

О.С. Кривець, О.О. Шматько, О.В. Ющенко

# КВАНТОВА ЕЛЕКТРОНІКА

Навчальний посібник

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки,  
молоді та спорту України*

Суми  
Сумський державний університет  
2013

**УДК [681.7.069.24+621.375.826] (075.8)**

**ББК 32.86**

**К 82**

Рецензенти:

*В. А. Свіч* – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач  
кафедри квантової радіофізики

Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна;

*С. П. Рощупкін* – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач  
лабораторії квантової електродинаміки сильних полів

Інституту прикладної фізики НАН України,

заслужений діяч науки і техніки України;

*Г. С. Воробйов* – доктор фізико-математичних наук, професор  
Сумського державного університету

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України  
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів,  
які навчаються за напрямом підготовки*

*"Мікро- та наноелектроніка" та "Електронні пристрої та системи"  
(лист № 1/11 – 6817 від 09.04.2013р.)*

**Кривець О. С.**

К 82 Квантова електроніка : навч. посіб./ О. С. Кривець,  
О. О. Шматько, О. В. Ющенко. – Суми : Сумський  
державний університет, 2013. – 340 с.

**ISBN 978-966-657-482-7**

У цьому навчальному посібнику в стислій формі розглянуті основні фізичні засади, на яких базується дія елементної бази та приладів квантової електроніки й оптоелектроніки. Посібник містить самостійну перевірку та закріплення матеріалу шляхом розв'язання типових задач і відповідей на контрольні питання. Призначений для студентів денної та заочної форм навчання, а також для аспірантів фізико-технічних спеціальностей університетів.

**УДК [681.7.069.24+621.375.826] (075.8)**

**ББК 32.86**

© Кривець О. С., Шматько О. О.,

Ющенко О. В., 2013

**ISBN 978-966-657-482-7**

© Сумський державний університет, 2013

# Зміст

<b>ВСТУП</b>	<b>7</b>
<b>1 ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ НАЙПРОСТІШОЇ КВАНТОВОЇ СИСТЕМИ</b>	<b>12</b>
1.1. Електрон та його властивості . . . . .	12
1.2. Гамільтоніан атома . . . . .	14
1.3. Атом водню . . . . .	16
1.4. Магнетизм атома . . . . .	18
Питання для самостійного контролю . . . . .	20
<b>2 ВЗАЄМОДІЯ КВАНТОВИХ СИСТЕМ ІЗ ЕЛЕКТРО-МАГНІТНИМ ПОЛЕМ</b>	<b>21</b>
2.1. Поглинання і випромінювання енергії при квантових переходах. Коефіцієнти Ейнштейна . . . . .	21
2.1.1. Спонтанні та вимушені переходи . . . . .	22
2.1.2. Умови термодинамічної рівноваги . . . . .	29
2.2. Дипольне випромінювання. Дозволені та заборонені переходи . . . . .	33
2.3. Форма та ширина спектральних ліній . . . . .	45
2.4. Розсіювання світла та двофотонне поглинання . . . . .	55
2.5. Підсилення у квантових системах . . . . .	60
Питання для самостійного контролю . . . . .	71
<b>3 АКТИВНІ КВАНТОВІ РЕЧОВИНИ І СТВОРЕННЯ У НИХ СТАНУ ІНВЕРСІЙНОЇ ЗАСЕЛЕНОСТІ</b>	<b>74</b>
3.1. Енергетичні стани робочих речовин квантових приладів. Квантові числа . . . . .	74

3.2.	Створення інверсних станів у газових середовищах	77
3.3.	Створення інверсійної заселеності у напівпровідниках . . . . .	79
3.4.	Створення інверсійної заселеності у кристалах та склі . . . . .	84
	Питання для самостійного контролю . . . . .	95

#### **4 ВЛАСТИВОСТІ ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ 97**

4.1.	Монохроматичність . . . . .	97
4.2.	Когерентність . . . . .	102
4.3.	Спрямованість лазерного випромінювання . . . . .	108
4.4.	Яскравість . . . . .	112
4.5.	Поляризація . . . . .	114
4.6.	Потужність. ККД . . . . .	116
	Питання для самостійного контролю . . . . .	119

#### **5 РЕЗОНАТОРИ КВАНТОВИХ ПРИЛАДІВ 122**

5.1.	Резонатори квантових приладів НВЧ . . . . .	122
5.2.	Оптичні резонатори . . . . .	128
5.3.	Резонатор із плоскими дзеркалами . . . . .	134
5.4.	Резонатори із квадратичною фазовою корекцією поверхонь дзеркал . . . . .	142
5.5.	Неконфокальні резонатори, або резонатори із довільними сферичними дзеркалами . . . . .	147
5.6.	Матричний (параксіальний) метод розрахунку резонаторів . . . . .	151
5.7.	Втрати в оптичному резонаторі. Стійкість і добротність резонатора . . . . .	154
5.8.	Інші типи резонаторів . . . . .	163
5.9.	Селекція типів коливань у резонаторах . . . . .	168
5.10.	Загальні умови вибору типу оптичного резонатора лазера . . . . .	173

Питання для самостійного контролю . . . . .	174
<b>6 РЕЖИМИ ГЕНЕРАЦІЇ ТА МОДУЛЯЦІЯ ЛАЗЕРНО- ГО ВИПРОМІНЮВАННЯ</b>	<b>178</b>
6.1. Класифікація режимів роботи лазерів . . . . .	178
6.2. Режим вільної генерації лазерного випроміню- вання . . . . .	183
6.3. Режим модульованої добротності . . . . .	187
6.4. Режим синхронізації мод . . . . .	193
6.5. Режим розвантаження резонатора . . . . .	199
6.6. Типи пристроїв модуляції втрат у резонаторі . .	201
6.6.1. Пасивні закриви на середовищах із по- глинанням, що насичується (фототропні)	201
6.6.2. Активні методи модуляції втрат у резона- торі . . . . .	204
6.7. Модуляція підсилення . . . . .	211
6.8. Провал Лемба . . . . .	212
Питання для самостійного контролю . . . . .	214
<b>7 ОСНОВНІ ТИПИ ПРИЛАДІВ КВАНТОВОЇ ЕЛЕ- КТРОНІКИ</b>	<b>217</b>
7.1. Квантові парамагнітні підсилювачі . . . . .	217
7.2. Волоконні підсилювачі та лазери . . . . .	229
7.3. Оптичні квантові генератори на діелектричних парамагнітних кристалах та склі . . . . .	234
7.3.1. Рубіновий лазер . . . . .	238
7.3.2. Неодимові лазери . . . . .	241
7.3.3. Мікрочипові твердотільні лазери . . . . .	244
7.4. Рідинні оптичні квантові генератори . . . . .	246
7.4.1. Рідинні лазери на неорганічних барвни- ках . . . . .	248
7.4.2. Рідинні лазери на органічних барвниках .	249
7.5. Газові оптичні квантові генератори . . . . .	254

7.5.1.	Газові лазери на нейтральних атомах. Гелій-неоновий лазер . . . . .	259
7.5.2.	Іонні лазери. Аргоновий лазер . . . . .	263
7.5.3.	Молекулярні лазери на $CO_2$ . . . . .	268
7.5.4.	Молекулярні ексімерні та хімічні лазери	275
7.6.	Напівпровідникові оптичні квантові генератори .	279
7.6.1.	Інжекційні лазери на гомопереході . . . . .	284
7.6.2.	Лазери на гетеропереходах на потенці- альній ямі . . . . .	286
7.6.3.	Лазери на гетеропереходах із квантово- розмірними структурами та роздільним електронним та оптичним обмеженням .	289
7.6.4.	Поверхнево-випромінювальні інжекцій- ні лазери . . . . .	294
7.6.5.	Каскадні лазери . . . . .	295
7.6.6.	Напівпровідникові лазери з електронним та оптичним збудженням . . . . .	297
	Питання для самостійного контролю . . . . .	299
<b>8</b>	<b>ПРАКТИЧНІ ЗАВДАННЯ</b>	<b>304</b>
8.1.	Квантові переходи. Форма та ширина спе- ктральних ліній . . . . .	304
8.2.	Створення інверсійної заселеності, підсилення та поглинання у квантовій системі . . . . .	310
8.3.	Властивості лазерного випромінювання, розсію- вання світла . . . . .	320
8.4.	Відкриті резонатори . . . . .	324
	<b>Список літератури</b>	<b>333</b>

## ВСТУП

На сьогодні актуальним є завдання створення та вдосконалення джерел електромагнітних коливань і елементної бази, що забезпечують генерацію та підсилення коливань від міліметрового до рентгенівського діапазону. Перспективними у вирішенні цього питання були й залишаються різноманітні прилади не лише НВЧ- електроніки, а також і квантової електроніки, сфери застосування яких уже давно не обмежуються основними галузями науки та техніки, постійно і швидко розширюються сучасні галузі, особливо нанотехнології [1]– [9] та інші.

Запорукою успішного засвоєння та використання вже існуючих і новітніх технологій та розробок приладів квантової електроніки є знання фізичних основ, на яких базується їх дія, вивчення властивостей поширення, перетворення лазерного випромінювання, елементної бази та основних конструкцій лазерів і мазерів. Саме із такою метою і розроблявся цей навчальний посібник, поданий матеріал у якому є результатом узагальнення досвіду відомих фахівців, таких як [10] – [22] та ін., і новітніх розробок у галузі квантової електроніки та оптоелектроніки.

У першому розділі розглянуті основні властивості найпростішої квантової системи, у другому – питання взаємодії квантових систем з електромагнітним полем та необхідні умови для підсилення і генерації коливань у таких системах.

Розділ 3 присвячений ознайомленню із типами робочих речовин квантових приладів, створенню в них інверсійних станів, необхідних для отримання генерації та підсилення електромагнітних коливань.

Основні властивості поширення лазерного випромінювання розкриті в розділі 4. Розділ 5 присвячено резонансним системам, що використовуються в лазерах та мазерах.

У розділі 6 приділено увагу режимам лазерного випромінювання, а в розділі 7 — основним типам приладів квантової електроніки.

У кожному розділі є питання для самоконтролю, що можуть бути використані як для поточного, так і для підсумкового контролю з дисципліни "Квантова електроніка".

Розділ 8 містить 85 типових задач, що сприяють засвоєнню теоретичного матеріалу, які можуть бути використані для практичних та індивідуальних занять з дисципліни "Квантова електроніка".

Квантова електроніка — це галузь фізики, що вивчає методи генерації й підсилення електромагнітних коливань і хвиль, побудовані на використанні вимушеного випромінювання квантових систем, а також на властивості квантових підсилювачів і генераторів.

Необхідно виділити основні етапи, які передували становленню квантової електроніки.

**1917р.** А. Ейнштейн розвинув гіпотезу П. Дірака щодо існування вимушеного випромінювання. Більш чітке обґрунтування існування вимушеного випромінювання та наявності когерентності в елементарному акті випромінювання доведено П. Діраком у створеній ним квантово-механічній теорії випромінювання.

**1940р.** В. А. Фабрикант сформулював умови експериментального виявлення вимушеного випромінювання в розряді газу.

**1951р.** В. А. Фабрикант, М. М. Вудинський, Ф. І. Бутаєва (авторське свідоцтво) знайшли спосіб підсилення випромінювання за допомогою вимушеного випромінювання. Однак ці матеріали були опубліковані лише у 1959 році і практичного впливу на створення оптичного квантового генератора не мали.

**1953 — 1954 рр.** Н. Г. Басов, А. М. Прохоров, Дж. Вебер, Дж. Гордон, Х. Цайгер, Ч. Таунс (США) отримали генерацію



на пучку молекул амоніаку в сантиметровому діапазоні з використанням їх сортування в магнітному полі (перший мазер). За це відкриття вченим А. М. Прохорову і Н. Г. Басову та американському вченому І. Таунсову в 1964 році була присуджена Нобелівська премія з фізики.

**1958р.** Ч. Таунс, А. Шавлов (США), А. М. Прохоров показали можливість використання вимушеного випромінювання в оптичному діапазоні.

**1960р.** Т. Мейман створив рубіновий оптичний квантовий генератор. А. Джаван створив газовий лазер на суміші гелію та неону.

**1958 – 1961рр.** Н. Г. Басов, Б. М. Вул, Ю. М. Попов та інші співробітники ФІАН Лебедева розробили теоретичні основи напівпровідникових лазерів і у 1962-1963 рр. створили практичні конструкції напівпровідникових лазерів.

**1962р.** Р. Холл створив лазер на GaAs із використанням p-p- переходу.

**1964р.** В. Бриджес розробив іонні газові оптичні генератори підвищеної потужності.

**1965р.** К. Пейтел розробив потужні молекулярні газові генератори на суміші вуглекислого газу, азоту та гелію.

**1970р.** Академік Ж. І. Алферов зі співробітниками вперше реалізували напівпровідниковий лазер на основі подвійної гетероструктури AlAs – GaAs із безперервною генерацією при кімнатній температурі. За це відкриття Ж. І. Алферову була присуджена Нобелівська премія з фізики.

**1972р.** Винайдений лазер на квантовій ямі, його вперше використали для створення рисунка на керамічній основі комп'ютерної мікросхеми.

**1976р.** Створений лазер на вільних електронах.

**1987р.** Девід Пейн представив оптоволокну, леговане ербієм. Нові оптичні підсилювачі посилювали сигнал без його конвертації в електричну форму.

**1994р.** Створено квантові каскадні лазери (Bell Labs), які здатні випромінювати одразу на декількох довжинах хвиль. У Фізико-технічному інституті ім. А. Ф. Іоффе РАН показали роботу лазера на квантовій точці.

Найбільш відомими приладами квантової електроніки є мазери та лазери. Тому, у вузькому значенні слова, можна твердити про квантову електроніку як про науку, що описує фізичні явища в мазерах та лазерах. Мазери — це квантові підсилювачі і генератори когерентного електромагнітного височастотного випромінювання в діапазоні 1 мм — 1 см, а лазери належать до оптичного діапазону, тобто інфрачервоного (0,76—700 мкм), видимого (0,38—0,76 мкм) та ультрафіолетового (0,01—0,38 мкм) діапазонів. Термін *лазер* утворений від англомовної аббревіатури: *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, що означає *підсилення світла за допомогою вимушеної емісії випромінювання*. Також часто використовується термін *оптичний квантовий генератор* (ОКГ). Потрібно також відмітити, що до лазерів відносять і лазери на вільних електронах.

Лазери — це принципово нові джерела випромінювання. На відміну від теплового випромінювання та люмінесценції випромінювання лазерів має високу монохроматичність, когерентність, спрямованість та високу спектральну густину потужності.

Базуючись на постулатах квантової фізики, основу квантової електроніки становлять три фундаментальних положення:

- Енергія електромагнітного випромінювання складається з дискретних порцій енергії, названих світловими квантами, або фотонами. Ця дискретність проявляється насамперед при взаємодії випромінювання з речовиною, коли фотони поглинаються або випромінюються.
- Випромінювання фотонів, при досить високій їх інтенсив-

ності, визначається ефектом індукованого випромінювання. При цьому кванти, що збуджують, і ті, що збуджуються випромінюванням, тотожні, а ймовірність їх випромінювання пропорційна інтенсивності випромінювання зовнішнього поля.

- Кванти електромагнітного випромінювання підпорядковуються статистиці Бозе-Ейнштейна. Тому кількість квантів, які можуть припадати на один осцилятор поля, необмежена. При заповненні одного осцилятора поля (однієї моди) великою кількістю нерозрізнених квантів формується когерентна електромагнітна хвиля.

Ці положення є одними із базових положень фізичних основ квантової електроніки.

## ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ НАЙПРОСТІШОЇ КВАНТОВОЇ СИСТЕМИ

### 1.1. Електрон та його властивості

Електрон є однією із основних елементарних частинок нашого світу та однією із головних структурних одиниць матерії. Ці частинки утворюють електронні оболонки всіх атомів, молекул, наявні у вигляді "електронного" газу в металах та напівпровідниках, є складовою частиною четвертого агрегатного стану речовини – плазми. Пучки вільних електронів можна отримати за рахунок різних видів емісії із твердого тіла або при використанні розряду в газах і парах речовин. Природним джерелом швидких електронів (бета-частинок) є бета-радіоактивні ядра атомів.

Електрон характеризується декількома властивостями, які виокремлюють його від інших елементарних частинок. До них у першу чергу належать:

- заряд електрона  $e = -1,6021892 \cdot 10^{-19}$  Кл;
- маса електрона у стані спокою  $m_{0e} = 9,109534 \cdot 10^{-31}$  кг;
- власний момент кількості руху або *спін*  $p_{se}$ ;
- власний магнітний момент  $\mu_{se}$ .

Такі основні величини, як заряд електрона, маса електрона, число Авогадро ( $N_A = 6,022045 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>), швидкість поширення світла у вакуумі ( $c = 2,99792458 \cdot 10^8$  м/с), стала Планка ( $h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$  Дж·с), є фундаментальними сталими мікросвіту. Вони визначають масштаби (співвідношення) всіх фізичних явищ у атомах, молекулах та речовинах. Тому як одиницю довжини у ядерній фізиці часто використовують 1 бор – так званий борівський радіус  $a_B = \hbar^2/m_{0e} e^2 = 0,52917706$  Å.

За атомну одиницю часу беруть співвідношення  $\hbar^3/m_0e^4 \simeq \simeq 2,42 \cdot 10^{-17}\text{с}$ , з якого випливає атомна одиниця швидкості  $e^2/\hbar \approx c/137,03604$ . Атомна одиниця енергії  $m_0e^4/\hbar^2 = = 27,21\text{eВ} \approx 4,36 \cdot 10^{-18}\text{Дж}$ ; половина цієї величини має назву сталої Рідберга ( $Ry$ ),  $1Ry = 13,6\text{eВ}$ .

Латинське слово "*quantum*" (скільки, як багато) визначає, що у мікросвіті існують свої масштаби всіх величин і немає поступових або повільних змін, як у класичній фізиці. У квантовій фізиці спостерігаються лише дискретні порції (*кванти*) енергії, маси спокою, заряду, механічного та магнітного моментів тощо.

Для пояснення особливостей тонкої структури спектральних ліній атомів Г. Уленбек та С. Гаутсміт запропонували гіпотезу, згідно з якою електрон, крім трьох просторових ступенів свободи, має четвертий внутрішній ступінь свободи — спіні  $s_e$ . Спінове квантове число  $s_e$  характеризує проекцію власного моменту кількості руху (кутовий момент)  $p_{se}$  на деякий напрям (наприклад, напрям зовнішнього або внутрішнього магнітного поля). Емпірично доведено, що спінове число для електрона має лише два значення:  $+1/2$  та  $-1/2$  (або  $+\hbar/2$  та  $-\hbar/2$ ). Теоретично наявність спіну в електрона доведена Діраком у 1928 році.

Ще однією властивістю електрона є його власний магнітний момент  $\mu_{se}$ , який визначається наявністю спіну та заряду. Магнітний момент електрона спрямований зворотно спіновому кутовому моменту  $p_{se}$  і приблизно дорівнює значенню магнетрона Бора  $\mu_B$ .

Відношення магнітного моменту електрона до його спінового моменту має назву *гіромагнітного співвідношення*, або  $g$ -фактора електрона (див. підрозділ 1.4). З точністю до 0,1% він дорівнює 2, що пояснюється взаємодією електрона з вакуумом, який є простором, де два типи матерії трансформуються одна в одну: елементарні частинки в електромагнітне поле.

Вивчаючи властивості електрона, потрібно відмітити ще його-

го радіус, про який, як і для інших елементарних частинок, у чіткому сенсі стверджувати не можна. Можна лише зазначити *класичний радіус електрона*  $r_e$ , що базується на припущенні про електромагнітне походження повної маси електрона:

$$r_e = \frac{e^2}{m_0 c^2} \approx 2,817938 \cdot 10^{-15}(\text{м}).$$

Проте це припущення не може бути узгоджене з вимогами теорії відносності, тому що внаслідок спіну швидкість руху точок на поверхні зарядженої "кульки" радіусом  $r_e$  перевищує швидкість світла. Подання електрона як частинки нескінченно малого радіуса також призводить до серйозного неузгодження: власна енергія електрона ( $\sim 1/r_e$ ) має бути нескінченною. Тому проблема електрона є одним із найскладніших і не до кінця вирішених питань фізики.

## 1.2. Гамільтоніан атома

Найбільш загальними властивостями мікрочастинок (атомів, іонів, молекул, ядер) є їх стійкість і дискретність станів. Обидві ці властивості знаходять пояснення лише в рамках квантової механіки. Вступні розділи квантової механіки [23]–[25] звичайно починаються з огляду неспроможності класичної фізики для пояснення деяких фізичних експериментів. Потім ця неспроможність підкреслюється при поясненні корпускулярно-хвильового дуалізму та характерної для матерії властивості дискретності – концепцій, які повністю не можуть бути розвинені із класичної точки зору. Щоб більш повно пояснити ці концепції, необхідно переформулювати фундаментальні постулати, на яких ґрунтувалася класична фізика. Для цієї мети вводиться поняття хвильової функції і постулюється, що ця функція містить усю інформацію, що може бути відома

про систему. Ця функція  $\psi$  в нерелятивістському випадку задовольняє хвильове рівняння Шредингера

$$\left( \mathcal{H} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi = 0, \quad (1.1)$$

де  $\mathcal{H}$  — оператор Гамільтона (або *гамільтоніан*), що збігається з оператором енергії.

Як і для будь-якої іншої фізичної величини, оператор енергії формується згідно з принципом відповідності. Для цього у декартових координатах записується класичний вираз для заданої фізичної величини як функції імпульсів ( $\vec{p}$ ) і координат ( $\vec{r}$ ). Потім  $\vec{p}$  замінюється на

$$\vec{P} = -i\hbar \nabla, \quad (1.2)$$

де

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}.$$

Таким чином, у нерелятивістському наближенні отримують гамільтоніан частинки у потенційному полі  $U(\vec{r})$ :

$$\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \nabla^2 + U(\vec{r}). \quad (1.3)$$

Тут  $m_0$  — маса частинки.

У випадку незалежного від часу гамільтоніана рівняння Шредингера (1.1) набуває вигляду

$$\mathcal{H}\psi = E\psi, \quad (1.4)$$

де  $E$  — власне значення оператора  $\mathcal{H}$ , тобто енергія стану.

На жаль, навіть ці порівняно прості завдання вимагають відповідного математичного фундаменту. Тому може скласти враження, що вирішення подібних завдань, які становлять

не тільки чисто академічний інтерес, безнадійно складне. У дійсності застосування квантової механіки до вирішення деяких важливих практичних завдань часто простіше в багатьох відношеннях. У початковій стадії вивчення квантової механіки багато зусиль спрямовано на встановлення явної форми хвильової функції, яка визначається гамільтоніаном, що описує розглянуту систему. Однак при застосуванні квантової механіки до макроскопічних процесів немає необхідності визначати точний вид хвильової функції  $\psi$ . Можна підійти до вирішення проблеми аналогічно виведенню теореми Еренфеста [23]– [25], з якої випливає, що рівняння руху для середніх значень є близькими аналогами до класичних рівнянь. Цей висновок досить важливий, оскільки результуючі рівняння не залежать від точного вигляду хвильових функцій. У такий спосіб забезпечується "міст" для переходу від рівнянь квантової механіки до рівнянь, аналогічних за формою до класичних.

Використання формалізму матриці густини, що дозволяє одержати рівняння руху для середніх значень квантово-механічних змінних без необхідності визначати в явному вигляді хвильові функції, дає найбільш компактний спосіб доповнення до описаного вище підходу. У цьому підході необхідно лише припустити, що існує повний набір відомих, але не конкретних хвильових функцій, а далі безпосереднє застосування формалізму квантової механіки приводить до необхідних рівнянь.

### 1.3. Атом водню

Розв'язанням рівняння (1.4) у випадку атома водню [24,25] є множина хвильових функцій  $\psi$ , що характеризуються набором цілих чисел  $n, l, m$ . Ці числа називають головним, орбітальним та магнітним квантовими числами відповідно. Кожній хвильовій функції  $\psi$  із цієї множини відповідає стаціонарний стан атома. Енергія стану залежить лише від величини головного квантово-



го числа  $n$  і визначається простим співвідношенням

$$E_n = \frac{R_y}{n^2}. \quad (1.5)$$

У спектроскопії та квантовій електроніці енергію часто вимірюють в особливих одиницях — оберненими сантиметрами ( $\text{см}^{-1}$ ). Один обернений сантиметр дорівнює енергії кванта випромінювання, що має у вільному просторі довжину хвилі, яка дорівнює  $1\text{ см}$  (тобто  $1\text{ см}^{-1} = \hbar \cdot 2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-10}\text{ Дж}$ ). У цих одиницях  $R_y = 109678,761\text{ см}^{-1}$ .

Стани із заданим значенням  $n$  можуть відрізнитись один від одного квантовими числами  $l$  і  $m$ . Проте всі вони матимуть однакову енергію, тобто будуть *виродженими*. Кількість таких станів називають кратністю виродження, тут вона дорівнює  $n^2$ . Це виродження є наслідком центральної симетрії поля (ядра), у якому рухається електрон. У релятивістському наближенні воно частково знімається, але розщеплення рівнів відносно мале. Тому в атомі водню частоти переходів між станами практично не залежать від  $l$  і  $m$  та утворюють серії, що відрізняються тільки величинами  $n_i$  і  $n_f$ :

- серія Лаймана ( $n_i = 1, n_f > 1$ );
- серія Бальмера ( $n_i = 2, n_f > 2$ );
- серія Рітца-Пашена ( $n_i = 3, n_f > 3$ );
- серія Бреккета ( $n_i = 4, n_f > 4$ ) і т.д.

Атом може мати відмітний від нуля момент імпульсу. Величина квадрата моменту імпульсу  $M^2$  визначається орбітальним квантовим числом  $l$ :

$$M^2 = \hbar^2 l(l + 1), \quad (1.6)$$

(дозволені лише значення  $0 \leq l \leq n - 1$ ).

Магнітне квантове число  $m$  визначає величину проекції моменту імпульсу  $\vec{M}$  на одну із осей координат (вісь  $z$ ):

$$M_z = \hbar m. \quad (1.7)$$

Проекція вектора не перевершує довжини вектора, тому  $M_z \leq M$ .

У результаті  $m$  повинне задовольняти умову  $-l \leq m \leq l$ . Звідси випливає, що при заданому  $l$  маємо  $(2l + 1)$  значень  $m$ .

Дискретність  $M_z$  вказує на ефект просторового квантування, а саме маємо  $(2l + 1)$  конічних поверхонь, і  $\vec{M}$  може лежати тільки на одній із них.

#### 1.4. Магнетизм атома

Момент імпульсу атома обумовлений рухом частинок. Оскільки ці частинки заряджені, то з атомом буде пов'язане деяке магнітне поле. Це поле зручно описати, використовуючи відповідний магнітний момент. Величина магнітного моменту  $\vec{M}$  пропорційна моменту імпульсу  $\vec{M}$ :

$$\vec{M} = \gamma \vec{M}. \quad (1.8)$$

Коефіцієнт пропорційності  $\gamma$  задається *гіромагнітним співвідношенням*. Для орбітального руху величина  $\gamma$  виявляється такою, що збігається з її класичним значенням. Якщо частинка масою  $m_0$  та зарядом  $q$  обертається за колоподібною орбітою з радіусом  $r$ , то це еквівалентно орбітальному струму

$$I = \frac{qv}{2\pi r}, \quad (1.9)$$

де  $v$  – швидкість руху частинки. При цьому момент імпульсу

$$M = m_0 v r, \quad (1.10)$$

а магнітний момент визначається співвідношенням

$$\mathbf{M} = I \cdot S, \quad (1.11)$$

де  $S = \pi r^2$  – площа кола, обмеженого орбітою. Звідси

$$\gamma = \frac{\mathbf{M}}{M} = \frac{q}{2m_0}. \quad (1.12)$$

В атомній фізиці для вимірювання магнітного моменту використовують спеціальну одиницю – магнетон Бора  $\beta$ . Він дорівнює зміні проекції магнітного моменту атома на вісь квантування при зміні  $m$  на одиницю, тобто

$$\begin{aligned} \beta &= \gamma [M_z(m) - M_z(m - 1)] = \\ &= \gamma \hbar [m - (m - 1)] = \gamma \hbar = \frac{e\hbar}{2m_0}, \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\beta = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{А} \cdot \text{м}^2.$$

Окрім моменту, зв'язаного з орбітальним рухом електронів, атом має моменти, зв'язані з рухом електронів і ядра, спінові моменти. Ці типи руху не мають класичних аналогів, тому для них гіромагнітне співвідношення відрізняється від орбітального. Спінове гіромагнітне співвідношення електрона  $\gamma_s$  більше орбітального  $\gamma_e$ , а величину

$$g = \frac{\gamma_s}{\gamma_e} \quad (1.14)$$

називають  $g$  - фактором електрона. Для вільного електрона  $g \simeq 2,0023$ .

Гіромагнітне співвідношення для ядер на три порядки менший порівняно з електронним. Причину цього можна побачити із (1.12): заряд на одиницю маси на три порядки менше, ніж у електрона.

## Питання для самостійного контролю

1. Дайте визначення квантової електроніки.
2. Які основні прилади використовуються у квантовій електроніці, вкажіть діапазони їх використання.
3. Вкажіть діапазони довжин хвиль ультрафіолетового, інфрачервоного та видимого випромінювання.
4. Наведіть три положення, на яких базується робота приладів квантової електроніки.
5. Коротко дайте визначення сутності електрона.
6. Перелічіть властивості електрона, які відрізняють його від інших елементарних частинок.
7. Поясніть фізичний зміст хвильової функції, гамільтоніана та рівняння Шредингера для квантової частинки.
8. Перелічіть і дайте фізичний зміст головних квантових чисел.
9. Охарактеризуйте частоти переходів між стаціонарними станами атома водню.
10. Отримайте співвідношення для магнетона Бора.

## ВЗАЄМОДІЯ КВАНТОВИХ СИСТЕМ ІЗ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМ ПОЛЕМ

### 2.1. Поглинання і випромінювання енергії при квантових переходах. Коефіцієнти Ейнштейна

У класичній електроніці, що представлена електронними низькочастотними лампами, клістродами, магнетронами, лампами рухомої та зворотної хвилі і т.д., підсилення і генерація електромагнітних хвиль відбуваються за рахунок перетворення кінетичної та потенційної енергії електронів. У квантовій електроніці підсилення й генерація електромагнітних хвиль відбуваються за рахунок зміни внутрішньої енергії атомів, молекул, іонів і т.д.

Із квантової механіки відомо, що внутрішня енергія частинок квантується, тобто набуває ряд певних дискретних значень, що називаються у фізиці *енергетичними станами*, або *енергетичними рівнями*.

Відомо, що стан електрона в атомі, який перебуває у зовнішньому електричному полі, або в полі інших мікрочастинок, описується хвильовою функцією  $\psi$ , що задовольняє рівняння Шредингера

$$\mathcal{H}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}. \quad (2.1)$$

У разі якщо атоми (або іони) не перебувають у змінних зовнішніх полях, то їх хвильові функції  $\psi$  є власними хвильовими функціями  $\psi_n$  оператора Гамільтона  $\mathcal{H}_0$ , не залежать від часу і задовольняють рівняння

$$\mathcal{H}_0\psi_n = E_n\psi_n. \quad (2.2)$$

Стани квантових частинок, що описуються функціями  $\psi_n$ , мають певне значення енергії  $E_n$  і називаються *стаціонарними станами*, тобто стійкими, або стабільними. Стаціонарний

стан, якому відповідає мінімальне значення енергії частинки, називають *основним*, або незбудженим, а всі інші — збудженими.

Сукупність множини значень енергій стаціонарних станів має назву *енергетичного спектра* квантової системи, або терма [10]– [19], [22]– [25]. При переході з одного стану до іншого внутрішня енергія змінюється дискретно на величину, що дорівнює різниці енергій цих станів:

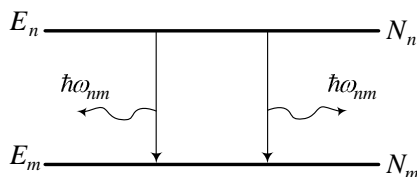
$$E_2 - E_1 = \hbar\omega_{21}, \quad (2.3)$$

де  $\hbar = 6,626 \cdot 10^{34}$  Дж/Гц — стала Планка.

При переході на більш високий рівень частинка поглинає енергію, а при переході на більше низький — віддає. Ці переходи супроводжуються процесами спонтанного і вимушеного випромінювання та поглинання. Дискретністю спектра пояснюється лінійчастий характер спектрів поглинання та випромінювання електромагнітних хвиль атомами. Саме тому описання фізичних процесів базується на хвильових і квантових представленнях.

### 2.1.1. Спонтанні та вимушені переходи

*Спонтанний перехід* — це мимовільний (самочинний) перехід частинки у часі та просторі з більш високого  $E_n$  на більш низький енергетичний рівень  $E_m$  (рис. 2.1).



**Рисунок 2.1** — Спонтанний перехід з рівня  $E_n$  на рівень  $E_m$

*Спонтанне випромінювання* є ефектом принципово квантовим, що не допускає класичного трактування. У класичній механіці метастабільний стан, що має більшу енергією відносно деякого основного стійкого стану, за відсутності зовнішніх збурень може існувати нескінченно довго. З міркувань квантової фізики такий метастабільний стан спонтанно розпадається з деякою відмінною від нуля середньою швидкістю. Перехід супроводжується випускненням кванта енергії із частотою  $\omega_{nm}$ . Для перебігу цього процесу зовнішнє поле не потрібне, тому керувати або передбачати точно момент спонтанного переходу принципово неможливо. Можна вести мову тільки про ймовірність такого переходу, тобто ймовірність спонтанного переходу не залежить від зовнішнього поля і визначається властивостями атома або молекули [10]– [19], [22], [26]– [33].

Ймовірність спонтанного переходу за одиницю часу зі стану  $E_n$  у стан  $E_m$  визначається *коефіцієнтом Ейнштейна* для спонтанного переходу із випромінюванням  $A_{nm}$ , тобто

$$A_{nm} = \frac{dW_{nm}^{sp}}{dt}. \quad (2.4)$$

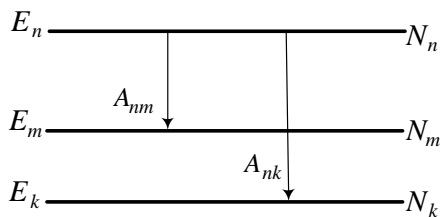
Істотним є те, що ймовірність спонтанного переходу  $A_{nm}$  належить до одиниці часу. Тому вона може набувати значення від 0 до  $\infty$ , на відміну від математичної ймовірності, яка змінюється від 0 до 1 [17].

Якщо нижче збудженого рівня  $n$  розміщено декілька рівнів, то повна зміна заселеності рівня  $n$  завдяки спонтанним переходам на ці рівні буде дорівнювати сумі ймовірностей усіх переходів:

$$\frac{dW_{ni}^{sp}}{dt} = \sum_i A_{ni}. \quad (2.5)$$

Для випадку, наведеного на рис. 2.2, рівняння (2.5) має вигляд

$$\frac{dW_{n(m,k)}^{sp}}{dt} = A_{nm} + A_{nk}. \quad (2.6)$$



**Рисунок 2.2** — Спонтанний перехід з рівня  $E_n$  на рівні  $E_m$  та  $E_k$

Як відомо з [10]– [19], [22], [26]– [33], середній час життя атома, іона або молекули у збудженому стані обернено пропорційний ймовірності спонтанного переходу

$$\tau = \frac{1}{A_{nm}}. \quad (2.7)$$

Якщо нижче рівня  $n$  є декілька рівнів, то час життя частинок у стані  $n$  дорівнює оберненій величині повної ймовірності спонтанних переходів з рівня  $n$  на всі, що лежать нижче:

$$\tau_{ni} = \left( \sum_i A_{ni} \right)^{-1}. \quad (2.8)$$

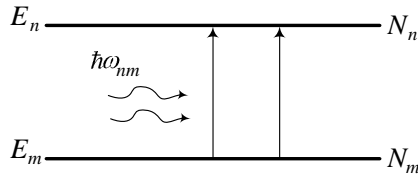
Для випадку, наведеного на рис. 2.2:

$$\tau_n = (A_{n(m,k)} + A_{nk})^{-1}. \quad (2.9)$$

Величину  $\tau(\tau_n)$  ще називають спонтанним часом життя для переходів  $n \rightarrow m$ .

Необхідно зазначити, що випадковість спонтанних переходів приводить до незалежності та несинхронності випромінювання великої кількості незалежних одна від одної квантових частинок у системі. Отже, спонтанне випромінювання неспрямоване, некогерентне і немонохроматичне. Воно служить джерелом шумів, нестабільності коливань, але разом з тим, що дуже





**Рисунок 2.3** — Індукований (вимушений) перехід з рівня  $E_m$  на рівень  $E_n$

важливо, спонтанні переходи сприяють розвитку процесу підсилення і появи коливань у мазерах та лазерах. Вони відіграють важливу роль при одержанні нерівноважних станів у квантовій системі [10]– [19], [22], [26]– [33].

Спонтанне випромінювання описує процес мимовільного переходу частинки лише з верхнього рівня на нижній. *Мимовільних, або спонтанних, переходів знизу нагору не буває.* Заселення верхнього рівня відбувається в розглянутій ситуації шляхом індукованих переходів за умови поглинання квантів енергії.

Однак атом може перейти в інший енергетичний стан не лише самочинно, а й під дією зовнішнього поля. Вимушені (індуковані) переходи відбуваються під впливом зовнішнього поля випромінювання резонансної частоти і залежать від спектральної густини енергії зовнішнього поля  $\rho(\omega)$  (одиниці виміру  $[\rho(\omega)] = \text{Дж}/(\text{см}^3 \cdot \text{Гц})$ ) [15], [31], [22]. Для вимушеного переходу з нижнього рівня на верхній (рис. 2.3) квант енергії поглинається із частотою

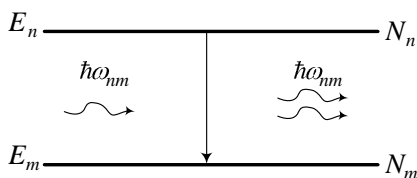
$$\omega_{nm} = \frac{E_n - E_m}{\hbar}. \quad (2.10)$$

Імовірність таких переходів за одиницю часу дорівнює

$$\frac{dW_{nm}^{pog}}{dt} = B_{nm}\rho(\omega), \quad (2.11)$$

де  $B_{nm}$  — коефіцієнти Ейнштейна для вимушеного (індукованого) переходу з поглинанням.

Якщо квантова частинка знаходиться на верхньому рівні, то за умови впливу на неї електромагнітного випромінювання із частотою (2.10) спостерігається перехід на нижній рівень (рис. 2.4) з випромінюванням кванта енергії. Імовірність інду-



**Рисунок 2.4** — Вимушений перехід з рівня  $E_n$  на рівень  $E_m$  з випромінюванням кванта енергії

кованого випромінювання за одиницю часу визначається таким рівнянням:

$$\frac{dW_{nm}^{vyp}}{dt} = B_{nm}\rho(\omega). \quad (2.12)$$

Тут  $B_{nm}$  — коефіцієнт Ейнштейна для вимушеного переходу із випромінюванням. Середній час життя атома щодо індукованого переходу  $n \rightarrow m$  обернено пропорційний добутку  $B_{nm}\rho(\omega)$ , тобто

$$\tau_{nm} = \frac{1}{B_{nm}\rho(\omega)}. \quad (2.13)$$

Таким чином, за вимушених переходів квантова система може переходити від одного енергетичного стану до

іншого як із поглинанням електромагнітної енергії, так і з випромінюванням.

Індуковані переходи мають такі важливі властивості [10]–[19], [22], [26]–[33].

По-перше, ймовірність індукованих переходів відмітна від нуля тільки для зовнішнього поля резонансної частоти, енергія кванта якого  $\hbar\omega$  дорівнює різниці енергій двох розглянутих ізольованих станів (двох рівнів з енергіями  $E_n$  і  $E_m$  відповідно, де індекс  $n$  ставиться для більшої енергії, а індекс  $m$  – для меншої). Ця умова відповідає постулату Бора

$$\hbar\omega = h\nu = E_n - E_m. \quad (2.14)$$

По-друге, кванти електромагнітного поля, що випромінюються при індукованих переходах, повністю тотожні квантам поля, що викликали ці переходи. Це означає, що зовнішнє електромагнітне поле й поле, створене при індукованих переходах, мають однакові частоту, фазу, поляризацію і напрямок поширення, тобто вони нерозрізнені (тотожні). Повна тотожність стимульованого (тобто вторинного) і стимульовального (тобто первинного) випромінювань приводить до когерентності випромінювання у квантовій електроніці.

По-третє, ймовірність індукованих переходів за одиницю часу пропорційна густині енергії зовнішнього поля в одиничному спектральному інтервалі (спектральній об'ємній густині енергії)  $\rho(\omega)$

$$\frac{dW_{mn}^{ind}}{dt} = B_{mn}\rho(\omega), \quad \frac{dW_{nm}^{ind}}{dt} = B_{nm}\rho(\omega), \quad (2.15)$$

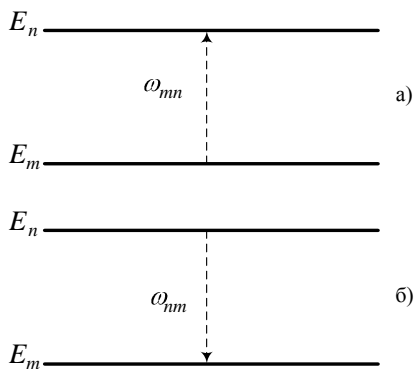
де  $B_{mn}$  і  $B_{nm}$  – коефіцієнти Ейнштейна для індукованого поглинання і випромінювання відповідно, а порядок індексів вказує напрямком переходу.

Таким чином, індуковане випромінювання стимулюється зовнішнім випромінюванням. Імовірності спонтанного та виму-

шеного переходів між станами пов'язані з матричним електронним дипольним моментом  $d_{nm}$  такими співвідношеннями:

$$A_{nm} = \frac{4\omega_{nm}^3}{3\hbar c^3} |d_{nm}|^2, \quad B_{nm} = \frac{4\pi^2}{3\hbar^2} |d_{nm}|^2. \quad (2.16)$$

Крім випромінювальних переходів, пов'язаних із поглинанням і випромінюванням кванта енергії, у системі квантових частинок можливі квадрупольні, магнітні, безвипромінювальні та інші [17], [15], [19], [22], [31], [33]. Для розуміння принципів роботи лазерів важливими є *безвипромінювальні* переходи, при яких енергія атома передається іншим атомам або навколишньому середовищу (зіткнення атомів у газовому розряді, перехід енергії кристалічної решітки і т.д.). У результаті такої взаємодії атом, іон або молекула переходить зі стану  $n$  у стан  $m$  або, навпаки, без випромінювання кванта і без його участі (рис 2.5 а,б). Імовірність безвипромінювального переходу за одини-



**Рисунок. 2.5** – Безвипромінювальні переходи: а) з рівня  $E_m$  на рівень  $E_n$ ; б) з рівня  $E_n$  на рівень  $E_m$

цю часу з верхнього рівня на нижній прийнято позначати  $s_{nm}$ ,

а з нижнього на верхній рівень  $s_{mn}$ . Імовірності безвипромінювальних переходів між рівнями  $n \leftrightarrow m$  зв'язані рівнянням [17], [15], [19], [22], [31], [33]:

$$s_{nm} = s_{mn} \exp\left(-\frac{\hbar\omega_{mn}}{kT}\right). \quad (2.17)$$

Також імовірність безвипромінювального переходу визначається середньою кількістю актів віддачі або отримання квантів енергії однією частинкою за одиницю часу [17].

Середній час життя атома відносно безвипромінювального переходу обернено пропорційний величині  $s_{nm}$  або  $s_{mn}$ , тобто

$$\tau_{nm} = \frac{1}{s_{nm}}, \quad \tau_{mn} = \frac{1}{s_{mn}}. \quad (2.18)$$

Якщо квантова частинка здійснює перехід зі збудженого стану  $n$  у результаті спонтанного, індукованого та безвипромінювального переходів, що характеризуються часом життя  $\tau_1 = 1/A_{mn}$ ,  $\tau_2 = 1/(B_{mn}\rho(\omega))$ ,  $\tau_3 = 1/s_{mn}$  і не є статистично незалежними процесами, то відповідно до теореми про додавання ймовірностей середній час життя частинки в стані  $n$  пов'язаний із часами життя інших процесів таким співвідношенням:

$$\frac{1}{\tau_n} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_3}. \quad (2.19)$$

Крім цього, ймовірності спонтанного та вимушеного переходів пов'язані між собою. Співвідношення між ними можна визначити за допомогою термодинамічного підходу [17], [15], [22].

### 2.1.2. Умови термодинамічної рівноваги

Розглянемо ансамбль квантових частинок, що знаходяться у термостаті при температурі  $T$ . Знайдемо умови рівноваги цього ансамблю в полі його власного випромінювання, що випу-

скається та поглинається при переході між рівнями енергії частинок, що створюють ансамбль. За умов термодинамічної рівноваги ансамбль частинок не втрачає і не отримує енергію. Отже, за одиницю часу у всьому ансамблі загальна кількість переходів із верхнього стану до нижнього має дорівнювати загальній кількості переходів із нижнього стану до верхнього. Загальне число переходів визначається кількістю частинок на рівнях енергії або, як прийнято говорити у квантовій електроніці, *заселеністю* рівнів.

Для теплової рівноваги розподіл частинок за рівнями визначається формулою Больцмана [17], [15], [19], [22], [31], [33]:

$$\frac{n_2}{g_2} = \frac{n_1}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right), \quad (2.20)$$

де  $g_1$  і  $g_2$  – статистична вага рівнів 1 і 2 відповідно;  $k$  – стала Больцмана ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К).

Частинки розглянутого ансамблю перебувають у полі їх власного випромінювання, густина енергії якого в одиничному спектральному інтервалі становить  $\rho(\omega)$ . Це поле індукує переходи з верхнього стану до нижнього та навпаки. Ймовірності цих переходів пропорційні  $\rho(\omega)$ :

$$\frac{dW_{nm}^{ind}}{dt} = B_{nm}\rho(\omega); \quad \frac{dW_{mn}^{ind}}{dt} = B_{mn}\rho(\omega); \quad \frac{dW_{mn}^{sp}}{dt} = A_{nm}. \quad (2.21)$$

Комбінуючи (2.20) і (2.21), за умови термодинамічної рівноваги (загальна кількість квантів, що випускаються системою, дорівнює числу квантів світла, що поглинаються) отримуємо співвідношення між коефіцієнтами  $A_{nm}$ ,  $B_{nm}$ ,  $B_{mn}$ :

$$g_1 B_{12} \rho(\omega) \exp\left(-\frac{E_1}{kT}\right) = g_2 (B_{21} \rho(\omega) + A_{21}) \exp\left(-\frac{E_2}{kT}\right). \quad (2.22)$$

У рівнянні (2.22) кількості переходів знизу нагору (ліворуч) та згори донизу (праворуч) дорівнюють одна одній. Це співвідношення дозволяє чітко знайти густину енергії поля випромінювання розглянутої рівноважної квантової системи:

$$\rho(\omega) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \left[ \frac{g_1 B_{12}}{g_2 B_{21}} \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (2.23)$$

Звідси випливають важливі висновки [17], [15], [19], [22], [31].

Ейнштейн постулював, що випромінювання, яке випускається та поглинається внаслідок переходів між енергетичними станами розглянутої рівноважної квантової системи, описується формулою Планка для рівноважного випромінювання абсолютно чорного тіла [17]:

$$\rho(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\hbar \omega}{\exp\left(\frac{\hbar \omega}{kT}\right) - 1}. \quad (2.24)$$

Іноді формулу Планка записують не для  $\rho(\omega)$ , а для  $\rho(\nu)$ . Порівнюючи (2.23) та (2.24) з урахуванням умови Бора

$$E_2 - E_1 = \hbar \omega, \quad (2.25)$$

отримаємо співвідношення

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}. \quad (2.26)$$

Це співвідношення свідчить про однакову ймовірність індукованого випромінювання і поглинання (у перерахуванні на один невироджений стан).

Імовірність спонтанного випромінювання пропорційна коефіцієнту Ейнштейна для індукованого випромінювання:

$$A_{nm} = \frac{\hbar \omega_{nm}^3}{\pi^2 c^3} B_{nm}. \quad (2.27)$$

При цьому ймовірності індукованих переходів із випромінюванням ( $n \rightarrow m$ ) і поглинанням ( $m \rightarrow n$ ) енергії однакові між собою, тобто  $B_{nm} = B_{mn}$ . Коефіцієнт  $\omega_{nm}^2/(\pi^2 c^3)$  відповідає числу типів коливань в одиничному об'ємі та в одиничному інтервалі частот для вільного простору. Таким чином, можна встановити зв'язок між коефіцієнтами Ейнштейна, але не саме їх значення.

У результаті ймовірність переходу донизу для збудженої частинки з випусканням квантів випромінювання визначається співвідношенням

$$\frac{dW^{vyp}}{dt} = B_{21} \left( \frac{\hbar \omega_{nm}^3}{\pi^2 c^3} + \rho(\omega) \right). \quad (2.28)$$

Суттєвим є той факт, що  $A_{nm}$  пропорційний  $B_{21}$ ; там, де вимушені переходи заборонені, не може бути і спонтанного випромінювання, і навпаки, де немає спонтанного випромінювання, там не може бути вимушеного.

Рівноважне випромінювання всього ансамблю частинок щодо кожної окремої частинки виступає як зовнішнє електромагнітне поле, що стимулює поглинання або випромінювання енергії частинки залежно від її стану. Тому співвідношення (2.27)–(2.28), отримані за умов рівноваги, правильні й у випадку квантової системи, що перебуває в полі зовнішнього випромінювання.

Крім цього, із (2.27) випливає, що ймовірність спонтанних переходів сильно залежить від частоти ( $\propto \omega_{nm}^3$ ). Звідси маємо, що в області надвисоких частот (НВЧ), яка характерна для парамагнітних мазерів, роль спонтанних переходів незначна і, як наслідок, рівень шумів для відповідних підсилювачів буде дуже низьким. В оптичному діапазоні частот роль спонтанних переходів різко зростає. Вони є джерелом шумів та причиною дуже малих часів життя збуджених станів, що ускладнює, а іноді унеможливорює роботу підсилювачів і генераторів у даному діапазоні. У будь-якому разі, в оптичному та в більш короткохвильових діапазонах спонтанні переходи необхідно враховувати



істотно. Отже, зі зростанням частоти ймовірність спонтанного переходу різко зростає. Таким чином, при  $\hbar\omega \gg kT$  система вироджується у квантовомеханічну, а при  $\hbar\omega \ll kT$  – є класичною механічною системою [17].

## 2.2. Дипольне випромінювання. Дозволені та заборонені переходи

З погляду випромінювання і поглинання електромагнітної енергії атом можна розглядати як мультипольну систему. За визначенням, *мультиполь* є системою парних, різнойменних зарядів, що має певну симетрію. Систему двох зарядів називають *диполем*, чотирьох – *квадруполем*, восьми – *октуполем* і т.д.

Кожен мультиполь характеризується своїм моментом, порядок  $n$  якого пов'язаний з повним числом зарядів  $N$  співвідношенням  $N = 2^n$ . Довільний розподіл зарядів у загальному випадку можна подати у вигляді ряду, члени якого становлять моменти різних порядків. Таке подання виявляється зручним для опису випромінювальних властивостей атомів і молекул. В оптичному діапазоні довжина електромагнітної хвилі набагато більша за розміри атома і ряд швидко сходиться зі збільшенням порядку мультиполя. Як показують розрахунки, для видимої області з довжиною хвилі, наприклад,  $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-6}$  м, квадрупольне випромінювання слабше за дипольне приблизно у  $10^6$  разів [22], [13].

З точки зору класичних уявлень простим джерелом електромагнітного випромінювання є точковий заряд, що рухається з прискоренням. Енергія  $E$ , випромінювана зарядом  $e$  за одиницю часу, пропорційна квадрату прискорення  $a$  [17], [13], [15], [22]:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} a^2. \quad (2.29)$$

Якщо заряд виконує гармонічні коливання із частотою  $\omega$  та

амплітудою  $r_m$ , то його координата з часом змінюється згідно із законом

$$r(t) = r_m \cos(\omega t). \quad (2.30)$$

Звідси прискорення

$$a = \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d}{dt} (-r_m \omega \sin(\omega t)) = -r_m \omega^2 \cos(\omega t). \quad (2.31)$$

У результаті із (2.29) можна отримати миттєву потужність випромінювання:

$$P = -\frac{dE}{dt} = \frac{e^2 r_m^2 \omega^4}{6\pi \epsilon_0 c^3} \cos^2(\omega t). \quad (2.32)$$

Усереднена за часом потужність випромінювання за період коливань становить [17], [13], [15], [22]:

$$\langle P \rangle = \frac{e^2 r_m^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3}, \quad (2.33)$$

оскільки

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2(\omega t) dt = \langle \cos^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{2} \quad (2.34)$$

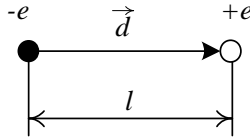
(кутові дужки в даному випадку означають усереднення).

Формула (2.33) буде правильною і для випромінювання, створеного системою з багатьох зарядів. Найпростішою із таких систем є *електричний диполь* – сукупність двох однакових за величиною та протилежних за знаком зарядів, що знаходяться на відстані  $l$  один від одного.

*Момент електричного диполя*  $\vec{d}$ , або дипольний момент, чисельно дорівнює добутку величини зарядів  $e$  та відстані між ними  $l$ :

$$|\vec{d}| = el \quad (2.35)$$

і спрямований від негативного полюса до позитивного (рис. 2.6). Якщо дипольний момент  $\vec{d}$  гармонійно змінюється з ча-



**Рисунок 2.6** – Електричний диполь

стотою  $\omega$ , то такий диполь називають *осцилювальним диполем*, або *осцилятором*. Усереднену потужність випромінювання такого осцилятора можна отримати із рівняння (2.33):

$$\langle P \rangle = \frac{\omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3} d_0^2, \quad (2.36)$$

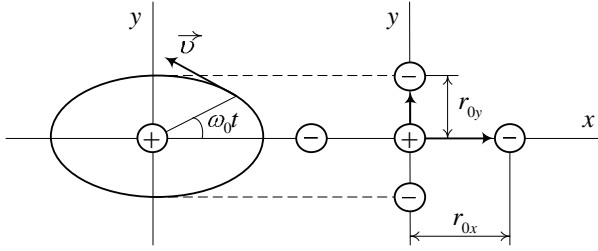
де  $d_0$  – амплітуда зміни дипольного моменту ( $d_0 = er_m$ ).

Багато оптичних властивостей випромінювальних систем можна отримати, моделюючи такі системи сукупністю гармонійних осциляторів, власні частоти яких збігаються із частотами даних переходів. Розглянемо електрон, що рухається за еліптичною орбітою навколо позитивно зарядженого ядра.

Як бачимо з рис. 2.7, такий рух можна замінити гармонійними коливаннями двох диполів (лінійних осциляторів), власні частоти  $\omega_0$  яких дорівнюють кутовій швидкості обертання електрона за орбітою, а фази зміщені на кут  $\pi/2$  [17], [13], [15], [22]. Дипольні моменти таких випромінювачів визначаються згідно з рівняннями

$$d_x = -er_{0x} \cos \omega_0 t, \quad d_y = -er_{0y} \sin \omega_0 t. \quad (2.37)$$

З погляду класичної електродинаміки осцилювальний диполь випромінює енергію безперервно. Амплітуда коливань для класичного осцилятора може набувати будь-яких значень. У початковий момент часу  $t = 0$  осцилятор має кінетичну енергію



**Рисунок 2.7** – Модель атома, подана у вигляді двох осциляторів

$E_0$ , що пропорційна квадрату амплітуди коливань  $r_0 = r_m(t = 0)$ :

$$E_0 = \frac{m\omega_0^2 r_0^2}{2}, \quad (2.38)$$

де  $m$  – маса електрона. З часом такий класичний осцилятор передає енергію полю згідно із законом (2.32), що відповідає зменшенню амплітуди коливань  $r_m$ . Тоді для ненульового моменту часу ( $t > 0$ ) маємо

$$\langle E(t) \rangle = \frac{m\omega_0^2 r_m^2(t)}{2}. \quad (2.39)$$

Порівнюючи цей вираз з (2.33), отримуємо

$$\langle P \rangle = -\frac{d\langle E \rangle}{dt} = \frac{e^2 \omega_0^2}{6\pi \epsilon_0 c^3 m} \langle E \rangle. \quad (2.40)$$

Уведемо таке позначення:

$$\gamma = \frac{e^2 \omega_0^2}{6\pi \epsilon_0 c^3 m}, \quad (2.41)$$

тоді зі співвідношення (2.40) отримуємо рівняння для енергії випромінювача

$$\frac{d\langle E \rangle}{dt} + \gamma \langle E \rangle = 0, \quad (2.42)$$

звідки одержуємо закон дебаївської релаксації

$$\langle E(t) \rangle = E_0 \exp(-\gamma t), \quad (2.43)$$

де енергія  $E_0 = E(t = 0)$  визначається співвідношенням (2.38), а час релаксації Дебая  $\tau$  та параметр (2.41) зв'язані оберненим зв'язком ( $\tau = 1/\gamma$ ).

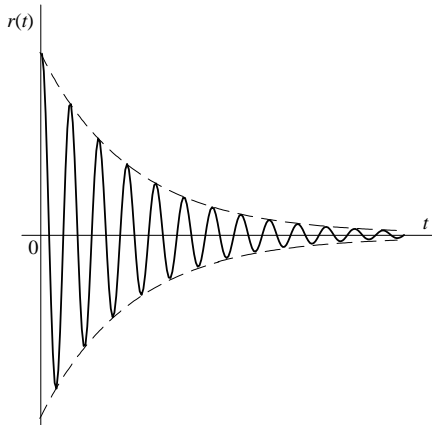
Якщо співвіднести рівняння (2.39) і (2.43), враховуючи (2.38), знайдемо зміну амплітуди коливань класичного осцилятора з часом:

$$r_m(t) = r_0 \exp\left(-\frac{\gamma t}{2}\right). \quad (2.44)$$

Тоді з урахуванням співвідношення (2.30) координата з часом буде змінюватися за законом

$$r(t) = r_0 \exp\left(-\frac{\gamma t}{2}\right) \cos \omega_0 t. \quad (2.45)$$

Графік цієї залежності зображений на рис. 2.8. Враховуючи за-



**Рисунок 2.8** — Графік залежності  $r(t)$

кон (2.43) та визначення (2.41) і (2.38), знаходимо, що усереднена за період потужність випромінювання електричного диполя змінюється з часом за експоненціальним законом [17], [13], [15], [22]:

$$\langle P \rangle = -\frac{d\langle E \rangle}{dt} = \frac{e^2 \omega_0^4 r_0^2}{12\pi \varepsilon_0 c^3} e^{-\gamma t} = \frac{\omega_0^4 d_0^2}{12\pi \varepsilon_0 c^3} e^{-\gamma t} = P_0 e^{-\gamma t}, \quad (2.46)$$

де

$$P_0 = \frac{\omega_0^4 d_0^2}{12\pi \varepsilon_0 c^3}. \quad (2.47)$$

Із наведеного раніше бачимо, що миттєва потужність випромінювання диполя пропорційна  $r^2(t)$ . Очевидно, така система випромінює немонохроматичну хвилю (див. рис. 2.8). Для визначення спектра випромінювання  $r(t)$  потрібно подати її у вигляді інтегралу Фур'є, тобто функцію (2.45), зображену на рис. 2.8, подати у вигляді континууму (інтеграла) гармонійних складових:

$$r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\omega) \exp(i\omega t) dt, \quad (2.48)$$

де амплітуди гармонійних складових

$$r(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} r(t) \exp(-i\omega t) dt. \quad (2.49)$$

Залежність (2.45) можна записати в експоненціальній формі:

$$r(t) = \frac{1}{2} r_0 e^{-\frac{\gamma t}{2}} (e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}). \quad (2.50)$$

Тоді із (2.49) отримуємо

$$r(\omega) = \frac{r_0}{2\pi} \frac{1}{i(\omega_0 - \omega) + \frac{\gamma}{2}}, \quad (2.51)$$

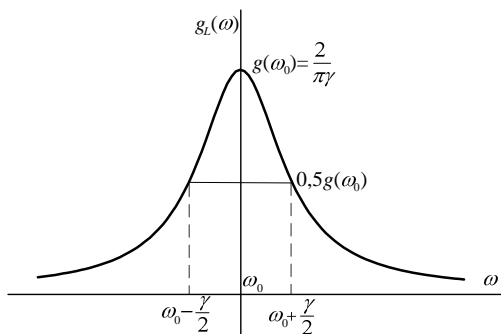
Залежність

$$g_L(\omega) = \frac{A}{(\omega_0 - \omega)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} \quad (2.52)$$

називається *кривою Лоренца*, де  $A$  – множник, що визначається умовою нормування  $\int_{-\infty}^{+\infty} g_L(\omega) d\omega = 1$  і дорівнює

$$A = \frac{\gamma}{2\pi}.$$

Крива Лоренца визначає розподіл енергії за частотним спектром. Вона має максимум  $g(\omega_0) = 2/\pi\gamma$  (див. рис. 2.9) при  $\omega = \omega_0$ . На відстанях  $\omega_0 - \omega = \pm\gamma/2$  спектральна густина зменшується вдвічі. Величина  $2(\omega_0 - \omega) = \Delta\omega = \gamma$  називається *напівшириною лінії* і є природною шириною спектральної лінії. Відомо, що  $\gamma = 1/\tau$ , де  $\tau$  – час релаксації. В результаті отри-



**Рисунок 2.9** – Функція Лоренца

муємо фундаментальне співвідношення спектрального аналізу (співвідношення Гейзенберга) [17]

$$\Delta\omega\tau \approx 1. \quad (2.53)$$

Розглянемо тепер квантовий осцилятор. Його енергія, на відміну від класичного осцилятора, може набувати тільки певних дискретних значень. Тут не може бути повільної зміни амплітуди коливань, а наявний лише стрибкоподібний перехід з одного дозволеного стану до іншого. Частота випромінювання квантового осцилятора визначається за допомогою енергії переходу згідно з рівнянням

$$\omega_{mn} = \frac{E_m - E_n}{\hbar}.$$

Такому переходу відповідає виникнення осцилювального електричного моменту атома. Електричний дипольний момент із точки зору квантової теорії має такий фізичний зміст. Для заданого стаціонарного стану  $n$  розподіл заряду електрона в атомі (розподіл «електронної хмари») задається у вигляді  $e\psi_n^*\psi_n dV$ . Ця величина є ефективною густиною заряду в об'ємі  $dV$ . Тоді середнє значення електричного дипольного моменту [13], [15], [22]

$$\vec{d}_{nn} = e \int \psi_n^* \psi_n \vec{r} dV, \quad (2.54)$$

а його проекції

$$\begin{aligned} d_{nn}^x &= e \int \psi_n^* \psi_n x dV, \\ d_{nn}^y &= e \int \psi_n^* \psi_n y dV, \\ d_{nn}^z &= e \int \psi_n^* \psi_n z dV. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Тут  $\vec{r}$  – радіус-вектор, проведений від початку координат, де розміщене ядро атома.

Під час переходу атома зі стану  $m$  до стану  $n$  розподіл заряду визначається хвильовими функціями обох станів [13], [15], [22]:

$$\rho_{mn} = e\psi_n^* \psi_m. \quad (2.56)$$



Об'ємна густина заряду при переході із одного квантового стану до іншого осцилює з характерною частотою  $\omega_{mn}$ . Такий розподіл заряду можна характеризувати інтегральним дипольним моментом [13], [15], [22]

$$\vec{D}(t) = \int \vec{r} \rho_{mn} dV. \quad (2.57)$$

У стаціонарному стані дипольний момент не змінюється з часом. При переході з одного стану до іншого виникають і осциляції дипольного моменту

$$\vec{D}(t) = d_{mn}^0 \exp\left(i \frac{E_m - E_n}{\hbar} t\right), \quad (2.58)$$

де  $i = \sqrt{-1}$  — уявна одиниця, а амплітуда дипольного моменту

$$d_{mn}^0 = e \int \vec{r} \psi_n^* \psi_m dV \quad (2.59)$$

характеризує ймовірність переходу і має назву *дипольного матричного елемента переходу*  $m \rightarrow n$ .

Таким чином, квантовий перехід зі стану  $m$  до стану  $n$  можна порівняти з появою осцилювального диполя з власною частотою коливання  $\omega_{mn}$ . Сукупність квантових переходів у квантовій системі характеризується двовимірною сукупністю чисел  $d_{mn}$ . Цю сукупність прийнято записувати у вигляді нескінченної матриці

$$\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdot & d_{1n} & \dots \\ d_{21} & d_{22} & \cdot & d_{2n} & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdot & d_{nn} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}, \quad (2.60)$$

складові якої називаються *матричними елементами*.

Потужність, що випромінюється під час спонтанного переходу  $m \rightarrow n$ , можна обчислити за допомогою отриманого для класичного осцилятора співвідношення (2.47), якщо замість амплітуди класичного дипольного моменту  $d_0$  підставити подвоєний матричний елемент  $2d_{mn}$  (множник 2 виникає при переході від експоненційної форми запису до тригонометричної) [22]. Вважаючи, що в одиниці об'єму знаходиться  $N_m$  диполів, отримуємо

$$\langle P \rangle = \frac{\omega_{mn}^4 N_m}{3\pi\epsilon_0 c^3} (d_{mn})^2. \quad (2.61)$$

Величина  $N_m$  відповідає заселеності верхнього енергетичного рівня.

Ураховуючи зв'язок між випромінюванням, потужністю та ймовірністю спонтанного переходу [22], [13]

$$P_{mn} = A_{mn} N_m \hbar \omega_{mn}, \quad (2.62)$$

маємо

$$A_{mn} = \frac{\omega_{mn}^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} (d_{mn})^2. \quad (2.63)$$

Це співвідношення відповідає випромінюванню осцилятора з дипольним моментом

$$d_{mn} = 2er_{mn} \cos(\omega_{mn}t), \quad (2.64)$$

де

$$r_{mn} = \int \vec{r} \psi_n^* \psi_m dV. \quad (2.65)$$

Тоді коефіцієнт Ейнштейна вимушеного переходу при випромінюванні [17], [13], [15], [22], [31]

$$B_{mn} = \frac{\pi}{12\epsilon_0 \hbar^2} (d_{mn})^2. \quad (2.66)$$

Співвідношення (2.63) і (2.66) дозволяють розрахувати коефіцієнти Ейнштейна, якщо відомі характеристики (хвильові

функції та енергії) станів, між якими відбувається оптичний перехід. Таким чином, коефіцієнти Ейнштейна, ймовірність спонтанних і вимушених переходів визначаються через недіагональні дипольні матричні елементи матриці (2.60).

Виявляється, що не всі квантові переходи можливі, деякі з них дозволені, а деякі заборонені. У квантовій механіці існують правила відбору, які регламентують можливі квантові переходи, тобто визначають можливість квантового переходу з одного енергетичного стану до іншого.

Рівень, з якого правилами відбору переходи заборонені та який, будучи коли-небудь збудженим, може існувати тривалий час, називається *метастабільним*.

Заборонені та дозволені переходи визначаються ймовірністю переходу. Ймовірність індукованого переходу між рівнями  $E_m$  і  $E_n$  пропорційна квадрату матричного елемента  $|d_{nm}|^2$  електричного дипольного моменту.

Якщо матричний елемент ненульовий, перехід між рівнями  $E_m$  і  $E_n$  є дозволеним, якщо  $d_{nm} \neq 0$  — перехід є забороненим. Згідно з (2.16), якщо  $d_{nm} = 0$ , то ймовірність переходу теж повинна дорівнювати нулю. Такі переходи називають *забороненими в електродипольному наближенні*.

Проте умова  $d_{nm} = 0$  не означає, що нижні переходи між рівнями  $E_m$  і  $E_n$  не відбуваються, оскільки визначається лише ймовірнісне наближення. Врахування взаємодії з магнітним полем та більш ретельний розрахунок взаємодії з електричним полем показує, що ймовірність переходу може не дорівнювати нулю навіть якщо  $d_{nm} = 0$ . У цьому разі перехід може відбуватися, наприклад, у результаті взаємодії між магнітним полем хвилі й магнітним дипольним моментом атома. Отже, перехід, що заборонений наближенням електродипольної взаємодії, є *дозволеним у наближенні магнітодипольної взаємодії*, і навпаки.

Належність переходу до заборонених або дозволених визначається правилами відбору. Для атомних рівнів, що хара-

ктеризуються квантовими числами  $n$ ,  $l$  і  $m_l$ , правила відбору для дипольних переходів такі [17], [13], [15], [22], [31]:

1. Зміна головного квантового числа може бути будь-якою:

$$\Delta n = 0, 1, 2, \dots$$

2. Орбітальне квантове число  $l$  може змінюватися тільки на  $\pm 1$ :

$$\Delta l = \pm 1.$$

Це правило, по суті, відображає закон збереження моменту кількості руху для системи електрон+фотон, оскільки момент кількості руху фотона дорівнює  $\hbar$ .

3. Магнітне квантове число  $m_l$  може змінюватися тільки на 0 або  $\pm 1$ :

$$\Delta m_l = 0; \pm 1.$$

Аналогічні правила існують і для квантових чисел:  $L$  – сумарного орбітального квантового числа;  $S$  – сумарного спінового числа і  $J$  – повного моменту системи

$$J = L + S.$$

Перехід буде дозволений, якщо виконуються всі правила відбору. Якщо переходи дозволені в дипольному наближенні, то для них  $A_{mn}$  має порядок величини  $10^8 \text{ с}^{-1}$ , у випадку релаксації зі збудженого стану визначається лише спонтанними випромінювальними переходами менше ніж  $10^8 \text{ с}^{-1}$ , якщо є, наприклад, безвипромінювальні процеси спустошення рівня. Такі рівні з малим часом життя називаються *лабільними*. Якщо переходи заборонені в дипольному наближенні, тобто  $d_{mn} = 0$ , це не означає, що вони взагалі не можуть відбутися. Крім електричного дипольного моменту і пов'язаного з ним дипольного випромінювання, атому можна приписати електричний квадрупольний (октупольний) або магнітний дипольний (квадрупольний) момент. Матричні елементи і відповідні ймовірності електричного квадрупольного і магнітного дипольного переходів

приблизно у  $10^6$  разів менші, ніж для електричного дипольного наближення (якщо ті та інші дозволені правилами відбору). Ймовірність октупольних переходів, тобто переходів зі зміною моменту третього порядку, ще менша. Збуджений енергетичний стан системи, для якого всі переходи до нижніх станів заборонені для електричних дипольних взаємодій, називається *метастабільним рівнем*. Час життя атомів у цьому стані близько  $10^{-3}$  с і більше [17].

### 2.3. Форма та ширина спектральних ліній

Під час розгляду енергетичних станів квантових систем і квантових переходів, не обговорювалося питання про ширину дискретних енергетичних рівнів атомів і молекул, при цьому такі рівні бралися нескінченно вузькими. В результаті випромінювальним переходам між такими ізольованими рівнями енергії відповідала б нескінченно вузька спектральна лінія випромінювання (або поглинання) для чітко фіксованої частоти, тобто ідеальна монохроматична хвиля. У дійсності подібна ситуація неможлива, з тієї причини, що час життя  $\tau_0$  у збудженому стані має кінцеве значення, а згідно зі співвідношенням невизначеностей  $\Delta E \tau_0 \approx \hbar$  це призводить до невизначеності для значення енергії стану, тобто до "розмивання" енергетичного рівня на величину порядку  $\Delta E$ . Для ізольованих атомів і молекул таке розширення дуже мале ( $\Delta E \ll E$ ), але кінцева ширина енергетичних рівнів є принциповою [17], [13], [15], [22], [31].

Таким чином, ширина енергетичного рівня  $\Delta E$  залежить від часу життя частинки у даному енергетичному стані. Найбільш розширені енергетичні рівні мають малий час життя частинки, і навпаки.

Ступінь і характер розширення енергетичних рівнів квантових систем найбільш чітко проявляється під час вивчення форми спектральних ліній, тобто характерних вузьких ліній випро-

мінювання або поглинання, що відповідають певному випромінювальному квантовому переходу.

Розподіл інтенсивності випромінювання  $I/I_0$  (або поглинання) за частотою в межах даної лінії характеризується функцією  $g(\omega)$ , яка називається *форм-фактором спектральної лінії*, або просто *формою лінії*. Ця функція відповідає умові нормування, тобто

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) d\omega = 1. \quad (2.67)$$

Для характеристики відносної ширини спектральної лінії використовують поняття *добротності спектральної лінії*, яка чисельно дорівнює відношенню резонансної частоти  $\omega_0$ , що характеризує максимум спектральної лінії (див. рис. 2.9), до її ширини  $\Delta\omega$  на рівні половинної інтенсивності; та поняття *ширини лінії*, що визначається інтервалом частот  $\Delta\omega$  біля центра лінії, на краях якого інтенсивність поглинання (або випромінювання) падає вдвічі порівняно з центром лінії.

Ширина лінії, що визначається спонтанним часом життя квантової частинки, називається *радіаційною, або природною, шириною*. Природна ширина лінії — це та межа, вужчою за яку не може бути спектральна лінія.

Відомо, що час життя частинки у збудженому стані пов'язаний з імовірністю спонтанного переходу співвідношенням

$$\tau_{nm} = \frac{1}{A_{nm}}, \quad (2.68)$$

тому згідно зі співвідношенням невизначеностей можна записати  $\Delta E = \hbar A_{nm}$ . Оскільки, з іншого боку,  $\Delta E = \hbar \Delta\omega$ , то в результаті отримуємо рівність

$$\Delta\omega = A_{nm}. \quad (2.69)$$

Тут  $A_{nm}$  — імовірність спонтанного переходу — величина обернено пропорційна середньому часу перебування частинки

на збудженому енергетичному рівні, тобто часу, за який заселеність цього збудженого рівня зменшується у 2,7 раза [17].

З природною шириною спектральної лінії пов'язане інше поняття квантової механіки — час життя квантової частинки на збудженому рівні. Кількість частинок, що спонтанно залишають збуджений енергетичний стан за інтервал часу  $dt$ , визначається як  $dN_n(t) = -A_{nm}N_n(0)dt$ , або  $dN_n(t)/N_n(0) = -A_{nm}dt$ , звідки

$$N_n(t) = N_n(0) \exp(-A_{nm}t) = N_n(0) \exp(-t/\tau_{nm}).$$

Таким чином, ширина спектральної лінії на рівні, що відповідає  $1/2$  від максимуму, дорівнює величині (2.69). Отже, чим більша ймовірність спонтанного переходу, тим більша природна ширина лінії, а оскільки  $A_{nm} \sim \omega_{nm}^3$ , то в радіодіапазоні природна ширина лінії буде істотно меншою, ніж в оптичному діапазоні. В результаті отримуємо форму лінії випромінювання (поглинання), що задається розподілом Коші, яке, у свою чергу, задається функцією Лоренца (2.52) [17], [13], [15], [22], [31].

Природна ширина лінії дуже мала, оскільки вона не пов'язана із зовнішніми взаємодіями. Штучно її зменшити неможливо. У більшості випадків реальна ширина лінії значно перевершує природну ширину

$$\gamma \gg \Delta\omega_{np}. \quad (2.70)$$

Причинами такого розширення можуть бути різні процеси в газах і твердих тілах. Зменшення часу життя частинок на верхньому енергетичному рівні у газах може відбуватися за рахунок їх зіткнення одна з одною, з вільними електронами, зі стінками посудини. Форма спектральної лінії, розширеної за рахунок зіткнень, буде описуватися функцією Лоренца, як і для природної ширини лінії. Тепловий рух частинок у газі призводить до розширення лінії, пов'язаного з ефектом Доплера. Ефект Доплера визначається зміною частоти (довжини хвилі) коливань,

що сприймається спостерігачем, завдяки взаємному руху спостерігача та джерела хвиль [17], [13], [15], [22], [31].

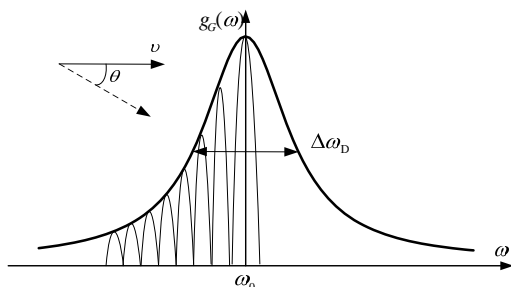
Якщо джерело випромінює електромагнітні хвилі з власною частотою  $\omega_0$ , то для спостерігача, щодо якого він рухається із швидкістю  $v$ , частота випромінювання, що сприймається,

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}, \quad (2.71)$$

для  $v \ll c$

$$\omega = \frac{\omega_0}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}. \quad (2.72)$$

Частота випромінювань збільшується, якщо джерело наближається до спостерігача, і зменшується, якщо він віддаляється від нього. Хаотичність теплового руху атомів і молекул у газі призводить до того, що замість однієї резонансної лінії з частотою  $\omega_0$  приймач сприймає сукупність щільно розташованих ліній, обвідна яких дає спостережуваний контур спектральної лінії, як показано на рис. 2.10. Ширина цього спектра пропорційна ймовірній швидкості частинок у газі (тобто залежить від температури) і власній частоті переходу  $\omega_0$ .



**Рисунок 2.10** – Контур спектральної лінії



Завдяки закону розподілу частинок за швидкостями (розподіл Максвелла)

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi}v_0} \exp \left[ - \left( \frac{v}{v_0} \right)^2 \right], \quad (2.73)$$

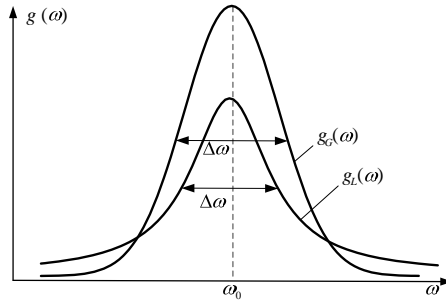
де  $v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{M}}$  – найбільш імовірна швидкість руху частинок у газі, й співвідношенню (2.71) можна отримати форму спектральної лінії, обумовлену доплерівським розширенням [17], [13], [15], [22], [31]:

$$g_G(\omega) = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}\Delta\omega_0} \exp \left\{ - \left[ \frac{2\sqrt{\ln 2}(\omega - \omega_0)}{\Delta\omega_D} \right]^2 \right\}, \quad (2.74)$$

де  $\Delta\omega_D = 2\sqrt{\ln 2} \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{M}}$  – ширина доплерівської лінії на рівні  $1/2$  від максимального значення при  $\omega = \omega_0$ ;  $T$  – температура;  $M$  – маса частинки. Функція  $g_G(\omega)$  є розподілом Гауса, тому лінія, розширена за рахунок ефекту Доплера, має гаусову форму. Множник перед експонентою визначається умовою нормування. З порівняння гаусової і лоренцевої ліній, нормованих на одиницю, при однаковій ширині на половині висоти, відміченої відрізком  $\Delta\omega$  на осі абсцис, бачимо, що гаусова лінія має вищий максимум і менш виражені крила. Таким чином, конкретний механізм розширення помітно позначається лише на крилах лінії (див. рис. 2.11).

Отже, ширина спектральної лінії атома (молекули, іона) речовини, що знаходиться в газоподібному стані, визначається [15], [22], [31]:

- природною шириною;
- зіткненнями атомів з однорідними і неоднорідними атомами, з електронами та іонами, зі стінками посудини, в якій знаходиться газ;



**Рисунок 2.11** – Функції розподілу Гаусса  $g_G(\omega)$  та Лоренца  $g_L(\omega)$

- ефектом Доплера.

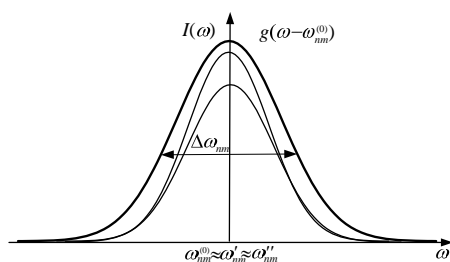
У квантових приладах разом із газовими середовищами використовуються тверді матеріали (різні кристали і скло), в яких введені парамагнітні іони-активатори. Наприклад, кристали рубіна ( $Al_2O_3 : Cr^{3+}$ ), ітрієво-алюмінієвого граната ( $Y_3Al_5O_{12} : Nd^{3+}$ ), скла, активовані  $Nd^{3+}$  та інші. Енергетичні рівні в твердому тілі через цілий ряд причин мають велику ширину (природна ширина спектральної лінії змінюється від десятих частин нанометра в кристалах до декількох нанометрів у склі). Проте рівні енергії, що знаходяться глибоко, випробовують мале збудження, тому їх спектр схожий на спектр ізолюваного іона.

Основними причинами, які істотно впливають на ширину спектральної лінії та її поглинання, є [15], [22], [31]:

- взаємодія іонів-активаторів з електромагнітними полями кристалічної решітки;
- вплив неоднорідності середовищ, обумовлений дефектами кристалічної решітки (особливо в склі);
- теплові коливання кристалічної решітки матриці;

- магнітна дія іонів-активаторів на енергетичні рівні активатора та ін.

Необхідно відзначити, якщо розширення ліній щодо фіксованої частоти  $\omega_{nm}$  відбувається за рахунок процесів, що обмежують час життя збудженого стану (спонтанні переходи, переходи, викликані різними зіткненнями), воно називається однорідним. При однорідному розширенні форма лінії описує спектральні характеристики кожної частинки і всієї системи частинок у цілому (рис. 2.12).



**Рисунок 2.12** — Форма лінії при однорідному розширенні

Існують процеси, що викликають розкид частот переходів в атомній системі. Можуть бути й інші механізми розширення спектральних ліній, наприклад, викликані неоднорідністю середовища. Розрізняють однорідне й неоднорідне розширення. Іншими словами, розширення називається однорідним, якщо лінії кожного окремого атома і системи в цілому розширюються однаково. До однорідного розширення відносять природне розширення, розширення за рахунок процесів релаксації, зокрема зіткнень, і т.д. Розширення називається неоднорідним, якщо резонансні частоти окремих атомів не збігаються і розподіляються в деякій смузі частот, приводячи до тривалого розширення лінії системи в цілому для істотно меншого розширення лінії окремих атомів. До неоднорідного розширення відносять до-

плерівське розширення, розширення за рахунок неоднорідностей середовища і т.д. Форма однорідно розширених спектральних ліній зазвичай добре описується функцією Лоренца  $g_L(\omega)$ , а форма неоднорідно розширених ліній – функцією Гауса  $g_G(\omega)$ . Необхідно підкреслити, що в чистому вигляді спектральна лінія буде розширена однорідно або неоднорідно у разі, коли переважає якийсь один механізм розширення. Нерідко загальне розширення спектральної лінії визначається одночасно декількома механізмами. У цьому загальному випадку форма лінії визначається функціями  $g_1(\omega)$  і  $g_2(\omega)$ , що описують форму лінії для різних процесів [13], [15], [17], [22], [31]:

$$g(\omega) = g_1(\omega)g_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(\omega')g_2(\omega - \omega')d\omega'. \quad (2.75)$$

Згортка двох лоренцевих ліній шириною  $\Delta\omega_1$  і  $\Delta\omega_2$  призводить до лоренцевої лінії шириною  $\Delta\omega = \Delta\omega_1 + \Delta\omega_2$  тобто

$$g_{L1}(\omega, \Delta\omega_1)g_{L2}(\omega, \Delta\omega_2) = g_L(\omega, \Delta\omega_1 + \Delta\omega_2). \quad (2.76)$$

Це еквівалентно тому, що при однорідному розширенні час життя визначається співвідношенням

$$\frac{1}{\tau_m} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \dots + \frac{1}{\tau_i} + \dots \quad (2.77)$$

Згортка двох гаусових ліній шириною  $\Delta\omega_1$  і  $\Delta\omega_2$  приводить також до гаусової лінії шириною

$$\Delta\omega = \sqrt{\Delta\omega_1^2 + \Delta\omega_2^2}, \quad (2.78)$$

тобто

$$g_{G1}(\omega, \Delta\omega_1)g_{G2}(\omega, \Delta\omega_2) = g_G\left(\omega, \sqrt{\Delta\omega_1^2 + \Delta\omega_2^2}\right). \quad (2.79)$$

Якщо однорідне й неоднорідне розширення мають один порядок величин, то завдання визначення форми лінії зводиться до знаходження згортки лоренцевої і гаусової функцій (відповідні інтеграли табульовані й у математиці відомі як інтеграли Войта). Таким чином, форма спектральної лінії  $g(\omega)$  відома, що дозволяє визначити в явному вигляді спектральну залежність коефіцієнтів Ейнштейна, яка з точністю до сталого множника повинна визначатися функцією  $g(\omega)$ . Оскільки функція  $g(\omega)$  нормована, то [13], [15], [17], [22], [31]

$$const = \int_0^{\infty} a_{mn}(\omega) d\omega = A_{mn}, \quad (2.80)$$

тобто

$$a_{mn}(\omega) = A_{mn}g(\omega), \quad (2.81)$$

аналогічно

$$\begin{aligned} b_{mn}(\omega) &= B_{mn}g(\omega), \\ b_{nm}(\omega) &= B_{nm}g(\omega), \end{aligned} \quad (2.82)$$

де  $A_{mn}$ ,  $B_{mn}$  і  $B_{nm}$  – інтегральні коефіцієнти Ейнштейна, визначені через дипольні матричні елементи;  $a_{mn}(\omega)$ ,  $b_{nm}(\omega)$ ,  $b_{mn}(\omega)$  – спектральні коефіцієнти Ейнштейна, які визначають відповідно ймовірності спонтанних та індукованих переходів за одиницю часу в одиничному інтервалі частот. При зміні взаємодії випромінювання із квантовою системою, що має кінцеву ширину енергетичних рівнів, доцільно використовувати не інтегральні, а спектральні коефіцієнти Ейнштейна. Відомо, що будь-який нерівноважний розподіл частинок у квантовій системі за відсутності зовнішньої дії мимоволі змінюватиметься до тих пір, поки не стане рівноважним. Процеси, що приводять систему до рівноважного стану, називаються релаксацією, наприклад, "спін-решіточна" і "спін-спінова" релаксації. Як уже зазначалося, в системах із дискретними рівнями енергії, крім індукова-

них і спонтанних переходів, істотну роль відіграють безвипромінювальні переходи релаксації. Ці переходи виникають унаслідок взаємодії квантової частинки з її оточенням. Механізм процесів цих взаємодій сильно залежить від виду конкретної системи. Це може бути взаємодія між іоном і решіткою кристала, зіткнення між молекулами газу або рідини і т.д. Результатом дії процесів релаксації є обмін енергій між підсистемою цих частинок і тепловими рухами у всій системі в цілому, що призводить до термодинамічної рівноваги між ними. Звичайний час встановлення рівноваги, час життя частинки на рівні, позначається  $T_1$  і називається довільним часом релаксації. Поздовжня релаксація відповідає руху вектора високочастотної намагніченості системи частинок уздовж напрямку зовнішнього постійного магнітного поля. Існує ще кінцевий час релаксації  $T_2$ , який відповідає руху вектора намагніченості у площині, що перпендикулярна до напрямку зовнішнього постійного поля. Як правило, цікавлять поведінка великої сукупності частинок, енергетичний або магнітний дипольний момент цієї сукупності. Повний момент визначається фазовими співвідношеннями між моментами індивідуальних частинок. Якщо в початковий момент часу всі частинки мають дипольні моменти, осцилювальні синфазно, то з часом ця синфазність порушується. Час  $T_2$  є мірою того відрізка часу, протягом якого частинки набувають випадкових по відношенню одна до одної фаз (це час фазової пам'яті, або час передачі енергії від частинки до частинки за рівнем). У всіх системах, де істотною є взаємодія частинок одна з одною (спін-спінова взаємодія, дипольна взаємодія, пружні зіткнення),  $T_2 < T_1$ , часто  $T_2 \ll T_1$ . У молекулярних пучках, тобто коли частинки летять без зіткнень одна з одною,  $T_2 = T_1$ , що дорівнює, у свою чергу, часу прольоту через область взаємодії з полем випромінювання.

## 2.4. Розсіювання світла та двофотонне поглинання

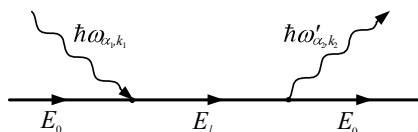
Раніше вважалося, що взаємодія світла із квантовою системою можлива тільки при виконанні правил частот Бора, що відповідає першому наближенню теорії збурень. Однак другий та більший порядок наближення цієї теорії дозволяють взаємодію атомів і молекул із фотонами при невиконанні правил частот. Зрозуміло, чим більший порядок наближення, тим менша ймовірність таких процесів, але принципово вони можуть відбуватися. Одним із таких процесів є розсіювання світла [22]. *Розсіюванням світла* називається явище, при якому спрямований світловий пучок, що поширюється у середовищі, відхиляється за різними напрямками. Розсіювання світла як макроскопічне явище може бути обумовлене різними мікроскопічними неоднорідностями середовища. Подібне розсіювання відбувається, наприклад, у так званих "мутних" середовищах — емульсіях, колоїдних розчинах, аерозолях (туман, дим) і т.д. Ці процеси описуються звичайними методами класичної оптики.

Розрізняють пружне та непружне розсіювання. При пружному розсіюванні світла зберігаються фазові співвідношення між хвилею що падає та хвилею що розсіюється, при непружному - ні.

Коли частота зовнішнього випромінювання істотно відрізняється від частоти ліній поглинання речовини, квант енергії може бути переданий від поля випромінювання до атома, який перейде у віртуальний стан. Потім атом із цього проміжного віртуального стану, час життя якого дуже малий і визначається співвідношенням невизначеності, повертається у початковий стан із випромінюванням тієї самої частоти, що і падаюче випромінювання. При цьому напрямок поширення та поляризація вторинної хвилі можуть відрізнитися від первинної.

У найпростішому випадку падаюча хвиля є плоскою, а вторинна — сферичною. Цей фундаментальний процес закладений

в основі молекулярного розсіювання. Йому відповідає діаграма взаємодії, зображена на рис. 2.13 [22].



**Рисунок 2.13** – Діаграма взаємодії релєївського молекулярного розсіювання

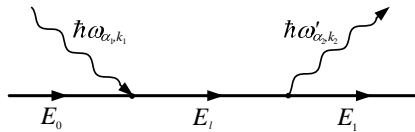
Процеси розсіювання відбуваються на молекулярному рівні у макроскопічному однорідному середовищі. Фотон з енергією  $\hbar\omega$ , поляризацією  $\alpha_1$  та хвильовим вектором  $\vec{k}_1$  взаємодіє із системою (атомом, молекулою), що знаходиться у стані  $E_0$ , і переводить її до віртуального стану  $E_l$ . При переході з цього нестійкого стану до початкового система випускає фотон з енергією  $\hbar\omega'$ , поляризацією  $\alpha_2$  і хвильовим вектором  $\vec{k}_2$ . При цьому виконуються закони збереження енергії  $\hbar\omega + E = \hbar\omega' + E'$  та імпульсу  $\hbar\vec{k} + \vec{p} = \hbar\vec{k}' + \vec{p}'$ . В оптичному діапазоні імпульс фотона  $\hbar\vec{k}$  істотно менший за імпульс електрона  $\vec{p}$ , а тим більше атома або молекули. Тому із законів збереження для процесу (рис. 2.13) отримуємо:  $\hbar\omega = \hbar\omega'$ ,  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ ,  $k_1 \neq k_2$  (але  $|\vec{k}_1| \approx |\vec{k}_2|$ ).

Розсіювання, при якому змінюються тільки поляризація та напрям поширення хвилі, а енергія фотона (довжина хвилі) залишається незмінною, називається релєївським розсіюванням. У рентгенівській області спектра і в області гамма-випромінювання імпульсом фотона знехтувати не можна і зміна енергії фотона буде визначатися ефектом "віддачі". В цьому разі для процесу (рис. 2.13)  $\hbar\omega \simeq \hbar\omega'$ , а величина  $\Delta\hbar\omega = \hbar\omega' - \hbar\omega$  мала і залежить від кута розсіювання, тобто від кута між  $\vec{k}_1$  і  $\vec{k}_2$ . Це можна пояснити тим, що в оптичному діапазоні імпульс



фотона набагато менший за імпульс електрона та атома. Розсіювання, при якому спостерігається мала зміна енергії фотона (довжини хвилі), залежна від кута розсіювання, називається *комтонівським розсіюванням*, або *ефектом Комптона*.

За деяких умов атом може перейти із віртуального стану до кінцевого, який відрізняється від початкового стану. Такому процесу відповідає діаграма взаємодії (рис. 2.14). У цьому



**Рисунок 2.14** – Діаграма взаємодії комбінаційного молекулярного розсіювання

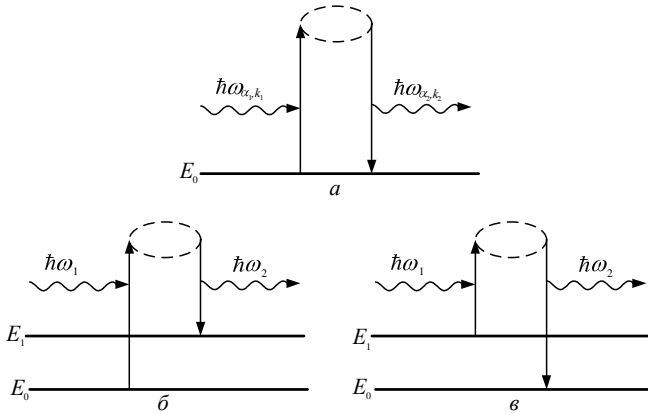
випадку випущений фотон буде відмітним не лише за поляризацією та напрямом поширення, але і за частотою. При цьому із закону збереження енергії маємо

$$\hbar\omega' = \hbar\omega - (E_1 - E_0).$$

Розсіювання світла із досить великою зміною енергії фотона (довжини хвилі), що не залежить для ізотропних середовищ від кута розсіювання, називається *комбінаційним розсіюванням*.

При комбінаційному розсіюванні частоти розсіяного світла є комбінаціями (суми та різниці) частот коливань падаючої хвилі із частотами власних коливань розсіювальної системи. Енергетичні діаграми, що пояснюють розглянуті процеси розсіювання, зображені на рис. 2.15. При комбінаційному розсіюванні можуть існувати два випадки:

- енергія початкового стану (зазвичай основного стану  $E_0$ ) менша за енергію кінцевого (збудженого) стану (рис.



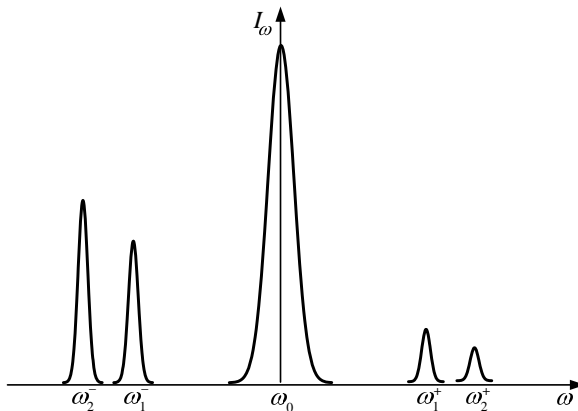
**Рисунок 2.15** – Енергетичні діаграми, що пояснюють ефекти розсіювання: а – релєївське розсіювання; б, в – комбінаційне (б – стоксова компонента, в – антистоксова компонента)

2.15 б). При цьому частота розсіяного фотона зміщена в область менших частот на величину  $\Delta\omega = (E_1 - E_0)/\hbar$  від частоти падаючого фотона. Такий зсув у бік менших частот називається *стоксовим зсувом*;

- енергія початкового стану більша за енергію кінцевого стану (рис. 2.15 в). При цьому зсув частоти відбуватиметься в область великих частот на ту саму величину  $\Delta\omega = (E_1 - E_0)/\hbar$ . Такий зсув називається *антистоксовим зсувом*. Інтенсивність антистоксових компонент розсіювання значною мірою визначатиметься заселеністю збудженого стану, тобто залежатиме від температури.

Стоксові та антистоксові компоненти у спектрі розсіювання розміщуватимуться симетрично щодо лінії збудження, як показано на рис. 2.16.

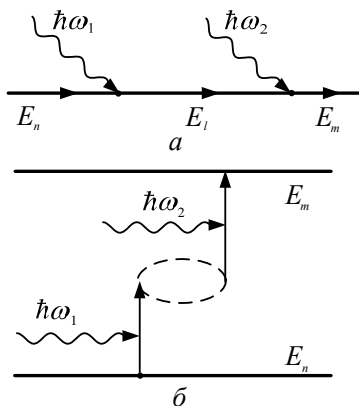
Оскільки в термодинамічно рівноважних умовах заселе-



**Рисунок 2.16** – Спектр розсіювання:  $\omega_0$  – частота збуджувального випромінювання і релєївського розсіювання;  $\omega_1^-, \omega_2^-$  – стоксові,  $\omega_1^+, \omega_2^+$  – антистоксові компоненти в спектрі комбінаційного випромінювання

ність збудженого стану менша від заселеності основного стану, то інтенсивність антистоксового розсіювання завжди менша від інтенсивності стоксового розсіювання.

Крім розглянутих процесів, можливі процеси так званого двофотонного поглинання світла. Поглинаючи фотон  $\hbar\omega_1$ , атом переходить у віртуальний стан  $E_1$ , у якому він може встигнути поглинути другий фотон  $\hbar\omega_2$ . Якщо для суми енергій цих двох фотонів виконується правило частот Бора ( $\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = E_m - E_n$ ), то атом перейде із одного стаціонарного стану  $E_n$  до іншого  $E_m$  (рис. 2.17). Імовірність двофотонних процесів пропорційна квадрату інтенсивності світла і зазвичай дуже мала. Розглянуті процеси розсіювання і двофотонного поглинання необхідно відрізнити від двоступеневих процесів, коли атом, поглинаючи фотон, спочатку переходить до дозволеного (реального, а не віртуального) стану, а потім, випускаючи або знову поглинаючи фотон, до іншого дозволеного стану. Ці процеси відпо-



**Рисунок 2.17** – Двофотонне поглинання: а - діаграма взаємодії; б - енергетична діаграма

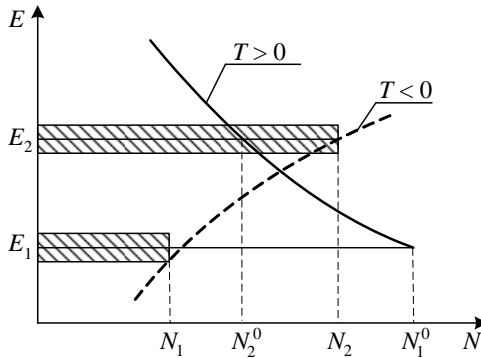
відають за люмінесценцію та двоступеневе поглинання відповідно.

## 2.5. Підсилення у квантових системах

У стані термодинамічної рівноваги відповідно до розподілу Больцмана заселеність нижчерозміщених рівнів у квантовій системі більша, ніж вищерозміщених, отже, у стані термодинамічної рівноваги запас внутрішньої енергії системи мінімальний.

На рис. 2.18 зображений розподіл заселеності у дворівневій системі, що перебуває в тепловій рівновазі (суцільна лінія). При порушенні термодинамічної рівноваги заселеність верхнього рівня збільшується, а нижнього — зменшується. Нерівноважний стан квантової системи, при якому заселеність верхнього енергетичного рівня перевершує заселеність нижнього рівня, називається інверсійною заселеністю (пунктирна лінія) [13], [15], [17], [22], [31].

*Заселеністю* зазвичай називають число частинок на да-



**Рисунок 2.18** – Розподіл заселеності у дворівневій системі, що перебуває у тепловій рівновазі

ному енергетичному рівні в  $1\text{см}^3$  речовини, поділене на статистичну вагу рівня. Квантова система, у якій створена інверсійна заселеність  $\left(\frac{n_2}{g_2} > \frac{n_1}{g_1}\right)$  між двома рівнями  $E_2$  і  $E_1$ , здатна підсилювати електромагнітне випромінювання із частотою  $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$ .

Найважливішою характеристикою нерівноважного стану є *від’ємна температура*. Це поняття може бути введене в рамках дворівневої системи [13], [15], [17], [22], [31].

Заселеність рівня 2

$$n_2 = \frac{Ng_2}{Z} \exp\left(-\frac{E_2}{kT}\right), \quad (2.83)$$

де  $N$  – повне число частинок на всіх енергетичних рівнях в  $1\text{см}^3$  речовини;  $Z$  – статистична сума,  $Z = \sum_i \tilde{g}_i \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right)$ ;  $\tilde{g}_i$  – статистична вага рівня.

Заселеність рівня 1

$$n_1 = \frac{Ng_1}{Z} \exp\left(-\frac{E_1}{kT}\right). \quad (2.84)$$

Розділивши рівняння (2.83) на (2.84), одержимо

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right), \quad (2.85)$$

звідси

$$T = -\frac{E_2 - E_1}{k \ln\left(\frac{N_2}{N_1}\right)}. \quad (2.86)$$

Далі якщо  $N_1/N_2 > 1$ , то температура (2.86) додатна ( $T > 0$ ) й адекватна температурі, що вводять у звичайній термодинаміці. Умова  $N_1/N_2 > 1$  означає, що в стані термодинамічної рівноваги заселеність більш високого енергетичного рівня завжди менша, ніж більш низького. Якщо  $N_1/N_2 = 1$ , то знаменник співвідношення (2.86) перетворюється на нуль і температура стає нескінченною ( $T \rightarrow \pm\infty$ ). Число частинок при ( $T \rightarrow \pm\infty$ ) на обох рівнях однакове. Якщо  $N_1/N_2 < 1$ , то значення логарифма стає від'ємним і обумовлена абсолютна температура від'ємна.

Терміни — "від'ємна температура" та "інверсійна заселеність" еквівалентні й відображають той самий зміст: заселеність верхнього із двох розглянутих рівнів більша, ніж нижнього.

Підкреслимо деякі особливості стану від'ємної температури:

- стани з від'ємною температурою мають більш високу енергію, ніж стан з  $T > 0$ ;
- від'ємну температуру можна отримати лише для кінцевої кількості енергетичних рівнів. Це пов'язано з тим, що для створення від'ємної температури між парою рівнів необхідно затратити кінцеву енергію (якщо  $n \rightarrow \infty$ , то  $E \rightarrow \infty$  для створення  $T < 0$ );
- поняття "температура середовища" і "від'ємна температура" істотно фізично розрізняються.

Визначимо зміну інтенсивності  $dI(\omega)$  зовнішнього випромінювання, що поширюється через шар речовини товщиною  $dz$ . Введемо інтенсивність випромінювання [22]

$$I(\omega) = v\rho(\omega), \quad (2.87)$$

тобто енергію в інтервалі частот від  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ , що проходить через одиничну площу за одиницю часу ( $v$  – швидкість поширення світла в середовищі). Величина  $I = \int I(\omega)d\omega$  являє собою повну (інтегральну) інтенсивність випромінювання [22].

Зміна енергії зовнішнього поля випромінювання в одиничному об'ємі квантової системи визначається різницею енергій, що випромінюються і поглинаються при індивідуальних переходах вниз і нагору. При цьому випромінена потужність дорівнює  $N_2b_{21}(\omega)\hbar\omega\rho(\omega)$ , а потужність, що поглинається, –  $N_1b_{12}(\omega)\hbar\omega\rho(\omega)$ . У даному випадку  $b_{12}$  – диференціальний коефіцієнт Ейнштейна. Оскільки спонтанне випромінювання неспрямоване, то його внеском у зміну інтенсивності хвилі, що поширюється, можна знехтувати. Крім того, навіть для невеликого значення спектральної густини електромагнітного поля потужність індукованого випромінювання значно перевершує потужність спонтанного випромінювання. Зміну інтенсивності монохроматичної хвилі у шарі товщиною  $dz$ , зумовленої вимушеними переходами, можна описати таким співвідношенням [15], [17], [22], [31]:

$$dI_\omega = \hbar\omega [n_2b_{21}(\omega) - n_1b_{12}(\omega)] \rho(\omega)dz. \quad (2.88)$$

З урахуванням (2.27) та (2.87) отримаємо

$$\begin{aligned} dI_\omega &= \hbar\omega \left[ n_2B_{12}\frac{g_1}{g_2} - n_1B_{12} \right] g(\omega)\frac{I(\omega)}{v}dz = \\ &= \hbar\omega \left[ \frac{n_2}{g_2} - \frac{n_1}{g_1} \right] \frac{B_{12}I(\omega)}{v}g(\omega)dz = \\ &= \frac{\hbar\omega B_{12}n}{c}g(\omega) \left[ \frac{n_2}{g_2} - \frac{n_1}{g_1} \right] I(\omega)dz, \end{aligned} \quad (2.89)$$

де враховано зв'язок між інтегральним та диференціальним коефіцієнтами Ейнштейна через форму спектральної лінії  $g(\omega)$  та співвідношення між швидкостями поширення світла у вакуумі  $c$  та у середовищі  $v$  і коефіцієнтом сповільнення  $n$  ( $v = c/n$ ).

З аналізу (2.89) випливає, що за температури  $T > 0$  зміна інтенсивності електромагнітної хвилі при проходженні її через шар речовини товщиною  $dz$  буде від'ємною, тобто інтенсивність хвилі буде слабшати. Навпаки, коли  $T < 0$ , хвиля підсилюється. Отже, для збільшення енергії хвилі (збільшення інтенсивності випромінювання), необхідне виконання умови

$$\frac{n_2}{g_2} > \frac{n_1}{g_1}. \quad (2.90)$$

За відсутності виродження це означає, що заселеність верхнього рівня повинна перевершувати заселеність нижнього. За наявності виродження це означає, що кількість частинок, що припадає на один невироджений стан верхнього рівня, повинна перевищувати заселеність кожного невиродженого стану нижнього рівня, тобто для збільшення інтенсивності хвилі у квантовій системі необхідний стан інверсної заселеності (або стан з від'ємною температурою) [15], [17], [22], [31].

Середовище (речовина), у якій створено інверсійну заселеність, називають *активним середовищем* (речовиною).

Інверсійна заселеність є необхідною, але недостатньою умовою для одержання підсилення амплітуди хвилі у середовищі. Достатньою умовою буде перевищення підсилення, досягнутого за рахунок процесів змушеного випромінювання, над усіма можливими втратами.

Важливо підкреслити, що системи з інверсійною заселеністю є системами з від'ємним поглинанням. Для випромінювання, що поширюється у вигляді хвилі у напрямку  $z$  зі швидкістю  $v = c/n$ , коефіцієнт поглинання визначається з рівняння

$$dI_\omega = -K_\omega I_\omega dz, \quad (2.91)$$



де  $K_\omega$  — показник поглинання (коефіцієнт поглинання); при цьому  $K_\omega = \frac{4\pi}{\lambda} \kappa$  ( $\kappa$  — безрозмірний показник поглинання).

Тоді, порівнюючи (2.89) з (2.91), для коефіцієнта поглинання отримуємо

$$K_\omega = \frac{\hbar\omega B_{12}n}{c} g(\omega) \left[ n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right]. \quad (2.92)$$

Інтегрування рівняння (2.91) дає закон зміни інтенсивності електромагнітної хвилі, який називають *законом Бугера-Ламберта*:

$$I_\omega(z) = I_{0\omega} e^{-k_\omega z}, \quad (2.93)$$

де  $k_\omega$  — погонний коефіцієнт поглинання (показник поглинання), що чисельно дорівнює оберненій величині відстані, на якій інтенсивність хвилі змінюється в  $e$  разів ( $e \approx 2,7$  рази  $[k_\omega] = \text{см}^{-1}$ ).

При поширенні в середовищі з від'ємним поглинанням амплітуда поля зростає експоненційно з підсиленням

$$I_\omega(z) = I_{0\omega} e^{\alpha_\omega z}, \quad (2.94)$$

де  $\alpha_\omega = -k_\omega$  — показник підсилення.

Отже, для підсилення амплітуди хвилі, тобто для інверсії знака поглинання, необхідна інверсія рівноважної заселеності. Для створення інверсії заселеності необхідний додатковий зовнішній вплив. Незалежно від механізму створення інверсії цей зовнішній вплив повинен компенсувати процеси, спрямовані на відновлення термодинамічної рівноваги. Перешкоджати цим процесам можна тільки витрачаючи енергію (енергію накачування, що надходить від зовнішнього джерела).

Для характеристики вимушених процесів поглинання і випромінювання вводиться поняття поперечних перерізів (або поперечників).

Якщо позначити ймовірність вимушеного переходу  $1 \rightarrow 2$  через  $dW_{12}$ , то

$$dW_{12} = \sigma_{12}(\omega)I(\omega)d\omega. \quad (2.95)$$

Інтегруючи ймовірність переходу за всіма частотами, отримуємо повну ймовірність переходу

$$W_{12} = \int \sigma_{12}(\omega)I(\omega)d\omega. \quad (2.96)$$

Припускаючи, що перехід випромінювання має настільки вузький спектр (із максимумом при  $\omega = \omega_0$ ), поперечник поглинання  $\sigma_{12}$  під інтегралом можна прийняти сталим:

$$W_{12} = \sigma_{12}(\omega_0)I, \quad (2.97)$$

де  $I = \int I(\omega)d\omega$  – енергія, що проходить через  $1 \text{ см}^2$  за одиницю часу.

Петин поглинання пов'язаний з коефіцієнтом поглинання таким співвідношенням [15], [17], [22], [31]:

$$k_\omega = \sigma_{12}(\omega) \left( n_1 - n_2 \frac{g_1}{g_2} \right), \quad (2.98)$$

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}, \quad B_{21} = \frac{\pi^2 c^3}{\hbar \omega^3} A_{21},$$

$$\sigma_{12}(\omega) = \frac{\hbar \omega n B_{21}}{c} g(\omega). \quad (2.99)$$

За звичайних умов при термодинамічній рівновазі розподіл заселеності атомних рівнів підпорядковуються закону Больцмана. Якщо частота переходу лежить в оптичному діапазоні довжин хвиль, де зазвичай виконується умова  $h\nu \gg kT$ , то в рівноважному стані майже всі атоми перебувають на одному рівні. Тому, коли нижній рівень 1 є основним, коефіцієнт поглинання світла становить величину

$$k_\omega = \sigma_{12}(\omega) \left( n_1 - n_2 \frac{g_1}{g_2} \right) \approx \sigma_{12}(\omega)N, \quad (2.100)$$

оскільки  $N_2 \ll N_1 \approx N$ , де  $N = N_1 + N_2$ . Тому говорять, що величина  $\sigma_{12} = k_\omega/N$  характеризує здатність кожної із частинок поглинати електромагнітну енергію на частоті  $\omega$ . Вона має розмірність площини і називається *поперечним перерізом*, або просто *перетином поглинання*.

Характерним значенням  $\sigma_{12}$  залежно від спектрального діапазону і конкретної квантової частинки є  $10^{-12} - 10^{-24} \text{см}^2$ . Максимальне поглинання буде спостерігатися на частоті поблизу максимуму спектральної лінії, тоді для лоренцевої форми спектральної лінії маємо такий показник поглинання для максимуму спектральної лінії [31]:

$$\sigma_{12} = \frac{c^2}{4\pi^2 \nu_{21}^2 \Delta\nu_L n^2 \tau_{21}^{sp}}. \quad (2.101)$$

Дотепер мова йшла про так званий лінійний коефіцієнт поглинання, або коефіцієнт поглинання малого сигналу, коли значення  $k_\omega$  не залежить від інтенсивності випромінювання, що поглинається, і відповідає добре відомому в оптиці закону *Бугера-Ламберта-Бера*. Цей закон отриманий у припущенні, що при поглинанні випромінювання не викликає відхилення розподілу кількості частинок за рівнями енергій від термодинамічно рівноважного.

Однак поглинуте системою частинок випромінювання обов'язково порушує теплову рівновагу. У випадку, коли ймовірність вимушених переходів стає рівнозначною з ймовірністю релаксаційних переходів, рівноважний розподіл заселеності помітно спотворюється. При цьому відносна частка енергії, що поглинається системою, зменшується, коефіцієнт поглинання падає, настає так званий ефект насичення. Очевидно, що у випадку, коли інтенсивність поля настільки велика, що ймовірність індукованих переходів перевищує ймовірність релаксаційних переходів, настає повне насичення, при якому різниця

$$\frac{n_1}{g_1} - \frac{n_2}{g_2} = 0. \quad (2.102)$$

За умови  $n_1/g_1 = n_2/g_2$  система просвітлюється, тобто вона прозора для резонансного випромінювання — немає ні поглинання, ні підсилення ( $\alpha = 0$ ) на виході із системи.

Для кількісної характеристики насичення вводять деяку ефективну характеристику насичення [15], [17], [22], [31]:

$$I_s = \frac{1}{4} \frac{c\pi\Delta\nu_L}{B_{12}\tau}, \quad (2.103)$$

що є густиною потоку енергії, або інтенсивністю насичення. З урахуванням формули (2.101) можна записати зв'язок  $I_s$  з перетином резонансного поглинання  $\sigma$ :

$$I_s = \frac{h\nu}{2\sigma\tau}. \quad (2.104)$$

Величина  $I_s$  допускає просте фізичне тлумачення: добуток інтенсивності випромінювання і перетину поглинання, виміряного в одиницях  $h\nu$  (тобто величина  $I\sigma/h\nu$ ) дає при безперервному опроміненні значення середньої швидкості індукованого поглинання атомів. Коли ця швидкість, збільшуючись із зростанням  $I$ , досягає швидкості (при  $g_1 = g_2$ ) релаксаційного розпаду заселеності верхнього рівня  $1/\tau$ , насичення стає помітним.

Зазначимо, що проведений вище розгляд відповідає випадку для однорідно розширеної лінії поглинання, що насичується як ціле при збільшенні інтенсивності випромінювання. Неоднорідне розширення вимагає набагато складнішого аналізу.

Ефект насичення відіграє важливу роль у квантовій електроніці. Насичення зменшує коефіцієнт поглинання неінвертованих резонансних поглинальних систем, приводячи їх, таким чином, у прояснений стан, що часто буває дуже корисним. Насичення знижує коефіцієнт підсилення інвертованих систем, що часто буває дуже небажаним. Крім того, насичення є тією нелінійністю, що обмежує інтенсивність генерації лазерів.

*Необхідною умовою* підсилення в середовищі є інверсна заселеність. *Достатньою умовою* підсилення хвилі буде перевищення процесів підсилення, досягнуте за рахунок процесу змушеного випромінювання, над усіма можливими втратами.

При поширенні хвилі в активному середовищі частина інтенсивної хвилі може втрачатися за рахунок будь-якого роду втрат (наприклад, розсіювання на неоднорідностях середовища і т.д.). Ураховуючи як підсилювальні властивості активного середовища, так і його втрати, зміна інтенсивності хвилі в активному середовищі буде описуватися рівнянням

$$I = I_0 \exp [(\alpha_\omega - k_\Sigma)z], \quad (2.105)$$

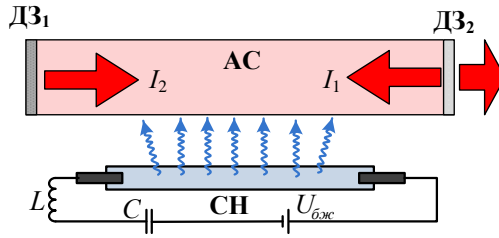
де  $k_\Sigma$  – коефіцієнт втрат, або загальна кількісна характеристика втрат в активному середовищі.

Інтенсивність хвилі в середовищі наростає, якщо коефіцієнт квантового підсилення не тільки більше нуля, але й більше коефіцієнта втрат активного середовища. Це є умовою, за якої активне середовище є підсилювачем для електромагнітного випромінювання, що поширюється в ньому.

Підсилювальні властивості активного середовища можна підвищити, застосовуючи відомий принцип позитивного зворотного зв'язку. Він полягає у тому, що частина підсиленого сигналу вертається назад до активного середовища і знову, проходячи через нього, підсилюється.

Якщо позитивний зворотний зв'язок разом із процесами підсилення перевищує сумарні втрати підсилювача і ланцюга зворотного зв'язку, то підсилювач буде збуджуватись і перетвориться в генератор, тобто буде генерувати електромагнітну хвилю.

Для створення позитивного зворотного зв'язку у квантовій електроніці використовують резонатори: у радіодіапазоні – об'ємні резонатори, в оптичному – систему напівпрозорих дзеркал, так званих відкритих резонаторів (див. рис. 2.19). Умова



**Рисунок 2.19** – Принципова схема оптичного квантового генератора: ДЗ<sub>1,2</sub> – два дзеркала (ДЗ<sub>2</sub> – напівпрозоре); АС – активне середовище між ними; СН – система накачування (оптичної)

самозбудження квантового генератора описується в такий спосіб:

$$\alpha = \alpha_{gr} = k_{\Sigma} + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{r_1 r_2}, \quad (2.106)$$

де  $L$  – відстань між дзеркалами;  $r_1, r_2$  – коефіцієнти відбиття дзеркал. Генератор буде збуджуватися, якщо коефіцієнт квантового підсилення його активного середовища більше або дорівнює граничному коефіцієнту підсилення  $\alpha_{gr}$ . Граничний коефіцієнт підсилення дорівнює сумі коефіцієнта втрат власного активного середовища  $k_{\Sigma}$  і коефіцієнта, що визначає корисні втрати на дзеркалах (другий доданок у (2.106)).

Таким чином, лазер складається з трьох основних елементів:

- активного середовища;
- системи накачування;
- резонатора.

У цьому розділі була розглянута взаємодія випромінювання з речовиною, тобто процеси, що проходять в активному середовищі. Далі розглянемо системи накачування, резонатори та методи створення інверсної заселеності.

## Питання для самостійного контролю

1. У чому відмінність принципів роботи приладів класичної електроніки і приладів квантової електроніки?

2. Поясніть сутність енергетичного спектра атомів (молекул), стаціонарних, основних та збуджених станів.

3. Наведіть відмінності в рівняннях Шредингера для загального та стаціонарного випадків.

4. Дайте визначення спонтанних переходів, поясніть їх особливості.

5. Наведіть властивості спонтанного випромінювання, поясніть його особливості.

6. Дайте визначення вимушених переходів, поясніть їх види та особливості.

7. Наведіть властивості вимушеного випромінювання, поясніть його особливості.

8. Безвипромінювальні переходи, їх особливості.

9. Дозволені та заборонені переходи, їх особливості.

10. Опишіть властивості системи, що знаходиться в умовах термодинамічної рівноваги.

11. Запишіть формулу енергетичного балансу замкненої квантової системи, що знаходиться в умовах термодинамічної рівноваги, при поглинанні та випромінюванні електромагнітних хвиль.

12. Запишіть формулу Планка для рівноважного випромінювання абсолютно чорного тіла, поясніть її фізичний зміст.

13. Запишіть формулу, що зв'язує коефіцієнти Ейнштейна для вимушеного та спонтанного випромінювань, наведіть висновки, які випливають з її аналізу.

14. Наведіть критерії виродження систем у квантовомеханічну та класичну.

15. Дайте визначення електричного диполя, його моменту, осцилятора.

16. Знайдіть співвідношення для часу релаксації класичного осцилятора.

17. У чому відмінність класичного осцилятора від квантового осцилятора?

18. Дайте визначення та охарактеризуйте властивості метастабільного рівня, в концепції теорії збурень.

19. Охарактеризуйте дозволені та заборонені переходи, чим вони визначаються, їх імовірність в електродипольному та магнітодипольному наближеннях.

20. Поясніть явище радіаційної або природної ширини спектральної лінії.

21. Дайте визначення спектральної лінії, форм-фактора спектральної лінії, ширини спектральної лінії, добротності спектральної лінії.

22. Поясніть фізику процесів виникнення доплерівського розширення спектральної лінії.

23. Поясніть поняття однорідного та неоднорідного розширень, наведіть приклади відповідних механізмів, що приводять до них.

24. Наведіть спрощені формули, якими можна замінити зшивку функцій у випадках тільки однорідного розширення та тільки неоднорідного розширення спектральної лінії.

25. Перелічіть основні причини, що істотно впливають на ширину спектральної лінії.

26. Визначте та перелічіть фізичні явища, що призводять до однорідного та неоднорідного розширень спектральних ліній у різних середовищах.

27. Поясніть, в чому відмінність інтегральних та спектральних коефіцієнтів Ейнштена.

28. Охарактеризуйте спін-решіткову та спін-спінову релаксації в безвипромінювальних переходах.

29. Дайте визначення розсіюванню світла. В яких середовищах відбувається цей процес?



30. Охарактеризуйте процес, що має назву релєївського розсіювання світла, наведіть енергетичну діаграму.

31. Охарактеризуйте процес, що має назву комптонівського розсіювання світла, наведіть енергетичну діаграму.

32. Охарактеризуйте процес, що має назву комбінаційного розсіювання світла, наведіть енергетичну діаграму.

33. Охарактеризуйте два випадки комбінаційного розсіювання світла.

34. Поясніть та охарактеризуйте процес двофотонного поглинання.

35. Дайте визначення заселеності енергетичного рівня та інверсійної заселеності у випадках вироджених та неvirоджених рівнів.

36. Охарактеризуйте від'ємну температуру, особливості стану з від'ємною температурою, отримайте її вираз у рамках дворівневої схеми.

37. Дайте визначення поняття активної речовини, або активного середовища.

38. Назвіть необхідну та достатню умови створення підсилення електромагнітного випромінювання в активному середовищі.

39. Наведіть та поясніть закон Бугера-Ламберта-Бера, умови його застосування, фізичне значення коефіцієнтів поглинання та підсилення.

40. Дайте визначення перетину поглинання, або поперечника поглинання.

41. Охарактеризуйте активне середовище в стані насичення, поясніть суть цього поняття.

42. Наведіть вираз для інтенсивності насичення, поясніть її фізичний зміст.

43. Запишіть умову самозбудження квантового генератора.

44. Зобразіть принципову схему квантового генератора, коротко охарактеризуйте основні елементи.

## АКТИВНІ КВАНТОВІ РЕЧОВИНИ І СТВОРЕННЯ У НИХ СТАНУ ІНВЕРСІЙНОЇ ЗАСЕЛЕНОСТІ

### 3.1. Енергетичні стани робочих речовин квантових приладів. Квантові числа

Раніше було показано, що середовище може підсилювати електромагнітне випромінювання, якщо в ньому створена інверсійна заселеність (або іншими словами — від’ємна температура). Такий стан активної речовини досягається в термодинамічних і нерівноважних системах за допомогою накачування активного середовища енергією.

Робочі речовини (атомні, іонні, молекулярні системи), що використовуються у квантових приладах, характеризуються великою різноманітністю і можуть перебувати в різних агрегатних станах — газоподібних, твердих і рідких.

Квантовими системами називають системи, що складаються з мікрочастинок (електронів, ядер, атомів, молекул і т.д.) і підпорядковуються квантовим законам.

Нагадаємо, що стан квантової системи вважається повністю заданим, якщо відома його хвильова функція. Зміна енергії системи супроводжується квантовим переходом — стрибкоподібним переходом квантової системи з одного рівня енергії  $E_i$  на інший  $E_j$ . За умови  $E_i > E_j$  система віддає енергію, що дорівнює  $E_j - E_i$ , а в другому випадку  $E_i < E_j$  — вона поглинає її. Якщо такий квантовий перехід відбувається при взаємодії з електромагнітним полем, тобто супроводжується випромінюванням або поглинанням фотона, то він називається *оптичним* переходом, а енергія випроміненого (поглиненого) фотона визначається відомим правилом Бора

$$\hbar\omega_{nm} = |E_n - E_m|. \quad (3.1)$$

Для повного визначення стаціонарного стану електрона в атомі необхідно стільки квантових чисел, скільки ступенів свободи має електрон, тобто з урахуванням спіну необхідно чотири квантових числа. Для атомів з одним валентним електроном стан електрона однозначно визначає і стан самого атома. У багатоелектронних атомах та іонах він описується сумарними квантовими числами, що залежать від типу взаємодії між електронами. Для атомів з невеликою кількістю електронів, наприклад для атомів *He*, справедлива схема *LS*-зв'язку, для багатоелектронних атомів, наприклад атоми *Ne*, *LJ*-зв'язку.

У табл. 3.1 [31] наведені квантові числа електрона й атома, їх значення та фізичний зміст. Такі класифікації атомних рівнів базуються на положенні, що орбітальні моменти електронів додаються в повний орбітальний момент *L* атома, а їх спінові моменти — у повний спін *S*. Відповідний тип взаємодії, коли така класифікація виявляється справедливою, називають нормальним, або *LS*-зв'язком.

Енергія атома визначається в основному його сумарним орбітальним і спіновим моментами. Енергетичний стан атома із заданими квантовими числами *L* і *S* називають *спектральним термом*. Кожний терм вироджений відповідно різними можливими напрямками векторів *L* і *S* у просторі. Кратність виродження дорівнює  $(2L + 1)(2S + 1)$ .

Таблиця 3.1 – Квантові числа електрона й атома

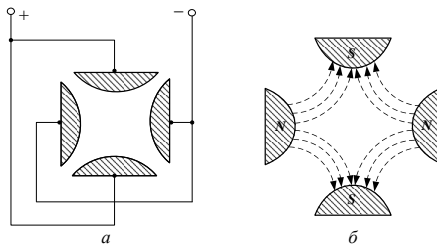
Квантове число	Дозволені значення	Фізичний зміст
$n$	$0, 1, 2, 3, \dots, n$	Головне квантове число
$\vec{l}$	$0, 1, 2, 3, \dots, n - 1$	Орбітальний момент кількості руху електрона
$m_l$	$l, l - 1, \dots, -l$	$z$ -компонента орбітального моменту кількості руху
$\vec{S}$	$1/2, 1, 3/2, \dots,$ ( $1/2$ – для окремого електрона)	Власний момент кількості руху електрона – спин
$m_s$	$S, S - 1, \dots$ ( $\pm 1/2$ – для окремого електрона)	$z$ -компонента спінового моменту кількості руху
$\vec{j} = \vec{l} + \vec{S}$	$l + S, L + S - 1, \dots,$ $ -S $	Повний момент кількості руху електрона ( $l \pm 1/2$ для електрона)
$m_j$	$j, j - 1, \dots, -j$	$z$ -компонента повного моменту кількості руху електрона
$\vec{J}$	$L + S, L + S - 1,$ $\dots,  L - S $ ( $L = \sum_i m_{li},$ $S = \sum_i S_i$ )	Повний електронний момент кількості руху електрона
$\vec{I}$	$1/2, 1, 3/2, \dots$	Спіновий момент кількості руху ядра
$\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$	$I + J, I + J - 1,$ $\dots,  I - J $	Повний момент кількості руху
$m_F$	$F, F - 1, \dots, -F$	Проекція повного моменту кількості руху на виділений напрямок

### 3.2. Створення інверсних станів у газових середовищах

Розглянемо основні методи накачування для здійснення інверсійної заселеності в газових середовищах.

Якщо квантовим середовищем є газ (атомний, іонний або молекулярний), то для створення інверсійної заселеності в оптичному діапазоні широко використовуються процеси *непружної взаємодії частинок у газовому розряді*. Цей метод застосовується в газорозрядних лазерах, де збудження активних атомів і молекул здійснюється за рахунок непружних зіткнень, що приводять до обміну енергією частинок (вільних електронів, атомів, молекул, іонів) в області газового розряду.

Крім цього, інверсійна заселеність може бути отримана при *сортуванні газових атомних і молекулярних пучків* у періодичних електричних та магнітних полях. Такі поля можуть бути створені у спеціальних пристроях (рис. 3.1): квадрупольних конденсаторів і багатополюсних магнітних системах.



**Рисунок 3.1** – Принципова будова квадрупольного конденсатора (а) та багатополюсної магнітної системи (б)

Цей метод використовується у приладах НВЧ-діапазону, пучкових лазерах та мазерах. Молекули робочої речовини, що перебувають у термодинамічній рівновазі, в основному і збудженому станах ( $\Delta E = (E_2 - E_1) \ll kT$ ), просторово розподіляються так, щоб у робочий об'єм потрапляли тільки збудже-

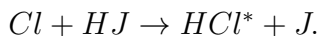
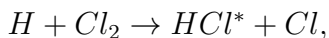
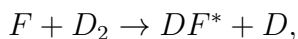
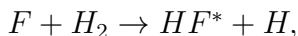
ні молекули. Незбуджені молекули виводяться з робочого пучка. Такий розподіл можливий унаслідок того, що деякі молекули (наприклад, молекули аміаку), перебуваючи в основному і збудженому станах, по-різному реагують із зовнішніми електричними й магнітними полями.

*Газодинамічний метод* створення інверсних станів знайшов застосування у газових лазерах і полягає в тому, що робочий газ, нагрітий до високої температури, швидко охолоджується. Оскільки час релаксації при встановленні термодинамічної рівноваги різний, то при швидкій зміні температури газу на деяких переходах виникає від'ємна температура.

Крім того, інверсійну заселеність у газових середовищах можна одержати за допомогою *хімічної реакції*. У цьому разі звичайно використовуються екзотермічні реакції заміщення вигляду



що приводять до утворення нової збудженої молекули. Приклади найбільш поширених у лазерах реакцій заміщення:



Реакція може бути ініційована зовнішнім джерелом або проходити без нього. Розрізняють такі способи ініціювання хімічних реакцій: фотоініціювання, теплове ініціювання, ініціювання електронним пучком або імпульсом в електронному розряді, чи навіть вибухом.

### 3.3. Створення інверсійної заселеності у напівпровідниках

Серед різноманітності речовин, що можуть бути використані як активна речовина оптичних квантових генераторів, важливе місце займають напівпровідники.

Енергетичний спектр ідеального напівпровідникового кристала складається із широких смуг дозволених станів електронів — зони провідності та валентної зони, що розділені зоною заборонених станів (заборонена зона). За рахунок стовідсоткової концентрації робочих частинок на малих відстанях (порядку часток нанометрів) розширення рівнів настільки велике, що й у валентній зоні, і в зоні провідності енергетичні стани електронів утворюють практично безперервний спектр.

За умов термодинамічної рівноваги розподіл електронів за енергетичними станами описується функцією Фермі-Дірака [18]:

$$f_e(E) = \left( \exp \left( \frac{E - \mu_F}{kT} \right) + 1 \right)^{-1}, \quad (3.2)$$

де функція  $f_e(E)$  — ймовірність того, що електрон знаходиться у стані з енергією  $E$ ;  $\mu_F$  — енергія, або рівень Фермі, що є основним параметром, який визначає енергетичний розподіл електронів та дірок у напівпровіднику.

Ймовірність знайти на даному рівні з енергією  $E$  дірку дорівнюватиме ймовірності відсутності на цьому рівні електрона:

$$f_p(E) = 1 - f_e(E) = \left( \exp \left( \frac{\mu_F - E}{kT} \right) + 1 \right)^{-1}. \quad (3.3)$$

Рівень Фермі має такі основні властивості: по-перше, з рівнем Фермі збігається енергетичний рівень, ймовірність заповнення якого дорівнює одиниці; по-друге, рівень Фермі — це хімічний потенціал електронів даної системи. Положення рів-

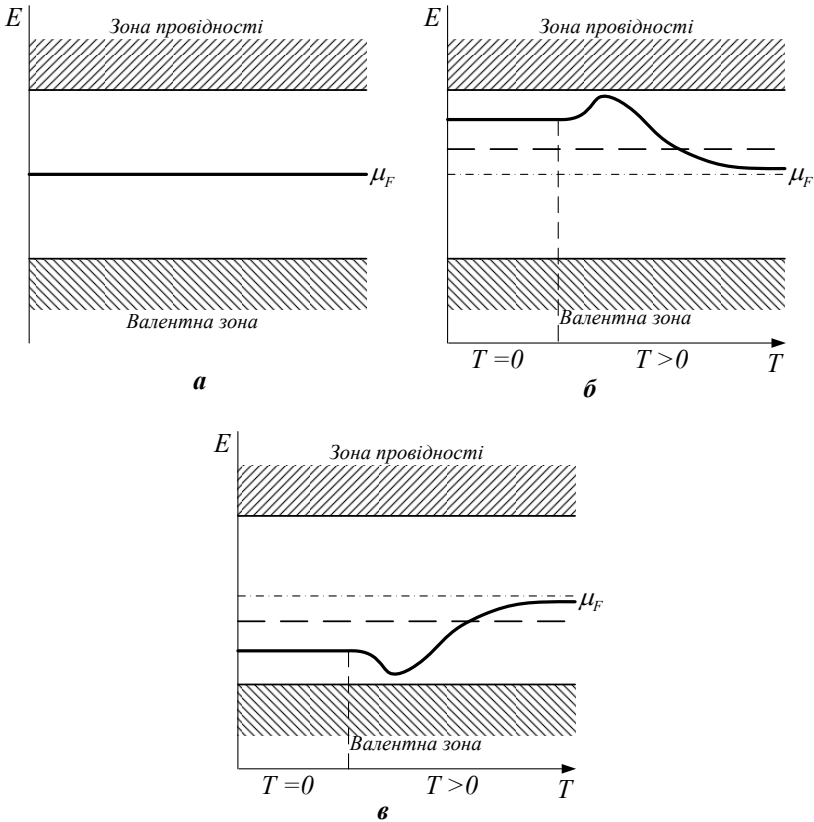
ня Фермі залежить від типу напівпровідника, кількості домішок та температури. У власному напівпровіднику рівень Фермі при абсолютному нулі проходить посередині забороненої зони (рис. 3.2 а). У домішковому слаболегованому напівпровіднику  $n$ -типу при  $T = 0$  рівень Фермі проходить посередині між дном зони провідності та донорним рівнем (рис. 3.2б). Зі збільшенням температури рівень Фермі спочатку зростає, а потім падає, прямуючи до середини забороненої зони. У домішковому слаболегованому напівпровіднику  $p$ -типу при  $T = 0$  рівень Фермі проходить посередині між верхньою межею валентної зони та акцепторним рівнем (рис. 3.2 в); зі збільшенням температури він спочатку падає, а потім зростає, прямуючи до середини забороненої зони.

Однією із властивостей енергетичного рівня Фермі є те, що в системі, яка складається із декількох напівпровідників  $n$ - і  $p$ -типів, що знаходяться в тепловій рівновазі, енергетичний рівень Фермі для них буде однаковим. Тоді у випадку  $p - n$ -переходу, тобто коли матеріал  $n$ -типу контактує з матеріалом  $p$ -типу, рівень Фермі буде однаковим для  $p$ - та  $n$ -областей. Тому на межі розділу областей різного типу виникає потенційний бар'єр (рис. 3.3).

У сильнолегованих вироджених напівпровідниках, де забезпечується висока провідність, рівень Фермі знаходиться у зоні провідності для матеріалу  $n$ -типу й у валентній зоні для матеріалу  $p$ -типу (рис. 3.3 б). Це означає, що у верхній частині валентної зони у  $p$ -області електронів немає (висока густина дірок), а вище дна зони провідності у  $n$ -області маємо дуже високу густину електронів. Однак, незважаючи на велику різницю у густині електронів, у рівноважному стані струму немає.

Для напівпровідників, що не знаходяться у тепловій рівновазі, розподіл електронів та дірок за енергетичними станами описується функціями, аналогічними (3.2), (3.3), але замість енергетичного рівня Фермі потрібно ввести квазірівні  $\mu_{F_e}$ ,  $\mu_{F_p}$



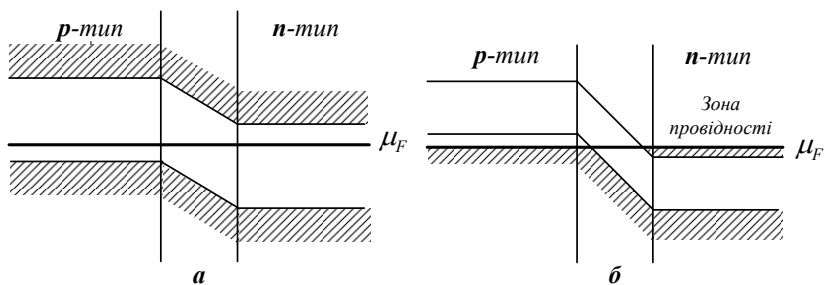


**Рисунок 3.2** – Положення рівня Фермі для різних типів напівпровідників: а – для власного напівпровідника; б –  $n$ -типу; в –  $p$ -типу

відповідно для електронів та дірок.

*Квазірівень Фермі* – це формальне поняття, що вводиться для того, щоб охарактеризувати повні концентрації носіїв струму (рівноважні та нерівноважні) в енергетичних станах.

Умова отримання інверсійної заселеності у напівпровідникових матеріалах залежить від типу переходу (наприклад, зона-



**Рисунок 3.3** – Розміщення енергетичних зон для  $p - n$ -переходу слаболегованого (а) та сильнолегованого (б) напівпровідників

зона, зона-домішка, переходи між рівнями домішок та переходи між рівнями розмірного квантування, що належать одній зоні, або внутрішньозонні переходи). Практично у всіх створених напівпровідникових лазерах використовуються міжзональні переходи, що супроводжуються або рекомбінацією електронів зони провідності з дірками валентної зони, або генерацією електронно-діркових пар.

При міжзональних переходах спостерігаються два випадки, що відповідають прямим та непрямим переходам. При кожному переході повинні виконуватися закони збереження енергії та імпульсу. Згідно з останнім при міжзональних переходах із поглинанням або випусканням фотона повинна виконуватися рівність

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_f,$$

де  $\vec{p}_1, \vec{p}_2$  – імпульс електрона у початковому та кінцевому станах;  $\vec{p}_f$  – імпульс фотона. Оскільки імпульс фотона набагато менший за імпульс електрона, то можна записати, що  $\vec{p}_1 = \vec{p}_2$ . Квантовий перехід, що проходить без зміни імпульсу електрона, називають *прямим*.

Якщо при міжзональних переходах імпульс електрона не

зберігається, тобто  $\vec{p}_1 \neq \vec{p}_2$ , то такий процес повинен супроводжуватися випусканням або поглинанням кванта-фонона коливань кристалічної решітки. Закон збереження імпульсу при цьому має вигляд

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_f + \vec{p}_{fn},$$

де  $\vec{p}_{fn}$  – імпульс фонона. Переходи, при яких спостерігається зміна імпульсу електрона, називають *непрямими*.

При конструюванні напівпровідникових лазерів необхідно мати на увазі те, що ймовірність прямих переходів набагато більша за ймовірність непрямих переходів. Для отримання нерівноважного стану в напівпровіднику потрібно створити нерівноважну концентрацію електронів та дірок. У випадку прямих переходів умова інверсії має вигляд

$$\mu_{F_e} - \mu_{F_p} > \Delta E, \quad (3.4)$$

де  $\Delta E$  – ширина забороненої зони. Із цієї умови випливає, що відстань між квазірівнями Фермі повинна бути більшою, ніж ширина забороненої зони. Нерівноважний стан характеризується тим, що у валентній зоні електрони відсутні включно до рівня  $\mu_{F_p}$ , а зона провідності заповнена ними до рівня  $\mu_{F_e}$ .

Для непрямих міжзональних переходів умова інверсії запирається таким чином:

$$\mu_{F_e} - \mu_{F_p} > \Delta E - h\nu. \quad (3.5)$$

Для створення інверсійної заселеності у напівпровідниках широко використовують такі методи: оптичне накачування, збудження пучком швидких електронів, пряме електричне збудження, інжекція носіїв заряду через  $p-n$  - перехід і т.д. [28].

При оптичному накачуванні інтенсивний світловий потік спрямований на поверхню напівпровідника. За умови  $h\nu_n > \Delta E$  ( $\nu_n$  – частота сигналу накачування) електрони із валентної зони переходять до зони провідності, що призводить до

порушення рівноважного стану в робочій речовині. При цьому частота сигналу не повинна істотно перевищувати значення  $\Delta E/h$ , оскільки за такої умови поглинута енергія йшла б на нагрівання напівпровідника. Тому при оптичному накачуванні доцільно використовувати випромінювання іншого лазера.

Якщо на поверхню напівпровідника направити пучок електронів з енергією порядку  $20\,000\text{eV}$ , то у тонкому поверхнево-му шарі виникає велика кількість пар електрон-дірка. З краю зони провідності збираються електрони, а з краю валентної зони — дірки. В результаті рекомбінації виникає лазерне випромінювання. Можливість сканування і високоефективної модуляції лазерного випромінювання — одні із переваг такого методу збудження.

При розміщенні напівпровідника у сильному електричному полі (порядку  $10^5\text{V/cm}$ ) у ньому утворюються нерівноважні електрони і дірки відповідно у зоні провідності та валентній зоні. Це відбувається або за рахунок ударної іонізації, або за рахунок відриву електронів і дірок електричним полем.

Широке застосування отримав метод інжекції носіїв заряду через  $p - n$  - перехід. У цьому випадку використовується  $p - n$  - перехід у вироджених напівпровідниках.

### **3.4. Створення інверсійної заселеності у кристалах та склі**

Розглянемо метод накачування додатковим випромінюванням (оптичне накачування). Цей метод є найбільш універсальним і використовується для накачування твердотільних лазерів на парамагнітних кристалах, склі, для рідинних лазерів, також може застосовуватись у напівпровідникових і газових лазерах. Сутність методу полягає у тому, що активну речовину опромінюють потужним електромагнітним випромінюванням, яке має назву випромінювання накачування. Це випромінювання під-

бирають таким чином, щоб воно поглиналось активною речовиною, яка переводить активні центри з основного стану до збудженого. Джерелом накачування в оптичному діапазоні можуть бути різноманітні джерела світла, у тому числі й звичайні лампи нагрівання, спеціальні потужні ксенонові лампи-спалаху, ртутні лампи, напівпровідникові діоди, джерела сонячного випромінювання та інші [17].

Тверді активні середовища, що використовуються у квантовій електроніці (крім напівпровідників), — це твердий розчин двох компонентів — матриці та активатора. Речовина матриці безпосередньо не бере участі у процесах, пов'язаних з підсиленням електромагнітних коливань. Як матриці твердих активних середовищ використовуються кристалічні або аморфні діелектрики.

Створення інверсійної заселеності та підсилення (генерація) випромінювання відбувається за рахунок переходів між енергетичними рівнями речовини активатора. Як таку використовують іони елементів перехідних груп. Взаємодія іонів-активаторів з електричними полями їх оточення в матрицях і зовнішньому магнітному полі визначає схему рівнів відповідних робочих речовин мазерів і лазерів. Зовнішнє поле решітки матриці й магнітне поле призводять до виродження рівнів, які існують у ізольованого іона, отже, цілий ряд переходів стають дозволеними, що сприяє збагаченню спектра робочої речовини.

При цьому розрізняють три випадки [22]:

1. *Слабке кристалічне поле.* Цей випадок характерний для рідкоземельних елементів із незаповненою  $4f$  - оболонкою, яка добре захищена від впливу зовнішніх полів  $5s$ - та  $5p$ - електронами.  $LS$ - зв'язок не порушується і в кристалічних матрицях рівні енергій таких іонів залишаються вузькими. Оскільки кристалічне поле слабо впливає на енергетичний спектр рідкоземельних іонів, то структури їх рівнів у рідких матрицях-носіях майже незмінні. На всіх рідкоземель-

них елементах-лантаноїдах отримано генерацію, проте найкращі результати досягнуті для  $Nd^{3+}$ .

2. *Середнє кристалічне поле.* Цей випадок відповідає іонному типу зв'язку і характерний для елементів групи заліза з недобудованою  $3d$ - оболонкою. Збурювальна дія поля кристалічної решітки є більшою за спін-орбітальну взаємодію електронів і  $LS$ - зв'язок є розірваним. Саме тому рівні енергії іонів, що введені в кристал, є істотно зміщеними порівняно із вільними іонами. Крім того, рівні можуть бути істотно розширені. З цієї причини елементи групи заліза використовують як сенсibiliзатори. Наявність широких смуг люмінесценції дає змогу реалізувати твердотільні лазери з плавною перебудовою частоти генерації.

Розташування енергетичних рівнів, їх ширина, ймовірності випромінювальних та безвипромінювальних переходів для одного іону значною мірою залежить від матриці-носія. Відомим прикладом цього типу є іон  $Cr^{3+}$  у решітці  $Al_2O_3$ .

3. *Сильне кристалічне поле.* Цей випадок спостерігається у парамагнітних центрів, які сильно зв'язані з оточуючими іонами. Він є характерним для елементів з незаповненими  $4d$ - та  $5d$ - оболонками і рідко спостерігається для групи заліза. Сильне поле розриває  $LS$ - зв'язок. Збурення поля кристалічної решітки в цьому випадку має порядок енергії взаємодії електронів між собою, тому змінюється не лише структура енергетичних рівнів іона, а і ймовірності переходів.

До речовини матриці ставляться такі вимоги:

- вона повинна допускати введення атомів активатора;
- бути хімічно стійкою та механічно міцною;
- витримувати значне нагрівання при створенні інверсійної заселеності та генерації випромінювання;
- бути технологічною;

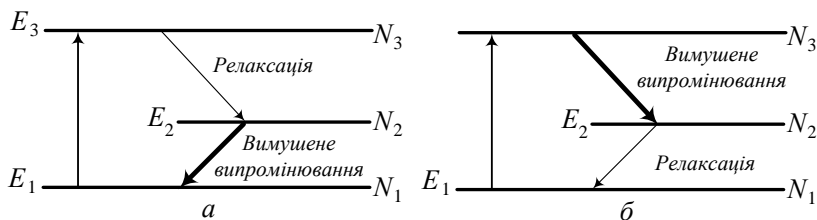
- допускати механічну й оптичну обробку;
- бути прозорою для випромінювання накачування і генерації, оптично і механічно однорідною.

Активатор обирається з міркувань, що атом активатора в основі матриці повинен мати:

- метастабільний рівень з великим часом життя, а тому і з вузькою лінією люмінесценції;
- широку смугу або велику кількість ліній поглинання, щоб можна було створити інверсійну заселеність;
- не повинен мати ніяких ліній поглинання, крім тих, що необхідні для збудження.

У твердотільних лазерах із двома енергетичними рівнями одержати стаціонарну інверсію проблематично, тому що ймовірності вимушених переходів між рівнями однакові. При оптичному опроміненні можна зменшити різницю ( $N_1 - N_2$ ) у порівнянні з рівноважною і, отже, не можна одержати від'ємний коефіцієнт поглинання  $\alpha$ . Таким чином, для одержання інверсії система повинна мати не менше трьох рівнів. Інверсійну заселеність у дворівневому випадку можна одержати в газовому середовищі, використовуючи метод сортування частинок. Саме цей метод привів до створення першого квантового генератора — мазера на пучку молекул аміаку. Розглянемо трирівневу систему, для якої механізм створення інверсійної заселеності пояснено на рис. 3.4

Залежно від того, між якими рівнями досягається інверсійна заселеність, розрізняють трирівневі схеми першого і другого типів. У схемах першого типу робочий перехід закінчується в основному стані, а у схемах другого типу — у збудженому. Накачування за можливістю здійснюється селективно на рівень  $E_3$ .



**Рисунок 3.4** – Механізм створення інверсійної заселеності для трирівневої системи: а – для рубінового лазера; б – для гелій-неонового лазера

За трирівневою схемою першого типу працює рубіновий лазер, а за схемою другого типу – гелій-неоновий газовий лазер.

Квантові переходи між енергетичними станами в першому наближенні теорії збурень можуть описуватися кінетичними рівняннями [17]. Також вони отримали назву швидкісних рівнянь, або рівнянь балансу. За допомогою методу кінетичних рівнянь можна вирішити цілий ряд завдань: накачування речовини в стаціонарному режимі; визначення типів коливань лазерного випромінювання уздовж поздовжньої осі резонатора; розрахунок ширини лінії лазерного випромінювання; отримання умов для генерації лазерів та динаміку генерації гігантського імпульсу та інші.

Потрібно відмітити, що кінетичні рівняння описують зміну в часі середніх значень кількості квантів та заселеностей станів квантових рівнів. При аналізі умов отримання інверсійної заселеності розглядаються тільки початкові та кінцеві стани основних квантових переходів. Кожна зі схем, що розглядається, є спрощенням, яке дозволяє враховувати лише основні явища. Розглянемо ці спрощення.

Випромінювання накачування взаємодіє тільки з одним переходом, що досягається підбором спектрального складу нака-



чування та рівнів поглинання в активному середовищі. Стани квантової системи подані нескінченно вузькими невиродженими рівнями енергії, кратність виродження яких дорівнює 1.

Зміна заселеності рівнів обумовлена такими квантовими механізмами:

1) спонтанними переходами на нижчі рівні з імовірністю переходів  $A_{nm}$ ;

2) безвипромінювальними переходами, що перетворюють енергію квантових переходів у теплову з імовірністю  $S_{nm}$ ;

3) вимушеним випромінюванням (поглинанням) із імовірністю переходів  $\rho_\nu B_{nm}$ .

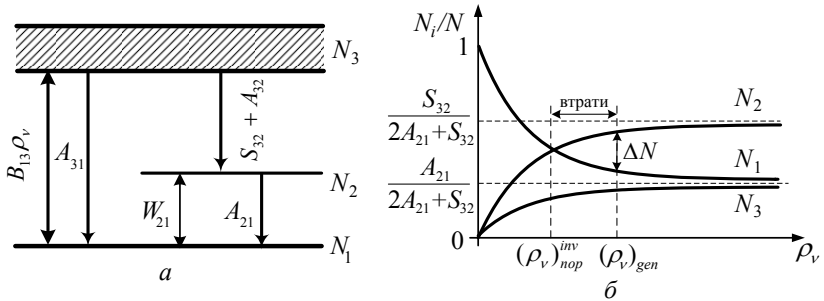
Метод додаткового випромінювання має деякі відмінності під час використання в оптичному і НВЧ-діапазонах. У першому випадку відстань між енергетичними рівнями більше, ніж у НВЧ-діапазоні що призводить до виконання нерівності  $\frac{h\nu_{ik}}{kT} \ll 1$  для всіх робочих температур. Це означає, що в стані термодинамічної рівноваги верхні рівні майже не заселені, й основна маса частинок перебуває на нижньому рівні. По-друге, на відмінність від НВЧ-діапазону ймовірність безвипромінювального переходу з верхнього рівня на нижній дуже мала, а ймовірність спонтанних переходів – велика. Необхідно зазначити, що саме спонтанні переходи визначають час життя частинки у збудженому стані [31].

Таким чином, в оптичному діапазоні можна знехтувати деякими механізмами розпаду рівнів, що приблизно відповідає переходам, наведеним на рис. 3.5 а. Якщо в трирівневій схемі першого типу діє сигнал допоміжного випромінювання із частотою, що дорівнює частоті переходу між рівнями 1 і 3 ( $\nu_{13}$ ), то

зміна заселеності цих рівнів описується системою рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -(\rho_\nu B_{13})N_1 + (\omega_{21})N_2 + (\rho_\nu B_{31} + \omega_{31})N_3, \\ \frac{dN_2}{dt} &= -(\omega_{21})N_2 + (\omega_{32})N_3, \\ \frac{dN_3}{dt} &= (\rho_\nu B_{13})N_1 - (\rho_\nu B_{31} + \omega_{31} + \omega_{32})N_3, \end{aligned} \quad (3.6)$$

де  $\omega_{nm} = S_{nm} + A_{nm}$  – у даному випадку є швидкістю розпадання відповідних рівнів за рахунок безвипромінювальних та спонтанних переходів. Оскільки сума всіх трьох рівнів при будь-якому розподілі частинок за рівнями залишається сталою, то  $N = N_1 + N_2 + N_3$ .



**Рисунок 3.5** – Трирівнева схема першого типу (а) і залежності відносної заселеності рівнів від спектральної густини енергії накачування (б)

Розв'язуючи систему рівнянь (3.6) для стаціонарного режиму, тобто для випадку, коли  $dN_1/dt = dN_2/dt = dN_3/dt = 0$ , визначимо заселеності  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$ , а потім інверсійну заселеність між рівнями 2 і 1. При збільшенні густини накачування інверсійна заселеність зростає до деякої межі, що визначається

співвідношенням [17], [15], [19], [22], [31]:

$$\lim_{\rho\nu \rightarrow \infty} (N_2 - N_1) = \frac{S_{32} - A_{21}}{2A_{21} + S_{32}} N. \quad (3.7)$$

Таким чином, у трирівневій системі можна досягти інверсійну заселеність між рівнями 2 та 1 за умови, що  $\omega_{32} > \omega_{21}$  та густина випромінювання накачування перевищить порогове значення, при якому  $N_2 = N_1$  (рис. 3.5 б) [17]:

$$(\rho\nu)_{nop}^{inv} \approx \frac{(S_{32} + A_{31})A_{21}}{B_{13}(S_{32} - A_{21})}. \quad (3.8)$$

Фізичний зміст умови  $\omega_{32} > \omega_{21}$  полягає у тому, що час життя частинок на рівні 2 повинен бути найбільшим для того, щоб на ньому накопичувалися частинки, а час життя на рівні 3 — якомога меншим. Лише в цьому разі на частоті  $\nu_{21}$  при переході частинок з рівня 2 на рівень 1 між цими рівнями створюється інверсійна заселеність.

При виборі трирівневої квантової системи, в якій повинна створитися інверсія за першим типом, час життя на допоміжному верхньому рівні повинен бути значно меншим, ніж час життя на рівні, щодо якого створюється інверсійна заселеність. Так, у трирівневій системі (рис. 3.5) час життя на рівні 3 повинен бути порядку  $\tau_{32} \approx 10^{-7} - 10^{-8}$  с, а на рівні 2 —  $\tau_{21} \approx 10^{-3}$ . При цьому необхідно, щоб  $A_{21} \ll A_{32}$ .

Важливо, щоб верхній допоміжний рівень 3 був якомога ширший, тому що для накачування використовуються, як правило, газорозрядні лампи із широким спектром випромінювання.

Умова підсилення виконується тоді, коли різниця  $(N_2 - N_1) > 0$ , тобто коли  $W_{13} > A_{21}$ . Остання нерівність визначає мінімальну потужність сигналу накачування, який необхідний для створення інверсійної заселеності у

трирівневій системі. Для оцінки граничного значення потужності випромінювання накачування можуть бути використані співвідношення

$$\frac{P}{S} > \frac{h\nu_{13}}{\kappa_{13}} A_{21}, \quad \Leftrightarrow \quad \frac{P}{S} > \frac{h\nu_{13}}{\kappa_{13}\tau_{21}}, \quad (3.9)$$

де  $P$  – потужність накачування у смузі частот поглинання активної речовини;  $\kappa_{13}$  – ефективний перетин поглинання для переходу квантових частинок з рівня 1 на рівень 3 на частоті  $\nu_{13}$ ;  $S$  – площа поверхні робочої речовини, що піддається випромінюванню;  $\tau_{21}$  – час життя частинок на рівні 2.

Співвідношення (3.6), (3.7), отримані за умови майже незмінної ймовірності лазерних переходів з рівня 2 на рівень 1, тобто вона не залежить від інтенсивності накачування. Ця ситуація відповідає випадку, коли в активній речовині не досягаються умови генерації, і вона не знаходиться всередині резонатора.

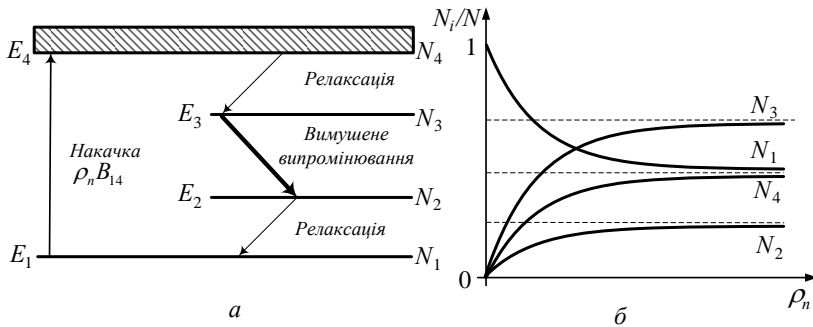
При перевищенні порогового значення густини випромінювання накачування починає розвиватися процес генерації. Поступово всілякі втрати компенсуються збільшенням інверсійної заселеності між лазерними рівнями та позитивним зворотним зв'язком, якщо активне середовище знаходиться в резонаторі. При виконанні другої умови початку генерації, що відповідає  $(\rho\nu)_{gen}$ , значення  $\Delta N = N_2 - N_1$  залишатиметься майже незмінним. Річ у тому, що збільшення заселеності верхнього лазерного рівня 2 буде супроводжуватися збільшенням вимушених переходів між верхнім та нижнім лазерними рівнями. Цей процес сприятиме вирівнюванню заселеностей рівнів та насиченню коефіцієнта підсилення. Таким чином, значення  $(\rho\nu)_{gen}$  та  $\Delta N = N_2 - N_1$  визначаються втратами лазера (рис. 3.5 б).

Таким чином, у трирівневій системі для одержання інверсії рівнів необхідно витратити значну енергію. Цього недоліку немає в чотирирівневих системах, оскільки нижній робочий рівень

майже не заселений, тому необхідно перевести лише незначну кількість частинок з основного на верхній робочий рівень.

У чотирирівневій схемі канали генерації та накачування повністю розділені, що дозволяє отримати інверсійну заселеність при мінімальних рівнях накачування.

Механізм створення інверсії між робочими лазерними рівнями  $E_3$  і  $E_2$  у чотирирівневій системі та переходи, що визначають сутність процесу, показані на рис. 3.6.



**Рисунок 3.6** – Чотирирівнева схема (а) і залежності відносної заселеності рівнів від інтенсивності накачування (б)

Аналіз кінетики заселення рівнів у чотирирівневій схемі може бути проведений за допомогою кінетичних рівнянь аналогічно тому, як це було зроблено для трирівневої схеми. Інверсійна заселеність між рівнями  $E_3$  і  $E_2$  досягається за умови

$$\omega_{21}\omega_{43} > [\omega_{42}(\omega_{31} + \omega_{32}) + \omega_{32}\omega_{43}] \frac{g_3}{g_2}, \quad (3.10)$$

де  $\omega_{mn}$  – імовірності переходів  $m \rightarrow n$ ;  $g_i$  – кратність виродження відповідних рівнів.

Із рис. 3.6 б бачимо, що у чотирирівневій схемі (при  $kT \ll E_2 - E_1$ ) навіть незначне накопичення частинок на третьому рівні призводить до створення інверсійної заселеності,

тобто гранична густина випромінювання накачування за інверсією  $(\rho_\nu)_{nop}^{inv}$  у чотирирівневій схемі практично дорівнює нулю. Оскільки тут не враховувалися втрати в активній речовині, реальне значення густини оптичного накачування в активних матеріалах, що реалізують цю схему, більше, але може бути дуже малим.

Так само, як і в трирівневій схемі, залежність заселеності рівнів у режимі генерації відрізнятиметься від зображеної на рис. 3.6 б. За рахунок інтенсивних вимушених переходів з випромінюванням у каналі генерації  $3 \leftrightarrow 2$  значення  $N_3$  буде зменшуватися, а  $N_2$  — зростати, приводячи до насичення коефіцієнта підсилення.

Необхідно зазначити деякі моменти, що належать як до трирівневих схем, так і до чотирирівневих [22].

1. Для виключення термічного виродження необхідно, щоб енергетичні відстані між рівнями  $E_4 - E_3$  і  $E_2 - E_1$  були більші за  $kT$ . Однак вони не повинні бути занадто великими, оскільки в протилежному випадку більша частина енергії накачування витрачатиметься даремно. Це призведе до зменшення ККД у межах  $\eta < \frac{E_3 - E_2}{E_4 - E_1}$  і розігрівання активної речовини, або до випадку коли надлишкова енергія при релаксаційних процесах виділятиметься у вигляді тепла.

2. При оптичному накачуванні, коли джерело накачування випромінює в широкій області спектра, необхідно, щоб верхній рівень  $E_4$  (або система рівнів) був достатньо широким. Це необхідно для більш повного використання енергії накачування.

3. Для виключення самопоглинання, що призводить до переходів  $E_1 \rightarrow E_2$  і  $E_3 \rightarrow E_2$ , бажано, щоб релаксаційні процеси відбувалися за рахунок неоптичних безвипромінювальних переходів.

4. Час життя на верхньому лазерному рівні  $E_3$  повинен визначатися випромінювальними процесами, а ймовірність безвипромінювальних переходів із цього рівня має бути мінімаль-

ною.

## **Питання для самостійного контролю**

1. Дайте визначення головним квантовим числам електрона та атома, їх дозволеним значенням та наведіть їх фізичний зміст.

2. Перелічіть та коротко опишіть основні методи створення інверсійної заселеності в газових активних середовищах.

3. Поясніть особливості створення інверсійної заселеності у напівпровідниках.

4. Запишіть вираз для інверсійної заселеності в напівпровідниках для прямих та непрямих міжзональних переходів.

5. Перелічіть та коротко опишіть основні методи створення інверсійної заселеності в напівпровідниках.

6. Перелічіть та коротко опишіть основні методи створення інверсійної заселеності у твердотільних активних середовищах.

7. Охарактеризуйте метод оптичного накачування, вкажіть на джерела, які для цього можуть використовуватися.

8. Опишіть методи та пристрої, що використовуються для підвищення ефективності оптичного накачування.

9. Охарактеризуйте особливості твердотільного активного середовища, вкажіть на функції матриці - носія та іонів - активаторів.

10. Перелічіть основні вимоги до речовини матриці - носія у твердотільних активних середовищах.

11. Перелічіть основні вимоги до активаторів у твердотільних активних середовищах.

12. Охарактеризуйте випадок слабкої взаємодії кристалічного поля і поля іонів - активаторів. Запишіть приклади відповідних активних середовищ.

13. Охарактеризуйте випадок середньої взаємодії кристалічного поля і поля іонів - активаторів. Запишіть приклади відповідних активних середовищ.

14. Охарактеризуйте випадок сильної взаємодії кристалічного поля і поля іонів - активаторів. Запишіть приклади відповідних активних середовищ.

15. Проаналізуйте можливість створення інверсійної заселеності в дворівневих схемах під час використання методу оптичного накачування.

16. Охарактеризуйте сутність методу кінетичних рівнянь, що використовуються для аналізу динаміки змін заселеностей робочих енергетичних рівнів замкненої квантової системи.

17. Запишіть системи кінетичних рівнянь для дворівневої, тривірневої та чотирирівневої схем при врахуванні можливих переходів між рівнями та використання методу оптичного накачування.

18. Перелічіть та поясніть суть основних вимог до властивостей тривірневих та чотирирівневих схем.

19. Поясніть механізм створення інверсійної заселеності та генерування фотонів у тривірневій схемі першого типу.

20. Поясніть механізм створення інверсійної заселеності та генерування фотонів у тривірневій схемі другого типу.

22. Поясніть механізм створення інверсійної заселеності та генерування фотонів у чотирирівневій схемі, поясніть її переваги порівняно з тривірневою схемою.



## ВЛАСТИВОСТІ ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Властивості лазерного випромінювання принципово відрізняються від властивостей оптичного випромінювання. Основними властивостями лазерного випромінювання є:

- монохроматичність;
- когерентність;
- напрямленість;
- високий ступінь поляризації;
- потужність і яскравість.

Потужність лазерного випромінювання в безперервному режимі може бути близько  $10^5 - 10^6$  Вт, в імпульсному — до  $10^{12} - 10^{13}$  Вт, при цьому вдається досягти інтенсивності близько  $10^{12} - 10^{16}$  Вт/см<sup>2</sup>. Ці потужності можуть бути сконцентровані в надзвичайно вузьких спектральних і часових інтервалах. Тривалість імпульсу випромінювання в лазерах, що працюють у режимі синхронізації мод, може становити  $10^{-12} - 10^{-13}$  с, а спеціальними методами зменшується до  $10^{-15}$  с (за цей час світло проходить усього  $3 \cdot 10^{-5}$  см), тобто лазери мають дуже високий ступінь концентрації енергії в часі [22], [19], [20].

### 4.1. Монохроматичність

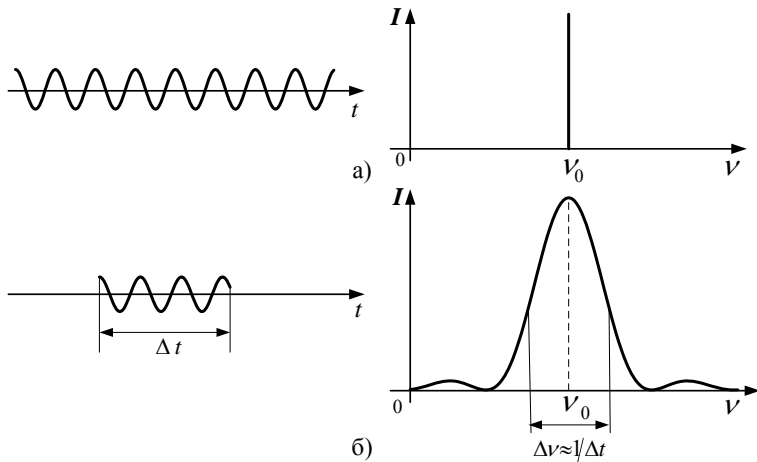
Монохроматичність характеризує ступінь концентрації ("розмитості") випромінювання за спектром, або здатність джерела (лазера) випромінювати у вузькому діапазоні частот (довжин хвиль). Реальне випромінювання, як правило, є сумою деякої кількості монохроматичних хвиль. Чим вужчий інтервал,

до якого належать частоти спостережуваного випромінювання, тим воно більш монохроматичне. Наприклад, спектр випромінювання, який відповідає деяким лініям вільних атомів розрідженого газу, дуже близький до монохроматичного. Проте принципово, хоча б із причини кінцевої ширини енергетичних рівнів та часу життя атома чи молекули у збудженому стані, ідеально монохроматичного випромінювання не існує.

Для кількісної характеристики ступеня монохроматичності користуються деякими параметрами, загальною рисою яких є залежність від добротності спектральної моди (лінії), що збуджується в резонаторі. Так, наприклад, відносна ширина спектральної моди є оберненою величиною добротності колювання і визначається як  $\Delta\omega/\omega_0$  ( $\Delta\lambda/\lambda_0$ ), де  $\Delta\omega$  ( $\Delta\lambda$ ) – ширина спектральної лінії на рівні 0,5 від її максимуму, або спектральний діапазон, який займає група ліній,  $\omega_0$  ( $\lambda_0$ ) відповідає максимуму спектра випромінювання.

Якщо розглядати випромінювання як набір хвильових цугів, що характеризуються тривалістю в часі  $\tau$ , то відношення  $\Delta\omega = \frac{2}{\tau}$  визначає ступінь розмитості частотного спектра, або ступінь монохроматичності випромінювання. В цьому випадку  $\tau$  відповідає часу когерентності. На рис. 4.1 показані відмінності ідеально монохроматичної хвилі, яка постійно генерується, та цугу хвилі, що відповідає кінцевому часу переходу електрона зі збудженого стану.

Також необхідно відмітити, що при генерації в імпульсному режимі спектр випромінювання буде розширеним до  $\Delta\nu_{gen} = \frac{2\pi}{\tau_t}$ , де  $\tau_t$  – тривалість імпульсу. Теоретично межа ширини спектральної лінії визначається двома факторами: 1) шумами за рахунок теплового випромінювання в резонаторі; 2) шумами за рахунок спонтанного випромінювання активної речовини. В оптичному діапазоні перші шуми є менш істотними порівняно зі спонтанними. Тому якщо враховувати тільки шуми спонтанних переходів і не звертати уваги на внутрішні втрати,



**Рисунок 4.1** – Формування спектральної лінії: а) гармонічне коливання без початку та кінця (ліворуч) та його спектр (праворуч), що представляє нескінченно тонку лінію; б) коливання тривалістю  $\Delta t$  або цуг (ліворуч), що характеризується спектром Фур'є (праворуч).  $I$  – інтенсивність,  $\nu$  – частота

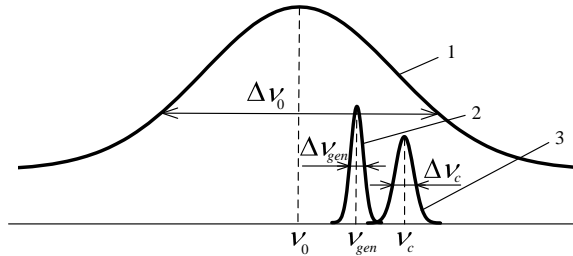
то з'ясується, що спектр вихідного випромінювання має лоренцевий контур, а його напівширина визначається формулою Шувалова - Таунса [17], [15], [19], [22], [31]:

$$\Delta\nu_{gen} = \frac{N_2}{N_2 - N_1} \frac{2\pi^2 h\nu_{gen} (\Delta\nu_c)^2}{P}, \quad (4.1)$$

де  $P$  – вихідна потужність лазерного випромінювання;  $\nu_{gen}$  – частота генерації вихідного випромінювання;  $\Delta\nu_{gen}$  – напівширина спектра вихідного випромінювання;  $\nu_c$ ,  $\Delta\nu_c$  – частота та напівширина моди резонатора відповідно;  $\Delta\nu_c = 1/2\pi\tau_c = \gamma c_0/2\pi L$  ( $\tau_c$  – час життя фотона у резонаторі;  $\gamma$  – коефіцієнт пропорційності пов'язаний з коефіцієнтом підсилення;  $L$  – довжина резонатора). Ширина спектральної лінії, що генерується

лазером в одномодовому режимі, буде істотно меншої величини. Для лазера, що працює в багатомодовому режимі, монохроматичність пов'язана з кількістю мод, що генеруються, і може становити декілька ГГц. Якщо всередині резонатора знаходиться активне середовище, яке компенсує втрати на частоті генерації, то для такої моди в режимі генерації  $Q \rightarrow \infty$  і  $\Delta\omega \rightarrow 0$ .

Для пояснення вищенаведеної формули, яка відповідає випадку стаціонарної безперервної генерації на одній моді в одночастотному режимі, необхідно розглянути ефект зміщення або зтягування частоти генерації [19], [31], що зображений на рис. 4.2.



**Рисунок 4.2** – Зтягування частоти та спектр вихідного випромінювання в одномодовому лазері (1 – лінія лазерного переходу; 2 – спектр вихідного випромінювання; 3 – мода резонатора)

Доведено, що  $\nu_{gen}$  набуває деякого проміжного значення між  $\nu_c$  та  $\nu_0$  (центральна частота лазерного переходу) і зміщується в напрямку останньої. Для однорідно розширеної лінії та для неоднорідно розширеної лінії приблизно  $\nu_{gen}$  визначається середнім зваженим двох частот [19]:

$$\nu_{gen} = \frac{\nu_0/\Delta\nu_0 + \nu_c/\Delta\nu_c}{1/\Delta\nu_0 + 1/\Delta\nu_c}. \quad (4.2)$$

За стабілізації частоти можна отримати спектральну чистоту лазерного випромінювання порядку  $10^{-12}$  –  $10^{-14}$  (ртутні газорозрядні лампи забезпечують спектральну чистоту на рівні  $10^{-6}$ ). Для досягнення такої спектральної чистоти основні вимоги вже будуть накладатися на стабільність довжини резонатора. Оскільки зміни довжини на величину, яка в тисячі разів менша за типовий розмір атома, досить для зсуву резонансної частоти і частоти генерації на величину порівняну з шириною лінії генерації. Тому для стабілізації частоти велику увагу приділяють протидії механічним, акустичним та тепловим коливанням дзеркал резонатора [20].

Серед завдань, що вирішуються засобами монохроматичного випромінювання, можна назвати [31]:

- дослідження властивостей атмосфери;
- визначення монохроматичних коефіцієнтів поглинання та розсіювання;
- спектральний аналіз за спектрами поглинання;
- аналіз структури та визначення концентрації поглинання речовини;
- аналіз спектрів поглинання для вивчення будови поглинальних центрів та природи процесу поглинання;
- вивчення процесів фотолюмінесценції, фото ефекту, вивчення спектральної залежності виходу цих процесів;
- вивчення фотохімічних явищ;
- вивчення густини плазми;
- керування хімічними реакціями;
- покращання перешкодозахищеності систем прийняття випромінювання.

Високий ступінь монохроматичності лазерного випромінювання визначає високу спектральну густину енергії – високий ступінь концентрації світлової енергії в дуже малому спектральному інтервалі. Висока монохроматичність полегшує фокусування лазерного випромінювання, оскільки при цьому хрома-

тична аберация лінзи стає неістотною. Монохроматичність тісно пов'язана з когерентністю лазерного випромінювання.

## 4.2. Когерентність

Когерентність випромінювання лазера є однією з його основних властивостей. В оптиці поняття когерентності вводять для характеристики узгодженості світлових коливань у різних точках простору і в різні моменти часу, які проявляються при накладанні коливань. Електромагнітна хвиля називається когерентною, якщо її амплітуда, частота, фаза, напрям поширення і поляризація сталі або змінюються з деяким законом (упорядковано). Для деяких хвиль або джерел випромінювання ці умови частково або повністю відрізняються, тому говорять про повну і часткову когерентність або її відсутність. Найвищу (повну) когерентність має ідеально монохроматична лінійно поляризована хвиля, яка є абстракцією і в природі не існує.

Найбільш близькі характеристики до такої хвилі має лазерне випромінювання. Тому говорять, що воно є когерентним у порівнянні з "класичними" (нелазерними) джерелами світла. Випромінювання "звичайних", нелазерних джерел визначається процесами спонтанного (мимовільного й неузгодженого) випромінювання, тому таке випромінювання є некогерентним. Точніше, випромінювання "класичних" джерел має дуже невеликий ступінь когерентності: із суцільного спектра, що випромінює лампа розжарювання, можна виділити вузьку спектральну лінію, а за допомогою діафрагми — малу частину, що випромінюється малим об'ємом джерела. За певних умов можна спостерігати інтерференційні ефекти, задля чого воно повинне бути принаймні частково когерентним. З когерентністю випромінювання пов'язана "плямиста" ("зерниста") картина лазерного світла. Її легко спостерігати візуально під час розгляду лазерного випромінювання, розсіяного від екрана.

Математично ступінь когерентності описується за допомогою кореляційних функцій, а експериментально визначається за спостереженням інтерференційної картини.

Уведемо відносно лазерного пучка нормовану кореляційну функцію [19], [47], [11]:

$$\gamma(r_2, r_1, t_2, t_1) = \frac{B(r_2, r_1, t_2, t_1)}{\sqrt{I(r_1, t_1)I(r_2, t_2)}}, \quad (4.3)$$

де  $I(r_i, t_i)$  – значення інтенсивності пучка у вказаних просторових точках і у вказані моменти часу;  $B(r_2, r_1, t_2, t_1) = \langle E(r_1, t_1)E(r_2, t_2) \rangle$  – кореляційна функція;  $E$  – вектор напруженості електричного поля.

Тоді у випадку стаціонарності поле світлового пучка можна записати як

$$\gamma(r_2, r_1, \tau = t_2 - t_1) = \frac{B(r_2, r_1, \tau)}{\sqrt{I(r_1, t_1)I(r_2, t_2)}}. \quad (4.4)$$

Визначена таким чином величина  $\gamma$  має назву комплексного ступеня когерентності з причини комплексності кореляційної функції. Абсолютну величину  $\gamma$  називають модулем ступеня когерентності, або просто ступенем когерентності, яка завжди має задовольняти нерівності

$$0 \leq |\gamma(r_2, r_1, \tau)| \leq 1. \quad (4.5)$$

Також абсолютну величину можна визначити за формулою [11]:

$$|\gamma_{12}| = \left| \frac{2J_1(x)}{x} \right|, \quad (4.6)$$

де  $J_1$  – функція Бесселя першого типу і першого порядку за змінною  $x$ , що визначається за формулою

$$x = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\rho}{R}(r_1 r_2), \quad (4.7)$$

де  $\alpha = \rho/R$  – радіус джерела світла в кутовому вимірюванні.

Для електромагнітної хвилі можна визначити два незалежних поняття – просторову й часову когерентність. Під просторовою когерентністю розуміють кореляцію фаз електромагнітних хвиль, випромінюваних із двох різних точок джерела в однакові моменти часу. Під часовою когерентністю розуміють кореляцію фаз електромагнітних хвиль, випромінюваних із однієї і тієї самої точки джерела в різні моменти часу. Часова когерентність тісно пов'язана з монохроматичністю випромінювання: чим вища монохроматичність, тим вищий ступінь часової когерентності. З поняттям просторової когерентності пов'язана спрямованість випромінювання: чим більший спрямований пучок, тим більша просторова когерентність. Якщо звернутися до формули (4.4), то можна побачити, що величина  $|\gamma|$  для  $\tau = 0$  дає значення ступеня просторової когерентності, а при  $r_2 = r_1$  – значення ступеня часової когерентності. Значення  $\rho = \rho_k$  і  $\tau = \tau_k$ , при яких ступені просторової та часової когерентності зменшуються у два (або в  $e$ ) рази, називають відповідно розміром зони когерентності, або часом когерентності. Ступінь взаємної когерентності можна експериментально визначити за контрастом інтерференційної картини:

$$\chi = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (4.8)$$

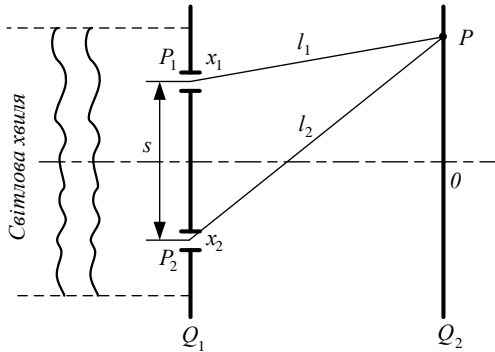
де  $I_{min}$  і  $I_{max}$  – інтенсивності у мінімумі та максимумі інтерференційних смуг. Якщо визначити інтенсивність  $I_{min}$  і  $I_{max}$  поблизу обраної точки екрана, можна знайти ступінь когерентності першого порядку:

$$\gamma^1 = \frac{\chi I_1 + I_2}{2 \sqrt{I_1 I_2}}. \quad (4.9)$$

За умови  $|\gamma^1| = 1$  хвилі повністю когерентні, якщо  $|\gamma^1| = 0$ , то хвилі некогерентні. Всі інші дозвалені значення  $|\gamma^1|$  відповідають частковій когерентності. На практиці вважають хвилі з



високим ступенем когерентності для  $|\gamma^1| = 0,88$ . Для спостереження тільки просторової когерентності в точках  $x_1$  та  $x_2$  необхідно задати  $\tau = 0$  ( $l_1 = l_2$ ), тобто визначати  $|\gamma^1|$  поблизу точки 0. Ступінь когерентності та її часові й просторові характеристики вимірюють за допомогою інтерферометрів: ступінь просторової когерентності — інтерферометром Юнга та його похідними схемами; ступінь часової когерентності — інтерферометром Майкельсона та його модифікаціями. Інтерферометр Юнга — це непрозорий екран, у якому на деякій відстані  $s$  одне від одного прорізані два малих отвори  $P_1$  і  $P_2$  (рис. 4.3).



**Рисунок 4.3** — Вимірювання ступеня когерентності електромагнітної хвилі за допомогою інтерферометра Юнга

Нехай на екран перпендикулярно падає будь-яка лінійно поляризована хвиля, поле якої  $E(r, t)$  будемо вважати стаціонарним й однорідним. Хвильові пучки, що виходять із отворів  $P_1$  и  $P_2$ , інтерферують на екрані  $Q_2$ , розміщеному на відстані від екрана  $Q_1$ . Насправді області повної когерентності не існує, якщо джерело випромінювання відрізняється за структурою від точкового джерела. Реальні джерела випромінювання є розподіленими у просторі й складаються з великої кількості елементарних випромінювачів: атомів та молекул. Ця розподіленість є

причиною неузгодженості актів емісії у вигляді флуктуацій амплітуди та фази біля деяких середніх величин. Однак у проміжок короткого часу, який можна порівняти з тривалістю коливань, амплітуда та фазова складова є сталими. Якщо різниця шляху від джерела світла до точок-отворів  $P_1$  та  $P_2$  буде малою порівняно з  $\lambda_0$ , то амплітуди з фазами в цих точках у будь-який момент будуть однакові. Кореляція між ними буде до того часу, коли відстань між  $P_1$  та  $P_2$  не перевищуватиме довжини когерентності. Область, до якої входять ці точки, і має назву області когерентності. Якщо відійти від умов повної когерентності ( $0,88 \leq |\gamma_{12}| \leq 1$ ), можна знайти кінцеву область когерентності, що визначається діаметром [11], [22]:

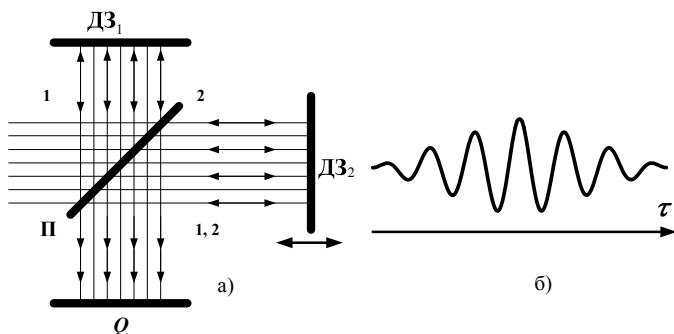
$$d = P_1 P_2 = \frac{\lambda_0 R}{2\pi\rho} = \frac{0,159\lambda_0 R}{\rho} = \frac{0,159\lambda_0}{\alpha}. \quad (4.10)$$

У лабораторних умовах можна отримати область когерентності діаметром порядку часток міліметра. Тільки світло далеких зірок має діаметр області когерентності, який визначається метрами.

Наприклад, отвір діафрагми діаметром 1 мм, що освітлюється натрієвим світлом ( $\lambda_0 = 589$  мкм), то на відстані 2 м від отвору область когерентності має діаметр  $d \approx 0,4$  мм.

Наведемо ще один приклад. Кутовий діаметр Сонця, виміряний із Землі, досягає  $0^\circ 32' 2'' = 0,0093$  *рада*. Для приймаючої середньої довжини хвилі  $\lambda_0 = 5,5 \cdot 10^{-4}$  мм діаметр області когерентності становить  $d \approx 0,02$  (мм).

Розглянемо схему інтерферометра Майкельсона (рис. 4.4), у якому хвиля падає на похилу напівпрозору пластинку **П**, що формує два пучки. Ці пучки відбиваються від дзеркал **ДЗ**<sub>1</sub> і **ДЗ**<sub>2</sub>. Потім один із них проходить через пластинку **П**, а другий відбиваючись від неї, потрапляють разом на екран **Q**, де й інтерферують. У площині екрана розташований детектор, що вимірює інтенсивність.

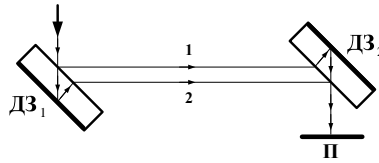


**Рисунок 4.4** – Схема інтерферометра Майкельсона (а) і зміна інтерференційного сигналу на екрані  $Q$  (б)

Якщо різниця оптичних шляхів мала, то інтерференційні смуги монохроматичного світла є контрастними. Зі збільшенням різниці ходу контрастність зменшується доти, поки зовсім не зникне. Це відбувається з причини скінченності хвилі або цугу, який переривається довільним чином.

Протягом часу спостереження велика кількість цугів накладається один на інший. Для великої різниці ходу променів втрачається кореляція між фазами хвиль, й інтерференційні смуги зникають. Часову тривалість хвильового цугу, або час, протягом якого коливання залишаються гармонійними, а тому можуть бути когерентними, називають *часом когерентності*, а довжину  $\Delta l = c\Delta t$  – *довжиною когерентності*. У газових лазерах час та довжина когерентності можуть досягати відповідно  $10^{-3} - 10^{-6}$  с та  $10^4 - 10^7$  см.

На рис. 4.5 наведена спрощена схема інтерферометра Жамена. Він складається з двох однакових плоскопаралельних товстих скляних пластин, що мають срібні поверхні  $\mathbf{З}_1$  і  $\mathbf{З}_2$ . Пучок світла, що падає на першу пластинку, розділяється на два пучки, які потім відбиваються від іншої пластини й знову з'єднуються. Якщо ці пучки проходять через різні середовища, то



**Рисунок 4.5** – Спрощена схема інтерферометра Жамена

виникає різниця оптичних шляхів. У площині **П** спостерігається система взаємно паралельних інтерференційних смуг.

Часова когерентність використовується:

- для передачі інформації на оптичних частотах;
- дефектоскопії;
- вимірювання відстаней, лінійних та кутових швидкостей, малих зсувів;
- для оптичного гетеродинного приймання когерентних оптичних сигналів.

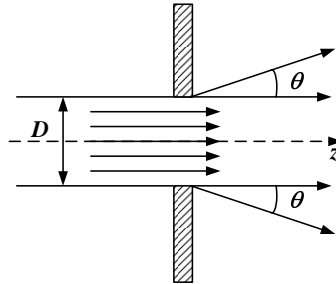
Просторова когерентність є основою для створення лазерних пучків високої спрямованості з можливістю його фокусування в пучок дуже малого діаметра.

### 4.3. Спрямованість лазерного випромінювання

Будь-який світловий пучок обмежується в перетині контуром, форма та апертура якого визначаються розміром діафрагми, що використовується в цьому пристрої. На краях діафрагми відбувається дифракція, внаслідок чого на віддаленому екрані виникає світлова пляма, розміром більшим за апертуру вихідного отвору, яка оточена дифракційними кільцями. Це означає, що будь-який світловий пучок, навіть паралельний, буде розходитися у просторі. Спрямованість визначає розходження світлового пучка в просторі, що характеризується плоским або тілесним кутом, у якому поширюється велика частина

випромінювання. Розходження пучка є мірою його відхилення від паралельності. Лазерне випромінювання за своєю природою має високий ступінь спрямованості.

Розглянемо проходження ідеального пучка з плоским хвильовим фронтом через непрозорий екран з отвором діаметром  $D$  (рис. 4.6).



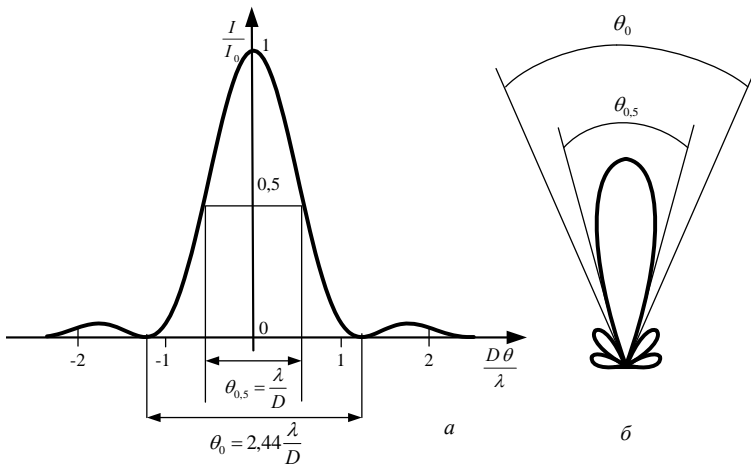
**Рисунок 4.6** – Визначення кута дифракційного розходження

Узагалі теорія дифракції вказує на існування трьох просторових областей зі своїми відмінностями, які потрібно враховувати при вимірюванні параметрів випромінювання: ближня зона, зона Френеля та дальня зона. У ближній зоні, що відповідає умові  $0 < z < \frac{D}{2} \left(\frac{D}{\lambda}\right)^{1/3}$ , дифракція майже не впливає на розподіл поля, тому кут розходження  $\theta = 0$ . У зоні Френеля  $\frac{D}{2} \left(\frac{D}{\lambda}\right)^{1/3} < z < \frac{2D^2}{\lambda}$  вплив дифракції на розподіл поля підсилюється і  $\theta$  збільшується. У дальній зоні  $\frac{2D^2}{\lambda} < z < \infty$  стаціонарний розподіл поля завершується  $\theta = const$ . Ці властивості і визначають область, у якій потрібно вимірювати кут розходження випромінювання. Необхідно відмітити, що на спрямованість будуть впливати тип резонатора, який формує структуру поля, та модовий склад випромінювання. Для пучка, який був сформований плоским резонатором (плоский фронт хвилі), розподіл інтенсивності можна знайти за формулою Ейрі (центральна

пляма світла на екрані отримала назву диска Ейрі) [19], [31]:

$$I = I_0 \left[ \frac{2J_1(x)(\pi D\theta/\lambda)}{\pi D\theta/\lambda} \right], \quad (4.11)$$

де  $I_0$  – інтенсивність у центрі світлової плями;  $J_1(x)$  – функція Бесселя першого роду першого порядку. Згідно із цією формулою можна знайти діаграму спрямованості випромінювання, що подана на рис. 4.7.



**Рисунок 4.7** – Діаграма спрямованості випромінювання круглої площини у системі координат: а – декартовій; б – полярній

Перший нуль функції Бесселя відповідає  $\frac{D\theta}{\lambda} = 1,22$ , або кут  $\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$  рад, що визначає простір, у якому сконцентровано 84% усієї потужності випромінювання. Якщо розглядати сферичний фронт хвилі, який відповідає гаусівському пучку, що формується стійким резонатором із сферичною поверхнею дзеркал, то розподіл інтенсивності випромінювання визначає-

ться рівнянням [19], [31]:

$$I(\omega) = I_0 \exp\left(-\frac{2\omega^2}{\omega_G^2}\right), \quad (4.12)$$

де  $\omega_G$  – умовний радіус вихідного гаусівського пучка, апертура якого визначається падінням інтенсивності в  $e^2$  разів. Тоді кут дифракційного розходження цього пучка визначається формулою [19], [31]:

$$\theta \simeq 1,27 \frac{\lambda}{2\omega_0}, \quad (4.13)$$

де  $2\omega_0$  – найменший розмір гаусівського пучка в резонаторі (перетяжка або горловина). На великих відстанях від горловини пучка (дальня зона) кут дифракційного розходження приблизно може бути знайдений як [19], [31]:

$$\theta_d = \frac{\omega}{z} = \frac{\lambda}{\pi\omega_0}. \quad (4.14)$$

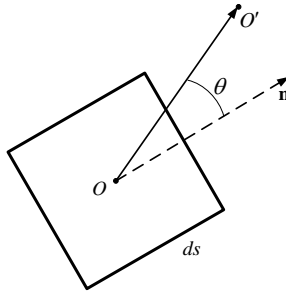
Порівнюючи вирази для кутів розходження двох пучків, можна зробити висновок, що гаусове розподілення поля дає майже вдвічі менше розходження пучка, ніж однорідне. Причиною цього є більш швидке спадання інтенсивності поля на краях пучка і, відповідно, менші дифракційні ефекти. В реальних умовах на кут розходження пучка впливають оптично неоднорідне середовище, недосконалість оптичних елементів, механічні вібрації тощо. При високому ступені просторової когерентності кут розходження лазерного променя  $\theta$  може бути близьким до межі, визначеної дифракцією. Типові значення  $\theta$  становлять:

- для газових лазерів –  $(0,5 - 5) \cdot 10^{-3}$  рад;
- у твердотільних –  $(2 - 20) \cdot 10^{-3}$  рад;
- у напівпровідникових –  $(5 - 50) \cdot 10^{-2}$  рад.

Вузько спрямоване випромінювання може використовуватися для передачі енергії та інформації на великі відстані, для оптичної локації віддалених об'єктів, у системах наведення за променем і т. д. Спрямованість лазерного випромінювання пов'язана з іншою характеристикою — яскравістю.

#### 4.4. Яскравість

Розглянемо елемент поверхні  $ds$  джерела в точці  $O$  (рис. 4.8). Яскравість будь-якого джерела електромагнітних



**Рисунок 4.8** — Поверхнева яскравість джерела електромагнітного випромінювання у точці  $O$

хвиль характеризує потужність випромінювання з одиниці поверхні в одиничному тілесному куті у напрямку, перпендикулярному до поверхні випромінювання: [19].

$$dP = B \cos \theta ds \theta d\Omega. \quad (4.15)$$

Ця величина має розмірність ( $\text{Вт}/(\text{м}^2\text{ср})$ ) і називається *енергетичною яскравістю*, або *випромінювальною здатністю*.

Енергетична яскравість є об'єктивною фізичною характеристикою електромагнітного випромінювання. Крім енергети-



чної яскравості, вводиться поняття *фотометричної яскравості*, або просто *яскравості*. Разом із яскравістю для опису енергетичних характеристик лазерного випромінювання часто використовують такі поняття, як *потужність випромінювання* (безперервна й імпульсна) та *енергія випромінювання*. Остання характеризує енергію, що переноситься світловим потоком, і застосовується зазвичай до імпульсних лазерів. Вона визначає енергію електромагнітного поля в одному лазерному імпульсі.

Однак енергетична яскравість лазерного випромінювання часто є більш важливою характеристикою, ніж потужність, енергія або інтенсивність випромінювання. Це пов'язано з тим, що в багатьох практичних випадках інтерес становить інтенсивність, яку можна отримати при фокусуванні лазерного випромінювання лінзою. Ця величина пропорційна яскравості пучка. Істотним є те, що хоча інтенсивність пучка можна збільшити (наприклад, за рахунок фокусування), його яскравість при цьому залишається незмінною.

Завдяки високій спрямованості лазерні джерела світла мають дуже високу яскравість, через що на мішені можна отримати дуже велику інтенсивність світла. Яскравість малопотужного лазера на декілька порядків перевищує яскравість звичайних джерел світла. Так, гелій-неоновий лазер із потужністю всього 10 мВт і розбіжністю випромінювання  $3 \cdot 10^{-4}$  рад при площі пучка  $0,1 \text{ см}^2$  має яскравість  $10^6 \text{ Вт}/(\text{см}^2\text{ср})$ , що у багато разів перевершує яскравість Сонця ( $130 \text{ Вт}/(\text{см}^2\text{ср})$ ). Звідси і відомий вираз, що лазер є яскравішим за тисячу сонць [19], [11].

Перелічені вище властивості роблять лазери унікальними джерелами світла і визначають можливість їх численних застосувань. Фотометрична яскравість, наприклад, служить для оцінки ефективності дії світла на око людини. Ця ефективність дії визначається багатьма чинниками і може бути різною у різних людей, залежати від рівня освітленості (денний/нічний

зір), психологічного стану і т.д. Проте найбільш сильною є її залежність від довжини хвилі. Таким чином, перехід від енергетичних величин до фотометричних здійснюється через коефіцієнт  $K_\lambda$ , залежний від довжини хвилі. Цей коефіцієнт є світловим (фотометричним) еквівалентом потоку випромінювання (енергетичного) і називається *спектральною світловою ефективністю монохроматичного випромінювання*, або видимістю. Для цієї довжини хвилі фотометрична яскравість  $B_v$  пов'язана з енергетичною яскравістю  $B_E$  співвідношенням

$$B_{v\lambda} = K_\lambda B_{E\lambda}. \quad (4.16)$$

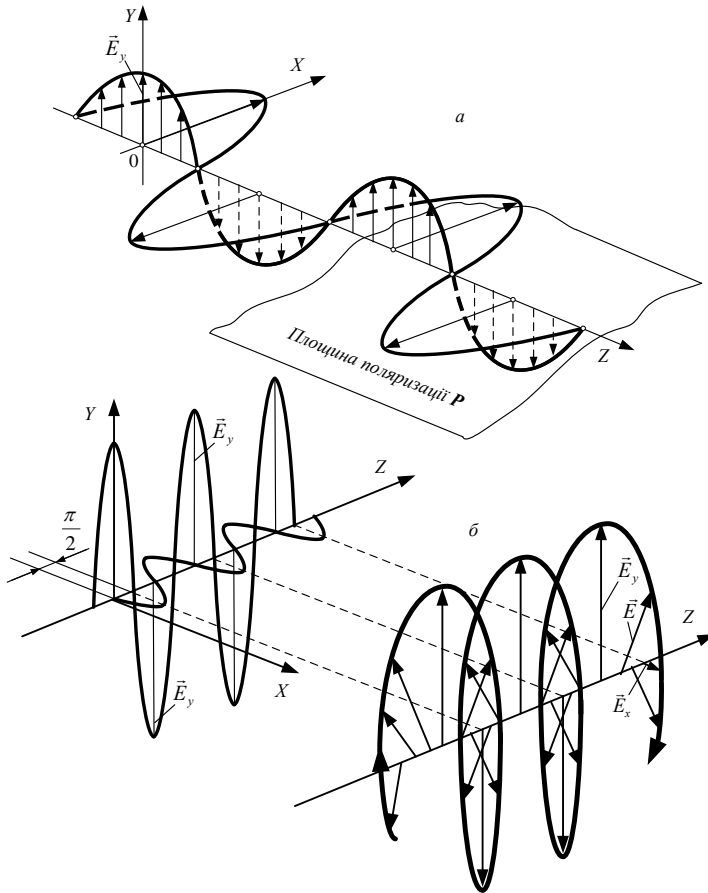
#### 4.5. Поляризація

Поляризованим називають світло, яке можна зобразити електричним вектором, модуль і напрямок якого в точці простору змінюються в часі закономірно. За напрямок поляризації, як правило, беруть напрям вектора електричного поля (див. рис. 4.9).

Площину, що проходить через напрям випромінювання та ортогональну до площини коливання векторів, називають *площиною поляризації*. Залежно від траєкторії, яку описує результуючий вектор, розрізняють лінійну, сферичну та еліптичну поляризації. Напрямок обертання визначає ліву або праву поляризацію.

Якщо світло не поляризоване, то вектор миттєвого електричного поля у будь-якій фіксованій точці простору хаотично визначає орієнтацію у площині, що є перпендикулярною напрямку до поширення хвилі.

Строго кажучи, лазерне випромінювання, без використання спеціальних засобів, звичайно не є поляризованим, що іноді призводить до нестабільності генерації лазера. Як такі засоби використовуються, наприклад, прозорі пластини, розміщені до



**Рисунок 4.9** – Схема напрямку поширення поляризованих хвиль випромінювання, коливань векторів  $\vec{E}_x$ ,  $\vec{E}_y$  та площини поляризації  $P$  (а) і сума двох поляризованих хвиль з неоднаковими амплітудами та різницею фаз  $\pi/2$  (б)

оптичної осі під кутом Брюстера, що дозволяє отримати майже повністю поляризоване випромінювання. Також на ступінь та вид поляризації впливає орієнтація оптичної осі кристала від-

носно оптичної осі лазера [17].

Для деяких лазерів поляризація не є принциповою, але ступінь поляризації може істотно впливати на ефективність технологічних процесів, де відбиття відіграє важливу роль (розрізання товстих металевих матеріалів). Крім цього, поляризоване випромінювання використовується для вивчення фотопружності, мікроскопії, контролю технічних та фізичних величин [31].

#### 4.6. Потужність. ККД

Потужність оптичного випромінювання – це енергія, що переноситься випромінюванням за одиницю часу. Якщо енергія випромінюється імпульсом, то користуються поняттям імпульсної  $P_i$  й усередненої  $P_{sr}$  потужності

$$P_i = \frac{W_i}{\Delta t}, \quad P_{sr} = \frac{P_i \Delta t}{T}, \quad (4.17)$$

де  $W_i$  – енергія імпульсу;  $\Delta t$  – тривалість імпульсу;  $T$  – період повторення імпульсів.

Потужність, віднесена до одиничного спектрального інтервалу випромінювання, має назву *спектральної інтенсивності*, або спектральної густини потужності. Потужність випромінювання лазера визначається швидкістю втрат накопиченої енергії, яка, у свою чергу, визначається проходженням випромінювання через дзеркала резонатора. Якщо враховувати втрати у дзеркалах, то енергія, накопичена в одиниці об'єму, визначається співвідношенням [22]

$$W = W_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right), \quad (4.18)$$

де  $W_0$  – енергія в момент часу  $t = 0$ ;  $\tau_m$  – час релаксації електромагнітної хвилі внаслідок проходження через дзеркала.

Стала часу  $\tau_m$  визначається інтервалом часу, за який електромагнітна хвиля проходить подвоєну відстань довжини резонатора, й енергія якої зменшується в  $r_1 r_2$  рази, де  $r_1$  та  $r_2$  – коефіцієнти відбиття від дзеркала. Враховуючи (4.18), маємо [12]

$$r_1 \cdot r_2 = \exp\left(-\frac{2nL}{\tau_m c}\right), \quad (4.19)$$

де  $c/n$  – відношення швидкості світла, що рухається в середовищі, до показника заломлення  $n$ ;  $L$  – відстань між дзеркалами. Вихідна потужність  $P_i$ , віднесена до одиничного об'єму активного середовища, дорівнює  $W$ . Тому, враховуючи (4.18) та (4.19), маємо

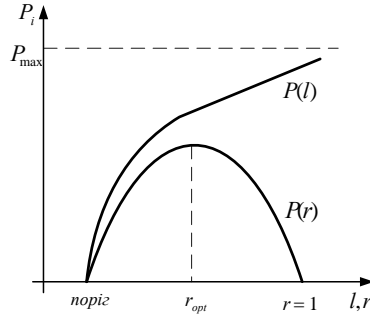
$$P_i = \frac{W}{\tau_m}. \quad (4.20)$$

Для лазера, який працює за трирівневою схемою в безперервному режимі, потужність, що випромінюється через напівпрозоре дзеркало для  $r_1 = 1$ , дорівнює

$$P_i = \frac{h\nu_{21} N_0 V \ln\left(\frac{1}{r_2}\right)}{2\tau_{21} (2\beta l - \ln r_2)} \left[ k - 1 - (k + 1) \frac{2\beta l - \ln r_2}{2\sigma_{21} N_0 l} \right], \quad (4.21)$$

де  $V$  – об'єм робочої речовини лазера;  $k$  – коефіцієнт рівня накачування ( $k = 5 - 10$  для твердотільних лазерів, що працюють у безперервному режимі;  $k = 100 - 1000$  в імпульсному;  $k = 10$  для газових лазерів);  $N_0$  – загальна кількість активних атомів;  $\beta$  – коефіцієнт послаблення за рахунок дисипативних втрат;  $l$  – ефективна довжина активної речовини;  $\nu_{21}$  – частота лазерного переходу;  $\tau_{21}$  – час релаксації між рівнями лазерного переходу;  $\sigma_{21}$  – перетин поглинання переходу.

Необхідно відмітити, що коректний вибір довжини активного елемента багато в чому визначає ефективність генератора в цілому. Так, наприклад, на рис. 4.10 наведено залежності потужності випромінювання лазера від довжини активного елемента та коефіцієнта відбиття вихідного дзеркала.



**Рисунок 4.10** – Залежності потужності випромінювання лазера від довжини активного елемента  $l$  та коефіцієнта відбиття вихідного дзеркала  $r$

Мінімальна довжина, що відповідає існуванню генерації, визначається таким чином [10]:

$$l_{min} = \frac{\ln(r_1 r_2)}{2(\beta - \sigma_{21} N_0)}. \quad (4.22)$$

*Коефіцієнт корисної дії* (ККД) лазера  $\eta$  є важливим енергетичним показником, який визначається відношенням потужності або енергії випромінювання до електричної потужності або енергії джерела накачування, і згідно з [30]:

$$\eta = \eta_{kv} \eta_r \eta_z \eta_{sz}, \quad (4.23)$$

де  $\eta_{kv}$  – квантовий ККД;  $\eta_r$  – ККД резонатора;  $\eta_z$  – ККД збудження;  $\eta_{sz}$  – ККД системи забезпечення.

Квантовий ККД  $\eta_{kv}$  визначається відношенням енергії кванта  $h\nu_0$ , який генерується, до енергії збудження більш високого рівня  $E_v$ , що задіяний у створенні інверсійної заселеності. Діапазон зміни цієї величини від  $10^{-3}$  до 0,9.

ККД резонатора  $\eta_r$  визначає частку всіх збуджених на верхньому лазерному рівні частинок, які переходять на нижчий рі-

вень із випромінюванням когерентного кванта. Зазвичай  $\eta_r = 0,3 - 0,7$ .

ККД системи збудження активного середовища характеризує ефективність трансформації енергії накачування в енергію збудження верхнього лазерного рівня активного середовища ( $\eta_z = 0,1 - 0,7$ ).

ККД систем забезпечення  $\eta_{sz}$  враховує необхідні для роботи лазера енергетичні затрати, безпосередньо не пов'язані зі збудженням і генерацією. Це ККД джерел живлення, систем охолодження та інших допоміжних систем ( $\eta_{sz} = 0,5 - 0,9$ ).

### Питання для самостійного контролю

1. Перелічіть основні властивості лазерного випромінювання, які відрізняють його від класичних джерел випромінювання.
2. Поясніть суть монохроматичності випромінювання.
3. Наведіть кількісні характеристики, якими визначають ступінь монохроматичності випромінювання.
4. Якими фізичними явищами визначається межа ширини спектральної лінії?
5. Як впливатимуть багатомодовий та одномодовий режими на монохроматичність лазерного випромінювання?
6. Поясніть ефект затягування частоти в одномодовому лазері.
7. Які завдання науки та техніки вирішуються за допомогою монохроматичного випромінювання?
8. З якими іншими властивостями випромінювання пов'язана монохроматичність?
9. Дайте визначення когерентності світлових коливань у часі та просторі.
10. Наведіть та розшифруйте нормовану кореляційну функцію.

11. Дайте визначення ступеня когерентності. Які умови вона має задовольняти?

12. Дайте визначення просторової когерентності випромінювання.

13. Дайте визначення часової когерентності випромінювання.

14. З якими іншими характеристиками випромінювання пов'язана часова та просторова когерентність?

15. Чим визначаються розмір зони когерентності та час когерентності?

16. Наведіть та поясніть формулу, за якою експериментально можна визначити ступінь взаємної когерентності та ступінь когерентності першого порядку.

17. Яким критеріям відповідають повністю когерентні, частково когерентні, високого ступеня когерентності та некогерентні коливальні процеси?

18. Наведіть та поясніть схеми, за якими визначають просторову та часову когерентність.

19. Наведіть вирази для діаметра кінцевої зони когерентності та часу когерентності.

20. Які завдання науки та техніки вирішуються за допомогою когерентного випромінювання?

21. Дайте визначення спрямованості лазерного випромінювання.

22. Вкажіть та охарактеризуйте три просторові області згідно з теорією дифракції.

23. Наведіть формулу Ейрі, яка використовується для визначення діаграми спрямованості випромінювання. Що таке диск Ейрі?

24. Наведіть та поясніть формулу для визначення кута розходження випромінювання з плоским фронтом хвиль.

25. Наведіть формулу для розподілу інтенсивності гаусівських пучків.



26. Наведіть та поясніть формули для визначення кута розходження випромінювання зі сферичним фронтом хвиль у зоні Френеля та в дальній зоні.

27. Які фактори впливають на кут розходження лазерного випромінювання?

28. Які завдання науки та техніки вирішуються за допомогою спрямованого випромінювання?

29. Дайте визначення яскравості, енергетичної яскравості, фотометричної яскравості випромінювання.

30. Дайте визначення поляризації випромінювання, площини поляризації.

31. Які типи поляризації і за якими критеріями їх розрізняють?

32. Які засоби застосовують для підвищення ступеня поляризованості лазерного випромінювання?

33. Які завдання науки та техніки вирішуються за допомогою поляризованого випромінювання?

34. Дайте визначення потужності та спектральної густини потужності лазерного випромінювання.

35. Наведіть та поясніть залежності потужності випромінювання від довжини активного елемента та коефіцієнта відбиття вихідного дзеркала.

36. Наведіть вираз та розшифруйте основні чинники, які визначають коефіцієнт корисної дії лазера.

## РЕЗОНАТОРИ КВАНТОВИХ ПРИЛАДІВ

Резонатор є одним із важливих елементів будь-якого квантового приладу — мазера або лазера. Він здатен накопичувати коливальну енергію електромагнітного поля. Основне призначення резонатора — створення збудженої квантової системи з електромагнітним полем, тобто таких умов, при яких індуковане випромінювання, що виникає у квантовій системі під дією поля резонатора внаслідок відбиття його від дзеркал, багаторазово проходить через систему. Резонатор забезпечує позитивний зворотний зв'язок частини індукованого випромінювання, яке поширюється між поверхнями дзеркал, у робочу речовину. Крім того, резонатор значною мірою визначає спектральний склад, когерентність, напрям і потужність випромінювання. Основні типи резонаторів, які використовуються у приладах квантової електроніки, а також їх властивості відображено в літературних джерелах [11]– [22], [26]– [57].

### 5.1. Резонатори квантових приладів НВЧ

Відомо, що в електроніці довгохвильового та НВЧ-діапазонів визначальною характеристикою є частота. Значення частоти задається резонансним контуром. Для довгих хвиль використовуються квазістаціонарні ланцюги змінного струму. Розміри відповідних резонансних контурів набагато менші, ніж довжина хвилі, що істотно зменшує втрати на випромінювання. При переході до НВЧ-діапазону втрати на випромінювання зростають й електричні кола наближаються до хвилевідних. Для передачі НВЧ-енергії використовуються коаксіальні, поліметалеві, смугові, діелектричні та інші хвилеводи. Замкнені на себе та просторово організовані, відповідно до електродинаміки НВЧ, і є *резонаторами НВЧ*.

Найбільш поширеними у квантових приладах НВЧ є металеві об'ємні та відкриті резонатори, які мають високі значення добротності при високих коефіцієнтах відбиття від металевих стінок. Саме вони визначають частоту генерації автоколивальних систем.

Відповідно до рівнянь Максвелла напруженості електричного  $\vec{E}$  й магнітного  $\vec{H}$  полів в резонансних системах повинні задовольняти хвильове рівняння, яке для гармонічних процесів зводиться до рівнянь Гельмгольца:

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} &= 0, \\ \nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} &= 0.\end{aligned}\tag{5.1}$$

Для визначення полів необхідно додати й граничні умови для них

$$[\vec{E}\vec{n}] = 0, [\vec{H}\vec{n}] = 0,\tag{5.2}$$

де  $\vec{n}$  – нормаль до поверхні дзеркал резонансної системи.

Розв'язок рівнянь (5.1) для обраної поляризації поля дозволяє, з відповідними граничними умовами, отримати просторовий розподіл полів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  в резонаторі, а також спектр частот постійних коливань  $\omega_{mnq}$ .

Теоретичне дослідження електромагнітного поля в резонаторі показало, що його можна подати у вигляді поздовжньої та поперечної структури й розкласти в ряд за деякою системою власних функцій оператора Лапласа, які відповідають власним числам, що мають індекси  $m, n, q$ , однозначно пов'язаних з певною системою координат.

Відмінністю об'ємних резонаторів є невеликі значення індексів  $m, n, q$ . Із усієї різноманітності об'ємних резонаторів найпоширеніші в лазерах прямокутні, круглі смугові резонатори. Для мазерів на молекулярних і атомних пучках, наприклад на молекулах  $\text{NH}_3$  та атомах водню, широко використовуються круглі резонатори з посрібленими й відполірованими стінками, тому що вони забезпечують необхідну конфігурацію поля

на відповідних типах коливань, при якій створюються найкращі умови для індукованих переходів у квантовій системі [22].

У лазерному резонаторі можуть збуджуватися коливання тільки певних довжин і певної структури хвиль, що утворюють стоячу хвилю. Частоти цих коливань називають резонансними або власними частотами резонатора, а коливання — власними коливаннями резонатора, або модами, тобто мода — це власний тип коливань резонатора.

Власні коливання об'ємного резонатора називають модами. Мода резонатора — це стаціонарна конфігурація електромагнітного поля, що задовольняє як рівняння Максвелла, так і граничні умови. При цьому електричне поле такої конфігурації для основної гармоніки записується у вигляді

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) \exp(i\omega t), \quad (5.3)$$

де  $\omega$  — частота моди.

$$TM, E - \{E_z \neq 0\},$$

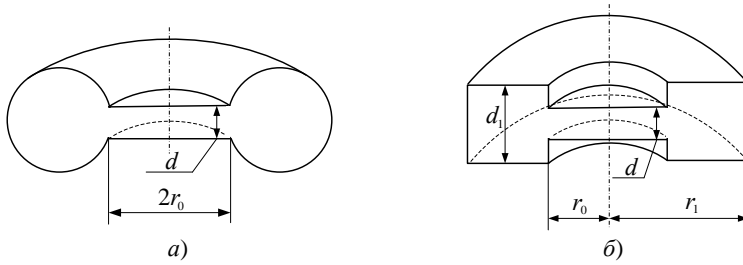
$$TM, H - \{H_z \neq 0\}.$$

Якщо поздовжня (вздовж осі  $Oz$ ) складова вектора  $\vec{E}(\vec{E}_z)$  не дорівнює нулю, то маємо  $E$ -коливання. Якщо поздовжня складова вектора  $\vec{H}(\vec{H}_z)$  не дорівнює нулю, то це  $H$ -коливання. Індеси  $m, n, q$  для кожного коливання відповідають кількості напівхвиль, що укладаються в напрямках координат  $x, y, z$ , якщо резонатор прямокутний, або по колу і довжині, якщо резонатор круглий.

Власні частоти об'ємного резонатора визначаються його геометрією.

Для об'ємного резонатора, що є прямокутним паралелепіпедом із розмірами ребер  $L_1, L_2, L_3$ , довжини хвиль власних типів коливань  $\lambda_{mnq}$  визначаються співвідношенням

$$\frac{1}{\lambda_{mnq}} = \sqrt{\left(\frac{m}{2L_1}\right)^2 + \left(\frac{n}{2L_2}\right)^2 + \left(\frac{q}{2L_3}\right)^2}, \quad (5.4)$$



**Рисунок 5.1**– Тороподібні резонатори

де  $m, n, q$  – цілі числа, що визначають кількість напівхвиль уздовж сторін  $L_1, L_2, L_3$ .

*Круглий, або циліндричний, резонатор* є відрізком круглого хвилеводу довжиною  $L$  і радіусом  $R_0$ , що замкнений на кінцях двома площинами з малим опором. Для такого хвилеводу власні довжини хвиль мають вигляд [46]

$$\frac{1}{\lambda_{mnq}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\alpha_{mn}}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{q\pi}{L}\right)^2}}{2\pi}, \quad (5.5)$$

де  $\alpha_{mn}$  –  $n$ -й корінь функції Бесселя  $m$ -го порядку.

Особливістю *тороподібних резонаторів* можна вважати концентрацію електричного поля НВЧ у зазорі між пластинами. Магнітне поле при цьому заповнює тороподібний об'єм. Використання квазістаціонарного методу для аналізу властивостей резонатора [46] з урахуванням геометрії бічних поверхонь (див. рис. 5.1 а) дає такий вираз для власних частот резонатора:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2d}{\varepsilon_a \mu_a r_0^2 d_1 \ln\left(\frac{r_1}{r_0}\right)}}. \quad (5.6)$$

*Діелектричні резонатори* належать до особливого виду.

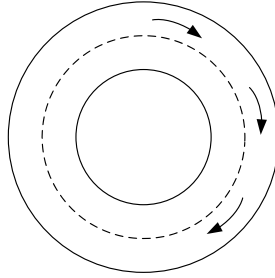
Вони виконуються на основі діелектриків з великою діелектричною проникністю, малими втратами та високою термостабільністю. Їм притаманні такі властивості, як висока власна добротність, малі розміри та маса, простота й технологічність виготовлення та властивість концентрувати електромагнітну енергію в малому об'ємі [37], [39], [42], [43].

Як правило, загальновідомі діелектричні резонатори мають просту, правильну форму паралелепіпедів (прямокутний резонатор), кругового циліндра (дискові та стрижневі циліндричні резонатори), сфери та кілець. Крім того, діелектричні резонатори можуть бути одно- та багат шаровими. Робота діелектричних резонаторів базується на явищі повного внутрішнього відбиття хвиль на межі діелектрика з навколишнім середовищем. На відстанях, малих порівняно з довжиною хвилі, поблизу меж резонатора електромагнітне поле буде малим, але не дорівнює нулю. Електродинамічний аналіз проводиться шляхом безпосереднього розв'язування задачі на власні коливання діелектричного об'єму або представленням резонатора як відрізка діелектричного хвилеводу.

Власні частоти коливань у діелектричному резонаторі при заданих розмірах визначаються типом коливань, значення яких, як правило, знаходять із дисперсійного рівняння розв'язання граничної задачі.

Основою для створення *смугових резонаторів* є як симетричні, так і несиметричні стрічкові лінії з діелектричним та повітряним заповненням, які можуть бути як регулярними, так і нерегулярними [46], [38]. Найбільше поширення отримали резонатори на основі мікросмугових ліній, які дозволили успішно розв'язати задачі мініатюризації. Методи аналізу смугових резонаторів подібні до методів аналізу діелектричних резонаторів і передбачають знаходження ефективних розмірів та ефективної діелектричної проникності.

Для малої товщини підкладки власні довжини хвиль визна-



**Рисунок 5.2** – Замкнутий у кільце прямокутний хвилевід

чаються згідно з рівнянням

$$\frac{1}{\lambda_{m0q}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{m}{b_{ef}}\right)^2 + \left(\frac{q}{l_{ef}}\right)^2}}{2\sqrt{\varepsilon_{ef}}}, \quad (5.7)$$

де  $m, q$  – цілі числа;  $b_{ef}, l_{ef}$  – відповідно ефективна ширина та довжина резонатора;  $\varepsilon_{ef}$  – ефективна діелектрична проникність.

Також існують резонатори рухомих хвиль, які утворюються замиканням хвилевідної системи самої на себе [46]. Прикладом може бути зігнутий у кільце прямокутний хвилевід (див. рис. 5.2). Якщо вибрати середню довжину кільця (пунктирна лінія на рис. 5.2), що дорівнює цілому числу довжину хвиль ( $l_{sr} = n\lambda_v, n = 1, 2, 3, \dots$ ), то фаза хвилі, що пройшла по кільцю у будь-якому перетині, буде збігатися. В результаті відбувається синфазне додавання хвиль і відповідне збільшення амплітуди коливань. Власна довжина хвилі визначається таким співвідношенням:

$$\frac{1}{\lambda_n} = \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda_v}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{n}{l_{sr}}\right)^2}, \quad (5.8)$$

де  $\lambda_{cr}$  – критична довжина хвилі у хвилеводі.

## 5.2. Оптичні резонатори

Подальше збільшення частоти й просування в субміліметровий та інфрачервоний діапазони призводить до виникнення ускладнень, які пов'язані з виготовленням об'ємних резонаторів із розмірами, близькими до довжини хвилі. Взагалі річ не тільки у технології виготовлення резонаторів, оскільки при зменшенні розмірів об'ємних резонаторів істотно зменшується їх добротність.

Добротність резонатора є фізичною величиною, яка дорівнює відношенню енергії, що запасається в резонаторі, до енергії, що ним втрачається за  $1/2\pi$  періоду коливань.

З іншого боку, в електродинаміці НВЧ добротність резонатора  $Q$  прямо пропорційна його лінійним розмірам  $a$  та обернено пропорційна глибині проникнення випромінювання у метал  $\delta$  [18]:

$$Q = \frac{a}{\delta}. \quad (5.9)$$

Оскільки значення  $\delta$  при нормальному скін-ефекті обернено пропорційне квадратному кореню із частоти  $1/\sqrt{\nu}$ , а змінна  $a \sim \frac{1}{\nu}$  за умов одномодовості резонатора, то в результаті  $Q \sim (\nu)^{-\frac{1}{2}}$ . Саме тому необхідно збільшувати розміри резонатора, але в цьому випадку виникає інша проблема: у більшому, порівняно з довжиною хвилі, замкненому об'ємі кількість осциляторів поля в одиниці об'єму і в одиничному спектральному інтервалі збігається з відповідним для вільного простору:

$$n = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}. \quad (5.10)$$

У довільному об'ємі  $V$  і в частотному діапазоні  $\Delta\nu$  загальна кількість осциляторів поля становить

$$N = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V \Delta\nu. \quad (5.11)$$



З (5.11) можна отримати частотний інтервал, що припадає на один осцилятор поля:

$$\frac{\Delta\nu}{N} = \frac{c^3}{8\pi V\nu^2} \sim \frac{1}{\nu^2}. \quad (5.12)$$

Ширина смуги частот, що припадає на одне коливання, буде визначатися добротністю цього коливання  $Q$ . Якщо  $a \sim V^{\frac{1}{3}}$ , то ширина резонансної кривої коливання визначається співвідношенням

$$\Delta\nu_k = \frac{\nu}{Q} \sim \nu^{\frac{1}{2}}. \quad (5.13)$$

Ураховуючи (5.12), (5.13), можна встановити, що при збільшенні частоти або об'єму резонансні криві коливань замкненого об'єму перекриваються, внаслідок чого резонатор втрачає свої селективні властивості.

Вирішити ці взаємно протилежні завдання вдалося А. М. Прохорову в 1956 році, коли він запропонував використати як резонатор оптичного діапазону інтерферометр Фабри-Перо [13], [22], [27], [31].

Завдяки тому, що на відміну від об'ємних резонаторів у оптичних резонаторів відсутні бічні поверхні, вони отримали назву *відкритих резонаторів*. За рахунок цього різко зростають дифракційні втрати для коливань, що поширюються під деяким кутом до оптичної осі. В результаті тільки декілька основних мод (власних типів коливань резонатора) зможуть утриматися в уявному об'ємі резонатора після відбиття від поверхонь дзеркал. Саме тому у відкритому резонаторі має бути уточнене поняття моди електромагнітного поля, для якої напруженість електричного поля має вигляд [19]

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) \exp\left(i\omega t - \frac{t}{2\tau_c}\right), \quad (5.14)$$

де  $\tau_c$  – час життя фотона в резонаторі. За подання моди як суперпозиції двох хвиль, що поширюються назустріч одна одній,

час життя фотона в резонаторі задається таким співвідношенням [19]:

$$\tau_c = \frac{-2L}{c \ln [r_1 r_2 (1 - \beta_{difr})^2]}, \quad (5.15)$$

де  $L$  — довжина резонатора;  $c$  — швидкість світла в речовині;  $r_{1,2}$  — коефіцієнти відбиття першого та другого дзеркал відповідно;  $\beta_{difr}$  — відносні внутрішні втрати за рахунок дифракції при проходженні хвилі резонатора. Якщо взяти відстань між дзеркалами резонатора  $L \approx 1$  м, то можна встановити, що час проходження хвилі резонатора ( $t = \frac{L}{c}$ ) набагато менший, ніж час життя фотона  $\tau_c$ .

Із добротністю колювання час життя фотона в резонаторі (5.15) пов'язаний співвідношенням

$$Q = 2\pi\nu_0\tau_c, \quad (5.16)$$

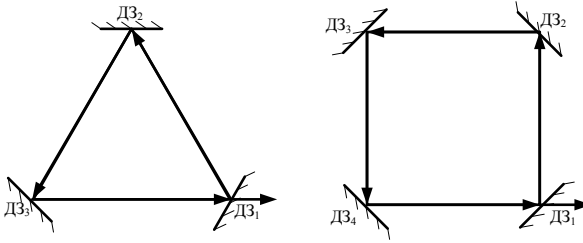
де  $\nu_0$  — центральна частота моди. Враховуючи той факт, що напівширина спектра потужності випромінювання  $\Delta\nu_c = \frac{1}{2\pi\tau_c}$ , то в результаті отримаємо

$$Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu_c}. \quad (5.17)$$

Таким чином, відкритий резонатор — це система, яка складається із декількох поверхонь, що повністю або частково відбивають хвилю, і яка має резонансні властивості.

Відкриті резонатори можна поділити на кільцеві, лінійні та зв'язані. Кільцеві резонатори складаються із трьох та більше дзеркал або елементів, які змінюють напрям поширення хвилі, утворюючи тим самим замкнений контур. На рис. 5.3 наведені схеми кільцевих резонаторів.

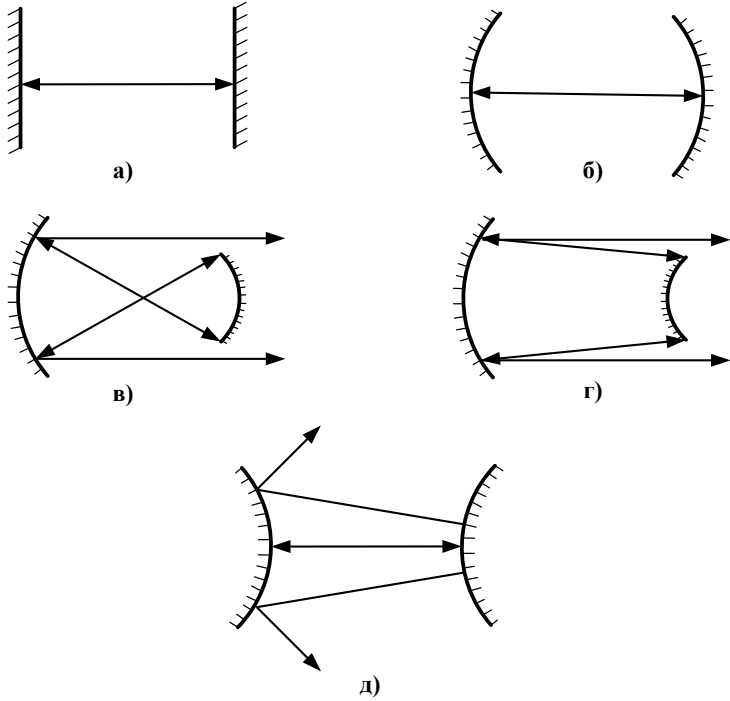
Лінійні резонатори складаються із двох дзеркал, між якими концентрується енергія електромагнітних хвиль. Вони є найпоширенішими в техніці квантової електроніки. Схеми деяких типів лінійних резонаторів наведені на рис. 5.4.



**Рисунок 5.3** – Схеми кільцевих резонаторів: а) із трьома дзеркалами; б) із чотирма дзеркалами

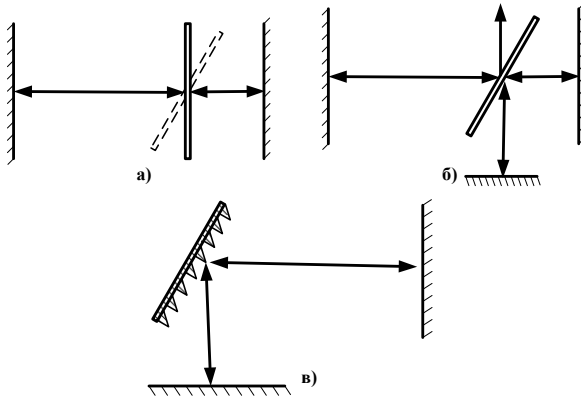
Зв'язані резонатори – це резонансні коливні системи що складаються із декількох окремих резонаторів, пов'язаних між собою за допомогою системи зв'язку. Нею можуть бути, наприклад, дифракційні решітки або напівпрозоре дзеркало. Зв'язані резонатори можуть бути як лінійної, так і нелінійної конфігурації. Приклад основних схем таких резонаторів наведений на рис. 5.5.

Також можна відмітити окремим типом резонатори із розподіленим зворотним зв'язком. Це особливий вид резонансних систем, у яких взагалі відсутні торцеві дзеркала, а позитивний зворотний зв'язок забезпечується розсіюванням на періодичних неоднорідностях або на періодичній решітці [22]. Ця решітка повинна утворюватися просторово-періодичною зміною показника заломлення, товщини плівки чи кристала, або навіть показника підсилення. Відстань між неоднорідностями має задовольняти умову Вульфа-Брегга:  $b \sin(\theta) = \frac{m\lambda}{2}$ , де  $b$  – період дифракційної решітки;  $\theta$  – кут між нормаллю до площини решітки та оптичною віссю резонатора;  $m = 1, 2, 3 \dots$  – порядок дифракції;  $\lambda$  – довжина хвилі в активному шарі (елементі). В цьому випадку виникає бреггівське відбиття хвилевідної моди на решітці по всій її довжині одночасно, що й утворює звор-



**Рисунок 5.4** – Основні типи лінійних відкритих резонаторів:

а) резонатор із плоскими дзеркалами; б) резонатор зі сферичними дзеркалами; в) несиметричний резонатор із увігнутими сферичними дзеркалами; г) телескопічний резонатор; д) симетричний із опуклими дзеркалами

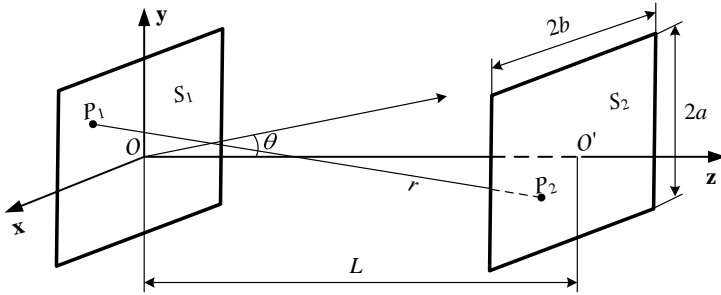


**Рисунок 5.5** —Схеми зв'язаних резонаторів: а) дворезонаторна схема; б) трирезонаторна схема зі зв'язком через напівпрозоре дзеркало; в) дворезонаторна схема зі зв'язком через дифракційну решітку

тний зв'язок.

Ще однією класифікацією відкритих резонаторів, яку потрібно згадати, є розподіл на активні та пасивні. Якщо в резонаторі відсутня активна речовина (відсутні в ній підсилення, дисипативні втрати і т. д.), то такий резонатор є пасивним, або порожнім. Розрахунок та електродинамічний аналіз таких резонаторів є більш простими, ніж активних. І навпаки, коли в об'ємі наявна активна речовина — такий резонатор має назву активного.

Розглянемо основні типи пасивних лінійних відкритих резонаторів, які відносно часто використовуються у квантових приладах. Найпростішим за конструкцією є резонатор із плоскими дзеркалами, що розташовані паралельно одне одному. Спрощена схема цього резонатора наведена на рис. 5.6.

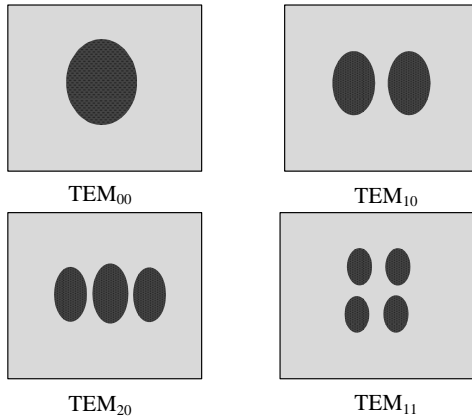


**Рисунок 5.6** – Схема оптичного резонатора із плоскими прямокутними дзеркалами

### 5.3. Резонатор із плоскими дзеркалами

Резонатор із плоскими дзеркалами можна розглядати як об'ємний прямокутний резонатор, у якого були видалені бокові стінки. Вісь  $OO'$  має назву оптичної осі резонатора. Електромагнітні хвилі, що відбиваються від дзеркала, інтерферують між собою. Ті хвилі, для яких виконується умова  $L = q\lambda/2$ , утворюють стоячі хвилі. Хвилі, що поширюються під деяким кутом до оптичної осі, після деяких відбиттів послаблюються за рахунок дифракційних втрат. Ці втрати тим більші, чим більший кут. Саме дифракційні втрати істотно зменшують кількість мод в оптичному резонаторі.

Теоретичні дослідження поля в резонаторі показали, що його можна подати у вигляді поздовжньої та поперечної структури і розкласти в ряд за деякою системою функцій хвильових рівнянь. Вони мають індекси  $m, n, q$ , пов'язані із відповідною системою координат [17]. Кожний доданок цього ряду відповідає типу коливальних мод  $TEM_{m,n,q}$  (transverse electromagnetic). Розрізняють поздовжні, або основні, моди з індексами  $0, 0, q$  ( $TEM_{0,0,q}$ ) та поперечні моди  $TEM_{m,n}$ . Для малих значень  $m$



**Рисунок 5.7** – Якісний розподіл амплітуд поля на поверхні дзеркала для деяких типів коливань низького порядку

і  $n$  типи коливань, що утворені хвилями, які поширюються під малими кутами  $\theta$ , дифракційні втрати малі. Поле цих типів коливань швидко спадає на краях дзеркал резонатора. Для більших значень індексів  $m, n > 7$ , дифракційні втрати різко зростають.

Узагалі можна визначити, що  $m, n$  відповідають кількості зміни напрямку поля на поверхні дзеркал. Або іншими словами – кількості нулів поля всередині загальної плями поля на поверхні дзеркала, виключаючи нулі поля на краях плями. Для дзеркал квадратної конфігурації  $m, n$  відповідають зміні поля уздовж  $x$  і  $y$  в декартовій системі координат. Для дзеркал із круглою конфігурацією  $m, n$  відповідають зміні поля за радіусом та азимутом відповідно.

Як приклад на рис. 5.7 якісно наведено просторовий розподіл амплітуд поля на поверхні дзеркала для деяких типів коливань низького порядку відповідно до [22].

Умова існування аксіальних мод записується у вигляді

$$L = q \frac{\lambda}{2} \longrightarrow \lambda = \frac{2L}{q}. \quad (5.18)$$

Власна частота поздовжніх мод визначається за формулою

$$\nu_q = c/\lambda = \frac{cq}{2L}. \quad (5.19)$$

Використовуючи (5.19), можна визначити відстань між сусідніми поздовжніми модами:

$$\Delta\nu_q = \nu_{q+1} - \nu_q = \frac{c}{2L}. \quad (5.20)$$

Формули (5.19), (5.20) записані для порожнього резонатора, за наявності в ньому середовища, яке повністю заповнює резонатор, із показниками заломлення  $n_c$  формула (5.19), наприклад, переписеться так:

$$\nu_q = \frac{cq}{2n_c L}. \quad (5.21)$$

Якщо плоскі хвилі поширюються під деяким кутом до осі резонатора, то утворюються поперечні моди. Власні частоти таких коливань (мод) у порожньому резонаторі мають задовольняти умову

$$\nu = \frac{cq}{2L \cos \theta}. \quad (5.22)$$

Якщо дзеркала є нескінченно протяжними, то  $\theta$  може набути будь-яке дискретне значення. Кутова різниця між сусідніми поперечними модами, за умови, що  $m, n \ll q$ , визначаються в [17] як

$$\Delta\theta_m = \sqrt{\frac{\lambda}{L}} (\sqrt{m+1} - \sqrt{m}). \quad (5.23)$$

Для визначення властивостей резонатора із плоскими дзеркалами користуються багатьма способами. Першою та найпростішою є наближена теорія Шувалова і Таунса, яка базується



на розгляді відкритого плоского резонатора як модифікації об'ємного прямокутного резонатора. У випадку квадратної форми дзеркал зі стороною  $2a$  резонансні частоти визначаються як [19]:

$$\nu = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{q}{2L}\right)^2 + \left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2}. \quad (5.24)$$

Ураховуючи те, що дифракційні втрати є неістотними для мод із малими індексами  $m$  та  $n$  ( $m, n \ll q$ ), то видалення бокових поверхонь резонатора не внесе істотних змін у структуру цих низьких мод. Тоді після розкладання (5.24) у степеневий ряд можна отримати спрощений вираз для власних частот такого резонатора із дзеркалами квадратної форми:

$$\nu = \frac{c}{2} \left( \frac{q}{L} + \frac{1}{2} \frac{n^2 + m^2}{q} \frac{L}{4a^2} \right). \quad (5.25)$$

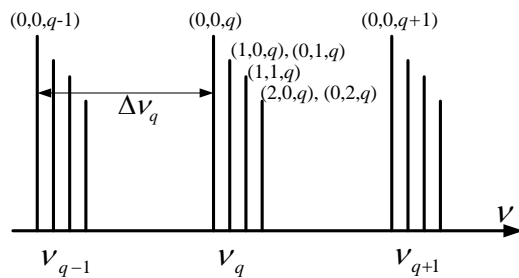
Із (5.24) можна визначити частотну відстань між сусідніми поздовжніми та поперечними модами відповідно:

$$\Delta\nu_q = \frac{c}{2L}, \quad \Delta\nu_m = cL \left( m + \frac{1}{2} \right) \left( \frac{1}{8qa^2} \right). \quad (5.26)$$

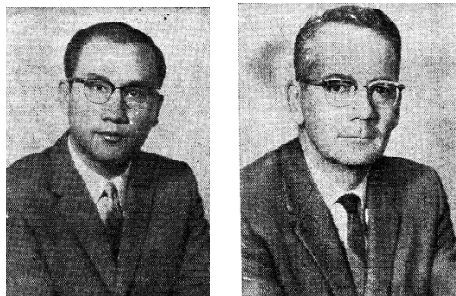
Моди, які відповідають умові  $m + n = const$ , мають однакову частоту і називаються виродженими за частотою. Спектр частот плоского резонатора матиме вигляд як такий, що схематично наведений на рис. 5.8.

Більш точна теорія для резонатора із плоскими дзеркалами була отримана А. Фоксом і Т. Лі — на той час співробітниками фірми "Bell telephone laboratories" [13].

Суть цієї теорії полягає у знаходженні зв'язку полів на двох дзеркалах таким чином, що поле одного дзеркала є джерелом поля для іншого протилежного. Після багаторазового відбиття розподіл полів на дзеркалах буде залежати не стільки від початкового розподілу поля на першому дзеркалі, а скільки від форми двох дзеркал резонатора. Ці розподіли можуть відрізнитись



**Рисунок 5.8** – Якісний розподіл спектра частот плоского резонатора



**Рисунок 5.9** – Доктор Т. Лі та доктор А. Фокс [13]

один від одного на деякий коефіцієнт, що містить у собі інформацію про втрати енергії в системі та про зміну фази поля за один прохід. Якщо дзеркала резонатора є однаковими, то центр резонатора є центром симетрії, знак поля може бути однаковим (описуватися парними функціями) або різними (непарними функціями).

Для розрахунку електромагнітного поля біля одного із дзеркал у вигляді інтеграла від поля другого дзеркала використовується скалярна частина принципу Гюйгенса у формі Френеля-Кіргофа [18]. За умови достатньо великих, порівняно із довжиною хвилі, розмірів дзеркал поле наближається до поперечного та є лінійно поляризованим.

Якщо припустити, що поле  $U_1$  визначається інтегралом по поверхні дзеркала, то можна записати інтегральне рівняння функції розподілу по поверхні дзеркала:

$$U_1 = \frac{ik}{4\pi} \iint U_2 \frac{e^{-ikr}}{r} (1 + \cos \theta) dS_2, \quad (5.27)$$

де  $U_2$  — поле на апертурі 2-го дзеркала, що випромінює;  $k$  — стала поширення;  $r$  — відстань від точки на каналі випромінювання до точки спостереження (між точками  $P_1$  і  $P_2$ , рис. 5.6);  $\theta$  — кут, що утворюється вектором  $\mathbf{r}$  і нормаллю до площини дзеркала.

Після деякої кількості проходжень  $p$  поля стають майже стаціонарними до комплексної сталої:

$$U_p = \left( \frac{1}{\gamma} \right)^p v, \quad (5.28)$$

де  $v$  — функція розподілу, яка не змінюється після відбиття;  $\gamma$  — комплексна стала, що відображає умови поширення хвилі між відбиттями хвилі. Тому, враховуючи (5.27) та (5.28), можна отримати

$$v = \gamma \iint v K dS, \quad K = \frac{ik}{4\pi} (1 + \cos \theta) e^{-ikr}. \quad (5.29)$$

Власні функції цього рівняння є модами резонатора, а  $\ln \gamma$  визначає згасання та фазовий зсув хвилі за один прохід (стала поширення моди). В [19] надається фізичне трактування (5.27), виходячи із принципів Гюйгенса, яка вказує, що кожен елемент поверхні дзеркала є джерелом сферичної елементарної хвилі Гюйгенса:  $U_2(P_2)dS_2 \frac{e^{ik}}{r}$ .

Доданок  $(1 + \cos \theta)/2$  є коефіцієнтом нахилу напрямку поширення хвилі згідно з теорією Кіргофа (за теорією Френеля він дорівнює  $\cos \theta$ ). Доданок  $-i$  вказує на зсув величиною в  $\frac{\pi}{2}$  за фазою хвилі при проходженні до іншого дзеркала. Інтегральне рівняння (5.29) розв'язується за допомогою методу послідовних наближень на ПК. Як правило, використовують умову  $2a \ll L$ , що дозволяє спростити  $\cos \theta$  до 1, а відмінність  $r$  від  $L$  можна враховувати тільки у фазовому добутку. Тоді (5.29) спрощується до [22]:

$$v(x, y) = \gamma \frac{ie^{-ikL}}{\lambda L} \iint v(x, y) e^{ik(r-L)} dS. \quad (5.30)$$

Власні функції  $v_{mn}$  є розв'язком цього рівняння при заданих значеннях  $\gamma_{mn}$ , при цьому

$$\ln \gamma_{mn} = \beta_{mn} + i(kL), \quad (5.31)$$

де  $\beta_{mn}$  визначає згасання хвилі за один прохід та характеризує добротність резонатора, а  $\alpha_{mn}$  – фазовий зсув доданий до геометричного фазового зсуву. Як показано в [19], амплітуда встановлюється після 200 – 300 відбиттів, залежно від відстані до оптичної осі та втрат  $\gamma_{mn}$  для кожної моди. У подальшому Бойд та Гордон поширили теорію Фокса та Лі й інші типи резонаторів.

У [45] відмічається, що в цій теорії є 2 недоліки. Першим є використання принципу Гюйгенса - Френеля в його стандартному формулюванні, що не зв'язує між собою миттєві значення комплексної амплітуди на різних ділянках світлового пу-

чка. Другий недолік полягає у тому, що Фокс та Лі для згасальних коливань використовували дійсне значення  $k$ , що можливо лише для стаціонарного поля. Ці недоліки не були істотними, але принципово виключали фазові умови із рівняння. Вони були враховані у працях Л. А. Вайнштейна, який створив методи аналізу мікрохвильових пристроїв та використав хвилевідну інтерпретацію для описання відкритих резонаторів [41].

Як уже зазначалося, розподіл поля на дзеркалах та модовий склад залежатимуть і від форми дзеркал. Так, у [20] наведений вираз для розрахунку резонансних частот для резонатора з плоскими дзеркалами круглої форми для  $N_F \gg 1$ :

$$\nu_{m,n,q} = \frac{c}{2L}q + \frac{cL}{4\pi a^2 q} \mu_{m,n}^2, \quad (5.32)$$

де  $\mu_{m,n}$  –  $n$ -й корінь функції Бесселя першого роду порядку  $m$ . Взагалі теорія Фокса і Лі дає можливість зробити декілька висновків для резонаторів Фабрі-П'єро [18]:

1. Відкриті резонатори характеризуються дискретним набором власних мод.

2. Однорідні плоскі хвилі не є нормальними модами відкритих резонаторів.

3. Електромагнітні хвилі, що відповідають власним модам резонатора, майже є поперечними ( $TEM$ ).

4. Чим більший порядок моди, тим більшими дифракційними втратами вона володіє.

5. Для основної моди амплітуда поля істотно спадає на краях дзеркала, тому вона має найменші дифракційні втрати.

6. Розподіл поля плоского резонатора в різних перетинах оптичної осі істотно не змінюється. Це дозволяє ефективно використовувати активні середовища.

7. Плоскі резонатори є дуже чутливими до якості юстування (декілька кутових секунд), що є їх недоліком.

#### 5.4. Резонатори із квадратичною фазовою корекцією поверхонь дзеркал

На сьогодні існує велика різноманітність модифікацій відкритих резонаторів, що відрізняються конфігурацією та взаємним розташуванням дзеркал. У 1956 році П. Д. Коннес у наближенні геометричної оптики довів, що інтерферометр зі сферичними дзеркалами, які розташовані зі збіжними центрами радіусів кривизни, має більшу роздільну здатність, ніж резонатор із плоскими дзеркалами. Крім того, ця система виявилася менш критичною до роз'юстування. Резонатори такого типу отримали назву конфокальних.

Загалом для резонаторів зі сферичними дзеркалами характерні відсутність пульсацій в амплітудному розподілі електромагнітного поля та значно менші втрати на один прохід, ніж у резонаторах із плоскими дзеркалами.

##### Конфокальний резонатор

На відміну від резонатора з плоскими дзеркалами для конфокального інтегральне рівняння (5.29) має аналітичне розв'язування [18], [22].

Для сферичних дзеркал зі сторонами  $2a$  за умови, що  $a \ll L$  та  $N_F > 1$ , власні функції  $v(x)$  або  $v(y)$  апроксимують добутком поліномів Ерміта  $H_m(x)$  та  $H_n(y)$ , а гаусівську функцію типу  $\exp -x^2/r_0^2$  [18], [22]. У декартовій системі координат, відлік якої починається із фокальної точки резонатора, а вісь  $z$  збігається із його віссю, поперечне розподілення поля задається виразом

$$U(x, y) = H_m \left( \frac{x}{w} \right) H_n \left( \frac{y}{w} \right) \exp \left( -\frac{x^2 + y^2}{2w^2} \right), \quad (5.33)$$

де  $w$  — область поперечного перерізу, де інтенсивність поля падає в  $e$  разів.

У плямі із площиною  $\pi w^2$  концентрована майже вся енергія

хвилі, що проходить у напрямку  $z$  через площину  $xy$ . Для перших індексів поліномів Ерміта мають вигляд

$$\begin{aligned} H_0(x) &= 1; \quad H_1(x) = 2x; \quad H_2(x) = 4x^2 - 2; \\ H_3(x) &= 8x^3 - 12x; \quad H_4(x) = 16x^4 - 48x^2 + 12. \end{aligned} \quad (5.34)$$

У випадку  $m = 0$ ,  $n = 0$  маємо гаусівський пучок, або основну моду для вільного простору. Для гаусівського пучка можна записати вираз

$$U = a \exp \left[ i \left( p + \frac{k}{2q} r^2 \right) \right], \quad (5.35)$$

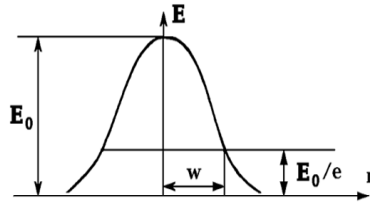
де  $r^2 = x^2 + y^2$ . Параметр  $p$  – комплексний фазовий зсув при поширенні пучка уздовж осі  $z$  (5.28), а  $q$  – комплексний параметр кривизни пучка, що визначає гаусів розподіл поля в поперечному напрямку  $r$ . Крім того,  $q$  визначає кривизну хвильового фронту, який поблизу осі є сферичним. Тому, якщо (5.35) підставити у хвильове рівняння параболічного типу, що описує гаусівські пучки, то отримуємо [17], [47]:

$$2k(p') + \frac{i}{q} + \left( \frac{kr^2}{q} \right) (1 - q') = 0, \quad (5.36)$$

де  $p' = \frac{\partial p}{\partial z}$  і  $q' = \frac{\partial q}{\partial z}$ . Це рівняння еквівалентне двом:  $q = 1$  та  $\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{i}{q}$ . Інтегруючи їх, отримуємо  $q_2 = q_1 + z$ , рівняння що визначає співвідношення між параметрами пучка в різних перетинах на відстані  $z$ . Якщо комплексний параметр  $q$  (варіанс) виразити у вигляді

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} + i \frac{\lambda}{\pi w^2}, \quad (5.37)$$

то  $R$  буде відповідати радіусу кривизни хвильового фронту, а  $w$  визначатимуть зміну поля в поперечній площині. Дійсна частина комплексного параметра  $1/q$  визначає розходження від гіперболоїда, а ймовірна – концентрацію енергії в пучці. В деякій



**Рисунок 5.10** – Поперечний розподіл амплітуди поля для пучка основної моди

площині, що має назву горловини пучка, або перетину, гаусів пучок має мінімальний діаметр  $2w_0$ . Розподіл поля в цій площині, як це зображено на рис. 5.10, підлягає закону Гауса і  $w$  дорівнює відстані, на якій амплітуда поля падає в  $e$  разів.

Від цієї площини потрібно розпочинати відлік по  $z$ , у площині найменшого діаметра фазовий фронт хвилі є плоским, комплексний параметр пучка стає імовірним [17], [19], [20]:

$$q_0 = \frac{\pi w_0^2}{i\lambda}, w_0 = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}}. \quad (5.38)$$

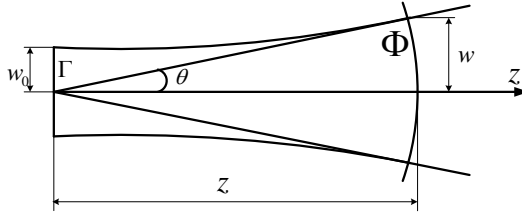
На відстані  $z$  від горловини  $q = q_0 + z = \frac{\pi w_0^2}{i\lambda} + z$ .

Ураховуючи (5.37), можна отримати важливі у практичному застосуванні вирази:

$$\begin{aligned} w^2(z) &= w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right]^{1/2}; \\ R(z) &= z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (5.39)$$

Зміну радіуса хвильового фронту можна знайти, використовуючи рис. 5.11.





**Рисунок 5.11** – Поздовжня структура гаусівського пучка:  $\Phi$  – фазовий фронт;  $\Gamma$  – горловина пучка

Утворююча пучка  $w(z)$  є гіперболою, асимптота якої має нахил до осі  $z$  під кутом  $\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$ , який відповідає куту дифракції в дальній зоні. На достатній відстані від резонатора ( $z \gg kw_0^2 = L/2$ ) ширині  $w = \frac{z}{kw_0}$  відповідає кутове розходження  $\theta_z = \frac{w}{z} = \frac{1}{w_0}$ . Це означає, що основна частина енергії гаусівського пучка зосереджена в тілесному куті  $\Omega = \pi\theta^2 = \frac{\lambda}{L}$ , а різниця фаз  $\Phi$  між гаусівським пучком та бездоганно плоскою хвилею визначається як  $\Phi = \arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)$  [18]. Значення  $\Phi$  збільшується зі збільшенням  $z$  і зменшенням  $w_0$ . Максимальне значення  $\Phi$  дорівнює  $\pi/2$ .

Розходження пучка основної моди конфокального резонатора визначається не поперечним, а поздовжнім розміром  $L$  резонатора [22]. Поперечний розмір  $w$  не залежить від поперечного розміру дзеркала  $2a$ , що є наслідком умов малості  $at \ll 1$  та великих значень чисел Френеля.

Поперечному розподілу (5.33) відповідають власні частоти, що визначаються за формулою

$$\nu_{m,n,q} = \frac{\omega_{m,n,q}}{2\pi} = \frac{c}{4L}(2q + 1 + m + n). \quad (5.40)$$

Звідси можна побачити, що спектр власних частот конфокального резонатора є сильно виродженим:  $\Delta(m+n) = 2\Delta q$ .

Для дифракційних втрат у загальному випадку при  $N_F \gg 1$  є дійсним вираз [20]:

$$\beta_{difr} = \frac{4\pi(8\pi N_F)^{2n+m+1}}{n!(m+n+1)!} \exp -4\pi N_F. \quad (5.41)$$

Якщо розв'язувати хвильове рівняння в циліндричній системі координат  $r, \varphi, z$ , то поперечне розподілення поля буде задаватися добутком  $g = \left(\sqrt{2}\frac{r}{w}\right)^l L_p^l \left(2\frac{r^2}{w^2}\right)$  та гаусової функції. В даному випадку  $L_p^l$  – узагальнений поліном Лагерра, а  $p$  і  $l$  – відповідно кутовий та радіальний індекси, які визначають, скільки разів поле змінює знак в азимутальному та радіальному напрямках. Поліноми Лагерра нижніх порядків табульовані:

$$\begin{aligned} L_0^l(t) &= 1; \quad L_1^l(t) = l + 1 - t; \\ L_2^l(t) &= 0.5(l+1)(l+2) - (l+2)t + 0.5t^2. \end{aligned} \quad (5.42)$$

Як і ерміто-гаусові, так і лагерро-гаусові моди характеризуються на практиці великим значенням кривизни хвильового фронту. Тому їх з великою точністю можна віднести до поперечних електромагнітних хвиль типу  $TEM$ . Однак необхідно враховувати, що ці висновки отримані на основі наближеного розв'язування хвильового рівняння. Ступінь наближення погіршується зі збільшенням  $(m+n)$  або  $(2p+l)$ . Наближення є неприйнятним, якщо значення  $(m+n+1)$  або  $(2p+l+1)$  стають близькими до значень  $kz$ .

Найбільш зручним методом перебудови частоти резонатора є зміна координати одного із дзеркал уздовж осі резонатора. Однак це унеможлиблює постійне виконання умови збігу фокусів. У загальному випадку відкриті резонатори можуть мати не тільки не фокусну відстань між дзеркалами, а й різну їх кривизну, кут нахилу і т.п.

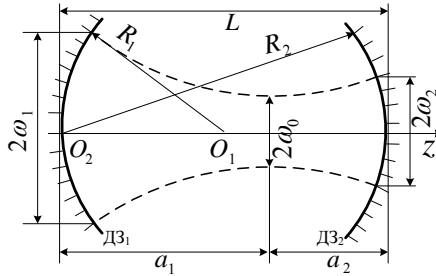


Рисунок 5.12 – Схема несиметричного резонатора

### 5.5. Неконфокальні резонатори, або резонатори із довільними сферичними дзеркалами

Резонатори із довільними сферичними дзеркалами складаються із двох дзеркал  $R_1$  та  $R_2$ , осі яких збігаються. Властивості таких резонаторів можна визначити, якщо знайти відповідну їм конфокальну систему, в яких дві синфазні поверхні збігаються з поверхнею дзеркал резонатора [22]. Тому необхідно, як і у випадку симетричного резонатора, визначити параметри несиметричного (рис. 5.12).

Для цього необхідно розрахувати еквівалентний конфокальний резонатор. Розміри плям поля на дзеркалах розраховують згідно з [31]:

$$\begin{aligned}
 \omega_1 &= \sqrt{\frac{\lambda R_1}{\pi}} \sqrt[4]{\frac{(R_2 - L)L}{(R_1 - L)(R_1 + R_2 - L)}}; \\
 \omega_2 &= \sqrt{\frac{\lambda R_2}{\pi}} \sqrt[4]{\frac{(R_1 - L)L}{(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}}; \\
 \omega_0 &= \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \sqrt[4]{\frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)^2}}.
 \end{aligned} \tag{5.43}$$

Місце перетяжки (горловини) визначається за допомогою

виразів

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{L(R_2 - L)}{R_1 + R_2 - 2L}; \\ a_2 &= \frac{L(R_1 - L)}{R_1 + R_2 - 2L}. \end{aligned} \quad (5.44)$$

У несиметричному резонаторі перетяжка може знаходитися як усередині, так і назовні резонатора. Вона зміщується від центрального положення у бік дзеркала із меншою кривизною.

Кут розходження випромінювання основної моди можна знайти, користуючись виразом  $\theta_{1/e^2} = \sqrt{2\lambda/\pi L_{ekv}}$ , якщо визначити еквівалентну довжину еквівалентного конфокального резонатора:

$$L_{ekv}^2 = \frac{4L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)^2}. \quad (5.45)$$

Якщо довільному резонатору неможливо знайти конфокальний аналог, то в ньому не зможуть збуджуватися стійкі розподіли електромагнітних полів, які мають малі втрати. Іншими словами, він буде нестійким. І навпаки, за наявності еквівалентного конфокального резонатора – він буде стійким, що також визначається умовою стійкості резонатора

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1; \quad g_{1,2} = 1 \pm L/R_{1,2}, \quad (5.46)$$

де  $g_1$  і  $g_2$  – є узагальненими параметрами резонатора. В даному випадку " +" відповідає випуклому, відносно центра резонатора, дзеркалу, а " - " увігнутому.

За допомогою узагальнених параметрів також можна знайти розміри плями на дзеркалах [19]:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{\frac{L\lambda}{\pi}} \sqrt[4]{\frac{g_2}{g_1(1 - g_1 g_2)}}; \\ \omega_2 &= \sqrt{\frac{L\lambda}{\pi}} \sqrt[4]{\frac{g_1}{g_2(1 - g_1 g_2)}}. \end{aligned} \quad (5.47)$$

Розрахунок власних частот резонатора виконується за формулою

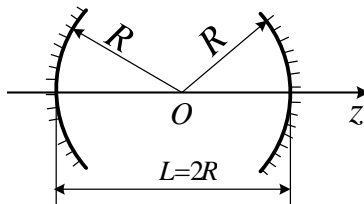
$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2L} \left[ q + (1 + m + n) \frac{\arccos(g_1 g_2)^{1/2}}{\pi} \right]. \quad (5.48)$$

Для випадку великої кривизни дзеркал можна користуватися наближенням  $\sqrt{\arccos(g_1 g_2)} \approx \sqrt{2L/R}$ , тоді

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2L} \left[ q + (1 + m + n) \frac{\sqrt{2L/R}}{\pi} \right]. \quad (5.49)$$

Найбільш відомими неконфокальними резонаторами є сферичний (концентричний) та модифікації напіврезонаторів: напівсферичний та напівконфокальний.

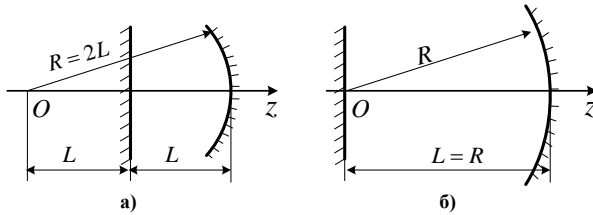
Схема концентричного (або сферичного) резонатора показана на рис. 5.13. Він складається із двох сферичних дзеркал, що мають однакові радіуси  $R$ , які розміщені на відстані  $L$  одне від одного. Центри кривизни дзеркал  $O_1$  і  $O_2$  збігаються, тому  $L = 2R$ . Для концентричного резонатора  $g_1 = g_2 = -1$ ; дифракційні втрати в ньому швидко зростають зі збільшенням  $m$  і  $n$ .



**Рисунок 5.13** – Схема сферичного резонатора

У лазерній техніці застосовують резонатори із плоского й сферичного дзеркал: напівконфокальний резонатор (рис. 5.14

а) у якого  $R_1 = \infty$ ,  $R_2 = 2L$ ,  $g_1 = 1$ ,  $g_2 = 1/2$  і напівконцентричний резонатор (рис. 5.14 а), у якого  $R_1 = \infty$ ,  $R_2 = L$ ,  $g_1 = 1$ ,  $g_2 = 1/2$ .



**Рисунок 5.14** – Схеми напівконфокального (а) та напівсферичного (б) резонаторів

У загальному випадку резонатори з одним плоским дзеркалом, як і розглянуті вище узагальнені сферичні резонатори, можна дослідити за допомогою наближення геометричної оптики. Так, власні частоти визначаються [20]:

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2L} \left[ q + \frac{1}{2\pi} (1 + 2m + n) \arccos \left( 1 - \frac{2L}{R_2} \right) \right], \quad (5.50)$$

радіус перетяжки, що знаходиться на плоскому дзеркалі, визначається за формулою

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \sqrt{L(R-L)}}, \quad (5.51)$$

а на сферичному ввігнутому дзеркалі радіус набуває значення

$$\omega = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \frac{R}{\sqrt{R-L}}}. \quad (5.52)$$

## 5.6. Матричний (параксіальний) метод розрахунку резонаторів

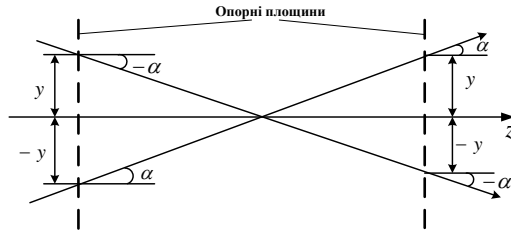
Цей метод уперше був рекомендований Н. Когельником у 1965 році. Відтоді матричний метод широко використовується для розрахунку резонаторів [17]. Необхідно відмітити, що розрахунки проводяться в параксіальному наближенні, придатному для випадків газових та неодимових лазерів. А саме: допускається лише стаціонарний режим лазерів; хвиля випромінювання виконує повний обхід від одного дзеркала до іншого й назад без спотворення амплітуди та фази. Активне середовище еквівалентне плоскопаралельній пластині, яка не змінює форми хвильового фронту й не вносить сферичних аберацій.

У результаті розрахунків можна достатньо швидко розрахувати радіуси кривизни дзеркал та довжину резонатора, діаметр кювети, розходження випромінювання, коефіцієнти відбиття дзеркал та розміри гаусівського пучка випромінювання [17], [19], [27], [47]. Розглянемо більш детально цей метод. Площина, що розміщена паралельно оптичній  $z$  - осі на деякій відстані  $z_1$  від початку координат, називається опорною площиною  $z = z_1$ . Промінь світла, який перетинає опорну площину  $z = z_1$ , характеризується двома параметрами: відстанню від оптичної осі  $y(z_1)$  і тангенсом кута нахилу променя до осі  $\alpha(z_1)$ . У параксіальному наближенні параметр  $\tan \alpha(z)$  можна розглядати як просто кут  $\alpha(z)$ . Щоб описати перетворення променя при його поширенні від опорної площини  $z_1$  до опорної площини  $z_2$ , необхідно вказати правило переходу від параметрів  $y(z_1)$ ,  $\alpha(z_1)$  до параметрів  $y(z_2)$ ,  $\alpha(z_2)$ .

На рис. 5.15 зображені два променя та дві опорні площини.

Для параксіальних променів зв'язок між їхніми параметрами можна задати за допомоги двох лінійних рівнянь:

$$y_2 = Ay_1 + B\alpha_1, \alpha_2 = Cy_1 + D\alpha_1, \quad (5.53)$$



**Рисунок 5.15** – Схема розташування опорних площин, проходження променів з їхніми параметрами

або в матричній формі

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}. \quad (5.54)$$

Матрицю  $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$  називають передавальною матрицею перетворення променів, або матрицею передачі  $ABCD$ , де  $ABCD$  є коефіцієнтами сталими для даної оптичної системи та опорних площин.

Оптичний резонатор, як і будь-яка оптична система, може бути зображений у вигляді сукупності ряду простих оптичних елементів, променеві матриці яких мають такий вигляд:

1. Однорідний простір довжиною  $d$ , а у випадку показника заломлення середовища  $n$  із плоскими торцевими поверхнями  $d \rightarrow \frac{d}{n}$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Плоска межа розділу середовищ із показниками заломлення  $n_1$  і  $n_2$



$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}.$$

3. Проходження променя між головними площинами еквівалентної лінзи з фокусною відстанню  $f$  (для тонкої лінзи головні площини збігаються з лінзою)

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Поєднання вільного простору з тонкою лінзою, що розташована біля другої опорної площини (приклад 1 і 3),

$$M = \begin{pmatrix} 1 & d \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{d}{f} \end{pmatrix}.$$

5. Сферичне непроникне дзеркало радіусом  $R$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Сферична межа розділу діелектриків

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}.$$

Променева матриця  $M$ , що описує результат послідовних проходжень параксіальним променем  $N$  простих оптичних елементів із променевими матрицями  $M_1, M_2, \dots, M_N$  може бути знайдена згідно з правилами матричного добутку:

$$M = M_N \cdot M_{N-1} \cdot \dots \cdot M_2 \cdot M_1. \quad (5.55)$$

При додаванні променевих матриць складних оптичних систем необхідно пам'ятати, що якщо перша та остання опорні площини знаходяться в середовищах з однаковим показником заломлення, то детермінант загальної матриці повинен дорівнювати 1. При багаторазовому проходженні променя всередині

резонатора променеву матрицю необхідно піднести до ступеня, що дорівнює кількості проходжень.

У випадку гомоцентричних пучків та параксіального наближення

$$R_2 = \frac{AR_1 + B}{CR_1 + D}, \quad (5.56)$$

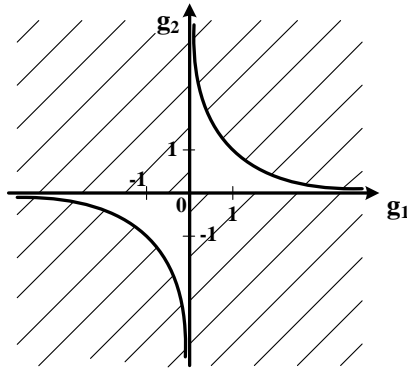
де  $ABCD$  — параметри пучкової матриці оптичної системи;  $R_1, R_2$  — радіуси кривизни хвильового фронту на першій та другій опорних площинах (які, як правило, збігаються із дзеркалами резонатора, а радіуси кривизни фронту і резонатора збігаються). У випадку гаусівських пучків  $R_1, R_2$  є комплексними параметрами гаусівського пучка  $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2$  і відіграють роль комплексного радіуса кривизни:

$$\frac{1}{\tilde{R}} = \frac{1}{R} + i \frac{\lambda}{\pi \omega_0^2}. \quad (5.57)$$

### 5.7. Втрати в оптичному резонаторі. Стійкість і добротність резонатора

Відкриті резонатори можна розділити на дві категорії — стійкі й нестійкі. Стійкість оптичного резонатора в першу чергу визначається рівнем його втрат і насамперед дифракційних втрат. Розглянемо детальніше ці втрати.

**Дифракційні втрати.** При багаторазовому відбитті електромагнітної хвилі від дзеркал, що мають кінцеві розміри, виникають дифракційні втрати. Вони неминуче виникають при відбитті плоскої хвилі від дзеркала. В результаті відбувається поширення хвилі в межах деякого малого кута  $\theta_{difr}$ . Тому частина енергії, що залежить від  $\theta_{difr}$  та амплітуди хвилі на краю дзеркала, буде втрачатися при кожному відбитті. Тільки дифракційні втрати залежать від поперечного розподілу поля. Вони зростають зі збільшенням поперечних індексів коливаний  $m$  і  $n$ . Якісну оцінку дифракційних втрат у резонаторі можна зробити,



**Рисунок 5.16** – Діаграма стійкості резонаторів

скориставшись узагальненими параметрами  $g_1$  і  $g_2$ . Для цього досить розглянути резонатор на діаграмі стійкості точкою  $(g_1, g_2)$  (рис. 5.16). Область  $0 \leq (g_1 g_2) \leq 1$  відповідає малим втратам. Зони малих втрат показані незаштрихованими, а великих – заштрихованими. Вони розділені гіперболами  $(g_1 g_2) = 1$  та прямою  $(g_1 g_2) = 0$  [27]. При великих числах Френеля має спостерігатися досить різкий перехід між цими областями. Діаграму дифракційних втрат також називають і діаграмою стійкості резонаторів.

Відмітимо характерні точки на цій діаграмі. Точці з координатами  $(1; 1)$  відповідає резонатор із плоскими дзеркалами, розміщеними на межі стійкості. Точка з координатами  $(0; 0)$  відповідає конфокальному резонатору. Точці з координатами  $(-1; -1)$  відповідає концентричний резонатор, який також знаходиться на межі стійкості та нестійкості. Дифракційні втрати в ньому істотно збільшуються зі збільшенням типу коливаль (зі збільшенням індексів  $m$  і  $n$ ). Тому такий резонатор поряд із нестійкими резонаторами застосовують для селекції (відбору) неаксіальних коливаль. Точкам із координатами  $(1; 0,5)$  і  $(0,5; 1)$  відповідає напівконфокальний резонатор. Він знаходиться по-

середині області стійкості, а його властивості подібні конфокальному резонатору з подвійною довжиною. Такий резонатор часто застосовують на практиці. Точкам із координатами  $(1; 0)$  і  $(0; 1)$  відповідає напівконцентричний резонатор. Він має особливості, характерні для концентричного резонатора.

Усі перелічені вище резонатори потрапляють на межу стійкості та нестійкості. Це підтверджує те, що вони досить чутливі до відхилення від ідеальних геометричних параметрів. Протидією цьому може бути зменшення значень числа Френеля та навмисне зміщення в область стійкості незначним підлаштуванням геометричних параметрів резонатора (як правило, довжини резонатора). Потрібно відмітити, що ці засоби не поширюються на резонатор із плоскими дзеркалами.

**Втрати за рахунок недосконалості дзеркал.** Втрати у відкритих резонаторах можуть виникати під час проходження випромінювання через дзеркала, викликані недосконалістю виготовлення дзеркал (шорсткостями, відхиленнями від дзеркальної геометрії й т.д.). Необхідно враховувати втрати на роз'юстування резонатора, оскільки при цьому порушуються його резонансні властивості. Втрати за рахунок недосконалості форми та якості поверхні дзеркал обумовлені можливим поглинанням у дзеркалах (що неприпустимо), розсіюванням на шорсткостях, відхиленням геометрії дзеркала від заданої і т.д. Для їх виключення до дзеркал резонатора ставляться винятково високі вимоги. Зокрема, обробка поверхні дзеркала повинна проводитися з похибкою  $\sim 0,1\lambda$ . Також необхідно відмітити втрати за рахунок роз'юстування дзеркал резонатора. Для того щоб система із двох дзеркал мала резонансні властивості, необхідна дуже точна їх орієнтація одне відносно одного. Зокрема, в резонаторі з плоскими дзеркалами відбивної поверхні двох дзеркал повинні бути строго паралельні одне одному. Для виконання цієї вимоги дзеркала резонатора дуже точно настроюють (юстують). Кут між площинами дзеркал має назву кута роз'юстуван-

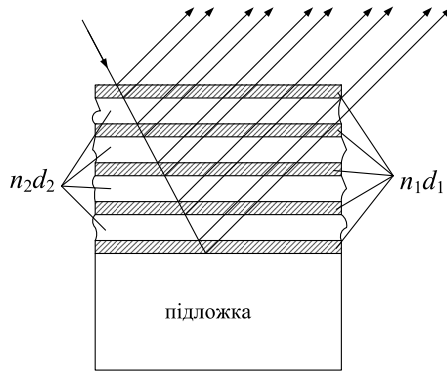
ня і, як правило, він не повинен перевищувати декілька кутових секунд. Ураховуючи жорсткі допуски до юстування, істотними стають ефекти, пов'язані із термопружними напруженнями, що можуть привести до локального теплового розширення дзеркал резонатора під дією лазерного променя.

Відбиття від дзеркал супроводжується втратами в дзеркалах резонатора, частковим розсіюванням, поглинанням під час проходження випромінювання через дзеркало. Величина цих втрат оцінюється в [17] як  $\beta_{mir} = 1/2L \ln(1/r_1 r_2)$ , де  $r_1, r_2$  – коефіцієнти відбиття дзеркал резонатора. Оскільки конструктивно одне із дзеркал виконується напівпрозорим, для виведення частини лазерного випромінювання для подальшого використання, то іноді ці втрати називають корисними.

Дуже часто виникають ситуації, в яких властивості металевих дзеркал та дзеркал із металевим покриттям є недостатніми. Одними із цих випадків є необхідність забезпечення коефіцієнтів відбиття дзеркал, що дорівнюють 1, або майже дорівнюють 1. Як правило, ці дзеркала використовуються в резонаторах з активною речовиною, коефіцієнт підсилення якої є малою величиною. Іншою причиною неможливості використання суцільних металевих покриттів є дуже низький їх коефіцієнт відбиття в рентгенівському діапазоні.

Частково в рентгенівському діапазоні і, майже повністю в менш енергетичному, вищезгадані проблеми знімаються при використанні багат шарових інтерференційних дзеркал [36], [44], [48], [51], [52]. Конструкція такого дзеркала наведена на рис. 5.17.

Це плоскі або сферичні пластини, виготовлені із оптичного скла чи кварцу, на які методом напилення чи хімічного осадження нанесені по черзі шари діелектрика [22] для оптичного діапазону та шари різних матеріалів, включаючи метали, для рентгенівського діапазону [44], [48]. Товщини  $d_1$  та  $d_2$  з різними показниками заломлення  $n_1, n_2$  мусять задовольняти умову



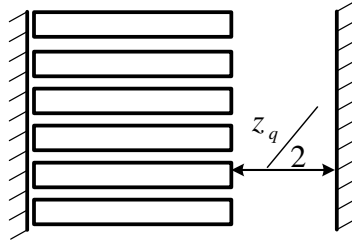
**Рисунок 5.17** – Структура та схема роботи багатошарового інтерференційного дзеркала

$n_1d_1 = n_2d_2 = \lambda/2$  або  $\lambda/4$ , під час виконання якої відбувається відбиття хвилі від кожної межі розділу, що призводить до їх інтерференції. В результаті інтерференції відбувається підсилення або ослаблення хвиль. Оптична товщина кожного шару  $nd$  підбирається такою, щоб інтерференція припадала на максимум або на мінімум.

Як матеріал шарів використовують різні оксиди ( $Al_2O_3$ ,  $SiO_2$ ,  $TiO_2$ ), фториди ( $MgF_2$ ,  $CaF_2$ ,  $LiF$ ); сульфідів ( $ZnS$ ,  $CdS$ ); напівпровідники ( $Si$ ,  $Ge$ ), а також інші сполуки. Для рентгенівських дзеркал використовують також осмій, вольфрам, скандій, хром, нікель, молібден, гафній та їх сполуки.

Зміна значення коефіцієнта відбиття досягається зміною кількості нанесених шарів (5 – 50 покриттів) та кута падіння на дзеркало.

**Втрати в активній речовині** Дотепер розглядалися резонатори, не заповнені робочою речовиною, так звані пасивні резонатори. Якщо в резонатор міститься активне середовище, то в ньому виникають дисипативні втрати, обумовлені поглинанням і розсіюванням енергії на різних дефектах в актив-

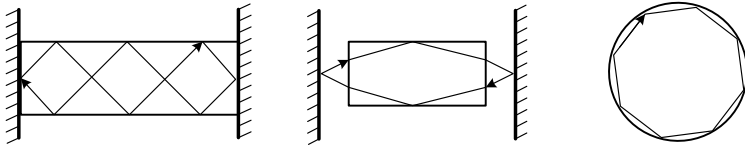


**Рисунок 5.18** – Схема лазерної активної модульної системи з дифракційним зв'язком на ефекті Тольбо

ному середовищі. Ці втрати є перепорою для необмеженого збільшення об'ємів активного середовища для підвищення потужності вихідного випромінювання. Зростання об'єму також негативно впливає на якість випромінювання внаслідок розширення модового складу, що істотно підсилює вплив неоднорідностей та дефектів активного середовища. Так, ослаблення за один прохід активного середовища визначається в [17] як  $\beta_{dis} = \exp(-2k_r L_a)$ , де  $k_r$  – коефіцієнт розсіювання,  $L_a$  – довжина активного елемента.

Одним із засобів вирішення цієї проблеми є використання модульної активної системи [47], [58]. Вона складається із малоапертурних активних елементів, кількість яких може досягати кількох сотень. Розміщення елементів може бути планарним та об'ємним. Спрощена схема перетину модульної активної системи наведена на рис. 5.18.

Без узгодження активних елементів між собою сумарна потужність, як правило, збільшується в  $N$  разів, де  $N$  – кількість активних елементів у модулі. За наявності оптичного зв'язку потужність збільшується в  $N^2$  разів. Досить ефективно реалізується оптичний зв'язок за допомогою ефекту Тальбо (Тальбота) [47], [58] – [60], коли активні елементи розміщуються періодично, при цьому періодичність може бути не лише в площині, а



**Рисунок 5.19** – Схеми можливого поширення "паразитних" мод за рахунок відбиттів у активному елементі

й в об'ємі. Суть цього ефекту полягає в тому, що модульна система є еквівалентом періодичної структури. При когерентному випромінюванні окремих елементів існуватиме відстань  $z_q$ , на якій періодична структура буде відтворюватися. Тому розташування одного із дзеркал на відстані  $z_q/2$  від краю активного модуля реалізує дифракційний перерозподіл світлової енергії в пучку, який повертається в активний модуль.

Крім того, повне внутрішнє відбиття від бокових та кінцевих поверхонь активного середовища, або кювети, також вноситиме додаткові втрати [26]. Справа в тому, що за умови  $\sin \theta > \sin \theta_{min}$ , де  $\theta_{min} = \sqrt{1 - 1/n_r^2}$  – мінімальний кут повного внутрішнього відбиття;  $n_r$  – коефіцієнт заломлення активного середовища, з'являються умови для встановлення додаткових мод усередині активного елемента. Цими модами можуть бути як поздовжні типи коливань, так і поперечні. На рис. 5.19 наведені схеми так званих "паразитних" ("шепітних") коливань, які, як правило, є непостійними в часі. Для протидії збудженню небажаних коливань в активному елементі їх бокові поверхні виготовляють матовими, зменшуючи тим самим корисну потужність.

Ще одним чинником, який може визначати додаткові втрати в активному елементі та впливати на модовий склад лазера, є так званий ефект теплової лінзи [27]. Суть цього ефекту в тому, що при поглинанні випромінювання накачування активне середовище буде нагріватися і це, у свою чергу, приведе до зміни



коефіцієнта заломлення середовища. Завдяки виведення тепла через бічні поверхні активного елемента (особливо при використанні примусового охолодження) встановлюється поступова зміна температури уздовж радіуса перерізу. Це, у свою чергу, приведе до утворення лінзи, що залежно від температурного коефіцієнта показника заломлення буде розпорошувати або фокусувати лазерне випромінювання. Також необхідно врахувати й часткове поглинання активним середовищем лазерного випромінювання, інтенсивність якого в окремих областях на декілька порядків перевищує інтенсивність випромінювання накачування. Цей ефект отримав назву теплової нелінійності й теплового самофокусування.

Таким чином, повні втрати в резонаторі будуть в основному складатись із дифракційних втрат, дисипативних втрат, втрат на дзеркалах. Тоді на першому дзеркалі при  $L = 0$  комплексна амплітуда напруженості поля  $E_m(0) \exp i\omega_0 t_0$ , яке виконає повний обхід резонатора, заповненого активним середовищем за час  $t$ , змінюється

$$E(2L) = E_m(0) \exp(i\omega_0 t_0) r_1 r_2 \exp(-\beta_{dis} 2L) \times \\ \times \exp(-\beta_{dif} 2L) \exp(\alpha 2L) \exp(i\Delta\varphi), \quad (5.58)$$

де  $\alpha$  – квантовий коефіцієнт підсилення;  $\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2$  – сумарний зсув фаз хвильового фронту на першому та другому дзеркалах.

Режим коливань в активному резонаторі буде стаціонарним, якщо після повного обходу резонатора амплітуда залишиться незмінною:  $E(2L) = E_m(0)$ . Тому, розділяючи (5.58) на дійсну та ймовірну частини, отримуємо умову балансу фази хвилі

$$\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 = 2\pi n$$

та балансу амплітуд

$$r_1 r_2 \exp(-\beta_{dis} 2L - \beta_{dif} 2L + \alpha 2L) = 1,$$

або

$$\alpha_{por} = \beta_{dis} + \beta_{dif} + (1/2L) \ln(1/r_1 r_2).$$

У даному випадку  $\alpha_{por}$  означає пороговий квантовий коефіцієнт підсилення, який має компенсувати дифракційні, дисипативні, корисні та всі інші втрати в резонаторі. Коли він стає більшим за сумарні втрати, виконується умова самозбудження коливань у генераторі.

### Добротність резонатора

Завершуючи розгляд втрат, потрібно більш детально визначитись із поняттям добротності. Вона є важливою характеристикою резонатора і може різнитися для різних його мод. Від добротності залежить розкид частот у резонаторі. Класичне трактування добротності визначає, що ця фізична величина дорівнює відношенню накопиченої енергії в резонаторі до середньої енергії, яка втрачена ним за  $1/2\pi$  періоду коливань, або енергія втрат за 1 секунду:

$$Q = 2\pi\nu_0 \frac{W_{zap}}{W_{utr}}. \quad (5.59)$$

Якщо врахувати, що в оптичному резонаторі втрати енергії за один прохід становлять  $\beta_\Sigma$ , а час одного проходу  $2L/c$ , то добротність резонатора можна визначити за формулою [31], [17]:

$$Q = \frac{2\pi\nu_0 L}{\beta_\Sigma c} = \frac{\nu_0}{\Delta\nu_{rez}}, \quad (5.60)$$

де  $\Delta\nu_{rez}$  — ширина спектральної резонансної кривої

$$\Delta\nu_{rez} = \frac{\beta_\Sigma c}{2\pi L}. \quad (5.61)$$

Крім стійких, на практиці також часто застосовують різні конфігурації нестійких резонаторів (деякі із них подані на рис. 5.4 в, г, д). Причин цьому декілька [19]. По-перше, однією

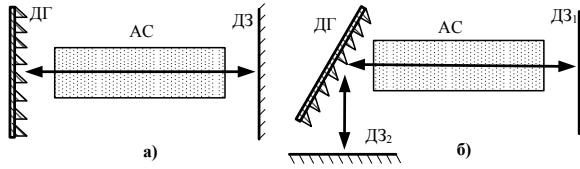
із властивостей стійкого резонатора є збудження моди у вузькому каналі активної речовини, діаметр перерізу якого, як правило, менший за міліметр. Це призводить до неефективного використання об'єму активного елемента і буде відображатися на максимальній потужності генерації в одномодовому режимі. У нестійких резонаторах мода не концентрується поблизу оптичної осі, а збільшує свій модовий об'єм за рахунок дифракції. При цьому частина випромінювання моди покидатиме резонатор, але ці промені можна використовувати як корисне вихідне випромінювання лазера. По-друге, великі втрати, навіть в аксіальної моди, призводять до істотної селекції поперечних типів коливань. По-третє, оптика, яка, в основному, застосовується у нестійких резонаторах, є відбивною. Це дозволяє використовувати, насамперед в інфрачервоному діапазоні, металеві дзеркала.

До недоліків можна віднести неоднорідність поперечного розподілу інтенсивності пучка (іноді він має вигляд дифракційних кілець) та більшу, ніж у стійких резонаторах, чутливість до збурень у резонаторі. Деякі недоліки компенсуються, якщо застосовувати дзеркала зі змінним коефіцієнтом відбиття [19].

## 5.8. Інші типи резонаторів

**Резонатори із дифракційними решітками** Застосування дифракційних решіток у резонаторі має низку технічних переваг. Серед них – висока селективна здатність, широка спектральна область дисперсії та лінійність характеристики перебудови частоти. Знайшли використання різні типи решіток: плоскі, увігнуті, із різним профілем штрихів. Як правило, дифракційна решітка замінює одне із дзеркал резонатора (рис. 5.20).

При похилому падінні випромінювання під кутом  $\alpha$  до плоскої прозорої дифракційної решітки поширення дифрагованого



**Рисунок 5.20** – Приклад схем розташування дифракційних решіток у резонаторах

світла буде визначатися загальновідомою формулою:

$$d(\sin \beta - \sin \alpha) = m\lambda, \quad (5.62)$$

де  $m$  – порядок дифракції;  $d$  – стала решітки, або її період;  $\beta$  – кут дифракції. Для відбивної решітки рівняння набирає такого вигляду:

$$d(\sin \beta + \sin \alpha) = m\lambda. \quad (5.63)$$

Диференціювання цього рівняння визначає кутову дисперсію відбивної решітки:

$$D_{gr} = \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} = \frac{m}{d \cos \beta} = \frac{\sin \beta + \sin \alpha}{\lambda \cos \beta}. \quad (5.64)$$

Для дифракційних решіток вводять поняття дифракційної ефективності, яка в лазерах мусить набувати якнайбільших значень. Дифракційна ефективність  $\eta_{gr}$  визначається відношенням інтенсивності дифрагованого поля до інтенсивності пучків випромінювання, що падають на решітку. Тому, як правило, вони налаштовуються на  $m = 0$  та  $m = 1$  порядок. Схеми типу рис. 5.20 а, в яких реалізується умова  $\alpha = \beta$ , мають назву автокалімаційних, і для них

$$D_{gr}^{avt} = 2 \frac{\tan \alpha}{\lambda}, \quad (5.65)$$

а період решітки для максимального  $\eta_{gr}$ , можна визначати із нерівності

$$\frac{\lambda}{2} \leq d \leq \frac{3\lambda}{2}, \quad \frac{2d}{3} \leq \lambda \leq 2d. \quad (5.66)$$

Закон перебудови частоти автокалімаційного резонатора

$$\lambda_r = \frac{2d \sin \alpha}{m}, \quad (5.67)$$

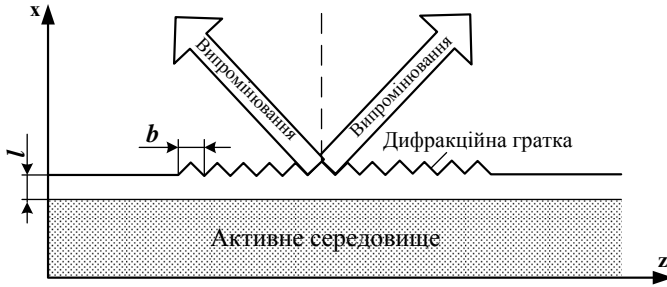
визначає, що перебудова реалізується обертанням решітки навкруги її осі, що є паралельною штрихам, або ламелям. Умова (5.66) відповідає умові Вульфа - Брегга, тому часто такі резонатори мають назву резонаторів із бреггівськими дзеркалами [22]. Збільшення кількості решіток призводить до поліпшення селективних властивостей резонатора.

До недоліків резонаторів із металевими дифракційними решітками можна віднести слабе перевипромінювання. Для зменшення цього недоліку використовують комплексні дисперсійні елементи типу дзеркало-решітка. При опромінюванні такого відбивача, на решітку потрапляє лише мала частина потужності випромінювання.

### **Резонатори із розподіленням зв'язком**

Це особливий вид резонатора, в якому кінцеві (торцеві) дзеркала взагалі можуть бути відсутніми, а додатний зворотний зв'язок забезпечується розсіюванням на періодичних неоднорідностях, які створюють періодичну структуру.

Важливо, щоб ці решітки утворювалися просторовими періодичними змінами одного з параметрів, від якого залежать умови поширення світла. Це може бути коефіцієнт заломлення, коефіцієнт підсилення, товщина плівки або кристала. Розподілений зворотний зв'язок використовується, зокрема, в деяких типах напівпровідникових лазерів. Головною умовою в цих резонаторах є те, що параметр структури  $b$  між неоднорідностями має задовольняти умову Вульфа - Брегга. Тому можна



**Рисунок 5.21** – Схема резонатора із розподіленим зворотним зв'язком

стверджувати, що резонатори із розподіленим зворотним зв'язком є окремим випадком бреггівських резонаторів, у яких решітки є одночасно фільтром і відбивачем, виконуючи роль дзеркал "звичайних" резонаторів.

Зворотний зв'язок реалізується таким чином. Нехай електромагнітне випромінювання поширюється в тонкому плоскому діелектричному хвилеводі, заповненому активною речовиною. Поблизу цього активного шару на відстані  $l$  від нього помістимо плоску дифракційну решітку з періодом  $b$ . Як відомо, електромагнітна хвиля, що поширюється у діелектричному хвилеводі, проникає за його стінки на відстань порядку довжини хвилі; амплітуда хвилі поза хвилеводом експоненційно зменшується в напрямі, перпендикулярному до площини хвилеводу (у напрямі  $x$ , рис. 5.21).

Якщо відстань  $l$  мала ( $l \sim \lambda$ ), то дифракційні решітки впливатимуть на хвилю, що поширюється всередині активного шару. Мода, що поширюється у хвилеводі, буде взаємодіяти із поверхнею, на яку нанесені дифракційні решітки. Якщо період  $b$  решіток становить ціле число довжин напівхвиль світла у хвилеводі, то бреггівське відбиття хвилевідної моди від решіток змінить напрям її поширення на зворотний. В активному шарі

хвилеводу поширюються назустріч одне одному як мінімум два коливання з однаковою довжиною хвилі. У міру того, як одна із двох хвиль поширюється уздовж резонатора (уздовж осі  $z$ ), за рахунок дифракції вона отримує енергію від хвилі, що поширюється у протилежному напрямку. Це визначає взаємодію цих хвиль і створює позитивний зворотний зв'язок. Очевидно, цей зворотний зв'язок буде рівномірно розподілений по всій довжині  $z$  активного шару, тому він називається розподіленим зворотним зв'язком.

Величини зворотного зв'язку і коефіцієнта втрат на випромінювання у такій системі можна змінювати, наприклад, змінюючи відстань  $l$ . За наявності декількох типів коливань у резонаторі, тобто декількох хвилевідних мод, унаслідок їх можливої взаємодії загальна картина випромінювання може значно ускладнюватися.

Очевидно, за допомогою цієї системи можна у зворотному порядку здійснювати не тільки виведення, а й введення випромінювання в тонкоплівковий хвилевід через його бічну поверхню. Це часто використовують у пристроях інтегральної оптики.

### **Кільцеві резонатори**

Кільцеві резонатори є особливим типом оптичних резонаторів завдяки тому, що енергія в них накопичується не у вигляді стоячих хвиль, а у вигляді рухомих хвиль. До таких резонаторів у першу чергу можна віднести подібні до зображених на рис. 5.3. Інтерференція двох хвиль, що поширюються у протилежних напрямках по осьовому контуру, утворює стоячі хвилі. Осьовим контуром називають промінь, який після відбиття замикається сам на себе. Якщо обертати кільцевий резонатор навколо осі, то довжина шляху для хвиль, що поширюються за напрямом і проти напрямку обертання, буде різною. Це може бути використано для вимірювання швидкості обертання і побудови лазерних гіроскопів [22].

Для тридзеркального резонатора власні частоти, знайдені в

наближенні пучка гаусівської форми та значення фазового зсуву за один прохід резонатора  $\pi$ , маємо [46]:

$$\nu_{mq} = \frac{c}{a} \left[ (2q - n) \frac{1}{6} + \frac{n + 1/2}{2\pi} \arccos \left( 1 - \frac{2a}{R\sqrt{3}} \right) \right] + \frac{c}{a} \left[ \frac{m + 1/2}{2\pi} \arccos \left( 1 - \frac{a\sqrt{3}}{2R} \right) \right], \quad (5.68)$$

де  $n, m$  – кількість нулів поля в площині та перпендикулярно до площини контуру, відповідно;  $a$  – сторона трикутника;  $R$  – радіус кривизни дзеркал.

## 5.9. Селекція типів коливань у резонаторах

У загальному випадку під час роботи оптичних квантових генераторів у резонаторах збуджується багато поздовжніх (аксіальних) та поперечних мод. У деяких випадках це не є істотним. Однак дуже часто необхідно подавити деякі типи коливань та отримати випромінювання у більш вузькому спектрі і навіть випромінювання, яке відповідає тільки одному типу коливань. Крім цього, велика кількість генерованих мод погіршує параметри лазерного випромінювання. Наприклад, ширина спектра генерації пропорційна кількості аксіальних мод, що може погіршити монохроматичність випромінювання. Кут розходження випромінювання пропорційний кількості поперечних мод  $\theta = \lambda p/d$ , де  $p$  – кількість поперечних мод. При багатомодовому випромінюванні змінюється діаграма спрямованості, потужність випромінювання розподіляється між усіма модами і на основну  $TEM_{00}$ -моду припадає тільки частина загальної потужності, що генерується лазером.

Зменшення кількості генерованих мод можна домогтися селекцією (дискримінацією), тобто створенням таких умов, при

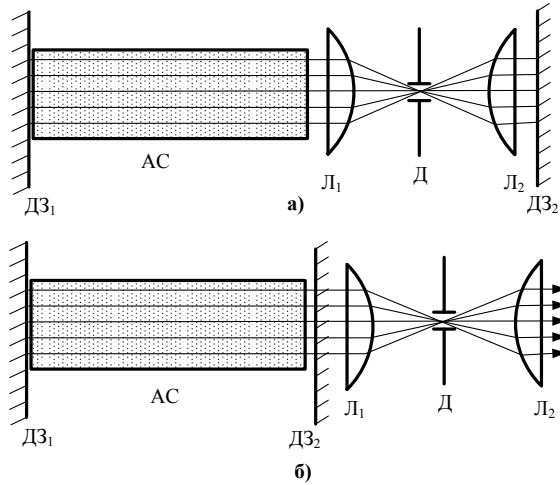


яких небажані моди мають великі втрати, а необхідні моди мають найліпші умови для існування. Тобто має відбуватися розділення та керування дифракційними втратами різних типів коливань. Найпростішими способами реалізації селекції є збільшення довжини резонатора, що автоматично зменшує значення числа Френеля до необхідного. Однак іноді для цього довжина резонатора має становити декілька десятків метрів, що важко реалізувати. Іншим способом є використання різних діафрагм та дисперсійних елементів.

За місцем розташування пристрою, який забезпечує селекцію, розрізняють внутрішню та зовнішню селекцію аксіальних та поперечних власних типів коливань резонатора. На рис. 5.22 наведено спрощені схеми внутрішньої та зовнішньої селекції мод резонатора. При внутрішній селекції пристрій селекції встановлюється і діє всередині резонатора, а при зовнішній — за його межами.

Характерні недоліки зовнішньої селекції мод: неможливість повного знищення випромінювання небажаних типів коливань, а також значна втрата потужності випромінювання. Перевага: універсальність (придатність для будь-якого готового лазера), легкість юстування, дешевина оптичних елементів. Внутрішня селекція істотно ускладнює конструкцію лазерного резонатора, вимагає використання високоякісної оптики. Однак тільки при внутрішній селекції можна досягти "чистого" виділення необхідної моди, а вихідна потужність при цьому зменшується лише на кілька відсотків. Розглянемо деякі способи внутрішньої селекції поперечних і поздовжніх типів коливань оптичного резонатора.

Розрізняють селекцію поперечних (кутову) та аксіальних (частотну) типів коливань. Це розділення базується на тому, що селекція поперечних мод визначається зміною поперечної структури, а поздовжніх мод — відмінністю за частотою [27], [45], [50], [54]. Також можна виділити широкосмугову селекцію за



**Рисунок 5.22** – Схеми реалізації внутрішньої (а) та зовнішньої (б) селекції мод резонатора

допомогою поглиначів та вузькосмугову селекцію за допомогою різних дисперсійних елементів, селективних та зв'язаних резонаторів.

Для селекції основної поперечної моди в лазерах зі стійким резонатором можна використовувати апертурні діафрагми. Оскільки випромінювання основної моди більшою мірою концентроване уздовж осі резонатора, то підбором діафрагми можна домогтися стійкої селекції основної моди. При цьому існує оптимальний діаметр, який забезпечує одночасно селекцію та максимальну потужність генерації основної моди. За невиконання умови  $R_a R_d / L \sim 0,3$  (де  $R_a, R_d$  – відповідно радіуси активного елемента й отвору діафрагми;  $L$  – довжина активного елемента) будуть спостерігатися значні втрати потужності й в основному типі коливань [19], [27], [54].

Загальні принципи частотної селекції коливань докладно наведені в [45], [27], [54], [50]. У них виділяються три типи ча-

стотної селекції в лазерах.

Селекція першого типу забезпечує генерацію тільки на одному переході активного елемента, пригнічуючи інші небажані переходи.

При селекції другого типу генерація реалізується у більш вузькій смузі частот у межах ширини лінії люмінесценції активного елемента. Цей тип може використовуватися для перебудови частоти випромінювання генерації.

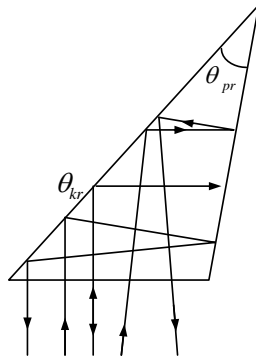
Третій тип селекції – селекція поздовжніх мод, що забезпечує генерацію окремої спектральної лінії резонатора, або одночастотний режим резонатора.

Селекція першого типу, за необхідності, легко досягається використанням дзеркал із відбивним діелектричним покриттям, які розраховуються на роботу в необхідному спектральному діапазоні. Селекція вузьких спектральних діапазонів або окремих мод вимагає спеціальних методів [27], [45], [50], [54].

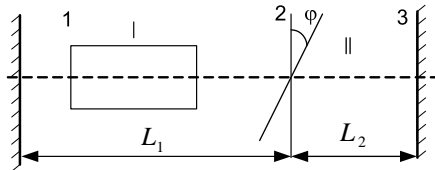
Для реалізації селекції другого та третього типів досить, щоб ширина лінії підсилення на обраному рівні підсилення відповідала необхідному частотному діапазону, наприклад під час використання внутрішньорезонаторного еталону Фабрі - Перо [27], [45], [49], [54].

Як приклад інших дисперсійних селективних елементів можна привести призму повного внутрішнього відбиття, яка є ефективною для селекції поперечних типів коливань. Коли одне із дзеркал замінюється призмою, у цьому разі використовується ефект сильної залежності коефіцієнта відбиття від кута падіння в області, близькій до критичного кута. На рис. 5.23 показані центральний і крайній промені розбіжного пучка, що падає на призмий селектор. Кут призми  $\Theta_{pr}$  дорівнює критичному куту  $\Theta_{kr}$  або дещо більший за нього. Всі неаксіальні промені мають тенденцію до відходу з пучка.

Істотного "придушення" поздовжніх типів коливань можна досягти використанням зв'язаних резонаторів. У найпро-



**Рисунок 5.23** – Схема роботи призми повного внутрішнього відбиття



**Рисунок 5.24** – Схема зв'язаного резонатора

стішому випадку це два зв'язаних резонатори (рис. 2.24), утворених трьома дзеркалами, одне з яких (2) можна встановити під певним кутом  $\varphi$  до поздовжньої осі системи. Підбираючи довжини резонаторів  $L_1$ ,  $L_2$ , кут нахилу дзеркала 2 і його коефіцієнт поглинання, можна домогтися роботи на необхідних типах коливань, істотно послабивши інші. Ефективність цього методу можна збільшити, якщо збільшити число зв'язаних резонаторів [31].

## 5.10. Загальні умови вибору типу оптичного резонатора лазера

У більшості випадків розроблення лазерних резонаторів починається із вибору його конфігурації та габаритного розрахунку його основних елементів. Підбір типу резонатора виконується при врахуванні великої кількості факторів [45], [54]. Звісно, що всі випадки врахувати неможливо, але можна виділити загальні умови, придатні для прийняття загальних рішень. При цьому необхідно враховувати таке. Лінійна схема є найбільш простою з точки зору конструктивної та технологічної реалізації. Також вона забезпечує більш низький поріг генерації порівняно з кільцевими резонаторами, що мають аналогічний кільцевий період. Лінійні резонатори із плоскими поверхнями, як правило, обирають із технологічних міркувань, коли за іншими параметрами вибір резонатора не є критичним.

У кільцевому резонаторі існують дві хвилі, що рухаються одна назустріч іншій, але при дискримінації однієї із них реалізується режим рухомої хвилі. При цьому істотно зменшується ефект просторового випалювання дірок в активному елементі, що дозволяє стабілізувати частотні характеристики генерації та розширити ширину спектра генерації під час формування наднетривалих світлових імпульсів. Кільцеві резонатори з плоскими відбивними поверхнями забезпечують високу стабільність генерації і невелике розходження випромінювання.

Свійкий резонатор доцільно використовувати в лазерах із малим коефіцієнтом підсилення і малим поперечним перерізом активного середовища. В лазерах з дуже малим перерізом активного елемента необхідно використовувати конфокальні резонатори.

Нестійкі резонатори доцільно використовувати в одномодових лазерах із великими об'ємами активного елемента з великим коефіцієнтом підсилення. Вони забезпечують високий ко-

ефіцієнт корисної дії резонатора і є менш чутливі до неоднорідності середовища оптичних елементів.

Під час проектування резонаторів лазерів високої потужності необхідно виключати фокусування випромінювання всередині резонатора і безпосередньо на дзеркалах.

### **Питання для самостійного контролю**

1. Назвіть основні функції оптичного резонатора щодо використання його в квантових генераторах.

2. Перелічіть та коротко опишіть основні резонатори, що використовуються в електроніці НВЧ.

3. Визначте термін моди в об'ємному резонаторі.

4. Які умови повинні виконуватися для формування моди в резонаторі?

5. Наведіть вирази для власних частот (довжин хвиль) основних резонаторів НВЧ-діапазону.

6. Назвіть основні чинники, що перешкоджають використанню об'ємних резонаторів у оптичному діапазоні.

7. Назвіть основні чинники, що дозволили використовувати відкриті резонатори в оптичному діапазоні.

8. Уточніть поняття моди оптичного резонатора.

9. Поясніть сутність часу життя фотона в резонаторі. Як цей параметр пов'язаний з іншими характеристиками відкритого резонатора?

10. Перелічіть та коротко опишіть основні типи відкритих резонаторів, що використовуються в оптичному діапазоні електромагнітних хвиль.

11. Наведіть схему відкритого резонатора з плоскими дзеркалами. Які умови повинні виконуватися для формування в ньому моди?

12. У чому сутність теорії Шувалова і Таунса для плоского відкритого резонатора з прямокутними дзеркалами?

13. Поясніть відмінність поздовжніх та поперечних типів коливань в оптичних резонаторах.

14. Розшифруйте зміст поздовжніх та поперечних індексів моди для резонаторів із прямокутною і круглою формами дзеркал.

15. Схематично наведіть картину розподілу поля мод  $TEM_{0,0,q}$ ,  $TEM_{1,1,q}$ ,  $TEM_{6,0,q}$ ,  $TEM_{5,3,q}$  на дзеркалах відкритих резонаторів із прямокутною і круглою формами.

16. Коротко опишіть суть теорії Фокса і Лі. Які переваги та недоліки має ця теорія?

17. Наведіть та дайте фізичний зміст основних компонентів функції розподілу поля на дзеркалах, згідно з теорією Фокса і Лі.

18. Наведіть основні висновки, які можна зробити, базуючись на теорії Фокса і Лі для плоскопаралельних відкритих резонаторів.

19. Наведіть схему конфокального відкритого резонатора. У чому відмінність функції розподілу поля на дзеркалах порівняно із аналогічною для плоскопаралельного резонатора?

20. Опишіть поперечну та поздовжню структуру поля в конфокальному резонаторі, дайте визначення каустики і перетяжки поля.

21. Поясніть сутність методу розрахунку основних параметрів еквівалентного сферичного резонатора.

22. Наведіть вирази для узагальнених параметрів дзеркал сферичного резонатора.

23. Як пов'язана наявність еквівалентного сферичного резонатора зі стійкістю резонатора?

24. Наведіть схему, основні параметри та властивості сферичного резонатора.

25. Наведіть схему, основні параметри та властивості концентричного резонатора.

26. Наведіть схему, основні параметри та властивості напів-

сферичного резонатора.

27. Наведіть схему, основні параметри та властивості напівконцентричного резонатора.

28. Перелічіть, класифікуйте та коротко охарактеризуйте основні види втрат в оптичному резонаторі.

29. Поясніть природу дифракційних втрат у відкритому резонаторі, методику побудови діаграми стійкості.

30. Охарактеризуйте основні типи резонаторів, що використовуються в оптичному діапазоні на стійкість, при незначній зміні їх геометричних параметрів.

31. Охарактеризуйте втрати на дзеркалах. Чому корисні втрати отримали таку назву?

32. Поясніть принцип роботи та побудову багатошарових інтерференційних дзеркал. У яких діапазонах довжин хвиль вони мають пріоритетне значення?

33. Охарактеризуйте та поясніть основні втрати в активному середовищі.

34. Наведіть схему та поясніть фізичні принципи роботи лазерних активних модульних систем. У чому їх переваги?

35. Дайте визначення та наведіть формулу добротності резонатора з урахуванням у ньому втрат.

36. Які переваги та недоліки мають нестійкі резонатори порівняно зі стійкими?

37. Наведіть схеми та поясніть особливості використання резонаторів із дифракційними решітками.

38. Наведіть основні параметри дифракційних решіток.

39. Поясніть принцип дії та наведіть схеми резонаторів із розподіленим зв'язком.

40. Поясніть причини необхідності проведення селекції власних типів коливань у резонаторах.

41. Поясніть сутність, переваги та недоліки, схеми реалізації внутрішньої та зовнішньої селекції власних типів коливань резонаторів.



42. Наведіть та поясніть принцип дії селекції поздовжніх та поперечних власних типів коливань резонатора.

43. Розкрийте сутність матричного описання параметрів резонаторів. При яких спрощеннях виконуються розрахунки?

44. Якими властивостями має володіти оптична матриця перетворення резонатора, яким чином вона будується?

45. Які параметри випромінювання та резонатора можна визначити за допомогою матричного способу?

## РЕЖИМИ ГЕНЕРАЦІЇ ТА МОДУЛЯЦІЯ ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

### 6.1. Класифікація режимів роботи лазерів

Режими (динаміка) роботи й основні параметри випромінювання (енергія, тривалість імпульсу, середня та пікова потужність і т.д.) лазерів та мазерів значною мірою визначають області їх застосування. Важливе практичне значення має забезпечення умов стійкості й стабільності різних режимів роботи лазерів та мазерів, що визначає необхідність вирішення проблеми керування параметрами лазерного випромінювання [18], [22], [31]. Розрізняють такі режими випромінювання або роботи лазерів та мазерів:

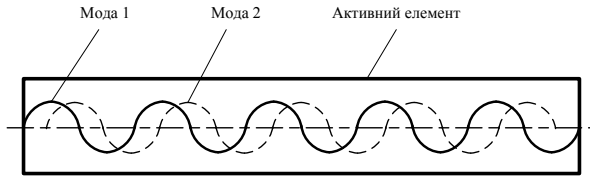
- одномодовий і одночастотний;
- багатомодовий;
- багаточастотний;
- безперервний (стаціонарний, або квазістаціонарний);
- нестаціонарний.

Розглянемо детальніше ці режими. Одночастотним називають такий режим роботи лазера або мазера, при якому вихідне випромінювання має тільки одну спектральну лінію, що, як правило, відповідає основній моді резонатора. Для ідеально стабільного резонатора ширина цієї лінії має наближатися до нуля. Питання стабілізації резонаторів розглядалося в розділі про монохроматичність лазерного випромінювання. В одночастотному режимі можуть генерувати твердотільні та газові лазери. Враховуючи можливість виродження мод, необхідно вказати на можливість одночасної генерації декількох мод, що мають одну і ту саму частоту. Іншими словами, набір частот у спектрі випромінювання має однаковий поперечний розподіл поля.

Узагалі, розглядаючи одномодовий та багатомодові режими, потрібно звернути увагу на тип контуру підсилення актив-

ної речовини. Якщо рівень накачування забезпечує виконання порогової умови, то виникає генерація. При цьому підсилення в активній речовині на частоті генерації стабілізується і, при подальшому збільшенні потужності накачування, не змінюється. У випадку однорідно розширеного контуру підсилення активної речовини підсилення моди є стабілізованим у межах усього контуру. Тому генерація відбувається на моді резонатора, що відповідає частоті максимуму контуру підсилення. Іншим модам резонатора збуджуватися та подолати рівень втрат буде набагато важче й ці умови не змінюватимуться зі збільшенням накачування. Цей випадок відповідає майже ідеальній умові, коли напівширина спектра генерації обумовлена шириною моди резонатора [29]. Насправді в контурі підсилення вміщується декілька мод резонатора і для забезпечення одномодової генерації в окремих випадках використовують методи поперечної селекції типів коливань [19], що розглядалися в попередньому розділі. Справа в тому, що кожна мода утворюється стоячою хвилею в активному резонаторі й у результаті утворюються пучності та розрідженості, або вузли поля, які є стаціонарними в об'ємі активного елемента. Оскільки вимушене випромінювання пропорційне густині випромінювання, то в пучностях відбувається інтенсивне спустошення верхніх лазерних рівнів. І навпаки, в області вузлів інверсійна заселеність зберігається набагато довше. Саме через це створюються умови для збудження інших мод, які близько розташовані до максимуму контуру підсилення активного середовища і мають інший розподіл поля. Це досить добре пояснюється рис. 6.1. У свою чергу, збудження нових мод призводить до зміни шарової структури активного середовища та виникнення конкуренції мод.

Цей ефект отримав назву просторового випалювання дірок, що є характерним не лише для випадку однорідно розширеного контуру, а й для неоднорідного. Для протидії просторового випалювання дірок Ліфшиць запропонував лазер, активний еле-



**Рисунок 6.1** – Просторове випалювання дірок в активному середовищі лазера

мент якого рухається уздовж оптичної осі резонатора. Внаслідок цього зміщується в об'ємі розподіл поля, що перешкоджає розшаруванню активного середовища на області з високим та малим рівнем інверсійної заселеності [13]. У [29] також вказується на спосіб переміщення резонатора (механічного або електрооптичного) та застосування кільцевих резонаторів у режимі односпрямованої генерації із використанням вентиля на ефекті Фарадея або пасивного дзеркала, наприклад, дифракційної решітки.

Багатомодовий режим відрізняється одночасною генерацією кількох поперечних мод. Цей режим, як правило, характеризується набором багатьох частот та безперервним розподілом поля на дзеркалах. Багатомодовий режим є найбільш поширеним режимом роботи лазерів та мазерів, оскільки в цьому разі досягається найбільша потужність випромінювання за рахунок більш ефективного використання об'єму активного елемента [22], [31]. При багатомодовій генерації можливе виникнення ефектів взаємодії мод між собою, так що в цьому випадку їх не можна розглядати як повністю незалежні.

За наявності неоднорідно розширеного контуру підсилення активного елемента кількість мод резонатора, що входять до нього, може досягти кількох тисяч. Тому можна чекати, що при збільшенні швидкості накачування та досягнення порогового значення інверсії заселеності буде збуджуватися значна їх

кількість. Спочатку збуджуватиметься мода, яка є ближньою до максимуму контуру підсилення. Однак після встановлення моди почнуть виникати процеси насичення, що визначаються властивостями активного середовища і при збільшенні швидкості накачування коефіцієнт підсилення основної моди не змінюватиметься. На контурі підсилення буде формуватися провал, або дірка. Цей ефект отримав назву частотного випалювання дірок. При подальшому збільшенні накачування умови збудження будуть виконуватись і для інших мод резонатора, що мають найвищу добротність і, як правило, тих, що знаходяться поблизу вже стабілізованої ефектом насичення моди. Для нових збуджених мод резонатора також виникають процеси насичення і це також призводить до стабілізації їх коефіцієнта підсилення й до появи (випалювання) нових дірок на контурі підсилення. Кількість збуджених мод може досягати кількох десятків і навіть сотень. У першому наближенні насичення коефіцієнт підсилення або поглинання для неоднорідно розширеної лінії може бути апроксимований, згідно з [22], як

$$\alpha_{neodn} = \frac{\alpha_{0neodn}}{(1 + I/I_s)^{1/2}}, \quad (6.1)$$

де  $\alpha_{0neodn}$  — є ненасиченим коефіцієнтом підсилення, або коефіцієнтом підсилення слабкого сигналу.

Основним критерієм для часової класифікації режимів характеристики вихідного випромінювання лазерів та мазерів є співвідношення тривалості стаціонарної генерації  $\tau_{stac}$ , коли потужність є незмінною, й тривалості розвинення і згасання генерації. В першому наближенні час розвитку та згасання генерації можна подати сталою часу резонатора  $\tau_{rez}$ , що характеризує перехідні процеси в резонаторі і є часом, за який густина енергії зменшується в  $e$  разів:

$$\tau_{rez} = Q/(2\pi\nu) = 2Ln/c \sum \beta_{rez}, \quad (6.2)$$

де  $\sum \beta_{rez}$  – сумарні втрати резонатора за один прохід.

При виконанні умови  $\tau_{stac} \gg \tau_{rez}$  режим роботи лазера можна вважати стаціонарним. Теоретично він може бути досліджений, коли в кінетичних рівняннях системи енергетичних рівнів похідні за часом від заселеності рівнів прирівняти до нуля. Повністю стаціонарна генерація є ідеалізацією, і в деяких джерелах використовується поняття квазістаціонарного режиму.

Таким чином, у безперервному режимі енергія випромінювання не змінюється протягом часу  $\tau_{stac}$ . Це досягається при одночасному виконанні таких вимог:

- робота лазера в режимі одномодової генерації;
- відсутність чинників збудження та флуктуацій;
- постійність у часі інтенсивності накачування зовнішнього поля;
- незмінність параметрів лазера у часі;
- робота лазера в режимі вільної генерації.

Безперервна генерація створюється завдяки одночасному перебігу складних динамічних процесів, пов'язаних із заселеністю верхніх лазерних рівнів під дією накачування, та їх релаксації. У багатьох джерелах її розглядають як переважно теоретичний випадок, який відповідає умові незмінності похідних за часом від заселеності енергетичних рівнів кінетичних рівнянь  $dN_i/dt = 0$ , що розглядалися в розділі створення інверсійної заселеності в активних середовищах.

На практиці режими роботи лазерів не є стаціонарними, що призводить до флуктуацій енергетичних та просторових характеристик випромінювання. Причин зриву стаціонарної генерації багато і їх умовно можна класифікувати на технічні та фізичні.

Найбільш поширені різновиди нестаціонарного режиму є:

- режим вільної генерації;
- режим модульованої добротності (режим гігантських імпульсів);

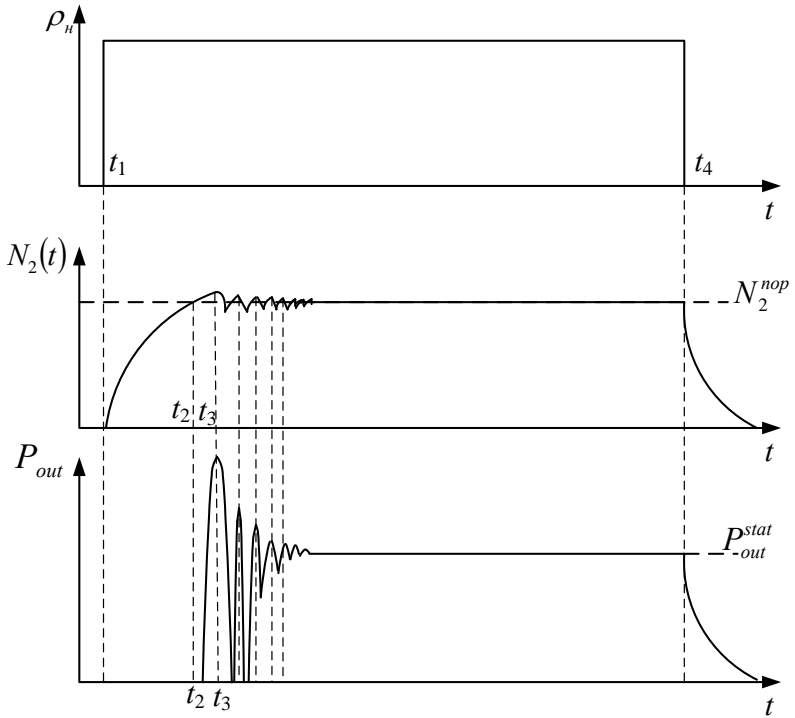
- режим синхронізації мод;
- режим розвантаження резонатора.

В імпульсному режимі генеруються поодинокі або регулярні імпульси, що повторюються. Для створення імпульсної генерації, як правило, використовують імпульсне накачування, хоча воно може бути досягнуте і за допомогою безперервного накачування. Перевагами імпульсного накачування є можливість швидкого створення більшої заселеності верхніх лазерних рівнів, менше теплове навантаження на активний елемент, більша універсальність щодо застосування в більшості активних середовищах. Як джерело імпульсного накачування використовують спіральні або стрижневі газорозрядні лампи високого тиску, через які розряджаються конденсаторні батареї.

## 6.2. Режим вільної генерації лазерного випромінювання

Під нестационарним (імпульсним) режимом розуміють такий режим, характерний час якого не триваліший за час релаксації робочих лазерних рівнів активного середовища. Для кількісного описання процесів необхідно розв'язати кінетичні рівняння за умови  $dN_i/dt \neq 0$ , які будуть уже нелінійними відносно змінних  $dN_i$ , і, як правило, ця задача аналітичних розв'язків не має [22], [31]. Тому розглянемо якісну картину цього процесу. На рис. 6.2 зображені часові діаграми спектральної густини накачування, заселеності верхнього лазерного рівня  $N_2$  та вихідної потужності лазерного випромінювання в режимі вільної генерації.

Згідно з рис. 6.2 нехай імпульс накачування має форму сходинки, а інтервал часу накачування  $t_4 - t_1$  буде набагато більшим за час релаксації збуджених рівнів. Після включення накачування заселеність верхнього лазерного рівня  $N_2$  буде зростати. Спочатку, коли потужність накачування мала, заселеність  $N_2$  не досягає порогового значення  $N_2^{nop}$  й умови генерації ви-



**Рисунок 6.2** – Часова діаграма режиму вільної генерації лазера



промінювання не виконуються. У міру збільшення потужності випромінювання накачування заселеність верхнього лазерного рівня досягає значення  $N_2^{nop}$  у момент часу  $t_2$  і, поки формується мода, встигає збільшитися. Перевищення  $N_2^{nop}$  призводить до встановлення та швидкого зростання поля моди резонатора, яка відповідає частоті контуру підсилення активного середовища. В той же час збільшення кількості фотонів резонансної частоти лазерного переходу призводить до зростання ймовірності вимушених переходів та, у свою чергу, швидкого спустошення верхнього лазерного рівня  $N_2$ . Це обумовлює падіння підсилення і зменшення інтенсивності поля як у резонаторі, так і на виході з нього. Зменшення заселеності  $N_2$  нижче значення  $N_2^{nop}$  призводить до згасання генерації — сформувалася перша осциляція. За відсутності генерації, інтенсивність вимушених переходів різко зменшується, що дає можливість джерелу накачування поновити спустошену заселеність верхнього лазерного рівня  $N_2$ , і процес формування наступного імпульсу починається заново.

Математичний розгляд за умови одномодового режиму [16], [19], [22] та при одночасному виконанні наведених вище вимог для генерації в безперервному режимі показує, що часові залежності вихідної потужності (рис. 6.2) — це регулярні в часі послідовності світлових імпульсів або лазерних пічків. Амплітуда пічків зменшується приблизно за експоненціальним законом. Такий режим отримав назву режиму регулярних пічків, або режиму регулярних згасальних (задемпфованих) осциляцій. При великих часових інтервалах стабільного накачування та відсутності зовнішніх флуктуацій режим регулярних пічків має перейти до стаціонарного режиму з незмінною в часі вихідною потужністю (рис. 6.2).

Під час роботи лазера в безперервному режимі та появи поодинокі зовнішньої флуктуації виникають подібні до описаних у режимі регулярних пічків релаксаційні процеси, характерний

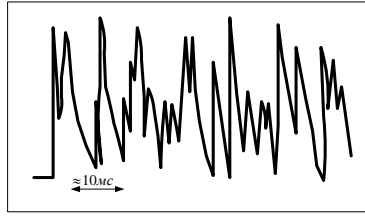
період осциляцій яких перевершує час життя фотона в резонаторі і час повного обходу резонатора.

Режим регулярних згасальних осциляцій проявляється лише при одномодовій генерації та незмінних у часі параметрах лазера. В реальних умовах, як правило, спостерігається режим нерегулярних пічків (іноді просто пічковий режим), типова часова діаграма яких наведена на рис. 6.3. Інтенсивність пічків змінюється хаотично і вони не згасають із часом.

Незгасальні хаотичні осциляції можуть виникати під час роботи лазера як в імпульсному, так і в безперервному режимі, є характерними для твердотільних і напівпровідникових лазерів. Причинами, що приводять до виникнення генерації нерегулярних пічків, є порушення умов, обов'язкових для виникнення розглянутого раніше режиму регулярних пічків. До цих чинників також необхідно віднести багатомодову генерацію, просторове та частотне випалювання дірок, взаємодію різних мод між собою (конкуренція типів коливань).

Розглянуті режими регулярних та нерегулярних пічків належать до режиму вільної генерації, коли квантова система самостійно, без втручання із зовні, за рахунок складних динамічних процесів, що відбуваються між енергетичними рівнями, встановлює відповідний режим.

Також потрібно відмітити і те, що в межах часу формування моди генерація починається одразу після виконання двох умов: досягнення інверсійної заселеності верхнього лазерного рівня та перевищення процесів підсилення над усіма втратами систем лазера. Тобто порогова різниця заселеності визначається втратами активної речовини, мод резонатора та іншими. Після подолання втрат процесами накачування  $\rho_n^{gen}$ , як це схематично показано на прикладі залежностей відносних заселеностей у трирівневій схемі першого роду від густини оптичного накачування (рис. 6.4), збільшується кількість фотонів моди, що призводить до збільшення ймовірності вимушених переходів



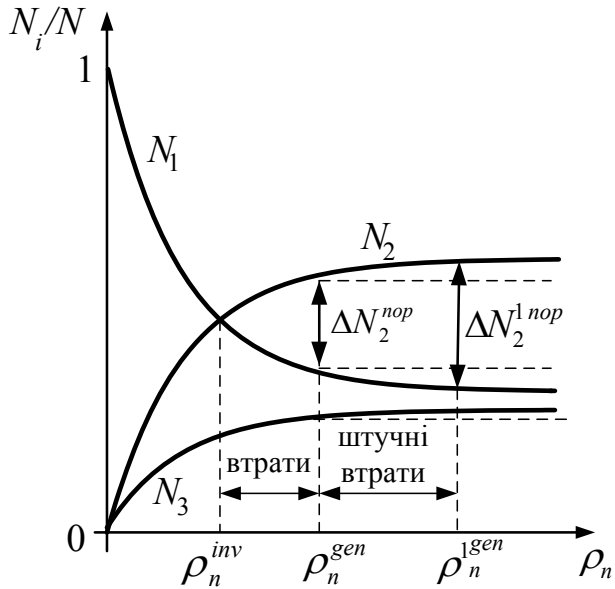
**Рисунок 6.3** — Типова часова залежність вихідного багатомодового лазерного випромінювання (режим вільної генерації, нерегулярних пічків)

і до спустошення верхнього лазерного рівня. Таким чином, порогова різниця заселеності, яка визначає накопичену для генерації енергію, стабілізується (пунктири на рис. 6.4), збільшення енергії накачування приведе до збільшення генерації фотонів і більш швидкого спустошення інверсії.

### 6.3. Режим модульованої добротності

Для того щоб змусити активну речовину, яка знаходиться в резонаторі, накопичити більшу кількість енергії накачування, необхідно штучно затримати початок генерації тимчасово розірвавши позитивний зворотний зв'язок для моди, або ввести керовані тимчасові штучні втрати. Початок генерації в цьому разі буде визначатися  $\Delta N_2^{1nop}$  при  $\rho_n^{1gen}$  (рис. 6.4), система накопичить енергію і після швидкого зменшення втрат віддасть її у вигляді одного нетривалого імпульсу. Втрати визначають добротність, тому для одномодового режиму генерації цей метод отримав назву режиму модульованої добротності, або режиму генерації гігантського імпульсу [18], [19], [22] та інші.

Принцип роботи лазера в режимі модульованої добротності можна пояснити часовими діаграмами рис. 6.5. Нехай накачу-



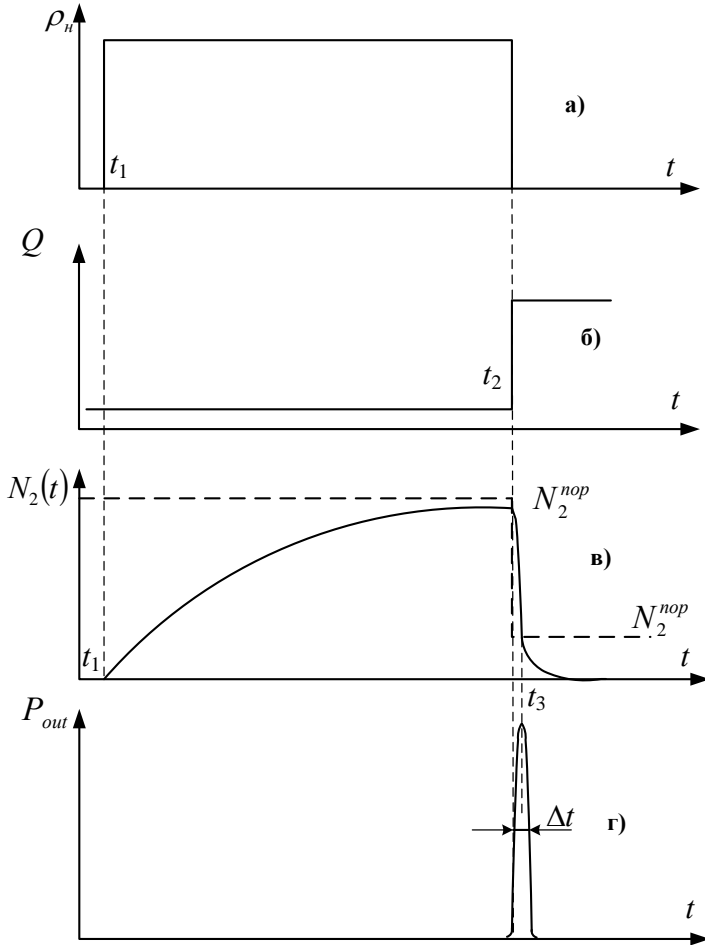
**Рисунок 6.4** – Відносні залежності заселеностей робочих рівнів від спектральної густини оптичного накачування для випадків відсутності активного елемента в резонаторі (суцільна лінія) та у випадку активного резонатора (пунктир)

вання відбувається зі сталою швидкістю протягом часу, достатнього для накопичення системою енергії накачування  $t_2 - t_1$  (рис. 6.5а). Всередині резонатора лазера розташований закрив — пристрій, який вносить великі втрати або зменшує добротність резонатора і швидко, в потрібний момент часу, змінює величину втрат та добротності на протилежні. Зачинений закрив відповідає режиму великих втрат, відкритий — малим втратам, які відповідають звичайній роботі лазера.

Таким чином, до моменту часу  $t_2$  добротність резонатора є низькою і генерація не починається (рис. 6.5 б). Час  $t_2 - t_1$  не повинен бути більшим за час релаксації  $\tau_{21}$  верхнього лазерного рівня  $N_2$ , оскільки в протилежному разі накопичена в активному елементі енергія почне втрачатися завдяки механізмам спонтанної релаксації. З іншого боку, за час  $t_2 - t_1$  система має встигнути запасти енергію накачування. По перше, це накладає додаткові вимоги до параметрів джерела накачування, по-друге — використовувати активні середовища з якнайбільш тривалим часом життя верхнього лазерного рівня ( $\tau_{21} \approx 10^{-3}$ ). Нагадаємо, що остання умова реалізується для переходів заборонених в електродипольному наближенні, що спостерігається для більшості кристалічних твердотільних та деяких газових лазерів [19]. Для інших активних середовищ модуляція добротності, з наведених вище причин, не є ефективною.

У момент часу  $t_2$ , коли інверсія заселеності є максимальною, має відкритися закрив. Підсилення в активному середовищі лазера значно перевищує втрати, формується мода, швидко збільшуючи кількість фотонів, які, у свою чергу, зменшують інверсію заселеності. В момент часу  $t_3$  заселеність верхнього лазерного рівня  $N_2$  досягне порогового значення, що визначається встановленим рівнем втрат. У цей час запас накопиченої енергії вичерпано і потужність світлового імпульсу за рахунок втрат буде зменшуватися до нуля.

Розв'язок кінетичних рівнянь в одномодовому наближенні,



**Рисунок 6.5** – Часова діаграма розвитку лазерного імпульсу в режимі модульованої добротності (гігантських імпульсів)

при  $\Delta N_2^{1nop} \gg \Delta N_2^{nop}$ , та миттєвому вимкненні закриву і малих втратах дозволяє оцінити потужність лазерного випромінювання в максимумі [18], [22]:

$$P_{max} \approx \frac{\hbar\omega}{2\tau_c} V \Delta N_2|_{t=0}, \quad (6.3)$$

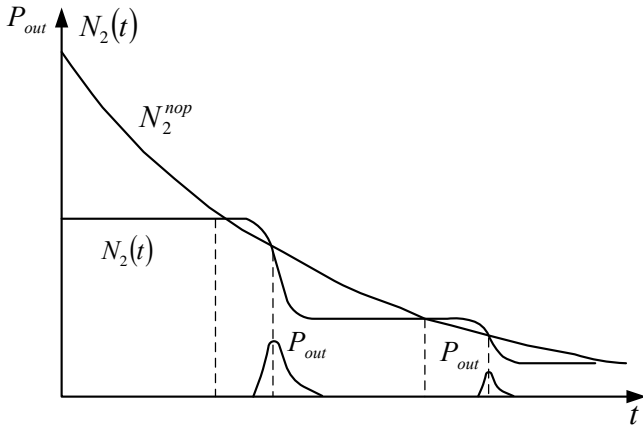
де  $\tau_c$  — час життя фотона в резонаторі,  $V$  — об'єм, який займає мода в активному середовищі.

Потужність імпульсу може досягати декількох десятків МВт із тривалістю декілька нс.

Розглянутий розвиток генерації імпульсу відбуватиметься лише тоді, коли час відкриття закриву буде меншим за час життя фотона в резонаторі  $\tau_c$  або за час розвитку імпульсу  $t_3 - t_2$  (випадок швидкого перемикавання). У разі повільного перемикавання можуть виникати багаторазові імпульси, потужність яких буде значно меншою за величину  $P_{max}$ . На рис. 6.6 наведено часову діаграму формування багаторазових імпульсів при повільному перемикаванні. Імпульс формується в момент, коли миттєве значення заселеності верхнього лазерного рівня  $N_2$  дорівнюватиме значенню  $N_2^{nop}$ . Кожен імпульс буде скидати  $N_2$  до значень менших за  $N_2^{nop}$ , генерація зупиняється, коли величина  $N_2^{nop}$  не стане меншою за  $N_2$ .

Лазери з модульованою добротністю можуть працювати в імпульсному та імпульсно-періодичному режимах [19]. В імпульсному режимі швидкість і тривалість накачування мають забезпечити максимальну інверсійну заселеність до моменту ввімкнення добротності. Потім накачування вимикається до формування наступного імпульсу.

Імпульсно-періодичний режим із модуляцією добротності забезпечується безперервним накачуванням лазера та періодичним перемиканням втрат резонатора до низьких значень. При цьому вихідне випромінювання лазера має вигляд безперервного цугу світлових імпульсів, а інверсія періодично змінюється



**Рисунок 6.6** – Формування багаторазових імпульсів при повільному перемиканні (збільшення добротності)

від початкової, яка відповідає часу до ввімкнення резонатора, до кінцевої величини — після формування імпульсу. Потім накачування поновлює значення інверсійної заселеності до моменту ввімкнення добротності резонатора. Час поновлення інверсії заселеності приблизно дорівнює часу життя верхнього лазерного рівня  $\tau_n$ . Тому час, який розділяє імпульси, також має бути порядку  $\tau_n$ , що відповідає частотам повторення імпульсів одиницям та кільком десяткам кілогерців.

Реалізація режиму модульованої добротності відбувається за допомогою пристроїв-модуляторів або закривів, параметри яких мають задовольнити вимоги формування гігантського імпульсу розглянутим вище. Ці пристрої розглянемо нижче, лише відмітимо, що вони принципово поділяються на активні та пасивні за фізичними явищами, які використовують в модуляторах.



## 6.4. Режим синхронізації мод

Тепер розглянемо багатомодову генерацію. Якщо поперечні моди заглушені й можлива генерація декількох  $(2N+1)$  поздовжніх хвиль із частотним інтервалом  $\Delta\omega = \pi c/L$ , то за рахунок інтерференційних процесів вони встановлюють стоячу хвилю. Амплітуда цієї хвилі при багаторазовому відбитті від стінок резонатора сильно зростає. Для прикладу, He-Ne лазер із довжиною резонатора 30 см та смугою 1,5 ГГц матиме 3 поздовжні моди, а 128 ГГц Ti:сапфіровий лазер, з тією самою довжиною резонатора, може генерувати  $25 \cdot 10^4$  мод. Якість оптичного резонатора, з точки зору генерації ультракоротких імпульсів, залежить від кількості в ньому мод [40].

Кількість мод, що генерують, визначається виразом  $\Delta\omega_{gen}/\Delta\omega_q$ , де  $\Delta\omega_{gen}$  є шириною контуру підсилення активної речовини. В лазерах із декількома модами, що осцилюють, інтерференція викликає спотворення в лазерному спектрі частот або непередбачені флуктуації в інтенсивності. В той же час інтерференція в лазері, з вираженим багатомодовим режимом, призводить до середньої, майже сталої інтенсивності мод. Кожна з цих мод збуджується незалежно. Якщо не застосовувати спеціальних заходів синхронізації, то фази цих мод мають довільні значення і є незалежними. Повна потужність випромінювання буде дорівнювати сумі потужностей окремих мод.

Позначимо власну частоту центральної моди  $\omega_0$ , яка відповідає центру контуру підсилення, а повне електричне поле  $E(t)$  в довільній точці запишемо в комплексній формі:

$$E(t) = \sum_{l=-N}^N E_l \exp i[(\omega_0 + l\Delta\omega)t + \varphi_l], \quad (6.4)$$

де  $E_l$  і  $\varphi_l$  — амплітуда і фаза (при  $t = 0$ )  $l$ -ї моди.

Якщо у кожній моді зафіксувати фазу між нею та іншими модами, інтерферуючи, вони будуть періодично додаватися, утворюючи імпульси малої тривалості та великої інтенсивності. Таке явище отримало назву синхронізації мод, а режим — режиму синхронізації мод [18], [19], [22], [40] та ін.

У [40] вказується на два варіанти генерації надкоротких імпульсів при синхронізації мод. У першому генерація починається одразу на всіх модах із незалежними фазами та інтенсивністю. Після відбувається відсів, результатом якого є жорстка зв'язка мод за фазами та інтенсивністю. У другому — генерація починається на одній центральній моді, а потім, унаслідок міжмодової взаємодії, вона починається і на інших модах з необхідною різницею фаз. Формування імпульсу відбувається приблизно за 10 проходів резонатора, а ще за 20 — 30 проходів завершується процес укорочення та підсилення імпульсів. У результаті активний резонатор генерує стабільні фемтосекундні імпульси.

Нехай генеруються  $(2N + 1)$  аксіальних мод з однаковими амплітудами  $E_l = E_0$  та всі фази дорівнюють нулю. Тоді (6.4) можна подати у такому вигляді:

$$E(t) = \sum_{l=-N}^N E_0 \exp i(\omega_0 + l\Delta\omega)t, \quad (6.5)$$

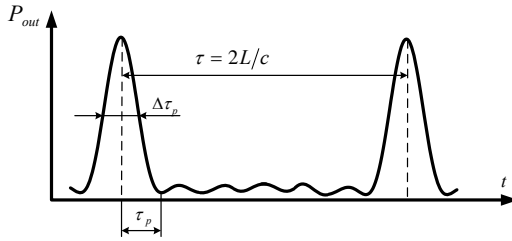
що при додаванні дає

$$E(t) = A(t) \exp i\omega_0 t, \quad (6.6)$$

де

$$A(t) = E_0 \frac{\sin[(2N + 1)\Delta\omega t/2]}{\sin(\Delta\omega t/2)}. \quad (6.7)$$

Щоб зрозуміти фізичний зміст виразу (6.7), необхідно побудувати  $A^2(t)$ , пропорційну інтенсивності пучка або вихідної поту-



**Рисунок 6.7** – Часова залежність вихідної потужності у випадку синхронізованої генерації семи мод

жності  $P_{out}$ :

$$P_{out}(t) \approx \frac{\sin^2[(2N + 1)\Delta\omega t/2]}{\sin^2(\Delta\omega t/2)}. \quad (6.8)$$

На рис. 6.7 наведена часова залежність вихідної потужності згідно з виразом (6.8) у випадку генерації 7 мод, синхронізованих за фазами та однакових за амплітудами.

Завдяки виконанню умови синхронізації фаз моди інтерферують між собою, утворюючи цуг однаково відокремлених світлових імпульсів. Максимуми імпульсів відповідають моментам часу, коли знаменник (6.7) дорівнює нулю. Це відповідає умові  $[(2N + 1)\Delta\omega t_p/2] = \pi$ .

Ширина імпульсу, яка відповідає половині висоти, приблизно дорівнює часовому інтервалу  $\tau_p$  між максимумом імпульсу та найближчим мінімумом [19]:

$$\Delta\tau_p \approx \tau_p \approx \frac{2\pi}{(2N + 1)\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu_{gen}}, \quad (6.9)$$

де  $\Delta\nu_{gen} = (2N + 1)\Delta\omega_{gen}/2\pi$  є повною шириною контуру підсилення активної речовини. Часовий інтервал між імпульсами дорівнює часу повного проходження резонатора.

Дійсна тривалість імпульсу буде залежати від форми самого імпульсу [40]. Для отримання наднетривалих імпульсів необхідні велика ширина контуру підсилення і значна кількість синхронізованих мод. Згідно з (6.9) кількість генерованих мод визначається співвідношенням ширини контуру підсилення до міжмодового інтервалу. Крім цього, даний вираз добре відповідає співвідношенню невизначеностей

$$\delta E \delta t = \hbar \Delta \nu \Delta \tau \approx \hbar.$$

Оскільки у випадку синхронізації мод пікова потужність пропорційна  $(2N + 1)^2 E_0^2$ , то цей метод є корисним не лише для отримання наднетривалих імпульсів, а й для одержання імпульсів з великою потужністю [19].

Синхронізацію мод можна досягнути шляхом модуляції втрат в лазері з частотою, що дорівнює міжмодовому інтервалу  $\pi c/L$ . Пристрої та їх типи, за допомогою яких можна реалізувати модуляцію втрат, є аналогічними пристроям, що використовують для отримання режиму модуляції добротності. Їх також поділяють на активну синхронізацію мод, при якій втрати модулюються зовнішнім керуючим сигналом, та пасивну синхронізацію мод, яка реалізується автоматично за допомогою поглиначів, що накопичуються.

Активну синхронізацію мод можна розділити на амплітудну і частотну модуляції, а також на модуляцію мод у випадку синхронного накачування [19].

Амплітудна модуляція реалізується у випадку розміщення безпосередньо біля одного із дзеркал, керованого зовнішнім сигналом модулятора, що створює синусоподібні в часі втрати з власною частотою  $\Delta \omega^{mod}$ . При невідповідності частоти модуляції  $\Delta \omega^{mod}$  частоті міжмодового інтервалу  $\Delta \omega$  реалізується випадок просто амплітудної модуляції поля кожної моди резонатора з їх бічними смугами модуляції  $\Delta \omega_l \pm \Delta \omega^{mod}$ . У випадку  $\Delta \omega^{mod} = \Delta \omega$  бічні смуги будуть збігатись із сусідніми модами

резонатора, які дорівнюють  $\Delta\omega_l = \Delta\omega$ , і відбувається фазова синхронізація мод.

При частотній модуляції всередину одного із дзеркал резонатора розміщують також керований зовнішнім сигналом модулятор зі змінним за частотою  $\Delta\omega^{mod}$  показником заломлення  $n$ . При виконанні умови  $\Delta\omega^{mod} = \Delta\omega$  фази мод будуть синхронізуватися з отриманням імпульсів на виході порядку обернено пропорційного значення ширини смуги підсилення. Особливість полягає в тому, що оптична довжина модулятора також змінюватиметься зі зміною коефіцієнта заломлення середовища згідно з  $L_{opt} = L^{mod}n(t)$ , де  $L^{mod}$  є фізичною, метричною довжиною модулятора. Таким чином, при модуляції змінюється оптична довжина і самого резонатора, а це означає, що будуть модулюватися і його власні частоти.

У випадку модуляції мод при синхронному накачуванні, модулюється підсилення амплітуди поля в лазері, а не його втрати. Робочий лазер збуджується випромінюванням допоміжного лазера накачування, який, як правило, має працювати в режимі синхронізації мод. Синхронізація частоти міжмодового інтервалу та частоти повторення імпульсів накачування досягається зміною довжини резонатора робочого лазера.

У [20], [27] вказується на можливість поєднання спеціальних пристроїв із пасивною синхронізацією мод, що дозволяє генерувати світлові імпульси фемтосекундного діапазону.

Першим є комбінація методу синхронного накачування та пасивної синхронізації мод (mode locking). Застосування синхронного накачування з додатковим поглиначем, що насичується, дозволило отримати імпульси тривалістю 70 фс відносно високої стабільності.

Другим є використання синхронізації мод у зустрічних пучках (colliding-pulse mode locking). Цей метод полягає в тому, що два імпульси поширюються в протилежних напрямках через поглинач, що насичується і, таким чином, забезпечуються уко-

рочення та стабілізація імпульсів. Характерна тривалість імпульсів становить приблизно 50 фс, але при використанні додаткової компресії в оптичному хвилеводі тривалість досягає 16 фс [20].

Останнім є метод подвійної синхронізації мод (double mode locking). Зв'язок забезпечується через середовище, яке є пасивним поглиначем для лазера накачування і водночас виконує функцію активного середовища іншого лазера, що синхронно збуджується.

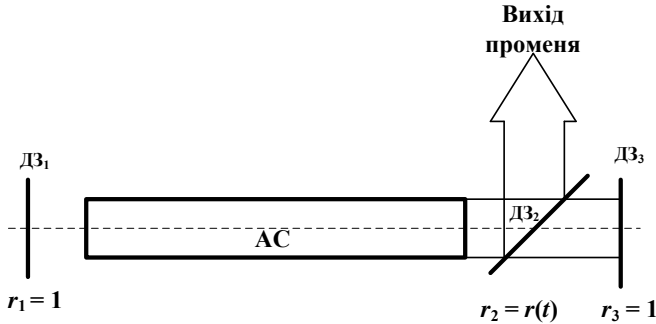
При використанні резонаторів зі сферичними дзеркалами маємо поперечні моди, які характеризуються еквідистантним набором резонансних частот. Еквідистантність частот є необхідною умовою синхронізації мод. Той факт, що ця умова може виконуватися не тільки для поздовжніх, а й у випадку поперечних мод, вказує на можливість реалізації синхронізації для поперечних мод [19].

Якщо синхронізація поздовжніх мод призводить до генерації послідовності наднетривалих імпульсів, то при синхронізації поперечних мод спостерігається перерозподіл потужності в поперечному до осі резонатора напрямку, або просторова модуляція потужності. Збіг відбувається лише в деякі моменти часу, що призводить до періодичного руху поперечного перерізу в площині дзеркала зони генерації. Рух перерізу відбувається з частотою, що дорівнює інтервалу резонансних еквідистантних частот резонатора та інтервалу частот синхронізованих мод [27].

Лазери із синхронізацією поперечних мод мають перспективи під час використання в оптоелектроніці — в системах передачі та обробки оптичної інформації.

## 6.5. Режим розвантаження резонатора

Метод розвантаження резонатора дозволяє вивести енергію, що накопичується в лазері, за час, який дорівнює часу повного проходу резонатора. Принципова схема роботи лазера в режимі розвантаження резонатора наведена на рис. 6.8. Перше



**Рисунок 6.8** — Принципова схема роботи лазера в режимі розвантаження резонатора

та третє дзеркала є повністю непрозорими, а вихідний пучок виводиться назовні лазера за допомогою пристрою, коефіцієнт відбиття якого буде змінюватися в часі від малих значень до одиниці. Розвантаження резонатора є загальним методом, який використовується в лазерах із синхронізацією мод, у безперервному лазері та в лазері з модульованою добротністю.

Як зазначається в [19], на практиці найчастіше використовується метод розвантаження резонатора разом із методом синхронізації мод. Для імпульсних лазерів із синхронізацією мод резонатор розвантажують у момент часу, коли внутрішньорезонаторний імпульс досягає максимуму. При цьому із резонатора лазера виходить потужний ультракороткий імпульс. Перемикання коефіцієнта відбиття вихідного пристрою (другого

дзеркала, рис. 6.8) відбувається до значення, що дорівнює одиниці. Як правило, це досягається використанням електрооптичного модулятора на елементі Поккельса [10]– [19], [22], [26]– [33]. У момент часу, коли необхідне розвантаження резонатора, до елемента Поккельса дають імпульс чвертьхвильового потенціалу і на виході відбивається від поляризатора лазерний промінь.

У випадку безперервного лазера з модуляцією добротності метод розвантаження резонатора можна використовувати для отримання цугу ультракоротких імпульсів, частота проходження яких дорівнює частоті роботи пристрою розвантаження, а не частоті, що визначається часом проходження резонатора. Якщо ця частота знаходиться в межах  $100\text{кГц} - 1\text{МГц}$ , то інтервал між послідовними розвантаженнями резонатора становитиме  $1-10\text{ мкс}$ , що є достатнім для відновлення синхронізації мод. Саме тому метод періодичного розвантаження резонатора дозволяє отримати послідовність ультракоротких лазерних імпульсів при набагато нижчій частоті повторення і значно більшій піковій потужності, ніж при звичайній синхронізації мод.

У разі, коли коефіцієнт відбиття вихідного пристрою не досягне значення 1, вмикання та вимикання має бути таким, щоб час увімкненого стану дорівнював часові повного проходження резонатора. Але в цьому разі в резонаторі залишається імпульс низької інтенсивності. З одного боку, це призводить до більш надійної роботи системи, оскільки синхронізація мод уже не починається із шумів, а з іншого боку – на виході отримуємо меншу потужність випромінювання. Як правило, в таких системах використовують акустооптичний елемент через більш низькі втрати, які вони вносять. Вони складаються із акустооптичного модулятора, який працює в режимі Бреґга з рухомою хвилею, при цьому на виході отримуємо дифрагований промінь.



## 6.6. Типи пристроїв модуляції втрат у резонаторі

Типи пристроїв та методи модуляції втрат у резонаторі, що зараз широко використовуються, як уже зазначалося, поділяють на пасивні та активні. До пасивних пристроїв, які моделюють втрати, відносять такі, що змінюють добротність резонатора під дією самого поля випромінювання, яке збуджується всередині резонатора. Такі пристрої отримали назву модуляторів або закривів на середовищах із поглинанням, що насичується. До активних відносять такі методи, які передбачають зміну втрат у резонаторі під дією зовнішнього керуючого сигналу. Останні є більш різноманітними за конструкцією та принципом дії.

### 6.6.1. Пасивні закриви на середовищах із поглинанням, що насичується (фототропні)

Дія пасивних закривів базується на здатності резонансно-просвітлених оптичних матеріалів змінювати свої оптичні властивості під впливом падаючого (прохідного) на них випромінювання. У незбудженому стані вони мають невисокий коефіцієнт пропускання для випромінювання робочої довжини хвилі. У міру зростання інтенсивності випромінювання в резонаторі молекули, які поглинають лазерне випромінювання, переходять на більш високий енергетичний стан. Це призводить до просвітлення матеріалу та насичення коефіцієнта поглинання, зростає добротність резонатора до максимального значення. При цьому розрізняють два етапи розвитку генерації імпульсу: тривалий лінійний, із часом порядку  $10^3 - 2 \cdot 10^3$  нс, та нетривалий нелінійний із часом порядку 10–30 нс [19], [27], [29].

На лінійному етапі розвитку генерації відбувається підсилення первинної люмінесценції, що відповідає розвитку пучка вільної генерації при постійних втратах. Коефіцієнт поглина-

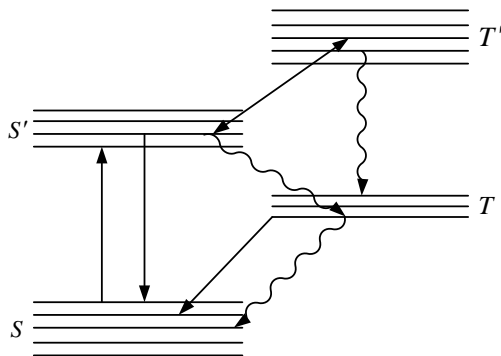
ння та значення інверсійної заселеності в активному елементі майже не змінюються. Тривалість лінійного етапу значною мірою визначається перетином вимушених переходів фільтра та активного елемента, коефіцієнтом поглинання фільтра. Нелінійний етап розвивається майже за експоненційним законом, збільшуючи густину потужності випромінювання приблизно в  $10^5$  разів.

Найпростіші пасивні закриви складаються з плівки поглинального матеріалу, яка розміщується в резонаторі лазера. У визначений час плівка випаровується, відкриваючи розташоване за нею дзеркало. Втрати резонатора падають і відбувається генерація гігантського імпульсу. Недолік найпростіших модуляторів визначається незворотністю процесів [29].

Саме тому найбільш широко використовують пристрої на основі зворотних процесів: насичення поглинання, нелінійності коефіцієнта відбиття, вимушеного розсіювання Мальдештама-Бріллюена, самофокусування [19], [20], [29].

У багатьох випадках модулятори мають вигляд кювети, заповненої розчином барвника, що насичується у відповідному розчиннику. Вибір середовища поглинача визначається максимальним поглинанням на довжині хвилі лазерного випромінювання. Імпульсно-періодичний режим вимагає використання проточної кювети для барвника. Іноді використовуються твердотільні поглиначі, наприклад BDN в ацетатцелюлозній плівці, або газоподібні —  $SF_6$  для  $CO_2$ -лазера. Як рідинні використовують розчин у 1,2-дихлоретані диметиламінодітіобензилнікель, або фталоціанін в нітробензолі (Nd: YAG — лазер), криптоціанін в ментолі, фталоціанін, поліметинові та криптоціанові барвники (рубіновий лазер), кристали галогенідів лужних металів типу LiF із центрами забарвлення, властивості яких подібні до властивостей молекули барвника. Такі самі властивості мають ряд органічних сполук, які, як і розглянуті вище, в першому наближенні можна розглядати як дворівневу систему (рис. 6.9)

з великим значенням перерізу поглинання: порядку  $10^{16} - 10^{17}$   $\text{см}^2$ .



**Рисунок 6.9** – Схема робочих рівнів фталоціаніна (S, S' – основні й збуджені синглетні стани, T, T' – відповідно триплетні стани)

Робочими рівнями фототропного закрива є синглетні рівні S, S') з часом життя переходу  $10^{-12} - 10^{-8}$  с. Наявність заборонених переходів впливає на параметри модулятора, також велике значення мають і властивості розчинника, оскільки він впливає на енергетичну структуру рівнів барвника.

При використанні фототропних закривів можна отримати імпульси тривалістю порядку десятків нс. При цьому ККД генерації становить 30–50%. На практиці параметри модулятора підбирають для генерації одного імпульсу, але при збільшенні рівня накачування можлива генерація кількох гігантських імпульсів [29].

До переваг фототропних закривів можна віднести простоту конструкції та малі габарити. До недоліків відносять поглинання значної частини випромінювання, навіть у період випромінювання імпульсу завдяки неповному просвітленню закрива.

Крім цього, з причини нестабільності накачування та зміни температури активного елемента і закрива, іноді для фотохімічних реакцій характерна нестабільність моменту просвітлення.

### 6.6.2. Активні методи модуляції втрат у резонаторі

При активній модуляції втрат початкове перевищення порогового рівня визначається тривалістю першого етапу розвитку гігантського імпульсу, який, на відміну від пасивної модуляції, задається саме моментом вимкнення втрат. Тривалість лінійного етапу на порядок перевищує тривалість пасивної модуляції. Це пов'язано з тим, що процес генерації на лінійному етапі розвивається за умов низьких втрат (випадок швидкого вмикання добротності), на відміну від пасивної модуляції. Генерація починається, коли порогова густина інверсійної заселеності  $N_2^{nop}$  буде зменшена до значення фактичної інверсійної заселеності, створеної джерелом накачування. При цьому  $N_2^{nop}(t) = 1/B_{21}hQ(t)$  [27].

Керована зміна в часі порога генерації призводить до значного звуження розкиду моментів початку генерації порівняно з пасивною модуляцією та достатньо точним фіксуванням початку генерації зовнішнім керуючим сигналом. Наприклад, для електрооптичних закривів до 10 нс, а для оптико-механічних — до 100 нс.

Для більш точного фіксування моменту початку генерації та поліпшення відтворюваності часового проходження процесів використовують комбіновану модуляцію добротності. В цьому разі поєднують фільтр, що просвітлюється разом із модулятором активного типу. Наявність фільтра збільшує швидкість вмикання добротності та покращує параметри випромінювання, а модулятор активного типу фіксує момент початку генерації та упорядковує появу імпульсів.

Розглянемо найбільш поширені системи активної модуляції.

**Електрооптична модуляція добротності.** Цей метод базується на використанні електрооптичного ефекту, який базується на зміні показника заломлення середовища під дією зовнішнього поля. Розрізняють два електрооптичних ефекта: квадратичний, або ефект Керра; та лінійний, або ефект Поккельса. В першому випадку зміна показника заломлення пропорційна квадрату електричної напруженості зовнішнього поля, а в другому – першому ступеню поля [19], [27].

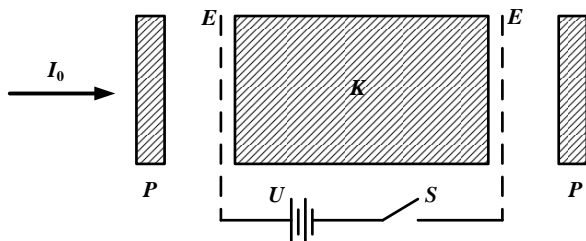
Ефект Поккельса існує тільки у нелінійних кристалах, які не мають центра симетрії. Як приклад можна вказати на моновісні кристали KDP (хімічна формула  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ ), DKDP (хімічна формула  $\text{KD}_2\text{PO}_4$ ),  $\text{LiNbO}_3$ ,  $\text{LiTaO}_3$ ,  $\text{LiIO}_3$ ,  $\text{BaTiO}_3$  та інші [19], [20]. Під впливом зовнішнього електричного поля ці кристали стають подвійнозаломленими. За відсутності зовнішнього поля на промені звичайної (TE - хвилі) та незвичайної (TM - хвилі) діє показник заломлення  $n_0$ . За наявності поля в ньому виникає анізотропія, яка призводить до появи другої оптичної осі в площині, перпендикулярній до електричного поля. Довжина елемента Поккельса, або значення напруженості зовнішнього поля, визначається згідно з виразом [20]:

$$(n_0 - n_e)d = \frac{\lambda}{2} = p_k U, \quad (6.10)$$

де  $n_e$  – показник заломлення для незвичайного променя;  $p_k$  – коефіцієнт пропорційності для окремого кристала;  $d$  – довжина елемента Поккельса.

Такий кристал встановлюють між двома схрещеними поляризаторами  $P$  (рис. 6.10) таким чином, щоб при умові  $U = 0$  В випромінювання не проходило через елемент Поккельса.

Після подання на кристал поля, значення якого має задовольнити співвідношення (6.10), елемент Поккельса розвертає площину поляризації лінійно поляризованого випромінювання на  $90^\circ$ . І саме для цього кута поляризації випромінювання другий поляризатор стає прозорим. Схема рис. 6.10 відповідає



**Рисунок 6.10** — Спрощена схема елемента Поккельса:  $E$  — електроди,  $K$  — кристал,  $S$  — перемикач,  $U$  — джерело живлення

реалізації поздовжнього ефекта Поккельса. Але елемент працюватиме аналогічно, коли поле буде спрямоване не уздовж, а в перпендикулярному напрямку (поперечний ефект Поккельса).

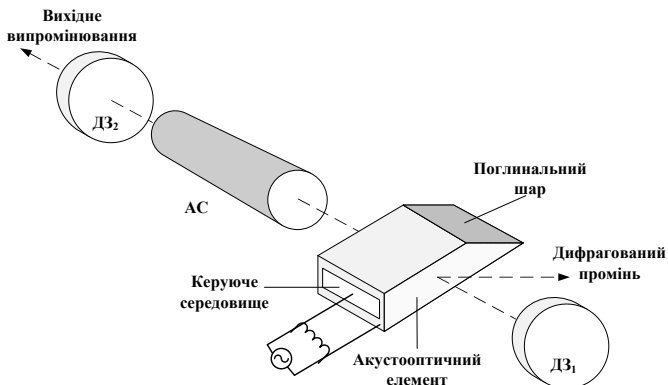
Модулятори добротності на елементі Поккельса є дуже поширеними типами пристроїв. Час перемикування добротності визначається зміною напруги на електродах і може набувати значення порядку кількох нс. До недоліків можна віднести досить високі керуючі напруги на електродах, які, залежно від нелінійного кристала, конфігурації поля, орієнтації кристала та довжини робочої хвилі, можуть набувати значення 1–20 кВ [19], [20], [27].

Рідини та стекла під дією електричного поля також можуть ставати анізотропними, що визначає ефект Керра [20]. Індукована оптична вісь буде спрямована уздовж напрямку поля. Подвійне заломлення променя має задовольняти вираз

$$(n_0 - n_e) = K_k \lambda E^2, \quad (6.11)$$

де  $K_k$  — коефіцієнт Керра, який встановлюється для кожного середовища.

Елемент Керра може містити нітробензол, скло, воду. При виборі відповідної довжини і напруги на електродах такий еле-



**Рисуюнок 6.11** – Схема лазера з акустооптичним модулятором втрат

мент працює аналогічно елементу Поккельса.

### **Акустооптична модуляція втрат у резонаторі**

Значне поширення отримали оптикоакустичні закриви, дія яких полягає в зміні коефіцієнта заломлення середовища під впливом ультразвукової хвилі. Як керуюче середовище використовують плавлений кварц – для видимого спектра, або германій – для середнього та дальнього інфрачервоного діапазону. На таких модуляторах отримана частота перемикавання до сотень МГц [19], [29].

Дія акустооптичного закриву базується на дифракції світла, що проходить через рідке або тверде середовище, по якому поширюється плоска ультразвукова хвиля. Акустична хвиля генерується п'єзаперетворювачем, який з'єднується з високочастотним генератором (рис. 6.11). Для встановлення режиму хвиль, що поширюються без відбиття, на протилежній (від перетворювача) ділянці прозорого середовища під деяким кутом наноситься поглинальний шар для акустичної хвилі.

При поширенні акустичної хвилі в середовищі перетворю-

вача виникають механічні напруження, пов'язані з локальними стисненнями та розрідженнями. Завдяки фотопружному ефекту ці напруження діють на коефіцієнт заломлення середовища. В результаті в середовищі утворюються різні за показником заломлення періодичні шарування з просторовим періодом, що дорівнює довжині акустичної хвилі  $\Lambda$ . При поширенні випромінювання в такому середовищі виникає дифракція на просторово-періодичній структурі.

Маючи на увазі, що акустична хвиля частоти  $\Omega$  поширюється уздовж осі  $y$ , перпендикулярно до оптичної осі лазера (рис. 6.11), можна подати показник заломлення у вигляді [27]:

$$n(y, t) = n + \Delta n \sin[(2\pi y/\Lambda) - \Omega t], \quad (6.12)$$

де  $n$  – показник заломлення середовища без акустичної хвилі;  $\Delta n$  – амплітуда зміни показника заломлення, що визначається амплітудою пружної деформації, яка, у свою чергу, залежить від потужності звукової хвилі.

При виконанні умови

$$\frac{l\lambda}{\Lambda^2} > 1, \quad (6.13)$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі випромінювання в середовищі;  $l$  – відстань акустооптичної взаємодії, спостерігатиметься дифракція Брега.

Якщо акустооптичний елемент розмістити в резонатор лазера (рис. 6.11), то до того часу, поки генератор створює акустичну хвилю, в резонаторі існують додаткові втрати. Частина лазерного випромінювання, завдяки дифракції Брега на наведеній фазовій решітці, буде виводитися з резонатора. При достатній потужності акустичної хвилі додаткові втрати призведуть до припинення генерації. Повернення лазера до стану з високою добротністю відбудеться при вимкненні напруги на перетворювачі.



До переваг акустооптичних закривів можна віднести досить малі втрати (на порядок менші ніж у електрооптичних закривів), а до недоліків – повільне вмикання 100 – 1000 нс.

Акустооптичні закриви переважно використовують у лазерах із безперервним накачуванням і оптимальним коефіцієнтом пропускання вихідного дзеркала порядку кількох відсотків. При низьких значеннях коефіцієнта підсилення, що характерне для таких лазерів, існує можливість зриву генерації вже при відносно невеликих втратах. Саме тому доцільним є використання акустооптичних закривів із малими втратами, незважаючи на гірші характеристики спрацювання закривів. Останнє визначає умову, що частота імпульсів буде достатньо високою (5 – 50 кГц для неодимового лазера) [27] і майже унеможлиблює використання закриву в лазерах з імпульсним накачуванням.

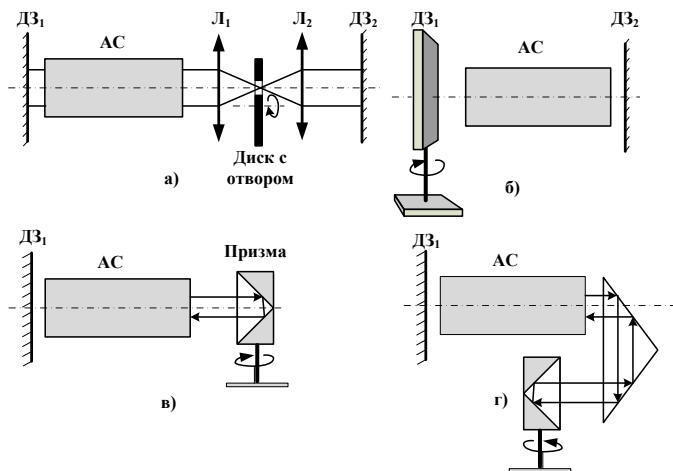
Для підвищення швидкодії акустооптичних закривів використовують світлові пучки з малим радіусом горловини, за умови розташування закриву в місці горловини. Імпульсне накачування призводить до перегрівання та руйнування закриву.

### **Оптико-механічна модуляція втрат у резонаторі**

Оптико-механічна модуляція втрат у резонаторі базується на принципі механічного відкриття непрозорого дзеркала резонатора у відповідний момент часу. Типові схеми показані на рис. 6.12.

Дискові закриви (рис. 6.12 а) виконуються у вигляді тонкого металевого диска з одним або кількома отворами, іноді вирізом-сектором. Для скорочення часу перемикання в резонаторі з плоскопаралельними дзеркалами використовують дві співфокусні лінзи  $L_{1,2}$ , які звужують перетин пучка випромінювання до часток міліметра. Недоліками дискових закривів є великий час перемикання, до кількох мікросекунд, та обгоряння країв отворів.

Саме тому більш широке використання отримали модулятори із дзеркалами, решітками або призмиами, що обертаються



**Рисунок 6.12** – Схеми реалізації оптико-механічних способів модуляції втрат у резонаторі

(рис. 6.12 б, в, г). Частіше використовуються призми "дахи" через малу чутливість до вібрацій осі двигуна та стійкість до дії потужного випромінювання.

Ураховуючи високі швидкості обертання,  $30 \cdot 10^3 - 80 \cdot 10^3$  обертів за хвилину, виготовлення закривів вимагає якісного балансування всіх елементів. Розмістити призму необхідно таким чином, щоб ребро поділяло діаметр пучка навпіл, оскільки зміщення центрування на 10% зменшить вихідну потужність на 20%. Синхронізація часу вмикання добротності й систем наочування здійснюється за допомогою фотоелектричних, електромагнітних та електророзрядних пристроїв [29].

Поворот призми, при якому добротність зменшується удвічі, відповідає кутовій хвилині, що і визначає при номінальних обертах великий час перемикавання. Введення додаткових елементів дозволяє збільшити ефективну швидкість обертання призми при незмінній реальній. Наприклад, схема, подана на

рис. 6.12 г, дозволяє збільшити ефективну швидкість удвічі порівняно з первинною (рис. 6.12 в) [27].

Узагалі, незважаючи на вказані недоліки, призми обертання внаслідок надійності, малої чутливості до температурних змін та простоти налаштування знайшли широке застосування.

## 6.7. Модуляція підсилення

Модуляція підсилення, як і модуляція добротності, дозволяє генерувати імпульси лазерного випромінювання малої тривалості (кілька десятків та сотень наносекунд) високої пікової потужності [19]. Проте на відміну від модуляції добротності, при якій перемикаються втрати, для модуляції підсилення різко перемикається підсилення до високих значень.

Модуляція підсилення має здійснюватися за допомогою настільки короткого імпульсу, щоб інверсійна заселеність та підсилення в активному середовищі значно перевершували порогове значення раніше, ніж сформується мода в резонаторі й не спустошить інверсію.

Модуляція підсилення за характером аналогічна пічкової генерації в лазері, яка була розглянута раніше, але накачування на практиці має дзвоноподібну форму імпульсу. Максимум світлового пічка відповідатиме спаду імпульсу накачування. При невиконанні цього стає можливим генерація додаткового імпульсу як для повільного перемикання закриву в режимі модуляції добротності. Таким чином, існує деяка оптимальна тривалість імпульсу для значення максимальної швидкості накачування. При збільшенні швидкості накачування – швидше зростає кількість фотонів, які формують моду, тому потрібно зменшити тривалість імпульсу накачування. Для чотирирівневих лазерів типовий час зростання інтенсивності випромінювання, залежно від максимальної швидкості накачування, можуть становити  $5\tau_c - 20\tau_c$ , що і визначає тривалість імпульсу накачування.

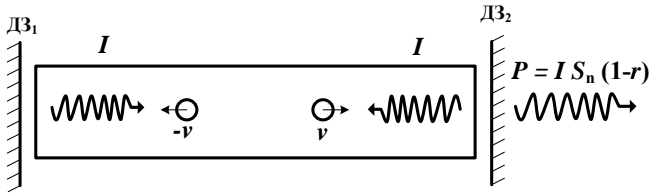
Максимальне значення інверсії може в 4 – 10 разів перевищувати порогове значення, що визначає можливість генерації імпульсів високої пікової потужності та малої тривалості.

Найбільш поширеними лазерами, які працюють у режимі модуляції підсилення, є ТЕА- лазер,  $\text{CO}_2$  -лазер. Хоча будь-який лазер може генерувати в цьому режимі при достатньо короткому та інтенсивному імпульсі накачування.

## 6.8. Провал Лемба

Під неоднорідно розширеною лінією можна розуміти таку лінію, в якій різні атоми беруть участь у підсиленні в різних частинах цієї лінії. Прикладом може бути випадок, коли доплерівська ширина лінії підсилення набагато перевищує природну, а ймовірність зіткнень атомів між собою набагато менша за ймовірність спонтанного розпаду збуджених станів. У цьому випадку явище насичення буде супроводжуватися наявністю провалів на лінії підсилення [34]. Саме наявність двох та більше провалів може привести до "відштовхування" частоти генерації, при збільшенні потужності, та зсуву частоти биття у бік більших значень. Потужність, що генерується в типі коливаний, пропорційна добутку глибини та ширини провалу. Ширина провалу майже дорівнює природній ширині переходу.

Відомий фізик У. Є. Лемб у 1964 році теоретично передбачив ці ефекти в газових одномодових лазерах, при доплерівському розширенні лінії підсилення середовища. Випромінювання буде взаємодіяти лише з атомами, які знаходяться в резонансі з електромагнітною хвилею, або атомами, частоти яких знаходяться в межах однорідно розширеної спектральної лінії. Тому частка частинок, що взаємодіють із полем, буде визначатися відношенням однорідної ширини до доплерівської [18], [19]. При збудженні газових частинок відбувається істотний перерозподіл за швидкостями, що призводить до зміщення частоти



**Рисунок 6.13** — Схема насичення підсилення в газовому лазері з доплерівським розширеним переходом

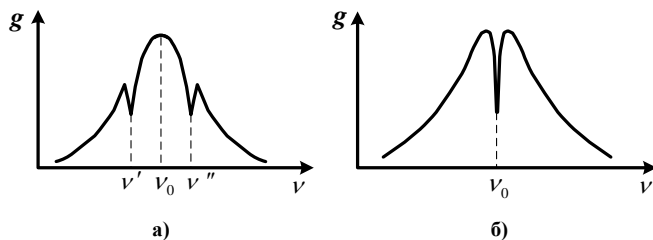
ти згідно з ефектом Доплера. Потужна хвиля випромінювання призводить до появи насичення підсилення та випаює в контурі підсилення провал на частоті поля (ефект Баннета [19]). Мода резонатора є суперпозицією двох однакових хвиль, що поширюються одна назустріч іншій. Кожна хвиля випаюватиме свій провал і взаємодіяти з атомами, які мають швидкості відповідно до

$$v = \pm \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} c. \quad (6.14)$$

Хвиля, що поширюється праворуч, буде взаємодіяти з атомами, які рухаються ліворуч, і навпаки (рис. 6.13).

Таким чином, мода приводитиме до насичення підсилення двох груп атомів, які рухаються зі швидкостями (6.14), і в розподіленні утворюються два провали, розміщені симетрично до  $\nu_0$ , як це показано на рис. 6.14 а.

У разі плавної перебудови частоти, наприклад, зміною довжини резонатора на величину, що дорівнює половині довжині хвилі, можна налаштуватися на центральну частоту контуру підсилення, при цьому обидва провали збігаються з одним (рис. 6.14 б). Цей ефект широко використовується для стабілізації частоти генерації лазерного випромінювання.



**Рисунок 6.14** – Провали Лемба, що випалюються в газовому лазері при  $\nu \neq \nu_0$  (а) і при  $\nu = \nu_0$  (б)

### Питання для самостійного контролю

1. Дайте класифікацію режимів роботи лазерів та мазерів.
2. Поясніть фізику процесів просторового випалювання дірок.
3. За рахунок чого в лазері Ліфшиця відбувається протидія просторовому випалюванню дірок, які ще засоби використовуються для цього?
4. Поясніть фізику процесів частотного випалювання дірок.
5. Наведіть та поясніть часові критерії класифікації режимів роботи лазерів та мазерів.
6. Перелічіть вимоги для встановлення безперервного режиму генерації лазерів.
7. Наведіть часову діаграму та дайте коротке пояснення фізичних процесів, які відбуваються під час роботи лазера в режимі вільної генерації і режимі регулярних пічків.
8. Наведіть часову діаграму та дайте коротке пояснення фізичних процесів, які відбуваються під час роботи лазера в режимі вільної генерації і режимі нерегулярних пічків.
9. Наведіть часову діаграму та дайте коротке пояснення фізичних процесів, які відбуваються під час роботи лазера в режимі модульованої добротності.

10. Якими фізичними процесами обмежуються інтервал часу створення великих втрат у резонаторі та час перемикання закриву пристроїв модуляції добротності?

11. Поясніть фізику процесів формування кількох імпульсів випромінювання, при повільному перемиканні закриву пристроїв модуляції втрат в резонаторі.

12. Дайте коротке пояснення фізичних процесів, які відбуваються під час роботи лазера в режимі синхронізації мод.

13. Що необхідно для реалізації режиму синхронізації мод, до якого режиму генерації він належить?

14. Перелічіть та поясніть два варіанти формування надкоротких імпульсів у режимі синхронізації мод.

15. Які чинники впливають на тривалість імпульсу випромінювання в режимі синхронізації мод?

16. Які переваги в потужності вихідного випромінювання надає режим синхронізації мод порівняно зі звичайним багатомодовим режимом?

17. Охарактеризуйте особливості амплітудної модуляції режиму синхронізації мод.

18. Охарактеризуйте особливості частотної модуляції режиму синхронізації мод.

19. Порівняйте недоліки та переваги режимів синхронізації мод та режиму модульованої добротності.

20. Які комбінації методів використовуються для поліпшення параметрів вихідного випромінювання лазерів, які працюють у режимах модульованої добротності та синхронізації мод?

21. Наведіть схему та дайте пояснення фізичних процесів, які відбуваються під час роботи лазера в режимі розвантаження резонатора.

22. Поясніть відмінності в роботі лазера в режимі розвантаження резонатора, у випадках повного та неповного розвантаження резонатора вихідним дзеркалом.

23. Дайте класифікацію пристроїв модуляції втрат у резона-

торі.

24. Перелічіть, наведіть схеми реалізації закривів, їх характеристики, недоліки та переваги.

25. Поясніть та охарактеризуйте метод модуляції підсилення.

26. Поясніть фізику процесів, які приводять до виникнення ефекту провалу Лемба в одномодових газових лазерах.

27. Яке практичне використання має ефект провалу Лемба у квантових генераторах?



## ОСНОВНІ ТИПИ ПРИЛАДІВ КВАНТОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ

### 7.1. Квантові парамагнітні підсилювачі

Спонтанне випромінювання є єдиним джерелом шумів, яке принципово неможливо видалити. Потужність спонтанного випромінювання в радіодіпазоні дуже мала. Саме тому мазери, або квантові підсилювачі, відрізняються виключно низьким рівнем власних шумів. Це стало можливим завдяки виключення із процесів підсилення електронного потоку, електрони якого генеруються при високих температурах і з розкидом за напрямками та значеннями їх швидкості. Крім цього, мазери радіодіпазону працюють при температурах, близьких до абсолютного нуля, що істотно знижує шуми за рахунок теплового руху електронів. З цієї причини квантові підсилювачі використовуються як вхідні пристрої для підсилення дуже слабких сигналів у радіоприймальних пристроях діапазону від 4 мм до 50 см. Вони істотно збільшили дистанцію космічних ліній зв'язку, планетних радіолокаторів та радіотелескопів. За допомогою мазерів було відкрито космічне реліктове випромінювання, проведена радіолокація планет Сонячної системи, досліджено спектральні лінії космічного радіовипромінювання, квазарів та ядер галактик [17], [61]– [65].

Квантовим парамагнітним підсилювачем (КПП) називають такий пристрій, у якому збільшення енергії електромагнітної хвилі відбувається за рахунок індукованого випромінювання при електронному парамагнітному резонансі речовини, що знаходиться в активному стані [17], [61]– [65].

Електронний парамагнітний резонанс був винайдений Є. К. Завойським у 1944 році й означає резонансне поглинання електромагнітної енергії в сантиметровому і міліметровому діапазонах довжин хвиль речовинами, які мають парамагнітні

частинки. Це застосовується у радіоспектроскопії і є окремим випадком магнітного резонансу. Як парамагнітні частинки звичайно використовують атоми та молекули з непарною кількістю електронів (атоми азоту та водню, молекули  $NO$ ), вільні радикали ( $CH_3$ ), іони із частково заповненими внутрішніми електронними оболонками (іони перехідних елементів), центри забарвлення у кристалах, атоми домішок (донори в напівпровідниках), електрони провідності у металах та напівпровідниках.

З'ясувалося, що найбільш зручними речовинами для парамагнітних підсилювачів виявилися діамагнітні кристали з невеликою домішкою парамагнітних іонів. Як правило, це рубін  $Al_2O_3 : Cr^{3+}$ , рутил  $TiO_2 : Cr^{3+}, Fe^{3+}$ , ізумруд  $Be_3Al_2(SiO_3)_6 : Cr^{3+}$ , вольфрамат  $MgWO_4 : Cr^{3+}, Fe^{3+}$ ,  $ZnWO_4 : Cr^{3+}, Fe^{3+}$ ,  $CdWO_4 : Cr^{3+}, Fe^{3+}$ . Застосовуються кристали об'ємом кілька  $cm^3$ , отримані штучно з точною дозою домішок парамагнітних іонів [17], [61]– [65].

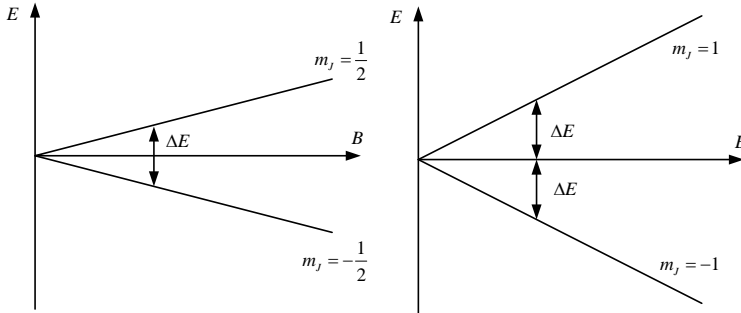
За відсутності зовнішніх електромагнітних полів магнітні моменти іонів зорієнтовані хаотично. У постійному магнітному полі магнітний момент може розташовуватися лише під деякими визначеними кутами до магнітного поля. Утворюється сукупність рівнів енергії (магнітні проміжні рівні), відстань між якими залежить від значення магнітного поля (ефект Зеемана). Кількість магнітних проміжних рівнів визначається спіном іона.

Згідно з квантовими законами магнітне квантове число може набувати  $2J + 1$  значень, а змінюватися на одиницю, що і визначає дискретну зміну (розщеплення) енергетичних станів під дією магнітного поля, що проілюстровано на рис. 7.1 [61].

Таким чином, дозволені зміни енергії  $\Delta E$  дорівнюють [61]:

$$\Delta E = g_J \frac{eh}{4\pi m} B, \quad (7.1)$$

де  $g_J$  – фактор Ланде, у багатьох випадках він дорівнює двом.



**Рисунок 7.1** – Розщеплення енергетичних станів  $E$  під дією магнітного поля  $B$

Тоді відповідна частота переходу може визначатися як

$$\nu = g_J \frac{e}{4\pi m} B. \quad (7.2)$$

Якщо атом із магнітним моментом розмістити у магнітному полі, то на нього діятиме обертальний момент, пропорційний магнітному моменту, індукції зовнішнього магнітного поля та куту  $\Theta$  між ними. В результаті цього магнітний момент буде обертатися навколо вектора магнітного поля з ларморовою частотою  $\nu_L$ , що дорівнює (7.2). Якщо напрямок обертання вектора  $\vec{B}$  (зовнішнє електромагнітне поле має колову поляризацію) магнітного поля протилежний напрямку обертання вектора магнітного моменту, то в середньому дія зовнішнього поля  $\vec{B}$  дорівнюватиме нулю. Той самий результат отримуємо для протилежних напрямів векторів, але за умови відмінності частоти електромагнітних коливань та частоти прецесії  $\nu_L$ . Збіг частот  $\nu = \nu_L$  при однаковому напрямку обертання призводить до відхилення сумарного вектора магнітної індукції від напрямку зовнішнього магнітного поля. Як наслідок, при опроміненні парамагнітної речовини, що знаходиться в постійному магнітному полі, електромагнітною енергією із частотою  $\nu_L$  бу-

де спостерігатися поглинання цієї енергії — парамагнітний резонанс [17], [61]– [65].

Існують декілька типів конструкцій квантових парамагнітних підсилювачів: резонаторні підсилювачі, які, у свою чергу, поділяються на резонаторні підсилювачі прохідного та циркуляційного типів, а також квантові підсилювачі рухомої хвилі, конструкційні схеми яких наведено на рис. 7.2.

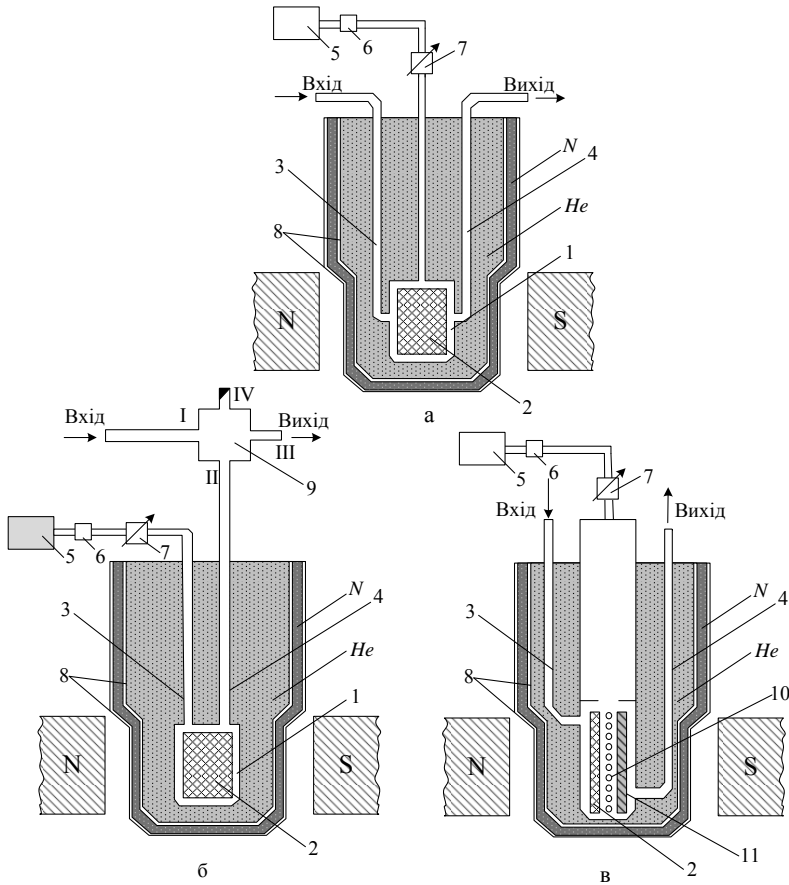
Конструкційна схема резонаторного КПП представлена на рис. 7.2 а [61]. Парамагнітний кристал розміщений у спеціальному двочастотному резонаторі, до якого приєднується хвилевід довжиною  $n\lambda_x/2$ , де  $\lambda_x$  — довжина хвилі типу  $TE_{10}$  налаштованого на частоту накачування. Резонатором для сигналу, що підсилюється, є відрізок смугової лінії довжиною  $\lambda_c/4$ , де  $\lambda_c$  — довжина хвилі типу  $TEM$  на частоті сигналу.

Сигнал, що підсилюється, підводиться до резонатора через вхідний хвилевід, або коаксіальний фідер, проходить активну речовину та через вихідний фідер відводиться до навантаження. Така будова резонатора використовується в підсилювачах прохідного типу.

У підсилювачах циркуляторного (відбивного) типу для вводу та виводу сигналу використовується один фідер (рис. 7.2 б). Для розв'язки вхідних та вихідних кіл використовується спеціальний пристрій — феритовий циркулятор. Особливість цього приладу полягає в тому, що сигнал із вхідного плеча I може потрапити тільки в плече II, що веде до резонатора, а відбитий сигнал з плеча II — тільки в плече III, поєднане з навантаженням. Розв'язка між вхідною та вихідною лініями (плечі I та III) зазвичай становить 25–30 дБ.

Іншу схему має коливальна система в КПП рухомої хвилі (рис. 7.2). Сигнал, що підсилюється, підводиться до відрізка хвилеводу, всередині якого розташована система сповільнення хвилі стрижневого або іншого типу.

По один бік від структури сповільнення хвиль розміщується



**Рисунок 7.2** – Конструкційні схеми квантових парамагнітних підсилювачів: а) резонаторного типу; б) відбивного типу; в) на рухомій хвилі. 1 – резонатор; 2 – активна речовина; 3 – вхідний фідер; 4 – вихідний фідер; 5 – генератор накачування; 6 – феритовий вентиль; 7 – атенюатор; 8 – посудини Д'юара; 9 – феритовий циркулятор; 10 – система сповільнення хвиль; 11 – вентильний кристал

парамагнітний кристал, а по інший — вентиляльний кристал, що забезпечує розв'язку пристрою. Застосування структури сповільнення дозволяє зменшити швидкість електромагнітної хвилі в десятки або сотні разів й тим самим отримати необхідну ефективність взаємодії хвилі з активною речовиною при довжині парамагнітного кристала у десятки або сотні разів менше тієї, яка знадобилася б для того самого ефекту у вільному просторі. Активну речовину розміщують у тій частині системи сповільнення, де високочастотне магнітне поле, що утворюється сигналом, має колову поляризацію. Це забезпечує так звану невзаємну взаємодію поля сигналу з парамагнітним кристалом: електромагнітна хвиля, рухома від входу системи сповільнення до її виходу, ефективно взаємодіє з речовиною, викликаючи інтенсивне індуковане випромінювання, пов'язане з парамагнітним резонансом. Хвиля, відбита від виходу системи сповільнення, з парамагнітним кристалом майже не взаємодіє.

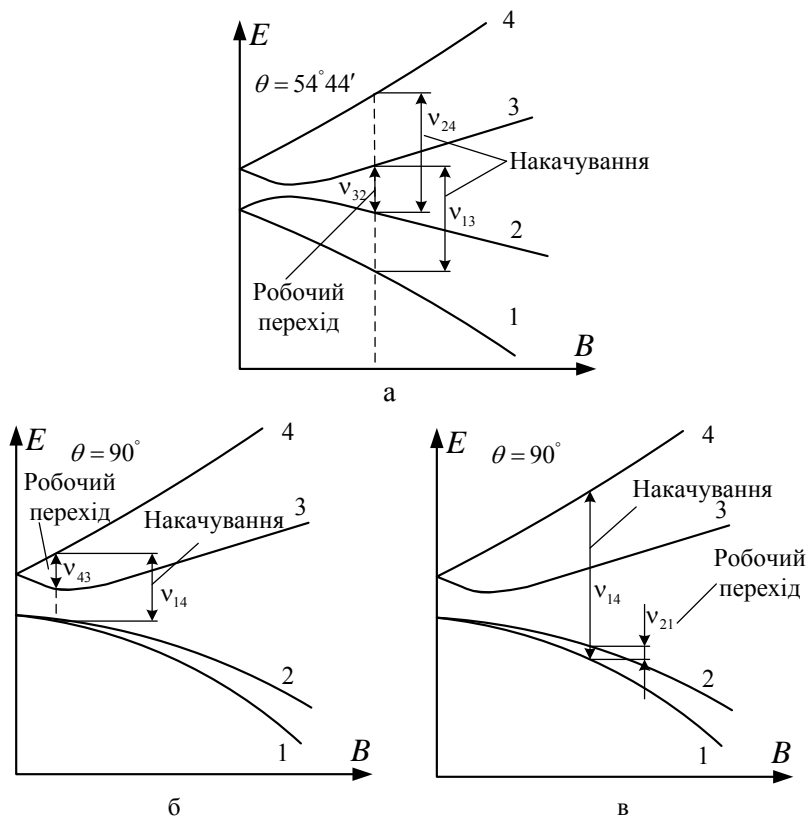
Ефект невзаємної взаємодії збільшується застосуванням вентиляльного кристала, який інтенсивно поглинає відбиту хвилю та практично не створює загасання для хвилі, що рухається в прямому напрямі.

При будь-якій конструкції коливальної системи до парамагнітного кристала через окремий хвилевідний, або коаксіальний, фідер підводиться від спеціального генератора сигнал накачування. Вентильний пристрій використовується для захисту генератора накачування від впливу відбитої від коливальної системи хвилі. Атенюатор використовується для регулювання рівня потужності накачування, що підводиться до парамагнітного кристала. Як бачимо з рис. 7.2, активна речовина разом з коливальною системою та частиною підвідних фідерних ліній розміщуються у посудинах Д'юара, які містять рідкий газ. Для підтримання дуже низької температури рідкого гелію ( $4,2^{\circ}\text{K}$ ) внутрішня посудина розміщена у зовнішній посудині, яка заповнена рідким азотом ( $T=77^{\circ}\text{K}$ ).

Глибоке охолодження робочої речовини КПП та коливальної системи необхідне з багатьох причин. По-перше, зниження температури робочої речовини до температури рідкого гелію дозволяє різко збільшити різницю заселеності на робочому переході та отримати в КПП достатньо великі коефіцієнти підсилення (20–30 дБ). Друга причина глибокого охолодження підсилювача — зменшення інтенсивності теплових процесів у активній речовині та відповідне збільшення часу релаксації системи. Таким чином, при низьких температурах для отримання необхідного коефіцієнта інверсії заселеності необхідна менша потужність сигналу накачування. І, нарешті, глибоке охолодження дозволяє істотно знизити рівень власних шумів підсилювача, природа яких має в основному тепловий характер (теплове випромінювання активної речовини, стінок резонатора, хвилеводів та ін.).

*Система робочих рівнів.* Вибір робочих енергетичних рівнів у рубіні залежить від робочої частоти підсилювача. У діапазоні хвиль 3–5 см (6–10 ГГц) частіше за все використовують чотири енергетичні рівні кристала рубіну, орієнтованого відносно зовнішнього магнітного поля під кутом  $\theta = 54^\circ 44'$  (рис. 7.3 а). Енергетичне накачування відбувається одночасно на переходах  $1 \rightarrow 3$  та  $2 \rightarrow 4$ , частоти яких дорівнюють  $\nu_{24} = \nu_{13}$  у широкому діапазоні зміни магнітного поля  $B$ . Для цього заселяється верхній рівень  $E_3$  робочого переходу  $3 \rightarrow 2$  та збіднюється його нижній рівень  $E_2$ .

Такий метод накачування дозволяє отримати інверсний стан системи за умови, що частота накачування буде більшою за частоту сигналу ( $\nu_{13} > \nu_{32}$ ), а не за подвоєну частоту сигналу, яка необхідна в трирівневій системі. Таким чином, при робочій частоті 6–10 ГГц як генератор накачування можна використовувати, наприклад, клістронний генератор із частотою  $\nu = 12$ –20 ГГц. На більш довгих хвилях ( $\lambda > 5$  см,  $\lambda < 6$  ГГц) частіше за все використовують системи з трьох робочих рівнів для орі-



**Рисуюнок 7.3** – Схеми кристала рубіну для різних значень зовнішнього магнітного поля та їх взаємної орієнтації: а) чотирирівнева; б, в) трирівневі

ентації кристала відносно поля  $B$  під кутом  $\theta = 90^\circ$ . На рис. 7.3 б зображені робочий перехід  $4 \rightarrow 3$  та допоміжний перехід накачування  $2 \rightarrow 4$  або, що те саме  $1 \rightarrow 4$ , оскільки в слабкому магнітному полі рівні 1 та 2 практично зливаються. Як бачимо з рисунка,  $\Delta E_{14} > 2\Delta E_{43}$ . Цей режим вигідний можливістю використання слабкого магнітного поля, порядку



200–700 Гс. Найбільший коефіцієнт інверсії заселеності досягається у разі використання режиму, зображеного на рис. 7.3 в. У зв'язку слабкого розщеплення рівнів 1 та 2 в цьому режимі необхідне використання більш сильних магнітних полів, що дає істотне збільшення коефіцієнта інверсії та відповідно коефіцієнта підсилення.

Основними параметрами квантових парамагнітних підсилювачів є: робоча частота  $\nu_c$ , або довжина хвилі  $\lambda_c$  сигналу, для підсилення якої розрахований підсилювач; частота  $\nu_n$ , або довжина хвилі  $\lambda_n$  сигналу накачування; смуга пропускання підсилювача  $\nu_c$ ; коефіцієнт підсилення сигналу за потужністю; величина магнітної індукції або напруженості зовнішнього постійного магнітного поля; температура робочої речовини; фактор шумів, або температура шумів, та динамічний діапазон підсилення.

Вибір робочої речовини та конструкції НВЧ- вузлів у багато чому визначається робочою частотою сигналу. У свою чергу, конструктивне рішення істотно впливає на величини коефіцієнта підсилення, смугу пропускання та інші параметри. Розглянемо основні параметри КПП [17], [61]– [65].

*Робоча частота сигналу.* Квантові парамагнітні підсилювачі використовуються для підсилення сигналів у достатньо широкому діапазоні надвисоких частот: від 0,6 до 75 ГГц або відповідно в діапазоні від 0,4 до 50 см. У довгохвильовій частині цього діапазону, а також на хвилях  $\lambda_c \approx 1 - 6$  см як робочу речовину зазвичай використовують рубін. На хвилях менше 1 см застосовують рутил, який знаходить застосування і в більш довгохвильовій частині діапазону. Як уже відмічалось раніше, на більш довгих хвилях використовується енергетичний спектр кристала рубіну, тригональна вісь якого розміщується перпендикулярно до напрямку магнітного поля ( $\theta = 90^\circ$ ). В області більш коротких хвиль зазвичай використовують систему чотирьох рівнів кристала рубіну, орієнтованого відносно магнітного поля під кутом  $\theta = 54'$ .

*Частота сигналу накачування.* Енергетичне накачування в КПП зазвичай виконується за допомогою клістронних генераторів із довжиною хвилі  $\lambda_n \approx 2,0 - 2,6$  см — у дециметровому діапазоні хвиль  $\lambda_n \approx 0,2 - 1,3$  см — у сантиметровому та міліметровому діапазонах. Як було показано раніше, частота накачування повинна в крайньому випадку вдвічі перевищувати частоту сигналу. Це відношення найважче виконувати у короткохвильовій частині діапазону, де, як правило,  $\nu_n/\nu_c \approx 2$ . У дециметровому діапазоні хвиль величина відношення  $\nu_n/\nu_c$  може досягати значення 15 та більше.

*Температура робочої речовини.* Зазвичай квантові парамагнітні підсилювачі працюють при температурах рідкого гелію ( $T = 4,2^\circ \text{K}$ ). У деяких пристроях завдяки відкачуванню парів гелію до тиску приблизно 5–20 мм рт. ст. температура знижується до значень  $1,5-2^\circ \text{K}$ .

*Величина індукції постійного магнітного поля* лежить у межах 0,1–5 кГс, збільшуючись зі зменшенням довжини робочої хвилі. Вище вже відмічалось, що для створення постійного магнітного поля використовуються як зовнішні магнітні системи, що розміщуються зовні кріостата, так і системи електромагнітів (або постійних магнітів), що розміщуються разом із коливальною системою в посудині з рідким гелієм.

*Коефіцієнт підсилення та смуга пропускання КПП* істотним чином залежать від конструкції їх коливальної системи. Розглянемо ці параметри стосовно основних типів квантових підсилювачів.

Підсилювальні властивості КПП характеризуються магнітною добротністю речовини  $Qm$ . Використання цієї величини в поєднанні з еквівалентною схемою коливальної системи підсилювача дозволяє за допомогою добре відомих з теорії кіл та радіотехніки методів знайти величину  $K_p$  — коефіцієнт підсилення амплітуди хвилі, рівняння частотної характеристики, величину смуги пропускання та інші параметри.

Побудова однорезонаторного підсилювача прохідного та відбивного типів було показано на рис. 7.2 а, б. Найбільше поширення отримав відбивний підсилювач, у якому ефективність взаємодії поля з активною речовиною приблизно у 2 рази більша, ніж у підсилювачі прохідного типу. Це зумовлене тим, що у відбивному підсилювачі сигнал випромінюється лише у напрямі вихідного фідера, у той час як у прохідному підсилювачі це випромінювання відбувається через вхідний і вихідний отвори зв'язку.

У підсилювачі відбивного типу підсиленням є сигнал, відбитий від резонатора, тобто той сигнал, який утворився на виході резонатора внаслідок поєднання вхідного сигналу та індукованого випромінювання активної речовини, утвореного під впливом уведеного раніше сигналу. Таким чином, коефіцієнт підсилення сигналу за потужністю дорівнює квадрату модуля коефіцієнта відбиття [61]:  $K_{pp} = |\Gamma|^2$ . Тоді, користуючись методами аналізу теорії кіл, можна отримати вираз для коефіцієнта підсилення за умови, що частота парамагнітного резонансу еквівалентна частоті резонатора та частоті сигналу:

$$K_p = \frac{\left(\frac{1}{Q_0} - \frac{1}{Q_{zv}} - \frac{1}{Q_m}\right)^2}{\left(\frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{zv}} - \frac{1}{Q_m}\right)^2}, \quad (7.3)$$

де  $Q_0, Q_{zv}, Q_m$  — відповідно магнітні добротності резонатора, приладів зв'язку та речовини.

За умови, що смуга парамагнітного резонансу  $\Delta\nu_l$  набагато ширша за смугу пропускання навантаженого резонатора  $\Delta\nu_n$ , що виконується в довгохвильовому діапазоні, смугу пропускання підсилювача можна визначити з

$$\Delta\nu_c \approx 2\Delta\nu_n / \sqrt{K_p}. \quad (7.4)$$

У разі короткохвильового діапазону смуга пропускання підсилювача визначається як

$$\Delta\nu_c \approx 2\Delta\nu_l / \sqrt{K_p}. \quad (7.5)$$

Зі збільшенням  $K_p$  смуга пропускання підсилювача звужується. Величина  $K_p$  для одноконтурних КПП зазвичай не перевищує 20–25 дБ, а величина смуги пропускання лежить у межах від десятих часток до одиниць МГц. Для розширення смуги пропускання часто у КПП використовують систему з двох зв'язаних контурів.

Перший резонатор може бути пасивним, тобто не містити активної речовини. Для підсилювача, в якому обидва резонатори містять активну речовину, смуга пропускання збільшується у  $\sqrt{2}$  разів у порівнянні з випадком одного активного резонатора. В загальному випадку використання системи з двома зв'язаними контурами дозволяє розширити смугу пропускання у 1,5–2 рази.

Величину коефіцієнта підсилення КПП рухомої хвилі можна розрахувати методами звичайного аналізу кіл із врахуванням поняття магнітної добротності речовини та за умови резонансу [61]:

$$K_p = 27,3 \frac{k_{cc} N_{cc}}{Q_m} - \beta_{cc}, \quad (7.6)$$

де  $k_{cc}$  – коефіцієнт сповільнення хвилі;  $N_{cc} = L_{cc}/\lambda_0 L_{cc}$ ,  $\lambda_0$  – відповідно довжина системи сповільнення та довжина хвилі у вільному просторі;  $\beta_{cc}$ ,  $K_p$  – коефіцієнти підсилення та втрат у системі сповільнення, які виражені в дБ.

Як і в будь-якому регенеративному підсилювачі, ширина смуги пропускання КПП рухомої хвилі пов'язана з величиною коефіцієнта підсилення:

$$\Delta\nu_c = \Delta\nu_l \sqrt{\frac{3}{K_p + \beta_{cc} - 3}}. \quad (7.7)$$

Наведені вище вирази справедливі у тому разі, якщо в КПП виконується режим рухомої хвилі.

У КПП рухомої хвилі величина  $K_p$  досягає 50 дБ, а смуга пропускання (для  $k_{cc} = 200 - 300$ ) становить 20–30 відсотків від центральної робочої частоти.

*Власні шуми квантового парамагнітного підсилювача* визначаються, головним чином, спонтанним випромінюванням активної речовини та тепловим випромінюванням стінок резонатора. Рівень спонтанного випромінювання в діапазоні НВЧ дуже малий, його величина порядку  $h\nu_c/k$ . При температурі рідкого гелію рівень теплових шумів також невеликий. У загальному випадку спектральна густина потужності шумів КПП рухомої хвилі може бути розрахована за формулою

$$P_\nu = \frac{K_p - 1}{K_p} \left[ P_{\nu sp} + (P_{\nu sp} + P_{\nu 0}) \frac{\beta_{cc}}{K_p} \right], \quad (7.8)$$

де  $P_{\nu sp}, P_{\nu 0}$  – спектральна густина потужності спонтанних та теплових шумів відповідно;  $\beta_{cc}, K_p$  – коефіцієнти підсилення та втрат у системі сповільнення, виражені в дБ.

$$T_\nu = |T_s| + T_0 \frac{\beta_{cc}}{K_p}, \quad (7.9)$$

де  $T_s$  – від’ємна температура робочого переходу;  $T_0$  – абсолютна температура резонатора.

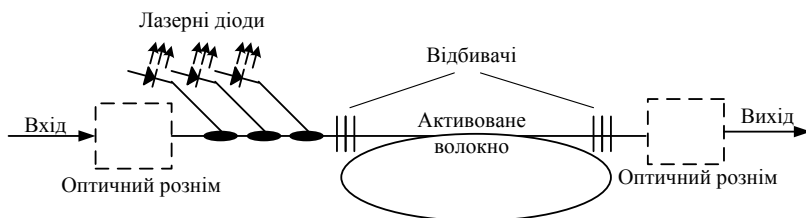
Температура шумів квантового підсилювача дуже низька, вона не перевищує значень одиниць К°. Застосування КПП на вході радіоприймальних пристроїв призводить до істотного зростання їх чутливості, однак потрібно пам’ятати, що в реальних пристроях до власних шумів КПП додаються ще шуми антени, фідерних пристроїв та інші.

## 7.2. Волоконні підсилювачі та лазери

Розвиток техніки волоконно-оптичного зв’язку та необхідність збільшувати інформаційну пропусканість ліній зв’язку

для великих відстаней стали чинниками створення підсилювачів оптичних сигналів. Створення оптичних підсилювачів стало можливим завдяки успіхам у технологіях отримання та легування оптичних волокон високої якості, створенню потужних інжекційних лазерів і систем обробки оптичних сигналів [22], [66]–[71].

Принципова схема волоконного лазера та підсилювача наведена на рис. 7.4. Активний елемент виконаний у вигляді кварцового волокна, який у його центрі є легованими іонами-активаторами. Як такі використовують рідкісноземельні елементи та лантаніди. Залежно від призначення оптичні хвилеводи можуть бути одномодовими і багатомодовими, а також містити декілька жил активатора, які мають різні конфігурації перетинів. Відмінність підсилювача від генератора полягає у відсутності відбивачів, що забезпечують позитивний зворотний зв'язок. Відбивачі, як правило, виконуються на базі фотонних кристалів або волоконних бреггівських решіток і довгоперіодних волоконних решіток [71]. У цих відбивачах періодично змінюється показник заломлення середовища уздовж хвилеводу, що є аналогом багатощарових дзеркал. У довгоперіодних волоконних решітках збільшений період ще і зв'язує типи коливань активованої серцевини (ядра) та кварцової оболонки.



**Рисунок 7.4** – Схема волоконного лазерного генератора та підсилювача оптичних сигналів

Залежно від призначення та вихідних параметрів діаметр

серцевини волокна може змінюватися від десятка і сотень мікрон у лазерних генераторах та одиниць мікрон у лазерних підсилювачах. При цьому довжина активного елемента може досягати одиниць та сотень метрів; як правило, оптоволокно змотується в компактні бухти. Поширення електромагнітних хвиль в оптичних хвилеводах аналогічно поширенню хвиль у діелектричних хвилеводах, у яких реалізований режим повного внутрішнього відбиття.

Потужність волоконного лазера в першу чергу визначається потужністю елементів накачування, як такі використовують світлові діоди та інжекційні лазери. У малопотужних лазерах накачування реалізується безпосередньо в серцевину волокна, що накладає обмеження на розміри джерела накачування (5 – 10 мкм). При цьому потужність накачування не перевищує сотень міліватів і саме тому вихідна потужність становить  $10^{-1}$ – $10^2$  мВт. Малопотужні лазери знайшли застосування у волоконно-оптичних лініях зв'язку, волоконних датчиках та спектроскопії.

Розроблення потужних напівпровідникових джерел дозволило збільшити вихідну потужність від сотень міліватів до десятків ватів. У цих лазерах середньої потужності використовують бреггівські решітки і в них майже відсутні нелінійні оптичні ефекти завдяки відсутності об'ємних елементів конструкції.

Уже при вихідній потужності, яка перевищує 1 Вт, у волоконні виникає збудження вимушеного комбінаційного розсіювання, що дозволяє ефективно перетворювати випромінювання волоконного лазера у випромінювання іншої частоти [68]. Волоконні лазери та конвертори середньої потужності отримали застосування як системи накачування ербієвих підсилювачів різних оптичних діапазонів. Крім того, їх використовують у медицині, обробці металів, системах оптичної локації та наведення, бездротових системах зв'язку. Поєднання волоконних лазерів і конверторів на вимушеному комбінаційному розсіюванні до-

зволяє отримати генерацію на будь-якій довжині хвилі в межах 0,9–2 мкм.

Останніми роками стрімкий розвиток отримали волоконні лазери з вихідною потужністю на одній поперечній моді, що перевищує 100 Вт та 1 кВт у багатомодовому режимі. Особливістю конструкції таких лазерів є наявність об'ємних дзеркал та достатньо великий діаметр серцевини (до 30 мкм). Це ускладнює їх комутацію з іншими волоконно-оптичними системами. Потужні багатомодові лазери є набором багатьох одномодових, які зібрані в один джгут. Застосовуються у медицині та технологічних процесах обробки металів.

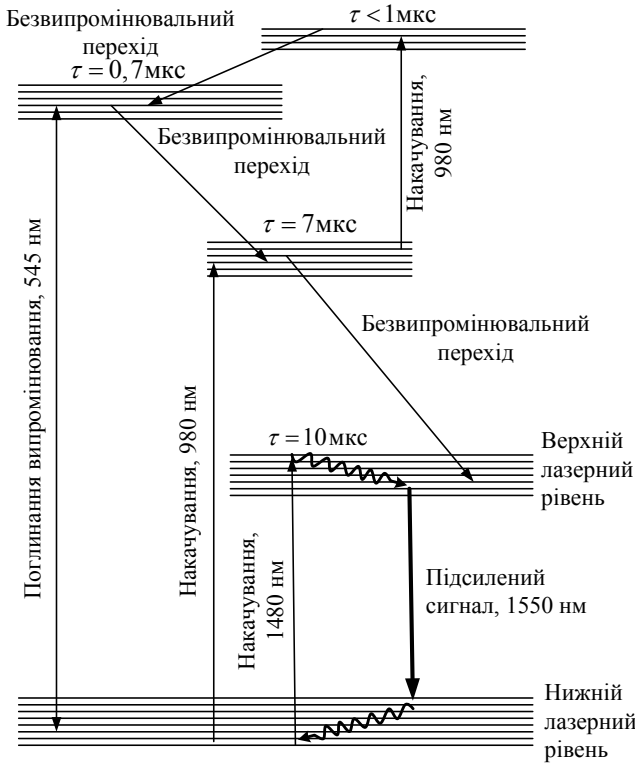
Розглянемо особливості твердотільного волоконного лазера, який працює у режимі підсилення. Найбільш перспективним у цьому плані є лазери на склі, що активоване іонами ербію *Er* [22], а для лазерних систем широко використовуються іони *Nd, Ho, Tm, Yb*. Робоча довжина хвилі іона *Er* (1,52–1,57 мкм) відповідає вікнам прозорості волокна кварцу. Накачування виконується напівпровідниковим лазером, що забезпечує високу ефективність та надійність. Такі оптичні підсилювачі використовуються в наддовгих волоконно-оптичних лініях зв'язку та для підсилення сигналу при розгалуженні його серед абонентів.

Схема енергетичних рівнів  $Er^{3+}$  у кварцовому волокні подана на рис. 7.5.

Накачування може виконуватися в одній із трьох областей спектра: 1,48 мкм, 0,989 мкм або 0,545 мкм. З них перші дві забезпечують найкращу ефективність. Ці спектри отримали назву С - областей [22] та відповідають мінімуму втрат кварцового волокна.

При накачуванні в області 1,48 мкм ефективність оптичного перетворення є високою, але шумові характеристики при цьому погіршуються, ніж при накачуванні на 0,98 мкм. Довгохвильове накачування є більш перспективним із причини мінімальної енергії, що виділяється при безвипромінювальних переходах, —





**Рисунок 7.5** – Схема енергетичних рівнів іона  $Er^{3+}$  у кварцовому волокні. Показані характерні смуги поглинання та люмінесценції, а також час життя збуджених станів

активний елемент буде менше розігріватися. Тому для досягнення високих показників підсилення, для низького рівня сигналу, використовують першу С - область, а для використання як первинного ланцюга підсилення з низьким рівнем шумів – другу.

Волоконний лазер має низку переваг в порівняно з іншими типами лазерів:

- можливість використання скляних лінзових систем для

фокусування;

- мінімальні втрати випромінювання в оптичному волокні, що дозволяє або зробити лазер компактним (змотане волокно), або без допоміжних дзеркальних систем доставляти випромінювання, наприклад на місце зварювання;

- високий ступінь поглинання короткохвильового випромінювання металами;

- малий розмір вихідної апертури променя (300 мкм) та мале розходження випромінювання дозволяють добре сфокусувати лазерний промінь і збільшити фокальну відстань;

- високий ККД лазера 35 %;

- можливість створення систем високої потужності до 100кВт при поєднанні кількох волоконних лазерів в один;

- мала тепловіддача, що не потребує інтенсивного охолодження;

- майже непотрібні юстування, чищення, налаштування та ін.;

- допускає розміщення у звичайних робочих приміщеннях без урахування спеціальних вимог до вібрації тощо;

- термін роботи до 100000 годин, оскільки відсутні великі навантаження на діоди та волокно.

### **7.3. Оптичні квантові генератори на діелектричних парамагнітних кристалах та склі**

Твердотільними називають, як правило, лазери, активним середовищем яких є аморфний або кристалічний діелектрик: кристал, скло, пластичні маси. Вони є надійними та порівняно простими в експлуатації. При невеликих габаритах можуть генерувати достатньо високі імпульсні потужності (приблизно  $10^{12} - 10^{14}$  Вт), наднетривалі світлові імпульси (приблизно  $10^{-12} - 10^{-15}$  с), а також працювати в безперервному режимі з вихідною потужністю від мВт до сотень Вт. Викори-

стовується тільки оптичне накачування. При ламповому накачуванні загальний ККД лазера не перевищує декількох відсотків, а при накачуванні інжекційними напівпровідниковими лазерами збільшується на порядок. Волоконні лазери, розглянуті в попередньому розділі, також належать до цього типу лазерів. Різноманітні модифікації твердотільних лазерів повною мірою розглянуті в [10]– [22], [26]– [33], [72]– [76].

Твердотільні лазери працюють у безперервному та в імпульсних режимах, в тому числі й у режимах вільної генерації, модульованої добротності та синхронізації мод. Більшість твердотільних лазерів працюють у режимі імпульсного збудження і за відсутності спеціальних заходів мають специфічний пічковий режим.

Напівпровідникові лазери мають інші механізми накачування і генерації, тому їх будемо розглядати окремо.

Загальними прикладами твердотільних оптичних квантових генераторів (ОКГ) можуть бути широковідомі рубінові ОКГ або неодимові лазери.

Розглядаючи твердотільні ОКГ, необхідно враховувати принципові особливості таких приладів. Концентрація активних частинок у твердому матеріалі ( $10^{17} - 10^{21} \text{ см}^{-3}$ ), що на кілька порядків перевищує концентрацію частинок у газових середовищах. Тому у твердому тілі заселеності енергетичних рівнів значно вищі. Природно, що й абсолютна величина інверсії заселеності може бути істотно більшою, ніж у газах. Звідси випливає, що тверді активні середовища характеризуються високими коефіцієнтом підсилення. Це дозволяє, по-перше, одержувати більші потужності генерації, а, по-друге, домагатися генерації при малій довжині активного елемента.

Тверде тіло як оптичне середовище має набагато меншу оптичну однорідність порівняно з газами. Це призводить до виникнення об'ємних втрат на розсіювання, зниження добротності резонатора у випадку значної довжини активного елемента.

та. Тому не є доцільним виготовляти активні елементи великої довжини. Активні елементи ОКГ (за виключенням волоконних) мають у середньому максимальну довжину, не більшу за 50 – 60 см для найбільш оптично однорідних матеріалів. У разі застосування скла довжина активного елемента може досягати 1 м.

Крім того, оптична неоднорідність середовища призводить до того, що надпорогова інверсія створюється не по всьому перерізу активного елемента, а в певних вузьких каналах. Тому кут розбіжності пучка лазерного випромінювання, навіть із дифракційних міркувань, виявляється значним. Хвильовий фронт у твердих тілах унаслідок дефектів, неоднорідного складу, термопружних напружень, змінного коефіцієнта заломлення має істотні спотворення. Тому в твердотільних ОКГ кут розбіжності вимірюється десятками хвилин.

Спектральний діапазон роботи твердотільних лазерів обмежується оптичною прозорістю активного середовища. З короткохвильового боку він обмежується процесами власного поглинання, а з довгохвильового – фононою взаємодією. Тому ці лазери працюють у ближній УФ, видимій та ближній ІЧ- областях спектра [19], [22].

У твердому тілі взаємодія між частинками істотно впливає на структуру енергетичних рівнів. Як правило, енергетичні рівні частинок твердого тіла мають більшу ширину. Лінія спонтанного випромінювання й генерація розпливаються в широкі спектральні смуги. Для спонтанного випромінювання характерна ширина смуги у кілька ангстремів (кристали) або кілька десятків ангстремів (стекла). Ширина лінії генерації становить у найкращому разі частки ангстремів [10]– [19], [22], [26]– [33].

Активне середовище твердотільних лазерів містить активні іони-домішки у твердотільній матриці. Матриця не бере участі у фізичних процесах, що призводять до генерації. Основна перевага скляних та пластмасових середовищ порівняно з кри-

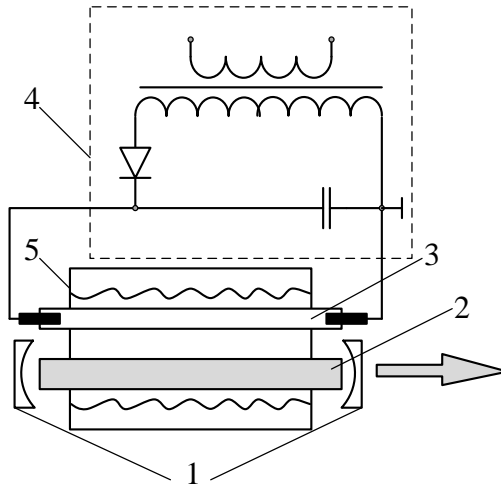
сталами — простота виготовлення активних елементів будь-якої форми й розмірів, більш висока оптична однорідність, ізотропність властивостей, можливість введення активатора в необхідних концентраціях з рівномірним розподілом його всередині активного елемента. Але за деякими параметрами скло поступається кристалам:

- спектральні лінії випромінювання в склі розширені через відсутність визначень кристалічної структури;
- скло має більш низький квантовий вихід випромінювання;
- гірші теплофізичні властивості - мала теплопровідність і високий коефіцієнт термічного розширення.

Генерацію лазерного випромінювання в діапазоні довжин хвиль від 0,3 до 3 мкм можна отримати, використовуючи велику кількість іонів: металів, перехідних елементів, рідкісноземельних елементів, актиноїдів, лантаноїдів. Іони рідкісноземельних елементів, і особливо тривалентний іон неодиму, мають дуже зручну для лазерів структуру оптичних енергетичних рівнів. За винятком лазерів типу рубінового та александритового, майже всі вони працюють за чотирирівневою схемою.

Оптимальну сукупність параметрів мають: рубін, алюмоітрієвий гранат з неодимом, скло з неодимом, ітербій-ербієве скло, алюмінат ітрію з неодимом, натрій-лантан-молібдат з неодимом, флюорит кальцію з діспрозієм та гадоліній-скандій-галієвий гранат з хромом та неодимом.

Загальна схема твердотільного ОКГ наведена на рис. 7.6. Оскільки в процесі роботи ОКГ робоча речовина, лампи накачування й відбивач сильно нагріваються, необхідно передбачати їх охолодження. Надзвичайно важливо витримувати тепловий режим роботи активної речовини. Підвищення температури викликає зміну його оптичних і спектроскопічних властивостей, при цьому зменшуються квантовий вихід випромінювання і коефіцієнт підсилення, відбувається розширення робочих рівнів, змінюється довжина хвилі коливаль.



**Рисунок 7.6** – Загальна схема твердотільного лазера:  
 1- дзеркала резонатора; 2- активний елемент; 3- імпульсна лампа оптичного накачування; 4- система живлення лампи накачування; 5- відбивач, або система підвищення ефективності накачування

Нагрівання активних елементів, як правило, нерівномірне. У результаті з'являються температурні градієнти і напруження у кристалі або склі. Якщо активний елемент має низьку теплопровідність і з недостатньою механічною міцністю термічні напруження, що виникають, можуть бути причиною його повного руйнування.

### 7.3.1. Рубіновий лазер

Першим оптичним квантовим генератором на парамагнітних кристалах був ОКГ, де як оптичний елемент використовувався кристал рубіну [10]– [19], [22], [26]– [33]. Він був винайдений

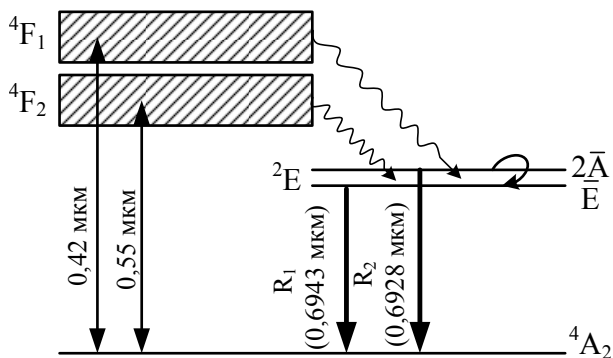
у 1960 р. у США доктором Т. Мейманом який зображений на рис. 7.7 [13].



**Рисунок 7.7** — Доктор Т. Мейман поряд зі своїм винаходом — рубіновим лазером

У лазерах використовується штучно синтезований блідо-рожевий рубін зі вмістом іонів хрому ( $\sim 0,05\%$ ). Енергетичні рівні рубіну утворюються за рахунок трьох електронів у 3d-оболонці іона  $Cr^{3+}$  решітки, що перебувають під дією поля,  $Al_2O_3$ . На рис. 7.8 показані основні рівні, використовувані для лазерної генерації.

Рубін має дві основні смуги поглинання  ${}^4F_1$  і  ${}^4F_2$ , причому найбільш інтенсивне поглинання на ці смуги з основного стану  ${}^4A_2$  відбувається на довжині хвилі відповідно 0,55 мкм (зелена) і 0,42 мкм (фіолетова). Ці смуги зв'язані дуже швидко (за час порядку пікасекунд) безвипромінювальною релаксацією зі станом  $\overline{E}$  і  $2\overline{A}$ . Оскільки ці два останні стани тісно пов'язані один з одним дуже швидко безвипромінювальною релаксацією ( $\sim 10^{-9}$ с), то їх заселеність термалізується, що призводить до більш високої заселеності рівня  $\overline{E}$ . Час релаксації в основний стан як рівня  $\overline{E}$ , так і  $2\overline{A}$ , досить великий, оскільки, як ми вже відзначали, обидва переходи заборонені як в електродипольному наближенні, так і за спіном (на переході між станами  ${}^2E$  і  ${}^4A_2$  відбувається зміна сумарного спіну).



**Рисунок 7.8** – Спрощена схема активних центрів  $Cr^{3+}$  у кристалі корунду  $Al_2O_3$

Таким чином, на рівні  $\bar{E}$  накопичується більша частина енергії накачування, і отже, цей рівень добре підходить на роль верхнього лазерного рівня. Заселеність рівня  $2\bar{A}$  небагато менша. Лазерна генерація в рубіні спостерігається на переході  $\bar{E} - {}^4A_2$  (лінія  $R_1$ ) з довжиною хвилі  $\lambda = 6943$  нм і  $2\bar{A} - {}^4A_2$  (лінія  $R_2$ ,  $\lambda = 6929$  нм). Рубінові лазери звичайно генерують лінію  $R_1$ , оскільки для неї забезпечується більш низький поріг генерації. Лазерна генерація на лінії  $R_2$  може бути отримана за допомогою, наприклад, дисперсійних резонаторів. Довжина хвилі цих ліній залежить від температури кристала. Залежність довжини хвилі генерації від температури кристала є специфічною особливістю твердотільних ОКГ.

Рубінові лазери працюють в імпульсному режимі й мають такі вихідні параметри: у режимі модульованої добротності його потужність в одиночному гігантському імпульсі тривалістю 10–20 нс становить 10–50 Мвт; у режимі синхронізації мод пікова потужність в імпульсі тривалістю  $\sim 10$  пс порядку ГВт. При накачуванні ртутними лампами високого тиску лазера на рубіні можуть працювати також і в безперервному режимі.



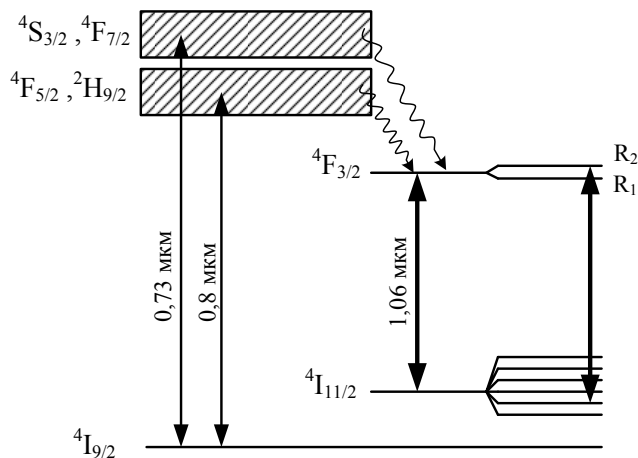
Оскільки рубіновий лазер працює за трирівневою схемою, необхідна гранична енергія накачування приблизно на порядок перевершує відповідну величину для неодимового лазера таких самих розмірів. У зв'язку із цим лазери на рубіні поступаються місцем останнім. Однак рубінові лазери все ще широко застосовуються в деяких наукових і технічних додатках, для яких коротші довжини хвиль генерації рубіну більш перспективні.

### 7.3.2. Неодимові лазери

Неодимові лазери є одними із найпоширенішими із твердотільних лазерів. У них активним середовищем є кристал  $Y_2Al_5O_{12}$  (ітрій-алюмінієвий гранат — *YAG*), у якому частина іонів  $Y^{3+}$  заміщена іонами  $Nd^{3+}$ . Використовуються також фосфатні, силікатні стекла або кварцові хвилеводи, леговані іонами  $Nd^{3+}$  [10] — [19], [22], [26] — [33]. Типові рівні легування для кристала становлять порядку 1 ат. %, для стекел 3 ваг. %. На рис. 7.9 зображена спрощена схема енергетичних рівнів іонів неодиму в кристалі *YAG*.

Ці рівні обумовлені переходами трьох електронів  $4f$  - оболонки, що визначає велику кількість мультиплетних станів, складний спектр поглинання й люмінесценції неодимових середовищ. Унаслідок екранування цих станів  $5s$ - і  $5p$ - оболонками положення рівнів і характер спектрів поглинання і випромінювання слабо залежать від типу матриці. Для всіх рідкісноземельних іонів характерна наявність вузьких ліній люмінесценції при переходах між станами  $4f$ - оболонки та інтенсивних смуг поглинання  $4f - 5d$ .

Інверсне заселення робочих станів у неодимових ОКГ відбувається за чотирирівневою схемою, що забезпечує набагато менший поріг накачування. Дві основні смуги накачування розташовані на довжинах хвиль 0,73 мкм — 0,8 мкм й зв'язані швидкою ( $10^{-10} - 10^{-7}$ с) безвипромінювальною релаксаці-



**Рисунок. 7.9** – Спрощена схема активних центрів  $Nd^{3+}$  у кристалі YAG

єю з метастабільним рівнем  $^4F_{3/2}$ , час життя якого залежно від концентрації іонів неодиму змінюється від  $10^{-3}$  до  $10^{-4}$  с. Це означає, що рівень  $^4F_{3/2}$  може бути обраний як верхній лазерний рівень. Цей рівень розщеплений на два проміжних рівні, а нижній лазерний рівень  $^4I_{11/2}$  – на шість. З різних можливих переходів з рівня  $^4F_{3/2}$  на нижчерозташований рівень найбільш інтенсивним є перехід  $^4F_{3/2} - ^4I_{11/2}$  з довжиною хвилі 1,06 мкм, який і використовується для одержання лазерної генерації. Хоча можна отримати генерацію і на 1,8 мкм, 1,3 мкм і 0,95 мкм. Майже всі ці лінії є однорідно розширеними з шириною близько 200 ГГц при кімнатній температурі.

Необхідно звернути увагу на те, що нижній лазерний рівень  $^4I_{11/2}$  пов'язаний швидкою ( $\sim 10^{-9}$ ) безвипромінювальною релаксацією з основним станом  $^4I_{9/2}$ . Відстань між цими рівнями досить велика (більш ніж  $1kT$ ). Звідси випливає, що теплова рівновага між цими двома рівнями встановлюється дуже швид-

ко, й згідно зі статистикою Больцмана рівень  ${}^4I_{11/2}$  можна вважати завжди практично порожнім, і цей рівень заселеності зберігається навіть при дуже великих рівнях накачування.

Лазери на  $YAG : Nd^{3+}$  працюють як у безперервному, так і в імпульсному режимі з великою частотою повторюваності та середньою потужністю кілька сотень ватів. На переході  ${}^4F_{3/2} - {}^4I_{11/2}$  у безперервному режимі генерації досягнута потужність понад 300 Вт при ККД близько 2% (в багатомодовому — до кВт). У режимі модульованої добротності максимальна вихідна потужність  $YAG$  лазера досягає 50 МВт. Для підвищення ефективності накачування полем активатора в кристалічну решітку матриці вводять іони-сенсibilізатори із широкими смугами поглинання, розміщеними у спектральній області випромінювання джерел накачування. Значно розширюючи спектр поглинання енергії накачування, сенсibilізатори передають поглинуту енергію активаторам. Унаслідок цього граничний рівень накачування зменшується, а інтенсивність когерентного випромінювання зростає. У системі на  $Nd^{3+}$  такими іонами є іони  $Cr^{3+}$ . В імпульсному режимі роботи  $YAG$  лазера сенсibilізатори не використовуються, тому що час передачі збудження від  $Cr^{3+}$  до  $Nd^{3+}$  перевищує тривалість типового рівня накачування.

У стеклах з неодимом рівні енергії в основному розташовуються, як і в кристалі  $YAG$ , тому й найбільш інтенсивний лазерний перехід має довжину хвилі  $\lambda = 1,06$  мкм. Однак у склі через неоднорідне розширення, обумовлене локальними неоднорідностями кристалічного поля скляної матриці, лінії лазерних переходів є набагато ширшими — до 20 нм. Тому лазери на неодимовому склі доцільно використовувати в режимі модульованої добротності, оскільки запаси енергії можуть бути приблизно у 80 разів більшими, ніж в  $YAG : Nd^{3+}$ . У режимі модульованої добротності імпульсні потужності можуть досягати  $10^{14}$  Вт при наносекундній тривалості імпульсів. У режимі синхро-

нізації мод можливе одержання імпульсів тривалістю не менше  $10^{-14}$  с.

Неодимові лазери знайшли широке застосування в різних галузях науки, техніки та медицині завдяки високим потужностям випромінювання і спектральній характеристиці.

### 7.3.3. Мікрочипові твердотільні лазери

Загальна тенденція мініатюризації електронних та електронно-оптичних компонентів висуває такі самі вимоги і до твердотільних лазерів. Одночасно зберігаються вимоги і до якісних характеристик випромінювання. Завдяки швидкому прогресу в технологіях отримання напівпровідникових гетероструктур цей сегмент майже повністю зайнятий напівпровідниковими лазерами. Однак згідно з вимогами до якості випромінювання вони мають низку невирішених питань: багатомодовість, великий кут розходження, асиметрія пучка, сильна залежність частоти від температури переходу, незадовільні часові характеристики зі стабільності та проблеми створення надкоротких імпульсів [72]– [76].

Задовольнити майже всі перелічені вимоги в класі мініатюрних лазерів здатні компактні твердотільні лазери з накачуванням напівпровідниковими лазерами [75]. Вони мають характерні об'єми робочої речовини порядку  $1 \text{ мм}^3$  і є перетворювачами неякісного випромінювання напівпровідника в одночастотне, лінійнополяризоване одномодове випромінювання з близьким до дифракційно обмеженого гаусового розподілу пучка. Можуть працювати як у безперервному, так і в імпульсному режимі. Мають характерні розміри активного шару пластини за товщиною від десятих до одиниць міліметра, а за загальними габаритами від 1 до 10 мм. Випромінювання накачування активаторами високої концентрації ефективно поглинається вже на глибині 100 – 200 мкм. Концентрація активної речовини,

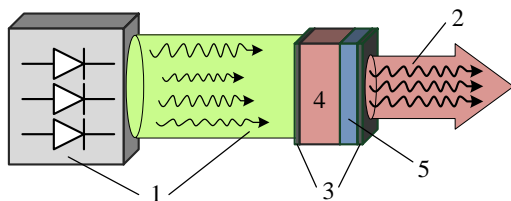
як правило, іонів  $Nd^{3+}$  від 1 до 5 ат. %, що становить приблизно  $10^{21}$   $см^{-3}$  і в сотні разів перевищує концентрацію  $Nd^{3+}$  в  $YAG : Nd^{3+}$ .

Матриці, що дозволяють вводити великі концентрації неодиму: пентафосфат неодиму; тетрафосфат неодиму-калію; борат неодиму-алюмінію; тетрафосфат літію неодиму; гадоліній-скандій-галієві гранати; літій-неодим-лантан-фосфатні стекла та інші. Характерні вихідні потужності мікролазерів від сотень міліватів до декількох ватів у безперервному режимі та десятки кіловатів в імпульсному, при його тривалості менше, ніж наносекунди. Розходження світлового пучка менше 10 мрад ККД досягає 65%. Завдяки тому, що вони виготовляються з використанням методів групових технологій, подібних до тих, що використовуються для виготовлення напівпровідникових мікросхем, ці лазери отримали назву мікрочипових [72]– [76].

На рис. 7.10 зображена спрощена схема мікролазера з подовжнім накачуванням [75]. Він складається з тонкої пластини активного середовища, на полірованих поверхнях якого нанесені дзеркала резонатора у вигляді тонких діелектричних шарів з дихроїчними характеристиками (із залежністю поглинання або поширення хвилі від напрямку поляризації та частоти).

Вхідне дзеркало є прозорим для випромінювання накачування та повністю відбиває випромінювання генерації. Інше, вихідне, навпаки, відбиває випромінювання накачування та частково відбиває випромінювання генерації активного середовища. Довжина резонатора підбирається із розрахунку одномодовості вихідного випромінювання. Малі розміри також полегшують реалізацію одночастотного режиму та більш високу, порівняно з іншими типами твердотільних лазерів, температурну та часову стабільність.

У разі використання мікролазера в імпульсному режимі між вихідним дзеркалом та активним кристалом розміщують пасивний модулятор добротності. Як модулятор часто використовую-



**Рисунок 7.10** – Спрощена схема мікролазера з поздовжнім накачуванням: 1 – випромінювання та діоди накачування; 2 – вихідний лазерний промінь; 3 – дзеркала резонатора; 4 – активне середовище; 5 – пасивний модулятор

ють шар кристалічного алюмоітрієвого гранату з чотиривалентним хромом.

До мікролазерів також належать і лазери з плоскими дзеркалами та хвилевідним поширенням світла в активному середовищі, яке виконане на основі епітаксійної двошарової структури [75], [76].

#### 7.4. Рідинні оптичні квантові генератори

Рідинні оптичні квантові генератори – лазери, активна речовина яких є рідиною з додаванням активних центрів або барвників. Практичне застосування знайшли 2 типи лазерів: лазери на неорганічних барвниках та лазери на органічних барвниках. Вони істотно різняться за своїми властивостями та створенням інверсійної заселеності. Детальний огляд цих лазерів наведено в [13], [17]– [19], [22], [32], [77]– [79] та ін.

Принципово, конструкцією лазери на барвниках істотно не відрізняються від твердотільних лазерів. Відмінність лише в активному елементі. Він складається із кювети із рідиною, в якій може реалізуватися циркуляція активної рідини. В цьо-

му разі рідина проходить через теплообмінник для охолодження. Широкий діапазон перебудови частоти вимагає використання дисперсійних елементів, таких як дифракційних решіток та зв'язаних резонаторів.

Для збудження активної рідини використовують оптичне накачування, яке, у свою чергу, поділяється на поздовжнє та поперечне. Як джерело накачування використовують імпульсні газорозрядні лампи та лазери: аргонний, азотний, ексимерні ( $KrF$  та  $XeF$ ), лазер на парах міді та золота. У видимому діапазоні перетворення оптичної енергії досягає 30 – 40%, а в ультрафіолетовому – 10%.

Серед загальних рис рідинних лазерів можна виділити відсутність обмеження за формою та об'ємом активного елемента, достатньо високу однорідність активної речовини порівняно із кристалами. Також у рідинних середовищах майже відсутні втрати лазерного випромінювання на неоднорідностях та дефектах, що покращує стабільність оптичних характеристик. Останнє визначає поліпшені порівняно із твердотільними лазерами, просторову когерентність та спрямованість випромінювання. Все це робить їх подібними до газових лазерів.

Можливість введення великих концентрацій активних центрів у рідини для отримання великих потужностей генерації наближають властивості рідинних лазерів до твердотільних.

Рідинні лазери відрізняються легкістю вирішення проблеми охолодження активного середовища реалізацією циркуляції рідини по кюветі та через теплообмінник. Ще однією рисою цього типу лазерів є легкість заміни активної рідини без істотного юстування елементів приладів.

Велика кількість активних рідин дозволяє розширити спектральний робочий діапазон генерації одного приладу від ІЧ до УФ з майже плавною перебудовою частоти [77]. Активні рідини не відрізняються дороговизною, а деякі з них можуть бути виготовлені в лабораторіях менше ніж за годину.

Високі коефіцієнти перетворення оптичної енергії накачування в енергію випромінювання дозволяють отримувати прийнятні ККД та створювати компактні системи. Нелінійні властивості молекул барвників дозволяють створювати оптичні лазерні підсилювачі та автогенератори імпульсів світла пікасекундної та фемтосекундної тривалості.

Таким чином, рідинні лазери поєднують у собі багато переваг твердотільних та газових лазерів.

Удосконалення рідинних лазерів реалізується шляхом вирішення таких проблем:

- низька фотостійкість молекул барвників, що обмежує строк використання робочих середовищ;
- теплові та конвекційні оптичні неоднорідності розчинів органічних барвників, що погіршує яскравість лазерного випромінювання через розсіювання;
- оптичні пробої на поверхні активних елементів та в їх об'ємі, що обмежує енергетичні характеристики лазерів;
- втрати енергії випромінювання лазера за рахунок виникнення паразитної поперечної генерації в широкоапертурних активних елементах;
- утворення вуглецевих частинок в органічних барвниках та розчинах;
- порушення однорідності активного розчину при кавітації, що руйнує активне середовище лазера.

#### **7.4.1. Рідинні лазери на неорганічних барвниках**

Рідинні лазери на неорганічних барвниках можуть працювати як у безперервному, так і в імпульсному режимі. Їх властивості дуже подібні до твердотільних лазерів. Вони здатні генерувати імпульсні потужності від кількох кіловатів до сотень мегаватів при високих ККД і забезпечити більшу частоту повторення імпульсів при високій потужності випромінюва-



ння [13], [17]– [19], [22], [32], [77]– [79]. Активними центрами неорганічних рідинних лазерів є іони рідкоземельних елементів, які широко використовуються в твердотільних лазерах. У переважній більшості це іони неодиму  $Nd^{3+}$ , який входить до складу двокомпонентних сумішей окислів хлориду селену ( $SeOCl_2$ ), фосфору ( $POCl_3$ ) та сірки ( $SOCl_3$ ) з домішками Л'юїса ( $SnCl_4$ ,  $ZrCl$ ) і хлоридами  $Al$ ,  $Ga$ . Наприклад, у рідинному люмінофорі  $POCl_3 - SnCl_4 - Nd$ , іон  $Nd^{3+}$  оточений 8-атомами кисню, який входить до складу  $POCl_3$ .

Вимушене випромінювання отримане для концентрацій  $Nd^{3+}$  від 0,02N до 0,75N. Більші концентрації обмежуються високою в'язкістю розчину при нормальних температурах. Як і твердотільні лазери, рідинні неорганічні працюють за чотирирівневою схемою, і реалізація інверсійної заселеності також збігається з твердотільними аналогами. В [79] вказується на збільшення енергії генерації на 20%—30% при опромінюванні активної рідини неодимового лазера нейтронами та гамма-квантами. Виявлена залежність зниження порога генерації від дози опромінювання лазерного середовища та переходу від режиму вільної генерації до режиму генерації потужних імпульсів.

Під час роботи з оксидхлоридом селену потрібно враховувати його токсичність та корозійну активність. Токсичність рідин є загальним недоліком майже всіх розчинників неорганічних лазерів, який позначається на безпечності та екологічності їх використання.

#### 7.4.2. Рідинні лазери на органічних барвниках

До рідинних лазерів на органічних барвниках відносять лазери, активним розчином яких є органічні сполуки, що мають систему сполучених зв'язків. Органічні сполуки мають інтенсивні смуги поглинання в близькій ІЧ- та УФ- областях спектра. Більшість органічних барвників, що використовуються як

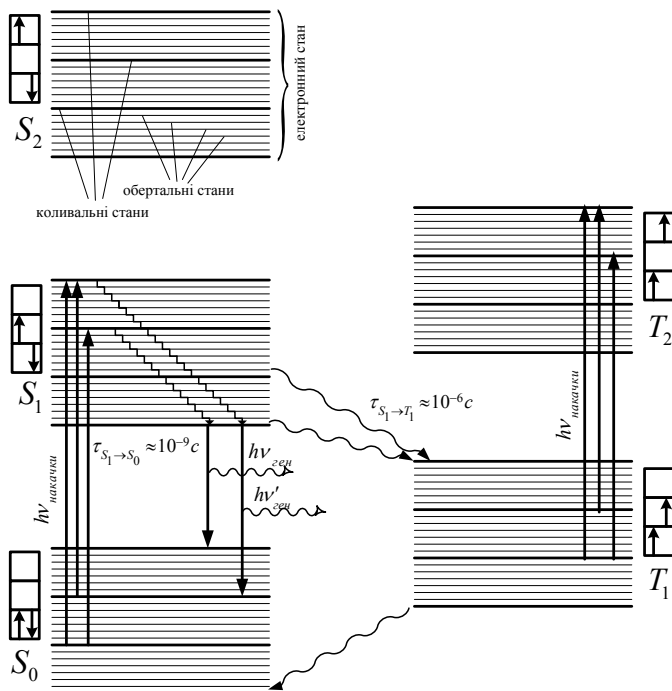
активні середовища, мають широкі безструктурні смуги флуоресценції [13], [17]– [19], [22], [32], [77]– [79].

Лазери на органічних барвниках були винайдені під час вивчення фототропних середовищ для пасивних закриттів, що використовуються для реалізації режимів генерації з модульованою добротністю.

Енергетичні рівні молекул органічних барвників складаються із сукупності електронно-коливальних рівнів з великою кількістю розширених обертальних рівнів [77], [78], [32]. Електронні стани, залежно від взаємної орієнтації спинів електронів, розділяються на синглетні  $S_0, S_1, \dots$  та триплетні  $T_1, T_2, \dots$  (рис. 7.11).

Для синглетних станів повне спінове число  $S = 0$ . Це означає що їх мультиплетність дорівнює  $2S + 1 = 1$ . Для триплетних станів  $S = 1$  і мультиплетність  $2S + 1 = 3$ . Основні стани молекули  $S_0$  – синглетні. Перший збуджений стан  $S_1$  утворюється при переході одного із двох високо розташованих електронів на наступний енергетичний рівень без зміни орієнтації спіну. Якщо спін зміниться, то утвориться триплетний стан  $T_1$ .

Кожен електронний стан складається із кількох коливальних (товсті лінії рис. 7.11) та обертальних (тонкі лінії рис. 7.11) рівнів. Енергетична відстань між коливальними рівнями реальних молекул приблизно в 100 разів більша за відстань між обертальними рівнями. Оскільки правила відбору вимагають, щоб при переході  $\Delta S = 0$ , то синглет-синглетний перехід є дозволеним, а синглет-триплетний – забороненим. Під дією випромінювання накачування молекула може перейти з основного стану  $S_0$  на один із коливальних рівнів електронного збудженого стану  $S_1$ . Між коливальними станами існує швидка безвипромінювальна релаксація ( $\tau \approx 10^{-13}$  с), що призводить до швидкого накопичення електронів на нижніх рівнях збудженого та основного станів. Перехід на один із вільних коливальних рівнів основного стану  $S_0$  зі збудженого  $S_1$  відбувається із ви-



**Рисунок 7.11** – Спрощена схема робочих енергетичних рівнів молекули органічного барвника

промінюванням фотонів у достатньо широкій спектральній смузі з подальшою релаксацією на нижчі колебальні та обертальні рівні. Таким чином, ми маємо квазічотирирівневу схему, для якої також характерний низький поріг генерації.

Із нижчих збуджених рівнів  $S_1$  електрони можуть перейти на рівні  $T_1$ , що обумовлюється зіткненнями й отримало назву синглет-триплетної конверсії. Стан  $T_1$  можна вважати метастабільним, а відстань  $T_2 - T_1$  приблизно дорівнює енергетичній відстані  $S_1 - S_0$ . Сукупність цих факторів призводить до існування процесу поглинання випромінювання накачування для

збудження триплетних рівнів, що, у свою чергу, призводить до зриву генерації. Ця проблема вирішується передусім застосуванням імпульсного накачування, тривалість імпульсу якої не повинна перевищувати час життя триплетного стану  $T_1$ . Також проблема частково знімається при використанні лазерних систем накачування.

Здатність розчинів барвників ефективно генерувати випромінювання пов'язана із великими значеннями перерізів поглинання оптичних переходів у цих сполуках, які в тисячі разів перевищують твердотільні активні середовища. Це дозволяє отримати великі коефіцієнти підсилення та ефективну генерацію для малих концентрацій молекул барвника і малих довжин активного елемента.

Часи життя в синглетному збудженому стані на 5 – 6 порядків менші за часи метастабільних рівнів твердотільних активних середовищ. З цієї причини необхідно підвищувати густину накачування, яка визначається величиною  $1/\sigma\tau$ . Хоча великі значення перерізів поглинання переходів та значні довгохвильові зміщення спектрів випромінювання відносно смуг поглинання дозволяють послабити цю вимогу.

Як розчинник органічних барвників широко використовують воду, спирти, похідні бензолу, рідше – полімерні матеріали: епоксидні смоли, поліуретан, поліметилметакрилати.

Головною корисною властивістю лазерів на органічних барвниках є можливість перебудови частоти генерації в широкому спектральному діапазоні: від 330 нм до 1,8 мкм. Груба перебудова частоти виконується заміною барвника.

Узагалі отримано генерацію на понад тисячу різних барвниках, найбільш важливі із яких можна класифікувати таким чином [77].

*Кумаринові барвники.* Загальна кількість модифікацій близько 90. Спектри генерації цих сполук перекривають діапазон від 370 нм до 600 нм. Область перебудови частоти одного

розчину до 220 нм. Ефективність генерації — до 30% при моноімпульсному накачуванні. Характерна слабка фотостійкість, особливо при дії УФ випромінювання.

*Ксантенові барвники.* Це сполуки, які мають у своїй структурі ксантенове ядро. До цього класу відносять флуоресценові, родамінові та піранінові барвники. Введення в ксантенове ядро різних замінників та циклічних груп дозволяє змінювати спектр поглинання та випромінювання на 100 нм.

Великі значення перерезів переходів та часів життя збуджених станів, малі втрати на поглинання, високий вихід флуоресценції та добра фотостійкість роблять ці сполуки перспективними для використання. Спектри генерації перекривають діапазон 500 — 850 нм. До недоліків цих сполук можна віднести малий діапазон перебудови при генерації — 50 нм.

*Оксазинові барвники.* Відрізняються від ксантенових атомами азоту. У них менш виражений фоторозпад порівняно з попередніми. Спектр генерації — 645—900 нм. Ефективність генерації середовищ — 15% при моноімпульсному накачуванні в довгохвильовій смузі.

*Поліметинові барвники.* Мають тетрциклічні кінцеві групи. У них спектри поглинання та випромінювання значно перекриваються. Перерізи переходів залежать від довжини ланцюга молекули та мають максимальні значення для барвників із двома і трьома карбоціаніновими групами.

На сьогодні відомо близько 170 поліметинових сполук, на яких можна отримати генерацію. Спектр генерації досить стійкий і перекриває діапазон 540 — 1320 нм. Область перебудови спектра одного барвника — 50 — 100 нм. Ефективність генерації — близько 40%.

Поліметинові середовища здатні генерувати за один моноімпульс накачування у двох спектральних діапазонах.

*Сцинцелятори.* Для отримання генерації в короткохвильовій області використовують сполуки різної структури, де-

які з яких відносять до сцинцеляторів. Часто вони є ланцюгами, утвореними фенільними та п'ятикутними циклічними групами, іноді із включенням парної кількості метинових груп. Мають великі значення перерізів переходів та малі значення часу життя флуоресценції. Для цих сполук характерні високі виходи флуоресценції до 99%. Відомі близько 90 активних середовищ цього типу, які перекривають спектральний діапазон 340 – 490 нм.

*Перилієві солі.* Спектральні властивості перилієвих солей змінюються при заміні радикалів. Відомо до 64 подібних сполук, на яких отримано генерацію. Спектр генерації відповідає діапазону 440 – 770 нм із шириною перебудови довжини хвилі однієї сполуки до 130 нм. Ефективність генерації – в межах 20%.

*Фіналеміни.* Належать до недавно досліджених сполук щодо використання як активних середовищ. Спектр генерації перекриває діапазон 600–670 нм з перебудовою спектра на одному барвнику в межах 50 нм.

Лазери на барвниках знайшли застосування в багатьох наукових та технічних галузях. Серед них можна виділити спектроскопію, вивчення молекулярної дисоціації та хімічних реакцій, сортування ізотопів.

## 7.5. Газові оптичні квантові генератори

Газовими лазерами називаються такі генератори, у яких активне середовище перебуває в газовій фазі. Це можуть бути безпосередньо газ або речовина, що перебуває в газоподібному стані за нормальних умов, або пари – речовин, які знаходяться за нормальних умов у твердій фазі. В останньому випадку речовина штучно нагрівається для утворення газоподібного активного середовища ОКГ. У газових лазерах як робочі можуть використовуватися різноманітні переходи (більш ніж 1000 різних

переходів) між електронними, коливальними та обертальними рівнями енергій нейтральних або іонізованих атомів і молекул. Це дає можливість генерації у спектральному діапазоні від УФ до субмм (приблизно від 0,1 мкм до 1 мм) [17], [13], [17]– [19], [22], [32].

Газ як активне середовище володіє високим ступенем оптичної однорідності, тому в газових ОКГ можна одержати найменший кут розбіжності пучка. Спрямованість випромінювання газових лазерів досягає межі, обумовленої дифракцією світла. Розходження світлового променя газових ОКГ у видимому діапазоні приблизно  $10^{-5} - 10^{-4}$  рад, в ІЧ-діапазоні приблизно  $10^{-4} - 10^{-3}$  рад. Діаграма спрямованості випромінювання визначається властивостями резонатора. Випромінювання газових лазерів є найбільш якісним за параметрами порівняно з іншими типами лазерів. У газових середовищах взаємодія між частинками середовища мінімальна, тому лінії випромінювання й поглинання найбільш вузькі ( $10^{-13} - 10^{-12}$ ) м і дуже легко реалізувати одномодовий режим генерації. Ширина лінії генерації газового ОКГ мінімальна серед усіх видів лазерів, вона досягає 1 ГГц. Однак, за винятком газових ОКГ високого тиску, це призводить до неможливості отримання наднетривалих імпульсів світла та змінювати в достатніх межах діапазон їх роботи.

Більшість газових лазерів працює у безперервному й імпульсному режимах та дозволяють одержувати більші вихідні потужності за високої спрямованості випромінювання й стабільності його частоти. Завдяки малій густині газу ширина спектра лінії обумовлена головним чином доплерівським розширенням, величина якого мала. Це, а також застосування ряду методів, що використовують властивість доплерівського розширення лінії, дозволяє досягти високої стабільності частоти.

Разом з тим мала об'ємна щільність активних центрів у газі перешкоджає отриманню такої високої густини збуджених частинок, що характерна для твердих тіл і рідин. Тому енергети-

чний вихід у газових лазерів нижчий, ніж у твердотільних лазерів і рідинних лазерів. Однак перехід до більш високих тисків і створення швидко поточних газових лазерів різко збільшили їхню потужність.

Специфіка газів проявляється в різноманітності типів активних частинок, рівні яких використовуються для генерації (нейтральні атоми, іони, стійкі та нестійкі молекули і т.п.). Тому процеси, використовувані для створення інверсійної заселеності, у газових лазерах також досить різноманітні. За методами накачування газів ОКГ можна розділити на газорозрядні, газодинамічні та хімічні. Оптичне накачування в них може бути реалізоване, але внаслідок вузьких спектрів поглинання газу воно є неефективним.

Найбільше поширення отримали газорозрядні лазери, які, у свою чергу, можна розділити на три групи: атомарні, іонні та молекулярні. Газовий розряд створюється, як правило, безпосередньо в активному середовищі, хоча є схеми, в яких може збуджуватися тільки допоміжний газ із подальшою передачею енергії робочому газу. Використовують самостійні та несамостійні, імпульсні та стаціонарні, дугові, тліючі, високочастотні розряди і розряди в постійному струмі.

Параметри всіх типів розрядів повинні забезпечувати переважно взаємодію активних частинок при непружних зіткненнях першого роду та поступове електронне збудження. Крім цього, за наявності допоміжного газу, зазначені процеси можуть доповнюватися резонансною передачею енергії збудженого допоміжного газу активним атомам та молекулам. Цей механізм значно збільшує ефективність створення інверсійної заселеності в газових лазерах, оскільки дозволяє селективно заселювати верхні лазерні рівні. Крім того, допоміжні гази можуть сприяти ефективному спустошенню нижніх лазерних рівнів, як, наприклад,  $He$  в  $CO_2$  лазері.

Газові лазери використовують як поздовжній, так і попере-



чний газовий розряд. Поздовжній розряд використовують для збудження малопотужних газових лазерів. Лазери з підвищеним тиском використовують поперечний розряд, як правило, разом із поперечним продувом газової суміші через об'єм резонатора. Поперечний продув є більш ефективним, оскільки дозволяє досягти швидкої зміни більших об'ємів активного газу.

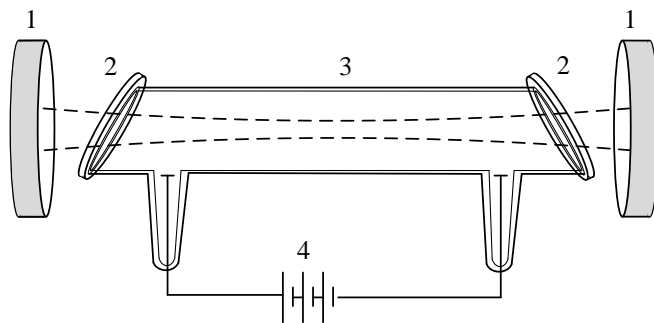
Газові лазери підвищеного тиску, в яких використовуються поперечні продув та розряд, отримали назву *ТЕА*-лазерів. Для збільшення ефективності використання робочого об'єму в цих лазерах використовують системи попередньої іонізації, які покращують рівномірність розряду та поліпшують його часові параметри. Як такі системи можуть бути електронні гармати, джерела УФ- випромінювання, різні типи несамостійних розрядів.

Чим більший тиск газу, тим більша об'ємна концентрація активних центрів і тим більша питома вихідна енергія. В лазерах низького тиску розширення спектральних ліній відбувається переважно за рахунок ефекту Доплера й, отже, має неоднорідний характер, а в лазерах із високим тиском — за рахунок зіткнень, що визначає однорідний характер розширення.

Активний елемент розрядного газового ОКГ — це скляна або кварцова трубка (кювета), діаметр якої коливається в різних генераторах від 1 мм до кількох сантиметрів, а довжина — від кількох сантиметрів до кількох метрів. На кінцях трубки розміщені металеві електроди, причому катод робиться іноді з підігрівом для підсилення емісії. При використанні високочастотного розряду електроди, виконані у вигляді металевих писків, одягаються на трубку. Перші газові лазери широко використовували високочастотний розряд, але поступово від нього відмовились. Однією з причин цього були високі електромагнітні перешкоди або шуми, які впливали на якість роботи оточуючого електронного устаткування.

Для підвищення концентрації збуджених активних центрів, збільшення густини струму накачування в газовому розряді та

збереження електронної температури використовують трубки-капіляри, всередині яких відбувається розряд. Оскільки температури газів у них доходять до кількох тисяч градусів, вони виготовляються із термостійких матеріалів (кераміки, кварца, графіту, оксидів алюмінію та берилію) і мають невеликі терміни роботи. Загальний вигляд газового лазера зображений на рис. 7.12.



**Рисунок 7.12** – Загальна конструктивна схема газорозрядного лазера: 1 – резонатори; 2 – вихідні торці кювети; 3 – кювета (колба) з робочим газом; 4 – система живлення з електродами

Можливі два варіанти розташування дзеркал щодо газової кювети: всередині й назовні. Але у зв'язку з конструктивними і технологічними труднощами частіше використовується зовнішнє розташування. Це призводить до більш критичних вимог до торців газової кювети – торці кювети, крім гарної якості поверхонь, повинні мати мінімальні втрати. Торець газової колби – це плоско-рівнобіжна скляна або кварцова пластинка. Основні втрати потужності пов'язані із френелевим відбиттям від двох поверхонь пластинки під час проходження через неї світла. Як відомо, коефіцієнт френелевого відбиття від поверхні, що розділяє два середовища з різним показником заломлення, залежить

від кута падіння випромінювання, відносного показника заломлення й типу поляризації падаючого випромінювання.

Для боротьби із втратами в торцевій пластинці застосовується закон відбиття Брюстера. Торцеві пластинки розміщують не перпендикулярно до осі трубки, а так, щоб нормаль до торцевої пластинки утворювала з віссю трубки кут Брюстера:  $\theta_B = \tan n$ , де  $n$  – показник заломлення матеріалу пластинки. Кут Брюстера, кут, при якому коефіцієнт відбиття дорівнює нулю у разі, коли площа поляризації падаючого випромінювання збігається із площиною падіння.

Крім розглянутих дифракційних втрат, залишаються втрати на поглинання в товщі матеріалу. Як відомо, втрати становлять близько 2% на 1 см для скла й приблизно 0,2% на 1 см для кварцу. Товщина вікон звичайно становить не менше 3 – 4 мм для забезпечення механічної стабільності.

Вимушене випромінювання взагалі не є поляризованим, однак добротність резонатора виявляється більшою для випромінювання певної поляризації, що задається розташуванням вихідних торців. Оскільки вимушене випромінювання збігається за типом поляризації зі стимулювальним випромінюванням, то в остаточному підсумку в резонаторі встановлюється поляризація, відповідна до розміщення брюстерівських вікон.

### **7.5.1. Газові лазери на нейтральних атомах. Гелій-неоновий лазер**

Узагалі лазери на нейтральних атомах відносять до типу гелій-неонових оптичних квантових генераторів. Це лазери, безперервного режиму роботи з випромінюванням у червоній області спектра. Вони можуть реалізувати одномодові ( $TEM_{00}$ ) і багатомодові ( $TEM_{mn}$ ) режими роботи при потужності випромінювання від 15 мВт до 10 Вт з поляризованим та неполяризованим випромінюванням. Лазерна генерація може бути отрима-

на на багатьох нейтральних атомах, у тому числі й на інертних газах (*He, Ne, Kr, Ar, Xe*), які перекривають діапазон від 1 мкм до 10 мкм. Вони є добре розглянуті в [17]– [19], [22], [32].

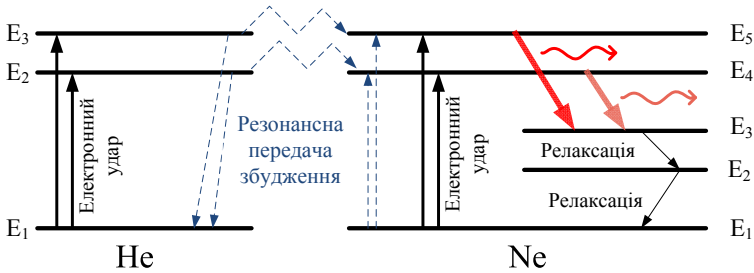
Також до ОКГ на нейтральних атомах відносять клас лазерів на парах металів (*Pb, Cu, Au, Ca, Sr, Mn*). Велике поширення серед них отримав лазер на парах міді та золота за здатність генерувати випромінювання в зеленій області спектра (0,51 мкм), що відповідає максимальній чутливості фотоприймачів та прозорості морської води. Так, як і гелій-неоновий лазер, він працює за трирівневою схемою другого роду. Вони володіють більш високими ККД (кілька відсотків) і більшими вихідними потужностями (десятки Вт), працюють переважно в імпульсному режимі. Також загальною рисою цих ОКГ є пристрої підігріву для переведення металів у пару при високих робочих температурах (від 500° С до 1500° С).

Атомарні лазери можуть застосовуватися в контрольновимірвальній техніці, гетеродинних системах, поліграфії, голографії, медичній техніці, системах зв'язку, локації та в інших технологічних і лабораторних установках як джерело когерентного монохроматичного випромінювання.

Конструктивно більшість атомарних лазерів є простими і зручними в експлуатації. До складу лазерів входять випромінювач і високовольтне джерело живлення. В основу конструкції випромінювача лазера закладений коаксіальний активний елемент із холодним катодом. Термостійкі дзеркала в активному елементі установлені методом твердого запаювання. Все це забезпечує високу надійність, довговічність і стабільні вихідні параметри лазера в цілому.

*Гелій-неоновий лазер.* Як приклад лазерів на нейтральних атомах розглянемо гелій-неоновий лазер. Він був винайдений у 1961 році американським фізиком А. Джаванном. У ньому використовується суміш гелію й неону в співвідношенні приблизно 10:1; 5:1 при загальному тиску в трубці 130 Па. Індуковане

випромінювання створюється атомами неону, атоми гелію беруть участь у резонансній передачі енергії до атомів неону. При збудженні газової суміші електричним струмом (постійним або змінним із частотою близько 30 МГц) виникає тліючий розряд. Спрощена схема робочих енергетичних рівнів гелію та неону наведена на рис. 7.13.



**Рисунок 7.13** – Спрощена схема енергетичних рівнів атомів гелію та неону

В електричному розряді частина атомів неону переходить із основного рівня  $E_1$  на тривалі збуджені рівні  $E_4$  й  $E_5$ . Інверсія заселеності створюється завдяки великій заселеності цих рівнів порівняно з нетривалим рівнем  $E_3$ . На чистому неоні створенню інверсійної заселеності заважає майже метастабільний рівень  $E_2$ , тому корисним виявилось введення в робочий газ атомів гелію.

Під дією електричного розряду частина атомів гелію іонізується з утворенням плазми, що містить електрони з великою кінетичною енергією. Ці електрони, зустрічаючись із атомами гелію, переводять їх з основного стану  $E_1$  на тривалі збуджені рівні  $E_2$  і  $E_3$ , які досить близькі за значенням до рівнів  $E_4$  і  $E_5$  атомів неону рис. 7.13. Тому при зіткненнях збуджених атомів гелію з незбудженими атомами неону виникає висока ймовірність резонансної передачі збудження, внаслідок чого атоми

неону виявляються на рівнях  $E_4$  і  $E_5$  відповідно, а атоми гелію повертаються в основний стан. Імовірність збудження атомів неону до рівнів  $E_2$  і  $E_3$  за рахунок зіткнень із атомами гелію мала, тому що енергії цих станів істотно відрізняються від енергій рівнів  $E_4$  і  $E_5$  гелію (набагато більше, ніж на  $kT$ ).

Таким чином, використання допоміжного газу — гелію — дає можливість здійснити додаткове заселення енергетичних рівнів неону й отримати інверсію заселеності між верхніми лазерними рівнями  $E_4$  і  $E_5$  та нижнім лазерним рівнем  $E_3$ .

Оскільки рівень  $E_3$  неону є нетривалим, то на переходах  $E_5 - E_3$  і  $E_4 - E_3$  можна отримати безперервну генерацію. Переходу  $E_4 - E_3$  відповідає генерація з довжиною хвилі 1,153 мкм, а переходу  $E_5 - E_3$  в червоній області видимого спектра з довжиною хвилі 0,6328 мкм. Кожний з рівнів  $E_3$ ,  $E_4$  і  $E_5$  у дійсності складається з декількох (близько 10) проміжних рівнів, тому в видимій та ІЧ- області спектр гелій-неонового лазера може містити близько 40 спектральних ліній. Виділення потрібної спектральної лінії здійснюється підбором дзеркал оптичного резонатора і введенням у резонатор селективного елемента.

Між рівнями  $E_5$  й  $E_4$  неону (рис. 7.13) є ще один нетривалий рівень, перехід атомів на який з рівня  $E_5$  дозволяє отримати генерацію на довжині хвилі 3,392 мкм.

У гелій-неоновому лазері робоча суміш перебуває в газорозрядній трубці, довжина якої може сягати від десятих до кількох метрів. Трубка виготовляється з високоякісного скла або кварцу. Потужність генерації істотно залежить від діаметра трубки. З одного боку, зі збільшенням діаметра збільшується об'єм робочої суміші, а з іншого — зменшується електронна температура плазми, що призводить до зменшення числа електронів, здатних збудити атоми газів (втрата потужності). Саме тому діаметр розрядної трубки не перебільшує 10 мм.

Перевагами гелій-неонових лазерів є когерентність їх випромінювання, мала споживана потужність, невеликі габарити,

висока монохроматичність і спрямованість випромінювання.

Основні недоліки — невисокий ККД (0,001 — 0,1%) і низька вихідна потужність. Причиною малого ККД є мала квантова ефективність робочих переходів, яка визначається відношенням енергії випромінювального фотона до енергії збудження електрона на верхній лазерний рівень.

Підвищенню потужності заважають нелінійні залежності потужності випромінювання від тиску газової суміші та від струму розряду. Ці залежності мають оптимальні значення, оскільки збільшення тиску обмежується зменшенням електронної температури газу через зменшення величини вільного пробігу електрона. В результаті падає кількість збуджень верхніх рівнів атомів гелію та неону, а при розрядних струмах, більших за 100 мА, підвищується ймовірність заселення нижнього лазерного рівня завдяки поступовій іонізації з рівня  $E_2$ . Оптимальні струми розряду в гелій-неонових лазерах відповідають 20 — 80 мА. Ці лазери можуть працювати й в імпульсному режимі.

### 7.5.2. Іонні лазери. Аргонний лазер

В іонних лазерах робочі переходи відбуваються між енергетичними станами один раз, а іноді й двічі іонізованими атомами. Для підтримання високої концентрації іонів густина струмів розряду має бути набагато більшою за їх густина в нейтрально-атомарних лазерах. Тому накачування переважно відбувається за допомогою дугового розряду. Детальний аналіз конструкцій, механізмів збудження та створення інверсійної заселеності в іонних лазерах можна знайти в [17]– [19], [22], [32].

Енергетичний терм іонів набагато ширший, ніж у атомів. Завдяки більш широкій шкалі енергетичних рівнів лазери ефективно працюють у діапазоні від короткохвильової області видимого світла до УФ.

За допомогою іонізованих інертних газів  $Ne$ ,  $Ar$ ,  $Kr$  и  $Xe$  в газових розрядах лазерна генерація досягається на більш ніж 250 спектральних лініях у діапазоні 175 до 1100 нм. При цьому, як правило, чим вищий стан іонізації, тим коротші довжини хвиль випромінювання можна отримати. Причому необхідну густину іонів з високим станом іонізації можливо досягти тільки в імпульсному режимі.

Так, як і розглянуті вище лазери, їх можна розділити на дві категорії:

1) іонні газові лазери, що використовують більшість інертних газів, серед яких характерним прикладом  $Ar^+$  - лазер;

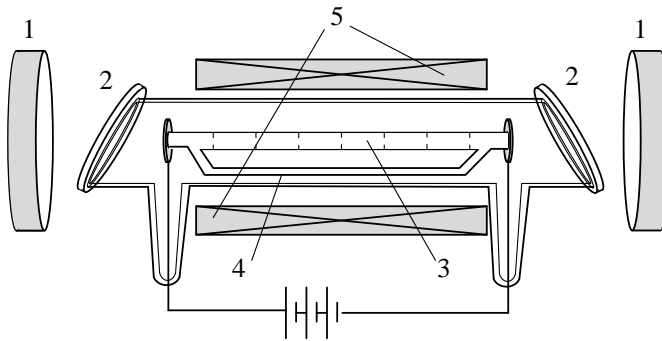
2) лазери на парах різних металів, серед яких виділяється  $He - Cd$ - лазер.

*Аргоновий лазер.* Головним представником іонних лазерів є аргоновий лазер, який здатен генерувати потужності вище 100 Вт в синьо-зеленій області спектра та до 60 Вт у ближній УФ - області. Він є одним із найпоширеніших комерційних лазерів і використовується в медицині, локації, наукових розробках, військовій техніці, накачуванні рідинних лазерів і т. д.

Спрощена схема аргонового лазера зображена на рис. 7.14.

Для ефективного збудження ліній  $Ar^+$  в розряді потрібна густина електронів на рівні  $10^{14} \text{ см}^{-3}$ . Ця величина досягається за густини струму до  $10^3 \text{ А см}^{-2}$  у дугових розрядах низького тиску. Напруженість поля уздовж розряду має становити значення порядку  $4 \text{ В} \cdot \text{см}^{-1}$ . Температура нейтрального газу може досягати  $5 \cdot 10^3 \text{ К}$ . Високі густини струмів забезпечуються спеціальними лазерними трубками (3, рис. 7.14). Як правило, це керамічна трубка з водяним охолодженням, частіше з  $BeO$  — речовини, що має добрі показники теплопровідності та термостійкості. В інших конструкціях розряд відводиться через вольфрамові диски, що відводять тепло за допомогою мідних контактів на розрядну трубку. Недоліком трубок з  $BeO$  є його сильна





**Рисунок 7.14** – Загальна конструктивна схема іонного аргонного лазера: 1 – резонатори; 2 – вихідні торці кювети; 3 – розрядна трубка з торцевими електродами; 4 – обвідна трубка; 5 – фокусувальна магнітна система

отруйність.

Висока густина електронів призводить до виникнення їх взаємного відштовхування до країв трубки, що знижує густина струму. Для протидії цьому використовують фокусувальні магнітні системи (5, рис. 7.14), які концентрують плазму, а отже і розряд, на осі трубки. Фокусування розряду також пом'якшує вплив високотемпературної плазми на матеріал трубки. Також густини струму можна досягти за допомогою додаткових катодів, що розташовуються всередині трубки, анодами служать внутрішні конструкції охолодження з міді.

За наявності великих струмів розряду істотним стає явище катафорезу, при якому спостерігається значний дрейф іонів у бік катода і спричиняє перепад тиску в трубці. Для протидії цьому в мідних або вольфрамових дисках робляться отвори та використовують обвідну трубку (4, рис. 7.14).

Для протидії зниженню тиску аргону в трубці, з часом роботи, вона під'єднується до компенсаторного резервуара. Тиск га-

зу має бути на рівні 1 – 100 Па. На відміну від гелій-неонового лазера, в аргоновому можливе створення активних трубок великого діаметра.

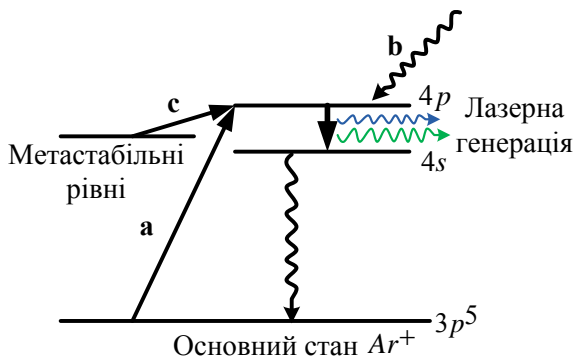
Основний стан іона  $Ar^+$  з'являється шляхом видалення одного із шести  $3p$  - електронів зовнішньої оболонки аргону. Збуджені стани  $4s$  і  $4p$  виникають, коли один з електронів, що залишилися на  $3p^5$ - оболонці переходять на  $4s$ - і  $4p$ - рівні. З урахуванням взаємодії з іншими  $3p$ - електронами обидва рівні  $4s$  і  $4p$ , позначені як прості рівні, насправді складаються з декількох рівнів (відповідно 9 і 2). Збудження верхнього лазерного  $4p$ - рівня відбувається за два етапи, що містять у собі зіткнення з двома різними електронами. При першому зіткненні аргон іонізується, тобто переходить в основний стан іона  $Ar^+$ . Іон, що перебуває в основному стані, зазнає друге зіткнення з електроном, яке може привести до одного з трьох процесів:

1)  $Ar^+$  безпосередньо збуджується на  $4p$ - рівень (процес **a** на рис. 7.15);

2) збудження  $Ar^+$  на більш високо розташовані стани з наступними каскадними переходами на рівень  $4p$  (процес **b** на рис. 7.15);

3) збудження  $Ar^+$  на метастабільні рівні з наступним третім зіткненням з електроном, що призводить до збудження на  $4p$ -рівень (процес **c** на рис. 7.15).

Оскільки процеси збудження пов'язані з електронними зіткненнями – швидкість накачування у верхній стан буде пропорційна квадрату густини струму розряду. Густина струму досягає значень ( $1\text{кА/см}^2$ ). Іон  $Ar^+$  з рівня  $4p$  може перейти на рівень  $4s$  за допомогою швидкої ( $10^{-8}$  с) випромінювальної релаксації. Релаксація з нижнього лазерного  $4s$  рівня в основний стан  $Ar^+$  відбувається за час, який приблизно в 10 разів коротший. Оскільки обидва рівні  $4s$  і  $4p$  насправді складаються з багатьох рівнів, аргоновий лазер може генерувати на багатьох лініях, серед яких найбільш інтенсивними є зелена (514 нм) і



**Рисунок 7.15** – Спрощена схема енергетичних рівнів іона  $Ar^+$

синя (448 нм).

Типові потужності для комерційних лазерів становлять 20 – 30 Вт, як із селекцією, так і без неї. Унаслідок високої температури в області розряду переважним є доплерівське розширення, яке досягає 6 ГГц. Істотним недоліком аргонового лазера, так як і всіх іонних лазерів, є малий ККД (0,01 – 0,1 %).

Вихідна потужність  $Ar^+$ - лазера швидко зростає, майже за квадратичною залежністю, зі збільшенням струму розряду і на відміну від гелій-неонового лазера не відбувається її насичення. Це реалізується завдяки ефективному спустошенню нижнього лазерного рівня.

При подальшому збільшенню густини струму розряду аргон може подвійно іонізуватися, для чого необхідна енергія 43 еВ. Приблизно на 25 – 30 еВ вище основного стану  $Ar^{2+}$  існують лазерні рівні, які дозволяють генерувати УФ випромінювання на 334, 351 та 364 нм з потужністю декілька ватів. Ці лазери потребують збільшених струмів та більш потужних магнітних фокусувальних систем, спеціальної оптики і систем охолодження.

### 7.5.3. Молекулярні лазери на $CO_2$

Значне місце серед газових лазерів займають молекулярні ОКГ, тобто лазери, активним середовищем яких є молекулярні гази. Детальний аналіз конструкцій, механізмів збудження та створення інверсійної заселеності в молекулярних лазерах можна знайти в [17]– [19], [22], [32] та ін.

Молекулярні лазери використовують переходи між енергетичними рівнями молекули, які є більш різноманітними, ніж у атомів та іонів. Це пов'язано з тим, що рух у молекулах є більш складним. Разом із рухом електронів відносно ядер атомів, що утворюють молекулу, відбувається рух самих ядер біля їх рівноважного положення та обертового руху молекули в цілому. Як відомо, кожен обмежений рух у мікросвіті квантується, що і призводить до виникнення відповідних рівнів енергій [18] за рахунок розщеплення стаціонарних станів атомів при малому збуренні. Таким чином, трьом типам руху молекули – електронному, коливальному та обертовому – відповідають три типи квантових станів та рівнів енергії. Повна енергія молекули  $E_{mol}$  має значення, що відповідає електронно-коливально-обертовому стану. Ця енергія може бути подана як сума квантових значень:  $E_{mol} = E_e + E_{kol} + E_{obert}$ . Між ними існує співвідношення  $E_e : E_{kol} : E_{obert} = 1 : \sqrt{m_e/M} : m_e/M$ , де  $m_e$  і  $M$  – відповідно маси спокою електрона та сумарна маса ядер, що утворюють молекулу.

Різноманітність внутрішніх рухів молекули відкриває нові канали релаксації, що й використовується для ефективного спустошення нижніх лазерних рівнів [22]. Крім цього, багатомодовість коливного спектра молекули дозволяє розділити канали збудження та генерації.

За типом переходу, що використовується для генерації, молекулярні ОКГ діляться на три класи.

1. Лазери на коливально-обертальних переходах, які ви-

користовують переходи між коливальними рівнями одного (як правило, основного) електронного стану. Оскільки відстань між коливальними рівнями має порядок десятків та сотих електрон-вольтів, то ці лазери працюють у середньому ІЧ-діапазоні ( $\lambda = 5 - 300$  мкм). Найбільш важливі представники — це  $CO_2$ -лазери ( $\lambda = 10,6$  і  $9,5$  мкм); хімічний  $HF$ -лазер ( $\lambda = 2,7 - 3,3$  мкм);  $CO$ -лазер ( $\lambda = 5$  мкм).

2. Лазери на електронно-коливальних переходах, у яких використовуються переходи між коливальними рівнями різних електронних станів. Діапазон генерації УФ — область спектра. Найбільш важливий представник — азотний  $N_2$  ОКГ ( $\lambda = 337$  нм).

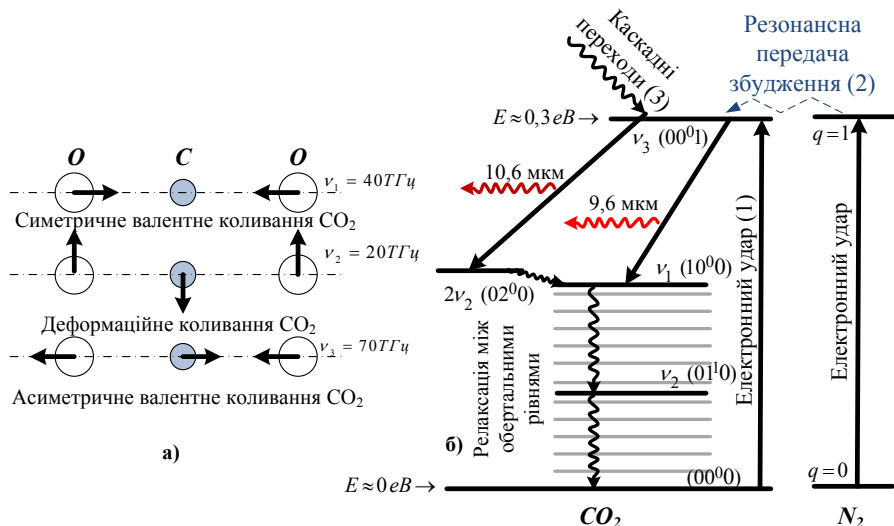
3. Лазери лише на обертальних переходах. Використовуються переходи між різними обертальними рівнями одного коливального стану (як правило, збудженого коливального рівня основного електронного стану). Діапазон генерації — далекий ІЧ-діапазон ( $\lambda = 25$  мкм —  $1$  мм). Їх роль не є значною.

*Газорозрядний лазер на  $CO_2$ .* Лазери на  $CO_2$  є найбільш важливими газовими лазерами, які широко використовуються в технологічних процесах, медицині, обробці матеріалів, зв'язку та інших галузях. Це визначається тим, що вони мають високий ККД на рівні 30%, здатні генерувати великі потужності в безперервному та імпульсному режимах і спектр їх випромінювання збігається із вікнами прозорості атмосфери [22].

За конструкцією газорозрядні лазери на  $CO_2$  майже не відрізняються від конструкції  $He-Ne$  та  $Ar^+$  лазерів. У них відсутня капілярна розрядна трубка, але в потужних лазерах використовується водяне охолодження. Використовуються лазери з поздовжнім та поперечним розрядами, відпаяні та з поперечним або поздовжнім прокачуванням газу, низьким або високим тиском газової суміші.

Молекула  $CO_2$  є лінійно-симетричною і в ній можливі три коливальні рухи, які породжують три коливальні мо-

ди: симетричну валентну; деформаційну; асиметричну валентну (рис. 7.16 а). Коливні стани молекули описуються трьома квантовими числами:  $q_1, q_2, q_3$ , які визначають кількість квантів із власними частотами  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  у кожній коливній моді [22]. Деформаційна мода є подвійно виродженою, а кратність виродження вказує верхній індекс.



**Рисунок 7.16** — Типи коливань молекули  $CO_2$  (а) та спрощена схема енергетичних рівнів молекул  $CO_2$  і  $N_2$  (б)

Схема робочих енергетичних рівнів  $CO_2$ - лазера подібна до схеми  $He-Ne$ - лазера (узагальнена тривірнева схема другого роду). Але за ефективністю перетворення енергії вона перевищує  $He-Ne$  в тисячу разів. Причиною цього є оптимальність схеми енергетичних рівнів  $CO_2$  (рис. 7.16 б), що дозволяє затрачувати на генерацію одного фотона лише вдвічі більшу енергію (в 20–40 разів для  $He-Ne$  та  $Ar^+$ - схем). Крім цього, в схемі молекули  $CO_2$  відбувається ефективне заселення верхнього

лазерного рівня, в тому числі за рахунок допоміжного газу  $N_2$ , та ефективного спустошення нижнього лазерного рівня, використовуючи додатковий газ  $He$ .

Заселення верхнього лазерного рівня ( $00^01$ ) (рис. 7.16 б) відбувається за рахунок трьох процесів.

1. Зіткнення з електронами, при якому  $CO_2$  збуджується з рівня ( $00^00$ ) на рівень ( $00^01$ ) (процес 1 на рис. 7.16 б).

2. Резонансна передача енергії від збудженої молекули  $N_2$  до молекули  $CO_2$ , що призводить до переходу електрона з основного стану ( $00^00$ ) на рівень ( $00^01$ ) (процес 2 на рис. 7.16 б), а  $N_2$  переходить із збудженого в незбуджений стан. За енергією вільних електронів порядку 2 еВ та їх концентрації порядку  $10^{10} \text{ см}^{-3}$  можуть бути збуджені 40–80% молекул  $N_2$ . Крім того, вищі рівні молекули  $N_2$  ( $q = 2, 3, 4, 5, \dots$ ) знаходяться в резонансі з відповідними рівнями молекули  $CO_2$ , що призводить до виникнення третього каналу заселення рівня ( $00^01$ ).

3. Зіткнення збудженої молекули  $CO_2$ , що знаходиться в стані  $q = 2, 3, 4, 5, \dots$  з незбудженими молекулами  $CO_2$  призводить до поступової з кожним зіткненням релаксації збудженої молекули до стану ( $00^01$ ) при переході незбуджених молекул у стан збудження на верхній лазерний рівень ( $00^01$ ).

Спустошення нижнього лазерного рівня також відбувається завдяки кільком процесам.

1. Перший збуджений рівень ( $01^10$ ) деформаційної моди ефективно релаксує при зіткненнях із атомами  $He$ , що істотно зменшує час життя до 20 нс. Крім цього,  $He$  є легким газом з високою теплопровідністю й ефективно охолоджує  $CO_2$  газ, передаючи тепло стінкам газової колби.

2. Другим механізмом спустошення нижнього лазерного рівня є релаксація між оберतालними проміжними рівнями основного електронного стану молекули  $CO_2$ .

У сукупності всі вищезазначені процеси обумовлюють найвищий серед газових лазерів ККД  $CO_2$ - лазера. Оптимальне

співвідношення газів  $CO_2:N_2:He$  коливається від 1:1:8 для лазерів низького тиску, до 1:1:1,5 для лазерів високого тиску. Лазер генерує в області двох спектральних ліній — 10,6 мкм та 9,6 мкм. Перша радіаційна лазерна лінія має більший коефіцієнт підсилення і, відповідно, виникає першою. Для генерації в області другої лінії необхідно використовувати додаткові засоби селекції.

Потужність газорозрядних  $CO_2$ - лазерів із поздовжнім накачуванням становить 50 — 100 Вт/м при діаметрі трубки 1,5 см. Потужні промислові  $CO_2$ - лазери в безперервному режимі здатні генерувати випромінювання в десятки кіловатів, а в імпульсному — до  $10^{14}$  Вт з тривалістю імпульсу менше 1 нс.

Газорозрядні трубки  $CO_2$ - лазерів мають діаметр від 2 до 10 см, довжина досягає кількох метрів. Можуть використовуватися модульні конструкції зі струмом розряду до кількох амперів при напругах до 10 кВ на секцію. Оскільки потужність  $CO_2$ - лазерів безперервної дії досягає високих значень, то виникає проблема довговічності дзеркал резонатора. Використовують покриті золотом сапфірові або металеві дзеркала. Іноді виведення енергії реалізується через отвір у центрі дзеркала резонатора.

У газовому розряді відбуваються розігрівання газу та дисоціація молекул, особливо  $CO$ , що істотно погіршує роботу лазера. Для протидії цьому використовують прокачування газової суміші через розрядну трубку та використовуються каталізатори, які регенерують молекулу  $CO_2$  з молекул  $CO$ . Як каталізатори використовують пари води в кількості 1% та нагрітий до  $300^\circ C$  нікелевий катод. При отриманні потужностей у декілька кіловатів при безперервному режимі швидкість прокачування газу перевищує швидкість звуку.

*Газодинамічний лазер на  $CO_2$ .* Уперше він був запропонований та реалізований А. М. Прохоровим та В. К. Конюховим у 1968 р. Є особливим типом лазерів, що використовує не-

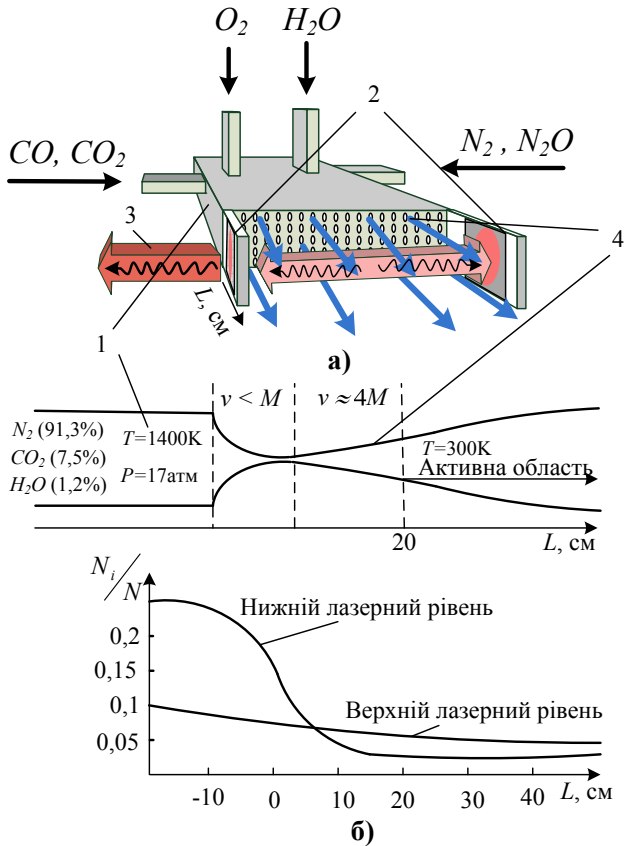


електричний метод накачування. Інверсійна заселеність у ньому створюється завдяки адіабатичним процесам: швидкого розширення, попередньо розігрітого до високої температури, газу. Розігрів забезпечується згоранням у камері згорання та стискуванні суміші газів  $CO_2 + N_2 + H_2O$ , що проходить з надзвуковою швидкістю через сопло діаметром меншим 1 мм. Після стискування в дифузорі газ розширюється, що призводить до його швидкого охолодження. Підсилення виникає за рахунок різниці швидкостей процесів релаксації нижнього та верхнього лазерних рівнів під час проходження газу через надзвукове сопло. Такий спосіб дозволяє генерувати найбільші потужності випромінювання [17]– [19], [22], [32], [33]. Цей тип лазера дозволяє безпосередньо перетворювати теплову енергію в енергію когерентного випромінювання.

Активним середовищем у таких лазерах є газові суміші молекул  $CO_2$  та  $CO$ ,  $N_2$  та  $N_2O$ ,  $O_2$ ,  $H_2O$  та  $He$ ,  $Ne$ ,  $Ar$ ,  $Kr$ . В основному газодинамічні лазери використовують газову суміш  $N_2$  (80-90%) об'ємних часток,  $CO_2$  (5-10%) і пари  $H_2O$  (1-2%) [17].

Принцип роботи та загальну конструкцію газодинамічного лазера пояснено на рис. 7.17.

Газова суміш після згорання під тиском, близько 17 атм випускається через надзвукові сопла з діаметром близько 0,8 мм зі швидкістю 4 одиниці Маха. Конструктивно камера згорання та дифузор є подібними до прямопоточного реактивного двигуна. У високотемпературній камері газ знаходиться в стані термодинамічної рівноваги. При цьому близько 10% молекул  $CO_2$  знаходяться в збудженому стані ( $00^01$ ) (рис. 7.16 б), а заселеність нижніх рівнів є вищою: нижні лазерні рівні ( $02^00$ ) і ( $10^00$ ) близько 17%, а основний ( $00^00$ ) близько 75%. Після проходження через сопло, газ адіабатично розширюється і його температура різко знижується з  $1500^\circ\text{K}$  до  $300^\circ\text{K}$ . Заселеність рівнів намагатиметься наблизитися до нового значення енер-



**Рисунок 7.17** – Принцип роботи газодинамічного лазера на  $CO_2$ : спрощена конструкція (а); конструкція сопла та якісні залежності заселеностей верхнього та нижнього лазерних рівнів молекули  $CO_2$  залежно від відстані до дифузора. 1 – камера згоряння; 2 – дзеркала резонатора; 3 – вихідне лазерне випромінювання; 4 – дифузори (сопла)

гій, що відповідає новому стану термодинамічної рівноваги. А оскільки час життя верхнього лазерного рівня є більшим за

час нижнього, то через деякий час у потоці газу реалізується стан інверсійної заселеності (рис. 7.17 б). Довжина цієї активної області буде визначатися часом передачі збудження від молекул  $N_2$  молекулам  $CO_2$ , що підтримує інверсійну заселеність. Якщо перпендикулярно до потоку збудженого газу розмістити дзеркала резонатора в активній області, то можна отримати потужну генерацію.

Газодинамічні лазери досягають сотень кіловатів у майже безперервному режимі генерації при ККД одиниці відсотків. При високих потужностях лазер працює частки – одиниці секунд для запобігання руйнуванню оптичних елементів під дією лазерного випромінювання.

У резонаторі виникають особливі види втрат: винесення із його об'єму збуджених частинок азоту та втрати випромінювання в неоднорідностях турбулентного потоку [17].

Є відомості про розроблення газодинамічного лазера, який використовує накачування вибухом газової суміші та твердого палива, що можуть генерувати в імпульсному режимі. Як правило, використовуються при термічних технологіях та для обробки великих поверхонь. У [3] зазначалося на пропозиції використання газодинамічних лазерів для знешкодження нафтових плівок великих площин на поверхні води.

#### 7.5.4. Молекулярні ексимерні та хімічні лазери

*Ексимерні лазери* належать до молекулярних лазерів на електронно-коливних переходах. У них використовуються квазімолекули – димери, які можуть існувати лише в збудженому стані й отримали скорочену назву ексимерів (excited dimer) [17]–[19], [22], [32], [33].

Узагалі ексимерні лазери можна класифікувати трьома групами [32]:

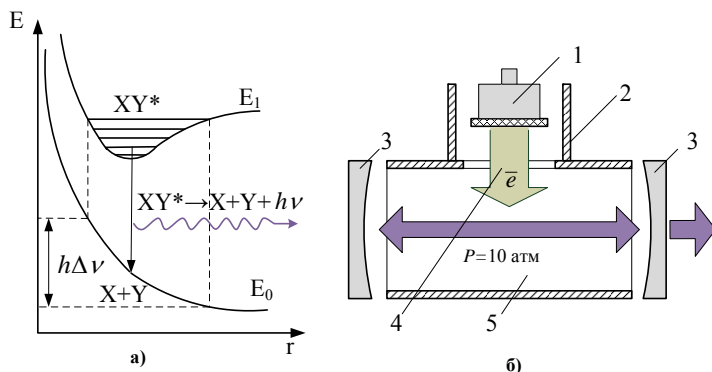
- лазери на димерах інертних газів ( $Ar_2$ ,  $Kr_2$ ,  $Xe_2$ );

- лазери на моноголоїдах інертних газів ( $ArCl$ ,  $ArF$ ,  $XeBr$ ,  $XeCl..$ );

- лазери на оксидах інертних газів ( $KrO$ ,  $XeO$ ).

Також розробляються на сполуках парів металів з інертними газами  $HgXe$ ,  $TlXe$  і на суміші металів  $NaHg$ ,  $GdHg$ .

В основному стані ексимерна молекула є нестійкою і для двохатомної молекули криві потенційної енергії мають такий вигляд (рис. 7.18). Рівень  $E_0$  є основним, а  $E_1$  — збудженим.



**Рисунок 7.18** — Криві потенційної енергії двохатомної ексимерної молекули (а); схема лазера на ексимерах при накачуванні електронним пучком (б): 1 — катод електронної гармати; 2 — вакуумна камера; 3 — дзеркала резонатора; 4 — електронний пучок; 5 — робоча камера з газом

Така форма потенційної енергії свідчить про те, що молекула не може існувати в основному стані через відсутність потенційної ями — атоми відштовхуються один від одного. Якщо в робочому об'ємі створити велику концентрацію ексимерних молекул, то на переході  $E_1 - E_0$  можна отримати лазерну генерацію. Лазерні переходи в ексимерах мають дві важливих властивості. При переході в основний стан молекула дуже швидко, за

час  $10^{-14}$  с, розпадається, а отже, нижній лазерний рівень дуже швидко стає порожнім. Час життя збудженої молекули – ексимера має порядок наносекунди. Лазерний перехід відповідає широкому спектральному інтервалу з причини відсутності дискретної коливально-обертальної структури нижнього лазерного рівня. Це дозволяє отримувати широку смугу робочих частот, що знаходяться у видимому та УФ-діапазонах довжин хвиль із майже плавною її перебудовою. Здатність генерувати наносекундні імпульси великої енергії (до  $10^5$  Дж) при високих ККД (до 10%) робить їх перспективними ОКГ для використання в медицині, для очищення металів, у хімічній діагностиці та синтезі, для сортування ізотопів та ін.

Для накачування ексимерних лазерів використовують декілька методів. Першим є збудження високоенергетичним електронним потоком. Енергія електронів сягає меж від 300 кеВ до 1 МеВ, густина струму – сотні амперів на квадратний сантиметр для загального струму 5–50 кА, тривалість імпульсу – від 50 нс до 1 мкс. При цьому накачуванні ККД перевищує 10%. Другим методом є накачування за допомогою газового розряду. Він істотно спрощує конструкцію лазера, оскільки дозволяє відмовитися від електронного прискорювача. Третій метод – метод оптичного накачування.

*Хімічні лазери.* Хімічний лазер – це лазер, у якому інверсія заселеності досягається безпосередньо за рахунок хімічної реакції. Хімічна реакція може відбуватися як за допомогою зовнішнього впливу (температура, хімічні каталізатори, випромінювання і т. ін.), так і без нього [17]– [19], [22], [32], [33].

Хімічні лазери становлять інтерес із двох основних причин:

1. Вони є пристроями прямого перетворення хімічної енергії в електромагнітну.
2. Від цих лазерів можна одержувати високу вихідну потужність (у безперервному режимі) або високу вихідну енергію (в імпульсному режимі), що обумовлено досить великим виділен-

ням енергії в екзотермічній реакції, яку можна використовувати для збудження.

Найбільший інтерес, із точки зору практичного застосування, становлять хімічні лазери, в яких інверсійна заселеність створюється між коливально-обертальними рівнями двох молекул, що утворюються під час проходження реакції в спектральному діапазоні 3 – 10 мкм. Їх перевагами можна вважати досить високий ККД (близько 10%), можливість отримання високих потужностей у безперервному режимі (більше ніж 10 кВт) та високі значення енергії на одиницю об'єму (до 10 Дж/л). До недоліків можна віднести одноразовість використання реагентів, їх високу токсичність та вибухонебезпечність.

Конструктивно хімічні лазери подібні до газодинамічних та рідинних лазерів, в залежності від агрегатного стану хімічних реагентів.

Механізм накачування, використовуваний у лазері на  $HF$ , пов'язаний з так званою холодною реакцією:  $F + H_2 \longrightarrow HF^* + H$ . Оскільки теплота, що виділяється під час реакції, становить 71,6 ккал/моль, то молекула  $HF$  може виявитися в збудженому стані. Якщо використовується молекулярний фтор, то інверсія заселеностей може також виникати при молекулі  $F_2$  з атомарним воднем, що утворюються в реакції:  $H + F_2 \longrightarrow HF^* + F$ . Хімічна енергія цієї "гарячої" реакції (98 ккал/моль) істотно перевищує енергію холодної реакції й може приводити до збудження молекули  $HF$  до більш високих коливальних рівнів.

Хімічний лазер, що працює на молекулі  $DF$ , дозволяє отримати безперервну потужність (2,2 МВт). Застосування молекули  $DF$  замість  $HF$  пов'язане з тим, що довжина хвилі випромінювання  $DF$  відповідає вікнам прозорості атмосфери. Ці лазери з причини високої агресивності й реакційної здатності використовуються лише у військовій галузі.

## 7.6. Напівпровідникові оптичні квантові генератори

Перший напівпровідниковий лазер був винайдений у 1961–1962 рр. на арсеніді галію. Напівпровідниковий ОКГ є лазером із напівпровідниковим кристалом як робочою речовиною. У напівпровідниковому лазері, на відміну від лазерів інших типів, використовуються випромінювальні квантові переходи не між ізольованими рівнями енергії атомів, молекул та іонів, а між дозволеними широкими енергетичними зонами кристала [17]–[19], [22], [32], [33], [80]–[87]. Останнє, за типом створення інверсійної заселеності, наближає їх до рідинних лазерів на органічних барвниках.

У напівпровідниковому лазері збуджуються і випромінюють (колективно) атоми, з яких складається кристалічна решітка. Ця відмінність визначає важливу особливість напівпровідникового лазера — малі розміри та компактність (об'єм кристала  $10^{-6}$  —  $10^{-2}$  см<sup>3</sup>). У напівпровідниковому лазері вдається отримати показник оптичного підсилення до  $10^4$  см<sup>-1</sup>, хоча зазвичай для збудження генерації лазера достатні й менші значення.

Напівпровідникові лазери займають у квантовій електроніці особливе місце завдяки ряду своїх особливостей:

- компактності, обумовленої в тому числі й великим коефіцієнтом підсилення;
- високому ККД унаслідок ефективного перетворення енергії накачування в лазерне випромінювання (при накачуванні електричним струмом до 80%, у перспективі до 90%);
- широкому діапазону довжин хвиль генерації, що є результатом великого вибору напівпровідникового матеріалу з різною шириною забороненої зони та реалізації технологій створення напівпровідників на базі квантових ям, дротів та точок, що дозволяє реалізувати генерацію в будь-якій точці спектрального інтервалу від 0,3 до 32 мкм;

- плавній перебудові довжини хвилі випромінювання, що обумовлено залежністю спектрально-оптичних властивостей напівпровідників і насамперед ширини забороненої зони від температури, тиску, магнітного поля і т. д. ;

- малій інерційності, через малий час релаксації в межах зон і практично безінерційність створення нерівноважних електронів і дірок;

- простоті конструкції, обумовленій можливістю накачування постійним струмом, що приводить до сумісності напівпровідникових лазерів з інтегральними схемами напівпровідникової електроніки, пристроями електронної оптики і волоконних оптичних ліній зв'язку.

Усі переваги напівпровідникових лазерів відкривають широкі перспективи їх застосування у промисловості й наукових дослідженнях. Завдяки малим розмірам і можливості високо-частотної модуляції випромінювальної потужності напівпровідниковий лазер — один із перспективних джерел випромінювання для волоконно-оптичних систем зв'язку. В наукових дослідженнях лазери використовуються в молекулярній та атомній спектроскопії, газовій спектроскопії та для контролю забруднення атмосфери.

До недоліків напівпровідникових лазерів можна віднести малі потужності та енергії вихідного випромінювання, що є причиною кількох факторів. Перший — це малі розміри активного елемента і безпосередньо активної області. Другий — фактор це наявність катастрофічної оптичної деградації дзеркал під час проходження через вихідне дзеркало випромінювання. Останні показники максимальної густини потужності набувають значень 29 — 40 МВт/см<sup>2</sup> [80].

Ще одним фактором є збільшення робочої температури лазерного кристала порівняно з температурою тепловідведення під час проходження струму, що призводить до зниження загальної диференційної ефективності та прискорення деградації



лазера. Чутливість до перевантажень і до перегрівання сприяє різкому підвищенню порога самозбудження і незворотного руйнування при розігріванні понад деяку характерну для кожного типу лазера температуру. Крім цього, до недоліків можна віднести багатомодовий склад випромінювання, великий кут розходження та асиметричність лазерного пучка, сильну залежність довжини хвилі від температури активного шару, неможливість генерації нано- і субнаносекундних імпульсів, незадовільну часову стабільність [81], [82].

Зменшення ефективності та прискорена деградація лазерів на великих потужностях можуть бути попереджені за рахунок зменшення температури в робочій точці лазерного кристала та підвищення ККД приладу [80]. Крім того, підвищення ефективності тепловідведення можна досягти збільшенням довжини кристала. Згідно з [80] ККД смужкових лазерних діодів можна визначити за

$$\eta_c = \eta_d(h\nu/q) \frac{I - I_{nop}}{I(U_0 + I\sigma_s/LW)}, \quad (7.10)$$

$$\eta_d = \eta_i \frac{1/(2L) \ln(1/r_f r_r)}{\alpha_i + 1/(2L) \ln(1/r_f r_r)}, \quad (7.11)$$

де  $r_f$  і  $r_r$  – коефіцієнти відбиття передньої та задньої граней лазера;  $I_{nop}$  – пороговий струм;  $L$  – довжина резонатора;  $W$  – ширина смужки;  $\eta_i$  – ККД, внутрішня квантова ефективність;  $U_0$  – напруга відсічки;  $\sigma_s$  – питомий електричний опір структури.

Таким чином, задача отримання потужного лазерного діода зводиться до підвищення порога катастрофічної оптичної деградації дзеркал та оптимізації параметрів структури кристалів: досягнення 100% внутрішнього квантового виходу, низьких оптичних втрат, низького послідовного опору та напруги відсічки, яка відповідає ширині забороненої зони активної області.

Покращання якості лазерного випромінювання має досягатися локалізацією активних центрів у напівпровідникових гетероструктурах, що дозволить наблизити їх енергетичні спектри до енергетичних спектрів ізольованих атомів та молекул і збільшенням концентрації цих локалізованих центрів на поверхні і в об'ємі. Це реалізується використанням технологій створення лазерних кристалів на основі квантових ям, квантових дрітків (ниток) та квантових точок (скриньок) [83], [21], [84], [85].

Конструктивно перші напівпровідникові лазери майже не відрізняються від напівпровідникового світлодіода. Структуру напівпровідникового активного кристала та особливості створення інверсійної заселеності у напівпровіднику детально викладено в розділі 3 та широко пояснено в багатьох літературних джерелах, зокрема і в [19], [22], [17], [32] та ін.

Уведемо поняття порогового струму  $I_{nop}$  лазерного діода. Пороговим називається мінімальний струм  $I_{nop}$ , при якому підсилення випромінювання за рахунок вимушених переходів переважає втрати в кристалі напівпровідника. Виходячи з порогових або амплітудних умов виникнення генерації, порогова густина струму для гетероструктур, згідно з [22], визначається як

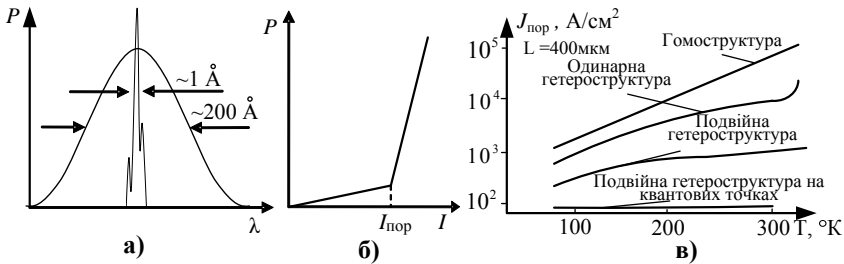
$$J_{nop} = \frac{eB}{A_0^2} \frac{d}{\xi^2} \left[ \alpha_0 \xi + \beta_\omega + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{r} \right]^2, \quad (7.12)$$

де  $A_0$  – коефіцієнт пропорційності між коефіцієнтом підсилення  $\alpha_0$  та концентрацією нерівноважних носіїв заряду;  $d$  – товщина активного шару;  $\xi$  – коефіцієнт утримання світла в активному шарі, або параметр оптичного обмеження.

Якщо товщина активного шару  $d < \lambda/2n$ , то формула 7.12 буде адекватною. У протилежному разі, навіть при повному внутрішньому відбитті, хвиля виходитиме за межі активного шару, що приведе до необхідності збільшення порогового струму. Саме тому іноді для оцінки якості лазера користуються поняттям номінальної порогової густини струму, яка визначається

відношенням  $J_{\text{пор}}/d$ .

При струмі, меншому за пороговий, вихідне випромінювання виникає головним чином за рахунок спонтанної емісії і має спектральну характеристику шириною близько сотні ангстремів – випромінюється некогерентне світло (рис. 7.19 а). У міру зростання струму накачування в області переходу створюється висока інверсійна заселеність і випромінюється більше фотонів. Перехід від спонтанної емісії до лазерного випромінювання відбувається різко, після того як струм перевищить граничне порогове значення  $I_{\text{пор}}$ . При цьому спостерігається різкий злам на кривій залежності потужності оптичного випромінювання від струму накачування (рис. 7.19 б), який є результатом різкого збільшення квантового виходу в лазерному процесі. Також потрібно враховувати і залежність  $I_{\text{пор}}$  від температури кристала (рис. 7.19 в). Випромінювання лазерного діода, отримане за гу-



**Рисунок 7.19** – Якісні зображення спектра випромінювання лазерного діода (а), залежності потужності вимушеного випромінювання від струму накачування (б) та наближені залежності  $J_{\text{пор}}$  від температури структури (в)

стини струму вище порогової, є когерентним. При цьому форма кривої спектрального розподілу різко зміниться від широкої кривої розподілу спонтанної емісії до кривої з кількома вузькими модами, як показано на рис. 7.19 а.

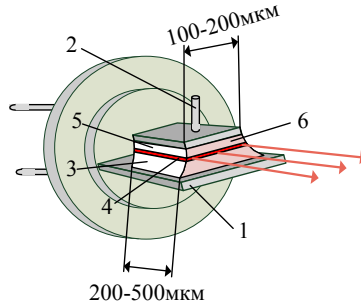
За типом накачування напівпровідникові лазери можна розділити на інжекційні лазери, лазери з накачуванням високоенергетичним електронним потоком та лазери з оптичним накачуванням. За структурою напівпровідникового кристала розрізняють лазери на однорідному кристалі, лазери на гомопереході, лазери на одному та подвійному гетеропереходах. Лазери на гетеропереходах можна поділити на лазери з потенціальною ямою, квантовою ямою, квантовою ниткою або дротом (смугові) та квантовими точками або ящиками. Відносно розташування площини активного шару розрізняють лазери з подовжнім та поперечним накачуванням. За реалізацією позитивного зворотного зв'язку можна класифікувати лазери з подовжнім та вертикальним розташуванням резонаторів і лазери з реалізацією розподіленого зворотного зв'язку.

### 7.6.1. Інкжекційні лазери на гомопереході

Історично першим напівпровідниковим лазером був лазер на гомопереході, конструкція та характерні розміри якого подані на рис. 7.20.

Як р-, так і n-області є виродженими напівпровідниками, тобто концентрація активних центрів у них порядку  $10^{18}$  атом/см<sup>3</sup>. Контакт р- та n- типів одного напівпровідника утворює активну область — р-n- перехід, аналогічно звичайному діоду. Ширина цієї області, згідно з теорією дифузії, визначається як  $d = \sqrt{D\tau}$ , де  $D$  — коефіцієнт дифузії і для GaAs становить приблизно 1 мкм.

Зворотний позитивний зв'язок реалізується нанесенням на паралельно сколоті торці покриттів, що відбивають випромінювання. Іноді, через великі показники заломлення, зворотний зв'язок реалізується і без них на рівні коефіцієнтів відбиття  $r \approx 0,35$ . Бічні сторони роблять непаралельними для запобігання виникнення поперечної генерації.



**Рисунок 7.20** – Спрощена конструкція напівпровідникового лазера на гомопереході: 1 – металева пластинка контакту та охолодження; 2 – електричний контакт; 3 – область типу *n*; 4 – *p-n*- перехід, або активна область; 5 – область типу *p*; 6 – сколоті торцеві грані - резонатори

Густина порогового струму для більшості гомолазерів – порядку  $10^5$  А/см<sup>2</sup>. Оскільки площа діода становить близько  $10^{-4}$  см<sup>2</sup>, максимальний струм зазвичай досягає 10 А. Проходження через *p-n*- перехід таких струмів призводить до сильного його розігріву, а це, у свою чергу, зменшує ефективність випромінювання. Саме тому гомолазери не набули великого поширення, оскільки при кімнатній температурі працюють лише в імпульсному режимі, при піковій вихідній потужності в 10 Вт. Безперервний режим роботи може бути реалізований тільки при охолодженні до низьких температур.

Гомолазери мають невисокі експлуатаційні параметри – великий пороговий струм, малий термін служби, низький ККД. Це пояснюється великою ймовірністю безвипромінювальної рекомбінації у вироджених напівпровідниках; поглинанням генерованого в активній області випромінювання у прилеглих "пасивних" областях. Структура лазера сприяє виникненню поглинання. Як зазначалося вище, товщина активної області у перпендикулярному до *p-n*- переходу напрямку становить

близько 1 мкм. Однак унаслідок дифракції отриманий розмір лазерного пучка в цьому напрямку значно більший за товщину активної області ( $>5$  мкм). Лазерний пучок глибоко проникає в р- і п-області, де поглинається значною кількістю носіїв заряду, тому що енергія фотонів відповідає ширині забороненої зони. Крім того, електрони та дірки, маючи велику довжину вільного пробігу, проходять активну область, майже не беручи участь у процесі генерації лазерного випромінювання і рекомбінують у пасивних областях.

### 7.6.2. Лазери на гетеропереходах на потенціальній ямі

Майже одразу із винайденням лазерів на гомопереході стало зрозуміло, що основні його недоліки пов'язані і з структурою кристала й активного шару. Тому покращання характеристик лазера потрібно було шукати в інших структурах — гетероструктурах.

На ранній стадії вивчення гетероструктур важливий теоретичний внесок у їх дослідження зробив Г. Кремер, який розділив з Ж. І. Алферовим Нобелівську премію. У 1963 р. Ж. І. Алферов і Г. Кремер незалежно сформулювали концепцію напівпровідникових лазерів на основі подвійної гетероструктури: суперінжекція носіїв; оптичне обмеження; електронне обмеження [21]. Це означає, що області рекомбінації випромінювання світла та інверсійної заселеності збігаються та зосереджені у серединному шарі. Завдяки потенціальним бар'єрам на межі напівпровідників з різною шириною заборонених зон рекомбінація в емітерах дорівнює 0. Інверсійна заселеність для отримання вимушеного випромінювання може бути досягнута способом подвійної інжекції, і для її отримання немає необхідності у високих рівнях легування середньої області. Завдяки істотній різниці в діелектричних сталих світло повністю зосереджене в середньому шарі, який виконує роль високоякісного оптичного

хвилеводу.

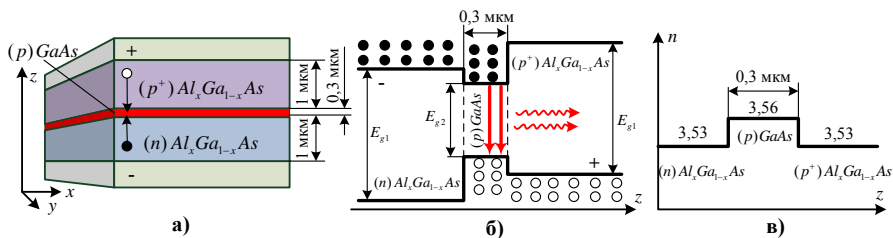
*Гетероструктурою* називають напівпровідникову структуру з декількома гетеропереходами на основі сполук А і В – А/В, а сполуки А і В називають *гетеропарою*). *Гетеропереходом* називають контакт двох різних за хімічним складом напівпровідників, що різняться шириною заборонених зон, сталими кристалічної решітки та ін. параметрами).

Саме пошук гетеропар став причиною затримки поширення гетеролазерів. Основними вимогами для гетеропари є подібність сталих кристалічної решітки при різній ширині заборонених зон та діелектричній проникності. Відомі на той час гетеропари не відрізнялися хімічною стійкістю до окислення та вологи ( $AlAs-GaAs$ ) і мали незадовільні сталі решітки ( $GaP-GaAs$ ).

Ще у 1966 р. Ж. І. Алферовим та його колегами було передбачено, що в гетероструктурах густина інжектованих носіїв у середньому вузькозонному шарі може перевищувати на кілька порядків густину носіїв у широкозонних емітерах (ефект суперінжекції) [21]. Два роки потому майже випадково з'ясувалося, що кристали твердих розчинів  $Al_xGa_{1-x}As$  не змінили своєї структури протягом двох років. Так був винайдений один із компонентів найпоширеннішої гетеропари  $AlGaAs-GaAs$ , яка і досі широко використовується.

Дослідження властивостей гетеропереходу  $GaAs-AlGaAs$  і вдосконалення технології вирощування структур дало можливість уже в 1970 р. знизити пороговий струм на 2 порядки і реалізувати безперервний режим лазерної генерації при кімнатній температурі у спектральному інтервалі 0,6 – 0,9 мкм. Також гетероструктури були отримані на базі  $InGa_{1-x}As_{1-x}P_x$ , яка може генерувати в спектральному діапазоні 0,5 – 1,6 мкм, який містить у собі вікна малих втрат для кварцу.

Як приклад розглянемо подвійну гетероструктуру  $(n)Al_xGa_{1-x}As - (p)GaAs - (p^+)Al_xGa_{1-x}As$ , що зображена на рис. 7.21.



**Рисунок 7.21** – Спрощена конструкція напівпровідникового лазера на гетеропереході (а); енергетична схема заборонених активної та емітерних зон (б); залежність значень показника заломлення гетероструктури від вертикальної координати

Центральна область  $(p)GaAs$  є активною. Із широкозонної області  $(n)Al_xGa_{1-x}As$  до неї, при прямому зміщенні, інжектуються електрони (рис. 7.21 б). За рахунок ефекту суперінжекції їх концентрація в активній області буде перевищувати концентрацію в  $n$ - області. Також цьому сприяє енергетичний бар'єр гетеропереходу  $p$ - $p^+$ , який утримує електрони в активній області, утворюючи електронне обмеження. Аналогічна ситуація відбувається і для дірок на межі гетеропереходу  $(n)Al_xGa_{1-x}As$ - $(p)GaAs$ , хоча для них ефект суперінжекції проявляється слабше [22].

Крім електронного обмеження, в гетероструктурі реалізується й оптичне обмеження, яке пояснюється рис. 7.21 в. Завдяки різниці в показниках заломлення матеріалів гетероструктури в активній області утворюється ефективний хвилевід, що утримує в ній випромінювання та перешкоджає його поглинанню в зонах емітерів. Таким чином, у достатньо широкій активній зоні реалізується електронне та оптичне обмеження в напрямку, перпендикулярному до її площини, а енергетична структура, за рахунок достатньої ширини області, отримала назву потенціальної ями. Всі ці чинники дозволили знизити пороговий струм



на два порядки й отримати безперервну генерацію при кімнатній температурі.

Незважаючи на значний прогрес, напівпровідникові гетеролазери з потенціальною ямою мають досить великі порогові струми та слабкі спектральні характеристики. Спроби їх покращання привели до еволюції гетероструктурних лазерів за кількома напрямками.

*Смужкові лазери.* Зменшення струмів накачування (робочих струмів) та поліпшення спектральних характеристик можна досягти за рахунок збільшення концентрації основних носіїв в обмеженій активній області. Це можливо реалізувати, якщо активну область виготовити у вигляді вузької смуги. Така конструкція дозволяє зменшити робочі струми при незмінних порогових струмах, забезпечує селекцію поперечних мод у напрямку, паралельному р-п- переходу, та більш стійку роботу лазера. Завдяки формі активної області такі лазери отримали назву смужкових.

Смуга активного шару утворюється завдяки обмеженню електричного контакту діелектричними шарами, отриманих методом фотолітографії, і, як правило, має V- подібну форму шириною 2 – 20 мкм. Завдяки цьому струм накачування проходить не через усю площину р-п- переходу, а тільки через вузьку смугу [18], [22], [31], [19]. Важливо, що така конструкція лазера ще забезпечує поєднування електронного та оптичного обмежування.

### **7.6.3. Лазери на гетеропереходах із квантоворозмірними структурами та роздільним електронним та оптичним обмеженням**

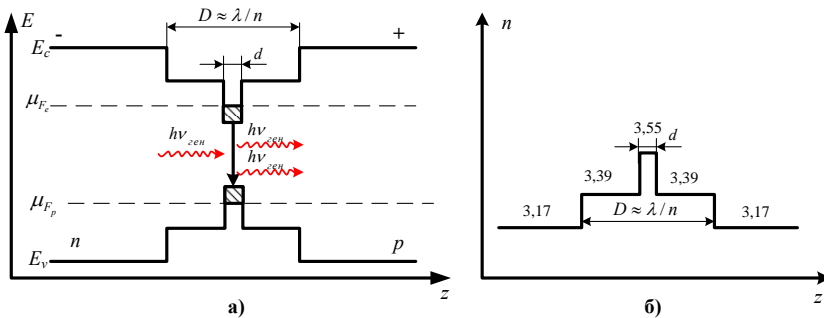
На початку 90-х років минулого століття під керівництвом Ж. І. Алфєрова досліджуються властивості квантоворозмірних структур або наноструктур зменшеної розмірності: квантових

дротів та квантових точок. І вже в 1993 – 1994 роках уперше реалізований гетеролазер на основі квантових точок, або "штучних атомів". У 1995 році Ж. І. Алферов зі своїми співробітниками досягає безперервної роботи гетеролазера на квантових точках при кімнатних температурах. Квантоворозмірними структурами можна назвати наноструктури, властивості яких визначаються їхніми характерними розмірами. Принциповою стала можливість розширення спектрального діапазону лазерів, що використовують відомі напівпровідникові матеріали. Таким чином, дослідження Ж. І. Алферова заклали основи нової електроніки на базі гетероструктур із широким діапазоном використання, відомої як "зонна інженерія" [84], [21].

Зменшення товщини активного шару до квантоворозмірної величини (наприклад, за допомогою молекулярно-променевої епітаксії) призводить до перетворення потенціальної ями на квантову. Різниця між потенціальною та квантовою ямами полягає в тому, що в останній, завдяки одновимірному обмеженню електронного газу, її глибина матиме скінченне значення. Це означає, що хвильова функція електронів усередині неї не дорівнюватиме 0 на її межі. А оскільки кожне обмеження призводить до квантування, то й енергетичний спектр електронів при малій товщині активного шару буде також квантуватися. Ця властивість сприяє поліпшенню монохроматичності випромінювання і впливу на спектральні властивості через товщину шару та ступеню обмеження електронного газу взагалі. Електрони, що знаходяться не у квантоворозмірних структурах, тобто без обмежень, мають назву 3D- електронного газу. Електрони, що знаходяться в тонкому шарі, мають один ступінь обмеження руху (подвійна гетероструктура) і мають назву 2D- електронного газу. За подвійного ступеня обмеження (смушкові квантоворозмірні гетероструктури, або квантові нитки чи дроти) — 1D- електронний газ. За тривимірним обмеженням, коли електрони обмежуються потенціальними бар'єрами в кван-

товорозмірному об'ємі, — 0D- електронний газ (квантові точки або скриньки).

З іншого боку, зменшення товщини активного шару призводить до порушення умови  $d > \lambda/n$  і проникнення лазерного випромінювання в широкозонні напівпровідники. Саме тому ефективна робота квантоворозмірних гетеролазерів можлива тільки за роздільним електронним та оптичним обмеженнями, коли електронне обмеження реалізується однією гетероструктурою товщиною  $d$ , а оптичне — іншою товщиною  $D$  (рис. 7.22).



**Рисунок 7.22** – Енергетична діаграма (а) та залежність значень показника заломлення від вертикальної координати (б) гетероструктури з роздільним електронним та оптичним обмеженням

Наступним кроком розвитку квантоворозмірних гетеролазерів було використання квантових смуг і більш перспективних квантових точок. Останні складаються із тисяч та сотень тисяч атомів і, подібно до справжніх атомів, можуть мати один або декілька вільних електронів. Технології вирощування квантових точок викладені в працях [83], [84], [21] та ін. Вони базуються на штучному створенні напружень на межі двох структур за рахунок розсинхронізації параметрів решіток на рівні 0,7, які є осередками зародження квантових точок.

*Напівпровідникові гетеролазери на надрешітках.* Узагалі дискретизація енергій електронного газу в квантоворозмірних структурах зменшує теплове розмиття в розподілі носіїв та полегшує досягнення умов інверсії. Коефіцієнт підсилення збільшується, а залежність порогового струму зменшується.

Таким чином, використання квантоворозмірних структур в активній області дозволяє зменшити пороговий струм до  $60 - 300 \text{ А/см}^2$  та послабити його температурну залежність, збільшити коефіцієнт підсилення і поліпшити спектральні характеристики.

Усе ж таки основним недоліком напівпровідникових лазерів залишається їх мала потужність. Для її підвищення в подвійних гетероструктурних лазерах із роздільним обмеженням можна використовувати не одну, а кілька квантоворозмірних структур, що знаходяться в одній хвилевідній області оптичного обмеження  $D$ . При кількості таких структур, меншій за 6, вони поводять себе як окремі квантові ями, точки та дроти. При збільшенні їх кількості із дозволених станів утворюються мінізони, що є більш характерним для одновимірних надрешіток або надструктур [22]. Керуючи параметрами окремих структур, можна керувати параметрами мінізон. У таких надструктурах відбувається енергообмін носіями зарядів між окремими квантовими ямами за рахунок тунельного ефекту, що істотно поліпшує їх потрапляння на нижні квантові рівні зони провідності.

Активна область лазера на надрешітках має  $GaAs$ -квантову яму шириною близько 10 нм. Оптичний хвилевід складається з розташованих на краях ями короткоперіодних надрешіток, кожна з яких має загальну ширину 0,1 мкм, та прилеглих до них широкозонних шарів  $Al_xGa_{1-x}As$  змінного складу (n- та p- типів). Активна область та надрешітки є нелегованими.

Правила відбору для міжзонних випромінювальних переходів у квантових ямах визначають, що  $\Delta n = 0$ . А це означає, що

з випромінюванням фотонів можуть рекомбінувати електрони лише з окремих станів зони провідності з дірками, що знаходяться на визначених правилах відбору станах валентної зони. Точність виконання цих правил може порушуватися дефектами в активному шарі та неідеальністю структури надрешіток.

Загалом використання надрешіток дозволяє, з одного боку покращити надходження носіїв до квантової ями, поліпшуючи спектральні характеристики, а з іншого боку, виключає утворення деформацій та дефектів кристалічної решітки на межі  $GaAs$  та  $Al_xGa_{1-x}As$ . У лазерах із надрешітками густина порогового струму зменшується до  $40 \text{ A/cm}^2$ .

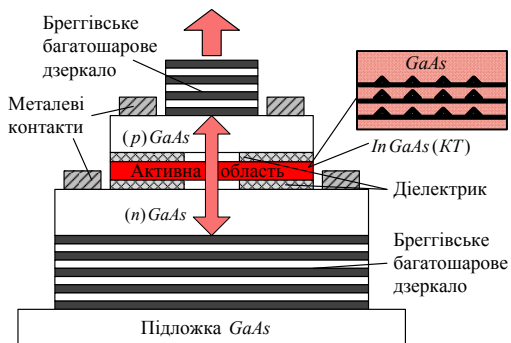
*Гетеролазери з розподіленим зворотним зв'язком.* На відміну від багатьох інших напівпровідникових лазерів, у яких позитивний зворотний зв'язок утворюється відбиттям від полірованих або сколотих поверхонь, у цьому лазері він реалізується завдяки гофруванню однієї із меж гетеропереходу. Гофрування забезпечується періодичною зміною показника заломлення, що призводить до інтерференційних ефектів (див. розділ 5). Період зміни показника заломлення  $b$  має задовольняти умову  $b = \lambda/2n$  і становить десятки частки мікрометрів (для  $GaAs \approx 0,13 \text{ мкм}$ ).

Зміною періоду можна керувати кутом напрямку випромінювання. До істотних переваг лазера з розподіленим зворотним зв'язком можна віднести більш високу температурну стабільність спектральних характеристик та легшу реалізацію одномодового режиму. Перша перевага реалізується завдяки більшій температурній залежності ширини забороненої зони, ніж показник заломлення матеріалів, значення та періодична зміна якого визначає частотну селекцію та кути генерації.

Таким чином, оптимальний зв'язок встановлюється шириною активної області, а підвищення ефективності — встановленням багат шарових структур, у тому числі й із роздільним електронно-оптичним обмеженням.

#### 7.6.4. Поверхнево-випромінювальні інжекційні лазери

Завдяки особливостям електронного спектра квантоворозмірних гетероструктур стало можливим отримання великих значень коефіцієнта підсилення ( $\alpha_\omega > 1/d > 1000 \text{ см}^{-1}$ ) й отримати активні області в лазерах у кілька мікронів. Це і стало базою для створення лазерів, що генерують когерентне випромінювання перпендикулярно до площини активної області в напрямку, паралельному проходженню струму накачування, схема якого подана на рис. 7.23. Максимальна довжина активної області  $d$  обмежується дифузійною довжиною неосновних носіїв заряду в активному шарі. Активна область складається з подвійної гетероструктури, що має набір узгоджених вертикально-зв'язаних шарів квантових ям, дротів та точок.



**Рисунок 7.23** — Схема поверхнево-випромінювального інжекційного лазера на квантових точках [22], [84]

Бреггівські багатошарові чвертьхвильові дзеркала резонатора створюються в процесі епітаксії з шарів  $GaAs$  та  $Al_xGa_{1-x}As$  і можуть пропускати електричний струм. Коефіцієнт відбиття задається кількістю шарів дзеркала [22], [84], [21]. Довжина резонатора становить декілька довжин хвиль, а

відстань між власними типами коливань є великою, що звужує спектр підсилення. З одного боку, це полегшує реалізацію одночастотного режиму, а з іншого — вимагає узгоджувати параметри резонатора із властивостями активного середовища, які залежать не тільки від складу, а й від його внутрішніх геометричних параметрів.

З метою реалізації максимального коефіцієнта підсилення перпендикулярно до поверхні активного шару (шарів) площа активної області обмежується високоомними напівпровідниковими шарами, й електричний струм проходить тільки через отвір у діелектричній масці. Її поперечні розміри становлять кілька мікрометрів.

Робочий струм окремого мікролазера не перевищує одиниці міліамперів. У такого лазера поліпшена комутація з оптоволоконном і завдяки його малій інерційності можливе використання поверхнево-випромінювальних мікролазерів у системах обробки та передачі інформації до 100 Гбіт/с.

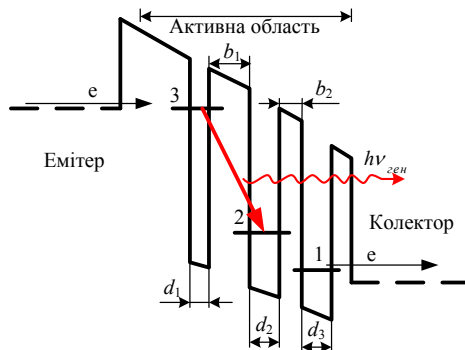
### 7.6.5. Каскадні лазери

Усі розглянуті раніше напівпровідникові лазери використовують для генерації міжзонні переходи електрона: зона провідності — валентна зона або квазіміжзонні за участі екситронних та дрібних домішкових станів. Такі переходи мають назву прямих, або вертикальних, а матеріали — прямозонних.

У каскадних лазерах як робочі переходи використовують переходи між рівнями розмірного квантування, що належать одній зоні, або внутрішньозонні переходи. Це проміжні квантоворозмірні зони квантових ям і точок надструктур.

Принцип роботи каскадного лазера на квантових ямах можна пояснити за допомогою енергетичної діаграми (рис. 7.24).

Активна область складається з трьох квантових ям товщи-



**Рисунок 7.24** – Енергетична діаграма активної області каскадного лазера на зв'язаних квантових ямах [22]

ною  $d_1$ ,  $d_2$  і  $d_3$ , що розділені бар'єрами шириною  $b_1$  і  $b_2$ . Зв'язок між ямами задається шириною бар'єрів, а положення рівнів розмірного квантування висотою бар'єра та товщиною ями. В електричному полі за рахунок резонансного тунелювання [83] електрони з емітера будуть переходити в основному на рівень 3 (рис. 7.24). Параметри першої ями  $d_1$  підібрані таким чином, що цей рівень для неї не є найнижчим і тому релаксація всередині ями неможлива, а квантові переходи 3 – 2 проходять з випромінюванням фотонів. Нижчий робочий рівень спустошується за рахунок переходів 2 – 1 та електрони переходять у третю яму, звідки вони електричним полем переводяться в колектор [22].

Схема робочих енергетичних рівнів схожа на трирівневу схему другого типу, за якою переважно працюють газові лазери, але на відміну від останніх параметри енергетичної схеми можна задавати штучно. Робоча довжина хвилі каскадних лазерів може варіюватися від 3 до 100 мкм [22].

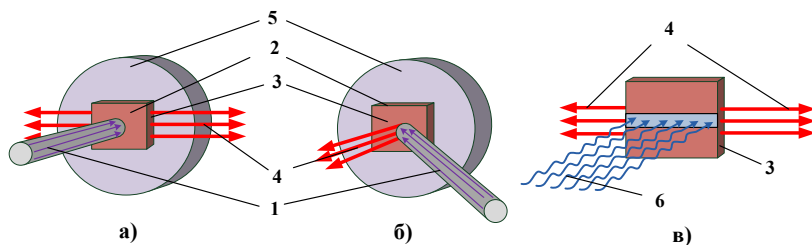


### 7.6.6. Напівпровідникові лазери з електронним та оптичним збудженням

В основі дії напівпровідникових світлодіодів та інжекційних лазерів лежить явище електролюмінесценції. Збудження люмінесценції під час дії на напівпровідник високоенергетичними електронами має назву катодолюмінесценції [22] і широко використовується, наприклад, для збудження люмінофору в електронно-променеви́х трубках. Накачування швидкими електронами напівпровідників є найбільш універсальним методом і може застосовуватися до матеріалів з довільною шириною забороненої зони, типів електропровідності та не вимагає спеціальних структур типу р-п-переходів. Тому лазерна генерація була отримана на всіх прямозонних напівпровідниках та їх розчинах.

На рис. 7.25 а, б показано схеми накачування напівпровідникового лазера з накачуванням електронним пучком. Залежно від цілей можлива реалізація випромінювання як через бічні грані-дзеркала резонатора (поперечна схема), так і через фронтальні грані (поздовжня). Остання схема реалізує вихід лазерного променя як у бік пучка накачування, так і на простріл — у зворотний бік, через прозору підложку охолодження.

Електрони, що інjektуються електронною гарматою (на рис. 7.25 вона не наведена), прискорюються до високих енергій, рухаючись у напрямку до напівпровідника. Діапазон енергій електронів становить 0,015 — 1 МеВ. Кожен електрон високої енергії, проникаючи в напівпровідник, генерує велику кількість електронно-діркових пар. Наприклад, електрон з енергією 50 кеВ в *GaAs* генерує в середньому  $10^4$  електронно-діркових пар [19], [32]. Оскільки на генерацію однієї пари необхідно затратити енергію приблизно в 3 рази більшу за ширину забороненої зони, то 2/3 енергії накачування буде перетворюватися в тепло, що робить необхідним використання охолоджу-



**Рисунок 7.25** – Схеми накачування напівпровідникових лазерів: а) електронним потоком (поперечне); б) електронним потоком (поздовжня); в) оптичне накачування (поперечне). 1 – електронний потік; 2 – напівпровідник; 3 – бічні грані резонатора, що забезпечують зворотний зв’язок; 4 – вихідне випромінювання; 5 – охолоджувальна підложка; 6 – оптичне випромінювання накачування

вальних пластин-підложок. Вони можуть виготовлятися з міді та з високоякісних кристалів залежно від схеми накачування.

Електрони високих енергій не проникають глибоко в напівпровідник. Більшість електронно-діркових пар, що забезпечують інверсійну заселеність, виникає на глибині в кілька мікрометрів від поверхні, що бомбардується. Так, електронний пучок у 50 кеВ утворює активну область  $d$  з інверсійною заселеністю близько 4 мкм, при 10 кеВ  $d$  дорівнює 1 мкм, а для 100 кеВ  $d=9$  мкм.

Утворені носії збираються біля країв зони провідності (електрони) та валентної зони (дірки) і рекомбінують. Грані зразка (найчастіше сколені) служать дзеркалами відкритого лазерного резонатора. Когерентне випромінювання виходить із зразка в напрямку, перпендикулярному до падаючого пучка електронів [32].

Лазери, що накачуються пучком електронів, зазвичай працюють в імпульсному режимі й мають велику вихідну потуж-

жність (до  $10^6$  Вт в імпульсі). Довжина хвилі випромінювання лежить у діапазоні від УФ- області до найближчої ІЧ- області спектра. Такі лазери менш зручні у використанні, ніж лазери на  $p - p$  переходах, через необхідність використовувати складні джерела живлення та вакуумні системи. Однак вони мають ряд переваг, які роблять можливість віддати їм перевагу при вирішенні конкретних технічних проблем: дослідження властивостей матеріалів, здійснення режиму сканування оптичного променя в просторі квантоскопів і т. д. [22], [19], [32].

Для напівпровідникових лазерів застосовується і метод оптичного накачування. Напівпровідник опромінюється інтенсивним оптичним випромінюванням з енергією фотонів, що перевищує ширину забороненої зони (рис. 7.25 в). За оптичного накачування напівпровідника як джерело накачування зазвичай використовують випромінювання іншого напівпровідникового лазера. Так, для оптичного накачування лазерів, у яких застосовуються напівпровідники  $InSb$  та  $InAs$ , використовується випромінювання напівпровідникового лазера на  $GaAs$ . Застосування джерел з широким спектром випромінювання менш ефективно внаслідок сильного поглинання випромінювання широкого спектра напівпровідниковим матеріалом [19], [32]. Також цей тип лазера може працювати як конвертор частоти випромінювання, що рідко використовується [22].

## Питання для самостійного контролю

1. Поясніть явище парамагнітного резонансу та наведіть прилади, в яких він використовується для підсилення електромагнітних коливань.

2. Охарактеризуйте основні типи квантових парамагнітних підсилювачів. Наведіть відповідні загальні схеми конструкції приладів.

3. Дайте та поясніть основні характеристики квантових па-

рамагнітних підсилювачів. Наведіть сфери їх застосування.

4. Наведіть схему конструкції та поясніть принцип дії волоконного твердотільного квантового підсилювача та генератора.

5. Наведіть конструкцію активного елемента волоконного лазера на прикладі схеми енергетичних рівнів  $Er^{3+}$ , проаналізуйте створення інверсійної заселеності та спектральні області генерації.

6. Проаналізуйте недоліки та переваги волоконних підсилювачів та генераторів порівняно з іншими типами лазерів, зазначте сфери їх застосування.

7. Дайте загальну характеристику конструкції, накачування, активних елементів та речовин. Наведіть характеристики та режими роботи лазерів на парамагнітних кристалах та стеклах.

8. Наведіть та поясніть типову конструкцію, схему робочих енергетичних рівнів і створення інверсійної заселеності, основні характеристики та режими роботи рубінового і лазерів на неодимових кристалах та стеклах.

9. Наведіть та поясніть особливості конструкції, активного елемента, накачування, загальних характеристик випромінювання мікрочіпових твердотільних лазерів.

10. Проаналізуйте недоліки та переваги мікрочіпових лазерів порівняно з напівпровідниковими та іншими типами лазерів.

11. Дайте загальну характеристику конструкції, накачування, активних елементів та речовин рідинних лазерів. Наведіть характеристики та режими роботи рідинних лазерів.

12. Проаналізуйте недоліки та переваги рідинних лазерів на неорганічних та на органічних барвниках порівняно один з одним і в порівнянні з іншими типами лазерів.

13. Поясніть особливості створення інверсійної заселеності в активних рідинах та наведіть їх класифікацію.

14. Дайте загальну характеристику конструкції, накачування, активних елементів і речовин газових лазерів. Наведіть їх характеристики та режими роботи.

15. Проаналізуйте класифікацію газових лазерів за типом активного газу, за методами накачування та створенням інверсійної заселеності.

16. Дайте загальну характеристику конструкції та технічних параметрів, створення інверсійної заселеності й накачування лазерів на нейтральних атомах газу.

17. Дайте загальну характеристику конструкції та технічних параметрів, створення інверсійної заселеності й накачування іонних лазерів.

18. Дайте загальну характеристику конструкції та технічних параметрів, створення інверсійної заселеності й накачування молекулярних лазерів.

19. Дайте загальну характеристику конструкції та технічних параметрів, створення інверсійної заселеності й накачування ексимерних лазерів.

20. Дайте загальну характеристику конструкції та технічних параметрів, створення інверсійної заселеності й накачування хімічних лазерів.

21. Проаналізуйте переваги та недоліки газових лазерів порівняно з іншими типами лазерів, зазначте сфери їх застосування.

22. Наведіть та поясніть типову конструкцію, схему робочих енергетичних рівнів і створення інверсійної заселеності, особливості накачування, основні характеристики та режими роботи гелій-неонового лазера.

23. Наведіть та поясніть типову конструкцію, схему робочих енергетичних рівнів і створення інверсійної заселеності, особливості накачування, основні характеристики та режими роботи аргонного лазера.

24. Наведіть та поясніть типову конструкцію, схему робочих енергетичних рівнів і створення інверсійної заселеності, особливості накачування, основні характеристики та режими роботи лазерів на  $CO_2$ .

25. Наведіть та поясніть типову конструкцію, схему робочих енергетичних рівнів і створення інверсійної заселеності, особливості накачування, основні характеристики та режими роботи ексимерних лазерів.

26. Наведіть та поясніть типову конструкцію, схему робочих енергетичних рівнів і створення інверсійної заселеності, особливості накачування, основні характеристики та режими роботи хімічних лазерів.

27. Проаналізуйте класифікацію напівпровідникових лазерів за конструкцією, типом активного елемента, за методами та типом накачування, створенням інверсійної заселеності.

28. Проаналізуйте переваги та недоліки напівпровідникових лазерів порівняно з іншими типами лазерів, зазначте сфери їх застосування.

29. Поясніть сутність характеристик: порогового струму накачування, робочого струму та робочої температури напівпровідникового лазера. Як вони пов'язані з ККД та потужністю лазерів? Дайте опис основних типів лазерів цими характеристиками.

30. Спектральні характеристики напівпровідникових лазерів, методи їх поліпшення.

31. Інжекційні напівпровідникові гомолазери та лазери на моно- і гетероструктурах. Недоліки і переваги, основні їх характеристики, сфери застосування.

32. Електронне та оптичне обмеження. Поясніть їх відмінності, переваги та недоліки застосування поєданого та роздільного електронного та оптичного обмеження.

33. Поясніть терміни: гомоструктура, гетероструктура, гетероперехід, квантоворозмірні структури, потенціальна яма, квантова яма, квантова нитка або дріт, квантова точка або ящик, розмірність електронного газу. Проаналізуйте, як використання цих структур вплинуло на характеристики напівпровідникових лазерів.

34. Смушкові лазери з поєднаним та роздільним електронним і оптичним обмеженням. Поясніть їх конструкцію, основні характеристики, переваги та недоліки.

35. Напівпровідникові гетеролазери з квантоворозмірними структурами: класифікація, відмінності конструкції, основні характеристики.

36. Напівпровідникові гетеролазери на надрешітках (надструктурах): конструкція, основні характеристики. Поняття зонної інженерії та мінізон.

37. Гетеролазери з розподіленим зворотним зв'язком: особливості конструкції, параметри, переваги та недоліки.

38. Поверхневовипромінювальні напівпровідникові лазери на квантових точках: конструкція, параметри, переваги та недоліки.

39. Каскадні напівпровідникові лазери на внутрішньозонних переходах. Поясніть особливості створення в них інверсійної заселеності, переваги та недоліки.

40. Напівпровідникові лазери з електронним та оптичним збудженням: особливості конструкції, активні напівпровідники, характеристики, переваги та недоліки, сфери застосування.

## ПРАКТИЧНІ ЗАВДАННЯ

### 8.1. Квантові переходи. Форма та ширина спектральних ліній

#### ЗАДАЧА 1

Довжина хвилі випромінювання дорівнює 10,6 мкм. Визначте різницю енергій рівнів, між якими спостерігається цей перехід. Знайти частоту відповідного випромінювання.

*Розв'язання*

Частота випромінювання

$$\nu = \frac{c}{\lambda}.$$

Різниця енергії між рівнями

$$\Delta E = h\nu,$$

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^8}{10,6 \cdot 10^{-6}} = 2,8 \cdot 10^{13} (\text{Гц}),$$

$$\Delta E = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 2,8 \cdot 10^{13} = 1,87 \cdot 10^{-20} (\text{Дж}).$$

#### ЗАДАЧА 2

Довжина хвилі, що випромінюється гелій-неоновим лазером,  $\lambda_{He-Ne} = 0,6328$  мкм, довжина хвилі, що випромінюється лазером на пучку атомів водню,  $\lambda_H = 21$  см. Визначте, у скільки разів імовірність спонтанного переходу для  $He - Ne$ -лазера більша, ніж для лазера на атомах водню.

*Розв'язання*

Імовірність спонтанного переходу між рівнями  $n$  та  $m$  дорівнює

$$A_{nm} = \frac{\hbar\omega^3 B_{nm}}{\pi^2 c^3}.$$



Скористаємося зв'язком довжини хвилі з частотою:

$$\omega = 2\pi\nu, \quad \nu = \frac{c}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi c}{\lambda}.$$

Імовірність спонтанного переходу, що виражається через довжину хвилі, має вигляд

$$A_{nm} = 8\pi\hbar \frac{B_{nm}}{\lambda^3}.$$

Відношення ймовірності спонтанного переходу для  $He-Ne$ -лазера і для лазера на атомах водню дорівнює

$$\frac{(A_{nm})_{He-Ne}}{(A_{nm})_H} = \frac{\lambda_H^3 (B_{nm})_{He-Ne}}{\lambda_{He-Ne}^3 (B_{nm})_H} \sim \frac{\lambda_H^3}{\lambda_{He-Ne}^3},$$

$$\frac{(A_{nm})_{He-Ne}}{(A_{nm})_H} = \frac{21^3 \cdot 10^{-6}}{6,328^3 \cdot 10^{-30}} \approx 3,6 \cdot 10^{16}.$$

### ЗАДАЧА 3

Знайти ширину лінії Лоренца.

#### *Розв'язання*

Скористаємося співвідношенням, що описує лінію Лоренца:

$$g_L(\Delta\omega) = \frac{\gamma}{2\pi} \left[ (\omega - \omega_{nm})^2 + \frac{\gamma^2}{4} \right]^{-1}.$$

Згідно з визначенням ширина лінії – це інтервал частот  $\Delta\omega$ , на краях якого інтенсивність лінії зменшується вдвічі порівняно з максимальним значенням.

Максимальна інтенсивність лінії Лоренца на резонансній частоті, тобто в точці  $\omega = \omega_{nm}$ , дорівнює  $2/(\pi\gamma)$ . Точки, в яких інтенсивність лінії падає вдвічі, визначаються із рівності

$$\frac{1}{\pi\gamma} = \frac{\gamma}{2\pi} \left[ (\omega - \omega_{nm})^2 + \frac{\gamma^2}{4} \right]^{-1},$$

$$(\omega - \omega_{nm})^2 = \frac{\gamma^2}{4}, \quad \omega_1 = \omega_{nm} - \frac{\gamma}{2}, \quad \omega_2 = \omega_{nm} + \frac{\gamma}{2}.$$

Відстань між цими точками за частотою дорівнює ширині лінії Лоренца:

$$\omega_2 - \omega_1 = \gamma,$$

де  $\gamma$  – ширина лінії на рівні 0,5 від максимуму.

#### **ЗАДАЧА 4**

Визначити, у скільки разів відрізняється доплерівське розширення лінії в атома неону ( $\lambda_{Ne} \sim 0,63$  мкм) і молекули  $CO_2$  ( $\lambda_{CO_2} \sim 10,6$  мкм) при  $T=400^\circ$  К.

#### *Розв'язання*

Ширина спектральної лінії, зумовлена ефектом Доплера,

$$\Delta\nu_D = \frac{2\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{M}}.$$

Доплерівське розширення лінії атома Ne і молекули  $CO_2$

$$\Delta\nu_{DNe} = \frac{2\nu_{Ne}}{c} \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{M_{Ne}}},$$

$$\Delta\nu_{DCO_2} = \frac{2\nu_{CO_2}}{c} \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{M_{CO_2}}}.$$

Відношення ширини лінії атома Ne до ширини лінії молекули  $CO_2$  дорівнює

$$\frac{\Delta\nu_{DNe}}{\Delta\nu_{DCO_2}} = \frac{\nu_{Ne}}{\nu_{CO_2}} \sqrt{\frac{M_{CO_2}}{M_{Ne}}} = \frac{\lambda_{CO_2}}{\lambda_{Ne}} \sqrt{\frac{M_{CO_2}}{M_{Ne}}} = \frac{10,6}{0,63} \sqrt{\frac{44}{20}} \approx 25.$$

#### **ЗАДАЧА 5**

Довжини хвиль випромінювання дорівнюють 43 см, 10 см, 3 см, 1,25 см, 0,3 см, 0,1 см. Обчислити різницю енергій рівнів, між якими спостерігаються ці переходи. Вказати частоти відповідного випромінювання. Результати подати у вигляді таблиці.

$\lambda, \text{м}$	$\nu = \frac{c}{\lambda}, \text{Гц}$	$\Delta E = h\nu, \text{Дж}$
$43 \cdot 10^{-2}$		
$10 \cdot 10^{-2}$		
$3 \cdot 10^{-2}$		
$1,25 \cdot 10^{-2}$		
$0,3 \cdot 10^{-2}$		
$0,1 \cdot 10^{-2}$		

### ЗАДАЧА 6

Розрахуйте дипольні моменти лазерних переходів для довжин хвиль  $\lambda$  та ймовірності спонтанних переходів  $A_{nm}$ , заданих у такій таблиці.

$\lambda, \text{мкм}$	1,6	1,35	1,06	0,694
$A_{nm}, \text{с}^{-1}$	15	433	1940	300
$d_{nm}, \text{СГС}$				

У розрахунках використовувати значення сталої Планка  $h = 6,62 \cdot 10^{-27}$  ерг·с; довжини хвиль виразити у сантиметрах. Результати занести до таблиці.

### ЗАДАЧА 7

Обчислити природну ширину лінії для довжин хвиль, що задані в таблиці.

$\lambda_{nm}$	$\Delta\nu_{nm}$ при $d_{nm} \sim 10^{-18}, \text{СГС}$	$\Delta\nu_{nm}$ при $d_{nm} \sim 10^{-20}, \text{СГС}$
21, см		
1,06, мкм		

### ЗАДАЧА 8

Обчислити природну ширину лінії атома водню для переходів між рівнями надтонкої структури атома водню для  $\nu = 1420$  МГц і  $|d_{nm}| \sim 10^{-20}$  СГС.

**ЗАДАЧА 9**

Природна ширина лінії переходу генерації CO<sub>2</sub>- лазера ( $\lambda_{CO_2} = 10,6$  мкм) становить  $\Delta\nu = 50$  МГц. Чому дорівнює спонтанний час життя верхнього лазерного рівня?

**ЗАДАЧА 10**

Визначити повну ширину однорідно розширеної лінії, яка відповідає лазерному переходу в неоні з  $\lambda = 0,633$  мкм, якщо відомо, що природна ширина  $\Delta\nu_{pr} = 20$  МГц та ширина зіткнення  $\Delta\nu_z = 0,64$  МГц. Яку форму має загальна лінія?

**ЗАДАЧА 11**

Заповніть таблицю

Тип переходу	Графічне зображення	Імовірність переходу	Середній час життя
Спонтанний між двома рівнями	$E_n$ ——— $N_n$ $\downarrow \hbar\omega_{nm}$ $E_m$ ——— $N_m$	$\frac{dW_{nm}^{sp}}{dt} = A_{nm}$	$\tau_n = \frac{1}{A_{nm}}$
Індукований з випроміненням кванта			
Індукований з поглинанням кванта			
Безвипромінювальний			
Спонтанний, індукований безвипромінювальний			

**ЗАДАЧА 12**

У таблиці наведені робочі речовини твердотільних лазерів та значення енергій верхнього та нижнього рівнів. Обчислити довжину хвилі робочого переходу.

Робоча речовина лазера	Робочий перехід	Енергія нижнього лазерного рівня, $\text{см}^{-1}$	Енергія верхнього лазерного рівня, $\text{см}^{-1}$	Довжина хвилі $\lambda$ , м
$\text{Al}_2\text{O}_3:\text{Cr}^{3+}$	$\bar{E} \rightarrow {}^4 A_2$	0,38	14418	
$\text{YAG}:\text{Nd}^{3+}$	${}^4 F_{3/2} \rightarrow {}^4 I_1$	2002	143,6	
$\text{CaWO}_4:\text{Dy}^{2+}$	${}^5 I_7 \rightarrow {}^7 I_8$	35	4272688	
$\text{CaF}_2:\text{Sm}^{2+}$	${}^5 D_0 \rightarrow {}^7 F_1$	263	14548,714	
$\text{NaLa}(\dots):\text{H}_0^{3+}$	${}^5 I_7 \rightarrow {}^5 I_8$	250	5128,05	
$\text{LiF}_4:\text{Pr}^{3+}$	${}^3 P_0 \rightarrow {}^3 H_4$	0	20876,862	

### ЗАДАЧА 13

Написати електронну конфігурацію іона  $\text{Cr}^{3+}$  ( $N = 21$ ). Визначити орбітальне квантове число, спіні і квантове число повного моменту кількості руху в основному стані.

### ЗАДАЧА 14

Записати електронну конфігурацію атома  $\text{Fe}$  ( $N = 26$ ). Визначити орбітальне квантове число, спіні і квантове число повного моменту кількості руху в основному стані.

### ЗАДАЧА 15

Дослідити схему нижніх збуджених станів атома  $\text{He}$  ( $N = 20$ ). Зобразити схему енергетичних рівнів.

### ЗАДАЧА 16

Розглянути нижні збуджені стани атомів неону ( $N = 10$ ), що виникають при переході одного електрона з 2- оболонки до 3s- оболонки (яка знаходиться вище). Зобразити схему енергетичних рівнів.

### ЗАДАЧА 17

Розглянути нижні збуджені стани атомів неону ( $N = 10$ ), що виникають при переході одного електрона з 2- оболонки до 4s-, 5s-, 3p- оболонок. Зобразити схему енергетичних рівнів.

### ЗАДАЧА 18

Отримати умову інверсійної заселеності у напівпровіднику, один рівень якого з енергією  $E_1$  знаходиться у валентній зоні, а

інший, з енергією  $E_2$ , — в зоні провідності.

### **ЗАДАЧА 19**

Визначити коефіцієнт Ейнштейна для вимушеного випромінювання  $B$ , якщо коефіцієнт для спонтанного випромінювання  $A$  має значення:  $10^8 c^{-1}$ ,  $10^6 c^{-1}$ ,  $10^4 c^{-1}$ .

### **ЗАДАЧА 20**

Розрахуйте розширення за рахунок зіткнень спектральної лінії неону для тиску газу 400 Па та температури  $400^\circ$  К. Порівняйте доплерівське розширення з природною шириною спектральної лінії.

### **ЗАДАЧА 21**

Існує речовина, яка складається з однакових, жорстко закріплених та не взаємодіючих між собою атомів. Основну роль відіграє природне розширення. Для дозволеного переходу всередині видимого діапазону час життя становить 10 нс. Якою є ширина лінії цього переходу?

### **ЗАДАЧА 22**

Молекули азоту охолоджені в надзвучковому потоці до  $20^\circ$  К. У визначені моменти часу через азот пропускають поперечний електричний розряд. Навіть без дзеркал у такій системі завдяки високому рівню підсилення може виникати лазерне випромінювання на довжині хвилі 337,1 нм. Знайти доплерівське розширення спектральної лінії.

## **8.2. Створення інверсійної заселеності, підсилення та поглинання у квантовій системі**

### **ЗАДАЧА 23**

Відношення заселеності  $(N_2/g_2)/(N_1/g_1)$  двох рівнів, що перебувають у термодинамічній рівновазі при  $T = 300^\circ$  К, дорівнює  $1/e$ . Обчислити частоту випромінювання  $\nu$ , яка відповідає переходу між цими рівнями. Визначити, якій області спе-

ктра електромагнітних коливань належить випромінювання такої частоти. Вважати, що  $g_1 = g_2 = 1$ .

### Розв'язання

Згідно із законом Больцмана для досліджуваної системи можна записати

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp \left[ -\frac{E_2 - E_1}{kT} \right].$$

Використовуючи постулат Бора ( $E_2 - E_1 = h\nu$ ), прологарифмуємо співвідношення  $N_2/N_1$ :  $\ln \frac{N_2}{N_1} = -\frac{h\nu}{kT}$ . Звідси отримаємо вираз для частоти

$$\nu = -\frac{kT}{h} \ln \frac{N_2}{N_1} = -\frac{kT}{h} \ln \frac{1}{e} = \frac{kT}{h},$$

тоді  $\nu = \frac{1,381 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{6,626 \cdot 10^{-34}} = 6,252 \cdot 10^{12}$  (Гц).

Довжина хвилі випромінювання переходу дорівнює

$$\lambda = (c)/(\nu) = \frac{3 \cdot 10^8}{6,252 \cdot 10^{12}} = 48 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Таким чином випромінювання належить далекому ІЧ-діапазону спектра.

### ЗАДАЧА 24

Обчислити переріз поглинання іонів  $Cr^{+3}$  у рубіні з концентрацією  $5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , якщо на довжині хвилі 0,54 мкм інтенсивність світла, що пройшло через пластину товщиною 0,5 см, падає в  $22 \cdot 10^3$  рази.

### Розв'язання

Закон Бугера  $I = I_0 e^{-k_\omega z}$ . Прологарифмуємо вираз для зміни інтенсивності (закон Бугера) та визначимо коефіцієнт поглинання:

$$-0,5k_\omega = \ln \frac{I}{I_0} = \ln \frac{1}{22 \cdot 10^3} \approx -10,$$

$$k_{\omega} = \frac{-10}{-0,5} = 20 \text{ см}^{-1}.$$

Коефіцієнт поглинання пов'язаний з перерізом поглинання співвідношенням  $k_{\omega} = \sigma_{12} \left( N_1 - N_2 \frac{g_1}{g_2} \right)$ . У стані термодинамічної рівноваги у квантовій системі  $N_1 \gg N_2$ , тому  $k_{\omega} \approx \sigma_{12} N_1$ . Переріз поглинання для системи іонів буде  $\sigma_{12} = \frac{k_{\omega}}{N_1} = \frac{20}{5 \cdot 10^{-18}} = 4 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$ .

### ЗАДАЧА 25

У трирівневій системі, зображеній на рис. 8.1, сигнал НВЧ-накачування відповідає переходам між рівнями 1 і 3. Підсилення сигналу відбувається на частоті  $\nu_{21}$ . Визначити різницю заселеностей рівнів 2 і 1, а також розташування рівнів один відносно іншого. В якому співвідношенні повинні бути часи життя рівнів 3 та 2?

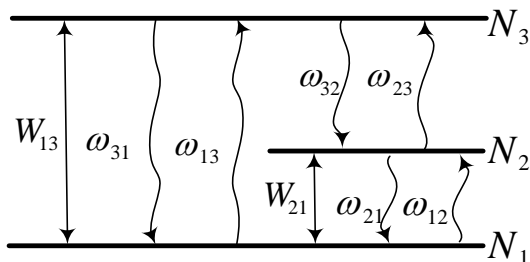


Рисунок 8.1

### Розв'язання

Рівняння, які описують зміну заселеності енергетичних рівнів системи, що зображена на рис. 8.1, має такий вигляд:

$$\frac{dN_1}{dt} = -(W_{13} + \omega_{13} + W_{12} + \omega_{12})N_1 + (\omega_{21} + W_{21})N_2 + (W_{31} + \omega_{31})N_3,$$



$$\frac{dN_2}{dt} = (\omega_{12} + W_{12})N_1 - (W_{21} + \omega_{21} + \omega_{23})N_2 + \omega_{23}N_3,$$

$$N_1 = N_1 + N_2 + N_3.$$

У стаціонарному режимі похідні дорівнюють нулю:

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0.$$

Різниця заселеності рівней 2 та 1

$$N_2 - N_1 = \frac{(\omega_{12} + \omega_{32} - \omega_{21} - \omega_{23})N}{3W_{12} + 2\omega_{21} + \omega_{21} + 2\omega_{23} + \omega_{32}}.$$

Оскільки в НВЧ-діапазоні правильно  $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$ , то

$$\omega_{12} = \omega_{21} \exp\left(-\frac{h\nu_{21}}{kT}\right) = \omega_{21} \left(1 - \frac{h\nu_{21}}{kT}\right),$$

$$\omega_{23} = \omega_{32} \exp\left(-\frac{h\nu_{32}}{kT}\right) = \omega_{32} \left(1 - \frac{h\nu_{32}}{kT}\right).$$

З урахуванням цих виразів різниця заселеностей

$$N_2 - N_1 = \frac{hN}{3kT} \cdot \frac{\omega_{32}N_{32} - \omega_{21}\nu_{21}}{W_{12} + \omega_{21} + \omega_{32}}.$$

Умова підсилення сигналу на частоті  $\nu_{21}$

$$N_2 - N_1 > 0,$$

$$\omega_{32}\nu_{32} > \omega_{21}\nu_{21}.$$

Частота  $\nu_{32}$  повинна бути більшою за частоту  $\nu_{21}$ , тому рівень 2 повинен бути ближче до рівня 1, ніж до рівня 3. Згідно з умовою підсилення ймовірність безвипромінювального переходу з рівня 3 на рівень 2 повинна бути більшою за ймовірність безвипромінювального переходу  $\omega_{21}$ :  $\omega_{32} > \omega_{21}$ , а оскільки

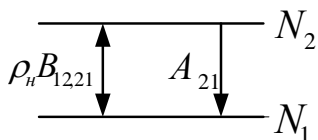


Рисунок 8.2

$\omega_{32} \sim 1/\tau_3$ ,  $\omega_{21} \sim 1/\tau_2$ , то  $\tau_2 > \tau_1$ , відповідно час життя на рівні 2 повинен бути більшим за час життя на рівні 3.

### ЗАДАЧА 26

Довести, що у дворівневій системі (рис. 8.2) неможливо отримати інверсійну заселеність при використанні методу оптичного накачування.

#### Розв'язання

Рівняння, що описують зміну заселеності рівнів у дворівневій системі, мають такий вигляд:

$$\frac{dN_1}{dt} = (A_{21} + \rho_H B_{21})N_2 - \rho_H B_{12}N_1,$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \rho_H B_{12}N_1 - (A_{21} + \rho_H B_{21})N_2.$$

Закон збереження частинок у замкненій системі має вигляд

$$N_1 + N_2 = N.$$

Розв'язуючи систему кінетичних рівнянь у квазістаціонарному режимі (енергія накачування залишається незмінною протягом часу більшого за час релаксаційних процесів між рівнями) ( $dN_1/dt = dN_2/dt = 0$ ) та враховуючи, що  $B_{12} = B_{21}$  — коефіцієнти Ейнштейна для вимушених переходів,  $\rho_H$  — густина випромінювання накачування,  $A_{12}$  — ймовірність спонтанних

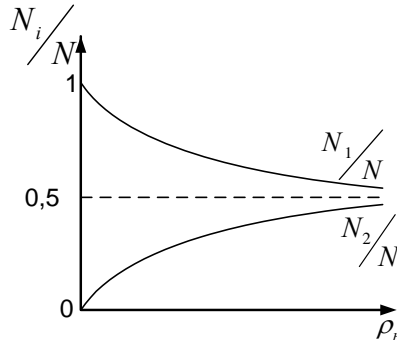


Рисунок 8.3

переходів за одиницю часу, знайдемо вирази для заселеності рівнів:

$$N_1 = (A_{21} + \rho_H B_{21})N / (A_{21} + 2\rho_H B_{21}),$$

$$N_2 = \rho_H B_{21}N / (A_{21} + 2\rho_H B_{21}).$$

Для  $\rho_H = 0$   $N_2 = 0$ ,  $N_1 = N$ . Зі збільшенням інтенсивності накачування, або за умови  $\rho_H \rightarrow \infty$ , заселеності рівнів вирівнюються (рис. 8.3):

$$\lim_{\rho_H \rightarrow \infty} N_1 = \lim_{\rho_H \rightarrow \infty} N_2 = \frac{1}{2}N.$$

Це означає, що підсилення у дворівневій системі неможливе за умови використання методу оптичного накачування, оскільки неможливо досягти стану інверсійної заселеності рівня 2 над рівнем 1.

### ЗАДАЧА 27

Два збуджених рівні квантової системи знаходяться в стані, близькому до термодинамічної рівноваги. Найдти відносну за-

селеність верхнього рівня до нижнього для енергетичних зазорів між рівнями, які відповідають частотам генерації квантових приладів: мазерів на пучку атомів водню ( $\lambda = 21$  см), на пучку молекул амоніаку ( $\lambda = 1,25$  см),  $CO_2$  ( $\lambda = 10,6$  мкм), рубінового ( $Al_2O_3, Cr^{3+}$ ,  $\lambda = 0,6943$  мкм) та аргонового ( $\lambda = 0,45$  мкм) лазерів при температурах  $T=300^\circ$  К,  $T=77^\circ$  К,  $T=4,2^\circ$  К,  $T=2^\circ$  К. Результати запишіть у таблицю.

Т, К	$\lambda$ , м				
	$21 \cdot 10^{-2}$	$1,25 \cdot 10^{-2}$	$10,6 \cdot 10^{-6}$	$0,6943 \cdot 10^{-6}$	$0,45 \cdot 10^{-6}$
300					
77					
4,2					
2					

### ЗАДАЧА 28

Розрахувати поперечник (переріз переходу) для лазерних переходів, параметри яких вказані в таблиці.

Параметр	$Al_2O_3:Cr^{3+}$	$Y_3Al_5O_{12}:Nd^{3+}$	$CO_2$	He-Ne
$\lambda$ , мкм	0,6943	1,06	10,6	1,15
$\Delta\nu$ , ГГц	330	195	1	0,9
$\tau^{сп}$ , с	$4,8 \cdot 10^{-6}$	$230 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-4}$
N	1,76	1,82	1	1
$\sigma_{21}$ , $см^2$				

### ЗАДАЧА 29

Розрахуйте час життя верхнього лазерного рівня рубінового лазера ( $\lambda = 0,6943$  мкм), якщо ефективний переріз переходу

генерації дорівнює  $\sigma_{21} = 2,5 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$ , а інтенсивність насичення становить  $I_S = 2 \cdot 10^3 \text{ Вт/см}^2$ .

### ЗАДАЧА 30

Довжина хвилі, що випромінюється YAG :  $Nd^{3+}$ - лазером, дорівнює 1,06 мкм. Переріз цього переходу  $\sigma_{21} = 3,5 \cdot 10^{19} \text{ см}^2$ . Час життя  $\tau = 0,23 \text{ мс}$ . Розрахуйте інтенсивність насичення.

### ЗАДАЧА 31

Побудуйте якісний графік зміни інтенсивності хвилі при проходженні її через середовище у випадках переважного поглинання, підсилення та насичення. Навести та пояснити закон зміни інтенсивності.

### ЗАДАЧА 32

У трирівневій системі, що зображена на рис. 8.4, оптичний сигнал відповідає відстані між рівнями 1 і 3. Підсилення сигналу відбувається на частоті  $\nu_{21}$ . Визначити різницю заселеностей рівнів 2 і 1.

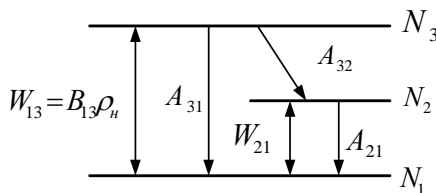


Рисунок 8.4

### ЗАДАЧА 33

Скласти систему кінетичних рівнянь, що описують зміну заселеностей на рівнях, які показані на рис. 8.5.

### ЗАДАЧА 34

Скласти систему кінетичних рівнянь, що описують зміну заселеностей на рівнях, які показані на рис. 8.6.

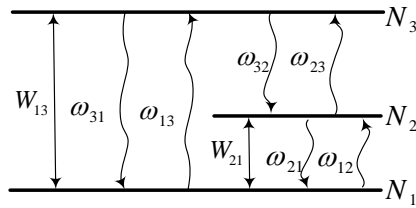


Рисунок 8.5

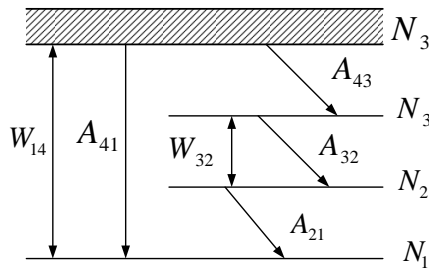


Рисунок 8.6

### ЗАДАЧА 35

Побудувати графік залежностей, відносних до загальної заселеності рівнів  $N_1/N$ ,  $N_2/N$ ,  $N_3/N$  від густини спектральної об'ємної енергії накачування для трирівневої системи, якщо схема переходів описується такими кінетичними рівняннями ймовірності переходів ( $A_{32} > W_{21}$ ):

$$N_1 = \left[ \frac{W_{21}(A_{31} + A_{32} + \rho_H B_{13})}{W_{21}(A_{32} + A_{31}) + (2W_{21} + A_{32})\rho_H B_{13}} \right] N,$$

$$N_2 = \left[ \frac{A_{32}\rho_H B_{31}}{W_{21}(A_{32} + A_{31}) + (2W_{21} + A_{32})\rho_H B_{13}} \right] N,$$

$$N_3 = \left[ \frac{W_{21}\rho_H B_{31}}{W_{21}(A_{32} + A_{31}) + (2W_{21} + A_{32})\rho_H B_{13}} \right] N.$$

**ЗАДАЧА 36**

Лазерний відкритий резонатор складається з двох дзеркал, що нанесені на торцеві поверхні активного елемента з коефіцієнтом відбиття  $r_1 = 0,5$  і  $r_2 = 1$ . Довжина активного елемента  $L = 7,5$  см, а переріз переходу (поперечник)  $\sigma_{21} = 8,8 \cdot 10^{-19}$  см<sup>2</sup>. Розрахуйте порогове значення інверсної заселеності лазерних рівнів. При розрахунку не враховувати дифракційні та дисипативні втрати, рівні вважати неvierодженими ( $g_1 = g_2 = 1$ ).

**ЗАДАЧА 37**

Лінія лазерного переходу  $R_1$  рубіну добре описується лоренцевою кривою, а її ширина на рівні 0,5 від максимального значення дорівнює 330 ГГц. Визначений переріз переходу в максимумі лінії дорівнює  $\sigma_{21} = 2,5 \cdot 10^{-20}$  см<sup>2</sup>. Розрахуйте випромінювальний час життя.

**ЗАДАЧА 38**

Розрахуйте мінімальну довжину рубінового активного елемента з нанесеними на його торцях дзеркалами з  $r_1 = 1$ ,  $r_2 = 0,9$ , якщо в рубіні створена повна інверсійна заселеність (коефіцієнт квантового підсилення  $\alpha = 0,3$  см<sup>-1</sup>). Дисипативні та дифракційні втрати не враховувати.

**ЗАДАЧА 39**

Якщо рівні 1 і 2 розділені інтервалом енергії  $\Delta E$  таким чином, що частота випромінювання відповідного переходу з рівня 2 на рівень 1 припадає на середину видимої ділянки спектра, то яким буде співвідношення заселеності цих рівнів при кімнатній температурі в стані термодинамічної рівноваги?

**ЗАДАЧА 40**

Визначити рівноважну різницю заселеностей при  $T = 300^\circ$  К, віднесено до загальної кількості часток у замкнутій системі, якщо вважати  $g_1 = g_2$  і що різниця енергій двох рівнів, між якими спостерігається цей перехід, дорівнює  $\Delta E = 1,87 \cdot 10^{-20}$  Дж.

**ЗАДАЧА 41**

У системі з двох енергетичних рівнів об'ємна кількість частинок на верхньому та нижньому рівнях відповідно дорівнює  $1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  і  $0,5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Кратність виродження верхнього рівня – 2, а нижній рівень є невиродженим. Чи можливе в цій системі підсилення чи поглинання?

**ЗАДАЧА 42**

Коефіцієнт поглинання в активному середовищі становить  $0,1 \text{ см}^{-1}$ . У скільки разів зменшиться інтенсивність випромінювання при проходженні відстані в 1 м, 10 см?

**ЗАДАЧА 43**

Визначити коефіцієнт та переріз поглинання випромінювання, якщо сигнал при проходженні відстані 20 см слабшає вдвічі?

**ЗАДАЧА 44**

Два збуджених рівні знаходяться в стані термодинамічної рівноваги. Знайти відносну заселеність верхнього рівня по відношенню до нижнього, якщо енергетичний зазор між рівнями відповідає частоті 24 ГГц при  $T = 300, 77, 4, 2^\circ \text{ К}$ .

**ЗАДАЧА 45**

Визначити час життя верхнього лазерного рівня рубінового лазера ( $\lambda = 0,69 \text{ мкм}$ ), якщо при ефективному перерізі переходу генерації  $2,5 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$  інтенсивність насичення становить  $2 \text{ кВт/см}^2$ .

### 8.3. Властивості лазерного випромінювання, розсіювання світла

**ЗАДАЧА 46**

Визначити поверхневу густину потоку енергії випромінювання  $I$ , якщо тиск світла  $p$ , при перпендикулярному падінні променів становить  $12 \text{ мкПа}$ .



*Розв'язання*

Тиск, який приводить світло для нормального падіння, визначається за формулою

$$p = \frac{I}{c}(1 + r),$$

де  $r$  — коефіцієнт відбиття;  $c$  — швидкість світла. Тоді

$$I = \frac{pc}{(1+r)}.$$

При дзеркальному відбитті коефіцієнт відбиття дорівнює 1.

$$I = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^8}{(1+1)} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2.$$

**ЗАДАЧА 47**

Лазер на рубіні випромінює імпульс із тривалістю  $\tau = 0,5$  мс та енергією  $W = 1$  Дж у вигляді майже паралельного пучка з перерізом  $S = 1$  см<sup>2</sup>. Робоча довжина хвилі лазера  $\lambda = 0,6943$  мкм. Визначити тиск сфокусованого пучка світла  $p$  на площину, яка є перпендикулярною до пучка.

*Розв'язання*

Тиск, який виконує світло під час нормального падіння на поверхню, визначається формулою

$$p = \frac{E_{s\tau}}{c}(1 + r),$$

де  $E_{s\tau}$  — кількість енергії, що падає на одиницю поверхні за одиницю часу;  $r$  — коефіцієнт відбиття;  $c$  — швидкість світла.

$$E_{s\tau} = \frac{W}{S\tau}.$$

Тоді

$$p = \frac{W}{cS\tau}(1+r) \approx \frac{1}{15}(1+r) \text{ Па.}$$

### ЗАДАЧА 48

Під час вибуху атомної уранової бомби в її центрі досягається температура порядку  $T \approx 10$  кеВ. Визначити тиск світла в центрі бомби, вважаючи що в момент вибуху випромінювання є рівноважним (чорним).

#### *Розв'язання*

Для розв'язання задачі можна використовувати формулу для світлового тиску

$$p = \frac{1}{3}(\rho_V),$$

де  $\rho_V$  – об'ємна густина енергії випромінювання.

Для ізотропного випромінювання  $\rho_V$  зв'язана з енергетичною світністю  $R$  виразом  $\rho_V = 4R/c$ .

А оскільки випромінювання в момент вибуху є рівноважним, то за законом Стефана - Больцмана

$$R = \sigma T^4.$$

Тоді

$$p = (4\sigma/3c)T^4.$$

Абсолютну температуру запишемо, використовуючи енергетичний еквівалент  $1\text{еВ}/k = 11604,5^\circ \text{ К}$ , де  $k$  – стала Больцмана. Таким чином, значення енергії  $kT = 1$  еВ.

Враховуючи це значення, отримаємо

$$p = 4,6 \cdot 10^{16} \text{ Н/м}^2 \text{ (Па).}$$

**ЗАДАЧА 49**

Визначити кут розсіювання фотона, який зіткнувся з вільним електроном, якщо довжина хвилі для розсіювання змінилася на  $\Delta\lambda = 0,0363 \cdot 10^{-10}$  м.

**ЗАДАЧА 50**

Рентгенівські промені з довжиною хвилі  $\lambda = 0,2 \cdot 10^{-10}$  м зазнають комптонівського розсіювання під кутом  $90^\circ$ . Знайти кінетичну енергію електрона віддачі.

**ЗАДАЧА 51**

Довжина хвилі фотона дорівнює комптонівській довжині електрона. Визначити енергію та імпульс фотона.

**ЗАДАЧА 52**

Пучок рубінового лазера ( $\lambda = 0,6943$  мкм) проходить через телескоп діаметром 1 м і спрямовується на Місяць. Розрахувати діаметр  $D$  пучка на Місяці, вважаючи, що пучок має повну просторову когерентність. Відстань між Землею та Місяцем приблизно 384000 км.

*Розв'язання*

Розходження пучка з повною просторовою когерентністю визначається як

$$\theta_d = \beta\lambda/d,$$

де  $\beta$  – коефіцієнт порядку 1;  $\lambda$  – довжина хвилі;  $d$  – діаметр отвору телескопа.

Діаметр пучка на місяці знайдемо за формулою

$$D = 2L \tan \theta_d + d,$$

де  $L$  – відстань від Місяця до Землі.

$$D \approx 500 \text{ м.}$$

**ЗАДАЧА 53**

Визначити дифракційну межу розходження лазерного випромінювання гелій-неонового лазера, який випромінює пучок діаметром 3 мм.

**ЗАДАЧА 54**

Визначити теоретично можливу ширину спектральної лінії та ступінь монохроматичності випромінювання гелій-неонового лазера на довжині хвилі 632,8 нм, якщо потужність випромінювання становить 1 мВт, добротність резонатора  $10^8$ .

**ЗАДАЧА 55**

Теоретична ширина гелій-неонового лазера становить 1 ГГц. Визначити, з якою точністю необхідно стабілізувати довжину резонатора 1 м, щоб отримати таку ширину лінії?

**ЗАДАЧА 56**

Оцінити мінімально можливий переріз сфокусованого пучка лазерного випромінювання з довжиною хвилі 500, 1060 та 10600 нм?

**ЗАДАЧА 57**

Лазер потужністю 1 мВт випромінює світло з довжиною хвилі 632,8 нм. Розрахувати потік квантів випромінювання.

**ЗАДАЧА 58**

Визначити співвідношення максимальної та мінімальної інтенсивностей інтерференційних смуг, які відповідають ступеню когерентності випромінювання 1; 0,8; 0,5.

**8.4. Відкриті резонатори****ЗАДАЧА 59**

Оцінити кількість можливих мод в оптичному резонаторі з такими параметрами: радіус світлової плями пучка на поверхні дзеркала  $a = 1$  см, довжина резонатора  $L = 1$  м,  $\lambda = 488$  нм,  $\Delta\nu = 3,5$  ГГц.

*Розв'язання*

Кількість мод оптичного резонатора

$$N = \omega^2 V \frac{\Delta\omega}{\pi^2 c^3}.$$

Оскільки  $V = \pi a^2$  та  $\nu = c/\lambda$ , то кількість мод

$$N = \frac{8\pi^2 a^2 L \Delta\nu}{\lambda^2 c} = \frac{8 \cdot 3,14^2 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 3,5 \cdot 10^9}{488^2 \cdot 10^{-18} \cdot 3 \cdot 10^8} = 0,4 \cdot 10^{12} (\text{мод}).$$

**ЗАДАЧА 60**

Резонатор утворений увігнутиим сферичним дзеркалом з радіусом  $R_1 = 1,5$  м та випуклим сферичним дзеркалом з радіусом  $R_2 = 1$  м. Якою може бути відстань між дзеркалами, щоб резонатор залишався стійким?

*Розв'язання*

Умова стійкості оптичних резонаторів за рахунок дифракційних втрат

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \text{ або } 0 \leq \left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{L}{R_2}\right) \leq 1.$$

Врахуємо ліву частину нерівності. Ця нерівність виконується, якщо обидва множники будуть більшими за нуль, або  $\left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \geq 0$  і  $\left(1 + \frac{L}{R_2}\right) \geq 0$ .

З першої нерівності випливає

$$R_1 - L \geq 0,$$

$$R_1 \geq L,$$

$$1,5 \geq L.$$

Друга нерівність очевидна.

Розглянемо праву частину нерівності

$$\left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{L}{R_2}\right) \leq 1.$$

Перетворимо її:

$$(R_1 - L)(R_2 + L)/R_1 R_2 \leq 1,$$

$$(R_2 + L)(R_1 - L) \leq R_1 R_2,$$

$$L(R_1 - R_2) - L^2 \leq 0.$$

Оскільки  $L > 0$ , то  $R_1 - R_2 \leq L$ . Підставляючи в отриману нерівність значення величини  $R_1$  і  $R_2$ , отримуємо

$$L \geq 1,5 - 1 = 0,5,$$

тоді

$$(0,5) \leq L \leq (1,5).$$

### **ЗАДАЧА 61**

Розрахувати, на скільки частота моди  $TEM_{01}$  віддалена від частоти моди  $TEM_{00}$  у конфокальному резонаторі, в якому дзеркала квадратної форми мають радіуси кривизни  $R_1 = 2$  м,  $R_2 = 2$  м і знаходяться на відстані  $L = 2$  м.

#### *Розв'язання*

Зсув частот двох сусідніх типів коливань у конфокальному резонаторі з квадратною формою дзеркал визначається виразом

$$\Delta\nu = \nu_{mnq} - \nu_{m-1,nq} = \frac{c}{4L},$$

тоді

$$\Delta\nu = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 2} = 3,75 \cdot 10^7 \text{ Гц.}$$

**ЗАДАЧА 62**

Розрахувати добротність оптичного резонатора, довжина якого  $L = 1$  м,  $\lambda_0 = 1,15$  мкм, коефіцієнт відбиття одного дзеркала  $r = 0,9$ .

*Розв'язання*

Добротність відкритого резонатора визначається за формулою

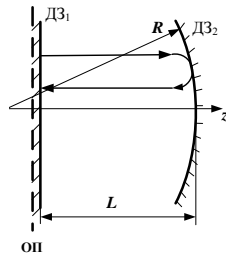
$$Q = \frac{2\pi L}{\lambda(1-r)} = \frac{3 \cdot 3,14 \cdot 1}{1,15 \cdot 10^{-6} \cdot (1-0,9)} = 5,46 \cdot 10^7.$$

**ЗАДАЧА 63**

Побудувати матрицю оптичного резонатора, який утворений плоским та сферичним (радіуса  $R$ ) дзеркалами. Довжина резонатора  $L$ .

*Розв'язання*

Резонатор, який розглядається, зображений на рис. 8.7. Матриця, що відповідає проходженню променя від плоского

**Рисунок 8.7**

дзеркала 1 до сферичного 2 й у зворотному напрямку, дорівнює добутку матриць:

$$M = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_1, \quad (8.1)$$

де  $M_1$  – матриця, що описує відбиття променя від плоского дзеркала;  $M_2$  – матриця проходження променя відстані  $L$  між дзеркалами;  $M_3$  – матриця, що описує відбиття променя від сферичного дзеркала. В розгорнутому вигляді

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (8.2)$$

Послідовно перемножуючи матриці, отримуємо

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{2L}{R} & L + L(1 - \frac{2L}{R}) \\ -\frac{2}{R} & 1 - \frac{2L}{R} \end{pmatrix}. \quad (8.3)$$

Для перевірки скористаємося властивістю оптичної матриці і знайдемо її детермінант:

$$\begin{aligned} M &= \begin{pmatrix} 1 - \frac{2L}{R} & L + L(1 - \frac{2L}{R}) \\ -\frac{2}{R} & 1 - \frac{2L}{R} \end{pmatrix} = \\ &= (1 - \frac{2L}{R})^2 + \frac{2}{R} \left[ L + L(1 - \frac{2L}{R}) \right] = 1. \end{aligned} \quad (8.4)$$

### **ЗАДАЧА 64**

Розрахувати різницю частот між двома сусідніми поздовжніми та поперечними модами відкритого плоского резонатора з довжиною  $L = 1$  м та дзеркалами квадратної конфігурації.

### **ЗАДАЧА 65**

Розрахувати різницю частот між двома сусідніми поздовжніми та поперечними модами відкритого конфокального резонатора з довжиною  $L = 1$  м для дзеркал квадратної форми.

### **ЗАДАЧА 66**

Резонатор складається із двох плоских дзеркал. Якою повинна бути довжина цього резонатора, щоб він залишався стійким?



**ЗАДАЧА 67**

Сферичний резонатор складається із двох увігнутих дзеркал радіусами  $R_1 = 0,85$  м і  $R_2 = 0,15$  м. Якою може бути максимальна довжина цього резонатора, що — він залишався стійким?

**ЗАДАЧА 68**

Розрахувати добротність оптичного резонатора з довжиною  $L = 1$  м,  $\lambda_0 = 1,15$  мкм, а їх коефіцієнти відбиття  $r_1 = 0,9$ ,  $r_2 = 1$ .

**ЗАДАЧА 69**

Побудувати графік залежності дифракційних втрат від числа Френеля для мод, які характеризуються індексами  $m$  і  $n$ , резонатора з плоскопаралельними дзеркалами для довжини резонатора  $L = 100$  см, при апертурному розмірі дзеркала від 0,4 до 0,9 см,  $\lambda = 1,5$  мкм.

Для визначення втрат можна скористатись аналітичним співвідношенням, отриманим Л. А. Вайнштейном [35]:

$$\alpha_{mn} = 3,54 \cdot 10^{-2} \Lambda_{n(m+1)}^2 N_F^{-3/2},$$

де  $\Lambda_{n(m+1)}$  —  $(m + 1)$ -й корінь функції Бесселя першого роду  $n$ -го порядку. Значення коефіцієнтів при числі Френеля  $N_F^{-3/2}$  для індексів  $m$  і  $n$ , які необхідно використати в розв'язуванні задачі, наведені в таблиці.

$5,23 \cdot 10^{-2} \Lambda_{n(m+1)}^2$			
m	n=1	n=2	n=3
1	2,57	3,7	4,98

**ЗАДАЧА 70**

Визначити та порівняти між собою дифракційні втрати типів коливань  $TEM_{00}$  і  $TEM_{01}$ ,  $TEM_{02}$ ,  $TEM_{03}$  для резонатора з плоскими дзеркалами круглої форми. Довжина резонатора

$L = 80$  см, довжина хвилі випромінювання  $\lambda = 1,15$  мкм, апертурний розмір дзеркала  $a = 0,5$  см. Для визначення втрат використовувати співвідношення, що наведене в попередній задачі. Значення коефіцієнтів при числі Френеля  $N_F$  для індексів  $m = 0$  і  $n = 0, 1, 2, 3$  наведені в таблиці.

$5,23 \cdot 10^{-2} \Lambda_{n(m+1)}^2$				
m	N=0	N=1	n=2	n=3
0	0,3	0,767	1,38	2,13

### ЗАДАЧА 71

Дзеркала резонатора мають коефіцієнти відбиття  $r_1 = 1$  і  $r_2 = 0,9$  та нанесені на торці активного елемента довжиною  $L = 10$  см. Визначити коефіцієнт квантового підсилення активного середовища, необхідний для виникнення генерації в лазері. Дисипативні та дифракційні втрати не враховувати.

### ЗАДАЧА 72

У  $He-Ne$  - лазері, що працює на довжині хвилі  $\lambda = 0,6328$  мкм, використовується плоский резонатор довжиною  $L = 1$  м. Знайти, скільки різних за частотою мод розміститься в межах ширини лінії  $Ne$ , що дорівнює  $\Delta\nu = 1,7$  ГГц?

### ЗАДАЧА 73

Розрахувати, на скільки частота моди  $TEM_{01}$  віддалена від частоти моди  $TEM_{00}$  в конфокальному резонаторі, у якого дзеркала колової конфігурації, що мають радіуси кривизни  $R_1 = 2$  м,  $R_2 = 2$  м і знаходяться на відстані  $L = 2$  м.

**ЗАДАЧА 74**

Розрахувати, на скільки частота моди  $TEM_{01}$  віддалена від частоти моди  $TEM_{11}$  в резонаторі з плоскими дзеркалами колової конфігурації, що мають радіуси  $a = 1$  м,  $\lambda = 0,4$  мкм і знаходяться на відстані  $L = 0,8$  м.

**ЗАДАЧА 75**

Оцінити кількість можливих типів коливань, а також частотний інтервал, що припадає на одну моду в діапазоні доплерівського розширення спектральної лінії аргонного лазера ( $\lambda = 0,45$  мкм), для кімнатної температури,  $\Delta\nu = 300$  МГц у звичайному резонаторі формою куба з ребром  $L = 1$  см. Добротність резонатора  $Q = 10^6$ .

**ЗАДАЧА 76**

Визначити добротність резонатора, якщо ширина лінії випромінювання аргонного лазера ( $\lambda = 0,45$  мкм), що працює в одномодовому режимі, дорівнює  $\Delta\nu = 300$  МГц.

**ЗАДАЧА 77**

Визначити добротність плоского резонатора довжиною 1 м, одне із дзеркал якого має коефіцієнт відбиття  $r = 1$  і якщо генерація на довжині хвилі  $\lambda = 1,06$  мкм починається для значення коефіцієнта підсилення  $\alpha = 0,008$  см<sup>-1</sup>. Дисипативні та дифракційні втрати не враховувати.

**ЗАДАЧА 78**

У  $HeNe$  лазері, що працює на  $\lambda = 0,6328$  мкм, використовують конфокальний резонатор довжиною 1 м. Знайти розмір плями хвильового пучка в центрі резонатора та на дзеркалах.

**ЗАДАЧА 79**

Розрахувати розмір плями хвильового пучка на дзеркалах конфокального резонатора довжиною 2 м, який використовується в  $CO_2$ -лазері ( $\lambda = 10,6$  мкм).

**ЗАДАЧА 80**

Розрахувати розмір плями на дзеркалах напівконфокального резонатора довжиною 2 м, який використовується в  $CO_2$ -

лазері ( $\lambda = 10,6$  мкм).

### **ЗАДАЧА 81**

Резонатор утворений двома ввігнутими сферичними дзеркалами з радіусами кривизни 4 м та відстанню між ними 1 м. Знайти розмір плями хвильового пучка в центрі резонатора та на дзеркалах, якщо резонатор використовується для генерації випромінювання на довжині хвилі  $\lambda = 514,5$  нм.

### **ЗАДАЧА 81**

Як зміняться розміри плям хвильового пучка на дзеркалах, якщо одне із дзеркал замінити на плоске?

### **ЗАДАЧА 82**

Резонатор складається із двох увігнутих дзеркал з радіусами  $R = 10$  м, а відстань між ними  $L = 34$  см. Записати та розрахувати для цього резонатора оптичну матрицю передачі  $M$ .

### **ЗАДАЧА 83**

Побудувати оптичну матрицю, яка описує відбиття променя від плоского дзеркала, проходження променя середовища з показником заломлення 3 на відстані 2 м.

### **ЗАДАЧА 84**

Отримати амплітудну та фазову умови самозбудження резонатора.

### **ЗАДАЧА 85**

Визначити для основної моди конфокального резонатора розміри плями хвильового пучка на дзеркалах, у межах яких інтенсивність випромінювання буде зменшуватися вдвічі.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Воробьев Л. Е. Оптические свойства наноструктур: учеб. пособие / Л. Е. Воробьев, Е. Л. Ивченко, Д. А. Фирсов, В. А. Шалыгин; под ред. Л. Е. Воробьева и Е. Л. Ивченко.— СПб.: Наука, 2001. — 188 с.
2. Пул Ч. Нанотехнологии: перевод с англ. /Ч. Пул, Ф. Оуэнс — М. : Техносфера, 2005.— 336 с.
3. Слепов Н. Наш мир фотоники. Российская выставка "Фотоника - 2006- (обзор).— Фотоника, 2007.— Вып.1.— С. 1—7.
4. Мачехин Ю. П. Компонентная база лазерной техники: сборник научных трудов. / 2-я Международная научная конференция "Электронная компонентная база. Состояние и перспективы развития"// Харьков: ХНУРЭ.- 2009.— С. 173 — 176.
5. Мачехин Ю. П. Применение импульсных лазеров малой мощности для поверхностной закалки сталей / Ю. П. Мачехин, О. В. Афанасьева, Н. А. Лазарова, Е. Г. Попова // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н. Е. Жуковского "ХАИ". — Х., 2009.— Вып. 3(59).— С. 97—101.
6. Минаев В. Развитие лазерных медицинских технологий.— Фотоника.— 2010.—Вып. 2. С. 50— 53.
7. Бирюков В. Модификация поверхности с помощью лазерного излучения.— Фотоника.— 2010.— Вып. 3. С. 18—21.
8. Журба П. Лазерная технология промышленного возделывания сельскохозяйственных культур / П. Журба, Е. Журба — Фотоника.— 2010.— Вып. 3. С. 34— 38.
9. <http://www.photonics.com>
10. Микаэлян А. Л. Оптические генераторы на твердом теле / А. Л. Микаэлян, М. Л. Тер-Микаэлян, Ю. Г. Турков.— М. : Советское радио, 1967.— 383 с.
11. Пекара А. Новый облик оптики: Варшава. 1968 г.: пер. с польск.; под ред. Р. В. Хохлони. — М. : Сов. радио, 1973.— 326 с.
12. Пантил Р. Основы квантовой электроники / Р. Пантил, Г. Путхоф.— М. : Мир, 1972.— 382 с.

13. Качмарек Ф. Введение в физику лазеров: пер. с польск.; под ред. М. Ф. Бухенского.— М. : Мир., 1980.— 540 с.
14. Фридрихов С. А. Физические основы электронной техники: учебник для вузов /С. А. Фридрихов, С. М. Мовнин.— М. : Высш. школа, 1982.— 608 с.
15. Пихтин А. Н. Физические основы квантовой электроники и оптоэлектроники: учеб. пособие для вузов /А. Н. Пихтин.— М. : Высшая школа, 1983.— 320 с.
16. Naken H. Light. Laser light dynamics.— North-Holland Physics Publishing, Amsterdam, New York, Oxford, Tokyo.—: 1985.— V. 2.— 336 p.
17. Байбародин Ю. В. Основы лазерной техники.— К. : Выща шк. Головное издательство, 1988.— 383 с.
18. Карлов Н. В. Лекции по квантовой электронике.— М. : Наука, 1988.— 336 с.
19. Звелто О. Принципы лазеров: пер. с англ.— 3-е перераб. и доп. изд.— М. : Мир, 1990.— 560 с.
20. Бруннер В. Справочник по лазерной технике: пер. с нем.— М. : Энергоатомиздат, 1991.— 544 с.
21. Алфёров Ж. И. История и будущее полупроводниковых гетероструктур // Физика и техника полупроводников.— 1998.— Т. 32, № 1.— С. 3—18.
22. Пихтин А. Н. Оптическая и квантовая электроника: учеб. пособие для вузов /А. Н. Пихтин.— М. : Высшая школа, 2001.— 573 с.
23. Дирак П. А. Принципы квантовой механики.— М. : Физматгиз, 1960.
24. Давыдов А. С. Квантовая механика.— М. : Наука, 1973.— 703 с.
25. Ландау Л. Д. Теоретическая физика: в 10 т. Квантовая механика (нерелятивистская теория) /Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц — М. : Наука, 1989.— Т. 3.— 768 с.
26. Страховский Г. М. Основы квантовой электроники: учеб. пособие для студентов вузов / Г. М. Страховский, А. В. Успенский.— М. : Высшая школа, 1979.— 303 с.
27. Тарасов Л. В. Физика процессов в генераторах когерентного оптического излучения.— М. : Радио и связь, 1981.— 440 с.

28. Пахомов И. И. Оптико-электронные квантовые приборы / И. И. Пахомов, О. В. Рожков, В. Н. Рождествин.— М. : Радио и связь, 1982.— 456 с.
29. Кондиленко И. И. Физика лазеров: учеб. пособие для студентов вузов / И. И. Кондиленко, П. А. Коротков, А. И. Хижняк.— К. : Вища школа.— Головное изд-во, 1984.— 232 с.
30. Лазерная техника и технология: в 7 кн. Кн.1. Физические основы технологических лазеров: учеб. пособие для вузов / В. С. Голубев, Ф. В. Лебедев; под ред. А. Г. Григорьянца.— М. : Высш. шк., 1987.— 191 с.
31. Быков М. М. Квантовые и оптоэлектронные устройства / М. М. Быков, Ж. Ф. Пашенко.— К. : УМК ВО, 1990.— 116 с.
32. Быков М. М. Квантовые и оптоэлектронные устройства / М. М. Быков, Ж. Ф. Пашенко.— К. : УМК ВО.— 1992.— Ч. 2.— 168 с.
33. Борейшо А. С. Лазеры: Устройство и действие: учеб. пособие / А. С. Борейшо; Мех. ин - т.— СПб, 1992.— 215 с.
34. Баннетт В. Р. Газовые оптические квантовые генераторы / В. Р. Баннетт.— УФН.— 1963.— Т. 81, Вып.1.— С. 119 — 184.
35. Техника субмиллиметровых волн / под ред. Р. А. Валитова.— М. : Сов. радио, 1969.— 480 с.
36. Бушев В. А. Лазеры рентгеновского диапазона волн /В. А. Бушев, В. Н. Кузьмин.— УФН.— 1974.— Т. 114, №4.— С. 678 — 686.
37. Ищенко Е. Ф. Открытые оптические резонаторы: Некоторые вопросы теории и расчета.— М. : Сов. радио, 1980.— 208 с.
38. Физические основы миллиметровой и субмиллиметровой техники. Т. 2. Источники. Элементная база. Радиосистемы/ В. П. Шестопалов.— Киев : Наук. думка, 1985.— 256 с.
39. Усиков А. Я. Электроника и радиофизика миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн / А. Я. Усиков, Э. А. Каннер, И. Д. Трутень и др.— К. : Наук. думка, 1986.— 368 с.
40. Херман Й. Лазеры сверхкоротких световых импульсов /Й. Херман, Б. Вильгельми.— М. : Мир, 1986.
41. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны.— М. : Радио и связь, 1988.— 440 с.

42. Ильченко М. Е. Диэлектрические резонаторы / М. Е. Ильченко, В. Ф. Взятышев, Л. Г. Гассанов и др.— М. : Радио и связь, 1989.— 328 с.
43. Безбородов Ю. М. Фильтры СВЧ на диэлектрических резонаторах / Ю. М. Безбородов, Т. Н. Нарытник, В. Б. Федоров.— К. : Техника, 1989.— 184 с.
44. Бессонов Е. Г. Ондюляторные и лазерные источники мягкого рентгеновского излучения // Е. Г. Бессонов, А. В. Виноградов.— УФН.— 1989.— Т. 159, №1.— С. 143 — 154.
45. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и лазерные пучки.— М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1990.— 264 с.
46. Демидчик В. И. Электродинамика СВЧ: учеб. пособие для вузов.— М. : Университетское, 1992.— 255 с.
47. Короленко П. В. Оптика когерентного излучения: учеб. пособие.— М. : МГУ, 1997.— 189 с.
48. Колачаевский Н. Н. Спектральные характеристики кобальт-углеродных многослойных зеркал для диапазона  $\lambda = 7.5\text{нм}$  // Н. Н. Колачаевский, Э. Льюис, Э. Шпиллер и др.— Квантовая электроника.— 1997.— Т. 24, №8.— С. 731 — 735.
49. Бабин С. А. Селекция продольных мод резонатора без наклона внутриврезонаторного эталона Фабри -Перо// С. А. Бабин, С. В. Хорев.— Квантовая электроника, 1999.— Т. 27, №1.— С. 42 — 45.
50. Быков В. П. Лазерные резонаторы /В. П. Быков, О. О. Силичев.— М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003.— 320 с.
51. Rogozin E. N. Продвижение лазеров на свободных электронах в рентгеновскую область спектра.— 2004.— Т. 174, № 2.— С. 207 — 208.
52. Rogozin E. N. Лазерные источники в мягкой рентгеновской области спектра // Е. Н. Rogozin, И. И. Собельман.— УФН.— 2005.— Т. 175, № 12.— С. 1339 — 1341.
53. Электровакуумные приборы диапазона миллиметровых волн/Л. В. Касаткин, В. П. Рукин, В. Д. Ерёмка и др.— Севастополь : Вебер, 2007.— 252 с.
54. Храмов В. Ю. Расчет элементов лазерных систем для информационных и технологических комплексов: учебно-методическое пособие.— СПб. : СПбГУ ИТМО, 2008.— 79 с.



55. Кураев А. А. Электродинамика и распространение радиоволн / А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. К. Сеницын.— Севастополь : Изд-во «Вебер», 2008.— 331 с.
56. Касаткин Л. В. Гироприборы СВЧ : принципы действия и особенности конструкции / Л. В. Касаткин, Г. Н. Рапопорт; НИИ «Орион»- Севастополь : Вебер, 2008.— 134 с.
57. Батура М. П. Основы теории, расчета и оптимизации современных электронных приборов СВЧ / М. П. Батура, А. А. Кураев, А. К. Сеницын; Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники.— Севастополь : Изд-во «Вебер», 2008.— 242 с.
58. Познышев А. Н. Создание системы управления полупроводниковой накачкой активных элементов твердотельных лазеров и повышение ее эффективности : дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01/ А. Н. Познышев.— Владимир, 2004.— 147 с.
59. Кандидов В. П. Эффект Тальбо в гауссовых оптических системах // В. П. Кандидов, А. В. Кандратьев.— Квантовая электроника.— 2001.— Т. 31, № 11.— С. 1032 — 1034.
60. Кумар Н. Влияние эффекта Тальбота на перестановки мод резонатора Фабри - Перо по потерям // Н. Кумар, В. И. Леденев.— Квантовая электроника.— 2003.— Т. 33, № 12.— С. 1077 — 1080.
61. Дулин В. Н. Электронные и квантовые приборы СВЧ: учебник для студентов высш. техн. заведений.- изд. 2-е.— М. : Энергия, 1972.— 224 с.
62. Федоров Н. Д. Электронные приборы СВЧ и квантовые приборы.— изд. 4-е.— М. : Атомиздат, 1989.
63. Маненков А. А. Применение парамагнитных кристаллов в квантовой электронике // А. А. Маненков, А. М. Прохоров, Г. М. Зверев и др.— УФН.— 1962.— Т. 77, № 1.— С. 61 — 108.
64. Корниенко Л. С. Квантовые усилители и их применение в космических исследованиях //Л. С. Корниенко, В. Б. Штейншлейгер.— УФН.— 1978.— Т. 126.— С. 287.
65. Черпак Н. Т. Квантовые усилители миллиметрового диапазона длин волн // Н. Т. Черпак.— Изв. вузов. Радиофизика, 1984.— Т. 27, № 7.— С. 815.

66. Дианов Е. М. Лазеры и волоконная оптика // Е. М. Дианов, А. М. Прохоров.— УФН.— 1986.— Вып. 2, Т. 148.— С. 289 — 311.
67. Дианов Е. М. Волоконные лазеры // Е. М. Дианов.— УФН.— 2004.— Вып. 10, Т. 174.— С. 1139 — 1142.
68. Курков А. С. Непрерывные волоконные лазеры средней мощности // А. С. Курков, Е. М. Дианов.— Квантовая электроника.— 2004.— Т. 34, № 2.— С. 881 — 900.
69. Вудс С. Волоконные лазеры средней мощности и их применение // С. Вудс, М. Дака, Г. Флин.— Фотоника.— 2008.— № 4.— С. 6 — 10.
70. Никоноров Н. В. Волноводная фотоника: учебное пособие. Курс лекций / Н. В. Никоноров, С. М. Шандаров.— СПб. : СПбГУ ИТМО, 2008.— 143 с.
71. Васильев С. А. Волоконные решётки показателя преломления и их применения / С. А. Васильев, О. И. Медведков, И. Г. Королёв и др. // Квантовая электроника.— 2005.— Т. 35, № 12.— С. 1085 — 1103.
72. Кравцов Н. В. Высокостабильные одночастотные твердотельные лазеры / Н. В. Кравцов, О. Е. Наний // Квантовая электроника.— 1993.— Т. 20, №4.— С. 322 — 344.
73. Матковський А. О. Матеріали квантової електроніки // Львів: Ліга-Пресс, 2000.
74. Зверев Г. М. Твердотельные микролазеры на кристаллах с высокой концентрацией ионов неодима / Г. М. Зверев, И. И. Куратьев, А. В. Шестаков // Изв. АН СССР. Сер. Физ.— 1982.— Т.46.— С. 1561 — 1566.
75. Матковский А. О. Микрочиповые лазеры / А. О. Матковский, И. М. Сыворотка, С. Б. Узбиский и др. // Технология и конструирование в электронной аппаратуре.— 2002.— №3.— С.15 — 21.
76. Shepherd D.P., Hettrick S.J. et al. High-power planar dielectric waveguide lasers // J.Phys.D:Appl.Phys.— 2001.— N34.—P. 2420 — 2432.
77. Земский В. И. Физика и техника импульсных лазеров на красителях / В. И. Земский, Ю. Л. Колесников, И. К. Мешковский.— СПб. : СПбГУ ИТМО, 2005.— 176 с.
78. Лазеры на красителях // под ред. Ф. П. Шефера.— М. : Мир, 1976.— 329 с.

79. Добровольский А. Ф. Влияние реакторного излучения на работу неодимового лазера на неорганической жидкости / А. Ф. Добровольский, Д. В. Кабаков, А. А. Серегин, Е. А. Серегина, Г. В. Тихонов // Квант. электроника.— 2009.— Т. 39 (2).— С. 139—142.
80. Лившиц Д. А. Рекордные мощностные характеристики лазеров на основе InGaAs/AlGaAs/GaAs- гетероструктур / Д. А. Лившиц, А. Ю. Егоров, И. В. Кочнев и др. // Физика и техника полупроводников.— 2001.— Т. 35, Вып. 3.— С. 380—384.
81. Кравцов Н. В. Высокостабильные одночастотные твердотельные лазеры / Н. В. Кравцов, О.Е. Наний // Квантовая электроника.— 1993.— Т. 20, № 4.— С. 322—344.
82. Матковський А. О. Матеріали квантової електроніки // Львів : Ліга-Пресс, 2000.
83. Демиховский В. Я. Квантовые ямы, нити, точки. Что это такое? // Соросовский образовательный журнал.— 1997.— №5.— С. 80—86.
84. Алферов Ж. И. Гетероструктуры с квантовыми точками: получение, свойства, лазеры. Обзор /Ж. И. Алферов, Н. Н. Леденцов, В. М. Устинов и др. // Физика и техника полупроводников.— 1998.— Т. 32., №. 4.— С. 385—410.
85. Зверев М. М. Низкопороговые полупроводниковые лазеры зеленого диапазона с накачкой электронным пучком на основе квантоворазмерных гетероструктур./М. М. Зверев, С. В. Иванов, Д. В. Перегудов и др. // Квантовая электроника,— 2004.— Т. 34, № 10.— С. 909—911.
86. Обухов И. А. Неравновесные эффекты в электронных приборах. — Севастополь : Вебер, 2010.— 303 с.
87. Физика активных диэлектриков: учебное пособие / под ред. проф. В. П. Сахненко / Ю. М. Поплавко, Л. П. Переверзева, И. П. Раевский.— Севастополь : Вебер, 2010.— 478 с.

Навчальне видання

**Кривець** Олександр Сергійович,  
**Шматько** Олександр Олександрович,  
**Ющенко** Ольга Володимирівна

# **КВАНТОВА ЕЛЕКТРОНІКА**

Навчальний посібник

Художнє оформлення О.С. Кривця, О.В. Ющенко  
Редактор Н.А. Гавриленко  
Комп'ютерне верстання О.С. Кривця, О.В. Ющенко

Формат 60×84/16. Ум.друк.арк. 19,77. Обл.-вид.арк. 16,73. Тираж 300 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач  
Сумський державний університет,  
вул. Римського-Корсакова, 2, м.Суми, 40007  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3062 від 17.12.2007.