Модель распространения популяции на территории

Оскорбина В.И., *студ.*; Малютин К.Г., *проф.*
Сумский государственный университет, г. Сумы

Рассмотрим дифференциальную модель популяций, которая связана с размножением и вымиранием последних. Пусть $x(t)$ – число особей в популяции в момент времени t, x_0 – число особей в популяции при $t = t_0$, b – число особей в популяции, рождающихся в единицу времени, d – число особей, умирающих в единицу времени. Если параметры b и d постоянны, то скорость изменения x со временем удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{dx}{dt} = b - d . \qquad (1)$$

Несмотря на простоту, приведенная модель часто соответствует действительности [1]. Однако, на практике модели, описывающие реальные процессы и явления, нелинейны, и вместо уравнения (1) приходится рассматривать уравнение вида

$$\frac{dx}{dt} = g(x,t) .$$

где $g(x,t)$ – известная функция, например, уравнение вида

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}(bx - dx^3),\ b > 0,\ d > 0 .$$

Учитывая начальные данные, из последнего уравнения находим

$$x(t) = \sqrt{\frac{x_0^2 b / d}{x_0^2 + [b / d - x_0^2]\ e^{-b(t - t_0)}}} .$$

Отсюда видно, что при $t \to \infty$ число особей в популяции $x(t) \to \sqrt{b / d}$
.

1. В.В. Амелькин, *Дифференциальные уравнения в приложениях* (Москва: Наука: 1987).