УДК 621.891

KΠ

№ держреєстрації 0112U001380

Інв. №

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України Сумський державний університет (СумДУ) 40007, м. Суми, вул. Р.-Корсакова, 2: тел. (0542) 33-41-08, факс (0542) 33-40-49

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи

доктор фіз.-мат. наук, проф.

___А.М. Чорноус

3BIT

ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

"МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРТЯ МЕТАЛЕВИХ НАНОЧАСТИНОК I МЕЖОВИХ ПЛІВОК РІДИН, ЩО ВЗАЄМОДІЮТЬ ІЗ АТОМАРНО-ГЛАДКИМИ ПОВЕРХНЯМИ"

(проміжний)

Начальник НДЧ

кандидат фіз.-мат. наук

Керівник НДР

доктор фіз.-мат. наук, проф.

Д.І. Курбатов

О.В. Хоменко

Суми - 2012

Рукопис закінчено 15 грудня 2012 р. Результати цієї роботи розглянуто на засіданні наукової ради СумДУ, протокол № 4 від 2012.12.27

СПИСОК АВТОРІВ

Лаборант		
к.фм.н., докторант		Я. О. Ляшенко
	(2012.12.15)	(розд. 1, 2)
Лаборант		
аспірант		А. М. Заскока
	(2012.12.15)	(розд. 3)
Інженер		
к.фм.н., ст. викладач		В. М. Борисюк
	(2012.12.15)	(розд. 1)
Провідний інженер		
к.е.н., асистент		О.В.Люльов
	(2012.12.15)	(розд. 2)
Науковий співробітник		
к.т.н., пров.фахівець		В.В.Фалько
	(2012.12.15)	(розд. 3)
Провідний інженер		
к.е.н., ст. викладач		Б. Л. Ковальов
	(2012.12.15)	(розд. 1)
Інженер		
інженер-програміст		Н. І. Барило
	(2012.12.15)	(розд. 2)
Старший науковий співр	обітник	
к.фм.н., доцент		I. В. Коплик
	(2012.12.15)	(розд. 3)
Асистент		
к.фм.н.		М. В. Проданов
	(2012.12.15)	(розд. 1)

Студент		Д. О. Сінько
	(2012.12.15)	(розд. 2)
Аспірант		Н. М. Манько
	(2012.12.15)	(розд. 3)

ΡΕΦΕΡΑΤ

Звіт про НДР: 53 с., 13 рис., 53 джерела.

Об'єктом дослідження є ультратонка плівка мастила, затиснута між двома атомарно-гладкими твердими поверхнями тертя.

Завдання дослідження — побудова термодинамічної моделі плавлення ультратонкої плівки мастила та дослідження поведінки трибологічної системи на її основі.

Використана методика дослідження — методи теорії фазових переходів та теорії пружності, методи обчислювальної математики.

Розглянуто траєкторію і швидкість руху блока, закріпленого між двома пружинами, коли на ньому знаходиться інший блок, який рухається за періодичним законом за наявності сил взаємодії між поверхнями вказаних блоків. У явному вигляді отримано релаксаційне рівняння типу Ландау-Халатнікова, за допомогою якого обчислені кінетичні залежності пружних напружень і сили тертя за наявності у системі фазових переходів першого роду. Таким чином описаний переривчастий (stick-slip) режим руху, що спостерігається експериментально.

Актуальність роботи полягає в тому, що вона дозволяє пояснити ефекти, що спостерігаються в експериментах з межового тертя (зсувне плавлення, ефекти пам'яті, переривчастий режим, тощо). Отримані результати надають можливість спрогнозувати поведінку трибологічних систем, які працюють в режимах, коли товщина змащувального матеріалу не перевищує декілька атомарних діаметрів, при зміні зовнішніх та внутрішніх параметрів.

ТЕРТЯ, ПРУЖНІ ТА В'ЯЗКІ НАПРУЖЕННЯ, ДЕФОРМАЦІЯ, ТРИ-БОЛОГІЧНА СИСТЕМА, ПЕРЕРИВЧАСТИЙ РУХ, ПЛАВЛЕННЯ, ФА-ЗОВИЙ ПЕРЕХІД.

ЗМІСТ

BC	ТУП	7
1	ТЕРМОДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ	10
1.1	Вільна енергія	10
1.2	Стаціонарні значення	11
1.3	Критичні значення і гістерезис	13
1.4	Зв'язок між швидкістю зсуву і пружною компонентою деформації	14
1.5	Сила тертя	17
1.6	Переривчастий режим тертя	19
2	ПЕРІОДИЧНИЙ ЗОВНІШНІЙ ВПЛИВ	21
2.1	Схема трибологічної системи	21
2.2	Переривчастий режим	22
2.3	Фазові портрети	26
2.4	Вплив температури	27
2.5	Числовий експеримент	29
3	СТАЛИЙ ЗОВНІШНІЙ ВПЛИВ	35
3.1	Трибологічна система і основні рівняння	35
3.2	Гістерезисна поведінка	36

3.3	Переривчастий режим при збільшенні швидкості	43
ВИ(СНОВКИ	46
СПІ	ИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	48

вступ

У зв'язку зі стрімким розвитком нанотехнологій і мініатюризацією деталей пристроїв все більш гостро постає проблема забезпечення стабільної роботи наномеханізмів в умовах недостатнього або повністю відсутнього змащування. Тому останнім часом дуже активно вивчаються закони тертя при товщині мастила, що складає лише декілька молекулярних шарів. Такий режим отримав назву межового тертя і суттєво відрізняється від рідинного і сухого режимів [1—3]. У режимі межового тертя можлива реалізація доменної структури мастила з рідиноподібними та твердоподібними станами [4—6]. Причому таких станів може бути декілька, і їх властивості якісним чином залежать як від властивостей поверхонь тертя, так і від зовнішніх параметрів — таких як температура, тиск, швидкість зсуву, тощо.

Системи, що працюють в межовому режимі, мають багато особливостей у залежності від реалізації умов тертя. У запропонованій роботі розглядається межове тертя двох атомарно-гладких поверхонь за наявності однорідного ультратонкого шару мастила з неполярних молекул між ними. Останнім часом стало можливим експериментальне дослідження таких систем. У такому межовому режимі часто спостерігається періодичний переривчастий рух [4, 5, 7], який пояснюється як плавлення мастила за рахунок зсуву поверхонь і наступне тверднення за рахунок їх здавлювання під дією зовнішнього тиску. Такі переходи можуть бути представлені як фазові перетворення першого [4,5,7–9] або другого [10, 11] роду між кінетичними режимами тертя, які не є стійкими термодинамічними фазами. Для вивчення трибологічних і реологічних властивостей межового мастила проводяться численні експериментальні [4,5,12–15] і теоретичні [7, 10, 16] дослідження. Встановлено, що зі зменшенням товщини мастила фізичні властивості в процесі тертя змінюються спочатку кількісно, а потім, при деякій критичній товщині, властивості набувають різких якісних змін. Це дозволяє експериментально і теоретично отримувати фазові діаграми станів мастила для його різних товщин [17].

Для опису межового режиму тертя та наноконтактних явищ широко використовуються феноменологічні моделі [7, 10, 18, 19]. Зокрема, в роботі [8] розроблено модель, у якій плавлення мастила відбувається в результаті термодинамічного і зсувного механізмів. У вказаній моделі досліджено вплив адитивних флуктуацій основних величин [20] і показано, що їх наявність в системі призводить до виникнення нових стаціонарних станів та кінетичних режимів тертя [21, 22], у той час як для об'ємних систем вони чинять незначний вплив. Причини гістерезисної поведінки, що спостерігається експериментально [12, 13, 23], з'ясовано в роботі [24]. У рамках вказаної моделі також описаний періодичний переривчастий режим руху [11, 25].

У роботах [10, 26] запропоновано термодинамічне представлення межового тертя, що грунтується на теорії фазових переходів Ландау [27]. У зазначеній моделі також враховується той факт, що ультратонка плівка мастила може плавитися та перебувати в рідиноподібному невпорядкованому стані як за рахунок звичайного термодинамічного плавлення, так і в результаті перевищення зсувною компонентою напружень межі плинності ("зсувне плавлення"). Вплив цих факторів вивчається також в роботі [18], у якій параметром порядку є надлишковий об'єм [28, 29], що виникає за рахунок хаотизації мастила при плавленні. Зі збільшенням величини надлишкового об'єму зменшується модуль зсуву [18], що призводить до плавлення. У роботах [10, 26] у якості параметра порядку обраний безпосередньо модуль зсуву, що приймає нульові значення в рідиноподібній фазі.

Проте, в [10, 26] плавлення описується як неперервний фазовий перехід другого роду, але в режимі межового тертя часто спостерігаються стрибкоподібні фазові переходи першого роду [4, 5, 18], що спричиняють переривча-

стий режим руху [4, 5]. Метою цієї роботи є опис фазового переходу першого роду в рамках моделі [10,26] і дослідження поведінки трибологічної системи на основі вказаної модифікації. У запропонованій моделі не вивчаються конкретні типи мастил, оскільки її метою є опис причини явищ, що відбуваються при межовому терті. Для конкретних типів мастил і поверхонь тертя модель потрібно модифікувати. Частково це може бути зроблено вибором числових значень коефіцієнтів розкладання вільної енергії, часів релаксації, тощо. Модель описує лише однорідні мастила, що складаються з неполярних квазісферичних молекул [4,5]. Однією з причин цього є те, що досліджується ситуація, коли в рідиноподібному стані пружні напруження приймають нульове значення, тобто при плавленні здійснюється повне розупорядкування молекул мастила, що не спостерігається в тонких мастилах із полімерних молекул. Причини гістерезису, який спостерігався в експериментах з межового тертя [12, 13, 23], детально досліджуються в рамках синергетичної моделі в роботах [8,24]. Метою запропонованої роботи є вивчення гістерезисних явищ в рамках термодинамічної моделі [10] при реалізації в системі фазового переходу першого роду [30-37].

1 ТЕРМОДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ

1.1 Вільна енергія

Густина вільної енергії для ультратонкого шару плівки мастила в однорідному випадку записується у вигляді [10, 26, 30, 31]:

$$f = \alpha (T - T_c)\varphi^2 + \frac{a}{2}\varphi^2 \varepsilon_{el}^2 - \frac{b}{3}\varphi^3 + \frac{c}{4}\varphi^4, \qquad (1.1)$$

де T – температура мастила, T_c – критична температура, ε_{el} – зсувна компонента пружної деформації, α , a, b, c – додатні сталі, φ – параметр порядку (амплітуда періодичної складової мікроскопічної функції густини середовища [10, 26]). Параметр φ дорівнює нулю в рідиноподібній фазі і приймає ненульові значення в твердоподібній. У потенціалі (1.1), у порівнянні з роботами [10, 26], додатково врахований член третьої степені. Такий вигляд розкладання використовується для опису фазових переходів першого роду [27, 38]. Також у другому доданку (1.1) введений множник a, що дозволяє варіювати вклад у потенціал пружної енергії.

Пружні напруження, що виникають в шарі мастила, згідно з (1.1), визначаються як $\sigma_{el} = \partial f / \partial \varepsilon_{el}$:

$$\sigma_{el} = a\varphi^2 \varepsilon_{el}.\tag{1.2}$$

Таким чином, з введенням у розкладання (1.1) коефіцієнта *а* модуль зсуву визначається як

$$\mu = a\varphi^2, \tag{1.3}$$

і в залежності від значення параметра a може приймати як малі, так і великі значення при $|\varphi| < 1$. Зазначимо, що в режимі межового тертя модуль зсуву може бути на декілька порядків більший, ніж у гідродинамічному режимі для того самого мастила. Зазвичай у процесі тертя при перевищенні критичних значень температури T, або пружних зсувних напружень σ_{el} , мастило плавиться не повністю, а створюється доменна структура з областями рідинного і сухого тертя. Для вивчення такої ситуації в (1.1) потрібно враховувати градієнтні доданки, що значно ускладнює подальший розгляд. Але дослідження таких просторових структур — це окрема задача, яка не є метою даної роботи. Тому градієнтні доданки в (1.1) не враховуються, що відповідає розгляду поведінки мастила в рамках одного домену з однорідною структурою.

1.2 Стаціонарні значення

Згідно з принципом мінімуму енергії система при будь-яких початкових умовах прагне зайняти стаціонарний стан, що відповідає мінімуму вільної енергії $f(\varphi)$ (1.1). Оскільки параметр φ є амплітудою періодичної складової мікроскопічної функції густини середовища, розглядаємо далі лише фізичну область значень $\varphi \ge 0$. Введемо функцію

$$B(\varepsilon_{el}, T) = a\varepsilon_{el}^2 + 2\alpha(T - T_c).$$
(1.4)

Аналіз виразу для вільної енергії (1.1) дозволяє виділити такі ситуації. При виконанні умови $B(\varepsilon_{el}, T) \leq 0$ реалізується нульовий максимум потенціалу (1.1) і його ненульовий мінімум при $\varphi > 0$ (крива 1 на рис. 1.1). У цьому випадку мастило твердоподібне, оскільки модуль зсуву $\mu > 0$. В проміжному діапазоні значень $0 < B(\varepsilon_{el}, T) < b^2/(4c)$ нульовий максимум потенціалу перетворюється на мінімум і додатково з'являється максимум, який розділяє нульовий і ненульовий мінімуми (крива 2 на рис. 1.1, також показана у збільшеному вигляді на вставці). У цьому випадку стан мастила залежить від початкових умов і воно може перебувати як у твердоподібному, так і в рідиноподібно-



Рисунок 1.1 — Залежність густини вільної енергії f(1.1) від параметра порядку φ (безрозмірна величина) при $\alpha = 0.95 \ \text{Дж} \cdot \text{K}^{-1} / \text{ M}^3$, $T_c = 290 \ \text{K}$, $a = 4 \cdot 10^{12} \ \text{Па}$, $b = 230 \ \text{Дж} / \text{M}^3$, $c = 850 \ \text{Дж} / \text{M}^3$. Криві 1 — 3 відповідають температурам $T = 265, 286, 310 \ \text{K}$ і деформації зсуву $\varepsilon_{el} = 2.1 \cdot 10^{-6}$.

му стані. В останньому випадку $B(\varepsilon_{el}, T) \ge b^2/(4c)$, показаному кривою 3 на рис. 1.1, реалізується єдиний мінімум потенціалу при $\varphi = 0$, що згідно з (1.3) відповідає нульовому значенню модуля зсуву мастила і його рідиноподібній структурі.

Стаціонарні значення параметра порядку φ визначаються коренями рівняння $\partial f / \partial \varphi = 0$ [30, 31]:

$$\varphi_{\mp} = \frac{b}{2c} \mp \sqrt{\left(\frac{b}{2c}\right)^2 - \left(\frac{a}{c}\varepsilon_{el}^2 + \frac{2\alpha(T - T_c)}{c}\right)},\tag{1.5}$$

де φ_{-} відповідає нестійкому стаціонарному стану, оскільки відповідає максимуму потенціалу (1.1). Стійкий стан, що відповідає мінімуму потенціалу, дається значенням φ_{+} . Додатково до умови (1.5) завжди існує стаціонарний розв'язок $\varphi_{0} = 0$, який відповідає екстремуму потенціалу (1.1) при нульовому значенні параметра порядку, причому це може бути як максимум, так і мінімум потенціалу. Згідно з (1.5) плавлення мастила може здійснюватися як за рахунок підвищення температури T, так і при зростанні зсувної компоненти

пружної деформації ε_{el} . Таким чином, модель враховує термодинамічне і зсувне плавлення.

1.3 Критичні значення і гістерезис

Як вже зазначалося вище, при малих значеннях температури T і деформації ε_{el} , коли функція $B(\varepsilon_{el}, T) \leq 0$, мастило твердоподібне, оскільки згідно з (1.5) реалізується відмінне від нуля стаціонарне значення параметра φ , і згідно з (1.3) модуль зсуву μ також не дорівнює нулю. У цьому випадку потенціал має єдиний мінімум при $\varphi \geq 0$. При перевищенні температурою T критичної величини

$$T_{c0} = T_c - \frac{a}{2\alpha}\varepsilon_{el}^2 + \frac{b^2}{8\alpha c}$$
(1.6)

параметр порядку стрибкоподібно змінюється до нульового значення з переходом мастила в рідиноподібний стан, у якому потенціал $f(\varphi)$ має єдиний нульовий мінімум [30, 31]. Якщо після вказаного переходу знижувати T, мастило твердне за механізмом фазового перетворення першого роду при меншому значенні температури

$$T_c^0 = T_c - \frac{a}{2\alpha} \varepsilon_{el}^2 \tag{1.7}$$

і параметр φ знову стає ненульовим. В проміжній області температур $T_c^0 < T < T_{c0}$ потенціал характеризується двома мінімумами при додатних φ . Таким чином, залежність $\varphi(T)$ має гістерезисний характер [30,31] і відповідає фазовому переходу першого роду. Вираз (1.7) подає фізичний зміст критичної температури T_c — це температура тверднення мастила при нульових деформаціях, коли в системі наявний лише механізм термодинамічного плавлення. З

виразів (1.6) і (1.7) легко визначити ширину гістерезису за температурою

$$\Delta T = T_{c0} - T_c^0 = \frac{b^2}{8\alpha c},$$
(1.8)

яка залежить лише від сталих розвинення (1.1).

Із виразу (1.6) слідує, що мастило плавиться не лише з підвищенням температури, а також при зовнішній механічній дії, коли пружна компонента зсувної деформації перевищує критичне значення

$$\varepsilon_{el,c0} = \sqrt{\frac{2\alpha(T_c - T)}{a} + \frac{b^2}{4ac}}.$$
(1.9)

З формули (1.7) визначимо пружну деформацію ε_{el} , при якій мастило твердне:

$$\varepsilon_{el,c}^0 = \sqrt{\frac{2\alpha(T_c - T)}{a}}.$$
(1.10)

Відмітимо, що згідно зі співвідношенням (1.9) плавлення може відбуватися навіть при нульовій температурі T = 0, якщо деформація перевищує критичне значення. При нульовій деформації $\varepsilon_{el} = 0$ мастило плавиться, коли його температура перевищує критичне значення T_{c0} (1.6).

1.4 Зв'язок між швидкістю зсуву і пружною компонентою деформації

Зазвичай в експериментах фіксується не зсувна компонента деформації ε_{el} , а відносна швидкість зсуву поверхонь тертя [4, 5]. Тому для подальшого дослідження необхідно отримати зв'язок між цими двома величинами. Скористаємося дебаївським наближенням, згідно з яким пружна компонента дефор-

мації ε_{el} виникає в шарі мастила при пластичній течії зі швидкістю $\dot{\varepsilon}_{pl}$ [10]:

$$\dot{\varepsilon}_{pl} = \frac{\varepsilon_{el}}{\tau_{\varepsilon}},\tag{1.11}$$

де τ_{ε} — максвеллівський час релаксації внутрішніх напружень. Повна деформація в шарі визначається сумою пружної ε_{el} та пластичної ε_{pl} компонент [10, 29]

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl}.\tag{1.12}$$

Швидкість деформації визначається через швидкість руху і товщину мастила *h* [39]:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{V}{h},\tag{1.13}$$

Комбінуючи співвідношення (1.11), (1.12) і (1.13), отримаємо кінетичне рівняння для еволюції пружної компоненти деформації зсуву [18, 30, 31, 40]:

$$\tau_{\varepsilon} \dot{\varepsilon}_{el} = -\varepsilon_{el} + \frac{V \tau_{\varepsilon}}{h}.$$
(1.14)

Експерименти з дослідження межового тертя вказують на те, що час релаксації пружної деформації зазвичай дуже малий. Його можна оцінити зі співвідношення $\tau_{\varepsilon} \approx a/c \sim 10^{-12}$ с, де $a \sim 1$ нм — стала гратки або міжмолекулярна відстань, $c \sim 10^3$ м/с — швидкість звуку [8]. Однак в межовому режимі час τ_{ε} може відрізнятись на декілька порядків [4,5]. Зважаючи на те, що час релаксації деформації τ_{ε} малий, далі будемо використовувати адіабатичне наближення $\tau_{\varepsilon}\dot{\varepsilon}_{el} \approx 0$ [41], яке дозволяє замість (1.14) для визначення деформації використовувати її стаціонарне значення

$$\varepsilon_{el}^0 = \frac{V\tau_{\varepsilon}}{h}.$$
(1.15)

У загальному випадку вільна енергія (1.1) залежить від товщини мастила

h [26]. Зазначимо, що в рамках нашого представлення другий доданок у виразі (1.1) пропорційний квадрату пружної деформації ε_{el}^2 . Згідно зі співвідношенням (1.15) стаціонарна пружна деформація збільшується зі зменшенням товщини мастила h. Тому для граничного випадку дуже тонкого шару $h \to 0$ деформація $\varepsilon_{el} \to \infty$. При цьому в розкладанні (1.1) визначальним стає другий доданок, а стаціонарне значення параметра порядку дорівнює нулю, отже мастило рідиноподібне, як і в роботі [26]. Детальне вивчення впливу товщини мастила на режими тертя проводилось в роботах [17, 42].

Аналогічно до випадку з температурою можна виділити критичні значення швидкостей зсуву, після підстановки (1.15) в (1.9) та (1.10): при перевищенні швидкістю величини

$$V_{c0} = \frac{h}{\tau_{\varepsilon}} \sqrt{\frac{2\alpha(T_c - T)}{a} + \frac{b^2}{4ac}}$$
(1.16)

відбувається плавлення мастила, а твердне мастило, коли V стає менше значення

$$V_c^0 = \frac{h}{\tau_{\varepsilon}} \sqrt{\frac{2\alpha(T_c - T)}{a}}.$$
(1.17)

Відмінність від випадку з температурою тут полягає в тому, що ширина гістерезису за швидкістю $\Delta V = V_{c0} - V_c^0$ з ростом температури збільшується. Швидкість і температура по-різному впливають на ширину гістерезису, оскільки температура T входить в потенціал (1.1) в першому степені, а зсувна пружна деформація ε_{el} (відповідно і швидкість V) — в другому.

1.5 Сила тертя

Силу тертя визначимо стандартним чином:

$$F = \sigma A, \tag{1.18}$$

де *σ* – зсувне напруження, що виникає в мастилі, *A* – площа контакту тертьових поверхонь.

У режимі межового тертя в шарі мастила виникають пружні σ_{el} і в'язкі (дисипативні) σ_v напруження [10, 13, 18]. Як правило, з плавленням пружна компонента напружень зменшується, а в'язка росте за рахунок збільшення відносної швидкості зсуву тертьових поверхонь [13]. Отже, повне напруження визначається сумою вказаних компонент:

$$\sigma = \sigma_{el} + \sigma_v. \tag{1.19}$$

В'язкі напруження в шарі мастила визначатимемо за емпіричною формулою [39, 43]

$$\sigma_v = \frac{\eta_{eff}V}{h},\tag{1.20}$$

де введено в розгляд ефективну в'язкість мастила η_{eff} , яка залежить від багатьох факторів та знаходиться експериментально, а також швидкість руху поверхні V.

Зазвичай при межовому терті в якості мастил використовуються полімерні розчини або розплави. Необхідність цього викликана тим, що поверхні тертя мають малий розмір і плівка мастила не повинна видавлюватися з-під них під дією великих трибологічних навантажень. Такі мастила являють собою неньютонівські рідини, в'язкість яких залежить не лише від температури, а також від градієнта швидкості. Однак використання апарату поверхневих сил дозволяє досліджувати поведінку широкого класу мастил в режимі межового тертя, оскільки в цих експериментах тертьові поверхні повністю занурені в ємність з досліджуваною рідиною, і її видавлювання з-під поверхонь під час руху не відбувається [23]. Але зазначимо, що навіть звичайна вода в режимі межового змащування може поводити себе як неньютонівська рідина, оскільки в процесі руху за рахунок взаємодії з поверхнями може створювати просторові впорядковані структури. Неньютонівські рідини поділяють на два класи: псевдопластичні рідини, в'язкість яких з ростом швидкості деформації $\dot{\varepsilon}$ зменшується (приклад — полімерні розчини і розплави) і ділатантні рідини, в'язкість яких з ростом $\dot{\varepsilon}$ збільшується (приклад — суспензії твердих частинок). Для врахування обох ситуацій використаємо просту степеневу апроксимацію [39, 43]:

$$\eta_{eff} = k(\dot{\varepsilon})^{\gamma}. \tag{1.21}$$

Тут введено коефіцієнт пропорційності $k [\Pi a \cdot c^{\gamma+1}]$ і безрозмірний показник γ (для псевдопластичних рідин $\gamma < 0$, ділатантні характеризуються показником $\gamma > 0$, і у випадку ньютонівських рідин $\gamma = 0$).

З урахуванням (1.21), (1.13) вираз для в'язких напружень (1.20) записується у вигляді

$$\sigma_v = k \left(\frac{V}{h}\right)^{\gamma+1}.$$
(1.22)

Зазначимо, що згідно з (1.22) в'язкі напруження присутні як в рідиноподібному, так і в твердоподібному станах мастила. На наявність в'язких (дисипативних) напружень в обох фазах було вказано в експериментальній роботі [13]. Проте в твердоподібному стані мастила в'язкі напруження набувають малого значення, оскільки згідно з (1.22) вони пропорційні швидкості зсуву V, яка при цьому мала.

Підставивши (1.19) і (1.22) в (1.18), отримаємо остаточний вираз для

сили тертя [30, 31, 40, 44]:

$$F = \left[\sigma_{el} + k \operatorname{sgn}(V) \left(\frac{|V|}{h}\right)^{\gamma+1}\right] A, \qquad (1.23)$$

де для врахування напряму дії сили введено знакову функцію, яку визначимо наступним чином:

$$\operatorname{sgn}(V) = \begin{cases} 1, \ V \ge 0, \\ -1, \ V < 0. \end{cases}$$
(1.24)

Перший доданок в (1.23) подає пружну компоненту сили тертя, другий — в'язку, яка зростає зі швидкістю. Таким чином, сила тертя залежить від швидкості руху блока V і пружних напружень σ_{el} , які виникають в мастилі.

1.6 Переривчастий режим тертя

Зміни температури мастила T і деформації ε_{el} спричиняють зміну параметра порядку φ , який задає вільну енергію f(1.1) згідно зі степеневим розкладанням в ряд [27]. Час встановлення нового стаціонарного значення φ_+ , яке подається виразом (1.6), визначається узагальненою термодинамічною силою $-\partial f/\partial \varphi$. Якщо $\varphi \approx \varphi_+$, ця сила мала і процес релаксації описується лінійним кінетичним рівнянням Ландау-Халатнікова [45]:

$$\dot{\varphi} = -\delta \frac{\partial f}{\partial \varphi},\tag{1.25}$$

де кінетичний коефіцієнт δ характеризує інерційні властивості системи. Підставивши до (1.25) енергію (1.1), отримаємо рівняння у явному вигляді:

$$\dot{\varphi} = -\delta \left(2\alpha (T - T_c)\varphi + a\varphi \varepsilon_{el}^2 - b\varphi^2 + c\varphi^3 \right) + \xi(t).$$
(1.26)

В (1.26) введено доданок, який представляє адитивні флуктуації типу білого шуму з моментами [21,22]

$$\langle \xi(t) \rangle = 0; \qquad \langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2D\delta(t-t'), \qquad (1.27)$$

де *D* – це інтенсивність стохастичного джерела. При використанні метода Ейлера-Кромера для розв'язку рівняння (1.26) відповідна ітераційна процедура приймає вигляд [20,22]

$$\varphi_2 = \varphi_1 - \delta \left(2\alpha (T - T_c)\varphi + a\varphi \varepsilon_{el}^2 - b\varphi^2 + c\varphi^3 \right) \Delta t + \sqrt{\Delta t} W_n.$$
(1.28)

Тут Δt — крок інтегрування за часом, і введена випадкова величина W_n , яка визначається функцією Бокса-Мюллера [22]:

$$W_n = \sqrt{2D}\sqrt{-2\ln r_1}\cos(2\pi r_2), \qquad r_i \in (0,1], \tag{1.29}$$

де r_1 , r_2 — псевдовипадкові числа з рівномірним розподілом. Далі інтенсивність флуктуацій обирається настільки малою ($D = 10^{-25}$ c⁻¹ [31]), що вони суттєво не впливають на поведінку системи, але їх введення є необхідним, оскільки при подальшому числовому розрахунку корінь рівняння (1.26) $\varphi = 0$, відповідаючий максимуму потенціалу $f(\varphi)$, тобто нестійкому стаціонарному стану, згідно зі структурою рівняння є стійким. З введенням $\xi(t)$ в описаній ситуації система з нестійкого стану перейде в стійкий, який відповідає мінімуму енергії. Таким чином, флуктуації враховуються через особливості подальшого числового розрахунку.

2 ПЕРІОДИЧНИЙ ЗОВНІШНІЙ ВПЛИВ

2.1 Схема трибологічної системи

Оскільки отримання атомарно-гладких поверхонь великих розмірів пов'язане з суттєвими технологічними труднощами, для вимірювання динамічних параметрів ультратонкої плівки мастила, що затиснута між ними, використовують поверхні невеликого розміру, наклеєні на сферичні або циліндричні поверхні, які труться між собою. Такий принцип використаний при побудові апарату поверхневих сил¹ [23, 46, 47]. В огляді [23] описані два типи SFA — Mk II і Mk III. В останньому з них покращено систему регулювання відстані між тертьовими поверхнями. Він дозволяє визначати форму поверхонь і відстань між ними з точністю до 1 Å. Площа контакту поверхонь вимірюється із точністю до $\pm 5\%$, нормальні і зсувні компоненти діючих сил — до $\pm 1\%$, величина прикладеного навантаження — до $\pm 5\%$.

В SFA одна з тертьових поверхонь є нерухомою, а інша приводиться в періодичний рух. Під час руху вимірюються зсувні напруження, ефективна в'язкість мастила, визначається його структура, тощо. В даній роботі ми будемо розглядати спрощений механічний аналог SFA, наведений на рис. 2.1 [48,49]. Тут дві пружини з коефіцієнтами жорсткості K зв'язані з блоком маси M, який знаходиться на роликах, тертям кочення яких в подальшому нехтуємо. На вказаному блоці знаходиться інший блок, який приводиться в періодичний рух за допомогою зовнішніх сил. За наявності сил взаємодії між поверхнями двох блоків рух верхнього призводить до руху нижнього, траєкторія якого суттєво залежить від режиму тертя, що встановлюється в системі. Подібна трибологічна система експериментально досліджувалася в роботах [48, 49]. Зазначимо, що на відміну від SFA, обидва блоки є рухомими, що

¹В англомовній термінології surface force apparatus (SFA)

дозволяє отримувати часові залежності координат та швидкостей блоків, і при їх аналізі визначати реологічні та трибологічні характеристики системи. Нехай



Рисунок 2.1 – Схема трибологічної системи.

 $X, V = \dot{X} -$ координата і швидкість верхнього блока, $x, v = \dot{x} -$ координата і швидкість нижнього. Розглянемо випадок, коли верхній блок приводиться в рух за циклічним законом

$$X = X_m \cos \omega t, \tag{2.1}$$

$$V = -X_m \omega \sin \omega t, \qquad (2.2)$$

де X_m — амплітуда, ω — циклічна частота. Запишемо рівняння руху нижнього блока у вигляді [48]

$$M\ddot{x} + 2Kx - F = 0. (2.3)$$

Оскільки в'язкі напруженя пропорційні відносній швидкості зсуву поверхонь (V – v), то формула (1.23) прийме вигляд:

$$F = \left[\sigma_{el} + k \operatorname{sgn}(V - v) \left(\frac{|V - v|}{h}\right)^{\gamma + 1}\right] A.$$
(2.4)

2.2 Переривчастий режим

Динамічні характеристики будь-якої трибологічної системи визначаються її властивостями в цілому. Наприклад, в ситуації, що показана на



Рисунок 2.2 – Залежності координат X, x, швидкостей V, v, пружних напружень σ_{el} (1.2) і сили тертя F (2.4) від часу t при параметрах рис. 1.1 і $h = 10^{-9}$ м, $\tau_{\varepsilon} = 10^{-8}$ с, $\gamma = -2/3$, $A = 0.6 \cdot 10^{-9}$ м², $k = 5 \cdot 10^4$ Па·с^{1/3}, $\delta = 100$ Дж⁻¹·м³/с, T = 200 K, $X_m = 0.8 \cdot 10^{-6}$ м, $\omega = 10$ рад/с, M = 0.4 кг, K = 3000 Н/м. Штриховими лініями показано координату X(t) і швидкість V(t) верхнього блока, суцільними – координату x(t) і швидкість v(t) нижнього.

рис. 2.1, поведінка системи суттєво залежить від коефіцієнта жорсткості пружини *K* і маси нижнього блока *M*. На відміну від руху зі сталими пружними деформаціями, у такій трибологічній системі в процесі тертя можлива реалізація переривчастого (stick-slip) режиму руху [4,5,7,11]. Вказаний режим встановлюється за рахунок того, що мастило в процесі руху періодично плавиться і твердне, що призводить до осцилюючого характеру сили тертя F. Для розрахунку часової еволюції будемо чисельно розв'язувати систему кінетичних рівнянь (2.3), (1.26), визначаючи силу тертя F із (2.4), (1.24), пружні напруження σ_{el} – згідно з (1.2), а значення деформації ε_{el} – зі співвідношення (1.15). Також при цьому необхідно враховувати зв'язок $\dot{x} = v$ і визначення (2.1), (2.2). Далі при числовому розв'язанні диференціальних рівнянь обирається крок інтегрування за часом $\Delta t = 10^{-10}$ с, і початкові умови $\varphi_0 = x_0 = v_0 = 0$.



Рисунок 2.3 — Залежності відносного зміщення (X - x) і відносної швидкості (V - v) блоків від часу t, що відповідають параметрам рис. 2.2.

Результат розв'язку вказаних рівнянь показаний на рис. 2.2. На верхній панелі рисунка штриховою лінією показана залежність координати верхнього блока X(t) (2.1), а суцільною — координата нижнього x(t), яка має більш складну залежність. Також на рисунку показані залежності швидкостей блоків від часу, пружні напруження зсуву σ_{el} (1.2), які виникають в мастилі, і повна

сила тертя F (2.4). Розглянемо ці залежності більш детально. В початковий момент часу t = 0 блоки нерухомі, а мастило твердоподібне, оскільки залежності побудовані при температурі мастила T, яка менша за критичну T_c^0 (1.7), а в стані спокою $\varepsilon_{el} = 0$. При t > 0 верхній блок починає рух, і його швидкість при цьому збільшується згідно з (2.2). Оскільки мастило твердоподібне, сила тертя F має в'язку і пружну компоненти, і нижній блок рухається разом з верхнім, але під час його руху збільшується абсолютне значення пружної сили Kx, яка перешкоджає руху нижнього блока, і тому швидкість v росте не так стрімко, як *V*. При цьому із часом збільшується відносна швидкість зсуву поверхонь блоків (V - v), і відповідно до (1.15) росте значення пружної деформації ε_{el} . З часом настає момент, коли виконується умова $\varepsilon_{el} > \varepsilon_{el,c0}$ (1.9), і мастило при цьому плавиться за механізмом "зсувного плавлення". При цьому сила тертя суттєво зменшується, оскільки напруження стають нульовими, тому нижній блок проковзує на значну відстань за рахунок пружної сили, що створюється стиснутою і розтягнутою пружинами. Тому відносна швидкість зсуву зменшується, і при виконанні умови $\varepsilon_{el} < \varepsilon_{el,c}^0$ (1.10) мастило знову набуває твердоподібної структури. Розглянутий процес періодичний у часі.

На рис. 2.3 додатково наведені часові залежності відносного зміщення блоків і їх відносної швидкості. Тут в моменти часу, коли відбувається "прилипання" поверхонь, відносне зміщення (X - x) залишається сталим, а відносна швидкість зсуву (V - v) близька до нульового значення (при цьому на рис. 2.2 залежності V(t) і v(t) візуально співпадають). Таким чином, реалізується періодичний переривчастий режим руху (stick-slip), який також характерний для сухого тертя без мастила [1, 2, 50]. При обраних параметрах за один повний період блоки 4 рази "прилипають" один до одного — по 2 рази під час руху в кожному з напрямків, причому отримані залежності симетричні відносно напряму руху. Проте в залежності від параметрів системи можлива реалізація різних ситуацій.

2.3 Фазові портрети

Фазові портрети системи при параметрах рис. 2.2 і різних значеннях циклічної частоти ω представлені на рис. 2.4. Причому кінетичні залежності, що наведені на рис. 2.2, повністю відповідають фазовому портрету на рис. 2.4,*a*, оскільки вони побудовані для однакових значень частоти ω . Важливо відмітити той факт, що фазові портрети на рис. 2.4,*a* і 2.4,*b* симет-



Рисунок 2.4 — Фазові портрети системи при параметрах на рис. 2.2 і значеннях циклічної частоти: $a - \omega = 10, \delta - 15, \beta - 32, \epsilon - 38$ рад/с.

ричні відносно початку координат, а фазові портрети на рис. 2.4, *б* і 2.4, *г*, демонструють ситуацію, коли рух верхньої поверхні тертя в обох напрямках не однаково впливає на переміщення нижньої. Такий випадок відповідає реалізації в системі ефектів пам'яті, які спостерігаються експериментально [4]. У цьому випадку рух нижнього блока також періодичний у часі, але часові залежності параметрів, які приведені на рис. 2.2, не є симетричними відносно їх нульових значень [31]. На рис. 2.4, σ на вставці показано збільшену область, що умовно позначена символом A, оскільки вона має виражені особливості, які на рисунку у звичайному масштабі неможливо розглянути. Таким чином, частота ω впливає на поведінку трибологічної системи нетривіальним чином, і її варіацією можна підбирати різні режими руху, які суттєво відрізняються один від одного. Зауважимо, що при деяких частотах стаціонарна поведінка системи, що встановлюється в результаті її еволюції, залежить від початкових умов, або від передісторії. Наприклад, на рис. 2.4, σ при початковому значенні $\varphi_0 \neq 0$ можливе встановлення режиму, який подібний до наведеного на рис. 2.4, σ . Цей факт також підтверджує наявність в системі ефектів пам'яті, що спостерігалися експериментально [4].

2.4 Вплив температури

Рис. 2.5 побудований для з'ясування впливу температури T мастила на кінетику плавлення. Залежності на вказаному рисунку за віссю часу поділені на 4 ділянки. Для першої ділянки обирається найменша температура, для кожної наступної температура збільшується, тобто має місце нерівність $T_1 < T_2 < T_3 < T_4$. Залежність на першій ділянці $T = T_1$ повторює залежність, показану більш детально на рис. 2.2, оскільки вона отримана при такому самому значенні T. З подальшим підвищенням температури $T = T_2$, як і при $T = T_1$, реалізується переривчастий (stick-slip) режим руху, але зменшується максимальне значення пружних напружень σ_{el} . За рахунок цього сила тертя F в твердоподібному стані мастила з підвищенням температури також зменшується. Зі збільшенням температури $T = T_3$ вказана тенденція зберігається.



Рисунок 2.5 — Залежності координат X, x, швидкостей V, v, пружних напружень σ_{el} (1.2) і сили тертя F (2.4) від часу t при параметрах рис. 2.2 і температурах $T_1 = 200$ K, $T_2 = 220$ K, $T_3 = 250$ K, $T_4 = 300$ K. Штриховими лініями показані X(t), V(t), суцільними – x(t), v(t).

Відмітимо, що зменшення кількості піків прилипання з підвищенням температури не є правилом, і може спостерігатися зворотна ситуація. При $T = T_4$ мастило рідиноподібне весь час, а пружні напруження дорівнюють нулю. Це відбувається за рахунок того, що при обраній температурі умова $T > T_c^0 (1.7)$ виконується навіть при $\varepsilon_{el} = 0$, тобто у разі плавлення мастило не може за-

твердіти за рахунок зменшення відносної швидкості зсуву тертьових поверхонь. Експерименти з подібними дослідженнями впливу температури нам не відомі, тому залежності, приведені на рис. 2.4, є прогнозуючими.

2.5 Числовий експеримент

Залежності, що показані на рис. 2.5, вказують на те, що зі збільшенням температури T спостерігається зменшення амплітуди пружних напружень σ_{el} , також зменшується максимальне значення сили тертя F. Дослідимо більш детально залежності амплітуд σ_{el} і F від температури Tв різних режимах функціонування системи. Будемо визначати амплітуду напружень як $\sigma_{el,max} := (\sigma_{el,max} - \sigma_{el,min})/2$, а амплітуду сили тертя як $F_{max} := (F_{max} - F_{min})/2$, де $\sigma_{el,max}$, F_{max} — максимальні значення пружних напружень і сили тертя, а $\sigma_{el,min}$, F_{min} — їх мінімальні значення, які визначаються протягом одного повного періоду $T = 2\pi/\omega$ після встановлення стаціонарного режиму тертя.

Залежності вказаних величин від температури для трьох типів мастил (псевдопластична рідина при $\gamma < 0$, ньютонівська при $\gamma = 0$, і ділатантна при $\gamma > 0$) наведені на рис. 2.6. Верхня панель рисунка показує, що з підвищенням температури пружні напруження $\sigma_{el,\max}$ зменшуються для всіх трьох типів рідин, тобто підвищення температури сприяє плавленню мастила. Відмітимо той факт, що для псевдопластичних рідин ($\gamma = -2/3$), які найчастіше використовуються в якості мастил для таких систем, амплітуда напружень набуває максимальних значень майже на всьому наведеному діапазоні температур, але плавлення в цьому випадку відбувається при менших *T*. На нижній панелі рисунка наведені залежності амплітуд сили тертя F_{\max} від температури мастила *T*. З рисунка слідує, що сила тертя зменшується з ростом тем-



Рисунок 2.6 — Залежності амплітудних значень пружних напружень $\sigma_{el,\max}$ і сили тертя F_{\max} від температури T при параметрах рис. 2.2 для псевдопластичної ($\gamma = -2/3$), ньютонівсь-кої ($\gamma = 0$) і ділатантної ($\gamma = 2/3$) рідин у якості мастила.

ператури лише для псевдопластичних рідин, і вона у всьому діапазоні температур у порівнянні з іншими типами рідин є мінімальною. Для ділатантних і ньютонівських рідин при обраних параметрах максимальна сила тертя з ростом температури не змінюється. Оскільки для цих рідин з ростом температури у зменшуються пружні напруження (верхня панель рисунка), це означає, що з ростом T зростає в'язка компонента сили тертя, що подається другим доданком у формулі (2.4), що в такій ситуації може відбуватися лише при збільшенні відносної швидкості руху блоків (V - v). Відмітимо, що згідно з рисунком для

ньютонівської і ділатантної рідини амплітуда сили тертя з підвищенням температури залишається сталою навіть у випадку $\sigma_{el} = 0$, тобто коли сила тертя має лише в'язку компоненту. Оскільки амплітуди F для $\gamma = 0$ і $\gamma = 2/3$ збігаються для всіх температур, вимірювати повну силу тертя в експерименті для визначення режиму недостатньо, і майже завжди додатково вивчають поведінку пружних σ_{el} і в'язких σ_v напружень [13]. Відмітимо також те, що згідно з результатами, наведеними на рис. 2.6, використання псевдопластичних рідин є оптимальним для зменшення тертя, оскільки вони сприяють встановленню режиму з мінімальною силою F, незважаючи на те, що пружні напруження для таких мастил майже у всьому діапазоні температур набувають максимальних значень.

З метою визначення залежності в'язкості від градієнта швидкості та температури проводяться як реальні [39], так і комп'ютерні [43] експерименти. Актуальність проблеми викликана тим, що в режимі межового тертя для нанорозмірних трибологічних систем залежності в'язкості від вказаних величин набувають аномальних властивостей. Навіть можливий режим, у якому при кріотемпературах сила тертя приймає майже нульові значення, що відповідає малій в'язкості мастила, і відповідно дуже слабкій дисипації енергії. В англомовній термінології такий режим отримав назву superlubricity [51, 52]. Дослідимо залежності сили тертя і напружень для трьох типів мастил, як і на рис. 2.6, але не від температури, а від коефіцієнта пропорційності k між в'язкістю і градієнтом швидкості (1.21). На рис. 2.7 представлені вказані залежності. Відмітимо, що на відміну від рис. 2.6, різні значення к відповідають різним мастилам, поверхням тертя, або геометрії експерименту. Тобто на залежностях, що наведені на рис. 2.7, кожна точка відповідає трибологічним системам, що відрізняються за своїми властивостями. Як можна бачити, для псевдопластичних рідин ($\gamma = -2/3$) пружні напруження зі збільшенням величини коефіцієнта к залишаються сталими. Для ньютонівських і ділатант-



Рисунок 2.7 — Залежності амплітудних значень пружних напружень $\sigma_{el,\max}$ і сили тертя F_{\max} від коефіцієнта пропорційності k (1.21) при параметрах рис. 2.2 для псевдопластичної ($\gamma = -2/3$), ньютонівської ($\gamma = 0$) і ділатантної ($\gamma = 2/3$) рідин у якості мастила.

них рідин максимальні напруження зі збільшенням k монотонно зменшуються. Амплітуда сили тертя F_{max} у випадку псевдопластичної рідини ($\gamma = -2/3$) зростає зі збільшенням коефіцієнта k, в той час як для показників $\gamma = 0$ і $\gamma = 2/3$ сила тертя поводить себе таким самим чином, як і на рис. 2.6, тобто залишається сталою. Однак, F_{max} на всьому наведеному діапазоні значень kмінімальна саме для псевдопластичної рідини, тому вона і в цьому випадку є оптимальною для створення умов зменшення тертя.



Рисунок 2.8 — Залежності амплітудних значень пружних напружень $\sigma_{el,\max}$ і сили тертя F_{\max} від коефіцієнта жорсткості пружини K (2.3) при параметрах рис. 2.2 для псевдопластичної ($\gamma = -2/3$), ньютонівської ($\gamma = 0$) і ділатантної ($\gamma = 2/3$) рідин у якості мастила.

На рис. 2.8 наведена поведінка досліджуваних величин зі збільшенням коефіцієнта жорсткості пружини K. Для ділатантних і ньютонівських рідин пружні напруження $\sigma_{el,\max}$ монотонно і повільно зростають. У випадку псевдопластичної рідини ($\gamma = -2/3$) напруження спочатку різко збільшуються, а далі залишаються майже сталими. Сила тертя в даному випадку для показника $\gamma = -2/3$ також зростає до певного значення, котре далі майже не змінюється. Для показників $\gamma = 0$ і $\gamma = 2/3$ амплітуди сили тертя F_{\max} лінійно збільшуються з ростом коефіцієнта жорсткості K, причому їх значення однакові, як і на попередніх двох рисунках. Таким чином, у цьому випадку псевдопластична рідина також забезпечує в системі мінімальну силу тертя. Можна зробити загальний висновок, що псевдопластичні рідини забезпечують оптимальний режим тертя в трибологічній системі, що наведена на рис. 2.1, оскільки максимальна сила тертя $F_{\rm max}$ для них найменша.

3 СТАЛИЙ ЗОВНІШНІЙ ВПЛИВ

3.1 Трибологічна система і основні рівняння

Розглянемо процеси межового тертя на прикладі поведінки механічного аналога трибологічної системи [4, 5, 40], що показаний на рис. 3.1. Система



Рисунок 3.1 – Схема трибологічної системи.

складається з двох блоків з атомарно-гладкими поверхнями. Причому нижній блок зафіксований, а верхній ковзає по ньому. Між блоками знаходиться ультратонкий шар мастила товщиною h. До верхнього блоку, маса якого M, кріпиться пружина з жорсткістю K, вільний кінець якої рухається з фіксованою швидкістю V_0 . Під час руху вільного кінця пружини в рух приводиться і сам блок, але його швидкість V відрізняється від швидкості V_0 за рахунок того, що руху блока заважає сила тертя F, яка виникає між поверхнями.

Позначимо координату блока *X*, тоді відповідне рівняння руху приймає вигляд [4, 5, 10, 40]:

$$M\ddot{X} = K\Delta X - F. \tag{3.1}$$

В останньому рівнянні ΔX — розтягнення пружини, яке визначається за формулою

$$\Delta X = \int_{0}^{t} V_0 dt' - X,$$
(3.2)

де t = t' — час руху вільного кінця пружини.

Сила тертя F, що виникає між блоками, розраховується за формулою (1.23).

У діапазоні температур $T < T_c^0$ існує єдиний мінімум потенціалу f(arphi)при $\varphi > 0$, що відповідає кривій 1 на рис. 1.1. При $T_c^0 < T < T_{c0}$ потенціал має вигляд, показаний кривою 2 на рис. 1.1, тобто в цій ситуації співіснують нульовий і ненульовий мінімуми, що розділені максимумом. В останньому випадку $T > T_{c0}$ реалізується єдиний екстремум, що відповідає стаціонарному стану $\varphi_0 = 0$ (крива 3 на рис. 1.1). При малих значеннях деформації ε_{el} і температури Т мастило твердоподібне, оскільки реалізується відмінне від нуля стаціонарне значення параметра φ_0 , і, згідно з (1.2), модуль зсуву також відмінний від нуля (крива 1, рис. 1.1). При перевищенні температурою критичної величини T_{c0} (1.6) параметр порядку стрибкоподібно змінюється від значення $\varphi_0 = 0.5 b/c$ до нуля з переходом мастила в рідиноподібний стан, що відповідає нульовому мінімуму потенціалу $f(\varphi)$ (крива 3). Якщо після вказаного переходу знижувати температуру Т, мастило затвердне при меншому значенні температури T_c^0 (1.7). У цьому випадку спостерігається стрибкоподібна зміна стаціонарного значення параметра порядку від нуля до $\varphi_0 = b/c$. Таким чином, залежність $\varphi(T)$ має гістерезисний характер, що відповідає моделі фазового переходу першого роду.

3.2 Гістерезисна поведінка

Якщо верхній блок зсувати зі сталою швидкістю V, ширина гістерезису за температурою визначається за формулою (1.8). У випадку функціонування системи, яка зображена на рис. 3.1, при фіксованій швидкості вільного кінця пружини V_0 швидкість блока V суттєво залежить від жорсткості пружини K і маси блока M. Наприклад, у випадку, показаному на рис. 3.1, можлива реалізація переривчастого (stick-slip) руху [4, 5, 40], який неможливий при V = const.

На рис. 3.2 показані залежності максимальних значень сили тертя F, пружних напружень σ_{el} і в'язких напружень σ_v^2 при поступовому збільшенні температури мастила T. Залежності отримані при числовому розв'язуванні



Рисунок 3.2 — Залежності максимальних значень сили тертя F_{max} , пружних σ_{el} і в'язких σ_v напружень від температури мастила T при параметрах рис. 1.1 і $h = 10^{-9}$ м, $\tau_{\varepsilon} = 10^{-8}$ с, $\gamma = -2/3$, $A = 0.6 \cdot 10^{-9}$ м², $k = 5 \cdot 10^4$ Па·с^{1/3}, $\delta = 100$ Дж⁻¹·м³/с, M = 0.4 кг, K = 1000 Н/м, $V_0 = 600$ нм/с. На нижній панелі суцільною лінією зображені пружні напруження σ_{el} , штриховою — в'язкі σ_v . На вставці на верхній панелі показані часові залежності F(t), що відповідають точкам A і B.

системи кінетичних рівнянь (3.1), (1.26). При цьому розтягнення пружини ΔX

²Напруження σ_v дорівнюють другому доданку в дужках у виразі для сили тертя F(1.23)[18, 30, 31, 40].

визначається з виразу (3.2), сила тертя F згідно з (1.23), пружні напруження σ_{el} — згідно з виразом (1.2), а деформація ε_{el} відповідно до (1.15). Також при розв'язуванні вказаних рівнянь враховується зв'язок $\dot{X} = V$. Згідно з рисунком при малих значеннях температури Т реалізується переривчастий режим руху, у якому часова залежність сили тертя F(t) має пилкоподібну форму (див. вставку А до рисунку). У цьому випадку відбуваються періодичні фазові переходи між рідиноподібною і твердоподібною структурами мастила. При збільшенні температури в переривчастому режимі максимальні значення сили тертя $F_{\rm max}$, пружних $\sigma_{el,{\rm max}}$ і в'язких $\sigma_{v,{\rm max}}$ напружень зменшуються. Рисунок 3.2 побудований при швидкості вільного кінця пружини $V_0 = 600$ нм/с. Якщо фіксувати швидкість блока V, то при значенні V = 600 нм/с кінетичний режим ковзання, якому відповідає рідиноподібна структура мастила, згідно з (1.6) наступає при температурі $T > T_{c0} \approx 222.4$ К. На рис. 3.2 цю температуру позначено вертикальною штрих-пунктирною лінією. Але, оскільки між блоком і зовнішнім приводом розташована пружина з жорсткістю К, при перевищенні температурою значення T_{c0} в системі продовжується реалізація переривчастого режиму тертя, який характеризується пилкоподібною (saw-like) часовою залежністю сили тертя F(t), як це показано на вставці на верхній панелі рис. 3.2 для точки A, побудованій при температурі T = 230 K.

Розглянемо детально поведінку, яка показана на вставці А до рис. 3.2. На початку руху мастило твердоподібне, а вільний кінець пружини починає рухатися зі швидкістю $V_0 = 600$ нм/с. Оскільки під час руху виникає сила тертя F (1.23), пружина розтягується, і швидкість блока V зростає повільно. При перевищенні швидкістю блока критичного значення V_{c0} , яке згідно з (1.16) при температурі T = 230 К складає приблизно 569.1 нм/с, відбувається плавлення мастила. При цьому швидкість V продовжує зростати до максимального значення $V_{\text{max}} \approx 45$ мкм/с. Завдяки цьому блок проковзує на значну відстань, а величина розтягнення пружини ΔX швидко зменшується. Зі зменшенням ΔX зменшується пружна сила $K\Delta X$, яка є причиною руху блока, тому знижується і швидкість V. При її зниженні менше критичного значення $V_c^0 \approx 533.9$ нм/с відбувається тверднення мастила за механізмом фазового перетворення першого роду. Швидкість при цьому продовжує знижуватися до мінімальної величини $V_{\rm min} \approx 4$ нм/с. Відмітимо, що при збільшенні температури мастила T максимальна швидкість блока V_{\max} зменшується, а мінімальна V_{\min} збільшується. Також з ростом температури збільшується частота піків на залежності F(t) [30]. Зокрема, при температурі T = 242 К максимальна швидкість блоку досягає величини $V_{\rm max} \approx 32.69$ мкм/с, а мінімальна $V_{
m min} pprox 23$ нм/с. Зменшення максимальної швидкості руху блока пояснює зниження максимальних значень в'язкої компоненти напружень σ_v (другий доданок в дужках у формулі (1.23)), що показані штриховою лінією на нижній панелі рис. 3.2. Відмітимо, що при початковому значенні температури T = 210 Kпружина розтягується настільки, що після плавлення мастила блок проковзує на значну відстань, що призводить до стискання пружини ($\Delta X < 0$). Після цього деякий час блок рухається в іншу сторону (пружина випрямляється). При підвищенні температури такий ефект спостерігається приблизно до значення $T \approx 224$ К. Відмітимо, що на рис. 3.2 зображені не амплітуди сили тертя і напружень, а максимальні значення, що спостерігаються в додатній області. Таким чином, встановлено, що при збільшенні температури мастила Т зменшується максимальна величина розтягнення пружини ΔX і збільшується мінімальна швидкість руху блока. При цьому при досягненні температурою значення $T \approx 244.6$ K (стрілка вниз на верхній панелі рис. 3.2) мінімальна швидкість руху блока V_{\min} стає більше критичної величини $V_c^0(1.17)$ і мастило вже не твердне. З подальшим збільшенням температури мастило завжди має рідиноподібну структуру.

Якщо після повного плавлення мастила і встановлення стаціонарного кінетичного режиму ковзання, у якому $V = V_0$, знижувати температуру, ма-

стило затвердне при значенні температури T (стрілка вгору на верхній панелі рис. 3.2), яке значно менше за температуру, при якій відбувається повне плавлення (стрілка вниз). На вставці для точки В до рис. 3.2, яка побудована при тій самій температурі, що й точка A, спостерігається відсутність переривчастого режиму. Причиною цього є те, що швидкість руху блока V збігається із швидкістю вільного кінця пружини V_0 , яка, у свою чергу, перевищує значення V_c^0 , яке необхідне для тверднення мастила. Зі зниженням температури мастила менше критичної величини $T_c^0 \approx 214.2$ K, мастило твердне. У цьому випадку ширина гістерезису за температурою складає $\Delta T \approx 30.4$ K.

Тепер розглянемо випадок, коли ми поступово збільшуємо не температуру мастила, а швидкість вільного кінця пружини V_0 (див. рис. 3.3). У випадку жорсткого зчеплення з зовнішнім приводом (V = V₀) мастило плавиться при перевищенні швидкістю критичного значення $V_{c0} \approx 425.9$ нм/с, а твердне при швидкості $V_c^0 \approx 377.5$ нм/с. Ці швидкості показані на верхній панелі рис. 3.3. Розглянемо детально цей рисунок. У початковий момент часу t = 0 верхній блок перебуває у стані спокою V = 0. В момент часу t > 0 вільний кінець пружини приводиться в рух зі швидкістю $V_0 = 320$ нм/с та прискоренням $a_{ac} = 40$ нм/с². Протягом часу t = 1 с швидкість V_0 збільшується до величини 360 нм/с, яка менше критичного значення V_c^0 . При цьому швидкість руху верхнього блока монотонно зростає, але за рахунок наявності пружини його швидкість на цьому етапі значно менше V_0 . Далі вільний кінець пружини деякий час рухається зі сталою швидкістю $V_0 = 360$ нм/с (горизонтальна ділянка пунктирної залежності), а швидкість блока V зростає. Хоча V₀ менша за швидкість V_{c0}, яка необхідна для плавлення, мастило з часом плавиться, оскільки за рахунок наявності пружини в системі настає ситуація $V > V_{c0}$. При зростанні швидкості V значення параметра порядку φ зменшується (у початковий момент часу мастило твердоподібне, оскільки обирається початкове значення $\varphi_0=0.5$). Для повного плавлення мастила ($\varphi=0$) при перевищенні критич-



Рисунок 3.3 — Залежність швидкості руху блока V, сили тертя F і відношення пружних напружень до повних σ_{el}/σ при параметрах рис. 3.2 і температурі T = 260 К. Швидкість вільного кінця пружини V_0 на верхній панелі змінюється і позначена пунктиром, суцільної лінією зображено швидкість руху блока при твердоподібному стані мастила, штриховою — при рідиноподібному, штрих-пунктиром зображені критичні швидкості плавлення V_{c0} і тверднення V_c^0 .

ної швидкості V_{c0} потрібен деякий час, оскільки система володіє інерційними властивостями, які задаються параметром δ у рівнянні Ландау-Халатнікова (1.26). Але ми розглядаємо рідиноподібний стан, у якому модуль зсуву не завжди нульовий [4, 5, 40, 53]. Тому будемо умовно вважати, що при досягненні блоком швидкості $V \approx 890$ нм/с мастило поводить себе рідиноподібним чином, оскільки параметр $\varphi < 0.01$, а відношення пружних напружень σ_{el} (перший доданок в дужках у формулі (1.23)), до повних напружень σ (сума обох доданків у дужках у (1.23)) складає менше 0.7%. При цьому загальна сила тертя F стрибкоподібно зменшується (середня панель та вставка до цієї панелі на рис. 3.3), а потім починає зростати за рахунок збільшення в'язкої компоненти напружень σ_v , оскільки швидкість руху блока V після плавлення мастила стрімко збільшується (див. вставку до верхньої панелі на рис. 3.3). При цьому пружина за рахунок виконання умови $V > V_0$ стискається. З часом швидкість блока V зменшується до величини менше критичної V_c^0 (1.17) і мастило твердне. Таким чином, встановлюється стаціонарний режим переривчастого руху.

Далі також протягом однієї секунди збільшуємо швидкість вільного кінця пружини до значення $V_0 = 400$ нм/с (тепер вона вже більша за величину V_c^0 , як це можна бачити на рисунку). З рисунка слідує, що при цьому знову відбувається плавлення мастила зі збільшенням швидкості до значення V > 16 мкм/с (див. вставку до верхньої панелі на рис. 3.3). Після відповідного стискання пружини швидкість блока V знижується до величини V₀, але оскільки тепер $V_0 < V_c^0$, тверднення мастила не спостерігається. З подальшим підвищенням швидкості вільного кінця пружини V0 в системі реалізується кінетичний режим рідинного тертя. Якщо тепер знижувати швидкість V₀, мастило твердне при виконанні умови $V < V_c^0$. Оскільки в режимі рідинного тертя в стаціонарному випадку реалізується ситуація $V = V_0$, при дуже повільному зменшенні швидкості V_0 мастило фактично твердне, коли $V_0 < V_c^0$. Таким чином, через наявність пружини при обраних параметрах гістерезис за швидкістю відсутній, оскільки при переривчастому режимі тертя швидкість блока може змінюватися на кілька порядків. При цьому при перевищенні швидкістю зовнішнього приводу критичного значення V_c^0 швидкість блока стає більше V_{c0} з подальшим плавленням мастила. На описані особливості поведінки критичним чином впливає значення прискорення a_{ac} . Слід очікувати, що при $a_{ac} \rightarrow 0$ при збільшенні швидкості від нуля гістерезис за швидкістю ΔV буде спостерігатись, оскільки в такому випадку в твердоподібному стані мастила в кожен момент часу можна вважати, що швидкість вільного кінця пружини V_0 збігається зі значенням швидкості блока V, що еквівалентно з'єднанню верхнього блока із рушійним пристроєм за допомогою жорсткого зчеплення.

3.3 Переривчастий режим при збільшенні швидкості

Дослідимо поведінку системи при неперервному збільшенні швидкості зовнішнього приводу V₀ із фіксованим прискоренням a_{ac}. На верхній панелі рис. 3.4 суцільною лінією зображена залежність швидкості верхнього блока V від часу при температурі T = 220 К. Штриховою лінією на рисунку показана часова залежність швидкості зовнішнього приводу $V_0(t) = a_{ac}t$. Як і в попередньому випадку, зі збільшенням швидкості V₀ збільшується і швидкість V, але повільніше, оскільки зі збільшенням V зростає сила тертя F, і пружина розтягується (збільшується ΔX). При досягненні блоком швидкості V_{c0} мастило починає плавитися, за рахунок чого швидкість блока V стрімко зростає. При цьому зменшується величина розтягнення пружини ΔX , а швидкість V стає менше значення V_c^0 і мастило твердне. При обраних параметрах такий процес повторюється у часі, але оскільки росте швидкість V_0 , збільшується частота фазових переходів [30, 40]. Відмітимо, що в такому режимі існує критичне значення швидкості V₀, при перевищенні якого переривчастий режим руху переходить в кінетичний режим ковзання зі стаціонарною швидкістю $V = V_0$.

Критичним чином на поведінку системи впливає зміна температури Т.



Рисунок 3.4 — Залежність швидкості руху блока V при параметрах рис. 3.2 і прискоренні $a_{ac} = 50 \text{ нм/c}^2$. Верхня панель відповідає температурі T = 220 K, нижня — температурі T = 260 K. Суцільною лінією зображено швидкість блока V, штриховою — швидкість зовнішнього приводу V_0 .

Нижня панель рисунка побудована при більшому значенні температури T = 260 К. При такій температурі, оскільки вона менша за значення $T_c^0(1.7)$, у стані спокою мастило, як і на верхній панелі рисунка, є твердоподібним. За цієї обставини поведінка системи при параметрах нижньої панелі рис. З.4 на початковому етапі (до плавлення) якісно збігається з поведінкою, яку демонструє верхня панель рисунка. Але у випадку T = 260 К після плавлення швидкість блока після різкого збільшення і наступної релаксації не стає менше значення швидкості V_c^0 , а виконання такої умови потрібно для тверднення мастила. Завдяки цьому мастило залишається рідиноподібним, а в системі встановлюється режим рідинного тертя. Оскільки швидкість V_0 після плавлення продовжує монотонно зростати, і в системі наявна сила тертя F(1.23), яка зростає зі швидкістю V, далі під час руху виконується умова $V < V_0$.

ВИСНОВКИ

У запропонованій роботі розроблена термодинамічна модель, що описує поведінку трибологічної системи в режимі межового тертя, яка дозволяє пояснити ряд ефектів, що були виявлені експериментально. Показано, що до переривчастого режиму руху призводить фазовий перехід першого роду між рідиноподібним і твердоподібним станами мастила. Досліджено вплив температури мастила, коефіцієнта жорсткості пружини і коефіцієнта пропорційності між в'язкістю та градієнтом швидкості на поведінку системи. Встановлено, що для псевдопластичних рідин з ростом температури мастила пружні напруження і сила тертя в системі зменшуються. При збільшенні коефіцієнта жорсткості пружини сила тертя і напруження зростають для всіх типів мастил. При зростанні коефіцієнта пропорційності к для псевдопластичних рідин максимальні напруження суттєво не змінюються, а сила тертя зростає. Для порівняння наведені результати розрахунків для ділатантних та ньютонівських рідин. Знайдено режими, у яких зсув поверхонь тертя нееквівалентний напряму руху верхнього блока, що відповідає реалізації в системі ефектів пам'яті. При побудові моделі використовується термодинамічний потенціал з двома стійкими стаціонарними станами, у якого нульовий і ненульовий мінімуми розділені максимумом. Проте експериментально встановлено, що мастило характеризується більше ніж одним типом переходу і може існувати в декількох (твердоподібному або рідиноподібному) метастабільних станах. Для опису такої ситуації достатньо врахувати додаткові члени розкладання вільної енергії більш високих порядків.

На основі теорії фазових переходів Ландау першого роду побудована термодинамічна модель плавлення ультратонкої плівки мастила, що затиснута між двома атомарно-гладкими твердими поверхнями. Досліджено кінетику системи на основі механічного аналога простої трибологічної системи. Показано, що в широкому діапазоні параметрів реалізується режим переривчастого руху, у якому мастило періодично плавиться і твердне. З'ясовано, що з підвищенням температури мастила або швидкості зсуву переривчастий режим зникає і встановлюється кінетичний режим ковзання зі сталою швидкістю. Показано, що за наявності пружини в трибологічній системі гістерезис за температурою і швидкістю мають різні властивості. Наприклад, гістерезис за швидкістю при обраних параметрах системи можливий лише при дуже повільному збільшенні швидкості вільного кінця пружини, коли швидкість блока в твердоподібному стані мастила буде встигати релаксувати до значення швидкості вільного кінця пружини. В інших випадках гістерезис за швидкістю не спостерігається. Таким чином, наявність пружини (пружних властивостей системи) суттєво змінює характер її поведінки. Показано, що при збільшенні швидкості зсуву в системі збільшується частота фазових переходів між рідиноподібним і твердоподібним станами.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- Persson B. N. J. Sliding friction. Physical principles and applications. Berlin: Springer-Verlag, 2000. — 515 p.
- Ляшенко Я. А. Трибологические свойства режимов сухого, жидкостного и граничного трения // Журнал технической физики. - 2011. - Т. 81, № 5. -С. 115-121.
- Ruths M. Boundary friction of aromatic self-assembled monolayers: comparison of systems with one or both sliding surfaces covered with a thiol monolayer // Langmuir. - 2003. - Vol. 19, № 17. - P. 6788–6795.
- 4. Yoshizawa H., Chen Y.-L., Israelachvili J. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 1. Relation between adhesion and friction // Journal of Physical Chemistry. 1993. Vol. 97, № 16. P. 4128-4140;
 Yoshizawa H., Israelachvili J. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 2. Stick-slip friction of spherical and chain molecules // Journal of Physical Chemistry. 1993. Vol. 97, № 43. P. 11300-11313.
- 5. Berman A. D., Ducker W. A., Israelachvili J. N. Origin and charactirization of different stick-slip friction mechanisms // Langmuir. 1996. Vol. 12, № 19.
 P. 4559-4563.
- 6. Persson B.N.J. Theory of friction and boundary lubrication // Physical Review B. 1993. Vol. 48, № 24. P. 18140-18158.
- Filippov A. E., Klafter J., Urbakh M. Friction through dynamical formation and rupture of molecular bonds // Physical Review Letters. - 2004. - Vol. 92, № 13. - P. 135503 (4).
- Хоменко О. В., Ляшенко Я. О. Фазова динаміка тонкої плівки мастила між твердими поверхнями при деформаційному дефукті модуля зсуву //

Журнал фізичних досліджень. - 2007. - Т. 11, № 3. - С. 268-278.

- 9. Brener E. A., Marchenko V. I. Frictional shear cracks // JETP Letters. 2002. Vol. 76, № 4. P. 211-214.
- Попов В. Л. Термодинамика и кинетика плавления сдвигом тонкого слоя смазки, заключенного между твердыми телами // Журнал технической физики. - 2001. - Т. 71, № 5. - С. 100-110.
- Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Периодический прерывистый режим граничного трения // Журнал технической физики. - 2010. - Т. 80, № 1. -С. 27-33.
- 12. Demirel A. L., Granick S. Transition from static to kinetic friction in a model lubricating system // Journal of Chemical Physics. 1998. Vol. 109, № 16.
 P. 6889-6897.
- Reiter G., Demirel A. L., Peanasky J. Stick to slip transition and adhesion of lubricated surfaces in moving contact // Journal of Chemical Physics. -1994. - Vol. 101, № 3. - P. 2606-2615.
- 14. Persson B. N. J., Prodanov N., Krick B. A., Rodriguez N., Mulakaluri N., Sawyer W.G., and Mangiagalli P. Elastic contact mechanics: Percolation of the contact area and fluid squeeze-out // The European Physical Journal E. 2012. Vol. 35. P. 5-21.
- Pogrebnjak A. D., Shpak A. P., Azarenkov N. A. and Beresnev V. M. Structures and properties of hard and superhard nanocomposite coatings // Physics – Uspekhi. - 2009. - Vol. 52. - P. 29–54.
- 16. Tshiprut Z., Filippov A. E., and Urbakh M. Tuning diffusion and friction in microscopic contacts by mechanical excitations // Physical Review Letters.
 2005. Vol. 95, № 1. P. 016101(4).
- Aranson I. S., Tsimring L. S., Vinokur V. M. Stick-slip and nuclear dynanics of ultrathin liquid films // Physical Review B. - 2002. - Vol. 65, № 12. -P. 125402(7).

- Ляшенко Я. А., Хоменко А. В., Метлов Л. С. Феноменологическая теория плавления тонкой пленки смазки между двумя атомарно-гладкими твердыми поверхностями // Журнал технической физики. - 2010. - Т. 80, № 8. - С. 120-126.
- Carlson J. M., Batista A. A. Constitutive relation for the friction between lubricated surfaces // Physical Review E. - 1996. - Vol. 53, № 4. - P. 4153-4165.
- 20. Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Плавление ультратонкой пленки за счет диссипативного разогрева поверхностей трения // Журнал технической физики. 2007. Т. 77, № 9. С. 137-140.
- 21. Хоменко О. В., Ляшенко Я. О., Борисюк В. М. Самоподібна фазова динаміка межового тертя // Український фізичний журнал. 2009. Т. 54, № 11. С. 1142-1151.
- Khomenko A. V., Lyashenko I. A., Borisyuk V. N. Multifractal analysis of stress time during ultrathin lubricant film melting // Fluctuation and Noise Letters. - 2010. - Vol. 9, № 1. - P. 19-35.
- 23. Israelachvili J. Adhesion forces between surfaces in liquids and condensable vapours // Surface Science Reports. 1992. Vol. 14, № 3. P. 109-159.
- 24. Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Гистерезисные явления при плавлении ультратонкой пленки смазки // Физика твердого тела. 2007. Т. 49, № 5. С. 886-890.
- 25. Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Стохастическая модель прерывистого режима граничного трения с учетом деформационного дефекта модуля сдвига смазочного материала // Трение и износ. - 2010. - Т. 31, № 4. - С. 412-422.
- 26. Popov V.L. A theory of the transition from static to kinetic friction in boundary lubrycation layers// Solid State Commun. 2000. Vol. 115. P. 369-373.
- 27. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Статистическая физика. Ч. 1. Москва,

Наука, 1995. — 608 с.

- 28. Lemaître A., J. Carlson Boundary lubrication with a glassy interface // Physical Review E. 2004. Vol. 69. P. 061611 (18).
- 29. Lemaître A. Rearrangements and dilatancy for sheared dense materials // Physical Review Letters. 2002. Vol. 89, № 19. P. 195503 (4).
- Ляшенко Я. А. Фазовый переход первого рода между жидкопобной и твердоподобной структурами граничной смазки // Журнал технической физики. - 2012. - Т. 82, № 1. - С. 19-28.
- Ляшенко Я. А. Трибологическая система в режиме граничного трения под периодическим внешним воздействием // Журнал технической физики. -2011. - Т. 81, № 6. - С. 125-132.
- 32. Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Статистическая теория граничного трения атомарно-гладких твердых поверхностей при наличии смазочного слоя // Успехи физических наук. - 2012. - Т. 182, № 10. - С. 1081-1110.
- Lyashenko I. A., Khomenko A. V. Thermodynamic theory of two rough surfaces friction in the boundary lubrication mode // Tribology Letters. -2012. - Vol. 48, No. 1. - P. 63-75.
- 34. Ляшенко Я. А., Метлов Л. С., Хоменко А. В., Чепульский С. Н. Неравновесная кинетика фазовых переходов в режиме граничного трения // Трение и износ. - 2012. - Т. 33, № 4. - С. 265-276.
- 35. Метлов Л. С., Мышляев М. М., Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Модель скольжения по границам зерен в процессе деформации // Письма в Журнал технической физики. - 2012. - Т. 38, вып. 21. - С. 28-33.
- 36. Заскока А. Н., Ляшенко Я. А., Хоменко А. В. Неньютоновское поведение ультратонкой пленки смазки между двумя атомарно-гладкими поверхностями в процессе граничного трения // IV Всероссийская научноинновационная молодежная конференция (с международным участием) "Современные твердофазные технологии: теория, практика и инновацион-

ный менеджмент" (24-26 октября 2012 г., Тамбов, Россия). Сборник научных трудов. - С. 190-192.

- 37. Манько Н. Н., Ляшенко Я. А. Незатухающий режим прерывистого режима при граничном трении // IV Всероссийская научно-инновационная молодежная конференция (с международным участием) "Современные твердофазные технологи: теория, практика и инновационный менеджмент" (24-26 октября 2012 г., Тамбов, Россия). Сборник научных трудов. - С. 263-265.
- 38. Попов В. Л. Термодинамическая модель кристалических упругопластических сред // Письма в ЖТФ. - 1999. - Т. 25, № 20. - С. 31-38.
- 39. Luengo G., Israelachvili J., Granick Generalized effects in confined fluids: new friction map for boundary lubrication // Wear. 1996. Vol. 200, № 1-2.
 P. 719-731.
- 40. Lyashenko I. A., Khomenko A. V., Metlov L. S. Thermodinamics and kinetics of boundary friction // Tribology International. 2011. Vol. 44. P. 476-482.
- 41. Olemskoi A. I. Axiomatic theory of self-organizing system // Physica A. 2002. Vol. 310, № 1-2. P. 223-233.
- 42. Braun O. M., Manini N., Tosatti E. Role of lubricant molecular shape in microscopic function // Physical Review E. 2008. Vol. 78. P. 195402(5).
- 43. Sivebaek I. M., Samoilov V. N., Persson B.N.J. Effective viscosity of confined hydrocarbons // Physical Review Letters. 2012. Vol. 108, № 3. P. 036102 (4).
- 44. Ляшенко Я. О., Хоменко О. В., Метлов Л.С. Феноменологічна теорія переривчастого режиму межового тертя // Український фізичний журнал. 2011. Т. 56, № 3. С. 278-286.
- 45. Ландау Л. Д., Халатников И. М. Об аномальном поглощении звука вблизи точек фазового перехода второго рода // Доклады Академии наук СССР. 1954. Т. 96. С. 469–473.

- 46. Israelachvili J. N. Intermolecular and surface forces [2nd ed.] London: Academic Press, 1998. — 450 p.
- Israelachvili J. N. Techniques for direct measurements of forces between surfaces in liquids at the atomic scale // Chemtracts: Analytical and Physical Chemistry. - 1989. - Vol. 1. - P. 1-12.
- Yang C.-R., Chiou Y.-C., Lee R.-T. Tribological behavior of reciprocating friction drive system under lubricated contact // Tribology International. -1999. - Vol. 32. - P. 443-453.
- 49. Yang C.-R., Lee R.-T., Chiou Y.-C. Study on dinamic friction characteristics in reciprocating friction drive system // Tribology International. - 1997. -Vol. 30. - P. 443-453.
- 50. Popov V. L., Kontaktmechanik und Reibung. Ein Lehr- und Anwendungsbuch von der Nanotribologie bis zur numerischen Simulation.
 Berlin: Springer, 2009. 312 p.
- 51. Filippov A. E., Dienwiebel M., Frenken J. W. M., Klafter J., Urbakh M. Torque and twist against superlubricity // Physical Review Letters. 2008. Vol. 100, № 4. P. 046102 (4).
- 52. Hirano M. Superlubricity: a state of vanishing friction // Wear. 2003. Vol. 254. P. 932-940.
- 53. Ляшенко Я. А., Хоменко А. В., Метлов Л. С. Нелинейная термодинамическая модель граничного трения // Трение и износ. - 2011. - Т. 32, № 2, -С. 113-123.