FLUX – программный пакет для вычисления характеристик синхротронного излучения

П.И. Гладких¹, И.А. Князь², А.С. Мазманишвили^{1,*}, А.А. Щербаков¹

¹ Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт», ул. Академическая, 1, 61108 Харьков, Украина

² Сумский государственный университет, ул. Римского-Корсакова, 2, 40007 Сумы, Украина

(Получено 01.09.2014; опубликовано online 25.03.2015)

В работе приведены основные характеристики потока квантов синхротронного излучения (СИ) релятивистского пучка электронов в накопительном кольце ННЦ ХФТИ с максимальной энергией $E_{\rm max} = 225$ МэВ. Получены аналитические выражения для интенсивности потока квантов СИ заданной длины волны при выбранной геометрии регистрации и предложены алгоритмы расчета рассматриваемых потоков. Приведены зависимости, характеризующие интенсивность и спектрально-угловые свойства потока фотонов СИ.

Ключевые слова: Синхротронное излучение, Накопитель электронов, Эмиттанс, Спектральная яркость, Критическая длина волны, Спектральная плотность, Угловое распределение, Поляризация.

PACS numbers: 41.60.Ap, 29.20.Dh, 07.05.Tp

1. ВВЕДЕНИЕ

Синхротронное излучение (СИ), возникающее при движении релятивистских частиц в магнитном поле, дает возможность проводить широкий круг исследований в фундаментальных и прикладных направлениях. Связано это с тем, что это излучение обладает уникальными свойствами: непрерывным спектром – от инфракрасного до рентгеновского, острой направленностью, высокой степенью поляризации, временной структурой [1, 2]. Уникальные свойства СИ сделали его мощнейшим инструментом в проведении научных исследований и решении прикладных задач. Ярким примером является исследование магнитных материалов с помощью СИ (см. обзор [3]).

После первых теоретических работ Шотта [4-5] теория СИ не вызывала особого интереса, однако с возникновением и развитием ускорительной техники, интерес к теории СИ резко возрос. Был получен ряд новых и достаточно интересных результатов. В частности, в работе [6] было показано, что СИ обладает резко выраженной анизотропией в угловом распределении мощности - оно сосредоточено узком конусе эффективного углового раствора 1 / γ (где γ – релятивистский фактор) в окрестности плоскости орбиты частицы. Дальнейшее развитие теории СИ было дополнено исследованиями его поляризационных свойств. В работе [7] было показано, что в общем случае, СИ обладает эллиптической поляризацией, а при наблюдении в направлении плоскости орбиты электрона поляризовано линейно. В дальнейшем были получены новые результаты, в частности, показано, что эволюция угловых распределений излучаемой мощности СИ для каждой фиксированной гармоники при изменении энергии частицы кардинально отличается от поведения углового распределения полной излучаемой мощности. Так, эффективный угол излучения при фиксированной частоте с ростом энергии частицы возрастает и при неограниченном росте энергии частицы стремится к конечному пределу, а углы, на которые приходятся максимумы в угловом распределении, удаляются от плоскости орбиты и также стремятся к конечным пределам с увеличением энергии. Подробный обзор этих теоретических исследований СИ и обширный список литературы приведен в [8].

Отметим, что при постановке тонких физических экспериментов, связанных с использованием поляризационных свойств СИ или моноэнергетического пучка фотонов, представляет интерес детальный расчет спектрального углового распределения СИ и его поляризационных компонент. Решение данной задачи, однако, является нетривиальной задачей и наталкивается на ряд трудностей.

Дело в том, что в реальных накопительных установках магнитное поле является существенно неоднородным, как в связи с его фокусирующим характером (магниты с показателем спада), так и в связи с несовершенствами самого магнитного поля и ошибок юстировки магнитных элементов. Учет искажений равновесной орбиты и размеров пучка показывают, что в реальных условиях излучение, распространяющееся в плоскости равновесной орбиты, не будет полностью поляризованным, а форма и размеры углового распределения излучения будут искажены.

В данной работе описаны результаты расчета характеристик синхротронного излучения генератора рентгеновского излучения НЕСТОР (генератора рентгеновского излучения на основе обратного комптоновского рассеяния) [9], который создается в Национальном научном центре «Харьковский физико-технический институт», при поддержке гранта НАТО SfP-977982.

2. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИ

Синхротронное излучение релятивистских электронов обладает многими замечательными свойствами. К ним, прежде всего, относятся его безусловная воспроизводимость и метрологическая рассчи-

2077-6772/2015/7(1)01030(6)

mazmanishvili@gmail.com

тываемость. Спектральная плотность $P(\lambda)$ потока квантов СИ при данной энергии электронов E как функция длины волны λ описывается следующей формулой [4]

$$P(\lambda) = G \int_{0}^{\infty} \frac{\cosh(5u/3)}{\cosh(u)} \exp\left[-\frac{\lambda_{c}}{\lambda} \cosh(u)\right] du \qquad (1)$$

где $G = 4\pi e_0^2 R f / \sqrt{3} ch \gamma^2 \lambda^2$, e_0 – заряд электрона, R – радиус поворота магнитов, c – скорость света, h – постоянная Планка, f – частота обращения, $\gamma = E / E_0$ – релятивистский фактор, E_0 – энергия покоя электрона,

$$\lambda_c = \frac{4\pi e_0^2 R f}{\sqrt{3} c h \gamma^3},\tag{2}$$

- критическая длина волны излучения [1].

Синхротронное излучение релятивистского электрона характеризуется высокой степенью поляризации. В частности, под нулевым углом ($\psi = 0$) к плоскости орбиты оно линейно поляризовано.

Спектрально-угловые зависимости потока квантов СИ рассчитываются в соответствии с выражениями, которые описывают плотность $w_{\sigma}(\psi)$ для σ -компоненты (в плоскости орбиты) и π -компоненты $w_{\pi}(\psi)$ (перпендикулярно плоскости орбиты)

$$\begin{split} w_{\sigma}(\psi) &= M \left(1 + \gamma^{2} \psi^{2} \right)^{2} K_{2/3}^{2} \left(\frac{\lambda_{c}}{2\lambda} \left(1 + \gamma^{2} \psi^{2} \right)^{3/2} \right), \\ w_{\pi}(\psi) &= M \gamma^{2} \psi^{2} \left(1 + \gamma^{2} \psi^{2} \right) K_{1/3}^{2} \left(\frac{\lambda_{c}}{2\lambda} \left(1 + \gamma^{2} \psi^{2} \right)^{3/2} \right), \end{split}$$
(3)

где $M = 8\pi e_0^2 R^2 f / 3ch \lambda^3 \gamma^4$, $K_{2/3}(.)$ и $K_{1/3}(.)$ – функции Макдональда [10]. Полная угловая плотность составляет $w(\psi) = w_{\sigma}(\psi) + w_{\pi}(\psi)$

3. ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ НА СВОЙСТВА ПОТОКА КВАНТОВ СИ

Электроны в накопителе испытывают колебания около равновесной орбиты. Эти колебания обусловлены отдачей при эмиссии квантов СИ, а также внутрипучковым рассеянием и рассеянием на частицах остаточного газа. В результате частицы пучка распределены вокруг равновесной орбиты с нормальным законом в 6-мерном конфигурационном пространстве [10]. На спектрально-угловые характеристики потока квантов СИ распределение в продольном направлении не оказывает влияния в силу азимутальной симметрии. По той же причине радиальное распределение частиц также не влияет на характеристики потока СИ. Для вертикального распределения используем формулу

$$\rho(y, y') = \frac{1}{2\pi\sigma_{y}\sigma'_{y}} \exp\left(-\frac{y^{2}}{2\sigma_{y}^{2}} - \frac{y'^{2}}{2\sigma'_{y}^{2}}\right), \quad (4)$$

где σ_y и σ_y' – среднеквадратичные размеры пучка по у и у' соответственно. Имея в виду (4), рассмотрим на базовом расстоянии L плоскость приема, перпендикулярную касательной к месту излучения на плоскости орбиты. Полярный угол испускания кванта ψ , а также координаты эмиссии (y, y') и приема h в вертикальном направлении, связаны соотношением $h - \psi L = y + y' L$. Поэтому для средних относительно пучка углового распределений получим

$$W_{\sigma}(\beta) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dy' f(y, y', \psi) w_{\sigma}(\psi),$$

$$W_{\pi}(\beta) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dy' f(y, y', \psi) w_{\pi}(\psi),$$
(5)

где $\beta = h/L$, $f(y, y', \psi) = \rho(y, y')\delta(h - y - y'L - \psi L)$ и $\delta(.)$ – дельта-функция Дирака.

В силу нормальности у
и у' величина $h-\psi L$ также нормальна с математическим ожидание
м ψL и дисперсией

$$\sigma_L^2 = \sigma_y^2 + \sigma_y'^2 L^2 , \qquad (6)$$

поэтому

$$W_{\sigma}\left(\beta\right) = C \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \exp\left[-\frac{\left(\beta - \psi\right)^{2} L^{2}}{2\sigma_{L}^{2}}\right] w_{\sigma}(\psi) , \quad (7)$$

где $C = 1/\sqrt{2\pi}\sigma_L$, и аналогично для $W_{\pi}(\beta)$. Из (7) следует, что формирующаяся оптическая картина является сверткой нормальной плотности, связанной с пучком, с угловым распределением, описывающим эмиссию квантов СИ.

Дисперсия результирующего углового распределения $\left<\psi^2\right>$ будет с увеличением пролетной базы Lвозрастать на $\sigma_L'^2 = \sigma_y'^2 + \sigma_y^2 / L^2$. Распределение для о-компоненты поляризации, в силу своей унимодальности, более устойчиво к такому влиянию. Угловой спектр *п*-компоненты поляризации имеет два симметричных максимума, поэтому его деформация и уширение в силу (7) оказываются более заметными. При этом с ростом базы L будет расширяться и пространственная картина по вертикальной оси. Постепенная нормализация для л-компоненты поляризации будет иметь место, если $\sigma_y'^2 >> \left\langle \psi_\pi^2(\lambda) \right\rangle$, где $\langle \psi_{\pi}^2(\lambda) \rangle$ – угловая дисперсия компоненты на длине волны λ . В противном случае, когда $\langle \psi^2_{\pi}(\lambda) \rangle >> \sigma'^2_{\nu}$, угловое распределение не будет нормализоваться для любой базы L.

Выделим в непрозрачной плоскости приема оптический люк S в виде прямоугольника шириной Dи вертикальными размерами ($-H \le h \le H$), центр которого пересекает касательная к месту излучения на плоскости орбиты. В единицу времени сквозь указанный прямоугольник проникает

$$W_{\sigma}(H) = F \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \int_{-H}^{H} dh \exp\left[-\frac{(h-\psi L)^2}{2\sigma_L^2}\right] w_{\sigma}(\psi), \quad (8)$$

где $F = D / \sqrt{2^3 \pi^3 (R^2 + L^2)} \sigma_L$, квантов σ -компоненты поляризации СИ.

Зафиксировав ширину D люка, после интегрирования по h получим окончательно для обеих компонент поляризации

$$W_{\sigma}(H) = \frac{D}{2\pi\sqrt{R^{2} + L^{2}}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \operatorname{erf}\left(\frac{H - \psi L}{\sqrt{2}\sigma_{L}}\right) w_{\sigma}(\psi),$$

$$W_{\pi}(H) = \frac{D}{2\pi\sqrt{R^{2} + L^{2}}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \operatorname{erf}\left(\frac{H - \psi L}{\sqrt{2}\sigma_{L}}\right) w_{\pi}(\psi),$$
(9)

где erf(.) – функция ошибок.

Разработанный на основе выражений (4)-(9) программный пакет FLUX, дает возможность рассчитать все необходимые характеристики потока квантов СИ, прошедшие через оптический люк в заданной геометрии эксперимента. В следующем разделе приведены характеристики СИ из накопителя НЕСТОР, рассчитанные с помощью данной программы.

4. ХАРАКТЕРИСТИКИ СИ ИЗ НАКОПИТЕЛЯ «НЕСТОР»

Схема накопителя «НЕСТОР» с каналами синхротронного излучения СИ1 – СИ4 приведена на рис. 1.



Рис. 1 – Схема накопителя с каналами СИ. ВМ – поворотные магниты, СР – точка столкновения электронного и лазерного пучков

Накопительное кольцо будет источником СИ в области вакуумного ультрафиолета ($\lambda_c \approx 24.5 \ \text{н} \text{м}$ при максимальной энергии накопленного пучка). Основным потребительским свойством любого источника излучения является его яркость, определяемая как число фотонов, излучаемых в единицу времени на длине волны λ в интервале длин волн $\Delta \lambda / \lambda$ с единицы поверхности источника в единичный телесный угол. В накопителе электронов размеры источника и его угловая расходимость определяются равновесным эмиттансом электронного пучка и машинными функциями структуры фокусировки кольца. Горизонтальный (x) и вертикальный (y) размеры электронного банча в точке излучения определяется выражениями [11]

$$\begin{aligned} \sigma_{x} &= \sqrt{\varepsilon_{x}\beta_{x} + \delta^{2}\eta_{x}^{2}}, \quad \sigma_{x}' = \sqrt{\varepsilon_{x}\gamma_{x} + \delta^{2}\eta_{x}'^{2}}, \\ \sigma_{y} &= \sqrt{\varepsilon_{y}\beta_{y}}, \qquad \sigma_{y}' = \sqrt{\varepsilon_{y}\gamma_{y}}. \end{aligned}$$
 (10)

В этих выражениях σ , σ' – размер и расходимость в соответствующей плоскости; β_{x} , β_{y} , γ_{x} , γ_{y} – парамет-

ры Твисса; η_x , η'_x – дисперсионная функция и её производная в точке излучения; $\delta = \Delta E/E$ – энергетический разброс в пучке электронов; ε_x , ε_y – эмиттанс электронного пучка в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Равновесное значение эмиттанса определяется балансом двух процессов – раскачкой колебаний из-за квантового характера эмиссии фотонов СИ и затуханием колебаний вследствие излучения. Кроме того, в накопителях на низкие энергии порядка десятков-сотен МэВ происходит существенное увеличение эмиттанса пучка из-за так называемого внутрипучкового рассеяния.

На рис. 2 приведена расчетная зависимость горизонтального эмиттанса и энергетического разброса от энергии пучка для коэффициента связи горизонтальных и вертикальных колебаний $\kappa = 0.1$, а в Таблице 1 представлены основные параметры накопительного кольца [12]. Эти данные были использованы для вычисления параметров СИ.



Рис. 2 – Горизонтальный эмиттанс (кривая 1) и энергетический разброс электронного пучка (кривая 2)

Рассчитанные согласно (1) плотности потока квантов СИ для различных энергий электрона приведены на рис. 3. Видно, что для энергий 100 МэВ и выше спектр фотонов СИ оказывается в нанометровом диапазоне излучения.



Рис. 3 – Спектральная плотность $P(\lambda)$ потока фотонов синхротронного излучения для энергий электронов 50 (кривая 1), 100 (кривая 2), 150 (кривая 3), 200 (кривая 4) и 225 (кривая 5) МэВ

Таблица 1 – Основные параметры накопителя

Параметр			3	Значение	
Диапазон энергий электронного				10.00 F	
пучка, МэВ			40-225		
Длина орбиты, м				15.418	
Накопленный ток, мА			360		
Число электронов на орбите			1.1×10^{11}		
Радиус поворота магнитов, м				0.5	
магнитное поле на максималь-				1.5	
нои энергии, 1л				1.0	
амплитудные функции в точках					
излучения ρ_x , ρ_y , м СИ1			0 222 2 571		
	CM2			0.335, 3.571 0.917, 4.611	
СИЗ			0.	0.340: 3 570	
СИ4			0.	907.4524	
Лисперсионные функции в точ-			0.		
ках излучения n_r n'_r м					
СИ1			0.167 = 1.500		
СИ2			-0.350: 0.095		
СИЗ			0.450; -1.200		
СИ4			0.008; 0.172		
Функции Твисса ух, уу в точках					
излучения, м ⁻¹					
СИ1			3.	815; 1.900	
	СИ2			2.780; 2.763	
СИЗ			3.	763; 1.893	
СИ4			2.	811; 2.739	
Размеры пучка в точках излуче-					
ния σ_x , σ_y , м (на максимальной					
энергии электронного пучка)					
СИ1			2.19×10^{-10}	$0^{-4}; 2.08 \times 10^{-4}$	
СИ2			3.81×10^{-3}	0^{-4} ; 2.36×10^{-4}	
СИЗ			3.13×10^{-10}	0^{-4} ; 2.08×10^{-4}	
СИ4			3.31×10^{-3}	0^{-4} ; 2.34×10^{-4}	
Расходимости пучка σ'_x , σ'_y ; в точ-					
ках излучения (на максимальной					
энергии электронного пучка)			1.05 1		
	СИ1		1.05×10	U^{-3} ; 1.52 × 10 ⁻⁴	
	СИ2		5.82×10^{-10}	0^{-4} ; 1.83 × 10 ⁻⁴	
	СИЗ	i	9.27×10	U^{-4} ; 1.51 × 10 ⁻⁴	
	СИ4		0.90 × 1	0^{-4} ; 1.82 × 10 ⁻⁴	
	1.2x10 ¹⁶ т				
	1.0x10 ¹⁶ -	1			
(
ад	8 0x10 ¹⁵	/			
-1*p	0.0010				
*CM	6 0 10 15		.f		
°,	0.UX10 -	. 1	ŀ.		
pot	10 15	$\frac{2}{2}$			
z 4.0x10 [°] -1			······ //		
2	. 1	1. fr			
	2.0x10 ¹⁵ -	2 11	1.3	N.	
	1	3/1	/	No.	
	0.0	0.004 0.000 0.00			
-0.004 -0.002 0.000 0.002				JZ 0.004	
ү (рад)					

Рис. 4 – Идеальное угловое распределение плотности потока σ -компоненты СИ; энергия электронов E = 225 МэВ; длины волн $0.5\lambda_c$ (кривая 1), λ_c (кривая 2) и $2\lambda_c$ (кривая 3)

На рис. 4-5 показана последовательность угловых распределений плотности потока компонент СИ при энергии электронов E = 225 МэВ и фиксированном значении λ_c .

Как видно из рис. 4-5, поведение σ -компоненты отличается от поведения π -компоненты СИ. Эффективный угол излучения СИ с ростом длины волны излучения возрастает как для π - так и для σ -



Рис. 5 – Идеальное угловое распределение плотности потока π -компоненты СИ; энергия электронов E = 225 МэВ; длины волн $0.5\lambda_c$ (кривая 1), λ_c (кривая 2) и $2\lambda_c$ (кривая 3)



Рис. 6 – Число квантов *σ*-компоненты $N \cdot \sigma(\lambda)$ через прямоугольный люк шириной D = 1 см на расстоянии L = 500 см, вертикальным размером 2H = 0.5 см (кривая 1), 1.0 см (кривая 2), 1.5 см (кривая 3); энергия электронов E = 225 МэВ; $\sigma_y = 2.08 \times 10^{-2}$ см; $\sigma'_y = 1.52 \times 10^{-4}$ рад; длина волны излучения $\lambda = \lambda_c = 24.53$ нм



Рис. 7 – То же, что на рис. 6, но для потока квантов *л*-компоненты

компоненты. Плотность потока *π*-компоненты по мере увеличения критической длины волны возрастает, а затем уменьшается. При этом углы, на которые приходятся максимумы в угловом распределении для *π*компоненты СИ, удаляются от плоскости орбиты.

На рис. 6-8 приведены результаты расчетов для количества квантов СИ с длиной волны $\lambda = \lambda_c$, прошедших (канал вывода СИ1) через описанный оптический люк. Приведены зависимости для σ - и π -компонент, FLUX – программный пакет для вычисления ...



Рис. 8 – То же, что на рис. 6, 7, для суммарного потока квантов σ - и π -компонент

а также для их суммы. Видно, что при базе L = 500 см через оптический люк S в виде прямоугольника шириной D и вертикальными размерами ($-H \le h \le H$) при высоте 2H = 1.5 см осуществляется практически полная регистрация квантов σ -компоненты. Полный захват всех квантов π -компоненты реализуется лишь при углах примерно в 3 раза больших.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты расчета характеристик СИ из накопителя электронов НЕСТОР, полученных с учетом геометрии регистрации и фазового объема пучка релятивистских электронов. Результаты аналитических расчетов качественно совпали с известными результатами, поэтому основной интерес представляют количественные показатели. В частности, сдвиг спектра фотонов СИ в нанометровый диапазон происходит при увеличении энергии электрона до 100 МэВ и выше.

Увеличение критической длины волны в 4 раза приводит к трехкратному уменьшению плотности потока σ -компоненты СИ, при этом угол излучения возрастает до ± 0.004 рад. Эффективный угол излучения π -компоненты СИ с ростом критической длины волны в 4 раза возрастает на 30 %. Для полной регистрации квантов σ -компоненты на расстоянии L = 500 см достаточно выделить оптический люк высотой 1.5 см. Полный захват всех квантов π компоненты реализуется при высоте люка 3.0 см.

FLUX – програмний пакет для обчислення характеристик синхротронного випромінювання

П.І. Гладких¹, І.А. Князь², О.С. Мазманішвілі¹, О.О. Щербаков¹

¹ Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут», вул. Академічна, 1, 61108 Харків, Україна

² Сумський державний університет, вул. Римського-Корсакова, 2, 40007 Суми, Україна

У роботі наведені основні характеристики потоку квантів синхротронного випромінювання (CB) релятивістського пучка електронів у накопичувальному кільці ННЦ ХФТІ з максимальною енергією $E_{\rm max} = 225$ МэВ. Отримані аналітичні вирази для інтенсивності потоку квантів CB заданої довжини хвилі при вибраній геометрії реєстрації та запропоновані алгоритми розрахунку потоків, що розглядаються. Наведені залежності, що характеризують інтенсивність та спектрально-кутові властивості потоку фотонів CB.

Ключові слова: Синхротронне випромінювання, Накопичувач електронів, Еміттанс, Спектральна яркість, Критична довжина хвилі, Спектральна щільність, Кутовий розподіл, Поляризація.

FLUX – Software to Calculate the Synchrotron Radiation Characteristics

P.I. Gladkikh¹, I.A. Knyaz'², A.S. Mazmanishvili¹, A.A. Shcherbakov¹

¹ National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology" 1, Academichskaya Str., 61108 Kharkov, Ukraine

² Sumy State University, 2, Rimsky-Korsakov Str., 40007 Sumy, Ukraine

In this paper, the main characteristics of quantum flow of synchrotron radiation (SR) of relativistic electron beam in the storage ring NSC KIPT with maximal energy of 225 MeV are represented. Analytical expressions for quantum flow intensity of SR with given wavelength and the geometry of registration are obtained. The algorithms for calculation of the last ones are proposed. The dependences which characterize the intensity and spectrally-angular properties of photon flux of SR are shown.

Keywords: Synchrotron radiation, Electron storage ring, Emittance, Spectral brightness, Critical wavelength, Spectral density, Angular distribution, Polarization.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- К. Кунц, Свойства синхротронного излучения. В кн.: Синхротронное излучение. Свойства и применение (Ред. К. Кунца) (М.: Мир, 1981) (К. Kunts, Svoystva sinkhrotronnogo izlucheniya. V kn.: Sinkhrotronnoye izlucheniye. Svoystva i primeneniye (Red. K. Kuntsa) (М.: Mir: 1981)).
- Г.Н. Кулипанов, А.Н. Скринский, *УФН* 122, 369 (1977) (G.N. Kulipanov, A.N. Skrinskii, *Sov. Phys. Usp.* 20 559 (1977)).
- С.Г. Овчинников, УФН 169, 869 (1999) (S.G. Ovchinnikov, Sov. Phys. Usp. 42, 779 (1999)).
- 4. G.A. Schott, Ann. Phys. 24, 635 (1907).
- 5. G.A. Schott, *Electromagnetic Radiation* (Cambridge University Press: 1912).

- Л.А. Арцимович, И.Я. Померанчук, ЖЭТФ 16, 370 (1946) (L.A. Artsimovich, I.Ya. Pomeranchuk, *ZhETF* 16, 370 (1946)).
- А.А. Соколов, И.М. Тернов, ЖЭТФ 31, 373 (1956) (А.А. Sokolov, I.M. Ternov, ZhETF 31, 373 (1956)).
- В.Т. Багров, Известия вузов. Физика 51 № 4, 5 (2008) (V.T. Bagrov, Izvestiya Vuzov. Fizika 51 № 4, 5 (2008)).
- E. Bulyak, P. Gladkikh, I. Karnaukhov, et al. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res.: Sect. A 487, 241 (2002).
- Г. Брук, Циклические укорители заряженных частиц (М.: Атомиздат: 1970) (G. Bruk, Tsiklicheskiye ukoriteli zaryazhennykh chastits (М.: Atomizdat: 1970)).
- 11. J. Murphy, Synchrotron Light Source Data Book (BNL 42333: 1993).
- 12. P. Gladkikh, Phys. Rev. ST Accel. 8, 050702 (2005).