

**ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ
СИСТЕМЫ УПРУГИХ ВОЛОКОН
НЕКРУГОВОЙ ФОРМЫ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ
СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ
СТАЦИОНАРНЫХ SH-ВОЛН**

Б. Е. Панченко, канд. техн. наук,
Институт кибернетики имени В. М. Глушкова НАН Украины,
проспект Академика Глушкова, 40, Киев, 03187, Украина
E-mail: pr-bob@ukr.net

Для решения задачи управления механическими характеристиками системы упругих волокон некруговой цилиндрической формы в полупространстве со свободной от сил границей может быть применен метод численного интерполирования высокоточных результатов решения прямой задачи. В работе предложен и исследован параллельный алгоритм численного решения прямой стационарной динамической задачи теории упругости о взаимодействии SH-волн с системой упругих волокон произвольного поперечного сечения, находящейся в полупространстве с границей, свободной от сил. Краевая задача сведена к системе сингулярных интегральных уравнений, которая решается численно. Схема параллельных вычислений позволила исследовать ситуации с большим числом отражающих неоднородностей. Приведены новые численные результаты.

Ключевые слова: схема параллельных вычислений, дифракция волн сдвига, сингулярные интегральные уравнения, высокоточные решения.

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование управления механическими характеристиками динамических систем с усложненными свойствами сводится к решению обратных задач механики сплошных сред. Такие исследования, как правило, сопряжены с очень трудоемкими аналитическими процедурами и ресурсоемкими вычислительными алгоритмами. И при определении, например, оптимальных геометрических характеристик системы упругих волокон в изотропном полупространстве при воздействии стационарных динамических нагрузок так, чтобы максимальные контурные напряжения были не выше заданных, краевая задача будет, вообще говоря, некорректно поставленной.

Однако такие задачи могут быть решены численно путем прямого моделирования поведения таких систем. Тогда вопрос идентификации геометрических или волновых характеристик может быть исследован приближенно методом интерполяции. При этом если результаты решения прямых задач будут высокоточными (например, до 8-го знака), достоверность интерполирования будет вполне удовлетворительной. Тем более что получаемые даже начальные оценки управления таких малоисследованных систем позволят избежать разрушений конструкций и значительных затрат. Поэтому такие исследования являются актуальными.

Для численного анализа взаимодействия стационарных волн перемещений и напряжений с системой упругих включений [1] произвольного поперечного сечения требуются большие объемы вычислительных ресурсов. В этой связи особое значение приобретают эффективные параллельные алгоритмы [2]. Особую роль при разработке кластерных алгоритмов решения задач дифракции плоских и антиплоских упругих волн на системах неоднородностей произвольной формы играет метод сингулярных интегральных уравнений [3, 4].

Высокая скорость сходимости решения и сокращение числа пространственных переменных [5, 6] обеспечивают данному методу хорошие конкурентные преимущества.

В настоящей работе исследован алгоритм параллельного решения системы сингулярных интегральных уравнений (СИУ), моделирующей дифракцию SH-волн на системе упругих волокон некруговой цилиндрической формы, находящихся в упругом полупространстве со свободной от сил границей.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим упругое полупространство $y \geq 0$ с границей $y = 0$, свободной от сил, которое содержит m туннельных вдоль оси Oz упругих волокон, поперечные сечения которых ограничены замкнутыми (без общих точек) контурами L_j , $j = \overline{1, m}$ типа Ляпунова. Предполагается, что упругое полупространство имеет плотность ρ_2 и модуль сдвига μ_2 . Пусть L – совокупность указанных контуров. Положительное направление выбрано так, что при движении вдоль L область D_2 остается слева (рис. 1).

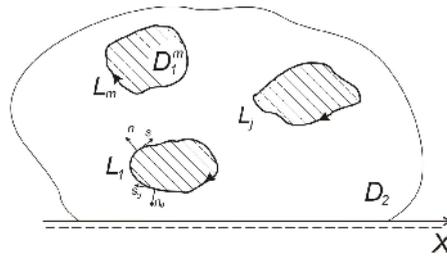


Рисунок 1

Предположим, что источники внешнего поля перемещений W_0 размещены в области D_2 . В качестве такого источника может быть набегающая на включения из бесконечности монохроматическая SH-волна, нормаль к фронту которой составляет угол ψ с осью Ox ($\tau = const$),

$$W_0 = \tau e^{-i\gamma_2(x \cos \psi + y \sin \psi)}, \quad \gamma_2 = \frac{\omega}{c_2} \quad (1)$$

или гармонический источник интенсивности P , сосредоточенный в точке $M_0(x_0, y_0)$ и порождающий поле перемещений:

$$W_0 = -\frac{P}{\mu_2} \frac{1}{4i} H_0^{(1)}(\gamma_2 r), \quad r = |z - z_0|, \quad z = x + iy, \quad z_0 = x_0 + iy_0. \quad (2)$$

Здесь c_2 – скорость волны сдвига, ω – частота колебаний, μ_2 – модуль сдвига, i – мнимая единица ($i^2 = -1$), $H_n^{(1)}(x)$ – функция Ханкеля первого рода n -го порядка, зависимость от времени выражается множителем $e^{-i\omega t}$.

В результате взаимодействия с включениями каждой из волн (падающей и отраженной от границы $y = 0$), возникает дифрагированное волновое поле. Обозначим W_3 амплитуду отраженной от свободной от

сил границы $y = 0$ волны сдвига. Тогда суммарное поле амплитуд перемещений представимо в виде $W = W_0 + W_2 + W_3$.

В случае набегающей из бесконечности волны сдвига (1) отраженная от границы волна имеет вид [5]:

$$W_3 = \tau e^{-i\gamma_2(x \cos \psi - y \sin \psi)}, \quad \gamma_2 = \frac{\omega}{c_2}.$$

А в случае гармонического источника (2):

$$W_3 = -\frac{P}{\mu_2} \frac{1}{4i} H_0^{(1)}(\gamma_2 R_1), \quad R_1 = |z - \bar{z}_0|, \quad \bar{z}_0 = x_0 - iy_0. \quad (3)$$

Неизвестная функция W_2 должна удовлетворять однородному уравнению Гельмгольца в области D_2 с волновым числом γ_2 :

$$\Delta W_2 + \gamma_2^2 W_2 = 0, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad (4)$$

а также условиям излучения на бесконечности типа Зоммерфельда [3].

Поскольку области D_1^m представляют собой упругие включения, в них $W = W_1^m$, где функции W_1^m являются решением однородного уравнения Гельмгольца с волновыми числами $\gamma_{1,m}$ ($\gamma_{1,m}^2 = \rho_{1,m} \omega^2 / \mu_{1,m}$, где $\rho_{1,m}$ – плотность, а $\mu_{1,m}$ – модуль сдвига каждого m -го включения).

На совокупности всех контуров L будем требовать выполнения условий сопряжения, вытекающих из непрерывности перемещений и сдвиговых напряжений на границе раздела двух сред. Граничные условия на каждом включении таковы (для упрощения записи индекс номера неоднородности опускаем):

$$W_1 = W_2 + W_0 + W_3 \quad (5)$$

$$\mu_1 \frac{\partial W_1}{\partial n_0} = \mu_2 \frac{\partial}{\partial n_0} (W_2 + W_0 + W_3),$$

где n_0 – нормаль к L в точке $\zeta_0 \in L$.

Таким образом, задача дифракции волны сдвига (1) или (2) на системе упругих включений в изотропном полупространстве с границей, свободной от сил, сводится к решению краевой задачи (4), (5) при выполнении дополнительных условий излучения на бесконечности.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Следуя [5, 6], запишем функцию $W_k(x, y)$, характеризующую неизвестную волну перемещений в областях D_1 и D_2 следующим образом ($k = 1, 2$):

$$W_k(x, y) = \int_L f_k(s) G_k(x, y, \xi, \eta) ds \quad (6)$$

$$G_1 = \frac{1}{4i} H_0^{(1)}(\gamma_1 r),$$

$$G_2 = \frac{1}{4i} \left(H_0^{(1)}(\gamma_2 r) + H_0^{(1)}(\gamma_2 r_1) \right),$$

$$r = |z - \zeta|, r_1 = |z - \bar{\zeta}|, z = x + iy, \zeta = \xi - i\eta.$$

Здесь L – совокупность контуров $L_j, j = \overline{1, m}$ (рис. 1); $f_k(s)$ – неизвестные функции, удовлетворяющие на L условию Гельдера.

Интегральные представления (6) удовлетворяют уравнению Гельмгольца (4) в областях D_k и обеспечивают выполнение условий излучения на бесконечности. Остается выполнить граничные условия (5). Однако непосредственное выполнение первого из условий (5) приводит к уравнению с логарифмическим ядром. С целью получения СИУ, схема численной реализации которого более эффективна [3], продифференцируем равенство по дуговой координате s_0 .

Для осуществления предельного перехода в (6) при $z \rightarrow \zeta_0 \in L$ частные производные $\frac{\partial W}{\partial s_0}$ и $\frac{\partial W}{\partial n_0}$ будем понимать следующим образом:

$$\frac{\partial W}{\partial s_0} \Big|_L = \left(e^{i\phi_0} \frac{\partial W}{\partial z} + e^{-i\phi_0} \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} \right)_{z \rightarrow \zeta_0}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial W}{\partial n_0} \Big|_L = -i \left(e^{i\phi_0} \frac{\partial W}{\partial z} - e^{-i\phi_0} \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} \right)_{z \rightarrow \zeta_0},$$

$$e^{i\phi_0} = \frac{d\zeta_0}{ds_0}, \quad \zeta_0 = \xi_0 + i\eta_0 \in L.$$

Воспользуемся также известными соотношениями [3-5]:

$$\frac{\partial}{\partial z} H_0^{(1)}(\gamma r) = -\frac{\gamma}{2} e^{-i\alpha} H_1^{(1)}(\gamma r), \quad \frac{\partial}{\partial \bar{z}} H_0^{(1)}(\gamma r) = -\frac{\gamma}{2} e^{i\alpha} H_1^{(1)}(\gamma r), \quad (8)$$

$$H_1^{(1)}(\gamma r) = \frac{2}{i\pi\gamma r} + H_1(\gamma r), \quad z - \zeta = r e^{i\alpha},$$

где $H_1(x)$ – непрерывная функция в точке $x = 0$.

Привлечение формулы Сохоцкого – Племеля [3] для вычисления предельных значений интегралов типа Коши, возникающих при удовлетворении граничных условий (5) с учетом соотношений (6) – (8), приводит к системе СИУ относительно неизвестных функции $f_k(s)$:

$$\int_L f_1(s) [g(s, s_0) + B_1(s, s_0)] ds - \int_L f_2(s) [g(s, s_0) + B_2(s, s_0)] ds = N_k(s_0), \quad (9)$$

$$\frac{1}{2} [\mu_1 f_1(s_0) + \mu_2 f_2(s_0)] + \int_L [f_1(s) E_1(s, s_0) - f_2(s) E_2(s, s_0)] ds = K_k(s_0).$$

$$g = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \left(\frac{e^{i\phi_0}}{\zeta - \zeta_0} \right), \quad \zeta_0 - \zeta = r_0 e^{i\alpha_0}, \quad \zeta_0 - \zeta = r_{10} e^{i\alpha_{10}}, \quad \zeta_0 - \bar{z}_0 = R_{10} e^{i\beta_{10}^*},$$

$$\zeta_0 - z_0 = R_0 e^{i\beta_0^*},$$

$$\begin{aligned}
E_1 &= \gamma_1 \mu_1 H_1^{(1)}(\gamma_1 r_0) \sin(\varphi_0 - \alpha_0) / 4i, \\
E_2 &= \gamma_2 \mu_2 \left[H_1^{(1)}(\gamma_2 r_0) \sin(\varphi_0 - \alpha_0) + H_1^{(1)}(\gamma_2 r_{10}) \sin(\varphi_0 - \alpha_{10}) \right] / 4i, \\
B_1 &= \gamma_1 H_1(\gamma_1 r_0) \cos(\varphi_0 - \alpha_0) / 4i, \\
B_2 &= \gamma_2 \left[H_1(\gamma_2 r_0) \cos(\varphi_0 - \alpha_0) + H_1^{(1)}(\gamma_2 r_{10}) \cos(\varphi_0 - \alpha_{10}) \right] / 4i, \\
N_1 &= -i\gamma_2 \left[W_0(s_0) \cos(\varphi_0 - \psi) + W_3(s_0) \cos(\varphi_0 + \psi) \right], \\
N_2 &= P\gamma_2 \left[H_1^{(1)}(\gamma_2 R_0) \cos(\varphi_0 - \beta_{0}^*) + H_1^{(1)}(\gamma_2 R_{10}) \cos(\varphi_0 - \beta_{10}^*) \right] / 4i\mu_2, \\
K_1 &= -i\gamma_2 \mu_2 \left[W_0(s_0) \sin(\varphi_0 - \psi) + W_3(s_0) \sin(\varphi_0 + \psi) \right], \\
K_2 &= P\gamma_2 \left[H_1^{(1)}(\gamma_2 R_0) \sin(\varphi_0 - \beta_{0}^*) + H_1^{(1)}(\gamma_2 R_{10}) \sin(\varphi_0 - \beta_{10}^*) \right] / 4i.
\end{aligned}$$

Здесь функции $N_k(s_0)$ и $K_k(s_0)$ отвечают случаям (1) и (2) соответственно, ядра $g(s, s_0)$ – сингулярны, ядра $B_k(s, s_0)$ и $E_k(s, s_0)$ – непрерывны ($k = 1, 2$). В первой группе (9) интегральные уравнения являются сингулярными, а во второй – уравнениями Фредгольма 2-го рода.

Для выделения единственного решения СИУ присовокупим к ней дополнительные условия:

$$\int_{L_j} W_1 ds_0 = \int_{L_j} (W_2 + W_0 + W_3) ds_0, \quad (10)$$

выполнение которых обеспечивает непрерывность перемещений на каждом из контуров L_j .

3. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

Численная реализация системы СИУ (9) проводилась методом механических квадратур [3]. Вводилась параметризация контура L_j с помощью соотношений:

$$\zeta_j = \zeta_j(\beta), \quad \zeta_{j0} = \zeta_{j0}(\beta_0), \quad 0 \leq \beta, \beta_0 < 2\pi, \quad (11)$$

причем $\zeta_j(0) = \zeta_j(2\pi)$. Интегральное уравнение, соответствующее контуру L_k , удовлетворялось в узлах вида $\beta_l = 2\pi(l-1)/n_k$, ($l = \overline{1, n_k}$) и сводилось к системе линейных алгебраических уравнений относительно значений функции $f_j(\beta)$ в узлах вида $\beta_p = \pi(2p-1)/n_j$, ($p = \overline{1, n_j}$), где n_j – число точек разбиения контура L_j . Внеинтегральные значения $f_k(\beta_l)$ выражались с помощью интерполяционных полиномов Лагранжа через искомые значения $f_k(\beta_p)$. Для нечетных n_k имеем следующее выражение [3]:

$$f_k(\beta_l) = \frac{1}{n_k} \sum_{p=1}^{n_k} (-1)^{n_k+p} f_k(\beta_p) \operatorname{ctg} \frac{\beta_l - \beta_p}{2}. \quad (12)$$

Таким образом, при численной реализации системы интегральных уравнений (9) задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений с $N = n_1 + n_2 + \dots + n_m$ неизвестными. Дополнительные условия учитывались в соответствии с теоремой Лифанова [7].

4. СХЕМА ВЫЧИСЛЕНИЙ

Как и в [5, 6], система СИУ сведена к системе линейных алгебраических уравнений, все элементы матрицы которой являются результатом дискретизации контуров. Очевидно, что размер матрицы пропорционален числу неоднородностей. Для исследования описанного метода при большом числе включений, а также для получения высокоточных результатов и проверки сходимости решений при большом числе точек коллокации потребуются существенные вычислительные ресурсы. Применим распараллеливание алгоритма. Из системы уравнений (9) следует, что каждый элемент матрицы определяется координатами узлов дискретизации.

Важной особенностью алгоритма является то, что все элементы матрицы формируются независимо один от другого, что доказывает возможность применения параллельного вычисления.

Таким образом, переменная ζ_{k0} формирует строки матрицы СЛАУ, а переменная ζ_k – ее столбцы. Диагональные элементы матрицы соответствуют коэффициентам системы, вычисленным в узлах общих для ζ_{k0} и ζ_k включений. Иные коэффициенты вычисляются так, что значения ζ_{k0} принадлежат множеству точек коллокации с одних контуров, а значения переменных интегрирования ζ_k – с других.

Параллельно-конвейерная схема вычислений представлена в [6]. Первый, второй и четвертый этапы макроконвейера не требуют пересылок данных, что означает независимость вычислений. На третьем этапе для решения СЛАУ методом Гаусса существует оптимальное число процессов, определяемое спецификой матрицы.

Для описанного алгоритма оптимальным числом оказалось 200 – 250 процессов при заданной точности 10-8. Увеличение числа процессов приводит к незначительному снижению суммарного времени вычислений за счет части алгоритма без пересылок, но также и к приросту вычислительных расходов на балансировку загрузки процессоров.

На рис. 2 показан график зависимости времени кластерных вычислений массива контурных напряжений на ромбическом упругом включении от числа процессов для одного варианта нагрузки. По графику видно, что как и в [6], весь алгоритм хорошо масштабируется.

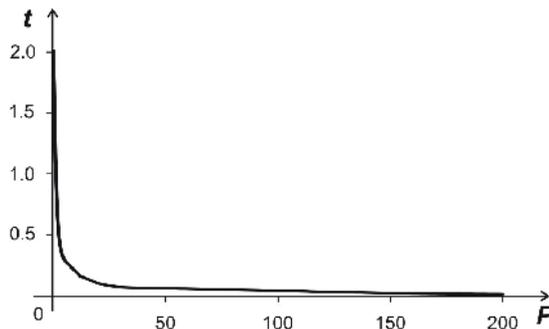


Рисунок 2

Так как для данной методики решения краевой задачи основная операция при вычислении каждого элемента матрицы – это определение расстояния между точками контуров, которое является аргументом цилиндрических функций Ханкеля, а также вычисление самих этих функций и коэффициентов при них, на каждом клоне хоста запускаются цикл процедур определения указанных коэффициентов. Итоговая матрица собирается по факту завершения последнего. Вычислительный процесс решения СЛАУ также распараллеливается согласно [8]. Параллельное вычисление итоговых искомым характеристик осуществляется путем подстановки массивов значений неизвестных функций $f_k(\beta_p)$ в представление (7) аналогично процедурам формирования матрицы СЛАУ.

5. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В исследовании достигалась точность вычислений порядка 10-8. Такая точность обеспечена следующим: высокая сходимость самого алгоритма, разрешающая способность компиляторов языков высокого уровня и разрешающая способность операционных сред. Метод СИУ обеспечивает быструю сходимость решения, а также функциональную зависимость стабилизации знаков результирующих данных от увеличения числа точек коллокации. Для указанной точности в описанной задаче достаточно 1000–1500 точек коллокации каждого контура.

С целью исследования сходимости построенного алгоритма рассмотрим случай нормального падения ($\psi = \frac{\pi}{2}$) волны сдвига (1) на систему однородных эллиптических или ромбических включений, расположенных вдоль одной линии на одинаковом расстоянии d один от другого (рис. 3).

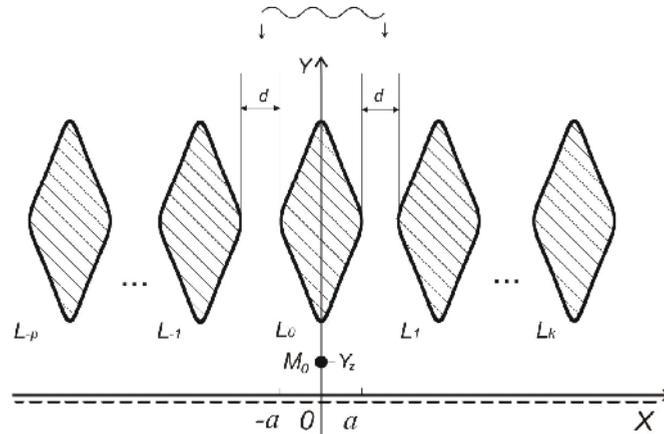


Рисунок 3

Используем известные [9] параметрические уравнения для задания основного контура L_0 :

$$\xi(\beta) = b \sin \beta - \nu \sin 3\beta, \quad \eta(\beta) = a \cos \beta + \nu \cos 3\beta, \quad 0 \leq \beta \leq 2\pi, \quad (13)$$

где при $\nu = 0,14036$ контур имеет вид ромба со скругленными точками возврата. А в случае $\nu = 0$ контур имеет эллиптическую форму. Остальные контуры для простоты будем располагать симметрично относительно оси Y . При условии, что физические характеристики всех включений одинаковы, рассматриваемая дифракционная задача обладает

свойством симметрии, что позволяет осуществлять первичное самогестирование получаемых результатов.

В ходе численной реализации вычислялись безразмерные контурные напряжения $\sigma_\beta = \tau_s / \mu_2$ и $\sigma_n = \tau_n / \mu_2$. Точность вычислений проверялась путем сравнения результатов при различных значениях N . Проводилось также сравнение полученных результатов с результатами, приведенными в [5, 6] как для случая системы эллиптических или ромбических отверстий (как частного случая упругого включения), так и для одиночного упругого включения.

Применение метода параллельных вычислений, проведенного на кластере «Инпарк-256», позволило подтвердить вывод о том, что сходимость решения СИУ практически не зависит от числа отражателей.

Численное исследование показало, что в случае границы, свободной от сил, при воздействии из бесконечности SH-волны в описанной системе эффект насыщения [6, 10] наблюдается не строго (как и в [11]). И хотя при линейном и симметричном относительно нагрузки расположении вдоль границы физически одинаковых включений для усредненного исследования достаточно не более 11 неоднородностей, все же при дальнейшем наращивании числа включений наблюдаются незначительные пульсации в распределении напряжений. Обусловленность матриц при этом проверялась на основании алгоритма, описанного в [12].

При фиксированной размерности матриц СЛАУ число включений не влияет на оптимальное число процессов, поскольку в СИУ каждый контур неоднородности является частью суммарного контура интегрирования. Поэтому при прочих равных условиях свойства СЛАУ, полученных как для одного включения, так и для нескольких, не изменяются. Как и в случае [6, 10, 11], от числа включений не зависит и сходимость алгоритма.

В работе проводились вычисления контурных напряжений σ_β и σ_n вдоль контуров центрального L_0 и крайнего L_k включений (рис. 3) в случае решетки, состоящей из нечетного числа неоднородностей ($p = k$). Отсчет угла β ведется от нуля (теневая точка) до π (лобовая точка) для центрального включения (учитывается симметрия в случае нормального распределения волны сдвига) и от 0 до 2π – для крайних волокон (в силу симметрии и равенства упругих постоянных распределения напряжений на контурах L_k и L_{-k} зеркальны). Рассматривается случай ромбов, вытянутых вдоль набегающей волны. Для всех рисунков $\mu_1 / \mu_2 = 5.0$, $\rho_1 / \rho_2 = 2.0$, $b / a = 2.5$, а расстояние от границы до центрального волокна $h = 4$ (на рис. 3 не показано).

На рис. 4 а, б показаны распределения напряжения σ_β вдоль контура крайнего слева и центрального волокон соответственно в случае решетки, состоящей из трех ромбов. На рис. 5 а, б показаны распределения напряжений σ_n вдоль тех же контуров. Воздействие – волна из бесконечности. Значения безразмерного волнового числа $\gamma_2 a$ для кривой 1 составляет 0,3, для кривой 2 – 0,9, для кривой 3 – 1,5.

Результаты показывают, что, чем выше частота колебаний, тем больший вклад в напряженно-деформированное состояние контура волокна вносит напряжение σ_n . Это говорит о том, что разрушение, например, в композиционном материале может происходить вследствие отрыва по границам раздела фаз.

Если в теневой ($\beta = 0$) и лобовой ($\beta = \pi$) точках $\sigma_\beta = 0$, то в зоне соскальзывания с увеличением $\gamma_2 a$ число локальных максимумов σ_β также увеличивается, причем растет и максимальное значение σ_β . Напряжение же σ_n имеет обратный характер. Такой вывод полностью совпадает с результатами работы [5].

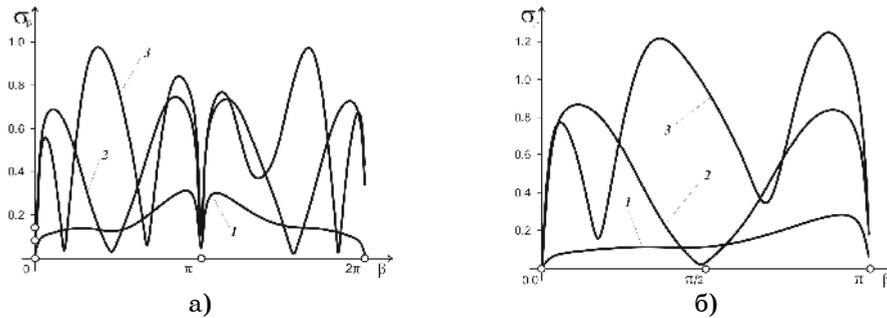


Рисунок 4

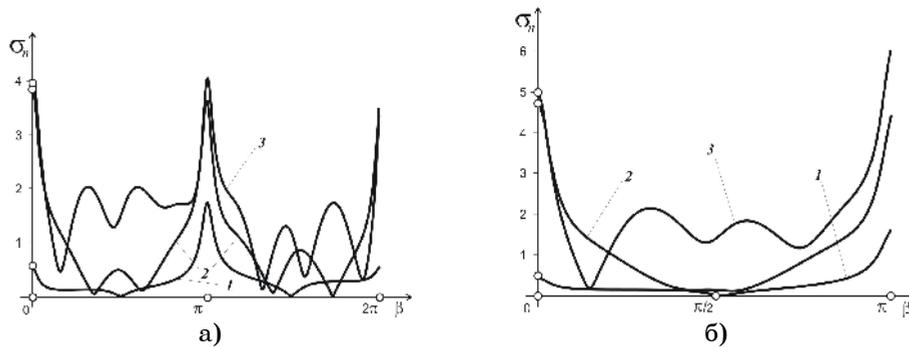


Рисунок 5

На рис. 6, 7 показаны зависимости для аналогичной решетки, состоящей из трех эллиптических упругих волокон, при воздействии волны сдвига от сосредоточенного точечного источника, находящегося на оси симметрии. Тут $Y_2 = 1$. Рис. 6 а, б показывает распределения напряжения σ_β вдоль контура крайнего слева и центрального волокон в случае решетки, состоящей из трех эллипсов. Рис. 7 а, б показывает распределения напряжений σ_n вдоль тех же контуров. Нумерация кривых имеет тот же смысл. Значения безразмерного волнового числа $\gamma_2 a$ для кривой 1 составляет 0,3, для кривой 2 – 1,1, для кривой 3 – 2,5.

Здесь у σ_β также наблюдаются локальные минимумы в теневой ($\beta = 0$) и лобовой ($\beta = \pi$) точках. Число локальных максимумов в зоне соскальзывания с увеличением $\gamma_2 a$ также увеличивается. Максимальное значение σ_β , как и на рис. 4, растет с увеличением $\gamma_2 a$. Аналогично SH-волне из бесконечности, для случая нагрузки от точечного источника с повышением частоты колебаний прирост амплитуды σ_n выше, чем у σ_β . Причем напряжения σ_β и σ_n также имеет взаимно-обратный характер.

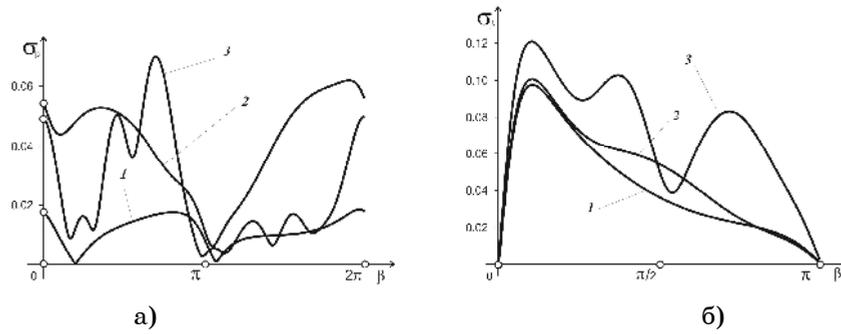


Рисунок 6

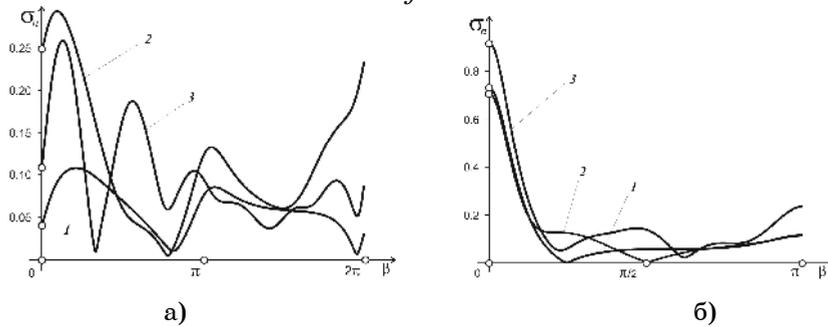


Рисунок 7

На рис. 8 а, б показаны зависимости максимумов амплитуд нормальных и касательных напряжений для крайнего слева и центрального упругого волокна от соотношения μ_1 / μ_2 для аналогичной решетки, состоящей из трех эллиптических неоднородностей, при воздействии волны сдвига из бесконечности. Тут также соотношение осей эллипса $b / a = 2,5$, соотношение плотностей включения и матрицы $\rho_1 / \rho_2 = 2,0$, значения безразмерного волнового числа $\gamma_2 a$ для кривых 1 и 2 составляет 0,9, а для кривых 3 и 4 – 1,5.

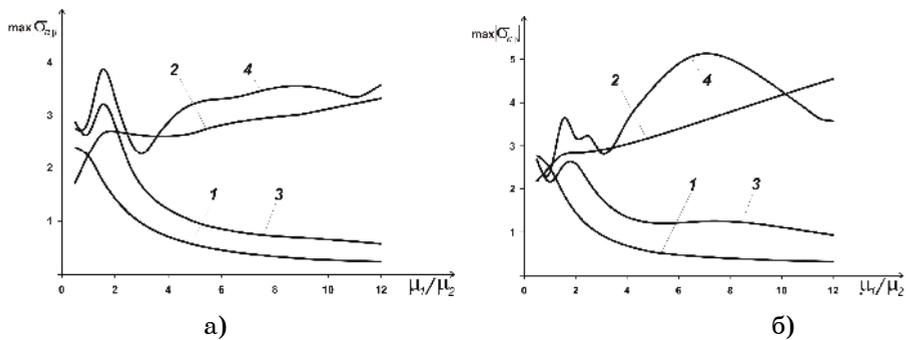


Рисунок 8

Разработанная схема численного эксперимента позволила сформировать уникальные таблицы высокоточных значений максимумов нормальных и касательных напряжений и соответствующих угловых координат на контуре эллиптического или ромбического центрального или крайних упругих включений (в системе от 3 до 9 объектов). Воздействие - волна из бесконечности или расположенный вблизи

точечный источник гармонических SH-волн для любых геометрических соотношений включений и большинства волновых чисел. По мнению автора, такие таблицы сформированы впервые.

В таблице приводится фрагмент этого результата для волны из бесконечности и точеного источника, воздействующих на систему из трех эллиптических или ромбических упругих включений с соотношением осей $b/a = 2,5$, соотношением $\mu_1/\mu_2 = 5,0$, $\rho_1/\rho_2 = 2,0$ и волновыми числами $2a$ равными 0,9 и 1,5 соответственно. Как видно из графиков, приведенных на рис. 8, начиная с соотношения $\mu_1/\mu_2 \geq 3$ значения амплитуд максимальных касательных напряжений центрального и крайнего включений существенно ниже соответствующих максимальных значений нормальных напряжений. Этот результат также полностью совпадает с соответствующим результатом работы [5]. Поэтому в таблице приведены только значения максимальных нормальных напряжений.

Таблица 1 – Высокоточные значения максимумов нормальных напряжений

Источник	Тип контура	$2a$	Расположение неоднородности	Угол β у радианах	Максимум σ_N
Волна	Эллипс	0,9	Центральное	0	3,21767380
Волна	Эллипс	0,9	Крайнее слева	3,14781721	2,67104904
Волна	Ромбик	0,9	Центральное	0	4,71586843
Волна	Ромбик	0,9	Крайнее слева	6,27121734	3,85712888
Источн.	Эллипс	0,9	Центральное	0	0,69316719
Источн.	Эллипс	0,9	Крайнее слева	6,05948066	0,29930583
Источн.	Ромбик	0,9	Центральное	0	2,35815848
Источн.	Ромбик	0,9	Крайнее слева	6,24863284	0,33145361
Волна	Эллипс	1,5	Центральное		4,33680121
Волна	Эллипс	1,5	Крайнее слева	3,11242821	3,22658328
Волна	Ромбик	1,5	Центральное		6,12208056
Волна	Ромбик	1,5	Крайнее слева	3,13126909	4,05454180
Источн.	Эллипс	1,5	Центральное	0	0,35980907
Источн.	Эллипс	1,5	Крайнее слева	5,83291359	0,33304392
Источн.	Ромбик	1,5	Центральное		1,76280359
Источн.	Ромбик	1,5	Крайнее слева	6,14275573	0,28472961

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ описанной предметной области показывает, что для широкого класса задач математической физики, решаемых методом СИУ, структура алгоритма и большинство вычислительных процедур типизируемы. Поэтому при рассмотрении вопроса проектирования инструментальных программных средств (CASE-средств) [13], позволяющих синтезировать и сопровождать приложения, моделирующие динамическое поведение сложных механических систем, достаточно изучить несколько базовых алгоритмов [6, 11].

Как показано в [2, 5, 6, 11], в задачах механики сплошных сред параллельные алгоритмы позволяют значительно сократить время вычислений и более детально проанализировать характеристики исследуемых полей. Это важно, так как получение точных величин, например, максимумов напряжений (вплоть до 8-го – 10-го знака), а также точных координат их дислокации позволяет избежать разрушений конструкций.

Сочетание метода интегральных уравнений, хорошо типизируемых и имеющих высокую скорость сходимости, а также процедур распараллеливания, приводящих к значительной экономии времени

вычислений, существенно увеличивает эффективность исследуемых алгоритмов

Это дает основание заключить, что построенные предложенным методом инструментальные программные средства синтеза приложений позволят своевременно и точно прогнозировать поведение различных систем с усложненными свойствами.

NONROUND SHAPED ELASTIC FIBERS SYSTEM'S BEHAVIOUR IN A HALF-SPACE WITH A FREE BORDER UNDER THE INFLUENCE OF STATIONARY SH-WAVES

B. E. Panchenk,

Glushkov Institute of Cybernetics of National Academy of Sciences of Ukraine,

40, Glushkova Ave., 03187, Kyiv, Ukraine

E-mail: pr-bob@ukr.net

Numerical interpolation of direct task's high-frequency solutions method can be applied to solve task of control of nonround shaped elastic fibers system's characteristics in half-space with force-free borders. There is parallel algorithm of numerical salvation of direct stationary dynamic theory of elasticity task about interaction SH-waves with system of elastic fibers with random cross-section that is located inside half-space with force-free borders offered in the article. Boundary problem is reduced to singular integral equations system that is numerically solved. Parallel calculation scheme allowed exploring situations with many reflective heterogeneities. New numerical results are shown.

Key words: *parallel computing scheme, the diffraction of shear waves, singular integral equations, high-precision solutions.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Селезов И. Т. Рассеяние волн локальными неоднородностями в сплошных средах / И. Т. Селезов, Ю. Г. Кривонос, В. В. Яковлев. – К. : Наук. думка, 1985. – 136 с.
2. Вертгейм И. И. Параллельные технологии вычислений в механике сплошных сред и МДТТ. : учебное пособие / И. И. Вертгейм, В. Н. Терпугов. – Пермь, ПГУ, 2007. – 84 с.
3. Панасюк В. В. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции / В. В. Панасюк, М. П. Саврук, Э. Т. Назарчук. – Киев: Наук. думка, 1984. – 344 с.
4. Фильштинский Л. А. Дифракция упругих волн на трещинах, отверстиях, включениях в изотропной среде / Л. А. Фильштинский // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1991. – № 4. – С. 119–127.
5. Назаренко А. М. Дифракция волн сдвига на цилиндрических включениях и полостях в упругом полупространстве // Проблемы прочности. – 1990. – № 11. – С. 90–94.
6. Панченко Б. Е. Каркасный анализ предметной области: стационарные динамические задачи теории упругости для изотропных сред с произвольными неоднородностями / Б. Е. Панченко, А. М. Назаренко // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – № 1. – С. 172-187
7. Лифанов И. К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент (в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн) / И. К. Лифанов. – М. : Янус, 1995. – 520 с.
8. Химич А. Н. Численное программное обеспечение интеллектуального MIMD-компьютера Инпарком / А. Н. Химич, И. Н. Молчанов, А. В. Попов. – Киев, 2007. – 220 с.
9. Гузь А. Н. Метод возмущения формы границы в механике сплошных сред / А. Н. Гузь, Ю. Н. Немиш. – Киев, 1989. – 352 с.
10. Кюркчан А. Г. Решение трехмерной задачи дифракции волн на группе объектов / А. Г. Кюркчан, Е. А. Скородумова // Акустический журнал. – 2007. – Т. 53, № 1. – С. 5-14.
11. Панченко Б. Е. Поведение системы некруговых отверстий в полупространстве со свободной границей от воздействия стационарных SH-волн / Б. Е. Панченко // Проблемы управления и информатики – 2012. – № 4. – С. 84-93
12. Химич А. М. Эффективность двумерных блочно-циклических параллельных алгоритмов / А. М. Химич, В. В. Полянюк // Проблемы программирования. – 2008. – №3. – С. 145–149
13. Колянов Г. Н. CASE. Структурный системный анализ (автоматизация и применение) / Г. Н. Колянов. – М. : Лори, 1996. – 360 с.

Поступила в редакцию 18 февраля 2013 г.