

IMPROVEMENT OF THE CALCULATION THEORY OF ELECTRODYNAMIC CHARACTERISTICS OF METAL-DIELECTRIC PLANAR PERIODIC STRUCTURES

Vorobyov G.S., Petrovsky M.V., Gerasymenko A.I.
 Sumy State University
 2, Rymskiy-Korsakov Str., Sumy, 40007, Ukraine
 Ph.: (0542) 392372, e-mail: vp@sumdu.edu.ua

Abstract — The system of linear equations in the approximation of a given current for a rigorous mathematical formulation was obtained. It allows conducting a comparative analysis of the characteristics of the excited diffraction radiation harmonics for arbitrary parameters of a planar periodic metal-dielectric structure.

К ВОПРОСУ УТОЧНЕНИЯ ТЕОРИИ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛАНАРНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Воробьев Г. С., Петровский М. В., Герасименко А. И.
 Сумский государственный университет,
 ул. Римского-Корсакова 2, Сумы, 40007, Украина
 тел.: (0542) 392372, e-mail: vp@sumdu.edu.ua

Аннотация — В приближении заданного тока для строгой математической постановки получена система линейных уравнений, которая позволяет при произвольных параметрах планарной периодической металлодиэлектрической структуры, провести сравнительный анализ характеристик возбуждаемых гармоник дифракционного излучения.

I. Введение

В последние годы особое внимание уделяется разработке низковольтных усилителей, генераторов и элементной базы миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн в интегральном исполнении. Перспективными для этих целей являются периодические металлодиэлектрические структуры (МДС), образованные, например, ленточной решеткой, нанесенной на слой планарного диэлектрика. В отличие от отражательной металлической решетки, МДС имеет ряд специфических особенностей, связанных с возбуждением черенковского и дифракционного излучений. Особый интерес, для развития интегральной дифракционной электроники представляют исследования электродинамических характеристик МДС конечной толщины, включая тонкие пленки с решеткой.

В данной работе, в приближении заданного тока, получены соотношения, позволяющие провести комплексный сравнительный анализ различных видов излучений, возбуждаемых в резонансной системе образованной металлическим зеркалом и поверхностью МДС конечной толщины.

II. Основная часть

Теоретическая модель исследуемой системы показана на рис. 1. Рассматривается планарная электродинамическая система, образованная металлической плоскостью $z = b$ и поверхностью $z = -a$ периодической МДС. На боковой поверхности диэлектрика с проницаемостью ε нанесена дифракционная решетка с периодом l и шириной лент d , вдоль поверхности которой движется монохроматический ЭП с плотностью заряда $\rho = \rho_0 \delta(z - a) e^{i(ky - \omega t)}$. Здесь обозначено: ρ_0 — поверхностная плотность заряда; $\delta(z - a)$ — дельта-функция; $k = \omega / v_0$ — волновое

число; ω, λ — частота и длина волны излучения; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — орты прямоугольной системы координат.

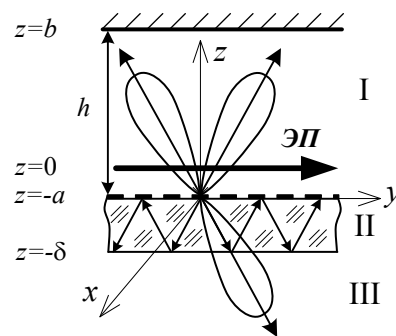


Рис. 1. Модель возбуждения дифракционно-черенковского излучения.
 Fig. 1. The model of the diffraction-Cherenkov radiation excitation

Электромагнитное поле в областях I ($-a < z < b$), II ($-\delta < z < -a$), III ($z < -\delta$) представляется в виде:

$$\vec{H}^I = \vec{H}_c + \vec{i} \sum_n [A_n e^{iq_n(z+a)} + B_n e^{-iq_n(z-b)}] e^{ik_n y}, \quad (1)$$

$$\vec{H}^{II} = \vec{i} \sum_n [C_n e^{-iq_{nc}(z+a)} + D_n e^{iq_{nc}(z+\delta)}] e^{ik_n y}, \quad (2)$$

$$\vec{H}^{III} = \vec{i} \sum_n F_n e^{-iq_n(z+\delta)} e^{ik_n y}, \quad (3)$$

$$\vec{E} = i \frac{c}{\omega} \text{rot} \vec{H}, \quad (4)$$

где $\vec{H}_c = \vec{i} \beta F \text{sign}(z) e^{-q|z|} e^{iky}$ — собственное поле ЭП в свободном пространстве; A_n, B_n, C_n, D_n, F_n — Фурье-компоненты дифракционного поля; $F = 2\pi\rho_0$; $q = k\theta = k\sqrt{1 - \beta^2}$; $q_n = k\theta_n = k\beta\sqrt{1 - \tau_n^2}$; $q_{nc} = k\theta_{nc} =$

$= k\beta\sqrt{\varepsilon - \tau_n^2}$; $\tau_n = (\eta + n)/\kappa$; $\eta = \kappa/\beta$; $\kappa = l/\lambda$;
 $\beta = v_0/c$ — относительная скорость ЭП; c — скорость света; $k_n = k + 2\pi n/l$.

Неизвестные коэффициенты Фурье A_n , B_n , C_n , D_n , F_n пространственных гармоник полей (1)-(4) находятся из решения электродинамической задачи, удовлетворяющей точным граничным условиям в плоскости

$$z = -a, \quad E_y^I = E_y^{II}, \quad H_x^I = H_x^{II};$$

$$z = -\delta, \quad E_y^{II} = E_y^{III}, \quad H_x^{II} = H_x^{III},$$

и граничным условиям Леонтовича на металлическом экране

$$z = b, \quad E_y^I = -\xi H_x^I,$$

где $\xi = (1-i)\sqrt{\omega/8\pi\sigma}$; σ — проводимость материала экрана.

Подчинение поля граничным условиям позволяет отыскать связь между коэффициентами поля

$$\begin{aligned} A_n &= B_n e^{-q_n h} \frac{\theta_n + \xi\beta}{\theta_n - \xi\beta} - \delta_0^n F \beta e^{q_n a}; \\ C_n &= \frac{1}{2} V_n F_n; \quad D_n = \frac{1}{2} \bar{V}_n F_n e^{iq_{nc}(a-\delta)}; \\ B_n &= \frac{\theta_n - \xi\beta}{\theta_n (e^{iq_n h} - e^{-iq_n h}) - \xi\beta (e^{iq_n h} + e^{-iq_n h})} \times \\ &\times \left\{ \frac{\theta_{n\varepsilon}}{\varepsilon\theta_n} C_n \left(1 - \frac{\bar{V}_n}{V_n} \right) - \delta_0^n F \beta (e^{q_n a} - e^{-q_n a}) \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

и получить следующую систему функциональных уравнений относительно неизвестной x_n

$$\begin{cases} \sum_n x_n e^{in\varphi} = 0, & \delta_1 \leq |\varphi| \leq \pi \\ \sum_n x_n \frac{|n|}{n} (1 - \chi_n) e^{in\varphi} = -G, & |\varphi| < \delta_1 \end{cases} \quad (6)$$

где δ_0^n — символ Кронекера, $\varphi = \frac{2\pi y}{l}$, $\delta_1 = \frac{\pi d}{l}$;

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{\tau_n W_n}{4\rho_0} e^{q_n a} \left[(V_n - \bar{V}_n) F_n + \delta_0^n 4\beta F e^{-q_n a} \frac{P}{W_0} \right]; \\ \chi_n &= 1 + i \frac{|n|}{n} \frac{\sqrt{1 - \tau_n^2}}{\tau_n} \frac{1}{W_n'}; \quad G = -2\pi\theta \frac{P}{W_0'}; \quad W_n = \frac{\theta_{n\varepsilon}}{\varepsilon\theta_n} W_n'; \\ W_n' &= \frac{\varepsilon\theta_n}{\theta_{n\varepsilon}} \frac{1 + f_n}{1 - f_n} + \Delta_n; \quad f_n = \frac{\bar{V}_n}{V_n}; \quad P = -\frac{1}{2} (\Delta_0 - 1) (e^{2q_n a} - 1); \\ \Delta_n &= \frac{\theta_n (1 + e^{2iq_n h}) + \xi\beta (1 - e^{2iq_n h})}{\theta_n (1 - e^{2iq_n h}) + \xi\beta (1 + e^{2iq_n h})}; \\ V_n &= \left(1 + \frac{\varepsilon\theta_n}{\theta_{n\varepsilon}} \right) e^{iq_{nc}(a-\delta)}; \quad \bar{V}_n = \left(1 - \frac{\varepsilon\theta_n}{\theta_{n\varepsilon}} \right) e^{-iq_{nc}(a-\delta)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Система уравнений (6) составляет краевую задачу Римана-Гильберта, решение которой, пользуясь методом, предложенным в работе [1], можно записать в виде бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных x_n

$$\begin{aligned} \sum_n x_n \left[\frac{|n|}{n} \chi_n (R_m V_\sigma^n - R_\sigma V_m^n) + \delta_m^n R_\sigma \right] = \\ = G (R_m V_\sigma^0 - R_\sigma V_m^0). \end{aligned} \quad (8)$$

Коэффициенты V_σ^n , V_m^n , R_σ , R_m приведены в работах [1,2]. При отыскании значений x_n с применением численных методов, для получения весьма точных значений, достаточно взять ограниченное количество уравнений системы (8) [2].

Решая систему уравнений (8) относительно x_n и пользуясь соотношениями (5) и (7), можно определить неизвестные коэффициенты A_n , B_n , C_n , D_n , F_n .

Из соотношений (1)-(4) следует, что возбуждение излучаемых пространственных гармоник дифракционного излучения возможно при вещественных значениях q_n и $q_{n\varepsilon}$:

$$\tau_n^2 < 1 \quad \text{— область I и III;}$$

$$\tau_n^2 < \varepsilon \quad \text{— область II.}$$

Энергетической характеристикой излучения является среднее значение вектора Пойтинга излучаемых пространственных гармоник в областях I, II, III:

$$\text{I область } (-a < z < b) \quad n < 0: \quad S_n = \frac{\tilde{n}}{8\pi} |A_n|^2;$$

$$\text{II область } (-\delta < z < -a) \quad n = 0: \quad S_{0\varepsilon} = \frac{\tilde{n}}{8\pi} |\tilde{N}_0|^2;$$

$$n \neq 0: \quad S_{n\varepsilon} = \frac{\tilde{n}}{8\pi} |\tilde{N}_n|^2;$$

$$\text{III область } (z < -\delta) \quad n < 0: \quad S_n = \frac{\tilde{n}}{8\pi} |F_n|^2;$$

Направления S_n и $S_{n\varepsilon}$ определяются углами, которые отсчитываются от положительного направления оси y

$$\gamma_{n\varepsilon} = \arccos(\tau_n/\sqrt{\varepsilon}).$$

III. Заключение

В рамках приближения заданного тока решена задача возбуждения монохроматическим ЭП спектра дифракционных пространственных гармоник в планарной резонансной МДС с диэлектрическим слоем конечной толщины. Решение задачи строгим методом теории дифракции Римана-Гильберта сводится к компактной системе линейных алгебраических уравнений, которая позволяет при произвольных параметрах структуры рассчитать плотность энергии дифракционных гармоник электромагнитного поля излучения.

Полученные результаты представляют интерес для создания устройств и функциональных узлов на базе МДС в планарном исполнении.

IV. References

- [1] Agranovich Z.S., Marchenko V.A., Shestopalov V.P. Difrakcija jelektromagnitnyh voln na ploskih metallicheskih reshetchah [Diffraction of electromagnetic waves by plane metallic gratings]. *Journal of Technical Physics*, 1962, vol. XXXII, No 4, pp. 381-394.
- [2] Tret'jakov O.A., Tret'jakova S.S., Shestopalov V.P. Izluchenie jelektromagnitnyh voln elektronnyim puchkom, dvizhushhimsja nad difrakcionnoj reshetchoj [Radiation of electromagnetic waves by an electron beam moving over a diffraction grating]. *Journal of Radiophysics and Electronics*, 1965, No 7, pp. 1233-1243.