Оценивание параметров авторегрессии дробного порядка с помехой наблюдения

Иванов Д.В., *доц.*; Тимашев А.Д. *студ.*
Самарский государственный университет путей сообщения,
г. Самара, Россия

Рассмотрим авторегрессию дробного порядка, описываемую стохастическими уравнениями с дискретным временем:

$$z_i = \sum_{m=1}^{r} b_0^{(m)} \Delta^{\alpha_m} z_{i-1} + \zeta_i, \quad y_i = z_i + \xi_i,$$

$$\Delta^{\alpha_m} z_i = \sum_{j=0}^{i} (-1)^{j-1} \binom{\alpha_m}{j} z_{i-j}, \ \binom{\alpha_m}{j} = \frac{\Gamma(\alpha_m + 1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha_m - j + 1)}, \ \Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{\alpha-1} dt$$

Требуется определять оценки коэффициентов $b_0^{(m)}$ по наблюдаемой последовательности y_i при известных порядках r, α_m. Доказано, что при помехах класса мартингал-разность сильно состоятельные оценки коэффициентов авторегрессии могут быть получены из критерия:

$$\min_{b \in \mathrm{B}} \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - \left(\varphi_y^{(i)} \right)^T b \right)^2 \left(\overline{\sigma}_\zeta^2 + \overline{\sigma}_\xi^2 + b^T H_\xi b \right)^{-1}, \tag{1}$$

где $\varphi_y^{(i)} = \left(\sum_{j=0}^{i} (-1)^j \binom{\alpha_1}{j} y_{i-j-1}, \ldots, \sum_{j=0}^{i} (-1)^j \binom{\alpha_r}{j} y_{i-j-1} \right)^T,$

$$\overline{\sigma}_\xi^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N} \xi_i^2, \ \overline{\sigma}_\zeta^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N} \zeta_i^2, \ b_0 = \left(b_0^{(1)}, \ldots, b_0^{(r)} \right)^T,$$

$$H_\xi = \begin{pmatrix} h_\xi^{(11)} & \ldots & h_\xi^{(r1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_\xi^{(1r)} & \ldots & h_\xi^{(rr)} \end{pmatrix}, \ h_\xi^{(mn)} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=j}^{N-1} \binom{\alpha_m}{j} \binom{\alpha_k}{j} \xi_{i-j-1}^2, \ m = \overline{1, r},$$

Критерий (1) был реализован в Matlab, результаты моделирования подтвердили высокую точность получаемых оценок, по сравнению с известными алгоритмами оценивания параметров.