

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СПИРАЛЬНЫХ ОТВОДОВ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ НАСОСОВ ТРАПЕЦЕИДАЛЬНОЙ ФОРМЫ СО СКРУГЛЕННЫМИ УГЛАМИ

*С.Д. Косторной, д-р техн. наук, профессор;
А.А. Чаплыгин, аспирант,
Сумский государственный университет, Сумы*

Лучшие современные насосы рассчитываются из условия осесимметричного потенциального движения жидкости для спиральных отводов трапецеидальной формы. Широко применяемый в расчетной практике графоаналитический метод расчета и построения таких отводов содержит ряд недостатков. К их числу относится необходимость многочисленных графических построений и определения по чертежу радиусов и центров скругления прирезаемых и отрезаемых площадок от теоретического сечения. Предлагаемый метод лишен указанного недостатка и в отличие от известных теоретических работ реализован на ЭВМ, что позволило автоматизировать расчет и построение такого отвода.

Ключевые слова: центробежный насос, осесимметричный поток, потенциальный поток, спиральная камера, форма спирального отвода.

Кращі сучасні насоси розраховують із умови осесиметричного потенційного руху рідини для спіральних відводів трапецієподібної форми. Широко застосовуваний у розрахунковій практиці графоаналітичний метод розрахунку та побудови таких відводів містить ряд недоліків. До них відносять необхідність численних графічних побудов і визначення за кресленням радіусів і центрів скруглення прирізаних і відрізуваних ділянок площин від теоретичного перерізу. Пропонований метод позбавлений зазначеного недоліку і на відміну від відомих теоретичних робіт реалізований на ЕОМ, що дозволило автоматизувати розрахунок і побудови такого відводу.

Ключові слова: відцентрові насоси, осесиметричний потік, потенційний потік, спіральна камера, форма спірального відводу.

ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ

О ПРОЕКТИРОВАНИИ СПИРАЛЬНЫХ ОТВОДОВ

Увеличение механической энергии жидкости в рабочем колесе (РК) насоса имеет место в том случае, когда происходит увеличение циркуляции от входа в колесо к выходу. Рост циркуляции связан с увеличением радиуса r и окружной компоненты скорости $v_{\text{ц}}$. Поскольку подвод жидкости к колесу часто осуществляется из резервуара посредством трубы, то в этих случаях циркуляция Γ_1 на входе в колесо равна нулю. Следовательно, в эксплуатационных режимах циркуляция на выходе из колеса не равна нулю. Отсюда вытекают общие требования, предъявляемые к проточной части насосов: для насосов с $\Gamma_1 = 0$ подводящие органы должны иметь такую форму проточной части, которая не вызывает вращения потока на входе. На выходе из колеса поток должен быть сильно закрученным в направлении вращения вала насоса. Следовательно, отводящий рабочий орган должен собрать жидкость, выходящую из колеса, и, раскрутив ее, направить в напорный трубопровод.

На рис. 1,2 приведена схема проточной части (ПЧ) вертикального центробежного насоса со спиральным отводом 3.

Подвод 4 сам не создает циркуляции жидкости во входном сечении колеса. Однако в действительности на входе в колесо $\Gamma_1 = 0$ по следующей причине. Как показано на схеме, между вращающимся рабочим колесом 1 и неподвижным корпусом насоса имеется зазор, через который

возникает утечка жидкости из спирального отвода в подвод к входному сечению в колесо через уплотнение (путь утечки показан пунктиром). Жидкость, вытекающая из уплотнения, имеет не равный нулю момент количества движения и закручена в направлении вращения колеса. На основании закона об изменении моментов количества движения для ограниченного объема жидкости можно утверждать, что суммарный перенос момента количества движения через контрольную поверхность, ограничивающую жидкость в подводе, должен быть равен нулю. Тогда

$$(Q + q)\Gamma_1 = q\Gamma_{yn}, \quad Q_k\Gamma_1 = q\Gamma_{yn}, \quad (1)$$

где Q - подача насоса, равная расходу жидкости в сечениях I-I и II-II;

q - расход утечки через уплотнения;

Γ_{yn} - осредненная циркуляция потока, вытекающего из уплотнения.

Следовательно, осредненная циркуляция потока на входе в колесо, величина и закон распределения которой могут быть определены при решении прямой задачи с учетом взаимного влияния всех элементов ПЧ выражением 2:

$$\Gamma_1 = \Gamma_{yn} \frac{q}{Q + q}. \quad (2)$$

При написании формулы (1) предполагалось равенство нулю момента сил трения на границах объема.

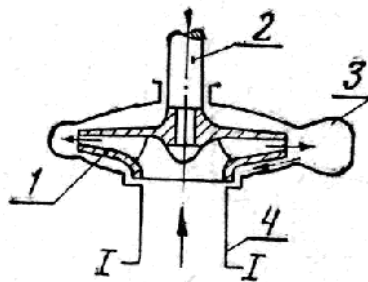


Рисунок 1

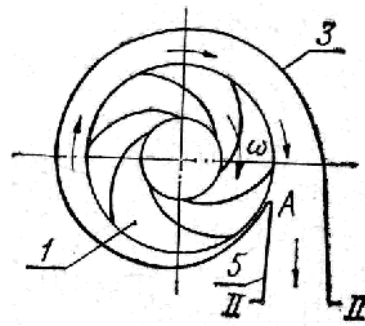


Рисунок 2

Отвод лопастного насоса должен выполнять следующие функции: 1) сбор жидкости, выходящей из рабочего колеса; 2) частичное преобразование кинетической энергии поступающего из колеса потока в потенциальную энергию давления; 3) подвод жидкости к напорному патрубку насоса или к последующей ступени без закрутки. Оптимальными с гидродинамической точки зрения являются подвод и отвод, обеспечивающие осесимметричную структуру потока при минимальных гидравлических потерях. На схеме рис. 1,2 изображен насос со спиральным отводом. Радиальные сечения отвода имеют различную площадь, которая постепенно увеличивается, начиная от сечения, проходящего через точку А в направлении вращения РК. Спиральная часть отвода переходит в диффузорный участок 5, к которому присоединяется напорный трубопровод. Именно в диффузорной части отвода происходит в основном увеличение потенциальной энергии давления при снижении кинетической энергии.

Спиральный отвод с правильно подобранными по площади сечениями обеспечивает достаточную равномерность отвода жидкости от рабочего колеса вдоль окружности выхода. Однако относительно небольшая окружная неравномерность имеет место только в сравнительно узком

диапазоне режимов работы насоса, близком к оптимальному режиму. При отклонении от оптимального режима наблюдается существенная неравномерность скорости по окружной координате на выходе из колеса. При этом возрастают гидравлические потери в отводе и рабочем колесе, радиальные усилия на колесо и пульсации давления. Спиральный отвод является достаточно совершенным гидравлическим устройством только в оптимальном и близком к нему режимам.

Спиральный отвод представляет собой канал, в котором вдоль линии тока происходит увеличение давления, что говорит о диффузорном характере течения.

Известно, что диффузорные течения сопровождаются существенными гидравлическими потерями энергии. Поэтому спиральный отвод является рабочим органом, где можно ожидать увеличенных потерь энергии при протекании жидкости.

Спиральные отводы трапецидальной формы со скругленными углами, характеризующиеся меньшими гидравлическими потерями по сравнению со спиралью круглого сечения [1], нашли широкое применение в одноступенчатых насосах. Из изложенного следует, что отвод является важным элементом ПЧ, в значительной степени определяющим техническое совершенство насоса.

Широко применяемый в расчетной практике графоаналитический метод расчета и построения таких спиральных отводов не лишен ряда недостатков. К числу таких недостатков относится необходимость многочисленных графических построений и определения по чертежу радиусов и центров скругления прирезаемых и отрезаемых площадок от теоретического сечения, а также изменения их площадей.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ СПИРАЛЬНОГО ОТВОДА

Предлагаемый ниже метод лишен указанного недостатка и в отличие от работы [2] реализован на ЭВМ при расчете спирального отвода указанного типа, что позволило значительно ускорить проектирование ПЧ и заменить ручной труд проектировщика машинным.

Основные положения такого метода состоят в следующем:

1. Расчетный контур сечения (рис. 3), ограниченный с внешней стороны цилиндрической поверхностью, неконструктивной с гидродинамической точки зрения, так как в углах такого сечения создаются зоны отрыва, преобразуют в более плавный так, чтобы не изменялась пропускная способность сечения. Для этого площадь прирезаемых и отрезаемых частей должна быть одинакова.

2. Диффузор выполняется с углом конусности 8° . Не рекомендуется допускать рост площади диффузора более чем в 2 раза, так как при этом происходит сильный рост пограничного слоя и отрыв потока от стенок, приводящий к росту гидравлических потерь.

3. Равномерное (осесимметричное) распределение расхода по окружности входа в спиральный отвод, исходя из расчетной модели рабочего колеса при бесконечно большом числе лопастей, обеспечивается тем, что меридиональные сечения спирального отвода подбирают исходя из условия

$$Q_\varphi = \frac{\phi}{2\pi} Q, \quad (3)$$

где Q_φ - расход через меридиональное сечение спирального отвода, проведенное под углом φ к некоторой начальной плоскости (обычно зуб спирали); Q - расход через насос.

Преобразование кинетической энергии потока, выходящего из колеса в энергию давления, происходит в отводящем канале, который выполнен в виде спирального отвода. Спиральный отвод (рис. 3) состоит из спирального канала с постепенно нарастающими сечениями и диффузора. Для того чтобы обеспечить установившееся относительное движение в рабочем колесе, поток в спиральном отводе должен быть осесимметричным.

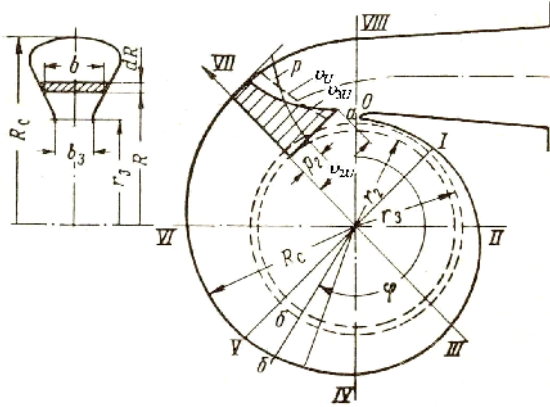


Рисунок 3

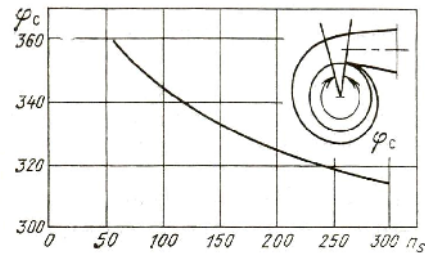


Рисунок 4

На распределение скоростей в спиральном отводе влияет циркуляция утечки через уплотнение и нарастание давления, создаваемого трением жидкости о внешние стенки дисков рабочего колеса. При расчете спирального отвода этими факторами пренебрегают.

При исследовании закономерности движения жидкости в спиральном отводе поток рассматривается как потенциальный. Допущение потенциальности движения здесь не вполне обосновано, поскольку внутри спиральной камеры поступают свободные вихри с выходных неострых кромок рабочего колеса, способных вызвать существенные вихреобразования. При этом предполагается, что поток в спиральном отводе обладает осевой симметрией.

Осесимметричное потенциальное движение идеальной жидкости характеризуется постоянством момента скорости [3]:

$$V_u \cdot r = const, \quad (4)$$

что обычно и принимается в основу расчета спиральных камер.

Лучшие современные насосы рассчитаны исходя из условия (4) или постоянства средней скорости во всех сечениях отвода. Обычно при проектировании необходимо знать максимальный габаритный размер спирали. Поэтому расчет начинают с определения местоположения и размеров концевой сечения спирали. В насосах с $n_s < 100$ концевое сечение удалено от начального на угол φ_c (рис. 4).

При росте n_s угол охвата φ_c уменьшается, обеспечивая условия плавного сопряжения спиральной части отвода с диффузором.

Наиболее просто можно исследовать поток в спиральной камере с постоянной шириной сечения $b = b_0 = const$.

Схематически поток в такой спирали можно рассматривать как плоское течение, индуцированное прямолинейным вихреисточником бесконечной длины. Интенсивность вихря обозначим Γ , а мощность источника, приходящуюся на единицу размера в направлении, перпендикулярном плоскости течения, через Q . Комплексный потенциал потока, индуцированного вихреисточником, записывается выражением [4]:

$$W = \frac{\Gamma}{2\pi} \ln z + \frac{Q}{2\pi} \ln z$$

Отделяя мнимую часть, получим выражение для функции тока

$$\psi = \frac{1}{2\pi} (\Gamma \ln r + Q\phi), \quad (5)$$

где принято $z = r e^{i\phi}$.

Линии тока получим, приняв $\psi = const$. Тогда

$$\Gamma \ln r + Q\phi = \ln a = const.$$

Уравнения линии тока в полярных координатах после потенцирования последнего выражения будет иметь вид

$$r = B e^{-\frac{Q}{\Gamma}\phi},$$

где B - постоянный коэффициент, определяемый из граничных условий $r = r_0$ при $\phi = \phi_0$.

Из этого следует, что линии тока представляют логарифмические спирали. Одну из таких линий тока можно принять за очертание стенок спиральной камеры.

Модельная задача течения жидкости с бесконечно большим количеством тонких лопастей в РК лопастной гидравлической машины, сформулированная Г. Бауэрфельдом при решении обратной задачи профилирования лопасти [6] и Л. Эйлером для определения величины передаваемой потоку жидкости энергии рабочим колесом, называемой теоретическим напором $H_{T\infty}$, согласуется с математической задачей определения изогональных траекторий семейства прямых $y = Cx$, пересекающих линии данного семейства под углом α , тангенс которого $tg\alpha = k = const$ [5].

Так как угловой коэффициент $\frac{dy}{dx} = tg\phi$ касательной к кривой семейства и угловой коэффициент $\frac{dy_T}{dx} = tg\psi$ к изогональной траектории связаны соотношением

$$tg\phi = tg(\psi - \alpha) = \frac{tg\psi - tg\alpha}{1 + tg\alpha tg\psi},$$

тогда

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy_T}{dx} - k}{k \frac{dy_T}{dx} - 1} \quad (6)$$

Пользуясь соотношением (6), получим дифференциальное уравнение изогональных траекторий

$$\frac{dy}{dx} = \frac{k + \frac{y}{x}}{1 - k \frac{y}{x}}. \quad (7)$$

Интегрируя это однородное уравнение, получаем общий интеграл

$$\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{1}{k} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \ln C, \quad (8)$$

который и определяет семейство изогональных траекторий. Перейдя в (8) к полярным координатам

$$\frac{y}{x} = \operatorname{tg} \phi, \quad \sqrt{x^2 + y^2} = r$$

и подставляя эти выражения в равенство (6), получим

$$\ln r = \frac{1}{k} \phi + \ln C \quad \text{или} \quad r = C e^{\frac{\phi}{k}}.$$

В зависимости от задаваемого соотношения между величиной Γ , характеризующей циркуляцию потока за колесом, определяемой уравнением $H_{T\infty}$ из основного уравнения Л. Эйлера и величиной расхода Q , можно получать спиральные камеры различного очертания и различных габаритов.

Величина циркуляции скорости по контуру, охватывающему ось гидравлической машины, равна

$$\Gamma = 2\pi V_u r. \quad (9)$$

Поскольку в спиральной камере в силу условия (1) момент скорости сохраняет постоянное значение

$$V_u r = k,$$

где k - константа спирали, то

$$\Gamma = 2\pi k. \quad (10)$$

Из свойств логарифмической спирали следует, что угол, образованный спиралью с произвольным радиусом-вектором, является величиной постоянной. Отсюда вытекает, что в спиральной камере соотношение $\frac{Q}{\Gamma}$ также величина постоянная. С изменением расхода, протекающего через турбину, насос (например, при регулировании), циркуляция скорости Γ пропорциональна расходу [3].

Уравнение линий тока в спиральной камере, учитывая (10), можно переписать

$$r = B e^{-\frac{Q}{2\pi k} \phi}. \quad (11)$$

Из выражения для функции тока (5) получаем значения скоростей

$$V_r = -\frac{Q}{2\pi r}, \quad V_u = \frac{\Gamma}{2\pi r}. \quad (12)$$

Угол, образованный вектором скорости V с радиальным направлением, определяется

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{V_u}{V_r} = -\frac{\Gamma}{Q} = \operatorname{const}. \quad (13)$$

Постоянство угла δ вытекает и непосредственно из свойств логарифмической спирали [5].

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА

1. Величина площади конечного 8-го сечения спирали определяется выражением

$$S_8 = \frac{Q \phi_s}{v_3 2\pi}.$$

2. Диаметр начальной окружности $D_3 = D_2 \cdot K_{нач}$ вычисляется в зависимости от n_s (рис. 5), можно начальный диаметр определять по формуле $D_3 = (1,03 - 1,05)D_2$.

3. Начальную ширину спирали можно принимать из соотношения $b_3 = b_2 + (0,02 - 0,05)D_2$.

4. Угол, образованный языком спирали, должен быть равен углу потока на выходе из колеса: $\alpha_2 = \alpha_3 = \arctg \frac{v_{m3}}{v_{u3}}$.

5. Закон изменения боковых стенок спирали задается на основании образцов насосов с высоким КПД.

Обычно угол стенки спирали $\frac{\phi_{en}}{2}$ плавно изменяется в зависимости от угла охвата спирали от $10 - 13^\circ$ у языка, достигая в конечном сечении до 45° .

6. Среднюю скорость в спиральном отводе v_3 определяют из выражения, установленного опытным путем:

$$v_3 = K_c \sqrt{2gH},$$

где K_c - опытный коэффициент, зависящий от n_s (рис.5).

При расчете спиральных камер указанных типов с переменной в зависимости от полярного угла φ высотой сечений в основу расчета также принимается условие потенциальности потока и осевой симметрии и, следовательно, условие постоянства момента скоростей $V_u r = const$.

ПРИМЕР РАСЧЕТА СПИРАЛЬНОГО ОТВОДА

Рассмотрим половину сечения спиральной камеры (рис. 6).

1. Форму спиральной камеры строим в виде криволинейной фигуры $M B n C m D N$ с площадью, равной площади трапеции $M O E N$. В силу этого следует равенство площадей заштрихованных областей: $S_{OBnC} = S_{EDmC}$ (рис. 6).

2. Дуга $B n C$ определяется как дуга параболы $y = ax^2 + b$, проходящей через точки $B(0; y_B)$ и $C(x_C; 0)$. Коэффициенты в уравнении параболы определяются из соответствующего условия:

$$\begin{cases} ax_B^2 + b = y_B, \\ ax_C^2 + b = y_C. \end{cases}$$

Откуда находим: $a = -\frac{y_B}{x_C^2}$, $b = y_B$.

3. Площадь S_{OBnC} :

$$S_{OBnC} = \int_0^{x_C} (ax^2 + b) dx = \left[\frac{ax^3}{3} + bx \right]_0^{x_C} = -\frac{y_B x_C^3}{x_C^2 \cdot 3} + y_B x_C = \frac{2}{3} y_B x_C.$$

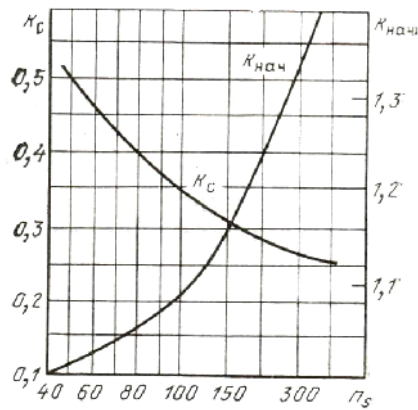


Рисунок 5

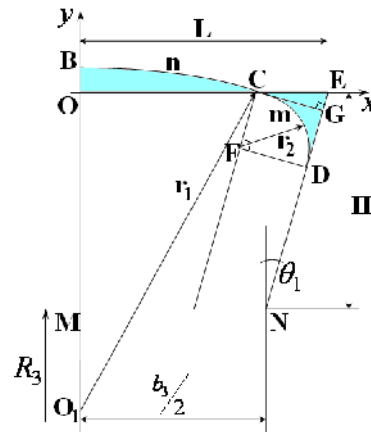


Рисунок 6

4. Площадь S_{EDmC} :

$$S_{EDmC} = S_{CGDF} + S_{CGE} - S_{FCmD} = r_2^2 + \frac{1}{2} r_2^2 \text{tg} \theta_1 - \frac{\pi r_2^2}{4} = r_2^2 \left(1 + \frac{1}{2} \text{tg} \theta_1 - \frac{\pi}{4} \right).$$

5. Приравнявая два последних соотношения, получаем

$$y_B = \frac{3}{2x_C} r_2^2 \left(1 + \frac{1}{2} \text{tg} \theta_1 - \frac{\pi}{4} \right).$$

6. Из условия сопряжения дуг BnC и CmD в точке C , которое характеризуется равенством первых производных в этой точке, следует $y_B = \frac{1}{2} x_C \text{tg} \theta_1$. Подставив данное соотношение в предыдущее и учитывая,

что $x_C = L - \frac{r_2}{\cos \theta_1}$, где $L = \frac{b_y}{2} + H \cdot \text{tg} \theta_1$, приходим к квадратному уравнению относительно r_2 :

$$\left[3 \left(1 + \frac{1}{2} \text{tg} \theta_1 - \frac{\pi}{4} \right) - \frac{\text{tg} \theta_1}{\cos^2 \theta_1} \right] r_2^2 + \frac{2L \text{tg} \theta_1}{\cos \theta_1} r_2 - L^2 \text{tg} \theta_1 = 0.$$

Определив таким образом r_2 , по вышеописанным формулам находим x_C и y_B .

7. Радиус r_1 определим по формуле $r_1 = \frac{x_C^2 + y_B^2}{2y_B}$.

Для определения значения высоты сечения MO (рис.6) используем следующие методы.

Метод 1. $V_u R = const$. Контур продольного сечения спирали на угле φ от языка спирали определяется следующим образом:

- 1) определяется момент скорости на выходе из рабочего колеса

$$K_2 = \frac{30gH}{\pi n \eta_\Gamma},$$

где $g = 9,81 \frac{m}{c^2}$, H - напор, м; n - количество оборотов в мин.; η_Γ - гидравлический КПД; Q - подача m^3/c ;

- 2) высота H_i i -го сечения находится из условия

$$\frac{\phi_i Q}{360 K_2} = \int_{R_3}^{R_3 + H_i} \frac{b}{r} dr;$$

- 3) ширина b на радиусе r определяется по формуле (рис. 3)

$$b = b_3 + 2(r - R_3) \operatorname{tg} \theta_1;$$

- 4) приходим к нелинейному уравнению относительно H_i

$$2 \operatorname{tg} \theta_1 H_i + (b_3 - 2R_3 \operatorname{tg} \theta_1) \ln \left(1 + \frac{H_i}{R_3} \right) = \frac{\phi_i Q}{360 K_2}.$$

5) таким образом, решая полученное квадратное уравнение, определяем высоту сечения спирального отвода для любого угла φ_i .

Угол θ_1 изменяется от $10 - 13^\circ$ у языка спирали до 45° на выходе.

Метод 2. $V_u = const$. Определение средней скорости в спирали

$$V_{СП} = K_C \sqrt{2g H_T},$$

где K_C - опытный коэффициент [1], $K_C = 0,75$; $H_T = \frac{H}{K_\Pi}$; $K_\Pi \approx 0,65$, где

K_Π - общий КПД.

1. Площадь выходного сечения спирали

$$F_{360} = \frac{Q}{V_{СП}}.$$

2. Площадь в сечении $\varphi = const$

$$F_i = F_{360} \frac{\phi_i}{360}.$$

3. Площадь сечения численно равна площади соответствующей трапеции $S_i = F_i$, где $S_i = \frac{L_i + b_3}{2} H_i$. Учитывая, что $L_i = b_3 + 2H \operatorname{tg} \theta_1$, приходим к квадратному уравнению

$$\operatorname{tg} \theta_1 H_i^2 + b_3 H_i - F_{360} \frac{\phi_i}{360} = 0.$$

4. Таким образом, решая полученное квадратное уравнение, определяем высоту сечения спирального отвода для любого угла φ_i .

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Метод 1 $V_u R = const$ (рис.7).

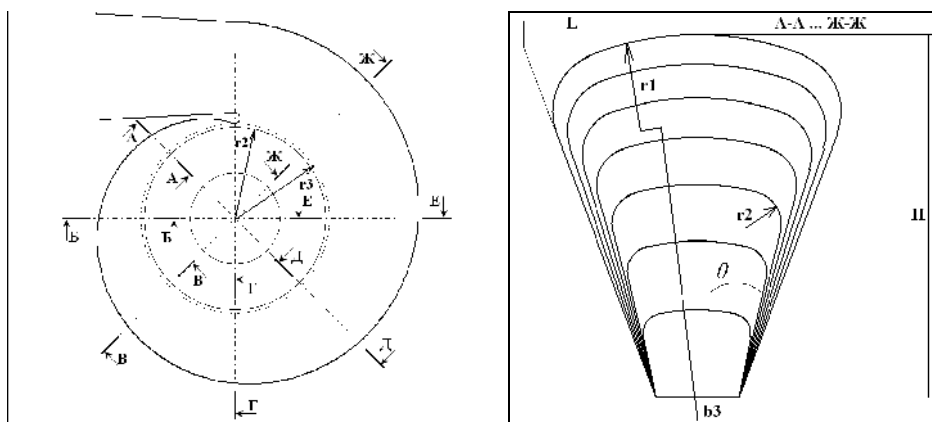


Рисунок 7

Таблица 1

Сечение	А-А 45°	Б-Б 90°	В-В 135°	Г-Г 180°	Д-Д 225°	Е-Е 270°	Ж-Ж 315°
L, мм	36,5	47,5	58,9	70,5	82,3	94,3	106,4
H, мм	51,1	92,3	125,5	152,7	175,3	194,2	210,1
r ₁ , мм	122,2	138,0	150,4	160,3	168,4	174,9	180,1
r ₂ , мм	11,5	15,3	19,4	23,7	28,0	32,5	37,0
, °	11,6	13,1	14,7	16,3	17,8	19,4	20,9

Метод 2. $V_u = const$ (Рис.8). Данные с рисунков приведены в соответствующих таблицах 1 и 2.

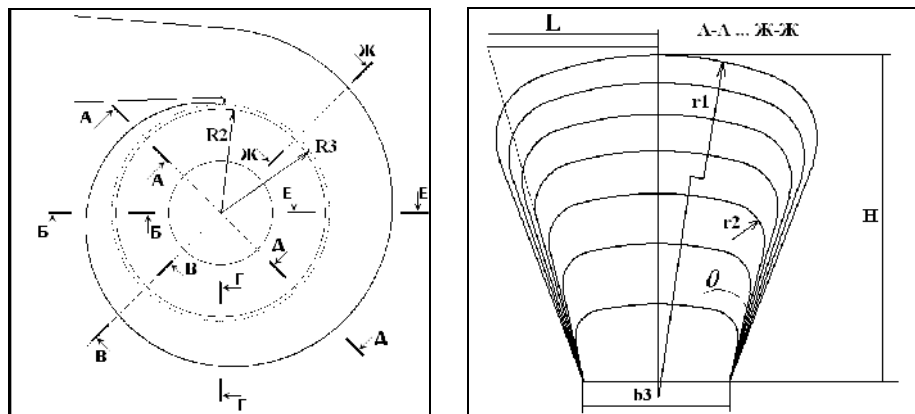


Рисунок 8

Таблица 2

Сечение	А-А 45°	Б-Б 90°	В-В 135°	Г-Г 180°	Д-Д 225°	Е-Е 270°	Ж-Ж 315°
L, мм	31,2	36,7	42,6	48,6	54,8	61,0	67,4
H, мм	25,3	46,1	63,2	77,5	89,5	99,6	108,3
r ₁ , мм	104,5	106,7	108,7	110,5	112,0	113,2	114,2
r ₂ , мм	9,8	11,9	14,0	16,3	18,6	21,0	23,4
, °	11,6	13,1	14,7	16,3	17,8	19,4	20,9

ВЫВОДЫ

Предлагаемая методика реализована на ЭВМ в среде Delphi, что позволило автоматизировать расчет и построение спирального отвода трапецидальной формы, значительно повышая их точность и сократив рабочее время на проектирование примерно в 10 раз.

SUMMARY

DESIGN OF TRAPEZOIDAL SPIRAL CASING OF THE PUMPS WITH ROUNDED CORNERS

*S.D. Kostornoy, A.A.Chaplygin,
Sumy State University, Sumy*

Best modern pumps were calculated from the condition of axisymmetric potential flow of fluid to spiral tap keystone shape, It is widely used in design practice semigraphical method of calculation and construction of such allotment contains a number of shortcomings, These include the need for numerous graphic constructions and definitions of drawing the radii and centers of curvature slaughtered and cut areas from the theoretical section, The proposed method is devoid of this shortcoming, and in contrast to the known theoretical works realized on the computer, which will automate the calculation and construction of such diversion,

Key words: *centrifugal pump, axisymmetric flow, potential flow, spiral chamber, the shape of spiral casing,*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чиняев И.А. Лопастные насосы: справочное пособие / И.А. Чиняев. – Л.: Машиностроение, 1973. - 184 с.
2. Зайченко Е.Т. К вопросу расчета и построения спирального отвода трапецидальной формы со скругленными углами / Е.Т. Зайченко, Т.Г. Зайченко // Гидравл. машины. – Харьков, 1990. – Вып. 21. – С. 109-117.
3. Квятковский В.С. Рабочий процесс осевой гидротурбины / В.С. Квятковский // Труды ВИГМ. – М.: Машгиз, ГНТИ, 1951. – Ч.1. - 151 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1970. – 904 с.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов / Н.С. Пискунов. – М.: Наука, 1964. – Т.1. - 543 с.
6. Bauersfeld W. Die Konstruktion der Francis Schaufel nach der Lorenzschen Turbinentheorie und ihre Eigenschaften / W. Bauersfeld. - Zeitschrift des VDI, 1912. – В. 56. – S. 2045-2051.

Поступила в редакцию 16 июня 2010 г.