

УДК 538.91
КП
№ держреєстрації 0112U006813
Інв.№

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
(СумДУ)
40007, м. Суми, вул. Римського – Корсакова, 2;
Тел. (0542)334108; факс (0542)334049

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з наукової роботи,
д.ф. – м.н., професор
_____ А.М. Черноус

ЗВІТ
ПРО НАУКОВО – ДОСЛІДНУ РОБОТУ
Дослідження процесів формування стаціонарних структур нано
розмірного масштабу в процесах епітаксійного росту та конденсації
ПРОВЕДЕННЯ ДОСЛІДЖЕНЬ ЩОДО ПРОЦЕСІВ УТВОРЕННЯ
НАНО СТРУКТУР ПРИ ЕПІТАКСІАЛЬНОМУ РОСТІ ТА
КОНДЕНСАЦІЇ
(проміжний)

Начальник НДЧ
к.ф.-м.н., снс

Д.І.Курбатов

Керівник НДР
к.ф.-м.н.

А.В.Дворниченко

2014

Рукопис закінчено 22 квітня 2014р.

Результати цієї роботи розглянуто науковою радою
СумДУ, протокол від 2014.04.24 №5

Зміст

Вступ	5
1 Модель еволюції висоти поверхні при іонному розпиленні	7
2 Стохастична модель з адативними флуктуаціями	12
2.1 Аналіз стійкості лінійної системи	12
2.2 Зміна морфології поверхні у нелінійній моделі	14
3 Стохастична модель із флуктуаціями кута розпоршення	21
3.1 Стійкість поверхневих структур у лінійному наближенні	22
3.2 Динаміка процесів самоорганізації поверхні при іонному розпиленні . . .	27
3.2.1 Еволюція функції розподілу висоти поверхні	28
3.2.2 Масштабні властивості морфології поверхні	32
4 Моделювання зміни морфології поверхні кремнію при розпиленні іонами аргона	42
4.1 Фазова діаграма та типові структури	43
4.2 Залежність довжини хвилі від енергії пучка іонів	47
4.3 Скейлінгові властивості структур	48
Висновки	50
Перелік посилань	51

Список авторів

Керівник теми
к.ф. - м.н.

Дворниченко Аліна Василівна

Реферат

Звіт про НДР 55 с., 18 рис., 1 табл., 47 джерел.

Об'єктом дослідження є процес формування поверхневих структур при іонному розпорошенні.

Метою роботи є проведення літературного огляду щодо процесів формування поверхневих структур на поверхні матеріалу в процесах іонного розпорошення.

Методом дослідження. Наведені теоретичні результати попередніх досліджень ґрунтовані на методах стохастичної динаміки, теорії середнього поля та відповідної феноменологічної схеми та на методах чисельного моделювання.

Результатом роботи є створення загального літературного огляду щодо процесів формування структур на поверхнях матеріалів при іонному розпорошенні.

Взаємозв'язок з іншими роботами іонне розпорошення є процесом, коли на поверхні матеріалу формуються структури необхідної форми та розміру.

Рекомендації по використанню результатів роботи даний літературний огляд є підґрунтям для подальшого детального вивчення процесів формування поверхневих структур при іонному розпорошенні.

Галузь застосування тонкі плівки із поверхневими структурами нано- та мікро- розмірного масштабу мають своє застосування у сучасній нано- та мікро- електроніці.

Значущість роботи і висновки зроблено літературний огляд щодо теоретичного дослідження процесів формування поверхневих структур нано- та мікро- розмірів при іонному розпорошенні матеріалів; показано, що формою та розмірами структур можна керувати за допомогою енергії налітаючих іонів та кута розпорошення.

Прогнозні припущення про розвиток об'єкту дослідження планується продовження дослідження процесів формування поверхневих структур при іонному розпорошенні з встановленням умов реалізації стаціонарних структур.

ІОННЕ РОЗПОРОШЕННЯ, ПОВЕРХНЕВІ СТРУКТУРИ, МОРФОЛОГІЯ ПОВЕРХНІ, ШОРСТКІСТЬ, НАНО-ДІРКИ, НАНО-ТОЧКИ, МУЛЬТИПЛІКАТИВНИЙ ШУМ.

Вступ

Утворення наноструктур на поверхні твердих тіл є доволі актуальною задачею у зв'язку з можливістю їх застосування в електроніці [1]. Серед теоретичних досліджень існує багато експериментальних даних, проявляє великий клас моделей, що з'явилися в результаті процесу самоорганізації на поверхні твердого тіла. Іонно-променевого розпилення часто розглядається як процес виготовлення різних поверхневих наноструктур або нано-поверхонь. В останні роки метод іонного розпилення викликав новий інтерес як спосіб отримання наноточок / нанодірок на поверхні твердого тіла (див., роботи [2–9]). Встановлено, що залежно від енергії падаючих іонів на поверхні мішені внаслідок розпилення можуть формуватися або хвильові (стаціонарні хвилі із певною орієнтацією) структури, або ізотропні структури, відомі як нано-точки, або нано-дірки. Формування хвиль вивчалось на різних підкладках, на металах як (*Ag* та *Cu*) [10, 11] на напівпровідниках (*Ge* [12], та *Si* [?, 13, 14]) на *Sn* [15], *InP* [16], *Cd₂Nb₂O₇* на пірохлорі [17] та інші. Як було показано, модуляції висоти на поверхні індукованого іонно-променевого розпилення в результаті утворення хвилі, має характерний розмір від 0,1 до 1 μm та нанорозмірні структури з лінійними розмірами від 35 до 250 nm [18]. Відомо, що кут падіння впливає на орієнтацію хвилі. Дійсно, хвильовий вектор модуляції паралельний до компонентів іонного пучка в площині поверхні при кутах падіння близьких до 90° , але перпендикулярний до цього компоненту при малих кутах падіння. Крім того, орієнтація хвилі може бути керована глибиною проникнення, яка пропорційна поглиненій енергії. Можливість керування формуванням структур кутами падіння та глибиною проникнення було показано в роботах [4, 5]. Основні теоретичні моделі, що описують формування хвиль, базуються на основі робіт [3, 19–21]. Основні механізми

формування структур були встановлені для передбачення змін орієнтації нерівності(шосткості), формування дірок та точок. Ці моделі було узагальнено з урахуванням адитивних коливань, що призводить до статистичного опису відповідних процесів. Формування процесів в анізотропних система описується рівнянням Курамото-Сівашінського, в яке включено мультиплікативний шум, обумовлений флуктуаціями кута розпилення іонів.

1 Модель еволюції висоти поверхні при іонному розпиленні

У рамках загального підходу було розглянуто d -вимірний субстрат, так, що кожна точка на ньому характеризується радіус-вектором \mathbf{r} . В момент часу t висота поверхні описується полем $z = h(\mathbf{r}, t)$. За умови, що морфологія поверхні змінюється під час розпилення іонами, скористаємося положеннями моделі Бредлі-Харпера [3]. Було розглянуто систему, в якій потік іонів лежить у площині $x - z$ з кутом падіння θ , виміряним від нормалі нееродованої поверхні.

Згідно стандартної схеми припущено, що середня енергія отримана поверхнею (в точці O), при бомбардуванні іоном в точці P твердого тіла, задається розподілом Гауса [3] $E(\mathbf{r}) = (\epsilon/(2\pi)^{3/2}\sigma\mu^2) \exp(-z^2/2\sigma^2 - (x^2 + y^2)/2\mu^2)$, що параметризується ϵ — кінетичною енергією бомбардуючого іона, σ і μ — ширинами розподілу паралельно та перпендикулярно потоку відповідно. Параметри σ і μ залежать від фізичних властивостей матеріалу мішені, і задаються енергією падаючого іонного потоку. Розглянуто найпростіший випадок, коли $\sigma = \mu$. Швидкість ерозії на поверхні в точці O визначена по формулі $v = p \int_{\mathcal{R}} d\mathbf{r} \Phi(\mathbf{r}) E(\mathbf{r})$, де сума береться за розподілом енергій по всім іонам; $\Phi(\mathbf{r})$ та p відповідні корекції для локального нахилу, залежного від однорідного потоку J та коефіцієнта пропорційності [22]. Узагальнене рівняння для локального потоку на поверхні з ненульовою локальною кривизною запишемо у вигляді [23]: $\Phi(x, y, h) = J \cos \left(\arctan \left[\sqrt{(\nabla_x h)^2 + (\nabla_y h)^2} \right] \right)$. Отже, динаміка висоти поверхні визначається співвідношенням $\partial_t h \simeq -v(\theta - \nabla_x h, \nabla_x^2 h, \nabla_y^2 h)$ і описується рівнянням $\partial_t h \simeq -v(\theta) \sqrt{1 + (\nabla h)^2}$, де $0 < \theta < \pi/2$ [3–5, 19, 24]. Розви-

ваючи цей вираз у ряд, і залишаючи лише лінійні складові, отримано

$$\partial_t h = -v_0 + \gamma \nabla_x h + \nu_\alpha \nabla_{\alpha\alpha}^2 h;$$

де $\nabla = \partial/\partial \mathbf{r}$, $\nabla_\alpha = \partial/\partial \alpha$, $\alpha = \{x, y\}$. При цьому анізотропія пов'язується з різними значеннями коефіцієнтів розвинення вздовж напрямків x та y відповідно. Зазначимо, що v_0 задає швидкість ерозії на поверхні, $\gamma = \gamma(\theta)$ — стала, що визначає ерозію, залежну від нахилу потоку бомбардування; $\nu_\alpha = \nu_\alpha(\theta)$ — ефективний коефіцієнт поверхневого натягу, індукований процесами ерозії вздовж напрямку α .

Якщо вважати, що поверхневий потік створюється різницею хімічних потенціалів μ , то права частина рівняння еволюції поля h має включати $-\nabla \cdot \mathbf{j}_s$, де $\mathbf{j}_s = K \nabla(\nabla^2 h)$ — поверхневий потік; $K > 0$ — залежна від температури константа поверхневої дифузії. При термічно активованій поверхневій дифузії справедливе визначення $K = D_s \kappa \rho / n^2 T$, де $D_s = D_0 e^{-E_a/T}$ — коефіцієнт самодифузії (E_a — енергія активації для поверхневої дифузії), κ — вільна енергія поверхні, ρ — поверхнева густина дифундуючих атомів, n — кількість атомів в одиниці об'єму аморфного тіла. Описана складова у динамічному рівнянні для h має визначний внесок в області підвищених температур, розглянутій далі.

Величини v_0 , γ , ν_α є функціями, залежними лише від кута розпилення θ , і ні в якому разі не від температури. Припускаючи, що зміни поверхні відбуваються плавно, можна знехтувати просторовими похідними висоти h третього і вище порядків при розвиненні в ряд. Враховуючи нелінійні складові розкладу динаміки висоти поверхні, було отримано рівняння для величини $h' = h + v_0 t$ у вигляді [3, 4]

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \gamma \frac{\partial h}{\partial x} + \nu_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\lambda_x}{2} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \frac{\lambda_y}{2} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 - K \nabla^4 h \quad (1)$$

де, для зручності штрих до уваги не береться. Невідомі коефіцієнти у рів-

нянні (15) визначені у роботі [4] наступним чином

$$\gamma = F_0 \frac{s}{f^2} \{ a_\sigma^2 a_\mu^2 c^2 (a_\sigma^2 - 1) - a_\sigma^4 s^2 \}, \quad (2)$$

$$\nu_x = F_0 \frac{a_\sigma^2}{2f^3} \{ 2a_\sigma^4 s^4 - a_\sigma^4 a_\mu^2 s^2 c^2 + a_\sigma^2 a_\mu^2 s^2 c^2 - a_\mu^4 c^4 \}, \quad (3)$$

$$\nu_y = -F_0 \frac{c^2 a_\sigma^2}{2f}, \quad (4)$$

$$\lambda_x = F_0 \frac{c}{2f^4} \{ a_\sigma^8 a_\mu^2 s^4 (3 + 2c^2) + 4a_\sigma^6 a_\mu^4 c^4 s^2 - a_\sigma^4 a_\mu^6 c^4 (1 + 2s^2) - f^2 (2a_\sigma^4 s^2 - a_\sigma^2 a_\mu^2 (1 + 2s^2)) - a_\sigma^8 a_\mu^4 c^2 s^2 - f^4 \}, \quad (5)$$

$$\lambda_y = F_0 \frac{c}{2f^2} \{ a_\sigma^4 s^2 + a_\sigma^2 a_\mu^2 c^2 - a_\sigma^4 a_\mu^2 c^2 - f^2 \}. \quad (6)$$

У вище наведених виразах використано позначення

$$F_0 \equiv \frac{J \epsilon r a}{\sigma \mu \sqrt{2\pi f}} \exp \left(\frac{-a_\sigma^2 a_\mu^2 c^2}{2f} \right), \quad (7)$$

$$a_\sigma \equiv \frac{a}{\sigma}, \quad a_\mu \equiv \frac{a}{\mu},$$

$$s \equiv \sin(\theta), \quad c \equiv \cos(\theta), \quad (8)$$

$$f \equiv a_\sigma^2 s^2 + a_\mu^2 c^2.$$

Всі керуючі параметри можна знайти, якщо відомі глибина проникнення іонів a , кут падіння потоку θ , потік J і кінетична енергія іонів ϵ . Раніше встановлено [23], що глибина проникнення залежить від властивостей матеріалу мішені та енергії бомбардуючого іона ϵ : $a \approx \epsilon^{2m} / n C_m$, де C_m — константа, залежна від потенціалу міжатомної взаємодії [25], $m \approx 1/2$ для енергій від 1 до 100 кеВ. Рівняння (1) відоме як детерміністичне рівняння Курамото-Сівашинського [21].

З точки зору статистичного аналізу поверхні важливим є з'ясування масштабних властивостей морфології поверхні. За відомими числовими даними можна провести дослідження статистичних властивостей системи на основі розгляду часовозалежної кореляційної функції висот, визначеної наступним чином $C_h(\mathbf{r}, t) = \langle (h(\mathbf{r} + \mathbf{r}', t) - h(\mathbf{r}', t))^2 \rangle$. У рамках гіпотези

динамічної масштабної інваріантності запишемо кореляційну функцію у вигляді [26, 27]

$$C_h(r, t) = 2W^2(t)\phi\left(\frac{r}{\xi(t)}\right) \quad (9)$$

де

$$\phi(u) \sim \begin{cases} u^{2\alpha}, & \text{при } u \ll 1, \\ \text{const}, & \text{при } u \gg 1. \end{cases} \quad (10)$$

Ранні стадії поведінки системи було проаналізувати за допомогою апроксимаційної функції [28] $C_h(\mathbf{r}, t) \approx 2W^2(t)[1 - \exp[-(r/\xi)^{2\alpha}]$. Згідно гіпотези масштабної інваріантності: $W^2(t) \propto t^{2\beta}$, $\xi(t) \propto t^{1/z}$, де β — показник росту, z — динамічний показник, $z = \alpha/\beta$. З іншого боку було зроблено припущення [36]

$$C_h(r, t) = r^{2\alpha}\psi\left(\frac{t}{r^z}\right) \quad (11)$$

де

$$\psi(v) \sim \begin{cases} v^{2\beta}, & \text{при } v \ll 1, \\ \text{const}, & \text{при } v \gg 1, \end{cases} \quad (12)$$

та виконується умова $z = \alpha/\beta$. Таким чином, обидва випадки дають однаковий результат, $C_h(t) \propto t^{2\beta}$ і $C_h(r) \propto r^{2\alpha}$, з показником росту β і показником шорсткості α . Як показано у роботі [36] шорсткість поверхні, визначена за допомогою $W(t, L)$ пов'язана зі структурним фактором $S(\mathbf{k})$ наступним чином $W^2(t, L) = V^{-1} \sum_{\mathbf{k} \neq 0} S(\mathbf{k}, t)$, де $S_h(k, t) = V^{-1} \langle h_k(t)h_{-k}(t) \rangle$. Структурний фактор $S(k, t)$ має вигляд [36]

$$S_h(k, t) = k^{-(d+2\alpha)}\Theta(k^z t), \quad (13)$$

де

$$\Theta(k^z t) \sim \begin{cases} k^{2\alpha}t^{2\alpha/\beta}, & \text{при } k^z t \ll 1, \\ \text{const}, & \text{при } k^z t \gg 1, \end{cases} \quad (14)$$

і розраховується як $S_h(k, t) \propto k^{-(d+2\alpha)}$ для великого t , і $S_h(k, t) \propto t^{2\beta}$ для малого t .

Раніше (див. напр. [6]) показано, що навіть для ізотропної системи з адитивним шумом масштабні показники α , β і z залежать від параметрів системи ν_0 , Λ_0 і K . Більше того, зазначені показники залежать від часу, тобто їх значення можуть змінюватися впродовж еволюції системи.

2 Стохастична модель з адативними флуктуаціями

В даному розділі проводиться аналіз дослідженню процесів утворення структур на поверхні матеріалу при іонному розпорошенні з урахуванням стохастичності налітаючих іонів на поверхню мішені. У такому разі рівняння висоти поверхні узагальнюється уведенням адативних флуктуацій і набуває вигляду [?]:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \gamma \frac{\partial h}{\partial x} + \nu_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\lambda_x}{2} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \frac{\lambda_y}{2} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 - K \nabla^4 h + \xi(x, y, t). \quad (15)$$

Адитивний шум має наступні властивості

$$\begin{aligned} \langle \xi(r, t) \rangle &= 0 \\ \langle \xi(r, t) \rangle \langle \xi(r', t') \rangle &= 2\Sigma \delta(r - r') \delta(t - t'), \end{aligned} \quad (16)$$

де Σ це інтенсивність білого адитивного шуму.

2.1 Аналіз стійкості лінійної системи

Відомо, що переходи між макроскопічними фазами у даній системі відбуваються за рахунок втрати стійкості стану при певних значеннях керуючих параметрів. У випадку стохастичних систем лінійний аналіз на стійкість має бути зроблений для статистичних моментів збудженого стану. У цьому підрозділі проведено лінійний аналіз на стійкість системи з адитивними флуктуаціями. Для цього усереднюючи рівняння Ланжевена 15 за шумом, було отримано рівняння

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle h \rangle = \gamma \frac{\partial}{\partial x} \langle h \rangle + \nu_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} \langle h \rangle + \nu_y \frac{\partial^2}{\partial y^2} \langle h \rangle + \frac{\lambda_x}{2} \left\langle \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right\rangle + \frac{\lambda_y}{2} \left\langle \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right\rangle - K \nabla^4 \langle h \rangle, \quad (17)$$

де враховані властивості флуктуацій 16. Перепишучи лінеаризоване еволюційне рівняння для середньої висоти $\langle h \rangle$ у стандартний спосіб:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle h \rangle = \left(\hat{\nu}_{ef} + \hat{K}_{ef} \right) \langle h \rangle, \quad (18)$$

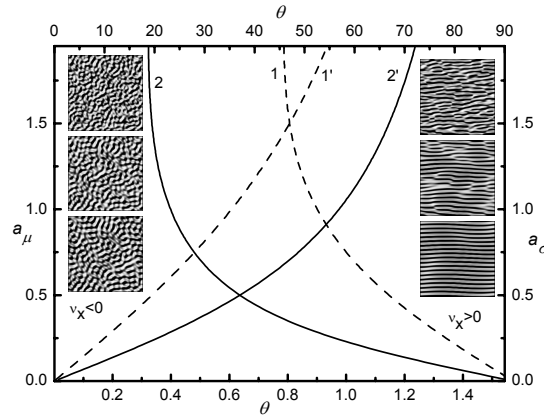


Рисунок 1— Діаграма стійкості періодичних структур у часі у лінійній моделі (криві 1 та 2 відповідають залежностям $a_\sigma(\theta)$ при $a_\mu = 1.5$ та $a_\mu = 0.5$; криві 1' та 2' відповідають залежностям $a_\mu(\theta)$ при $a_\sigma = 1.5$ та $a_\sigma = 0.5$).

де використані позначення

$$\hat{\nu}_{ef} = \gamma \frac{\partial}{\partial x} + \nu_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad \hat{K}_{ef} = -K \nabla^4. \quad (19)$$

Було знайдено розв'язок рівняння (18) у вигляді $\langle h \rangle = A \exp(i[k_x x + k_y y - \omega t] + r t)$

Тоді вирази для частоти ω та параметру стійкості r набувають вигляду:

$$\begin{aligned} \omega &= -\gamma(\theta) k_x \\ r &= -\nu_x(\theta) k_x^2 - \nu_y(\theta) k_y^2 - K(k_x^2 + k_y^2)^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Аналіз виразів (20) та (4) показує, що середня висота $\langle h \rangle$ буде стійкою за умови $\nu_x > 0$ [?]. На рисунку 1 подано діаграму стійкості лінійної моделі. Тут криві 1 та 2 відповідають залежностям $a_\sigma(\theta)$ при $a_\mu = 1.5$ та $a_\mu = 0.5$, відповідно. Криві 1' та 2' визначають залежності $a_\mu(\theta)$ при $a_\sigma = 1.5$ та $a_\sigma = 0.5$, відповідно. Вісь кутів θ наведено у радіанах (знизу) та у градусах (зверху). Область стійких розв'язків помічено за допомогою $\nu_x > 0$; вона знаходиться праворуч від кривих. З рисунка 1 видно, що збільшення значень a_μ звужує область стійкості (пор. криві 1 та 2), у той час як збільшення значень a_σ (криві 1' та 2') навпаки розширює дану область [?]. На вставках до рисунку наведено типові структури на розрахункових часах 20, 100 та 500 (зверху вниз) в областях стійких та нестійких розв'язків.

Видно, що в області стійких розв'язків реалізуються добре виражені періодичні структури, орієнтовані у x -напрямку, які стійкі у часі. У випадку $\nu_x < 0$ структури не мають виділеного напрямку. При проведенні числового моделювання формування структур на поверхні матеріалу при іонному розпорощенні у якості початкових умов використовувався Гаусів розподіл із $\langle h(r, t = 0) \rangle = 0$, $\langle (\delta h)^2 \rangle = 0.1$; шаг інтегрування за часом $\Delta t = 0.005$, шаг у просторі $\ell = 1$.

2.2 Зміна морфології поверхні у нелінійній моделі

Розглянуто анізотропну систему, поклавши константу ерозії $\gamma = 0$. На рисунку 2 показані фазові діаграми, що ілюструють області, коли можливі різні типи структур, отримані для нелінійної системи. Спочатку було розглянуто діаграму $a_\sigma(\theta)$ при $a_\mu = 0.25$, показану на рисунку 2а. Тут всю площину (a_μ, θ) поділено на 10 областей, позначених символами А, В, С, D, Е, F, G, що характеризуються знаком $\nu_x, \lambda_x, \lambda_y$ ($\nu_y < 0$ для всіх областей згідно із виразом (4)). На рисунку штрихові лінії відповідають зміні знаку λ_x , пунктирна крива визначає умову $\nu_x = 0$, λ_y дорівнює нулю на штрихпунктирній кривій та у випадку перетинання суцільної кривої як λ_y , так і λ_x разом змінюють свої знаки. Важливо, що при $a_\sigma \leq a_\mu$ маємо відому фазову діаграму, коли тільки ν_x та λ_x змінюють знаки, і відповідно лише реалізуються лише три області (А, В та С). Якщо $a_\sigma > a_\mu$, то реалізується сім областей, що відповідають структурам різного типу. На рисунку 2б показано залежності $a_\mu(\theta)$ при $a_\sigma = 2.0$. Тут лінії позначено у той самий спосіб, що і на попередньому рисунку. Рисунки 2с та 2д показують залежності $a_\mu(a_\sigma)$ при малому ($\theta = 0.2$) та великому куті розпорощення, відповідно. На рисунку 2в штрих-пунктир-пунктирна крива відповідає умові $\nu_x = \lambda_x = 0$. Порівнюючи рисунки 2в та 2г видно, що

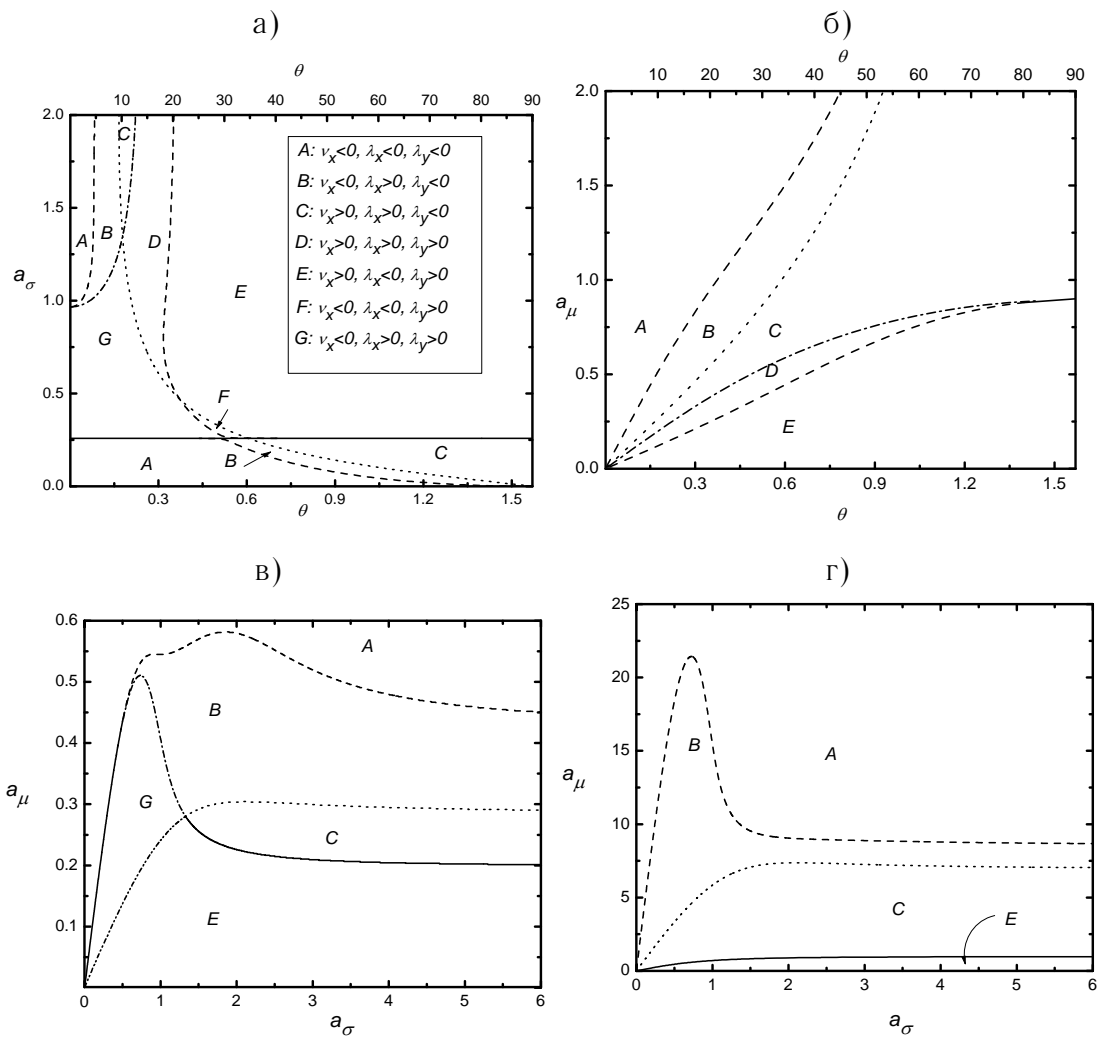


Рисунок 2— Фазові діаграми для нелінійної системи при: а) $a_\mu = 0.25$, б) $a_\sigma = 2.0$, в) $\theta = 0.2$, г) $\theta = \frac{\pi}{2} - 0.2$.

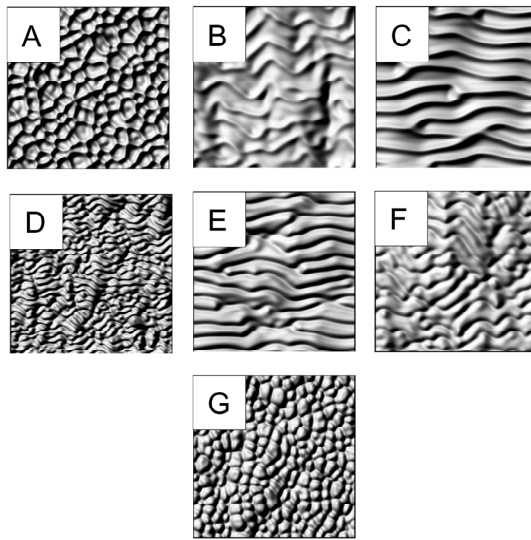


Рисунок 3— Типові структури в областях А-Г при $t = 420, 1780, 1440, 40, 600, 700$ та 320 , відповідно.

збільшення значення кута розпорошення приводить до зникнення області Г та вимагає великих значень a_μ для областей А та В. Типові структури в усіх можливих областях подано на рисунку 3. Проведено аналіз зміни морфології поверхневих структур у відповідності до зміни знаків ν_x , λ_x та λ_y . Як показав лінійний аналіз на стійкість, знак ν_x визначає стійкість періодичних структур у часі. Іншими словами, $\nu_x < 0$ є умовою нестійкості у горизонтальному напрямку та основним критерієм формування островків/дірок (див. області А, В, F, G). Дослідження детерміністичного анізотропного рівняння Курамото-Сівашинського показали, що у випадку $\lambda_x \cdot \lambda_y < 0$ напрямок смугових структур може змінюватись згідно з напрямком налітаючих іонів (див. структури В, С, Е, F). Додатковим критерієм для формування островків/дірок є $\lambda_x \cdot \lambda_y > 0$. Отже структури типу островків/дірок будуть формуватися на поверхні матеріалу при іонному розпорошенні при виконанні двох умов, а саме: $\nu_x < 0$ $\lambda_x \cdot \lambda_y < 0$ (див. області Г і А та відповідні структури на рисунку 3).

Умовами формування смугових структур у горизонтальному напрямку є $\nu_x > 0$ та додатково $\lambda_x \cdot \lambda_y < 0$ (дивись області С і Е та відповідні стру-

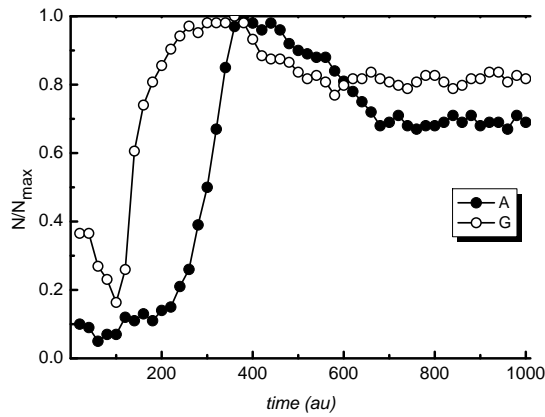


Рисунок 4— Залежності перенормованої кількості островків та дірок від часу.

ктури на рисунку 3). В областях В, D, та F критерії формування і островків/дірок і смугових структур не виконуються у повній мірі: структури В та F характеризуються від’ємним значенням ν_x (наявність нестійкості як у горизонтальному, так і у вертикальному напрямках), але різні знаки λ_x та λ_y приводять до повертання смугових структур у напрямку налітаючих іонів; в області D позитивні значення ν_x та добуток $\lambda_x \cdot \lambda_y > 0$ не призводять до добре виражених поверхневих структур [?].

Структури А та G, В та F, С та E є топологічно ідентичні: структури А, В та С є увігнуті, тоді як структури E, F, G та D — опуклі. Тип структур (увігнутість чи опуклість) визначається знаком λ_y . Досліджувана система не генерує увігнутої структури, ідентичної до структури з області D.

На підтвердження того, що структури А та G на рисунку 3 є стійкими у часі у тому сенсі, що загальна кількість островків/дірок є мпостійною величиною не великих часових інтервалах, ми обчислили кількість островків/дірок від часу. Результати подано на рисунку 4. З рисунка видно, що як для процесу формування островків (заповнені кружочки), так і для процесу формування дірок (пусті кружочки) їх кількість $n = N/N_{max}$ збільшується на малих часових інтервалах ($t < 400$), що відповідає процесам формування(утворення) островків/дірок. На середніх часових ін-

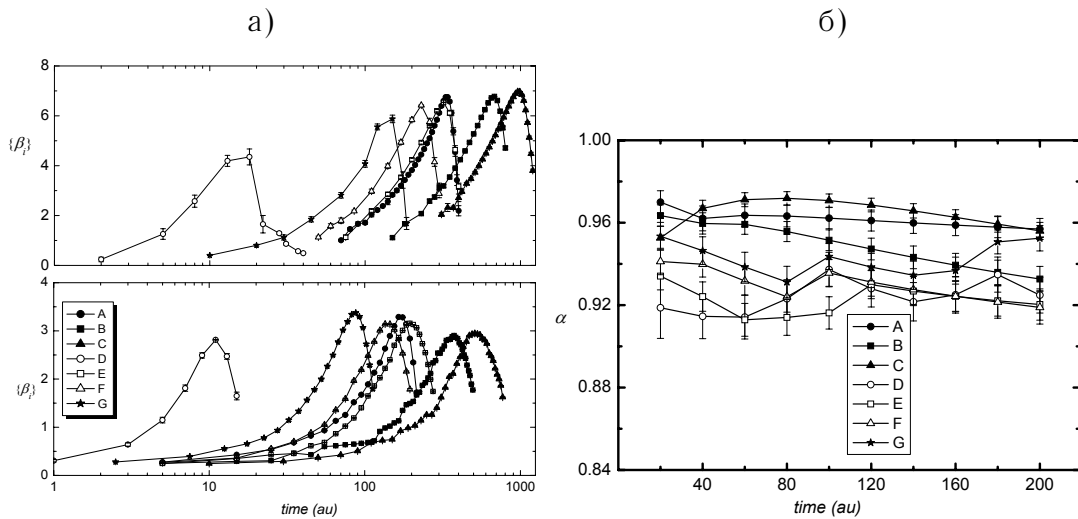


Рисунок 5— Скейлінгові показники для кожної з структур з рисунка 3: а) набори показників росту (верхній графік відповідає результатам отриманим для детерміністичної моделі, нижній — для стохастичної при $\Sigma = 1.0$); б) показник шорсткості.

тервалах ($400 < t < 600$) їх кількість спадає, що відповідає стадії коалісценції. На великих часових інтервалах $t > 600$ кількість островків/дірок залишається постійною величиною. Отже, структури островків/дірок є стійкими у часі у тому сенсі, що коли стадії формування та коалісценції завершені, то загальна кількість островків/дірок не змінюється з часом.

Для дослідження скейлінгових характеристик процесу зростання поверхні було розраховано показники росту та шорсткості для кожної із структур приведених на рисунку 3. Для цього знаходили набори значень $\{\alpha_i\}$ та $\{\beta_i\}$ на часових інтервалах, коли гранична ширина W або кореляційна функція $C_h(r)$ починають зростати і поки вони не вийдуть на насичення (тобто коли виконується алгебраїчні закони $W^2(t) \propto t^{2\beta}$ та $C_h(r) \propto r^{2\alpha}$). Додатково було розраховано парну кореляційну функцію $C_p(r; t)$ та відповідну фрактальну розмірність D_2 для структур з рисунка 3. Набори $\{\alpha_i\}$ та $\{\beta_i\}$ для кожної із структур на рисунку 3 наведено на рисунку 5. На рисунку 5а наведено показники росту (верхній графік відповідає результатам отриманим для детерміністичної моделі, нижній — для стохастичної при $\Sigma = 1.0$). Видно, що показники β_i , які визначають за-

кон росту кожної структури у часі, набувають різних значень. Така часова залежність означає те, що на ранніх стадіях еволюції системи, коли реалізуються процеси росту, на логарифмічних залежностях граничної ширини від часу реалізується лінійний закон. На пізніх стадіях (великі часові інтервали), коли процеси грубіння стають пріоритетними спостерігається набір показників $\{\beta_i\}$. Це означає, що можливим є використання локальної степеневі апроксимації для гладкої функції, коли кожний показник β_i відповідає фіксованому часовому інтервалові: $W^2(\Delta t_i) \propto (\Delta t_i)^{2\beta_i}$. Відповідно до такого припущення функція $\psi(\cdot)$ у рівнянні (12) має вести себе більш складним чином на даному часовому інтервалові, ніж простим степеневим чином, як було запропоновано раніше [?].

Проводячи аналіз залежностей показників росту видно, що як для детерміністичної моделі (верхній рисунок), так і для стохастичної (нижній) спочатку β_i зростає, доки не набуде максимального значення; потім β_i спадає. Воно набуває максимального значення набагато пізніше для структур В та С (при $t \approx 600$ та $t \approx 800$, відповідно) ніж для структур А, Е, F, G та D (при $t \approx 150 \div 300$ та $t \approx 20$ для структури D). Порівнюючи результати залежностей $\{\beta_i\}$ для детерміністичної та стохастичної моделей можна бачити, що у процесі еволюції системи $\{\beta_i\}$ зростають швидше для детерміністичної системи ніж для стохастичної. Отже процеси грубіння в детерміністичній системі наступають швидше, ніж для стохастичної. З фізичної точки зору це означає, що адитивний шум призводить до уповільнення процесів росту поверхні: вони уповільнені у часі (на малих часових інтервалах з малими значеннями $\beta_i < 1$). Крім того, процеси грубіння прискорюються у детермінованій системі: вони спостерігаються з великими значеннями $1 < \beta_i < 7$. У стохастичній системі процеси росту спостерігаються пізніше ніж у випадку $\Sigma = 0$, тоді як процеси грубіння

уповільнюються і характеризуються $1 < \beta_i < 3.5$. Таким чином, адитивні флуктуації у анізотропній системі здатні уповільнювати процеси зростання та грубіння з одного боку, та зменшення часових інтервалів спостереження таких процесів, з іншого.

На рисунку 5б представлено залежності показника шорсткості. Видно, що показник шорсткості не сильно змінюється з часом для кожної із досліджуваних структур. Відхилення від середнього значення знаходяться в межах похибки обчислень.

3 Стохастична модель із флуктуаціями кута розпорошення

Основна модель, що досліджується у даному розділі, описується рівнянням Курамото-Сівшинського [3, 4]

$$\partial_t h = \gamma \nabla_x h + \nu_\alpha \nabla_{\alpha\alpha}^2 h + \frac{\Lambda_\alpha}{2} (\nabla_\alpha h)^2 - K \nabla^2 (\nabla^2 h), \quad (21)$$

де, для зручності штрих опускаємо. Невідомі коефіцієнти у рівнянні (21) визначені у роботі [4] наступним чином

$$s = \sin \theta, \quad c = \cos \theta, \quad a_\sigma = a/\sigma, \quad F \equiv (\epsilon p J / \sqrt{2\pi}) \exp(-a_\sigma^2/2),$$

$$\gamma = \frac{F}{\sigma} s (a_\sigma^2 c^2 - 1),$$

$$\Lambda_x = \frac{F}{\sigma} c (a_\sigma^2 (3s^2 - c^2) - a_\sigma^4 s^2 c^2), \quad \Lambda_y = -\frac{F}{\sigma} c (a_\sigma^2 c^2),$$

$$\nu_x = \frac{F}{2} a_\sigma (2s^2 - c^2 - a_\sigma^2 s^2 c^2), \quad \nu_y = -\frac{F}{2} a_\sigma c^2$$

Всі керуючі параметри можна знайти, якщо відомі глибина проникнення іонів a , кут падіння потоку θ , потік J і кінетична енергія іонів ϵ .

Далі вирішується проблема утворення хвиль, при гаусівському розподілі профілю потоку в околі θ_0 у рамках моделі описаної рівнянням (21), згідно підходу запропонованого у роботі [9]. Для опису моделі рівняння (21) переписувалося у вигляді $\partial_t h = f(\theta, \nabla_\alpha h)$, де f — детерміністична сила. Вводячи малі відхилення від заданого кута θ_0 можна розкласти в ряд функцію $f(\theta, \nabla_\alpha h)$ в околі θ_0 . Отже, для правої частини виразу було отримано: $f = f_0 + (\partial f / \partial \theta)|_{\theta=\theta_0} \delta\theta$, припустимо, що $\delta\theta$ — випадкове поле, тобто $\delta\theta = \delta\theta(\mathbf{r}, t)$. Якщо випадкова компонента $\delta\theta$ має гаусівські властивості, тобто

$$\langle \delta\theta(\mathbf{r}, t) \rangle = 0, \quad \langle \delta\theta(\mathbf{r}, t) \delta\theta(\mathbf{r}', t') \rangle = 2D\Sigma C_r(\mathbf{r} - \mathbf{r}') C_t(t - t'), \quad (22)$$

де, D — параметр, залежний від характеристик потоку, таких як J , ϵ , p , a , σ ; Σ — інтенсивність шуму, яка задає дисперсію $\delta\theta$; C_r і C_t — просторова

і часова кореляційні функції шуму $\delta\theta$. При подальшому розгляді вважається, що $\delta\theta$ — квазі-білий шум у часі, з $C_t(t-t') \rightarrow \delta(t-t')$ та кольоровий у просторі з корелятором $C_r(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = (\sqrt{2\pi r_c^2})^{-d} \exp(-(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2/2r_c^2)$, де r_c — радіус кореляції флуктуацій. При $\Sigma = 0$ флуктуації напрямків потоку (кута падіння) зникають, і реалізується чисто детерміністичний випадок.

Отже, розкладаючи в ряд коефіцієнти при просторових похідних у рівнянні (21) рівняння Ланжевена набуває виду:

$$\begin{aligned} \partial_t h = & \gamma_0 \nabla_x h + \nu_{\alpha 0} \nabla_{\alpha\alpha}^2 h + \frac{\Lambda_{\alpha 0}}{2} (\nabla_{\alpha} h)^2 - K \nabla^2 (\nabla^2 h) + \\ & + \left[\gamma_1 \nabla_x h + \nu_{\alpha 1} \nabla_{\alpha\alpha}^2 h + \frac{\Lambda_{\alpha 1}}{2} (\nabla_{\alpha} h)^2 \right] \delta\theta, \end{aligned} \quad (23)$$

де $\gamma_0 = \gamma(\theta_0)$, $\nu_{\alpha 0} = \nu_{\alpha}(\theta_0)$, $\Lambda_{\alpha 0} = \Lambda_{\alpha}(\theta_0)$, $\gamma_1 = \partial_{\theta}\gamma|_{\theta=\theta_0}$, $\nu_{\alpha 1} = \partial_{\theta}\nu_{\alpha}|_{\theta=\theta_0}$, $\Lambda_{\alpha 1} = \partial_{\theta}\Lambda_{\alpha}|_{\theta=\theta_0}$. Параметр D зводиться до константи F . Це враховує той факт, що мультиплікативні флуктуації виникають у системі лише за присутності потоку іонів, з $F \neq 0$ (аналог флуктуаційно-дисипативної теореми). Таким чином, стохастична система описується анізотропним рівнянням Курамото-Сівашинського з мультиплікативним шумом.

3.1 Стійкість поверхневих структур у лінійному наближенні

Відомо, що переходи між двома макроскопічними фазами у розглядуваній системі виникають внаслідок втрати стійкості станів при зміні деяких керуючих параметрів. Для лінійного аналізу на стійкість стохастичної системи необхідно знати статистичні моменти збуреного стану. З метою проведення аналізу на стійкість рівняння Ланжевена (23) усереднювалось за шумом, що приводить до рівняння для першого статистичного моменту у вигляді [44]:

$$\begin{aligned} \partial_t \langle h \rangle = & \gamma_0 \nabla_x \langle h \rangle + \nu_{\alpha 0} \nabla_{\alpha\alpha}^2 \langle h \rangle + \frac{\Lambda_{\alpha 0}}{2} \langle (\nabla_{\alpha} h)^2 \rangle - K \nabla^2 (\nabla^2 \langle h \rangle) \\ & + \left\langle \left[\gamma_1 \nabla_x h + \nu_{\alpha 1} \nabla_{\alpha\alpha}^2 h + \frac{\Lambda_{\alpha 1}}{2} (\nabla_{\alpha} h)^2 \right] \delta\theta \right\rangle. \end{aligned} \quad (24)$$

Останній доданок можна обчислити за теоремою Новікова [32]. З формального представлення:

$$\langle \mathcal{R} \delta \theta(x, y; t) \rangle = \int dt' \int dx' \int dy' \langle \delta \theta(x, y; t) \delta \theta(x', y'; t') \rangle \left\langle \frac{\delta \mathcal{R}}{\delta(\delta \theta(x', y'; t'))} \right\rangle, \quad (25)$$

де \mathcal{R} — функціонал, $\delta/\delta(\delta\theta)$ — варіаційна похідна. Інтегрування проводиться за всіма величинами x' , y' і t' . Для розглядуваної моделі:

$$\mathcal{R} = \gamma_1 \nabla_x h + \nu_{\alpha 1} \nabla_{\alpha\alpha}^2 h + \frac{\Lambda_{\alpha 1}}{2} (\nabla_{\alpha} h)^2.$$

Варіаційну похідну можна обчислити за допомогою виразу

$$\frac{\delta \mathcal{R}}{\delta(\delta \theta)} = \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial h} \left(\frac{\partial h}{\partial \delta \theta} \right)_{\alpha=\alpha'},$$

де другий множник отримуємо з формального розв'язку рівняння Ланжевена (23). Отже, шукана функція відгуку набирає вигляду

$$\left(\frac{\partial h}{\partial \delta \theta} \right)_{\alpha=\alpha'} = \gamma_1 \nabla_x h \delta(x - x') + \delta(\alpha - \alpha') \left\{ \nu_{\alpha 1} \nabla_{\alpha\alpha}^2 h + \frac{\Lambda_{\alpha 1}}{2} (\nabla_{\alpha} h)^2 \right\}. \quad (26)$$

У результаті, варіаційна похідна має наступний вид [44]:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{R}}{\delta(\delta \theta)} = & \gamma_1 \nabla_x \left[\gamma_1 \nabla_x h \delta(x - x') + \delta(\alpha - \alpha') \left\{ \nu_{\alpha 1} \nabla_{\alpha\alpha}^2 h + \frac{\Lambda_{\alpha 1}}{2} (\nabla_{\alpha} h)^2 \right\} \right] \\ & + \nu_{\alpha 1} \nabla_{\alpha\alpha}^2 \left[\gamma_1 \nabla_x h \delta(x - x') + \delta(\beta - \beta') \left\{ \nu_{\beta 1} \nabla_{\beta\beta'}^2 h + \frac{\Lambda_{\beta 1}}{2} (\nabla_{\beta} h)^2 \right\} \right] \\ & + \Lambda_{\alpha 1} (\nabla_{\alpha} h) \nabla_{\alpha} \left[\gamma_1 \nabla_x h \delta(x - x') + \delta(\beta - \beta') \left\{ \nu_{\beta 1} \nabla_{\beta\beta'}^2 h + \frac{\Lambda_{\beta 1}}{2} (\nabla_{\beta} h)^2 \right\} \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

Проведено аналіз на стійкість лінеаризованої системи. З отриманого виразу випливає, що оскільки коефіцієнт $\Lambda_{\alpha 1}$ відповідає за нелінійність у системі, для подальшого аналізу ним можна знехтувати. Отже, для варіаційної похідної:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{R}}{\delta(\delta \theta)} = & \gamma_1^2 \nabla_x [\nabla_x h \delta(x - x')] + \\ & + \gamma_1 \nu_{\alpha 1} \left\{ \nabla_x [\nabla_{\alpha\alpha}^2 h \delta(\alpha - \alpha')] + \nabla_{\alpha\alpha}^2 [\nabla_x h \delta(x - x')] \right\} \\ & + \nu_{\alpha 1} \nu_{\beta 1} \nabla_{\alpha\alpha}^2 [\nabla_{\beta\beta}^2 h \delta(\alpha - \beta')]. \end{aligned} \quad (28)$$

Просторова кореляційна функція записується наступним чином $C_r(\mathbf{r}) = C_x(x)C_y(y)$ з максимумом при $\alpha = \alpha'$, де $C(0) \equiv C_x(0) = C_y(0)$ і $C''|_{\alpha=\alpha'} \equiv \partial_{xx}^2 C_x|_{x=x'} = \partial_{yy}^2 C_y|_{y=y'}$, з $C''|_{\alpha=\alpha'} < 0$. Інтегруючи частинами за t' , x' і y' , було отримано шуканий вираз для кореляційної функції першого порядку за h [44]:

$$\begin{aligned} \langle [\gamma_1 \nabla_x h + \nu_{\alpha 1} \nabla_{\alpha\alpha}^2 h + (\Lambda_{\alpha 1}/2)(\nabla_{\alpha} h)^2] \delta\theta \rangle = \\ \{ \nu_{\alpha 1}^2 C''|_{\alpha=\alpha'} \nabla_{\alpha\alpha}^2 + \gamma_1^2 C(0) \nabla_{xx}^2 + C(0)(\nu_{\alpha 1} \nabla_{\alpha\alpha}^2)^2 \\ + \gamma_1 \nu_{1x} [C''|_{\alpha=\alpha'} \nabla_x + C(0) \nabla_{xxx}^3] + \gamma_1 \nu_{\alpha 1} C(0) \nabla_{\alpha\alpha}^2 \nabla_x \} \langle h \rangle. \end{aligned} \quad (29)$$

Перепишуємо лінеаризоване рівняння еволюції для середнього $\langle h \rangle$ у стандартному вигляді:

$$\partial_t \langle h \rangle = \widehat{\gamma}_{ef} \langle h \rangle + \widehat{\nu}_{ef} \langle h \rangle - \widehat{K}_{ef} \langle h \rangle, \quad (30)$$

де використано наступні позначення

$$\begin{aligned} \widehat{\gamma}_{ef} &\equiv (\gamma_0 + \gamma_1 \Sigma [\nu_{x1} C''|_{\alpha=\alpha'} + \nu_{x1} C(0) \nabla_{xx}^2 + \nu_{\alpha 1} C(0) \nabla_{\alpha\alpha}^2]) \nabla_x, \\ \widehat{\nu}_{ef} &\equiv (\nu_{\alpha 0} + \Sigma C''|_{\alpha=\alpha'} \nu_{\alpha 1}^2) \nabla_{\alpha\alpha}^2 + \gamma_1^2 \Sigma C(0) \nabla_{xx}^2, \\ \widehat{K}_{ef} &\equiv -K(\nabla_{\alpha\alpha}^2)^2 + \Sigma C(0)(\nu_{\alpha 1} \nabla_{\alpha\alpha}^2)^2 \end{aligned} \quad (31)$$

легко бачити, що розв'язок рівняння (30) може бути знайдений у вигляді

$$\langle h \rangle = A \exp(i(k_x x + k_y y - \omega t) + \varkappa t).$$

Отже, підставляючи його у рівняння (30) та розділяючи на дійсну та уявну частини:

$$\begin{aligned} \omega &= -k_x(\gamma_0 + \gamma_1 \nu_{x1} \Sigma C''|_{x=x'}) + k_x \gamma_1 \nu_{x1} \Sigma C(0)(k_x^2 + k_y^2), \\ \varkappa &= -k_x^2 \Gamma_x - k_y^2 \Gamma_y - K(k_x^2 + k_y^2)^2 + \Sigma C(0)(\nu_{x1}^2 k_x^2 + \nu_{y1}^2 k_y^2)^2, \\ \Gamma_x &\equiv \nu_{x0} + \nu_{x1}^2 \Sigma C''|_{x=x'} + \gamma_1^2 \Sigma C(0), \quad \Gamma_y \equiv \nu_{y0} + \nu_{y1}^2 \Sigma C''|_{y=y'}. \end{aligned} \quad (32)$$

За умови $\Gamma_{\alpha} < 0$ з'являється певний діапазон низьких частот, які будуть експоненційно зростати. Побудована модель свідчить що, при $\nu_{y0} < 0$ і

$C'' < 0$ з $C(0) > 0$, величина Γ_y завжди буде від'ємною. Тобто, вздовж осі y завжди виникає нестабільність. Варіація значень параметрів θ , a_σ та характеристик шуму може змінювати знак величини Γ_x . Таким чином, нестійкість у x -напрямі виникає, з одного боку, при тих самих куті падіння та глибині проникнення, а з іншого, статистичні характеристики шуму, що зводяться до кореляційної довжини r_c та інтенсивності Σ можуть радикально змінити поведінку системи.

Зміна стійкості анізотропної системи з адитивним шумом вже раніше була проаналізована [4]. Проведено аналіз зміни стійкості системи з мультиплікативним шумом. На рис.6 зображено відповідні фазові діаграми при фіксованій інтенсивності шуму Σ та різних значеннях радіусу кореляції r_c . Для випадку $\Gamma_x = 0$ області стійкості системи при низьких частотах обмежуються пунктирними кривими. Суцільна крива розділяє простір для a_σ і θ , де величина $B \equiv 2K - 4\Sigma C(0)\nu_{\alpha 1}^4$, обертається в нуль, за умови $k_x = k_y$. Цей параметр відповідає за стійкість системи при великих хвильових числах. Відомо, що реалізовані/відібрані хвильові структури відповідають хвильовим числам з $k_\alpha^2 = |\Gamma|/B$ де $B > 0$ і $\Gamma = \min[\Gamma_x, \Gamma_y]$. Штрихові лінії на рис.6 відповідають параметрам системи, де виконується умова $k_x = k_y$. В областях позначених хвильовими числами k_x або k_y хвильові структури розташовані, відповідно, у x - або y -напрямку. З лінійного аналізу на стійкість стало відомо, що напрямок структур залежить від глибини проникнення a_σ та кута падіння потоку θ при заданих Σ і r_c . Порівнюючи графіки на рис.6а,б легко бачити, що статистичні характеристики шуму $\delta\theta$ змінюють характер поведінки системи: при малому радіусі кореляцій флуктуацій кута область нестійкості системи при заданому $a_\sigma = 1$ більша, ніж при більшому радіусі r_c . Окрім того, зміна величини r_c може привести до зростання параметрів системи, при яких спосте-

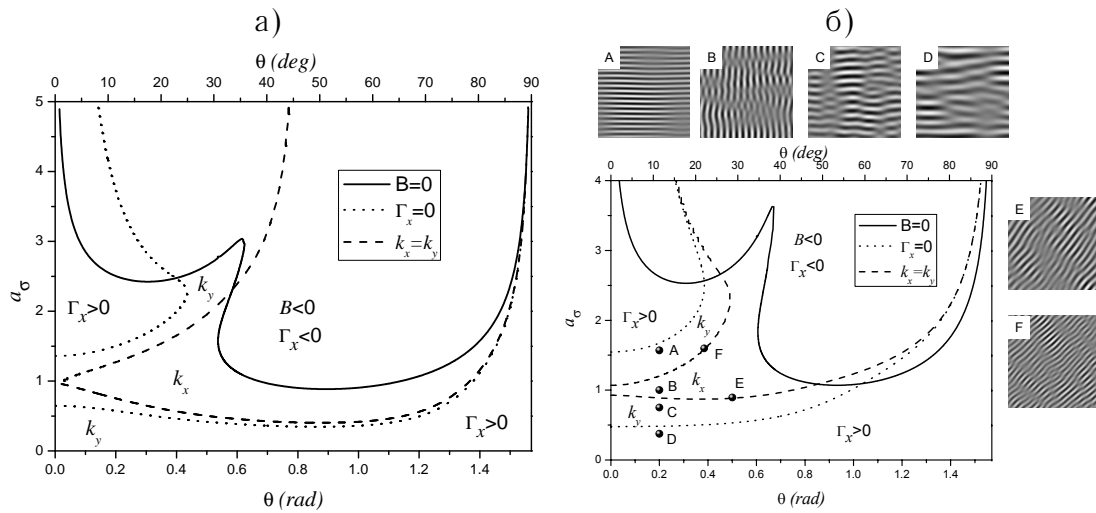


Рисунок 6— Фазові діаграми для відбору структур у системі з мультиплікативним шумом при $\Sigma = 1$ (в областях позначених k_α де $\alpha \in \{x, y\}$ обрані структури з хвильовим вектором $\mathbf{k} = |k_\alpha|\hat{\alpha}$; графіки (а), (б) відповідають $r_c = 0.65$, $r_c = 1$, відповідно).

рігаються хвильові структури орієнтовані вздовж k_x . Слід зазначити, що при великому r_c у фіксованому інтервалі кутів падіння θ переорієнтування хвильових структур може відбутися зі зміною параметру a_σ . В інтервалі θ , що знаходиться між абсцисою точки E і абсцисою точки F можна спостерігати один із варіантів реверсивності: при малих a_σ (нижче нижньої пунктирної лінії, де $k_x = k_y$) хвильові структури розташовані вздовж k_y ; у проміжній області a_σ (між двома пунктирними лініями) хвильові структури розташовані вздовж k_x ; при великих a_σ хвильові структури знову розташовані вздовж k_y (див. знімки зроблені в точках $A - D$). Аналогічна картина реалізується при зміні кута падіння з заданою a_σ . Для параметрів системи, що відповідають пунктирній кривій (див. точки E, F), хвильові структури характеризуються кутом орієнтації $\pi/4$ з $k_y = k_x$

Далі, розглянуто особливості поведінки довжин хвиль λ_x і λ_y зі зміною кута падіння θ та глибини проникнення a_σ (рис.7а) і кореляційного радіуса r_c та енергетичного параметра F (рис.7б). Обрані довжини хвиль відповідають найменшим значенням хвильових чисел для кожного напрямку. Як видно з рисунка, параметри a_σ або θ приводять до змін у напрямі хви-

льових структур. Порогові значення глибини проникнення та кута падіння відповідають $a_{\sigma i}$ і θ_i , які позначають точку зміни напрямку структур. Відмітимо присутність двох критичних точок $a_{\sigma 1} = a_{\sigma x}^c$ і $a_{\sigma 5} = a_{\sigma y}^c$, в яких відповідні довжини хвиль приймають нескінченно великі значення з $\Gamma_x = 0$. Для кута існують два критичні значення, $\theta_2 = \theta_x^c$ і $\theta_3 = \theta_y^c$, які позначають розбіжність довжини хвилі, коли Γ_x приймає нульові значення. З рис.7б видно, що з ростом енергетичного параметра F довжина хвилі структур спадає до нуля. При малому a_σ у точці $F = F_1$ змінюється напрямок структур, тоді як при великих значеннях таких змін не відбувається. Залежність $\lambda_\alpha(r_c)$ проявляє немонотонну поведінку: при малому r_c довжина хвилі зростає, тоді як при великому r_c спостерігаємо її спад. Існує критична точка для кореляційного радіусу r_{c1} , в якій змінюється напрямок хвильових структур. Як свідчить отримане рівняння для обраних хвильових чисел, довжини відібраних структур володіють добре відомими асимптотиками зі зміною основних параметрів потоку ($\lambda \sim^{-1/2} \exp(-E_a/T)$, $\lambda \sim \epsilon^{-1/2}$, $\lambda \sim J^{-1/2}$) та асимптотично залежать від другорядних характеристик: $\lambda \sim (\mathcal{C}_\Sigma - \Sigma)^{1/2}$, $\lambda \sim (\mathcal{C}_{r_c} - r_c)^{-1}$, де \mathcal{C}_Σ і \mathcal{C}_{r_c} — константи, залежні від основних параметрів системи. Як бачимо з рис.7б при $r_c \rightarrow \mathcal{C}_{r_c}$ обрана довжина $\lambda_y(r_c)$ різко спадає до нуля (див. суцільну криву).

3.2 Динаміка процесів самоорганізації поверхні при іонному розпиленні

У попередньому підрозділі розглянуто лінеаризовану модель, що дозволило пояснити втрату стійкості стану, який відповідає плоскій поверхні. Було показано, що основну роль тут відіграє ефективний коефіцієнт поверхневого натягу. Вплив шуму приводить до його перенормування та зсуву відповідних критичних значень, при переході через які втрачається

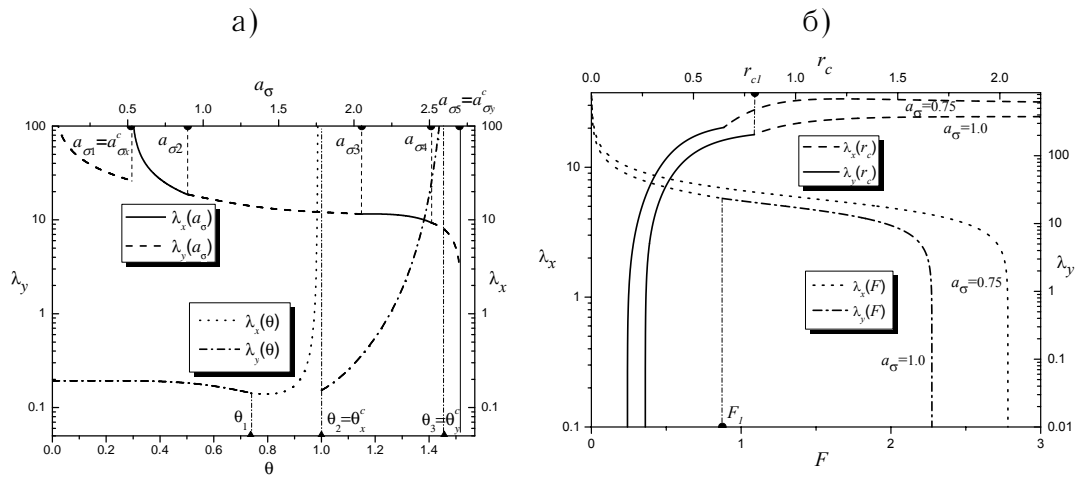


Рисунок 7— а) Обрані довжини хвиль λ_x і λ_y від кута падіння θ при $a_\sigma = 0.45$, $r_c = 0.65$ та безрозмірної глибини проникнення a_σ при $\theta = 0.4763$, $r_c = 1.0$ ($a_{\sigma i}$ з $i \in \dots, 4$ позначають порогові значення, коли виникає зміна напрямку хвильового вектора структур); $0 < \theta < \pi/2$ — виміряно у радіанах; решта параметрів: $F = 1$, $\sigma = 1$. б) Графік обраних довжин хвиль λ_x і λ_y від радіусу кореляції r_c при $F = 1.0$ та енергетичного параметра F з $r_c = 1.0$ при $\theta = 0.4763$. Решта параметрів: $F = 1$, $\sigma = 1$, $\Sigma = 1$.

стійкість вздовж x -напрямку.

У даному підрозділі розглядається вплив нелінійних складових $\Lambda_\alpha \neq 0$ у рівнянні еволюції поля висоти. Подальше дослідження базується на процедурі моделювання, яка зводиться до розв'язку нелінійного стохастичного диференційного рівняння (23).

3.2.1 Еволюція функції розподілу висоти поверхні

Однією з корисних характеристик, що описують процеси самоорганізації стохастичних систем є густина ймовірності реалізації значень випадкового поля. Для вивчення особливостей розподілу поля h використовується асиметрія m_3 та ексцес m_4 , визначені у стандартний спосіб:

$$\begin{aligned}
 m_3 &= \frac{\langle (h(\mathbf{r}) - \langle h(\mathbf{r}) \rangle)^3 \rangle}{W^3}, \\
 m_4 &= \frac{\langle (h(\mathbf{r}) - \langle h(\mathbf{r}) \rangle)^4 \rangle}{W^4}, \\
 W^2 &= \langle (h(\mathbf{r}) - \langle h(\mathbf{r}) \rangle)^2 \rangle,
 \end{aligned} \tag{33}$$

де $\langle h(\mathbf{r}) \rangle$ — середнє поля висоти ($\langle h(\mathbf{r}) \rangle \equiv V^{-1} \sum_{\mathbf{r}} h(\mathbf{r}, t)$, де $V = L^d$ — об'єм системи, L — лінійний розмір системи) і W — ширина перехідного шару (границі). Асиметрія — це міра симетрії профілю базового рівня поверхні. Її знак характеризує положення породжуючих точок пропорційно над ($m_3 > 0$) або під ($m_3 < 0$) середнім рівнем поверхні. Ексцес описує хаотичність поверхні в порівнянні з досконало хаотичною (гаусовою) поверхнею, де для гаусового розподілу $m_4 = 3.0$. Ексцес також характеризує негладкість функції розподілу висот. Якщо більшість особливостей поверхні зосереджено поблизу середнього поверхневого рівня, то ексцес буде меншим, ніж для випадку розташування особливостей далі від середнього рівня.

Для розв'язку рівняння Ланжевена з мультиплікативним шумом записаного у численні Стратоновича використовується схема Мільштайна [33]. Джерело білого шуму отримано за алгоритмом Бокса-Мюллера, де отримані випадкові числа розподілені за Гаусом [34]. Моделювання проводилось на квадратній ґратниці $L \times L$ лінійного розміру $L = 256$ з періодичними граничними умовами. Просторові похідні другого та четвертого порядків обчислені методом кінцевих різниць (див. Розділ 2, 3); нелінійна складова $(\nabla h)^2$ обчислена за схемою [35, 36]:

$$\begin{aligned} (\nabla h)^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{3\ell^2} \sum_{\mu=1}^d & ([h(\mathbf{r} + \ell\hat{e}_\mu) - h(\mathbf{r})]^2 + [h(\mathbf{r}) - h(\mathbf{r} - \ell\hat{e}_\mu)]^2 + \\ & + [h(\mathbf{r} + \ell\hat{e}_\mu) - h(\mathbf{r})][h(\mathbf{r}) - h(\mathbf{r} - \ell\hat{e}_\mu)]), \end{aligned} \quad (34)$$

де ℓ — крок на дискретній ґратниці, \hat{e}_μ — базисний вектор вздовж напрямку μ . Використано гаусові початкові умови, з $\langle h(\mathbf{r}, t = 0) \rangle = 0$, $\langle (\delta h)^2 \rangle = 0.1$; крок інтегрування за часом $\Delta t = 0.005$, крок по простору $\ell = 1$. Всі величини отримані шляхом усереднення за 20 незалежними випробуваннями.

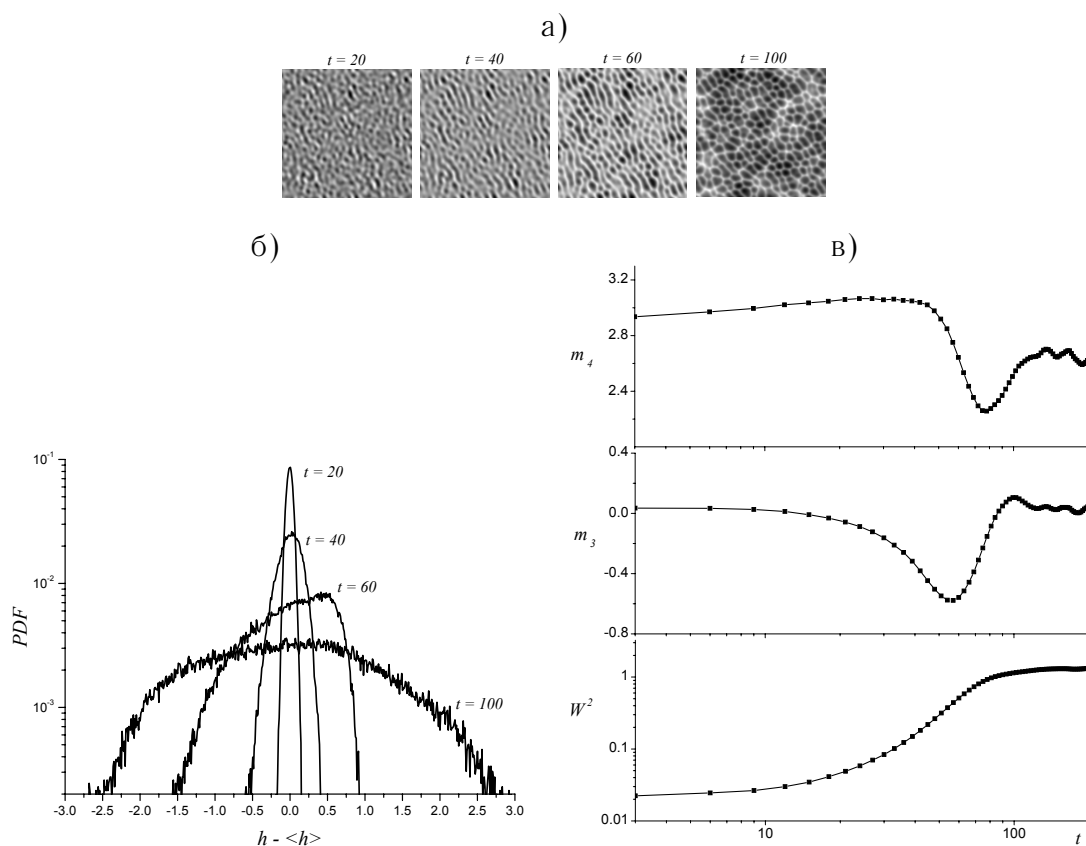


Рисунок 8— Типова картина еволюції системи з мультиплікативними флуктуаціями на ранніх стадіях. (а) Часові зрізи розподілу поля h , отримані для різних моментів часу (темний колір позначає величину поля h нижче середнього значення, світлі області відповідають значенням h вище за середнє). б) Функція густини ймовірності висот для різного часу росту. в) Екссес, асиметрія та гранична ширина від часу росту. Графіки отримані при: $a_\sigma = 1.2$, $\theta = 0.4$, $F = 1.0$, $\sigma = 1.0$, $K = 2.0$, $\Sigma = 1.0$, $r_c = 1.0$.

На рис.8а показано часові зрізи поверхні для множини параметрів: $a_\sigma = 1.2$, $\theta = 0.4$, $F = 1.0$, $\sigma = 1.0$, $K = 2.0$, $\Sigma = 1.0$, $r_c = 1.0$ у моменти часу $t = 20, 40, 60$ і 100 . Як видно, з часом поперечна довжина особливостей поверхні зростає, а діри (чорні області) утворюються при $t = 100$. Аналіз кривих на рис.6б свідчить, що нелінійні ефекти та дія шуму критичним чином змінюють морфологію поверхні. На рис.8в зображено зміни висоти функції розподілу густини ймовірності для поданих знімків. У момент часу $t = 20$ розподіл наближений до гаусового. З часом спостерігається відхилення від центрованого в нулі гаусівського розподілу, та, при досягненні певного моменту часу, функція густини ймовірності стає симетричною і

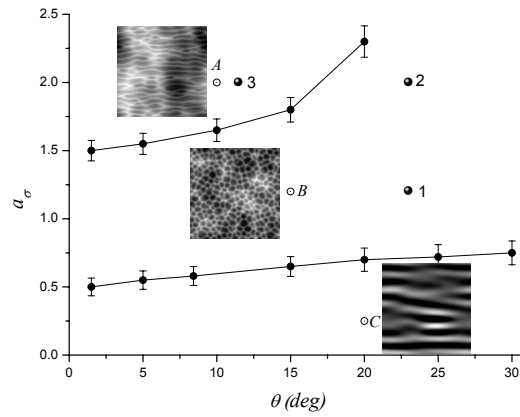


Рисунок 9— Фазова діаграма для анізотропної нелінійної моделі при $F = 1$, $\sigma = 1$, $\Sigma = 1$, $r_c = 1$. Знімки зроблено для параметрів системи, що відповідають точкам A , B і C , відповідно.

центрованою у нулі. На рис.8в зображено зміну з часом ексцесу m_4 , асиметрії m_3 і міжфазної ширини W , для вищезаданих параметрів системи. З урахуванням початкових умов отримано $m_4 \simeq 3.0$, $m_3 \simeq 0$ і $W \simeq 0$ при $t \simeq 0$. Ексцес з часом зростає поки не досягне свого максимуму. Асиметрія спадає до свого мінімуму, і згодом починає прямувати до нуля. Ці дві величини відображають форму функції розподілу зображену на рис.8б. Ширина інтерфейсу W алгебраїчно зростає, досягаючи режиму насичення на великому часовому проміжку t .

Отриману динамічну фазову діаграму для нелінійної системи, яка ілюструє утворення різних структур зображено на рис.9. Чисельно отримані результати добре узгоджуються з аналітично проведеним лінійним аналізом на стійкість. Дійсно, критичні точки на лініях відповідають за зміну знаку величини Γ_x . При високій і низькій глибині проникнення a_σ хвильові структури орієнтовані вздовж k_y напрямку (див. знімок для точки C), так як $\Gamma_x > 0$. Для проміжних значень a_σ , під нелінійним впливом детерміністичної складової $\Lambda_\alpha (\nabla_\alpha h)^2$ та випадкового вкладу, утворюються ізотропні структури (діри), які володіють гексагональною симетрією. Таким чином, нелінійність у даній моделі приводить до утворення рівновісних (ізотро-

пних) структур. Характерно, що процесом утворення різного типу структур можна керувати змінюючи не лише величину потоку опромінення та енергію налітаючих частинок, але і варіюючи ширину розкиду налітаючих іонів, тобто дисперсію кута розпилення. Важливим також є той факт, що додатковим керуючим параметром при іонному розпиленні, як виявилось, виступає радіус кореляції зовнішнього шуму.

3.2.2 Масштабні властивості морфології поверхні

У розглядуваній системі введено мультиплікативний шум, заданий енергетичними характеристиками потоку, і, додатково, інтенсивністю шуму Σ та радіусом кореляції флуктуацій r_c . Таким чином, з урахуванням перенормованих основних параметрів системи, відповідальних за стійкість, і нелінійних ефектів у її поведінці, масштабні показники будуть функціями від вищезазначених характеристик шуму. Для підтвердження, порівняємо величини масштабних показників α і β для систем з адитивним та мультиплікативним шумами.

Розглянемо парну кореляційну функцію, для визначення фрактальних властивостей поверхні:

$$C_p(\mathbf{r}; t) = \langle h(\mathbf{r} + \mathbf{r}'; t)h(\mathbf{r}; t) \rangle. \quad (35)$$

За відсутності характеристичного масштабу структури, введена кореляційна функція має поводитись алгебраїчно, тобто $C_p(r; t) \propto 1/r^\Delta$, де масштабний показник Δ пов'язаний з фрактальною кореляційною розмірністю D_2 , $\Delta = d - D_2$. Фур'є перетворення функції $C_p(r; t)$ тотожно $S_p(k; t) \propto k^{-D_2}$. Із визначення кореляційної фрактальної розмірності D_2 та властивостей Фур'є компонент в кореляторі (35) випливає, що при $D_2 = 0$ не відбувається ніяких масштабних змін структурного фактора і $S_p(k; t) \approx const$. Отже, поверхня у заданий момент часу t є гаусовою поверхнею з

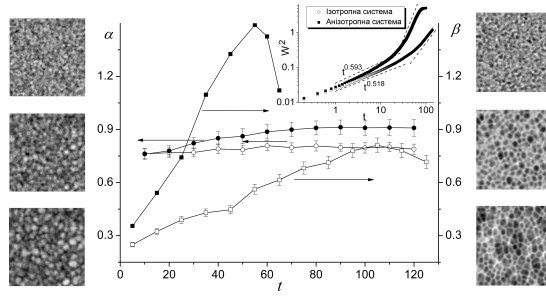


Рисунок 10— Показник шорсткості α і показник росту β від часу для ізотропного рівняння Курамото–Сівашинського з адитивним шумом (білі кружечки та квадратики) при $\nu_x = \nu_y = -0.2$, $\Lambda_x = \Lambda_y = 1.0$, $K = 2$ і анізотропного рівняння Курамото–Сівашинського з адитивним шумом (чорні кружечки та квадратики) при $a_\sigma = 1.2$, $\theta = 0.4$, $K = 2$. Часові зрізи зроблено для двох вищезазначених моделей (ліворуч для ізотропного та праворуч для анізотропного рівняння Курамото–Сівашинського з адитивним шумом) при $t = 20, 60, 100$ знизу вгору. Інтенсивність шуму $\Sigma = 1.0$.

відсутністю кореляцій, тобто з рівномірним для всіх хвильових чисел k внеском типу білого шуму; відповідний просторовий корелятор (35) зводиться до дельта-функції Дірака, $C_p(r) \rightarrow \delta(r)$. У випадку $D_2 = 2$ отримаємо типову залежність $S_p(k) \propto k^{-2}$ для дифузного розповсюдження на структурованій поверхні (назвемо її, площина). У цьому випадку, топологічна розмірність d еквівалентна фрактальній розмірності D_2 . Таким чином, зміна фрактальної розмірності D_2 з часом сигналізує про зміну фрактальної морфології поверхні від чистої некорельованої гаусової поверхні до добре структурованої поверхні з фрактальною розмірністю $d = D_2 = 2$.

Вивчення масштабних властивостей системи супроводжується порівнянням отриманих результатів з результатами для анізотропної моделі з адитивними флуктуаціями. В якості базової системи використовувалась модель, задана рівнянням Ланжевена з адитивним шумом, $\partial_t h = \nu_\alpha \nabla_{\alpha\alpha}^2 h + \frac{\Lambda_\alpha}{2} (\nabla_\alpha h)^2 - K \nabla^2 (\nabla^2 h) + \zeta(\mathbf{r}, t)$, де ζ — гаусівське випадкове джерело з властивостями білого шуму $\langle \zeta \rangle = 0$, $\langle \zeta(\mathbf{r}, t) \zeta(\mathbf{r}', t') \rangle = 2\Sigma \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t')$. Розрахунок динамічного показника при параметрах системи $a_\sigma = 1.2$,

$\theta = 0.4$, $F = 1.0$, $\sigma = 1.0$, $K = 2.0$, $\Sigma = 1.0$, $r_c = 1.0$ зображено на рис.10.

Згідно гіпотези масштабної інваріантності еволюцію величини $W^2 = \langle(\delta h)^2\rangle$, де $\delta h = h - \langle h \rangle$, було знайдено за допомогою показника β , наступним чином $\langle(\delta h)^2\rangle \propto t^{2\beta}$. У наближенні малого часу експериментально знайдено, що показник β змінюється в інтервалі $0.1 \div 2.9$ [37]. Показано, що його значення залежить від властивостей матеріалу мішені, енергії іонів та кута розпилення. У роботі [6] чисельна оцінка показника росту β зроблена для ізотропного рівняння Курамото-Сівашинського з $\nu_x = \nu_y = -0.2$, $\Lambda_x = \Lambda_y = 1.0$, $K = 2.0$ та адитивними флуктуаціями рівномірного розподілу. В цьому випадку, величина β залежить від часу та змінюється в інтервалі $0.22 \div 0.7$ на протязі еволюції системи. Було розраховано показник росту при параметрах описаної ізотропної системи з адитивним шумом, з гаусівським розподілом, та отримано, що на малих часових інтервалах $t \leq 10$ показник $\beta \simeq 0.25$, на великих ($t \leq 100$) $\beta \simeq 0.8$ (пусті квадратики на рис.10). Така часова залежність свідчить, що на ранніх стадіях, коли відбуваються процеси росту, для $W^2(t)$ маємо лінійну залежність у логарифмічних осях. При протіканні процесів укрупнення структур, у границі великого часу, спостерігається множина показників $\{\beta_i\}$, що дозволяє використати локальну апроксимацію показниковою функцією для гладкої функції $W^2(t)$, де кожен показник пов'язаний з певним проміжком часу Δt_i : $W^2(\Delta t_i) \propto (\Delta t_i)^{2\beta_i}$. Згідно такого припущення функція $\phi(\cdot)$ у виразі (10) володіє більш складною поведінкою у заданому інтервалі Δt_i , ніж вищеописаний простий показниковий закон. Запронована апроксимація дозволяє визначити часовий інтервал, на якому нелінійні ефекти відповідають за еволюцію системи.

Варто зазначити, що для анізотропної системи з адитивним гаусовим

шумом показник росту під час еволюції системи набуває значень більших 1 (див. чорні квадратики на рис.10). На ранніх стадіях (процеси росту) $\beta \simeq 0.29$. Отриманий результат добре узгоджується з експериментальними спостереженнями процесів росту при розпиленні важкими іонами [38, 39]. На протязі еволюції системи β зростає швидше і перевищує 1. Це означає, що процеси укрупнення в анізотропній моделі проходять швидше ніж в ізотропній. Це добре видно з вставок еволюції граничної ширини $W^2(t)$ на рис.10.

Порівнюючи показники нерівності α для ізотропної та анізотропної моделей бачимо, що для анізотропної системи величина α приймає більші значення. (пор. пусті та чорні кружечки на рис.10). Відомо, що у випадку анізотропної системи присутні два показника нерівності, для паралельного та перпендикулярного напрямків потоку; такі показники можуть перевищувати 1 [40]. У роботі розглядаються інтегральні ефекти і не розрізняються зазначені типи показників нерівності. Часову залежність показника нерівності можна розглядати як множину показників $\{\alpha_i\}$, маючи на увазі, що функція $\psi(\cdot)$ у рівнянні (12) має більш складну залежність у локальному часовому інтервалі, чим її спрощена показникова версія.

Розглянуто анізотропну систему з мультиплікативними флуктуаціями. Як і раніше використовується апроксимація за показниковим законом для локальних змін гладкої кореляційної функції $C_h(r, t)$, для визначення множин $\{\beta_i\}$ і $\{\alpha_i\}$. Проведено розрахунки масштабних показників у фіксованій точці на фазовій діаграмі (θ, a_σ) для різних значень інтенсивності шуму Σ та кореляційного радіусу r_c . Обраною точкою є точка 1 на фазовій діаграмі на рис.9а, вона характеризується такими параметрами: $a_\sigma = 1.2$, $\theta = 0.4$, $F = 1.0$, $\sigma = 1.0$, $K = 2.0$. Розрахуємо α_i і β_i у часовому вікні, коли гранична ширина W або кореляційна функція $C_h(r)$ починають зроста-

ти досягаючи насичення. Відповідні залежності $\{\alpha_i\}$, $\{\beta_i\}$ і D_2 зображено на рис.11. На рис.11а зображено кореляційну функцію $C_h(r;t)$ та показник нерівності $\{\alpha_i\}$; рис.11б ілюструє зміну з часом граничної ширини $W^2(t)$; парна кореляційна функція $C_p(r;t)$ та пов'язана з нею фрактальна розмірність D_2 у фіксовані моменти часу зображені на рис.11в.

Як видно з рис.11а процес росту на ранніх стадіях не є стаціонарним і показник нерівності для малої дисперсії кута падіння Σ складає порядку 0.95. При даній множині керуючих параметрів (a_σ і θ) і малому Σ кореляційний радіус r_c суттєво не впливає на поведінку системи. Зі збільшенням Σ показник шорсткості приймає менші значення, показники $\{\alpha_i\}$ набувають різних значень для різних часових інтервалів. Для малого r_c і великого Σ значення показника шорсткості зменшуються.

Детально розглянуто поведінку системи на малому часі, коли відбуваються процеси росту і утворення структур. Порівнюючи криві для граничної ширини при різних Σ і r_c , та поведінку показника росту з часом (див. рис.11б), можна стверджувати, що зі збільшенням інтенсивності шуму Σ положення піку показника β знижується в напрямку малого часу. Це означає, що з ростом інтенсивності шуму, при обраних керуючих параметрах, гранична ширина зростає за менший проміжок часу, ніж для малих Σ . Зсув положення піку при великих Σ також означає, що мультиплікативні флуктуації спонукають до появи нелінійних ефектів на малих проміжках часу. Це є природнім, оскільки мультиплікативність шуму приводить до нелінійності, і великий шум призводить до значних перетворень у процесах росту. Із фізичної точки зору, великі флуктуації прискорюють процеси росту (зменшують часовий проміжок з малим $\beta_i < 1$), процеси утворення структур виникають при $\beta_i \lesssim 3$. При малій інтенсивності шуму процеси росту протяжні у часі (відбуваються пізніше ніж для великих

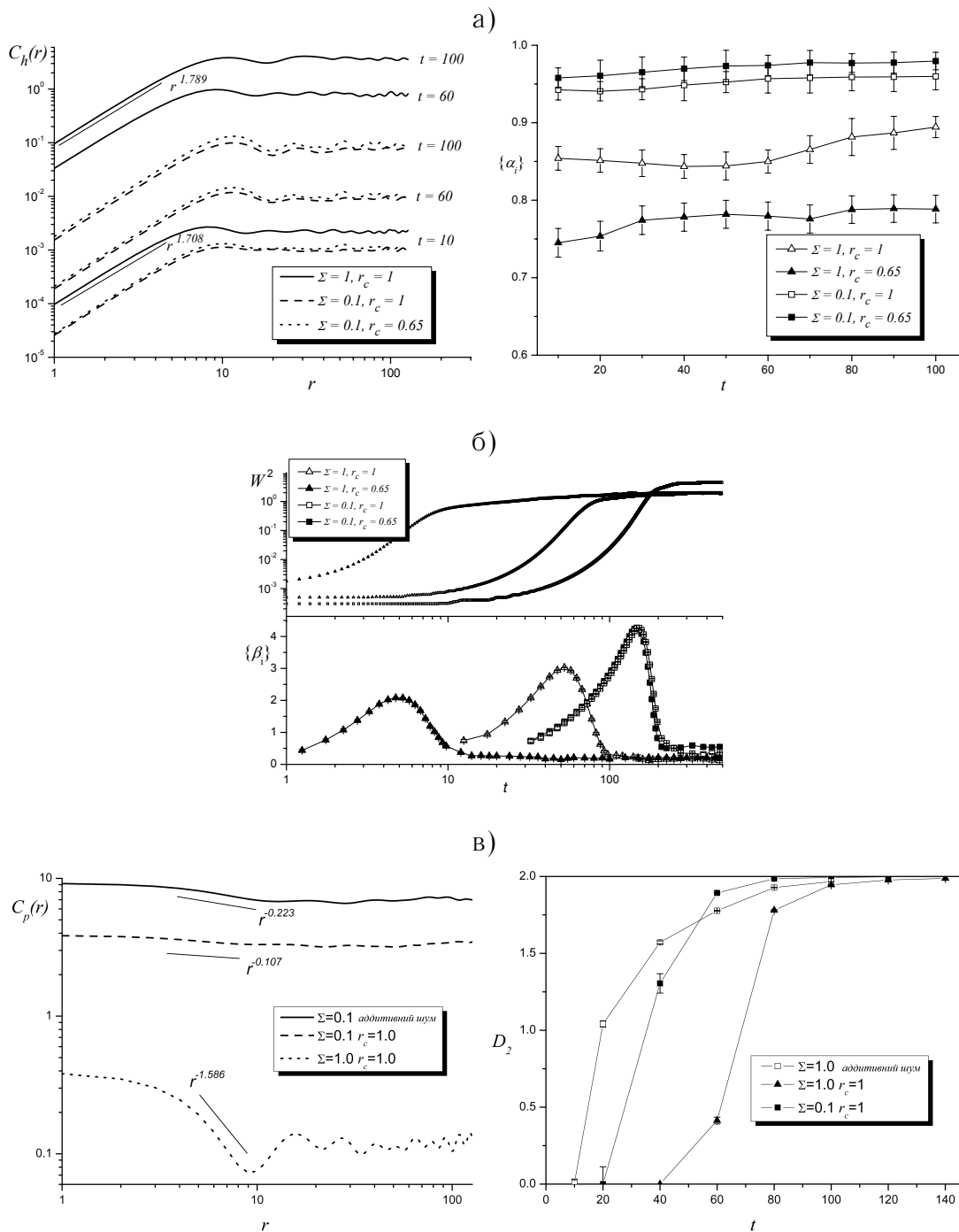


Рисунок 11— (а) Кореляційна функція $C_h(r)$ і показник шорсткості α з часом. (б) Гранична ширина W^2 від часу. (в) Кореляційна функція $C_p(r)$ у момент часу $t = 60$ і фрактальна розмірність D_2 від часу. Решта параметрів: $a_\sigma = 1.2$, $\theta = 0.4$, $F = 1$, $\sigma = 1$, $K = 2$.

Σ), тоді як процеси утворення структур прискорюються $\beta_i \lesssim 4$. Таким чином мультиплікативний шум в анізотропній системі, з одного боку здатний прискорювати процеси росту і утворення структур, а з іншого, — призводити до зменшення часових проміжків, на яких ці процеси відбуваються. Скорельованість шуму, що задана r_c , при малій інтенсивності, суттєво не впливає на процеси росту. Однак, зі збільшенням Σ , малий радіус кореляції r_c знижує величину показника росту; процеси росту і структуроутворення відбуваються раніше, ніж при великих r_c . На великих часових проміжках, коли спостерігається справжній масштабний режим, суттєвої різниці у значеннях β_i для різних часових вікон немає. У даному випадку, при збільшенні інтенсивності шуму значення β_i зменшуються (пор. чорні трикутники та квадратики); зміни кореляційного радіусу не впливають на значення β_i (пор. порожні та чорні трикутники). В подальшому сконцентруємося на дослідженні процесів росту і структуроутворення на ранніх стадіях.

Зміни фрактальних властивостей поверхні зображено на рис.11в, де проведено порівняння фрактальних особливостей для систем з адитивним та мультиплікативним шумами. Із зображення парної кореляційної функції $C_p(r)$ легко бачити, що у момент часу $t = 60$ адитивний шум призводить до спадання кореляційної функції $C_p(r)$ з показником $\Delta = 0.227$, тоді як внесок мультиплікативного шуму з такою ж інтенсивністю $\Sigma = 1.0$ при $r_c = 1.0$ збільшує показник Δ до 1.587. Згідно визначення кореляційної розмірності D_2 це означає, що під впливом мультиплікативного шуму з великою інтенсивністю на малих часових проміжках $t \simeq 60$ фрактальні особливості поверхні є добре вираженими (див. криві $D_2(t)$). Із часової залежності фрактальної розмірності D_2 для системи з мультиплікативним шумом впливає, що на ранніх стадіях поверхня володіє гаусівськи-

ми властивостями типу білого шуму у просторі (кореляційна функція має вигляд дельта-функції Дірака). На малих проміжках часу проявляються фрактальні властивості, які характеризуються $0 < D_2 < 2$. Для великого часу утворюються добре виражені структури, фрактальна розмірність яких D_2 співпадає з топологічною $d = 2$. У випадку адитивних флуктуацій часові інтервали утворення чітко виражених структур збільшуються, в порівнянні з системою з мультиплікативним шумом.

Порівнюючи часові залежності для масштабних показників при різних параметрах системи a_σ і θ зображені на рис.12а,б. При $a_\sigma = 2.0$, $\theta = 0.4$ (рис.12а) поведінка системи така ж як і в попередньому випадку. При великій інтенсивності шуму максимум β_i є меншим і виникає раніше, ніж для малої інтенсивності шуму. Зі спаданням r_c при великих Σ множина показників зростання з'являється на самих ранніх проміжках часу. Більше того, малий радіус кореляції флуктуацій знижує максимум β_i . Що є природнім, оскільки точки з координатами $a_\sigma = 1.2$, $\theta = 0.4$ і $a_\sigma = 2.0$, $\theta = 0.4$ (точки 1 і 2 на рис.9) знаходяться в одній області на фазовій діаграмі. Зміни r_c при малих Σ суттєво не впливають на динаміку системи і не змінюють нерівність поверхні. Порівнюючи криві фрактальної розмірності D_2 для двох вищезазначених множин параметрів системи видно, що при малих Σ величина D_2 є меншою, ніж у попередньому розглянутому випадку (пор. залежності $D_2(t)$ на рис.11в, 12а)

На рис.12б представлена динаміка системи у іншій області фазової діаграми зображеної на рис.9 (в околі точки 3). При малих Σ універсальний закон для процесів росту реалізується раніше, ніж у випадку флуктуацій великої інтенсивності. Більш того, велика інтенсивність шуму затримує динаміку еволюції системи.

Зростання β_i і α_i при великих Σ пов'язані зі зміною морфології системи

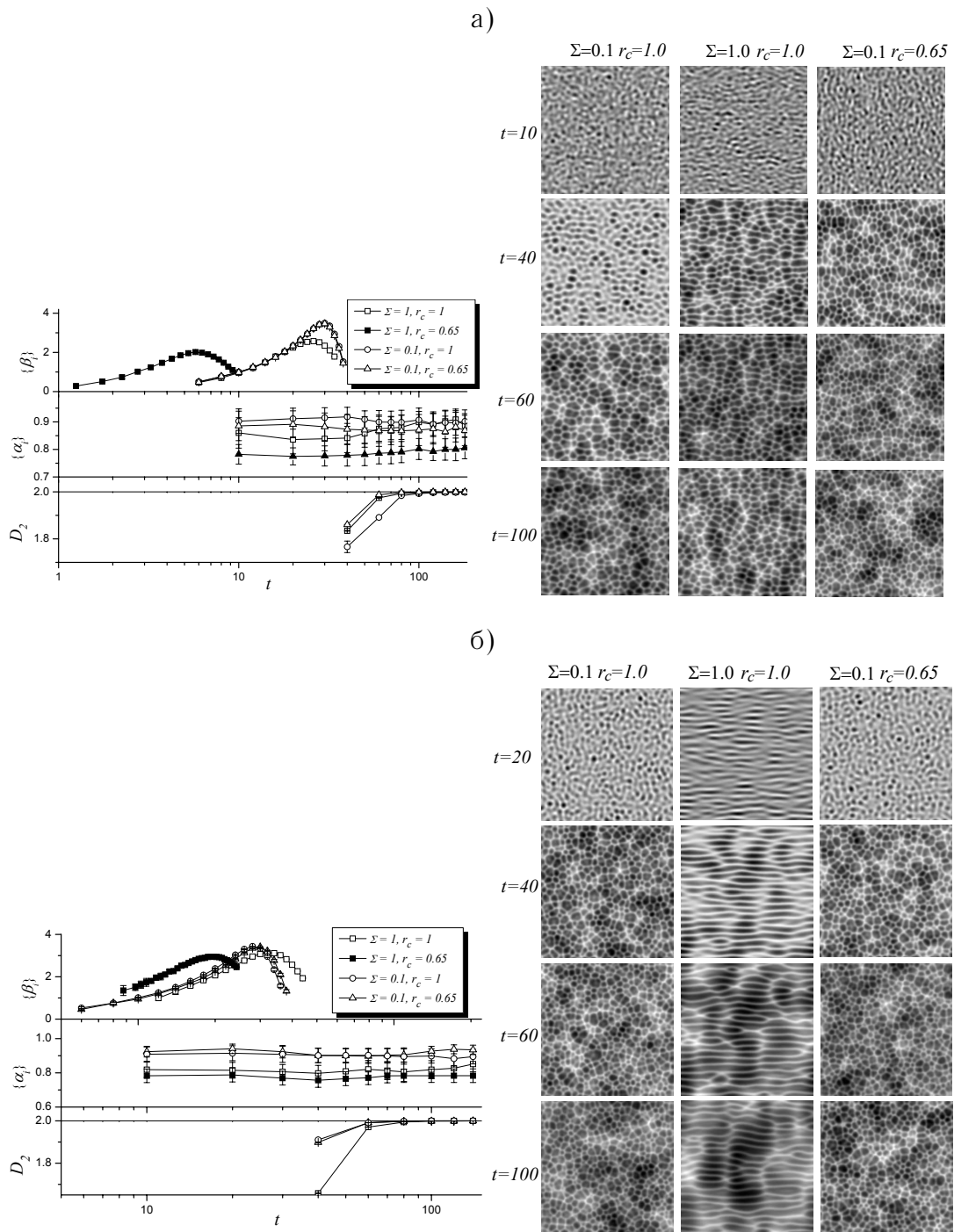


Рисунок 12— Масштабні показники α , β і кореляційна розмірність D_2 від часу при (а) $a_\sigma = 2.0, \theta = 0.4$ (точка 2 на фазовій діаграмі на рис.9) і (б) $a_\sigma = 2.0, \theta = 0.2$ (точка 3 на фазовій діаграмі на рис.9). Типові часові зрізи поверхні зроблено для різних Σ і r_c . Решта параметрів: $F = 1, \sigma = 1, K = 2$

зображені на відповідних знімках. Таким чином, фазова діаграма зображена на рис.9 може змінюватись при різних Σ . Величина r_c не впливає на значення α_i і β_i при малих Σ , і не призводить до зміни морфології поверх-

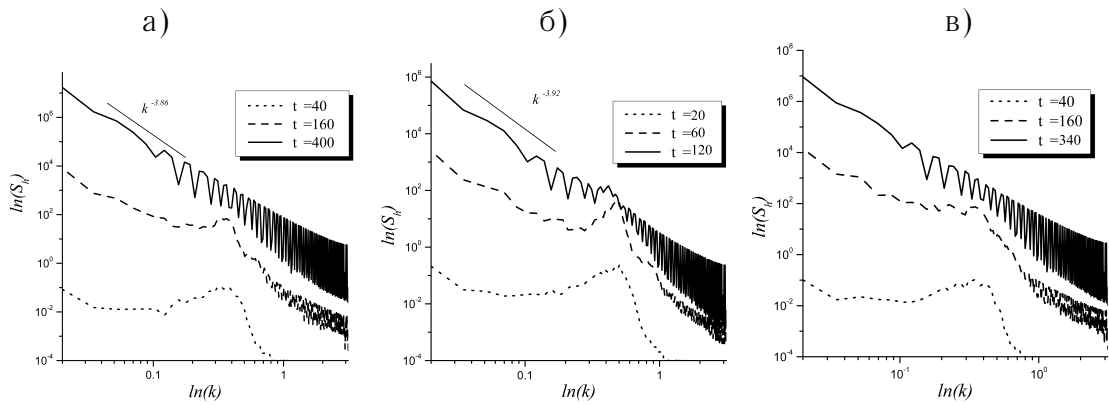


Рисунок 13— Еволюція сферично усередненого структурного фактора $S_h(k, t)$ при різних інтенсивності шуму: а) $\Sigma = 0.1, r_c = 1$; б) $\Sigma = 1.0, r_c = 1$; в) $\Sigma = 0.1, r_c = 0.65$. Решта параметрів: $a_\sigma = 1.2, \theta = 0.4, F = 1, \sigma = 1$.

ні. При великій інтенсивності шуму і його малому кореляційному радіусі динаміка системи аналогічна, як і при великих r_c , однак, всі процеси протікають раніше при малому r_c . Як і раніше, великі Σ і малі r_c знижують значення показника нерівності.

На рис.13 зображено еволюцію сферично усередненого структурного фактора, визначеного на колі $S_h(k, t) = N_k^{-1} \sum_{k \leq \mathbf{k} \leq k + \Delta k} S_h(\mathbf{k}, t)$, де N_k — число точок у колі діаметром Δk . Розглянуто випадки для двох варіантів інтенсивності шуму і радіусів його кореляції. Результати представлені на рис.13а,б,в. Під час еволюції на ранніх стадіях розвитку система обирає хвильові структури з певними хвильовими числами (точкові криві), а на пізніх стадіях реалізується алгебраїчна форма структурного фактора. На великих часових інтервалах показник α можна знайти з виразу $S_h(k) \propto k^{-(d+2\alpha)}$. Як показано на рис.13а,б для вищезазначених параметрів системи $S_h(k) \propto k^{-3.86}$ для $\Sigma = 0.1$ і $S_h(k) \propto k^{-3.92}$ для $\Sigma = 1.0$, де $d = 2$. Таким чином, показники шорсткості набувають значень $\alpha \simeq 0.93$ і $\alpha \simeq 0.96$, що добре видно з аналізу кореляційної функції $C_h(r)$ (див. рис.11а)

4 Моделювання зміни морфології поверхні кремнію при розпиленні іонами аргона

У задачі про зміну морфології поверхні при розпиленні конкретного матеріалу такі величини як глибина проникнення та ширина розподілу енергії іонів у повздовжному та поперечному напрямках до пучку можуть бути розраховані методами молекулярної динаміки або Монте-Карло. Основні параметри в експерименті зводяться до енергії іонного пучка, потоком іонів та кута розпорошення. У числовому моделюванні зразок кремнію опромінювався іонами Ar^+ . Густина потоку приймається $J = 20.7 \text{ ion}/\text{nm}^2\text{s}$, температура $T = 550\text{K}$, значення енергії варіюються в інтервалі $100\text{eV} \div 10\text{keV}$. Для чистого кремнію параметр ґратниці $a_{Si} = 0.5437\text{nm}$, енергію зв'язування вважається величиною порядку вільної енергії $U_0 \simeq \kappa = 7.7\text{eV}/\text{nm}^2$, та приймемо $C_0 = 0.29\text{nm}$, $N = 25\text{atom}/\text{nm}^2$. Коефіцієнт розпилення $Y_0 = Y_0(\theta, \varepsilon)$ та знерозмірені глибини проникнення a_σ, a_μ обчислюється методами Монте-Карло [45, 46].

Результати розрахунків для глибин $a_\sigma \equiv a/\sigma$ та $a_\mu \equiv a/\mu$ в залежності від енергії іонів подано на рис.14. Із рис.14 видно, що повздовжня та

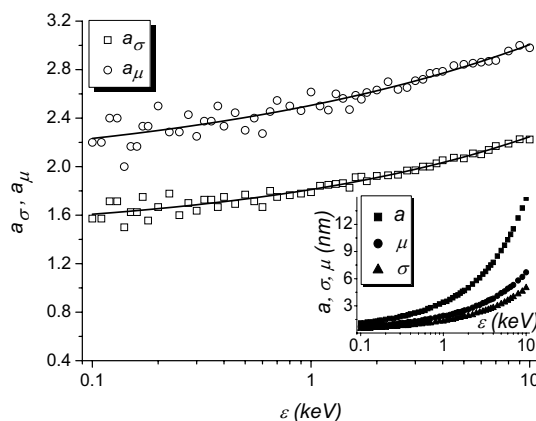


Рисунок 14— Глибини проникнення іонів Ar^+ у кремнієву мішень

поперечна довжини σ і μ , та к як і a_σ і a_μ відповідають співвідношенням:

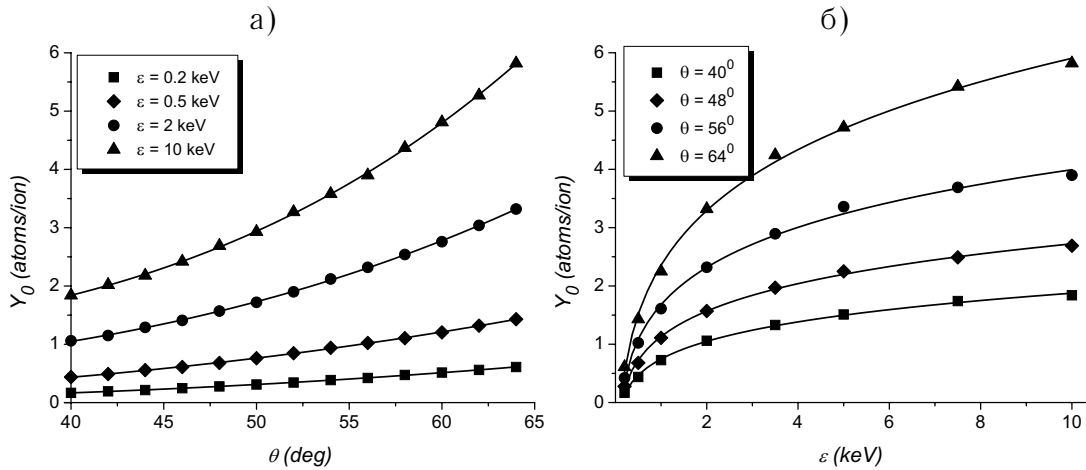


Рисунок 15— Коефіцієнт виходу при а) фіксованих значеннях енергії, б) фіксованому куті розпорошення

$\sigma < \mu$ і $a_\sigma < a_\mu$. Видно, що залежності глибини проникнення a та ширин σ і μ від енергії відхиляються від лінійного закону запропонованого Бредлі та Харпером [3]. Для кремнієвої мішені отримано степеневу апроксимацію цієї залежності: $\phi(\varepsilon) = A + B\varepsilon^C$, де $\phi = \{a, \sigma, \mu\}$, сталі A , B та C — параметри фітінга. Очевидно, що можна очікувати степеневу залежність довжини хвилі $\Lambda(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-\delta}$ з показником $\delta \neq 1/2$.

Для обчислення залежності коефіцієнту виходу від енергії та кута розпорошення використано метод Монте-Карло. Результати моделювання подано на рис.15а та 15б. З рис.15 видно, що відповідні залежності підпорядковуються степеневій асимптотиці $Y_0(\psi) = A' + B'\psi^{C'}$, де $\psi = \{\theta, \varepsilon\}$, сталі A' , B' та C' — параметри фітінгу [46]. Таким чином основні параметри для континуальної моделі $(\nu_x, \nu_y, \lambda_x, \lambda_y)$ добре визначено.

4.1 Фазова діаграма та типові структури

Діаграма $\varepsilon(\theta)$, визначає різні поверхневі структури, що реалізуються на поверхні кремнію [45, 46]. Простежується зміна знаку поверхневого натягу ν_x та коефіцієнтів ерозії λ_x і λ_y , де вважається $\nu_y < 0$. Відповідну діаграму зображено на рис.16. Слід зазначити, що у розглянутому ін-

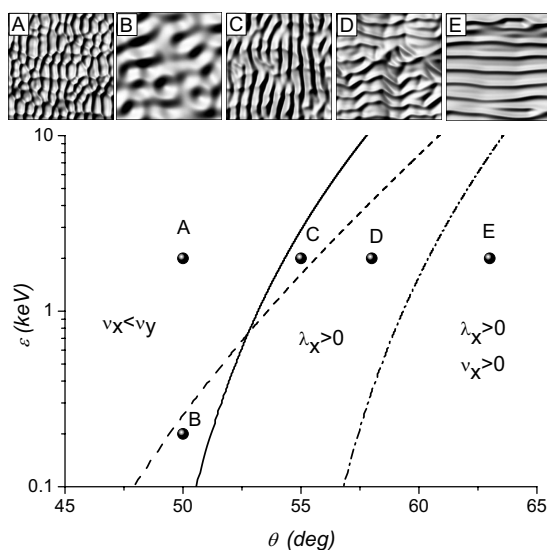


Рисунок 16— Фазова діаграм та відповідні поверхневі структури

тервал окрім $\nu_y < 0$ виконується умова $\lambda_y < 0$. Як впливає з рис.16 площина (θ, ε) розділяється на п'ять доменів A, B, C, D та E . Якщо перетинається штрихпунктирна крива, то величина ν_x змінює свій знак. Тому, в лінійному режимі при малих кутах розпорошення θ (область A) нестійкість гладкої поверхні відбувається у напрямках x та y , оскільки $\nu_y < 0$ та $\nu_x < 0$. В області E (при великих θ) у лінійному режимі структури є стійкими у x -напрямку ($\nu_x > 0$). При великих часових інтервалах (у нелінійному режимі) морфологія поверхні задається параметрами нелінійності λ_x and λ_y . Суцільна крива розділяє області, що характеризуються $\lambda_x < 0$ та $\lambda_x > 0$. Тому між суцільною та пунктирно-штриховою лініями лише λ_x є позитивним (області C і D), тоді як в областях E ν_x і λ_x є позитивними одночасно. Пунктирна крива відповідає умові $\nu_x = \nu_y$. Отже, перед пунктирною кривою (області A і C) коли $\nu_x < \nu_y$ вертикально утворювані структури реалізуються більше всього, тоді як після цієї кривої (області B, D та E) відповідні структури мають горизонтальну спрямованість. Для ілюстрації типових структур у кожній області на рис.16 чисельно розв'язується відповідне стохастичне рівняння із адитив-

ним шумом, де відповідні флуктуації задаються білим адитивним шумом, із інтенсивністю, що зводиться до потоку іонів. Початкові умови при моделюванні: $\langle h(\mathbf{r}, t = 0) \rangle = 0$, $\langle (\delta h)^2 \rangle = 0.1$; $\Delta t = 0.005$, просторовий крок — $\ell = 1$. Отримана фазова діаграма добре узгоджується із результатами експеримента по дослідженню морфології поверхні Si(001), що розпошувалася іонами Ar^+ [41].

Для доведення того факту, що отримані структури є стійкими було розглянуто динаміку зміни морфології поверхні. Для цього було розглянуто динаміку структур, показаних на рис. 16 (рисунок А, Е) та обчислено зміну кількості островків N/N_{max} для кожного типу структур у часі, де N — відповідна кількість островків, N_{max} — максимальне значення. У процедурі обчислення приймалося таке визначення для островка [45, 46]: всі точки поверхні з $h < \langle h \rangle$, що належать одній множині із замкнутими граничними умовами формують острів. Відповідна границя острова обчислювалася за алгоритмом обчислення перколяційного кластера. Результати моделювання усереднювалися за 20 незалежними випробуваннями. Типова картина еволюції кількості островків показана на рис. 17 при $\varepsilon = 2 \text{ keV}$ для $\theta = 50^\circ$ та $\theta = 63^\circ$.

Видно, що відносна кількість островків зростає на малих часових інтервалах, що відповідає процесам формування островків. На середніх часових інтервалах відносна кількість зменшується, що відповідає проходженню процесів коалесценції. Важливо, що у випадку формування хвилястих структур такий режим є добре вираженим. Однак, у випадку формування дирчастих структур (заповнені кружки) такий режим слабо виражений. На великих часах маємо стаціонарну картину, кількість островків не змінюється із часом. Отже, процеси формування поверхневих структур є стаціонарними.

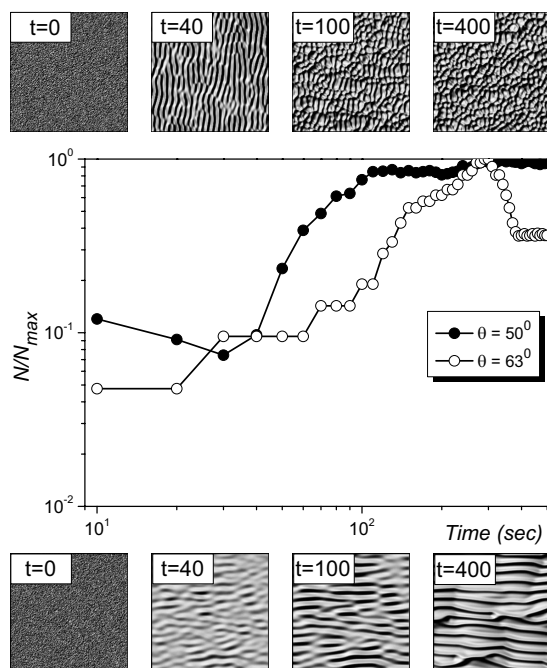


Рисунок 17— Відносна кількість островків при $\varepsilon = 2 \text{ keV}$ та відповідні знімки структур при $\theta = 50^\circ$ (зверху) та $\theta = 63^\circ$ (знизу)

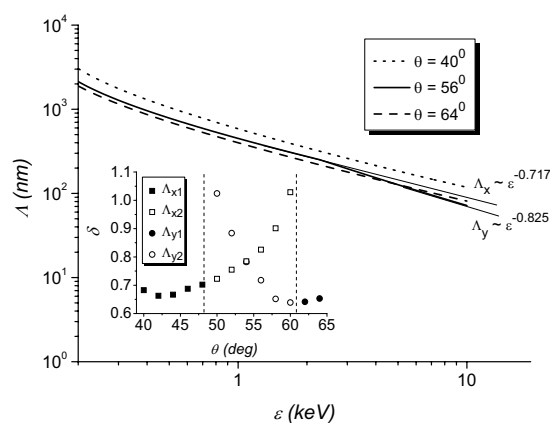


Рисунок 18— Залежність довжини хвилі від енергії налітаючих іонів (залежність скейлінгового показника δ від кута розповсюдження показано на вставці)

4.2 Залежність довжини хвилі від енергії пучка іонів

Було досліджено залежність довжини хвилі утворюваних структур від енергії падаючих іонів та кута розпорошення. Як було показано раніше співвідношення між ν_x та ν_y визначає орієнтацію структур. Довжина хвилі поверхневих структур у відповідному напрямку визначається як $\Lambda_{x,y} = 2\pi \sqrt{2K/|\nu_{\min x,y}|}$, де $\nu_{\min x,y} = \min(\nu_x, \nu_y)$. Відповідно до фазової діаграми на рис. 16 варіація енергії іонів при фіксованому куті розпорошення приводить до зміни орієнтації структур: при малих ε маємо структури орієнтовані вздовж y -напрямку, тоді як при великих ε структури орієнтовані в горизонтальному напрямку. Відповідні залежності довжини хвилі подано на рис. 18. З рисунка видно, що довжина хвилі зменшується з ростом енергії іонів за степеневим законом та змінюється в інтервалі від 100 nm до $1 \text{ }\mu\text{m}$ [46]. Цей результат добре узгоджується із відомими експериментальними даними [42]. Принципово важливо, що оскільки глибина проникнення залежить від енергії іонів нелінійним чином (див. вставку на рис. 14), то можна очікувати відхилення від асимптотики Бредлі-Харпера $\Lambda \sim \varepsilon^{-1/2}$. При проміжних значеннях кута θ , що відповідає штриховій лінії на рис. 16 залежність $\Lambda(\varepsilon)$ має злом. Він означає зміну орієнтації структур. У такому випадку існує два нахили: перед зломом (малі енергії) відповідні структури характеризуються довжиною хвилі Λ_x , тоді як при великих енергіях — Λ_y (див. суцільну лінію та асимптотику на рис. 18). Таким чином, при малих енергіях іонів структури орієнтовані вздовж y напрямку, а при великих вздовж x -напрямку. Отже, для залежності довжини хвилі $\Lambda \sim \varepsilon^{-\delta}$, де скейлінговий показник δ визначено як нахил залежності $\Lambda(\varepsilon)$ у подвійних логарифмічних осях перед та після злomu. Залежність цього показника від кута розпорошення приведено на вставці на рис. 18. Для досліджуваного інтервалу енергій $\delta > 1/2$. Більш того, при малих та великих θ показник δ

не змінюється суттєво у той час, як в інтервалі для θ , коли $\Lambda(\varepsilon)$ має злом, показник δ змінюється в інтервалі від 0.65 до 1.05. Слід зазначити, що отримана картина реалізується коли потік J та температура T є сталими величинами. У протилежному випадку варіація J та T приводить до асимптотик: $\Lambda \propto J^{-1/2}$, $\Lambda \propto T^{-1/2} \exp(-E_a/2T)$, де E_a — енергія активації.

4.3 Скейлінгові властивості структур

Розглянуто масштабні властивості поверхневих утворень, при дослідженні показників росту та шорсткості. Для цього було проаналізовано кореляційну функцію $C_h(r, t) = \langle (h(r + r', t) - h(r', t))^2 \rangle$. У рамках гіпотези масштабної інваріантності приходимо до асимптотик $C_h(t) \propto t^{2\beta}$, $C_h(r) \propto r^{2\alpha}$, що дозволяють обчислити показник росту β та показник шорсткості α .

Як було з'ясовано раніше на початкових стадіях розвитку структур спостерігається набір показників $\{\beta\}$. На пізніх стадіях, де реалізується цілком універсальний характер існує єдине значення для β . Показник шорсткості α приймає практично незмінні значення і може розглядатися як стала, залежна лише від параметрів системи. З практичної точки зору важливим є аналіз поведінки системи лише на універсальній ділянці, де β не залежить від часового інтервалу, на якому проводиться дослідження. Відомо, що анізотропні поверхні характеризуються більш складною поведінкою ніж ізотропні. У роботі [43] було запропоновано ввести розгляд два показники α_x, α_y у напрямках нормальному та паралельному до потоку іонів. Обчислені величини для показників шорсткості та поверхневих натягів ν_x та ν_y при $\varepsilon = 2 \text{ keV}$ та фіксованих кутах розпорощення наведено в таб. 1. Видно, що коли $\nu_x < \nu_y$ виконується співвідношення

Таблиця 1— Показники шорсткості та росту при $\varepsilon = 2 \text{ keV}$

θ	α_x	α_y	β	ν_x	ν_y
50^0	0.90	0.82	0.23	-0.222	-0.151
55^0	0.94	0.90	0.22	-0.137	-0.127
58^0	0.90	0.95	0.21	-0.067	-0.112
63^0	0.89	0.99	0.17	0.086	-0.087

$\alpha_x > \alpha_y$. у випадку $\nu_x > \nu_y$ маємо $\alpha_x < \alpha_y$. Отже, використовуючи аналіз отриманих скейлінгових показників можна стверджувати, що у разі коли структури орієнтовані вздовж y -напрямку, то показник шорсткості у напрямку x стає більшим, і навпаки (пор. структури А, С, D та Е на рис.16 з показниками в таб.1).

Висновки

Зроблено загальний літературний огляд теоретичних досліджень щодо процесів формування структур на поверхні матеріалів при іонному розпо-рошенні.

1) Розглянуто випадок адитивних флуктуацій потоку налітаючих іонів в анізотропній системі. Проведено детальне обговорення фазових діаграм, що ілюструють моджливі типи поверхневих структур, а саме, відокремле-них дірок, відокремлених островів та хвилястих структур. Показано, що керувати формою та розмірами структур можна завдяки енергії наліта-ючих іонів та кута розпорошення. Проведене обговорення статистичних характеристик, а саме, показника зростання поверхні та показника шорс-ткості та характеру зміни кількості структур із часом.

2) При дослідженні процесів зміни морфології поверхонь при іонному розпиленні з флуктуаційними властивостями потоку опромінення показа-но, що такі процеси визначаються додатковими параметрами, що зводять-ся до дисперсії кута розпилення і кореляційних характеристик відповід-них флуктуацій. Показано, що флуктуаційні властивості опромінюючого потоку здатні змінити тип утворюваних структур та приводити до їх пере-орієнтації. Обговорено відповідні фазові діаграми.

3) У якості конкретного прикладу проведено огляд теоретичних ре-зультатів щодо процесів формування нано-розмірних структур на поверх-ні кремнію при розпорошенні його іонами аргону. Тут окрім фазових ді-аграм, що обмежують області основних параметрів (кут розпорошення та енергія іонів) коли реалізуються поверхневі структури, обговорюється залежність довжини хвилі структур від енергії іонів аргону та кута розпо-рошення.

Перелік посилань

1. L.Jacak, P.Hawrylak, A.Wojs, Quantum Dots, Springer-Verlag, Berlin (1998).
2. M.Navez, C.Sella, D.Chaperot, Ionic Bombardment: Theory and Applications, ed.by JJTrillat, Gordon and Breach, New York(1964).
3. Bradley R.M. Theory of ripple topography induce by ion bombardment /R.M.Bradley, J.M.E.Harper, J.Vac// Sci.Technol.A.— 1988.— V.6, I.4.— P.2390.
4. Cuerno R. Dynamic Scaling of Ion-Sputtered Surfaces /R.Cuerno, A.-L.Barabasi// Phys.Rev.Lett.— 1995.— V.74, I.23.— P.4746.
5. Makeev M. Ion-induced surface diffusion in ion sputtering /M.Makeev, A.-L.Barabasi// Appl.Phys.Lett.— 1997.— V.71.— P.2800.
6. Drotar J.T. Numerical analysis of the noisy Kuramoto-Sivashinsky equation in 2+1 dimensions /J.T.Drotar, Y.-P.Zhao, T.-M.Lu, G.-C.Wang//Phys.Rev.E.— 1999.— V.59.— P.177.
7. T.Aste, U.Valbusa, Physica, 332, 548, (2004).
8. B.Kahng, J.Kim, Curr.Appl.Phys., 4, 115, (2004).
9. Kree R. The influence of beam divergence on ion-beam induced surface patterns /R.Kree, T.Yasseri, A.K.Hartmann// Nucl.Ins.Meth.B.— 2009.— V.267. — P.1407.
10. S.Rusponi, C.Boragno, U.Valbusa, Phys.Rev.Lett., 78, 2795 (1997).
11. S.Rusponi, G.Costantini, C.Boragno, U.Valbusa, Phys.Rev.Lett., 81, 2735 (1998).

12. E.Chason, TMMayer, BKKellerman і співавт., Phys.Rev.Lett., 72 2040 (1994).
13. J.Erlebacher, M.J.Aziz, E.Chason et al., Phys.Rev.Lett., 82, 2330 (1999). bibitemChina2006 Li W.-Q. Synergetic effect between ion energy and sample temperature in the formation of distinct dot pattern on Si(1 1 0) by ion-sputter erosion/ W.-Q.Li, L.J.Qi, X.Yang// Appl.Surf.Sci.— 2006.— V.252.— P.7794.
14. W.J.ModerlyChan, D.P.Adams, M.J.Aziz et al., MRS Bulletin, 32, 424 (2007).
15. H.X.Qian, W.Zhou, Y.Q.Fu et al., Appl.Surf.Sci.,240, 140 (2005).
16. D.Paramanik, S.Majumdar, S.R.Sahoo et al., J.Nanosci. and Nanotech, 8, 1 (2008).
17. J.Lian, QMWei, L.M.Wang et. al., Appl.Phys.Lett., 88, 093112 (2006).
18. S.Facsko, T.Dekorsy, C.Koerdet et.al., Science, 285, 1551 (1999).
19. Kardar M. Dynamic Scaling of Growing Interfaces / M.Kardar, G.Parisi, Y.-C.Zhang// Phys.Rev.Lett.— 1986.— V.56.— P.889.
20. D.E.Wolf, J.Villian, Europhys.Lett., 13(5), 389 (1990).
21. Kuramoto Y. Persistent Propagation of Concentration Waves in Dissipative Media Far from Thermal Equilibrium / Y.Kuramoto, T.Tsuzuki// Prog.Theor.Phys.— 1977.— V.55.— P.356.
22. Sigmund P. A mechanism of surface micro-roughening by ion bombardment /P.Sigmund// J.Matter.Sci.— 1973.— V.8.— P.1545.

23. Makeev M.A. Effect of surface morphology on the sputtering yields: I. Ion sputtering from self-affine surfaces / M.A.Makeev, A.-L.Barabasi// NIMB.— 2004.— V.222.— P.316.
24. Cahn J.W. Overview no. 113 surface motion by surface diffusion / J.W.Cahn, J.E.Taylor// ActaMetall.Matter.— 1994.— V.42.— P.1045.
25. Sigmund P. Theory of Sputtering. I. Sputtering Yield of Amorphous and Polycrystalline Targets / P.Sigmund// Phys.Rev.— 1969.— V.184.— P.383.
26. Family F. Scaling of the active zone in the Eden process on percolation networks and the ballistic deposition model / F.Family, T.Vicsek// J.Phys.A.— 1985.— V.18.— P. L75.
27. Family F. Dynamic scaling and phase transitions in interface growth /F.Family// Physica A.— 1990.— V.168.— P.561.
28. Sinha S.K. X-ray and neutron scattering from rough surfaces / S.K.Sinha, E.B.Sirota, S.Garott// Phys.Rev.B.— 1988.— V.38.— P.2297.
29. Giada L. Pseudospectral method for the Kardar-Parisi-Zhang equation /L.Giada, A.Giacometti, M.Rossi// Phys.Rev.E.— 2002.— V.65.— P.036134.
30. Gradiner C.W. Handbook of stochastic methods /C.W.Gradiner. — Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1985. — 410p.
31. Garcia-Ojalvo J. Noise in Spatially Extended Systems / J. Garcia-Ojalvo, J. M. Sancho. — New York: Springer-Verlag, 1999. — P.53-113.

32. Новиков Е.А. Функционалы метод случайной силы в теории турбулентности / Е.А. Новиков // ЖЕТФ. — 1965. — Т.20. — С.1290-1295.
33. Sancho J.M. Analytical and numerical studies of multiplicative noise / J.M.Sancho, M.San Miguel, S.L.Katz, J.D.Gunton// Phys.Rev.A.— 1982.— V.26.— P.1589.
34. Box G.E.P. A Note on the Generation of Random Normal Deviates / G.E.P.Box, M.E.Muller// Ann. Math. Statist.— 1958.— V.29, N2.— P.610.
35. Lam C.H. Anomaly in numerical integrations of the Kardar-Parisi-Zhang equation /C.H.Lam, F.G.Shin// Phys.Rev.E.— 1998.— V.57.— P.6506.
36. Giada L. Pseudospectral method for the Kardar-Parisi-Zhang equation /L.Giada, A.Giacometti, M.Rossi// Phys.Rev.E.— 2002.— V.65.— P.036134.
37. Makeev M. Morphology of ion-sputtered surfaces /M. Makeev, R. Cuerno, A.-L. Barabasi// NIMB.— 2002.— V.197.— P.185.
38. Wang X.-S. Ion sputtering of GaAs(110): From individual bombardment events to multilayer removal / X.-S.Wang, R.J.Pechman, J.H.Weaver, J.Vac// Sci.Technol.B.— 1995.— V.13.— P.2031.
39. Chason E. Low energy ion bombardment induced roughening and smoothing of SiO₂ surfaces / E.Chason, T.M.Mayer// Appl.Phys.Lett.— 1993.— V.62.— P.363.
40. Keller A. Anisotropic scaling of ripple morphologies on high-fluence sputtered silicon /A. Keller, R. Cuerno, S. Facsko, W. Moller// Phys.Rev.B.— 2009.— V.79.— P.115437.

41. Madi C.S. Multiple Bifurcation Types and the Linear Dynamics of Ion Sputtered Surfaces/C.S.Madi, B.Davidovich, H.B.George et al.// Phys. Rev. Lett.—2008.—V.101.—P.246102
42. Erlebacher J. Nonlinear amplitude evolution during spontaneous patterning of ion-bombarded Si(001)/J.Erlebacher, M.Aziz, E.Chason, et al.// J. Vac. Sci. Technol. A.—2000.—V.18.—P.115
43. Keller A. Anisotropic scaling of ripple morphologies on high-fluence sputtered silicon/A.Keller, R.Cuerno, S.Facsko, W.Moller//Phys. Rev. B.—2009.—V.79.—P.115437
44. Kharchenko D.O. Stochastic effects at ripple formation processes in anisotropic systems with multiplicative noise/ D.O. Kharchenko, V.O. Kharchenko, I. O. Lysenko, S.V. Kokhan// Phys.Rev.E. — 2010. — V.82, — P.061108(13).
45. Харченко Д.О. Моделирование изменения морфологии поверхности Si при распылении ионами Ar⁺/ Харченко Д.О., Харченко В.О. // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение — 2011 — Т.97, № 2 — с.16-21.
46. Kharchenko V.O. Morphology change of the silicon surface induced by Ar⁺ ion beam sputtering / V.O. Kharchenko, D.O. Kharchenko // Condensed Matter Physics — 2011 — V. 14, N2, p.23602(11).