

Эффективная система уравнений Ланжевена для вращательного движения однодоменных ферромагнитных частиц

Денисов С.И., проф.; Лютый Т.В., докторант;
Рева В.В., асп.

Сумский государственный университет, г. Сумы

При описании открытых систем влияние внешней среды часто моделируется гауссовским белым шумом. Если в уравнениях Ланжевена, описывающих такие системы, шум мультипликативный, тогда возникает проблема выбора его интерпретации, поскольку от этого могут зависеть статистические свойства изучаемой системы. С этой проблемой тесно связана и другая – нахождение приведенных уравнений Ланжевена, которые гораздо проще исходных, но имеют эквивалентные (в статистическом смысле) решения.

В данной работе отмеченные выше проблемы решены для векторного уравнения Ланжевена

$$\dot{\mathbf{m}} = -\frac{1}{\tau_r} \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{h}) - \sqrt{\frac{2}{\tau}} \mathbf{m} \times \boldsymbol{\xi}, \quad (1)$$

описывающего вращательное броуновское движение однодоменной ферромагнитной частицы сферической формы с пренебрежимо малым моментом инерции. Здесь $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$, \mathbf{M} – вмороженная в частицу намагниченность, $M = |\mathbf{M}|$, $\mathbf{h} = \mathbf{H}/M$, \mathbf{H} – напряженность внешнего магнитного поля, $\tau_r = 6\eta/M^2$, η – коэффициент вязкости среды, в которой движется частица, $\tau = 6\eta V/k_B T$, V – объем частицы, k_B – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура. Предполагается, что компоненты белого шума $\boldsymbol{\xi}$ удовлетворяют условиям $\langle \xi_i(t) \rangle = 0$ и $\langle \xi_i(t) \xi_j(t') \rangle = \delta_{ij} \delta(t - t')$, где $i, j = x, y, z$, угловые скобки обозначают усреднение, δ_{ij} – символ Кронекера, $\delta(t)$ – дельта функция Дирака.

Методом уравнения Фоккера-Планка установлено, что шум в (1) следует интерпретировать в смысле Стратоновича и показано, что приведенная система уравнений Ланжевена (в Ито смысле) имеет вид

$$\dot{\theta} = -\frac{1}{\tau_r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{1}{\tau} \cot \theta + \sqrt{\frac{2}{\tau}} f_1, \quad \dot{\varphi} = -\frac{1}{\tau_r \sin \theta} \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \sqrt{\frac{2}{\tau}} \frac{1}{\sin \theta} f_2, \quad (2)$$

где θ и φ – полярный и азимутальный углы вектора \mathbf{m} , $w = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{h}$, f_1 и f_2 – белые шумы с единичной интенсивностью. Проведена численная проверка эквивалентности решений уравнений (1) и (2).