Распределение частиц в бесконечно глубокой потенциальной яме под действием пуассоновского белого шума

Денисов С.И., *проф.*; Денисова Е.С., *старш. науч. сотруд.*;
Положий Г.Е., студ.
Сумский государственный университет, г. Сумы

В данной работе изучается стационарное распределение частиц, совершающих под влиянием белого шума Пуассона случайные блуждания в бесконечно глубокой потенциальной яме шириной $2l$. Если плотность вероятности $q(x)$ величины скачков частицы, которые происходят под действием этого шума, является симметричной функцией, тогда стационарная плотность вероятности обнаружить частицу в точке с координатой $x \in [-l, l]$ имеет вид

$$P_{\mathrm{st}}(x) = a\delta(x-l) + a\delta(x+l) + f(x),$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака, a – вероятность нахождения частицы на определенной границе ямы, $f(x)$ – неотрицательное решение уравнения, следующего из обобщенного уравнения Фоккера-Планка. Вероятность a и функция $f(x)$ удовлетворяют условию нормировки $2a + \int_{-l}^{l} dx f(x) = 1$ и зависят от $q(x)$. В отличие от гауссовского белого шума, для которого всегда $a = 0$ и $f(x) = 1/2l$, в случае пуассоновского шума $a \neq 0$ и $f(x)$ может зависеть от x.

Поскольку для произвольной плотности вероятности $q(x)$ аналитическое нахождение a и $f(x)$ не представляется возможным, нами рассмотрен частный случай, когда плотность $q(x)$ равна $1/2c$ и 0 при $|x| \leq c$ и $|x| > c$ соответственно. Установлено, что вероятность a и функция $f(x)$ нетривиально зависят от соотношения между параметрами l и c. В частности, если $c \geq 2l$, тогда $a = (c-l)/2c$ и $f(x) = 1/2c$, а если $l \leq c < 2l$, тогда

$$a = \frac{l}{2c} - \frac{\sin\left(\frac{l}{2c} - \frac{1}{4}\right)}{\cos\left(\frac{1}{4}\right) - \sin\left(\frac{1}{4}\right)}, \qquad f(x) = \frac{\cos\left(\frac{x}{2c}\right) + \sin\left(\frac{1}{2} - \frac{|x|}{2c}\right)}{4c\cos\left(\frac{1}{2}\right)}$$

при $c - l < |x| < l$ и $f(x) = 1/2c$ при $|x| < c - l$. Согласно этим результатам, при $l \leq c < 2l$ функция $f(x)$ в точках $x = \pm(c-l)$ имеет разрывы, обусловленные скачкообразным характером движения частиц. Разрывный характер функции $f(x)$ сохраняется и при $c < l$.