_1^2 \rho \cdot r_s^4 + 6z^2 A_1 \rho \cdot r_s^2 A_3 - 12z A_1 \rho v r_s^2 - 8\rho v A_1 z^3 - 6p_1 + 6p_0))}{\rho z (A_1 r_s^4 z - v)}. \quad (15)$$

Для визначення наступного коефіцієнта  $A_3$ , припускаємо, що на осі струменя, тобто при  $r = 0$ , радіальна складова швидкості також рівна нулю. Це можливо за умови, якщо чисельник рівняння (13) буде дорівнювати нулю. Підставляючи перераховані вище умови в отримане рівняння (15) визначаємо значення коефіцієнта  $A_3$ , яке має наступний запис

$$A_3 = -\frac{1}{6} \frac{3z^4 A_1^2 \rho r_s^4 + 6p_0 - 12z A_1 \rho v r_s^2 - 8\rho v A_1 z^3 - 6p_1}{z^2 r_s^2 \rho A_1}. \quad (16)$$

Підставивши виведене значення коефіцієнтів  $A_2$  і  $A_3$  у рівняння (4), вираз для осової складової швидкості набуде наступного вигляду

$$v_z = A_1 r^2 z^2 - \frac{1}{6} \frac{3z^4 A_1^2 \rho r_s^4 + 6p_0 - 12z A_1 \rho v r_s^2 - 8\rho v A_1 z^3 - 6p_1}{z^2 r_s^2 \rho A_1}. \quad (17)$$

Для визначення значення  $A_1$  будемо використовувати наступне припущення. У точці, близькій до початку системи координат  $z = z_0$ , швидкість витікання ще не змінює свого значення і дорівнює швидкості течії струменя в отворі  $v_z = v_{z_0}$ . Ця умова записується у наступному вигляді

$$v_{z_0} = \frac{1}{6} \frac{6A_1^2 r^2 z_0^4 r_s^2 - 3z_0^4 A_1^2 \rho r_s^4 - 6p_0 - 12z_0 A_1 \rho v r_s^2 + 8\rho v A_1 z_0^3 + 6p_1}{z_0^2 r_s^2 \rho A_1}. \quad (18)$$

Провівши математичні операції з рівнянням (19) ми змогли визначити значення коефіцієнта  $A_1$ . Знайшовши значення всіх коефіцієнтів можемо визначити радіальну і осову складові швидкості витікання струменя.

За допомогою отриманих рівнянь можна вивчити вплив фізичних властивостей рідини, діаметра отвору на зміну довжини і швидкості течії струменя уздовж осі до його розпаду на краплі.

На приклад, за допомогою виведених нами рівнянь зробимо розрахунок диспергування струменя на краплі за таких початкових умов. З отвору діаметром 1,2мм витікає струмінь з швидкістю 1 м/с. Як видно з графіка (рис. 3) в перший момент часу радіальна складова швидкості майже не виникає. З часом на струмені з'являються і розвиваються збурення, які додають профілю струменя синусоїдальний вигляд і з часом

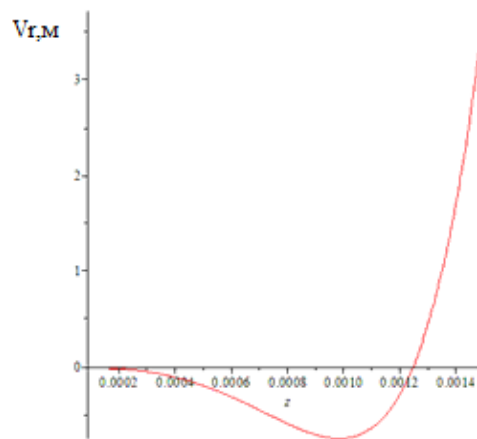


Рисунок 3 – Залежність зміни радіальної складової швидкості  $v_r$  від відстані уздовж осі  $z$

ведуть до розпаду струменів на краплі. На це вказує значне збільшення радіальної складової  $v_r$ , що може призвести до розпаду струменя на краплі. Це збігається з теорією інших авторів [5].

Отриманий графік (рис. 3) в ході рішення характеризує якісну зміну радіальної складової швидкості  $v_r$  уздовж осі  $z$  від моменту витікання струменя до його розпаду на краплі.

Припускаємо, що коли радіальна складова швидкості  $v_r = 3,5 \text{ м/с}$ , відбувається розпад струменя з утворенням крапель. Довжина струменя що не розпалася при цьому становить  $l_c = 0,00145 \text{ м}$  (рис. 3). З отриманих параметрів розраховуємо об'єм суцільної частини струменя який набуває значення  $V_c = 7,232 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3$ , виходячи з того, що ця частина рідини і формує об'єм краплі. Розрахунок об'єму краплі, що утворюється при розпаді струменя проводимо по вже широко апробованим формулам [7, 8]

$$d_k = \frac{6 \cdot d_0}{\text{Re}^{0.15}} \rightarrow V_k = \frac{\pi d_k^3}{6}, \quad (19)$$

де  $d_0$  – діаметр отвору з якого відбувається витікання;  $d_k$  – діаметр одержуваної краплі;  $\text{Re}$  – критерій Рейнольдса струменя що витікає.

Одержаний за (19) об'єм краплі дорівнює  $V_k = 8,049 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3$ . Порівняємо об'єми струменя, розрахованими за формулами, виведеними нами, з об'ємом краплі, розрахованим за вже відомими формулами (19). Різниця в розрахунках склала 10,1 %.

Для порівняння отриманих теоретичних припущень з практичними результатами було спроектовано і виготовлено експериментальний стенд [6]. Використовуючи отримане значення об'єму струменя, за вище вказаними формулами (19) визначили діаметр утвореної краплі  $d_k^m = 2,4 \text{ мм}$  і порівняли з отриманою під час експерименту  $d_k^{ек} = 2,58 \text{ мм}$  (рис. 4). Похибка розрахункової формули, отриманої нами, з експериментальними результатами склала 7 %.

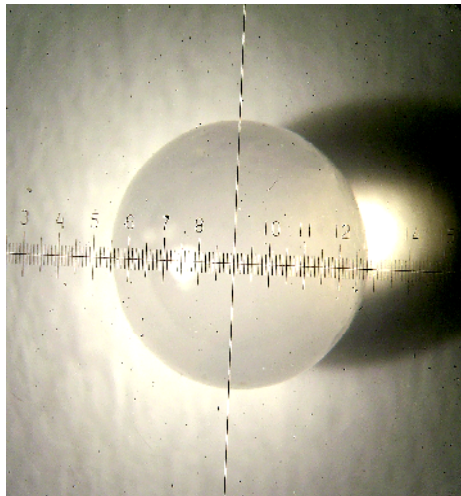


Рисунок 4 – Гранула агар-агару, що була отримана під час експериментальних досліджень, діаметр гранули 2,58 мм (1 дел=0,04мм)

## ВИСНОВКИ

Теоретичні дослідження з визначення значень параметрів, що впливають на характеристики диспергування рідини, запропонованим методом показали схожість з практичними результатами. Різниця знаходиться у допустимих межах, що вказує на обґрунтованість припущень фізичної моделі та теоретичних викладок. Таким чином, запропоновану версію математичного опису процесу стаціонарного витікання струменю з подальшим розпадом на краплі можна використовувати для аналізу процесу диспергування струменя.

## HYDRODYNAMIC ANALYSIS OF THE STEADY STREAM EFFLUX

*M. S. Skidanenko, V. I. Sklabinskiy,*  
Sumy State University,  
2 Rimsky-Korsakov Str., 40007 Sumy, Ukraine;  
E-mail: [sklabin@yandex.ru](mailto:sklabin@yandex.ru)

*This article deals with the theoretical research of the stream steady efflux from the opening and its results are the basis for the analysis of the vibrogranulator operation. The achieved results can be used for the initial analysis of the stream hydrodynamics when it moves this way.*

**Key words:** hydrodynamics, vibrogranulator, stream break-up, mathematical model.

## АНАЛИЗ ГИДРОДИНАМИКИ СТАЦИОНАРНОГО ИСТЕЧЕНИЯ СТРУИ

*М. С. Скиданенко, В. И. Склабинский,*  
Сумский государственный университет,  
ул. Римского-Корсакова, 2, г. Сумы, 40007, Украина;  
E-mail: [sklabin@yandex.ru](mailto:sklabin@yandex.ru)

*В статье рассмотрены результаты теоретических исследований стационарного истечения струи из отверстия, что является основой расчета виброгранулятора. Получено решение, которое позволяет проводить предварительный анализ гидродинамики струи при таком ее движении.*

**Ключевые слова:** гидродинамика, виброгранулятор, распад струи, математическая модель.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Аммиачная селитра: свойства производство применение / Б. В. Левин, А. В. Туголуков, и др.; под ред. А. К. Чернишева, А. В. Туголукова. – М., 2009. – 544 с.
2. Классен П. В. Основы техники гранулирования : Процессы и аппараты химической и нефтехимической технологии / П. В. Классен, И. Г. Гришаев. – М. : Химия, 1982. – 272 с.
3. Скиданенко М. С. Визначення впливу фізико-хімічних властивостей середовищ на якість монодисперсних мікрогранул / М. С. Скиданенко, В. І. Склабинський, А. Є. Артюхов, А. В. Іванія // Друга міжнародна наукова конференція студентів, аспірантів та молодих вчених «Хімія та хімічні технології 2011» (ССТ-2011). 24 – 26 листопада 2011. – Львів, 2011. – С. 196–197.
4. Skidanenko M. The hydrodynamic flows and inertial environment influence on the product quality at granulation using dispersion / M. Skidanenko, A. Artyukhov // Scientific enquiry in the contemporary world: theoretical basics and innovative approach. FL, USA, L&L Publishing, 2012. – P. 169-171.
5. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика : 2 изд. / В. Г. Левич. - М., 1959. – 705 с.
6. Склабинський В. І. Експериментальне дослідження впливу температури та концентрації розчину на якість монодисперсних гранул / В. І. Склабинський, М. С. Скиданенко, А. Є. Артюхов // Наукові праці Одеської державної академії харчових технологій. – Одеса, 2012. – Вип. 41, Т. 1. – С. 125-128.
7. Холин Б. Г. Центробежные и вибрационные грануляторы плавлен и распылители жидкости / Б. Г. Холин. – М. : Машиностроение, 1977. – 182 с.
8. Коваль Ю. Н. Диспергирование жидкостей при истечении из сопел (системы жидкость-жидкость) / Ю. Н. Коваль, С. З. Каган, А. П. Захарычев // Труды МХТИ им. Д. И. Менделеева. – 1976. – Вып. 90. – С. 39-50.

*Надійшла до редакції 20 травня 2013 р.*