

УДК 539.375

**ОПТИМІЗАЦІЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-РОЗРАХУНКОВОГО МЕТОДУ
РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ**

Ю. А. Рудяк, канд. фіз.-мат. наук, старший викладач,
ДВНЗ «Тернопільський державний медичний університет
ім. І. Я. Горбачевського МОЗ України»,
майдан Волі, 1, м. Тернопіль, 46001, Україна;
E-mail: university@tdmu.edu.te.ua

Розглянуто питання оптимізації технологічної та фізичної реалізації експериментально-розрахункового методу розв'язання задач механіки руйнування. Об'єктом дослідження були склопластинки з крайовими тріщинами. Проведено математичні викладки, які дозволяють більш точно визначити величини коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) за даними фотопружніх вимірів у цьому випадку. Оптимізовано визначення величин КІН за даними фотопружніх вимірів для склопластинок з крайовими тріщинами.

Ключові слова: коефіцієнт інтенсивності напружень, тріщина, механіка руйнування, фотопружність.

ВСТУП

Розв'язання задачі механіки руйнування, особливо у тримірній постановці завжди актуально в інженерній практиці. Адаже оцінка ресурсу елементів машин, які містять концентратори напружень, особливо тріщини, залишається однією з ключових проблем, що визначають надійність конструкції в цілому [1, 2, 3, 4].

Оптичні методи механіки – одні з найбільш ефективних для рішення вказаних задач [5, 1, 3]. Застосування їх до таких специфічних об'єктів, як склопластинки з тріщинами, має ряд складнощів [1, 2]. Це і слабка картина оптичної анізотропії, внаслідок невисокої оптичної чутливості скла, і можливий варіант реалізації неоднорідного основного напруженого стану.

При визначенні величин коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) та швидкості зміни КІН для крайових тріщин у склі, не перпендикулярних до краю пластинки, виникає декілька проблем. Так, досить складно виготовити зразки склопластинок з тріщинами, що утворюють певний фіксований кут з напрямком розтягу. Виникає питання й з визначенням оптимального кута, під яким краще вести вимірювання. Проводити їх під кутом $= /2$, як це робилось для тріщини І типу в даному випадку недоцільно, так як вздовж лінії виміру проходить різка зміна параметрів ізоклін, що значно знижує точність визначення величин КІН.

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Метою роботи є оптимізація визначення величин КІН за даними фотопружніх вимірів для склопластинок з крайовими тріщинами.

РЕЗУЛЬТАТИ K_I

Теоретичне обґрунтування оптимізації процесу визначення величин КІН

Відомо, що для компонент додаткового напруженого стану σ_{ij} біля вершини тріщини можна записати

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - \sigma_{ij}^0, \quad (1)$$

де σ'_{ij} – компоненти загального напруженого стану;

σ_{ij}^0 – компоненти основного напруженого стану.

Компоненти додаткового напруженого стану є функціями радіус-вектора точки виміру r та кута Θ і параметрично описуються КІН:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_1(\Theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_2(\Theta), \quad (2)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_3(\Theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_4(\Theta),$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_5(\Theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_6(\Theta).$$

У зоні дії пружної асимптотики Ірвіна-Вестергаарда величини КІН K_I та K_{II} мають постійні значення, а, отже, постійною буде величина їх співвідношення $n = K_{II} / K_I$. Після ряду перетворень для n одержуємо наступний вираз :

$$n = \frac{\psi_1(\Theta)(\delta^l \cos 2\phi^l - \delta^o \cos 2\phi^o) + \psi_2(\Theta)(\delta^l \sin 2\phi^l - \delta^o \sin 2\phi^o)}{\psi_3(\Theta)(\delta^l \cos 2\phi^l - \delta^o \cos 2\phi^o) + \psi_4(\Theta)(\delta^l \sin 2\phi^l - \delta^o \sin 2\phi^o)}. \quad (3)$$

У формулі (3) ϵ^l – виміряні в т. l оптичні величини, що характеризують параметри загального напруженого стану.

Враховуючи, що для скла $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij}^0$, для n одержуємо:

$$n = \frac{\cos 2\phi^l \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} + \sin 2\phi^l \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2}}{\cos 2\phi^l (1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2}) \cos \frac{\Theta}{2} + \sin 2\phi^l (1 + \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2}) \sin \frac{\Theta}{2}}. \quad (4)$$

З формули (4) бачимо, що величина n для певного напрямку вимірювань однозначно визначається параметром ізокліни. Доцільно проводити виміри в точках, де параметр ізокліни постійний і довжина прямолінійної ділянки максимальна, так як у цьому випадку можливе проведення ряду вимірів. Логічно вважати, що ізокліни з максимальною лінійною ділянкою знаходиться в зонах максимальної концентрації напружень. Тому розмір «інтервалу достовірності» (області дії пружної асимптотики) є функцією кута наближення до вершини тріщини. У роботі [3] наведено формулу, що дозволяє визначити кут як функцію n

$$\operatorname{tg} 2\Theta = \frac{4n}{3n^2 - 1}. \quad (5)$$

Формула (4) при $\Theta = \pi / 2$ прийме вигляд

$$n = -tg(2\phi^* - \frac{\pi}{4}), \quad (6)$$

де ϕ^* – кут ізокліни точок, що лежать на лінії $\Theta = \pi / 2$.

Враховуючи (6), формула (5) прийме вигляд:

$$tg2\Theta_0 = \frac{4tg(2\phi^* - \frac{\pi}{4})}{3tg^2(2\phi^* - \frac{\pi}{4}) - 1}, \quad (7)$$

або

$$\Theta_0 = \frac{1}{2} arctg[\frac{4tg(2\phi^* - \frac{\pi}{4})}{3tg^2(2\phi^* - \frac{\pi}{4}) - 1}]. \quad (8)$$

Таким чином, знаючи величину ϕ^* , визначаємо оптимальний кут наближення до вершини Θ_0 та відповідний параметр ізокліни ϕ_0

$$\phi_0 = \frac{1}{2} [k\pi - arctg(\frac{n(1 - \sin \frac{\Theta_0}{2} \sin \frac{3\Theta_0}{2}) + \sin \frac{\Theta_0}{2} \cos \frac{3\Theta_0}{2}}{n(1 + \cos \frac{\Theta_0}{2} \cos \frac{3\Theta_0}{2}) + \cos \frac{\Theta_0}{2} \sin \frac{3\Theta_0}{2}} ctg \frac{\Theta_0}{2})]. \quad (9)$$

З врахуванням (8), формула (9) прийме вигляд

$$\phi_0 = \frac{1}{2} [k\pi - arctg(\frac{tg(2\phi^* - \frac{\pi}{4})(1 - \sin \frac{\Theta_0}{2} \times \sin \frac{3\Theta_0}{2}) - \sin \frac{\Theta_0}{2} \cos \frac{3\Theta_0}{2}}{tg(2\phi^* - \frac{\pi}{4})(1 + \cos \frac{\Theta_0}{2} \cos \frac{3\Theta_0}{2})} ctg \frac{\Theta_0}{2})]. \quad (10)$$

Таким чином, одержані нами формули (8) та (10) дозволяють оптимізувати застосування експериментально-розрахункового методу визначення величин КІН для довільного розміщення тріщин в силовому полі.

ВИСНОВКИ

1. Оптимізовано процес визначення величин КІН для склопластинки з крайовими тріщинами.

2. Одержано формули, які дозволяють точніше визначати величини КІН для довільного розміщення тріщини в силовому полі.

OPTIMIZATION OF EXPERIMENTALLY CALCULATED METHOD FOR SOLUTION OF MECHANICAL FRACTURE PROBLEMS

Yu. A. Rudyak,

*SHEI "I. Ya. Gorbachevsky Ternopil State Medical University Ministry of Health of Ukraine",
1 Maidan Voli, 46001 Ternopil, Ukraine;*

E-mail: university@tdmu.edu.te.ua

Tasks of optimization of technological and physical implementation of experimentally calculated method of solving of the fracture mechanics problems were observed. The glass plate

with edge cracks was object of this study. The mathematical calculations which help to determine more accurately the magnitude of the coefficients of stress intensity factor (SIF) according photoelastic measurements in this case have been presented.

Key words: stress intensity factor, crack and mechanical fracture, photoelasticity.

ОПТИМИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО- РАСЧЕТНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ

Ю. А. Рудяк,

ГВУЗ «Тернопольский государственный медицинский университет им. И. Я. Горбачевского
МОЗ Украины»,

площадь Воли, 1, г. Тернополь, 46001, Украина;

E-mail: university@tdmu.edu.te.ua

Рассмотрен вопрос оптимизации технологической и физической реализации экспериментально-расчетного метода решения задач механики разрушения. Объектом исследования была стеклопластинка с краевыми трещинами. Приведены математические выкладки, которые позволяют более точно определять величины коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) по данным фотоупругих измерений в этом случае. Оптимизировано определение величин КИН по данным фотоупругих измерений для стеклопластинок с краевыми трещинами.

Ключевые слова: коэффициент интенсивности напряжений, трещина, механика разрушения, фотоупругость.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Табанюхова М. В. Решение задач прочности элементов сооружений с концентраторами методом фотоупругости: автореф. дис. д-ра физ-мат. наук / М. В. Табанюхова. – Новосибирск, 2006. – 42 с.
2. Хеллан К. Введение в механику разрушения / К. Хеллан. – М.: Мир, 1988. – 364 с.
3. Сорокатый Ю. И. Фотоупругое определение коэффициента интенсивности напряжений K_{II} / Ю. И. Сорокатый, В. В. Божидарник, А. П. Налобин // Вестник ЛПИ. – 1987. – С. 102-106.
4. Mylnikov A. V. Investigation of glass structural elements with stress concentrators by optical method / A. V. Mylnikov, R. B. Tverdostoup, Yu. A. Rudyak // Recent advances in experimental mechanics. Proceedings of the 10th international congress on experimental mechanics. - Lisbon, Portugal, 18-22 july, 1994. – P. 201-204.
5. Александров А. Я. Поляризационно-оптические методы механики деформированного тела / А. Я. Александров, М. Х. Ахметзянов – М. : Наука, 1973. – 576 с.

Надійшла до редакції 30 жовтня 2012 р.