

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
СУМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

На правах рукописи

Манько Наталия Николаевна

УДК 539.62:621.891

**СИНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ
ПРЕРЫВИСТОГО РЕЖИМА ГРАНИЧНОГО ТРЕНИЯ**

01.04.07 — физика твердого тела

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата

физико–математических наук

Научный руководитель

к.ф.–м.н., доцент

Ляшенко Яков Александрович

Сумы – 2015

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
РАЗДЕЛ 1. ГРАНИЧНЫЙ РЕЖИМ ТРЕНИЯ И МЕХАНИЗМ СДВИГОВОГО ПЛАВЛЕНИЯ (ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР)	11
1.1. Методика эксперимента	11
1.2. Прерывистый режим движения	14
1.3. Реологическая модель граничного трения	19
1.3.1. Основные уравнения	19
1.3.2. Переходный режим при различных соотношениях между временами релаксации	21
1.3.3. Влияния шума на динамические характеристики прерывистого режима	23
1.4. Механизм сдвигового плавления в твердых телах	28
Выводы к разделу 1	34
РАЗДЕЛ 2. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ГРАНИЧНОГО ТРЕНИЯ В РАМКАХ РЕОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ	36
2.1. Основные уравнения и стационарные состояния	37
2.2. Фазовая кинетика	41
2.3. Анализ устойчивости стационарных режимов	48
2.3.1. Диаграммы типов устойчивости особых точек	51
2.3.2. Устойчивый узел	53
2.3.3. Устойчивый фокус	54
2.3.4. Седло-фокус	55

Выводы к разделу 2	56
РАЗДЕЛ 3. УЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ..	58
3.1. Учет пространственной неоднородности температуры	59
3.1.1. Явная двухслойная разностная схема	60
3.1.2. Пространственные профили напряжений	63
3.2. Учет пространственной неоднородности напряжений, деформации и температуры	64
3.2.1. Основные уравнения и разностная схема	66
3.2.2. Пространственные распределения напряжений σ , деформаций ε и температуры T	68
3.3. Анализ неоднородных пространственных структур, возникающих в плоскости смазочного слоя при движении трущихся поверхностей	72
3.3.1. Распределение напряжений σ по плоскости контакта $\sigma(x, z)$..	73
Выводы к разделу 3	76
РАЗДЕЛ 4. ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИОННОГО ДЕФЕКТА МОДУЛЯ СДВИГА НА РЕЖИМ ТРЕНИЯ	78
4.1. Основные уравнения	78
4.2. Уравнение Фоккера-Планка и стационарные состояния	81
4.3. Фазовые диаграммы кинетических режимов трения	83
4.4. Численный анализ	89
4.5. Самоподобный режим	92
Выводы к разделу 4	95
РАЗДЕЛ 5. САМОПОДОБНОЕ ПОВЕДЕНИЕ В МОДЕЛИ СДВИГОВОГО ПЛАВЛЕНИЯ	97

5.1. Формулировка модели и двумерное уравнение Фоккера-Планка	98
5.2. Самоподобное поведение	103
5.3. Статистический анализ временных рядов	106
Выводы к разделу 5	110
ВЫВОДЫ	113
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	115

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Процессы граничного трения, протекающие в наноразмерных трибологических системах [1–11], в последнее время вызывают повышенный интерес у многих теоретиков и экспериментаторов [12–15]. В частности, рассматриваются атомарно-гладкие твёрдые поверхности при наличии ультратонкого слоя однородного смазочного материала между ними, при их относительном движении с фиксированным расстоянием между поверхностями. Это вызвано частым использованием таких систем для построения высокоточного оборудования и приборов [16]. Как известно, наноразмерные системы проявляют аномальные свойства по отношению к привычным макроскопическим узлам трения. Большинство работ, посвященных данной тематике, имеют фундаментальный характер [17–19], что позволяет продвинуться в понимании таких систем. Ультратонкие слои по отношению к объемным смазкам имеют другие температуры плавления и затвердевания, немонотонную зависимость силы трения от скорости, что вызвано возможностью смазки пребывать в нескольких структурных состояниях. Также наблюдается прерывистый режим движения, плавление смазки при сдвиге поверхностей, эффекты памяти, и т.д. [20–22].

Фундаментом для создания теоретических моделей, описывающих процессы граничного трения в наноразмерных системах [17, 19, 23], стало достаточное количество экспериментальных работ. На сегодняшний день, несмотря на сложность исследования нанотрибологических систем, имеющиеся экспериментальные данные предоставляют исчерпывающую информацию о таких основных свойствах, как толщина смазки (количество молекулярных слоев смазочного материала), температура, внешняя нагрузка, эффективная вязкость, упругие и вязкие компоненты сдвиговых напряжений, и т.п. [16]. При построении модели необходимо учитывать, что на наноразмерные системы влияют малейшие изменения как внутренних (тип смазки [20], структура поверхностей трения, давление и т.д.), так и внешних (нагрузка на поверхности, скорость сдвига, тип трибологической системы) параметров.

В настоящее время исследованию наноразмерных систем отводится осо-

бое место, поскольку их поведение отличается от поведения объемных тел [20], и в то же время они имеют большое прикладное значение. Например, в системах позиционирования в микроустройствах могут использоваться узлы трения, представляющие атомарно-гладкие твёрдые поверхности, разделенные тонким слоем смазочного материала. Актуальной задачей является изучение граничного трения в рамках феноменологической модели [24–26], с помощью которой можно учесть многие особенности поведения наноразмерных трибологических систем. Также актуальным является дальнейшее исследование механизма сдвигового плавления в твердых телах, поскольку это явление имеет высокую прикладную значимость, в частности, в практических проблемах деформации материалов и при изучении механических свойств земной коры.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Работа выполнена на кафедре моделирования сложных систем Сумского государственного университета и связана с выполнением следующих научно-исследовательских работ: госбюджетной темы "Реологические свойства трибологических систем в режиме граничного трения" (2011–2016 гг.), № 0111U009623; научно-исследовательской работы Государственного фонда фундаментальных исследований Украины в рамках гранта Президента Украины GP/F44/010 "Феноменологическая теория граничного трения в трибологических наносистемах" (2012 г.), № 0112U007318; научно-исследовательская работа Государственного фонда фундаментальных исследований Украины в рамках гранта Президента Украины GP/F49/044 "Термодинамическая теория проскальзывания по границам зерен в проблеме сверхпластичности наноструктурированных металлов" (2013 г.), № 0113U007248.

Диссертант принимал участие в выполнении указанных НИР как исполнитель научных исследований и во время подготовки промежуточных и заключительных отчетов.

Цель и задания исследования. Целью диссертационной работы является исследование процессов граничного трения в рамках модели наноразмерной трибологической системы, позволяющей описать поведение ультратонких пле-

нок смазки, зажатых между атомарно-гладкими твердыми поверхностями при их сдвиге, а также анализ процесса сдвигового плавления в твердых телах при учете аддитивных шумов основных величин.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задания:

- описать причины возникновения прерывистого режима движения (*stick – slip*) в рамках реологической модели граничного трения при детерминистическом подходе;

- исследовать типы устойчивости стационарных режимов граничного трения в зависимости от параметров модели;

- оценить влияние неоднородностей распределения основных параметров по толщине смазки;

- проанализировать влияние аддитивных шумов на плавление смазки при учете деформационного дефекта модуля сдвига;

- провести анализ влияния аддитивных шумов в рамках модели сдвигового плавления в твердых телах;

- исследовать самоподобный режим процессов плавления в трибологических системах без смазки.

Объект исследования – процессы сдвигового плавления, наблюдаемые при трении атомарно-гладких твердых поверхностей.

Предмет исследования – свойства трибологической системы, состоящей из двух атомарно-гладких твердых поверхностей, разделенных ультратонким слоем смазочного материала и без него.

Методы исследования. В работе использовались методы теорий упругости [27] и статистической физики [28], вычислительной математики [29], математического моделирования [29], методики исследования фазовых переходов [28, 30, 31], а также реологические [32], синергетические [33] и стохастические [34] методы исследования. Дифференциальные уравнения решались с помощью методов Рунге-Кутты и Ейлера, явных разностных схем. Также использовались уравнения Ланжевена и Фоккера-Планка [35] для учета влияния шума на трибо-

логическую систему, а с помощью системы Лоренца [36] проанализировано стохастическое поведение системы.

Научная новизна полученных результатов.

1. Впервые в рамках реологической модели в детерминистическом случае исследовано хаотичное поведение трибологической системы и показано, что при превышении температурой критического значения система выходит на режим, что описывается аттрактором Лоренца, и в широком диапазоне параметров реализуется реверсивное движение поверхностей трения.

2. Показано, что при учете пространственной неоднородности основных параметров по толщине смазочного материала возможно описать случаи ньютоновского и неньютоновского поведения смазки. Выявлено, что при учете неоднородности по площади контакта по всей контактной области со временем устанавливается одинаковое значение напряжений, которое задает относительную скорость движения поверхностей трения.

3. Установлено, что в случае деформационного дефекта модуля сдвига смазки, при учете влияния аддитивных флуктуаций основных параметров системы, возможно подобрать условия, при которых отсутствуют участки сухого и прерывистого режимов трения, что обеспечивает уменьшение трения.

4. Введение в рассмотрение внешнего аддитивного шума критическим образом влияет на характер поведения системы, в частности устанавливается режим самоподобного поведения временных рядов параметра порядка, при описании движения пары взаимодействующих слоев в модели сдвигового плавления.

Практическое значение полученных результатов. В результате исследования проведено дальнейшее развитие синергетической модели, описывающей плавление ультратонкого слоя смазочного материала в условиях граничного трения, которое позволяет прогнозировать поведение системы и определить диапазон параметров, при которых реализуется прерывистый режим движения, часто приводящий к разрушению трущихся деталей. Модель сдвигового плавления в твердых телах с учетом шума также позволяет спрогнозировать поведение относительного движения пары взаимодействующих слоев и определить параметры,

задающие оптимальный режим работы рассматриваемой системы.

Личный вклад соискателя. Все результаты диссертационного исследования обсуждались с научным руководителем — доц. Ляшенко Я. А. Представленные в работе результаты получены как лично автором, так и при сотрудничестве с Борисюком В.Н. В работе [37] участие автора диссертации заключалось в изучении литературных источников, аналитическом и численном решении задач, а также в обсуждении полученных результатов. В работе [38] диссертантом проведен аналитический анализ уравнений вблизи стационарного решения и построена диаграмма типов устойчивости особых точек. В [39] соискателем с помощью явной двухслойной разностной схемы получена итерационная процедура, позволяющая численно решить исходную систему дифференциальных уравнений и на её основе построены пространственные распределения стационарных напряжений. В [40] диссертант построил двумерные плотности вероятности при анализе стационарного решения уравнения Фоккера-Планка и на их основе описал режимы поведения системы. В [41] соискателем проанализировано влияние температуры поверхностей на стационарный режим граничного трения. В работах [42, 43] диссертантом построены и проанализированы фазовые портреты, описывающие кинетику смазочного материала. В работе [44] соискателем проведен численный анализ системы основных уравнений и построены плотности вероятности параметра порядка. В [45] диссертантом построены и описаны пространственные распределения напряжений по плоскости смазочного слоя. В [46] соискателем построены фазовые диаграммы. В работах [47–51] автор диссертации провел численный анализ основных уравнений.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: IV и V Международных научно-инновационных молодежных конференциях "Современные твердофазные технологии: теория, практика и инновационный менеджмент" (г.Тамбов, Россия, 2012, 2013 гг.); Международных конференциях студентов и молодых ученых по теоретической и экспериментальной физике "ЕВ-РИКА" (г. Львов, 2013, 2014 гг.); Конференции молодых ученых и аспирантов

Института электронной физики НАН Украины "ІЕФ-2013" (г. Ужгород, 2013 г.); II и III Международных конференциях "Nanomaterials: Application and Properties" (г. Алушта, 2013 г.; г. Львов, 2014 г.); 34-ой Международной научной конференции "Electronics and Nanotechnology" (г. Киев, 2014 г.); XIV Всеукраинской школе-семинаре и конкурсе молодых ученых по статистической физике и теории конденсированного вещества (г. Львов, 2014 г.); школе-семинаре "Багатомасштабне моделювання фізичних процесів у конденсованих середовищах"(г. Сумы, 2014 г.).

Публикации. Основные результаты диссертационной работы изложены в 15 публикациях: 5 статьях [37–41], в издательствах, которые индексируются наукометрической базой Scopus, 5 статьях в материалах конференций [42–46] и 5 тезисов докладов на конференциях [47–51], большинство из них были представлены автором лично.

Структура и содержание работы. Диссертационная работа состоит из вступления, пяти разделов, выводов, списка использованных источников, в котором содержится 146 наименований на 14 страницах. Объем диссертации составляет 128 страниц, из которых 105 – основной текст, 54 рис. и 2 таблицы, в том числе 11 рис. на отдельных 6 листах.

РАЗДЕЛ 1

ГРАНИЧНЫЙ РЕЖИМ ТРЕНИЯ И ПРОЦЕСС СДВИГОВОГО ПЛАВЛЕНИЯ (ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР)

1.1. Методика эксперимента

В настоящее время возрастает внимание к наноразмерным системам трения, поскольку они представляют значительный интерес для широкого спектра технических задач, таких как технология производства и поверхностного покрытия жестких магнитных дисков для компьютеров, изготовление микросенсорных датчиков, запоминающих устройств, миниатюрных двигателей, аэрокосмических устройств и т.д [52]. Эти применения нанотрибологии требуют более глубокого понимания свойств материалов на атомарном уровне с целью оптимизации и прогнозирования характеристик трущихся поверхностей. Экспериментальное изучение природы сил трения на атомарном уровне стало возможным с помощью атомно-силового микроскопа [53–55] и аппарата поверхностных сил [55–58]. Интенсивное развитие этой техники физических исследований привело к накоплению экспериментального материала, что послужило фундаментом для создания большого количества теоретических работ, в той или иной степени описывающих процессы граничного трения на атомарном уровне [1, 59, 60].

Важным прибором в экспериментальной нанотрибологии является аппарат поверхностных сил (рис. 1.1) [61]. Этот аппарат разработан группой Израелашвили [56, 57, 62] в 1970х годах в Кембриджском университете и имеет несколько усовершенствованных модификаций. Его конструкция состоит из небольшой герметичной камеры, в которой две атомарно-гладкие пластины (обычно из слюды) закреплены на поверхностях цилиндров, приводящихся в близкий контакт. Расстояние между двумя поверхностями можно изменять в пределах ± 0.1 нм, а чувствительность силы составляет приблизительно 10 нН. В зависимости от цели эксперимента, поверхности пластин (толщина приблизительно 2 мкм) могут быть дополнительно покрыты слоем некоторого вещества (например слой 50 – 60 нм

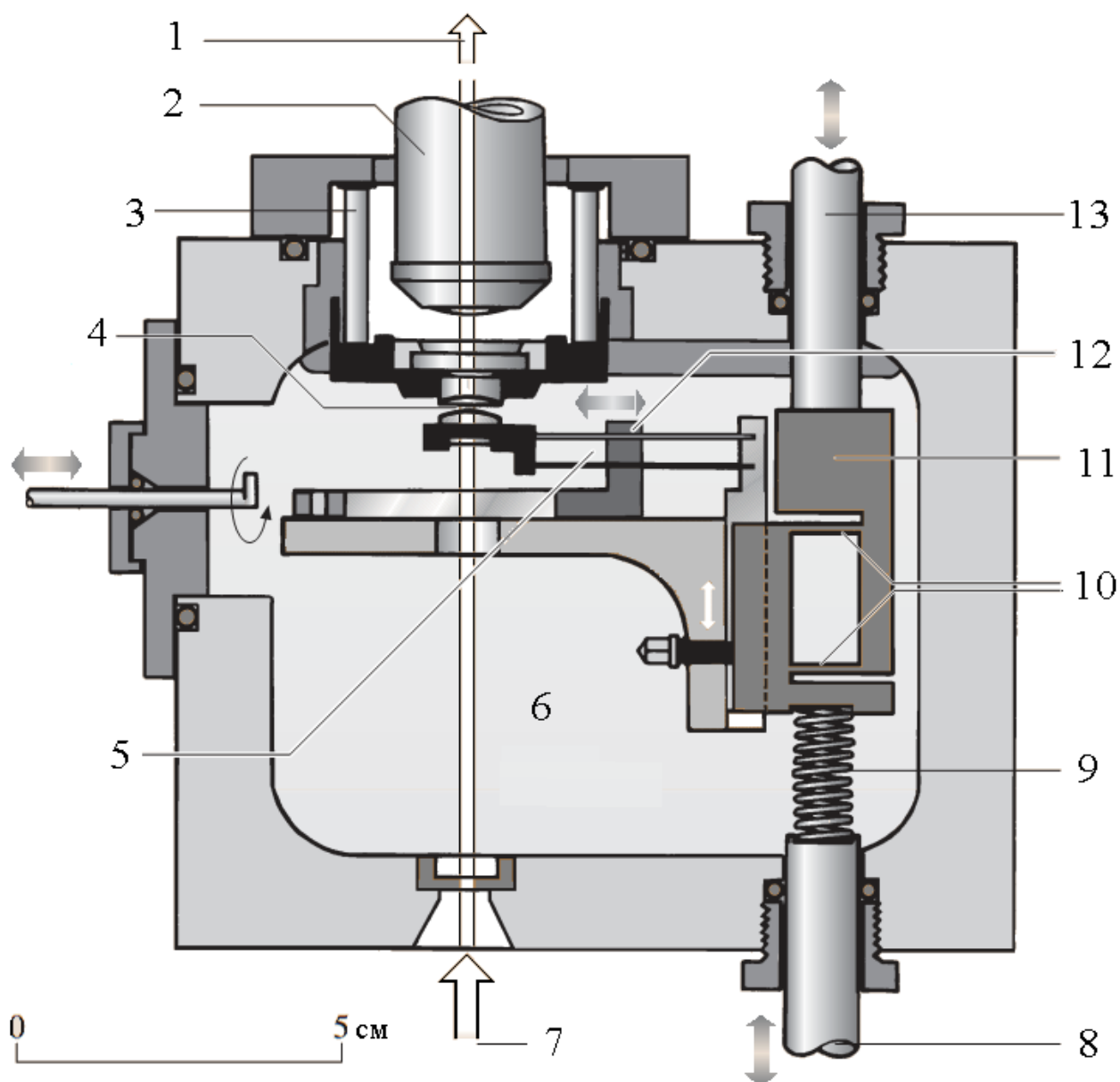


Рис. 1.1. Схематическое представление аппарата поверхностных сил [55]: 1 — свет для спектрометра, 2 — объектив микроскопа, 3 — пьезоэлектрическая трубка, 4 — слюдяные пластины на кварцевых дисках, 5 — пружина переменной жесткости, 6 — жидкость, 7 — белый свет, 8 — нижний стержень, 9 — спиральная пружина, 10 — жесткая пружина, 11 — основная опора, 12 —двигающийся зажим, 13 — верхний стержень

чистого серебра [63]) в жидком или твердом состоянии, а также могут быть погружены в жидкую среду в хорошо контролируемых условиях. Расстояние между поверхностями регулируется используя трехступенчатый механизм повышенной чувствительности: грубая регулировка (верхний стержень) позволяет изменять расстояние между поверхностями в пределах около 1 мкм, среднее управления (нижний стержень) позволяет регулировать около 1 нм, а пьезоэлектрическая трубка используется для окончательной регулировки до 0.1 нм. С помощью оптических или емкостных методов измеряется площадь контакта. На рис. 1.1 белый свет проходит вертикально вверх между двумя поверхностями слюды и возникающий луч фиксируется на спектрометре. Расстояние и точная форма поверхностей определяется из анализа позиции и формы цветных полос в спектрограмме. Это позволяет достаточно точно определить количество материала, осажденного или адсорбированного на поверхностях. Между поверхностями, которые взаимодействуют через промежуточную прослойку, возникают межатомные силы, которые могут быть притягивающими, отталкивающими, осциллирующими или более сложного вида [56, 62].

Этот метод имеет определенные недостатки. Одним из них является то, что латеральное разрешение ограничено и обычно составляет несколько микрометров. Затруднительным для аппарата поверхностных сил является также обеспечение вакуумных условий. Кроме того, для получения значимых количественных результатов при выборе материала пластин ограничиваются, главным образом, слюдой.

С помощью аппарата поверхностных сил можно изучать молекулярные свойства жидкостей, что особенно полезно для исследования компрессионных свойств жидкосмазочных материалов. Такие эксперименты имеют большое значение для установления природы латерального скольжения. С использованием данного метода был обнаружен эффект послойного разделения жидкости между пластинами, при изменении расстояния между ними на величину диаметра атома [64]. При этом регистрировались периодические притягивающие и отталкивающие силы, коррелирующие со слоевой (атомной) структурой жидкой прослой-

ки. Этот эффект также наблюдался с помощью атомно-силового микроскопа в контактах кремниевого зонда с поверхностью слюды (графита), при наличии разделяющей жидкой прослойки — додеканола [65]. Эксперименты, проведенные с аппаратом поверхностных сил, обнаружили разнообразные динамические свойства жидкостей и фазовые переходы, индуцированные сдвиговым упорядочением.

1.2. Прерывистый режим движения

Выше описаны приборы, с помощью которых удастся наблюдать различные процессы в нанотрибологии. К недостаточно изученным относятся прерывистый режим движения (*stick – slip*), адгезионные и различные химические эффекты. Поэтому на этапе моделирования необходимо учитывать эти процессы и стараться наиболее точно объяснять наблюдаемые эффекты с помощью моделей. Прерывистый режим движения является одним из ключевых эффектов и требует детального экспериментального исследования. В случае вольфрамового зонда и графитовой поверхности, этот эффект наблюдался в работе [54]. Позже во многих работах [66–68] проводились аналогичные измерения для различных материалов: от мягких (зонд из нитрида кремния — стеариновая кислота) до твердых (алмаз — алмаз) (см. [69] и приведенные там ссылки). В работе [70] применялись поверхности щелочно-галогидных кристаллов (NaF, NaCl, KF, KCl, KBr).

На рис. 1.2 представлен прерывистый режим. Сначала смазка имеет твердоподобную структуру (*stick*), затем при превышении критического напряжения (предел текучести) она резко становится жидкоподобной (*slip*) (разупорядоченной), при этом, как видно из рисунка, верхняя поверхность немного приподнимается. Дальнейшее движение приводит к сжатию под действием внешней нагрузки L и смазка снова переходит в твердоподобную фазу.

Рассмотрим экспериментальные зависимости, которые получены с помощью аппарата поверхностных сил. На рис. 1.3 и рис. 1.4 приведены типичные зависимости для смазочного слоя из асимметричного эфира (АЭ) и фторсодержащего асимметричного эфира (ФАЭ) соответственно [21]. При использовании пленок из АЭ условия скольжения влияют на тип зависимостей силы трения $F(t)$.

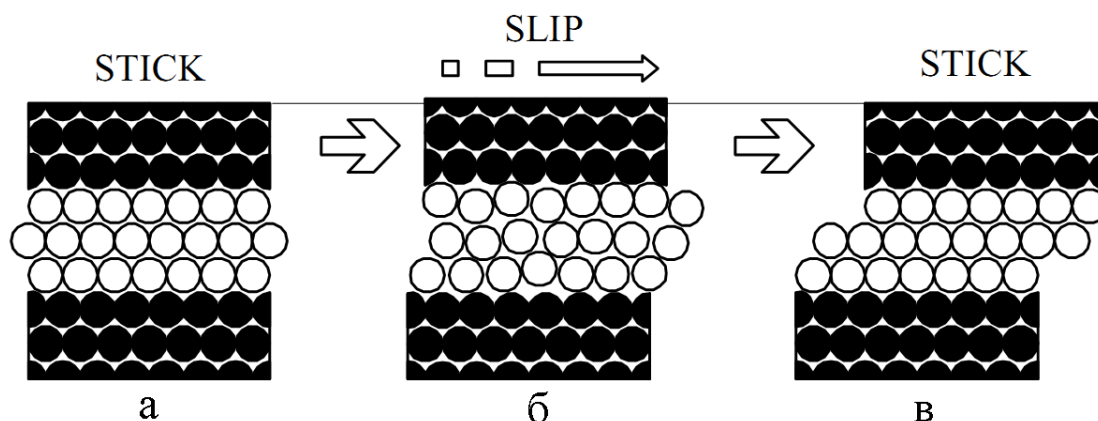


Рис. 1.2. Схематическое представление прерывистого (*stick-slip*) режима движения [20]: а — твердopodobное состояние, б — жидкоподобное состояние, в — твердopodobное состояние

Выше некоторой критической скорости $V > V_c$ наблюдается плавное скольжение, а при скорости $V < V_c$ скольжение происходит скачкообразно, при этом $F(t)$ имеет различную форму, которая зависит от внешнего давления P . При $P < 4$ МПа наблюдается регулярное скачкообразное движение, при этом скорость движения не влияет на амплитуду. В случае $P > 4$ МПа наблюдается новый тип трения, в котором один цикл состоит из двух или более пиков. При этом за самым высоким пиком следует один или несколько невысоких пиков. Высота наибольшего пика практически не зависит от скорости скольжения и приложенной нагрузки. Прерывистое движение с несколькими пиками в одном цикле может быть обусловлено формированием различных структур в пленках АЭ.

На рис. 1.4 показано, что и для ФАЭ при скорости движения выше критического значения V_c наблюдается режим скольжения. Снижение скорости приводит к прерывистому трению, амплитуда которого увеличивается с уменьшением скорости скольжения. Кроме того, амплитуда ΔF также возрастает с увеличением приложенной нагрузки. Здесь F_s — статическая сила трения, соответствующая твердopodobной упорядоченной смазке (когда поверхности трения ”прилипают“ друг к другу), а F_k — кинетическая сила трения, которая соответствует жидкоподобной смазке и режиму скольжения.

При проведении так называемых ”стоп-старт экспериментов“ были обна-

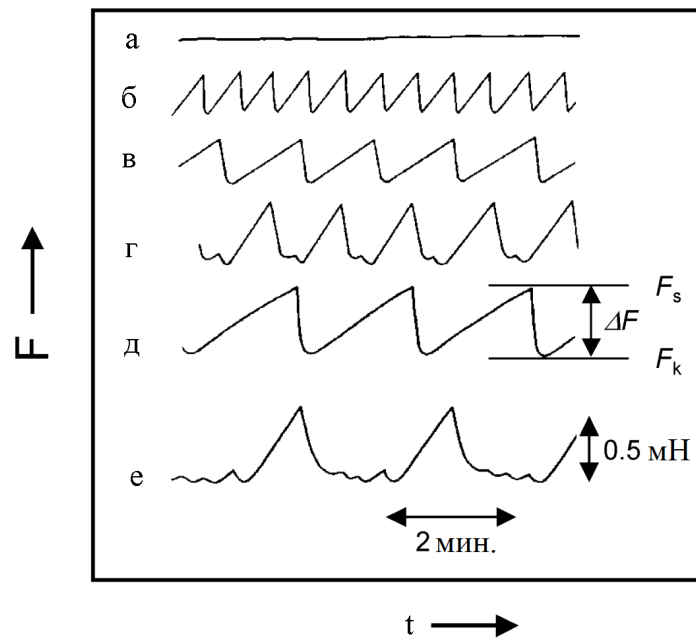


Рис. 1.3. Зависимость полной силы трения от времени в эксперименте по трению двух атомарно-гладких поверхностей в аппарате поверхностных сил для смазочного слоя из асимметричного эфира (АЭ) [21]: а – $P = 4.7$ МПа, $V = 0.7$ мкм/с; б – $P = 2.6$ МПа, $V = 0.014$ мкм/с; в – $P = 2.6$ МПа, $V = 0.007$ мкм/с; г – $P = 4.7$ МПа, $V = 0.014$ мкм/с; д – $P = 4.7$ МПа, $V = 0.007$ мкм/с; е – $P = 6.9$ МПа, $V = 0.014$ мкм/с

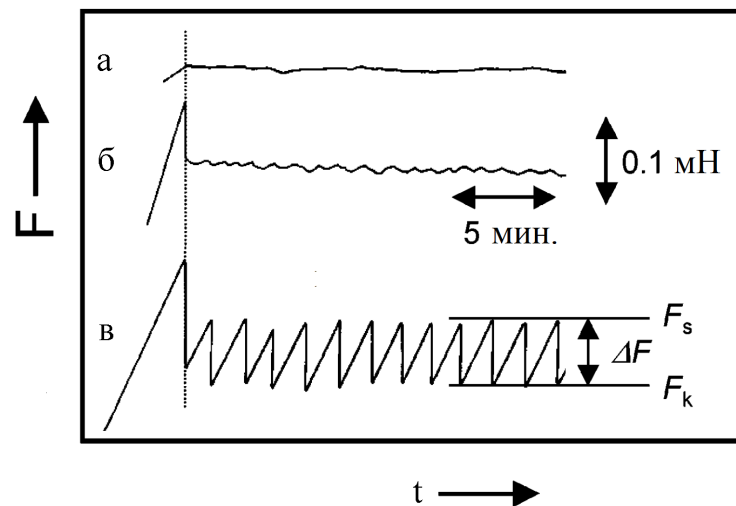


Рис. 1.4. Зависимость полной силы трения от времени в эксперименте по трению двух атомарно-гладких поверхностей в аппарате поверхностных сил для смазочного слоя из фторсодержащего асимметричного эфира (ФАЭ) [21]: а – $V = 0.7$ мкм/с, б – $V = 0.07$ мкм/с, в – $V = 0.0014$ мкм/с

ружены ”эффекты памяти“, когда в ходе эксперимента трущиеся поверхности останавливаются на время t_s , а затем скольжение продолжается в том же направлении и с такой же скоростью [20]. В таком случае для установления стационарного режима потребуется время, величина которого зависит от t_s . На рисунке 1.5 показан случай, в котором стационарный режим достигается немедленно. При остановке поверхностей напряжения не релаксируют мгновенно к нулю, поскольку при последующем движении реализуется установившийся ранее режим прерывистого трения. В случае быстрой релаксации напряжений, после остановки наблюдалось бы монотонное увеличение силы трения перед реализацией прерывистого режима. Для ультратонких слоев эта особенность наблюдается потому, что смазка остается зажатой между поверхностями на протяжении остановки, то есть ультратонкие пленки могут проявлять характеристики твердых тел, хотя в тех же условиях (температура, давление) объемная смазка ведет себя как жидкость.

На рис. 1.6 показан эффект критической температуры при переменном нагружении. Рисунок 1.6а демонстрирует режим прерывистого трения, так как температура меньше критической. Увеличение температуры приводит к уменьшению статической силы трения, а при критической температуре T_c устанавливается режим скольжения, который характеризуется кинетической силой трения F_k (см. рис. 1.6б). Согласно эксперименту, критическая температура T_c для $\sim 12 \text{ \AA}$ слоя гексадекана между слюдяными поверхностями составила ≈ 25 , хотя температура плавления гексадекана составляет всего 7. Заметим, что зависимость T_c от величины нагружения и скорости скольжения очень слабая. В то же время, экспериментальные результаты однозначно указывают на сильную зависимость T_c от числа молекулярных слоев между поверхностями трения [20].

В работах [71, 72] проведено сравнительное исследование эффекта *stick – slip* для различных сочетаний материалов зонда и образца. В этих экспериментах наблюдавшаяся периодичность скольжения зонда по поверхности соответствовала топографии атомного рельефа поверхности, полученной с помощью атомно-силового микроскопа. В настоящее время почти отсутствуют подобные экспери-

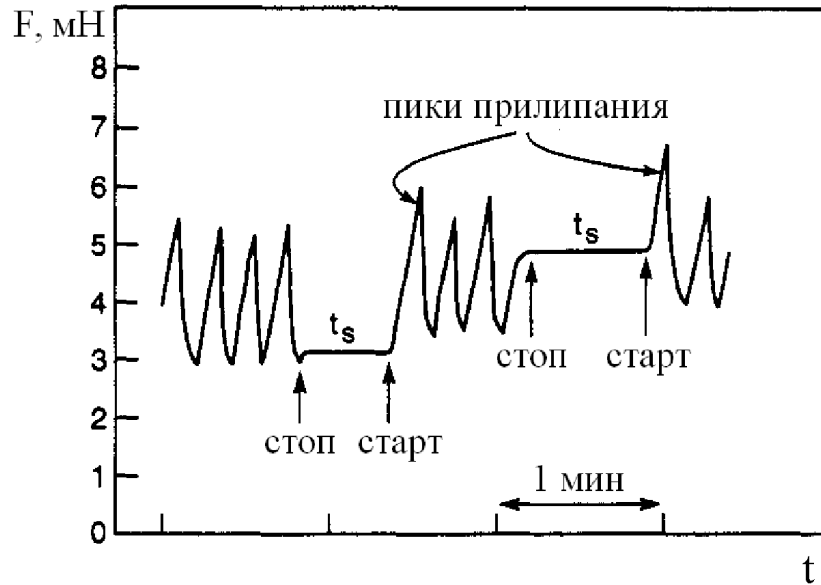


Рис. 1.5. Реализация стационарного прерывистого движения, устанавливающегося после короткой остановки для слоя гексадекана $C_{16}H_{34}$ [20]

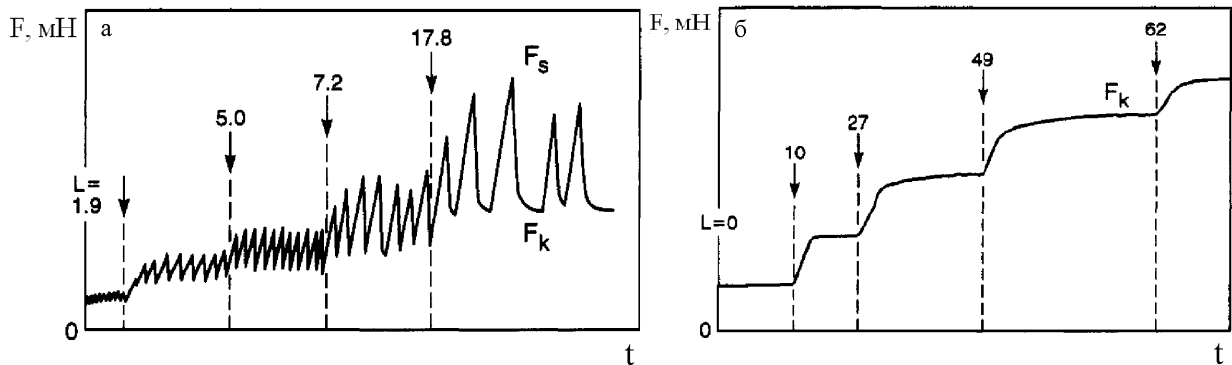


Рис. 1.6. Временная зависимость силы трения F при варьировании нагрузки L (в единицах мН, показаны стрелками) для двух слюдяных поверхностей, разделенных $\sim 12 \text{ \AA}$ слоем гексадекана и скользящих с фиксированной скоростью $V = 0.4 \text{ мкм/с}$: а – $T = 17$ ($T < T_c$); б – $T = 25$ ($T > T_c$) [20]

менты, в которых не наблюдалось бы появление эффекта *stick – slip* [73, 74].

В целом, однако, многие принципиальные стороны эффекта *stick – slip* до сих пор остаются не выясненными. Отсутствует прежде всего ясность в определении конкретных экспериментальных условий, при которых эффект должен наблюдаться, в конкретизации механизмов диссипативных потерь, в вопросе о длине периодичности и т.д. Последнее особенно актуально для щелочно-галоидных кристаллов [70, 75].

1.3. Реологическая модель граничного трения

1.3.1. Основные уравнения

На основе реологического описания вязкоупругой среды, обладающей теплопроводностью, в работе [24] получена система кинетических уравнений, которые определяют взаимосогласованное поведение сдвиговых напряжений σ и деформации ε , а также температуры T в ультратонкой пленке смазочного материала в процессе трения между двумя атомарно-гладкими твердыми поверхностями. В рамках использованного подхода релаксационное уравнение для напряжений имеет вид [24, 26]

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma + G\varepsilon, \quad (1.1)$$

где первое слагаемое в правой части описывает дебаевскую релаксацию в течение времени τ_σ , а G – модуль сдвига смазки. В стационарном случае $\dot{\sigma} = 0$ уравнение (1.1) приводит к закону Гука $\sigma = G\varepsilon$. Отметим также, что скорость сдвиговой деформации может быть определена через скорость скольжения V и толщину смазки h [76]:

$$\dot{\varepsilon} = V/h. \quad (1.2)$$

В предлагаемом подходе напряжения пропорциональны скорости скольжения согласно формуле [76]

$$\sigma = \eta_{eff} \dot{\varepsilon} = \eta_{eff} V/h, \quad (1.3)$$

где η_{eff} – эффективная вязкость смазочного материала.

Релаксационное поведение вязкоупругой смазки в процессе трения описывается также уравнением Кельвина-Фойгта [32]

$$\dot{\varepsilon} = -\varepsilon/\tau_\varepsilon + \sigma/\eta, \quad (1.4)$$

где τ_ε — время релаксации деформации, η — сдвиговая вязкость. Второе слагаемое в правой части описывает течение вязкой жидкости под действием сдвиговой компоненты напряжений. Примем простейшее приближение для температурной зависимости вязкости [20, 77, 78]:

$$\eta = \frac{\eta_0}{T/T_c - 1}, \quad (1.5)$$

где η_0 — характерное значение сдвиговой вязкости η при $T = 2T_c$.

Согласно синергетической концепции [33, 79], для дополнения системы уравнений (1.1), (1.4), которые содержат параметр порядка σ , сопряженное поле ε и управляющий параметр T , необходимо получить кинетическое уравнение для температуры T . В нашем случае оно записывается в виде [24]:

$$\bar{\rho}c_v\dot{T} = \frac{\kappa}{h^2}(T_e - T) + \sigma_v\dot{\varepsilon} + T\frac{\partial\sigma_{el}}{\partial T}\dot{\varepsilon}, \quad (1.6)$$

где $\bar{\rho}$ — плотность смазки, c_v — удельная теплоемкость, κ — коэффициент теплопроводности, σ_{el} и σ_v — упругая и вязкая составляющие напряжений соответственно, T_e — температура поверхностей трения. Первое слагаемое в правой части (1.6) описывает передачу тепла от слоя смазки к поверхностям трения. Второе слагаемое учитывает диссипативный разогрев вязкой жидкости, текущей под действием напряжений [80]. Третье слагаемое представляет источник тепла, обусловленный обратимым механокалорическим эффектом, для которого в линейном приближении $T(\partial\sigma_{el}/\partial T)\dot{\varepsilon} \approx \sigma_{el}\dot{\varepsilon}$. В результате уравнение принимает вид

$$\tau_T\dot{T} = (T_e - T) + \sigma\dot{\varepsilon}, \quad (1.7)$$

где $\tau_T = \bar{\rho}c_v h^2/\kappa$ — время релаксации температуры. Теперь система уравнений (1.1), (1.4), (1.7) является полной и при этом имеет три степени свободы, что позволяет при ее анализе описывать нетривиальное поведение при плавлении ультратонкого слоя смазочного материала [24, 26, 33].

1.3.2. Переходный режим при различных соотношениях между временами релаксации

Поведение системы (1.1), (1.4), (1.7) в стационарном случае было рассмотрено в работах [81,82]. До установления стационарного состояния поведение системы зависит от соотношения между временами релаксации критическим образом. Сначала рассмотрим случай $\tau_T \ll \tau_\sigma, \tau_\varepsilon$. При этом система уравнений (1.1), (1.4), (1.7), измеряя время в единицах τ_σ , сводится к единственному уравнению для напряжений [81,82]:

$$\ddot{\sigma} + \frac{1 + \tau + \sigma^2}{\tau} \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\tau} [1 + \sigma^2 - g(T_e - 1 + \sigma^2)] = 0, \quad (1.8)$$

где введена константы $g = G/G_0 < 1$ и $\tau = \tau_\varepsilon/\tau_\sigma$.

Численное решение (1.8) в виде фазового портрета показано на рис. 1.7а. Здесь штриховой линией показана изоклина, на которой $\dot{\sigma} = 0$, и фазовые траек-

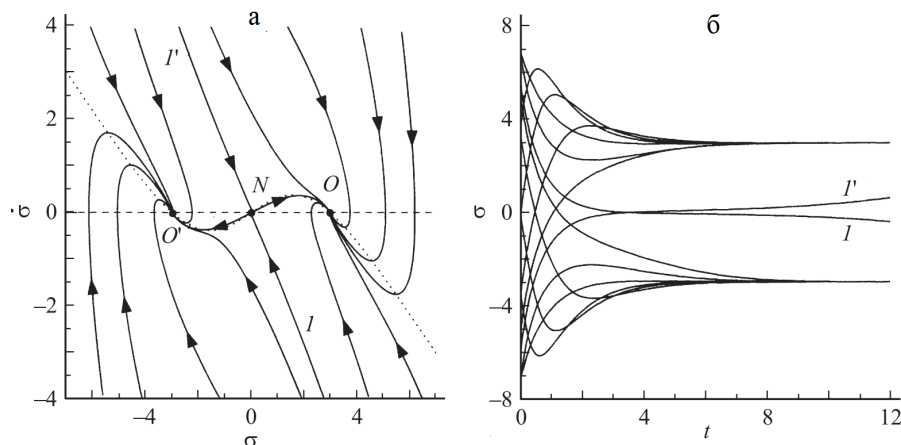


Рис. 1.7. Фазовый портрет (а) и временные зависимости напряжений (б) системы при параметрах $g = 0.3$, $T_e = 25$, $\tau = \tau_\varepsilon/\tau_\sigma = 15$, представляющие решение уравнения (1.8) [82]

ктории имеют вертикальную касательную. В рассматриваемых координатах данная изоклина является осью абсцисс. Пунктиром показана изоклина $\ddot{\sigma} = 0$, на которой фазовые траектории имеют горизонтальную касательную. Из рисунка видно, что реализуются три особые точки – седло N в начале координат, которое представляет неустойчивую точку, поскольку соответствует максимуму синергетического потенциала $V(\sigma)$ [24], и две устойчивые симметричные относительно

значения $\sigma = 0$ точки O , O' . Вблизи этих точек при установлении стационарного значения σ_0 видна тенденция к колебательному процессу, который, однако, не реализуется, поскольку велико значение коэффициента затухания [82].

Для рассматриваемого соотношения между временами релаксации такое поведение проявляется на всем диапазоне параметров [83]. Отметим, что положительные и отрицательные значения напряжений соответствуют движению верхней трущейся поверхности в различные стороны.

На рис. 1.7б показаны временные зависимости напряжений, соответствующие фазовым траекториям на рис. 1.7а. Эти зависимости представляют аperiодический переходный прерывистый режим, в котором до установления скольжения с постоянной скоростью ($\sigma = \text{const}$) изменяются значения напряжений.

В случае $\tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma, \tau_T$, в исходной системе используется приближение $\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} \approx 0$, которое при измерении времени в единицах τ_σ приводит к уравнению

$$\ddot{\sigma} + \left(\frac{1 + \sigma^2}{\tau_1} - \frac{\dot{\sigma}}{\sigma} \right) \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\tau_1} [1 + \sigma^2 - g(T_e - 1 + \sigma^2)] = 0, \quad (1.9)$$

в котором введено отношение $\tau_1 = \tau_T / \tau_\sigma$. Фазовый портрет, полученный при решении (1.9), показан на рис. 1.8а.

Видно, что на рисунке реализуются те же особые точки, с тем отличием, что точки O , O' преобразуются в устойчивые фокусы, и в системе реализуются затухающие колебания. Цифрами на рисунке обозначены фазовые траектории. Изоклина, показанная пунктиром, отличается от предыдущего случая. Это связано с тем, что в уравнении (1.9) коэффициент затухания становится зависимым от $\dot{\sigma}$ [82], при приравнении $\ddot{\sigma} = 0$ выражение для изоклины $\dot{\sigma}(\sigma)$ дается решением квадратного уравнения, поэтому зависимость становится двузначной.

На соответствующих временных зависимостях (рис. 1.8б) видны продолжительные участки, на которых $\sigma \approx 0$, что соответствует медленному движению трущихся поверхностей. Это связано с тем, что при эволюции системы конфигурационная точка на фазовом портрете проходит вблизи начала координат ($\sigma \approx 0$) с малой скоростью изменения напряжений ($\dot{\sigma} \approx 0$). Однако всегда устанавливается ненулевое значение напряжений, отвечающее скольжению.

В случае $\tau_\sigma \ll \tau_\varepsilon, \tau_T$, положив $\tau_\sigma \dot{\sigma} \approx 0$ и измерив время в единицах τ_ε , получим

$$\ddot{\sigma} + \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{\dot{\sigma}}{\sigma} \right) \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\tau_2} [1 + \sigma^2 - g(T_e - 1 + \sigma^2)] = 0, \quad (1.10)$$

где $\tau_2 = \tau_T/\tau_\varepsilon$. В отличие от предыдущих двух случаев коэффициент затухания зависит только от параметра τ_2 , и с его ростом уменьшается [82], что позволяет говорить о том, что с ростом τ_2 колебания становятся более продолжительными. Поэтому вокруг фокуса на рис. 1.9а до установления стационарного состояния осуществляется большее количество колебаний, чем в предыдущем случае. Об этом также свидетельствует рис. 1.9б, на котором реализуется продолжительные колебания, не затухающее даже при $t = 1000$.

1.3.3. Влияния шума на динамические характеристики прерывистого режима

Флуктуации, которые математически описываются шумами, существуют в любой трибологической системе. Часто возникает ситуация, когда нельзя объективно описать все существующие воздействия на объект исследования, поэтому при решении задач для учета неоднородностей, дефектов, внешних воздействий и т.п., вводятся шумы. Учет шума позволяет приблизить модель к реальному эксперименту. Для модели граничного трения, задающейся системой (1.1), (1.4), (1.7), наличие флуктуаций может приводить к установлению прерывистого трения, наблюдаемого экспериментально [81].

Вследствие малости системы, флуктуации оказывают критическое влияние и могут приводить к возникновению *stick – slip* режима. Флуктуации температуры можно вводить только для ультратонких смазочных пленок, состоящих из ограниченного числа частиц [1, 84–86]. В работах [30, 87–89] описан метод, следуя которому в правые части уравнений (1.1), (1.4), (1.7) вводятся стохастические слагаемые в виде аддитивных некоррелированных шумов $I_\sigma^{1/2} \xi_1$, $I_\varepsilon^{1/2} \xi_2$, $I_T^{1/2} \xi_3$. Функции $\xi_i(t)$ представляют δ -коррелированные стохастические источники (белый шум) [35, 90]. Распределение значений $\xi(t)$ по их величине является

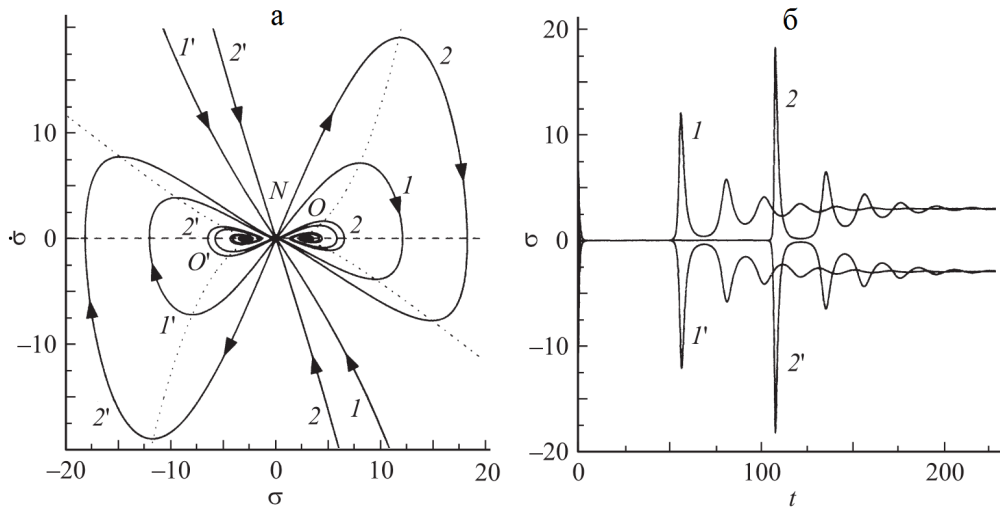


Рис. 1.8. Фазовый портрет (а) и временные зависимости напряжений (б) системы при параметрах рис. 1.7 и $\tau_1 = \tau_T/\tau_\sigma = 120$, представляющие решение уравнения (1.9) [82]

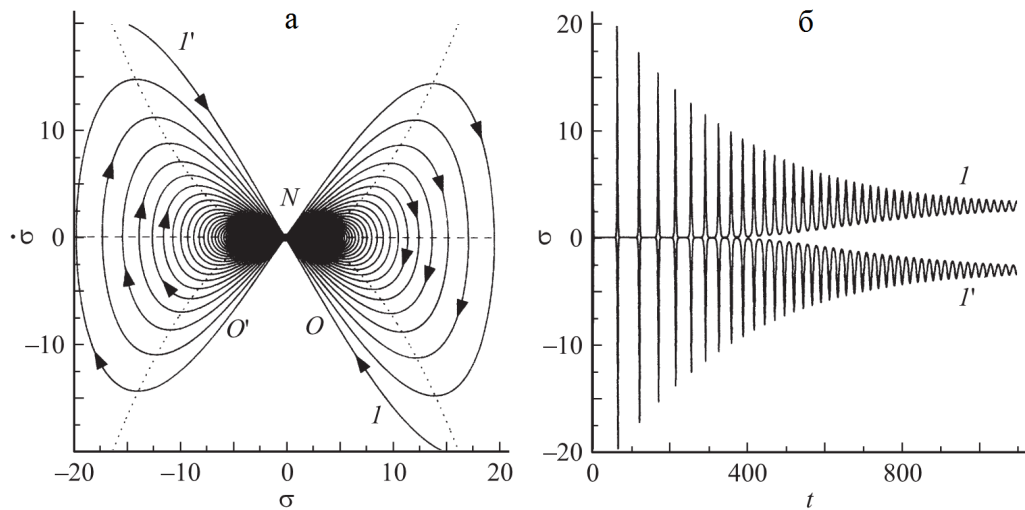


Рис. 1.9. Фазовый портрет (а) и временные зависимости напряжений (б) системы при параметрах из рис. 1.7 и $\tau_2 = \tau_T/\tau_\varepsilon = 120$, представляющие решение уравнения (1.10) [82]

Гауссовым [91]:

$$P(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\mu^2}\right). \quad (1.11)$$

Здесь μ^2 представляет второй момент источника,

$$\mu^2 \equiv \langle \xi_i^2(t) \rangle = 2\delta(0). \quad (1.12)$$

В работе [81] показано, что при $I_\sigma, I_\varepsilon \ll I_T$, функция $P(\sigma)$ принимает вид

$$P_a(\sigma) = \sigma^{-a} \mathcal{P}(\sigma), \quad (1.13)$$

Отсюда следует основное свойство самоподобных систем: в пределе больших и малых значений стохастической переменной σ , когда функцию $\mathcal{P}(\sigma)$ можно положить постоянной, распределение $P(\sigma)$ принимает степенной вид. В частности в такой системе может реализовываться режим самоорганизуемой критичности [92, 93].

В работе [81] проведена замена параметра порядка σ во всех слагаемых уравнений (1.1), (1.4), (1.7) степенным выражением σ^a с показателем $0 < a < 1$. Тогда основные уравнения со стохастическими добавками примут вид [87, 94–96]

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma^a + g\varepsilon + \sqrt{I_\sigma} \xi_1(t), \quad (1.14)$$

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T - 1)\sigma^a + \sqrt{I_\varepsilon} \xi_2(t), \quad (1.15)$$

$$\tau_T \dot{T} = (T_e - T) - \sigma^a \varepsilon + \sigma^{2a} + \sqrt{I_T} \xi_3(t). \quad (1.16)$$

Физический смысл проведенной замены состоит в том, что требования самоподобия выполняются в рамках предположений о нелинейной релаксации напряжений, а также о дробном характере положительной и отрицательной обратных связей. Условие адиабатичности $\tau_\varepsilon, \tau_T \ll \tau_\sigma$ при измерении времени в единицах τ_σ приводит к уравнению Ланжевена [81]

$$\dot{\sigma} = f_a(\sigma) + \sqrt{I_a(\sigma)} \xi(t), \quad (1.17)$$

где сила $f_a(\sigma)$ и интенсивность шума $I_a(\sigma)$ задаются выражениями [81]:

$$f_a(\sigma) = -\sigma^a + g\sigma^a \left(1 - \frac{2 - T_e}{1 + \sigma^{2a}}\right), \quad (1.18)$$

$$I_a(\sigma) = I_\sigma + \frac{g^2}{(1 + \sigma^{2a})^2} (I_\varepsilon + I_T \sigma^{2a}). \quad (1.19)$$

Уравнение Ланжевена представляет собой стохастическое дифференциальное уравнение (СДУ), так как содержит случайную силу $\sqrt{I_a(\sigma)}\xi(t)$. Поэтому каждое решение уравнения является индивидуальным и целесообразно говорить только о статистических характеристиках таких решений. В связи с этим далее рассматривается распределение вероятности решений $P_a(\sigma)$ по величине напряжений σ . В работе [81] показано, что экстремумы $P_a(\sigma)$ не зависят от интенсивности I_σ . При фиксированной температуре T_e фазовая диаграмма имеет вид, показанный на рис. 1.10. Выходящая из начала координат прямая, которая определяется равенством $I_T = 2I_\epsilon$, дает границу существования нулевого стационарного решения $\sigma_0 = 0$. Выше этой прямой всегда реализуется максимум $P_a(\sigma)$ при $\sigma = 0$, ниже нее данный максимум не существует. На диаграмме видны четыре области, отвечающие различным режимам трения.

На рисунке 1.11 показано ненормированное распределение вероятности $P_a(\sigma)$, соответствующее точкам 1-3 на рис. 1.10. Точка 1 находится в области сухого трения (DF) фазовой диаграммы, поэтому наблюдается один максимум функции распределения при $\sigma = 0$. Двухфазная область SS диаграммы характеризуется сосуществованием максимумов распределения $P_a(\sigma)$ при нулевом и ненулевом значениях напряжений (точка 2). Точка 3 лежит в области, где имеется единственный максимум распределения вероятности при $\sigma \neq 0$, отвечающий режиму жидкостного трения или скольжению. На вставке рис. 1.11 показан вид распределения в области MSF+SF. Здесь сосуществуют два максимума $P_a(\sigma)$ при $\sigma \neq 0$, что отвечает прерывистому режиму, при котором происходят переходы между метастабильным и устойчивым жидкостным трением.

Зависимости $P_a(\sigma)$ на рис. 1.11 построены в двойном логарифмическом масштабе. Видно, что для кривых DF и SS распределение принимает степенной вид. Такой режим отвечает значениям $\sigma \ll 1$ и $I_\sigma, I_\epsilon \ll I_T$, при которых

$$P_a(\sigma) = \sigma^{-a}\mathcal{P}(\sigma), \quad (1.20)$$

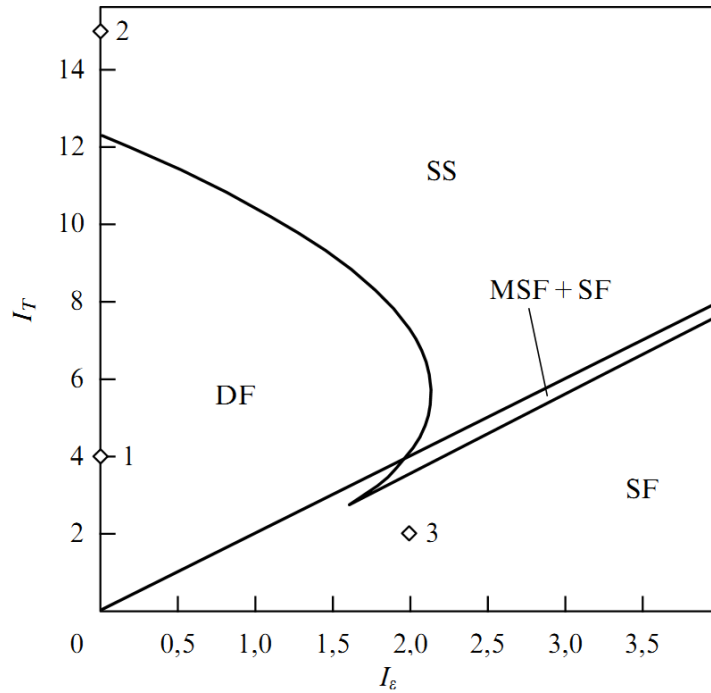


Рис. 1.10. Фазовая диаграмма с областями жидкостного (SF), сухого (DF), прерывистого (SS), жидкостного метастабильного и устойчивого (MSF+SF) трения [81]

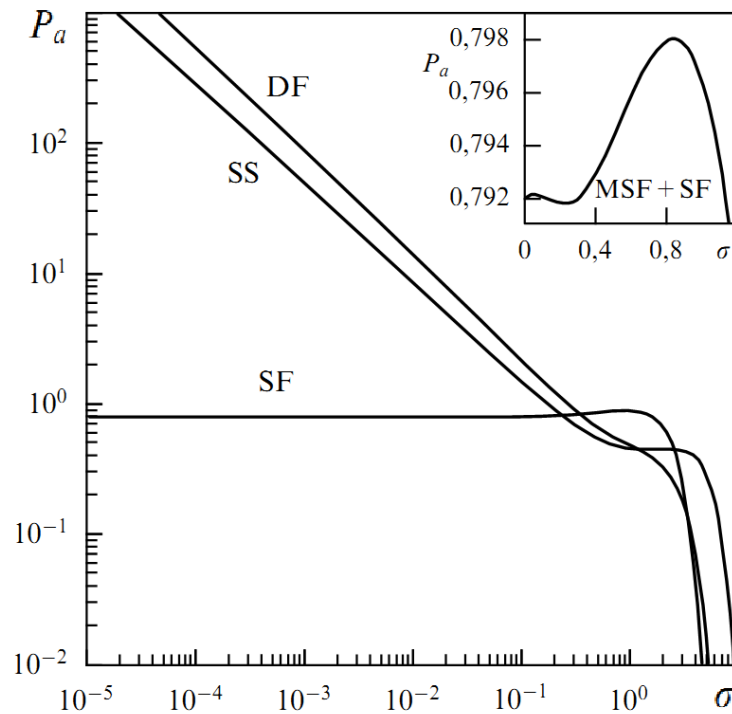


Рис. 1.11. Функция распределения $P_a(\sigma)$ при $I_\sigma = 10^{-10}$ в режимах, показанных точками 1–3 на рис. 1.10: 1 – $I_\epsilon = 0$, $I_T = 4$ (DF); 2 – $I_\epsilon = 0$, $I_T = 15$ (SS); 3 – $I_\epsilon = 2$, $I_T = 2$ (SF). На вставке показана зависимость $P_a(\sigma)$ при $I_\epsilon = 1.968$, $I_T = 3.5$ (MSF+SF) [81]

где функция $\mathcal{P}(\sigma)$ определяется выражением [81]:

$$\mathcal{P}(\sigma) = \frac{(1+\sigma^{2a})}{\mathcal{Z}gI_T^{1/2}} \exp \left\{ -I_T^{-1}g^{-2} \int_0^\sigma \frac{1-g [1-(2-T_e)(1+(\sigma')^{2a})^{-1}]}{(1+(\sigma')^{2a})^{-2}(\sigma')^a} d\sigma' \right\}. \quad (1.21)$$

Известно, что самоподобным системам отвечает однородная функция распределения [97]. Распределение (1.20) будет однородным в том случае, если функция $\mathcal{P}(\sigma)$ — константа. Степенное распределение, характерное для самоподобного поведения, реализуется в ограниченном диапазоне напряжений $\sigma < \sigma_c \approx 0.8$, что видно из рис. 1.11. При превышении критического значения напряжений свойства самоподобия теряются.

1.4. Механизм сдвигового плавления в твердых телах

Сдвиговое плавление твердых тел — одно из важных и широко исследуемых неравновесных явлений [1, 98–100] в физике материалов. Это явление имеет отношение к таким практическим проблемам, как деформация материалов, трение твердых тел и даже механические свойства земной коры. Сдвиговое плавление в твердых телах отличается от *stick – slip* режима в ультратонких жидких пленках, подверженных сдвигу [101–104], и требует дополнительного анализа. Исследование этого процесса помогает находить новые режимы в физике движущихся систем. В экспериментах часто используются ультрамягкие металлы [105, 106], а также коллоидальные частицы в водных растворах [107]. В экспериментах с взаимодействующими коллоидальными частицами в суспензиях наблюдаются *stick – slip* режимы [108], гистерезис [109] и плавление, вызванное сдвигом [110, 111]. Свойства металлов на макроскопическом уровне при сдвиге являются средним результатом многих прерывистых, пространственно-неоднородных внутренних явлений. Работа [112] рассматривает эти явления на атомарном уровне и помогает лучше понять механизмы, которые лежат в основе сдвигового плавления.

Один из подходов, предназначенный для изучения сдвигаемых твердых тел, рассматривает движение упорядоченного слоя (адсорбата) по жестко закреплен-

ной подложке [113, 114]. Такое предположение исключает деформацию основания и результаты применимы в случае, когда верхний слой является более мягким, чем подложка. В общем, верхний слой и подложка при движении не являются жестко закрепленными и возможна их организация в различные структуры, зависящие от силы взаимодействия, температуры и движущей силы. Каждый слой имеет периодический потенциал, обе амплитуды и фазы этих периодических потенциалов являются динамическими и изменяются в результате взаимодействия, шума и движущей силы, порождая эффекты, которые кратко описаны в [115] и более детально рассмотрены в работе [112].

Моделирование сдвигового плавления можно проводить на примере броуновского движения частиц [112, 115]. Такая модель состоит из двух видов частиц A и B , которые движутся с постоянной силой F , но в противоположных направлениях $+x$ и $-x$ (рис. 1.12). Попарные взаимодействия между частица-

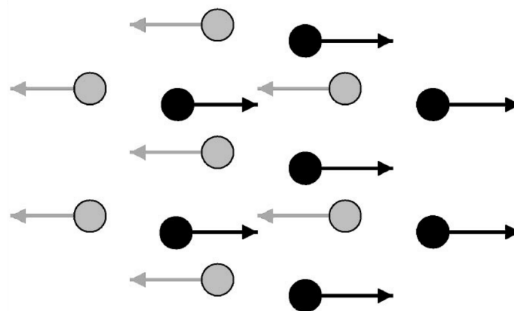


Рис. 1.12. Схематическое представление модели сдвигового плавления [112]

ми описываются потенциалами $V_{AA}(r)$, $V_{BB}(r)$ и $V_{AB}(r)$. Для двух видов частиц A и B , которые движутся относительно друг друга предполагается, что потенциал V_{AB} будет слабее, чем V_{AA} и V_{BB} , поскольку взаимодействие между соседними слоями двух сдвигаемых веществ будет ниже, чем внутреннее взаимодействие частиц каждого типа. Потенциалом V_{AB} можно варьировать путем увеличения или уменьшения рабочего давления. В работе [112] выбрана безразмерная пара потенциалов в экранированной кулоновской форме

$$V_{AA}(r) = V_{BB}(r) = \epsilon^{-1}V_{AB}(r) = \exp(-\kappa r)U_0/r. \quad (1.22)$$

Динамика системы моделируется с помощью уравнения Ланжевена с ра-

зличными значениями силы F и феноменологического параметра ϵ , который учитывает межслойные силы связи. В случае постоянной межслойной силы при увеличении F сначала наблюдается скольжение в кристаллически упорядоченном состоянии, затем следует прерывистый режим плавления-затвердевания, а потом снова наблюдается упорядоченное состояние. В промежуточном режиме плавления-затвердевания, при фиксированной скорости движения, время пребывания системы в упорядоченном состоянии уменьшается с увеличением межслойной силы [112]. На рис. 1.13 представлена фазовая диаграмма системы, полученная при моделировании траектории 100 частиц на примере броуновского движения. На этой диаграмме представлены 3 области. Первая и третья области отвечают сухому трению, а во второй области происходят стохастические переходы между жидким и сухим режимами трения.

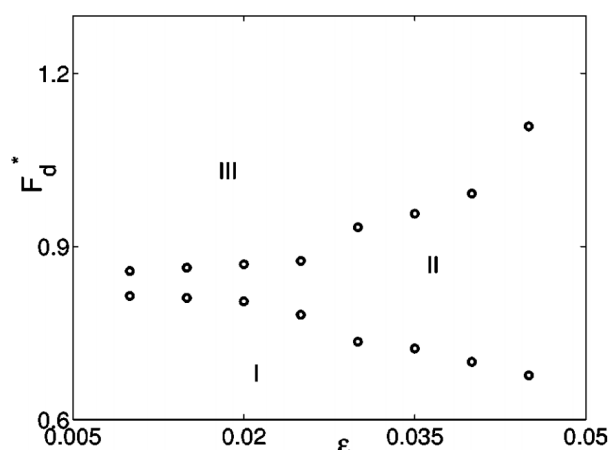


Рис. 1.13. Фазовая диаграмма системы сдвигового плавления, полученная при моделировании траектории частиц на примере броуновского движения [112]

Для лучшего понимания модели броуновского движения частиц, в работе [112] анализируется временная эволюция системы, используя уравнения Гинзбурга-Ландау для параметра α и напряжения поля Ω , аналогично ϵ и F предыдущей модели. Для этого используется методология, предложенная в [116] для изучения коллоидных кристаллов [117, 118]. Выбирается параметр порядка ρ , который в твердоподобной фазе, когда мы имеем упорядочение, больше нуля. Когда же система претерпевает плавление сдвигом, напротив, устанавливается стационарное значение $\rho = 0$. Используется простая форма свободной энергии в виде

многочлена Ландау для перехода первого рода [112]

$$V(\rho) = \frac{a_1\rho^2}{2} - \frac{b_1\rho^3}{3} + \frac{c_1\rho^4}{4}. \quad (1.23)$$

Параметр θ описывает отклонения, возникающие при движении частиц, т.е. фактически представляет деформацию слоев. Для твердopodobного состояния при малых либо нулевых отклонениях $\theta = 0$. Самый простой вид свободной энергии $F(\rho, \theta)$ [116]

$$F(\rho, \theta) = V(\rho) + \frac{\alpha\rho^2}{2}V(\theta), \quad (1.24)$$

где $V(\theta)$ имеет вид, аналогичный $V(\rho)$

$$V(\theta) = \frac{a_2\theta^2}{2} - \frac{b_2\theta^3}{3} + \frac{c_2\theta^4}{4}. \quad (1.25)$$

При нулевой деформации $\theta = 0$, система релаксирует в один из двух минимумов $F(\rho, \theta)$, соответствующих жидкоподобному состоянию ($\rho_l = 0$) или твердopodobному

$$\rho_s = \frac{b_1}{2c_1} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4a_1c_1}{b_1^2}} \right). \quad (1.26)$$

Для этой модели построены графики временных зависимостей и распределения вероятностей, когда один из параметров постоянный, а второй изменяется. В случае, когда параметр α не изменяется, при увеличении параметра Ω наблюдается два режима (рис. 1.14). Сначала система находится в твердopodobном состоянии ($\Omega = 0.03$) (распределение вероятности имеет единственный максимум). Затем наблюдается бистабильный режим ($\Omega = 0.08$), в котором система переключается между твердым и жидким состояниями (нулевое и ненулевое значение параметра порядка) [112]. В таком случае распределение вероятности имеет два пика одного порядка, которые соответствуют двум минимумам $F(\rho, \theta)$. При значении $\Omega = 0.3$ система снова твердopodobна (распределение вероятности также имеет единственный максимум).

В работе [112] также проводится анализ влияния параметра α в бистабильном режиме (рис. 1.15). Показано, что отношение среднего времени существования кристаллического состояния к жидкому уменьшается с ростом α . При увели-

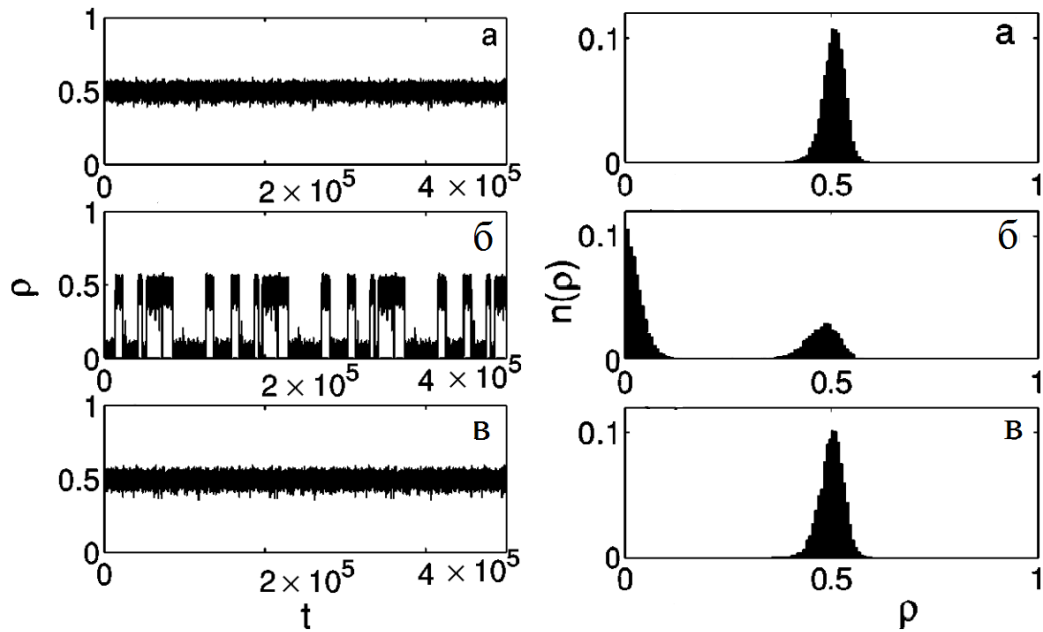


Рис. 1.14. Временные ряды и распределение вероятности при интенсивности шума $D = 7 \cdot 10^{-4}$, $\alpha = 0.17$ [112]: а — $\Omega = 0.03$, б — $\Omega = 0.08$, в — $\Omega = 0.03$

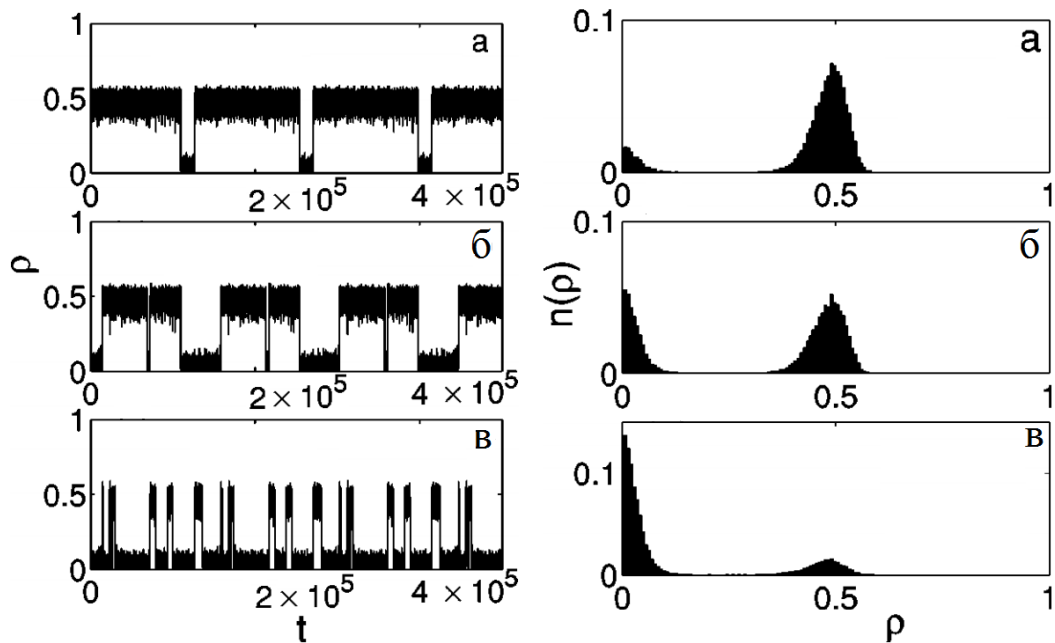


Рис. 1.15. Временные ряды и распределение вероятности при интенсивности шума $D = 7 \cdot 10^{-4}$, $\Omega = 0.08$ [112]: а — $\alpha = 0.15$, б — $\alpha = 0.16$, в — $\alpha = 0.18$

чении α система стремится провести все большее время в жидкоподобном состоянии. При больших значениях α состояние жидкости является более вероятным. Это отражается на графике распределения вероятностей (рис. 1.15), когда при $\alpha = 0.15$ система большее время пребывает в твердоподобном состоянии, при $\alpha = 0.16$ система приблизительно равнозначно пребывает в обоих состояниях, а при $\alpha = 0.16$ наблюдается более выраженный максимум вероятности при $\rho = 0$, что соответствует реализации жидкости.

Обе модели построены для объяснения сдвигового плавления в твердых телах. Их результаты можно сравнить с помощью фазовых диаграмм. Фазовая диаграмма для последней модели представлена на рис. 1.16. Она качественно совпадает с фазовой диаграммой модели частиц рис. 1.13. На рис. 1.16 при малых значениях параметра связи α наблюдается упорядоченное твердоподобное состояние, по мере увеличения параметра связи α наблюдается область II, в которой происходят постоянные переходы между сухим и жидким трением. При дальнейшем увеличении α и небольших значениях напряжения поля Ω периодический режим уступает место жидкоподобному, который не наблюдался на фазовой диаграмме модели частиц (рис. 1.13).

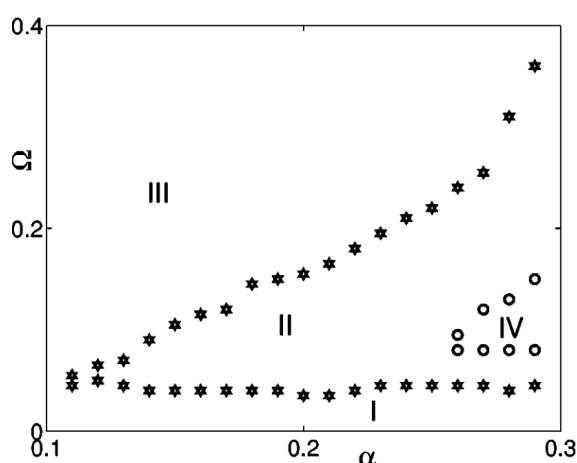


Рис. 1.16. Фазовая диаграмма системы сдвигового плавления, на которой области I и III отвечают сухому трению, в области II происходят постоянные переходы между сухим и жидким трением, а в области IV наблюдается режим жидкого трения [112]

В работах [112, 115] показано, что предложенные модели достаточно хорошо описывают процесс сдвигового плавления в твердых телах и поэтому эти модели требуют дальнейшего развития. Необходимо уточнить результаты рис. 1.14 и рис. 1.15, так как они периодичны, что является необоснованным из-за учета шумов. Так же мощность нынешних компьютеров позволяет вычислять распределение вероятности с гораздо большей точностью. Известно, что шум может критическим образом влиять на поведение системы, поэтому его влияние также требует дальнейшего исследования.

Выводы к разделу 1

Согласно проведенному анализу литературных источников можно сделать следующие выводы:

1. На сегодняшний день накоплено достаточно большое количество экспериментальных данных по граничному трению, полученных с помощью атомно-силовой микроскопии и аппарата поверхностных сил. К сожалению, не все экспериментальные результаты удастся описать теоретически, так как не существует единой модели, которая описывала бы все наблюдаемые особенности. Процесс граничного трения – сложное нелинейное динамическое явление, что затрудняет построение общей микроскопической теории. Поэтому в данной диссертационной работе проводится дальнейшее исследование процессов граничного трения в рамках феноменологической реологической модели, которая позволяет описать экспериментально наблюдаемые эффекты.

2. Процесс сдвигового плавления в твердых телах имеет большое прикладное значение. Любой новый подход к описанию этого процесса будет полезен для дальнейшего его изучения. До настоящего времени не проводился анализ самоподобного поведения сдвигового плавления в твердых телах, что сделано в рамках настоящей работы.

3. Предлагаемое исследование актуально, поскольку при рассмотрении граничного режима трения намечены пути снижения трения, что позволит увеличить срок службы трущихся деталей. Исследование влияния шума на процесс

граничного трения позволяет определить диапазоны параметров, при которых реализуются режимы с различными свойствами, которые могут быть использованы при решении конкретных технических задач. Прикладное значение полученных результатов обусловлено широким использованием исследуемых систем в современной технике.

4. Полученные в ходе выполнения диссертационной работы результаты также имеют фундаментальное значение, поскольку позволяют продвинуться в понимании физики граничного трения и сдвигового плавления в твердых телах. При исследовании граничного режима трения дано объяснение ряда эффектов, которые наблюдаются экспериментально.

РАЗДЕЛ 2

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ГРАНИЧНОГО ТРЕНИЯ В РАМКАХ РЕОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

В этом разделе исследуется плавление ультратонкой пленки смазочного материала, зажато между двумя атомарно-гладкими твердыми поверхностями, при их взаимном перемещении в рамках модели Лоренца. Описано поведение трибологических систем двух типов – при сдвиге верхней трущейся поверхности в одном направлении, и при внешнем знакопеременном воздействии. Проведено совокупное аналитическое описание процессов, происходящих в результате самоорганизации полей сдвиговых напряжений и деформации, а также температуры пленки смазки.

Получено уравнение движения в виде дифференциального уравнения третьего порядка для напряжений, которое проанализировано при различных значениях температур поверхностей трения. Во всех случаях построены фазовые портреты и зависимости напряжений от времени. Установлено, что в зависимости от температуры и параметров смазки может осуществляться как режим затухающих колебаний, так и автоколебательный режим, представленный на фазовой плоскости в виде странного аттрактора. Показано, что на поведение системы критическим образом влияют начальные условия.

Проведен математический анализ синергетической модели с целью объяснения возникновения различных режимов работы системы при изменении основных параметров. Найдены стационарные режимы, которые соответствуют как сухому, так и жидкостному трению. Тип функционирования трибологической системы описан в соответствии с характером устойчивости особых точек, таких как устойчивый узел, устойчивый фокус и седло-фокус. Построены фазовые диаграммы, на которых выделены различные режимы работы. Для всех областей диаграмм построены фазовые портреты, соответствующие различным типам устойчивости системы.

2.1. Основные уравнения и стационарные состояния

В пункте 1.3.1 приведен краткий вывод основных уравнений, которые являются качественными и основываются на описании вязко-упругой среды, без учета свойств конкретной трибологической системы. Для удобства уравнения (1.1), (1.4), (1.7) следует обезразмерить, что позволит сократить число рассматриваемых параметров [24]. Тогда напряжения σ , деформацию ε , температуру T и время t будем измерять в единицах [24]

$$\sigma_s = \left(\frac{\bar{\rho}c_v\eta_0T_c}{\tau_T} \right)^{1/2}, \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{G_0}, \quad T_s = T_c, \quad t_s = \tau_\sigma, \quad (2.1)$$

где G_0 – характерное значение модуля сдвига G , а T_c – критическое значение температуры. В этом случае система основных уравнений принимает вид [81, 119–121]

$$\dot{\sigma} = -\sigma + g\varepsilon, \quad (2.2)$$

$$\tau\dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T - 1)\sigma, \quad (2.3)$$

$$\delta\dot{T} = (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2, \quad (2.4)$$

где введена константа $g = G/G_0 < 1$ и параметры

$$\tau = \frac{\tau_\varepsilon}{\tau_\sigma}, \quad \delta = \frac{\tau_T}{\tau_\sigma}. \quad (2.5)$$

В уравнениях (2.2)–(2.4) параметром порядка являются сдвиговые напряжения σ , сдвиговая деформация ε играет роль сопряженного поля, а управляющим параметром выступает температура T . Смазочный материал рассматривается как очень вязкая жидкость, поведение которой подобно аморфному твердому телу, в связи с большой эффективной вязкостью и наличием предела текучести [20, 32]. В работах [119–121] показано, что нулевые стационарные напряжения σ_0 соответствуют твердоподобной структуре смазки. В таком случае, не рассматривается уравнение (2.2), которое описывает упругие свойства в стационарном состоянии $\dot{\sigma} = 0$. В то же время уравнение (2.3) сводится к закону Дебая, что описывает быструю релаксацию сдвиговой деформации ε в течении микроскопического времени $\tau_\varepsilon \sim a/c$, где $a \sim 1$ нм – это постоянная решетки, а $c \sim 10^3$ м/с –

скорость звука. Уравнение (2.4) в этом случае сводится к простейшему выражению для релаксации температуры, без учета диссипативного разогрева и механического эффекта вязкой жидкости. При $\sigma_0 \neq 0$ смазка плавится и переходит в жидкоподобное состояние. Одной из причин этого является то, что согласно обобщенной на граничный режим диаграмме Герси-Штрибека [76], с увеличением вязких напряжений

$$\sigma_v = \frac{F_v}{A} \quad (2.6)$$

растет вязкая сила трения

$$F_v = \frac{\eta_{eff} V A}{h}, \quad (2.7)$$

где V — относительная скорость движения поверхностей трения, η_{eff} — эффективная вязкость, A — площадь контакта. Из сопоставления (2.6) и (2.7) получим выражение для скорости в виде

$$V = \sigma_v \frac{h}{\eta_{eff}}. \quad (2.8)$$

Поскольку в предлагаемой модели напряжения σ представляют сумму вязкой и упругой компонент [81, 120], а в слое жидкоподобной смазки преобладают вязкие напряжения, с ростом σ возрастает скорость движения сдвигаемых поверхностей, что соответствует кинетическому режиму скольжения и жидкоподобной структуре смазки. При значении $\sigma = 0$ поверхности трения не двигаются, что соответствует их "прилипанию" за счет затвердевания межповерхностного слоя. Данные выводы подтверждаются как теоретическими [17, 122], так и многочисленными экспериментальными [20, 21, 52, 76] работами.

Рассмотрим стационарный режим, когда производные в уравнениях (2.2)–(2.4) равны нулю, а параметры смазки со временем не изменяются. В этом случае при температуре поверхностей трения T_e меньше критической величины

$$T_{c0} = 1 + g^{-1} \quad (2.9)$$

реализуется стационарное значение сдвиговых напряжений $\sigma_0 = 0$, а при $T_e > T_{c0}$ в зависимости от начальных условий устанавливается одно из значений

$$\sigma_0^{\pm} = \pm \sqrt{\frac{gT_e - (g + 1)}{1 - g}}, \quad (2.10)$$

соответствующее жидкостному режиму трения. Поскольку температуры плавления и затвердевания смазки представляют одно и то же значение T_{c0} (2.9), такая ситуация соответствует модели фазового перехода второго рода, в отличие от перехода первого рода, когда эти температуры отличаются [23]. В работе рассматривается локальное плавление слоя смазочного материала, который находится между двумя атомарно-гладкими поверхностями. Кристаллическое состояние слоя смазки при разной ориентации кристаллической решетки обладает разной энергией, поэтому в работе [17] показано, что для этих систем возможно рассматривать плавление тонкого слоя смазки, как фазовый переход второго рода.

Ранее исследовались случаи, когда одно из времен релаксации в основных уравнениях полагалось малым [82, 121]. При этом система уравнений (2.2)–(2.4) сводится к двухпараметрической диссипативной модели, в рамках которой в детерминистическом случае прерывистый режим движения может реализоваться только на начальном этапе, и представляет переходный режим. Однако, устойчивый прерывистый режим довольно часто наблюдается в экспериментах по граничному трению [20]. Поскольку система уравнений (2.2)–(2.4) формально совпадает с системой Лоренца, прерывистый режим, в частности, может быть описан при реализации в системе странного аттрактора, а согласно теореме Рюэля-Таккенса для этого необходимо наличие трех степеней свободы, то есть все времена релаксации в (2.2)–(2.4) должны иметь отличные от нуля значения [123, 124]. Прерывистый режим был описан в рамках термодинамической модели [23, 125]. Покажем, что его также можно получить используя синергетический подход.

В работах [82, 121] исходная система уравнений в рамках адиабатического приближения для трех граничных соотношений между временами релаксации сводится к дифференциальному уравнению второго порядка. Численное исследование полученных уравнений второго порядка показывает, что в случае $\tau_\sigma \ll \tau_\varepsilon, \tau_T$ на фазовой плоскости реализуются две симметричные стационарные точки, представляющие устойчивые фокусы, вокруг которых до установления ста-

ционарного состояния $\sigma = \sigma_0 = \text{const}$ реализуются продолжительные колебания, представляющие прерывистый режим. При наличии в системе флуктуаций устанавливается периодический прерывистый режим движения, имеющий, однако, за счет действия шума стохастическую составляющую [82, 121]. В общем случае, когда все времена релаксации в системе (2.2)–(2.4) имеют отличные от нуля значения, она сводится к дифференциальному уравнению третьего порядка. Для его нахождения продифференцируем по времени уравнение (2.3) и выразим \dot{T} и T из уравнений (2.4) и (2.3) соответственно:

$$\tau\ddot{\varepsilon} = -\dot{\varepsilon} - \dot{\sigma} + \dot{T}\sigma + T\dot{\sigma}, \quad (2.11)$$

$$T = \frac{\tau\dot{\varepsilon} + \varepsilon + \sigma}{\sigma}, \quad (2.12)$$

$$\dot{T} = \frac{(T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2}{\delta}, \quad (2.13)$$

Подставляя уравнения (2.12) и (2.13) в (2.11) получаем

$$\tau\delta\ddot{\varepsilon} = -\dot{\varepsilon} \left(\tau + \delta - \frac{\tau\delta\dot{\sigma}}{\sigma} \right) - \varepsilon \left(\sigma^2 + 1 - \frac{\delta\dot{\sigma}}{\sigma} \right) + \sigma (T_e + \sigma^2 - 1). \quad (2.14)$$

Найдем третью производную уравнения (2.3) и выражение для ε из (2.2) и $\dot{\varepsilon}$ из продифференцированного (2.2)

$$\ddot{\sigma} = -\ddot{\sigma} + g\ddot{\varepsilon}, \quad (2.15)$$

$$\varepsilon = \frac{\dot{\sigma} + \sigma}{g}, \quad (2.16)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\ddot{\sigma} + \dot{\sigma}}{g}, \quad (2.17)$$

Подставляя (2.14), (2.16) и (2.17) в уравнение (2.15) в итоге получаем

$$\ddot{\sigma} = \ddot{\sigma} \left(\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} - 1 - \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\delta} \right) + \frac{\dot{\sigma}}{\tau} \left(\frac{\dot{\sigma}(\tau + 1)}{\sigma} - \frac{\sigma^2 + 1 + \tau}{\delta} \right) + \frac{\sigma (g (T_e + \sigma^2 - 1) - \sigma^2 - 1)}{\delta\tau}. \quad (2.18)$$

В полученном уравнении (2.18) напряжения σ согласно (2.8) пропорциональны относительной скорости движения трущихся поверхностей, поэтому $\dot{\sigma}$ представляет ускорение.

2.2. Фазовая кинетика

Рассмотрим наиболее распространенные механические аналоги двух типов трибологических систем, показанные на рис. 2.1. На рис. 2.1а представлена си-

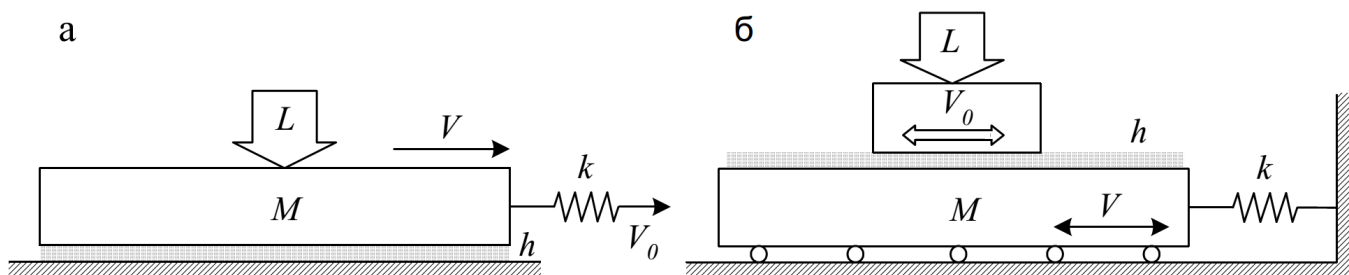


Рис. 2.1. Механические аналоги двух типов трибологических систем

стема, состоящая из пружины с жесткостью k , которая связана с блоком массы M , расположенным на неподвижной гладкой поверхности, от которой он отделен слоем смазки толщиной h . К блоку приложена дополнительная нормальная нагрузка L . Свободный конец пружины приводится в движение с постоянной скоростью V_0 . Для ультратонких слоев смазочных материалов в режиме граничного трения в общем случае скорость блока V и пружины V_0 не совпадают из-за осциллирующего характера силы трения, препятствующей передвижению блока [20, 23].

Система, приведенная на рис. 2.1б, построена следующим образом. Пружина с коэффициентом жесткости k связана с блоком массы M , находящимся на роликах, трением качения которых можно пренебречь. На указанном блоке находится второй блок, приводящийся в движение за счет внешних сил (скорость движения V_0 верхнего блока изменяется согласно циклическому закону [18, 126]). При наличии тонкого слоя смазки толщиной h между трущимися поверхностями блоков при движении верхнего двигается и нижний, причем временная зависимость скорости его движения $V(t)$ принципиально зависит от режима трения. К примеру, в режиме сухого трения при больших нагрузках L , когда поверхности блоков “слипаются”, нижний блок будет в точности повторять траекторию верхнего. В гидродинамическом режиме при большой толщине смазочного слоя h ра-

сплавленной смазки между поверхностями блоков и малым значением нагрузки L нижний блок будет покоиться, а смазка при движении верхнего разогреваться.

Отметим, что система, приведенная на рис. 2.1а, исследовалась как экспериментально [20], так и в рамках двух термодинамических моделей [23, 127], основывающихся на теории фазовых переходов Ландау, а также в рамках стохастической модели, учитывающей взаимодействие поверхностей [19]. Причем модель, разработанная в работе [23], в отличие от [127], явным образом учитывает влияние внешней нагрузки L . Установка, показанная на рис. 2.1б, экспериментально исследовалась в работе [18], где как трущиеся поверхности используется стальная пара трения, а в роли смазки выступает парафиновое масло ISO 32, непрерывно подающееся в зону контакта с фиксированной объемной скоростью. Подобная система изучалась и в рамках термодинамической модели [126].

Покажем, что в рамках предлагаемого подхода также можно качественно описывать поведение систем, приведенных на рис. 2.1. Для этого будем численно решать дифференциальное уравнение (2.18) при фиксированных параметрах модели. Поскольку поведение системы, описываемое уравнением (2.18), критическим образом зависит от начальных условий, решение целесообразно представить в виде фазовых портретов. Ниже приведены соответствующие фазовые портреты при различных температурах поверхностей трения T_e . Для всех фазовых портретов начальное значение второй производной от напряжений по времени $\ddot{\sigma}_0 = 0$. Начальные значения $\dot{\sigma}$ и σ видны непосредственно на фазовых плоскостях, и соответствуют началу фазовых траекторий.

Рассмотрим более подробно рис. 2.2а. Фазовый портрет характеризуется единственной особой точкой в начале координат при $\sigma = \dot{\sigma} = 0$, которая представляет устойчивый фокус. В частности, при начальном условии $\sigma_0 \sim 0$ реализуется устойчивый фокус (траектория 7). Для всех фазовых траекторий на рис. 2.2а построены соответствующие временные зависимости напряжений σ от времени t , которые приведены на рис. 2.2б. Видно, что для траекторий 2, 3, 5 и 6 реализуется апериодический режим, в котором напряжения релаксируют к устойчивому значению $\sigma = 0$, отвечающему твердоподобной структуре смазки.

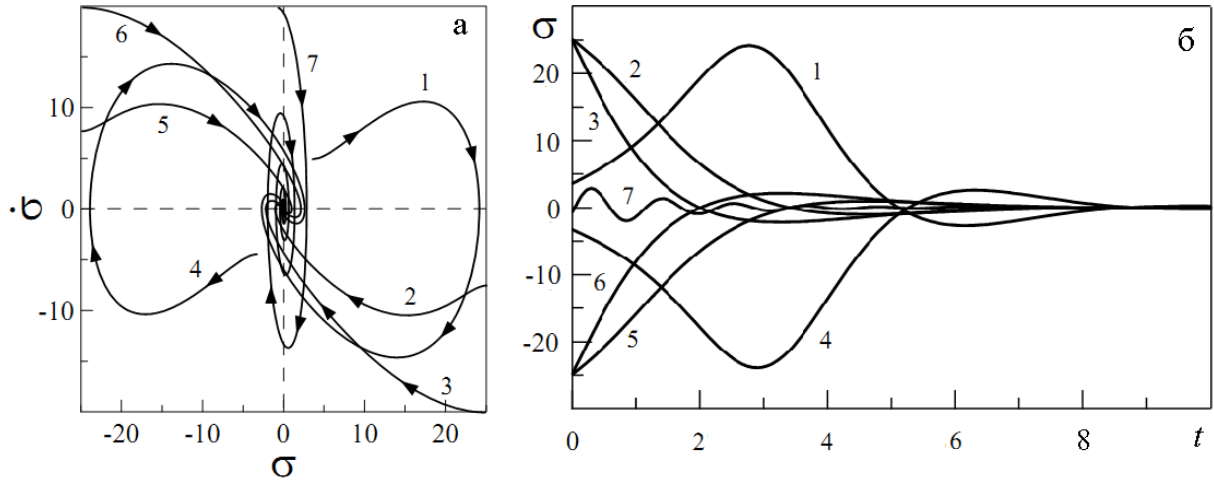


Рис. 2.2. Фазовые портреты системы (а) и временные зависимости напряжений $\sigma(t)$ (б), полученные при численном решении уравнения (2.18) при параметрах $g = 0.25$, $\tau = 3$, $\delta = 95$ и $T_e = 1$

Траектории 1, 4, и 7 представляют режим затухающих колебаний, поскольку на соответствующих зависимостях $\sigma(t)$ на рис. 2.2б во всех этих случаях до установления равновесия, в отличие от рассмотренных аperiodических траекторий 2, 3, 5 и 6, реализуются несколько экстремумов. Причем для параметров траектории 7 затухание выражено слабее, поскольку при релаксации видны несколько колебаний возле устойчивого значения $\sigma = 0$. Во всех этих случаях (траектории 1–7) движущийся блок, показанный на рис. 2.1, со временем останавливается. Это может осуществляться в случае, показанном на рис. 2.1а при значении скорости $V_0 = 0$ и начальном растяжении пружины, отвечающем начальным значениям параметров системы на соответствующих фазовых траекториях (см. рис. 2.2а). Также эта ситуация описывает поведение системы, показанной на рис. 2.1б, при $V_0 = 0$, когда изначально нижний блок не находится в состоянии равновесия, т.е. пружина либо сжата, либо натянута. Отметим, что значение $\sigma < 0$ соответствует движению трущейся поверхности с отрицательной скоростью, т.е. движению в обратном направлении (реверсивное движение).

На рис. 2.3а показан фазовый портрет при температуре поверхностей трения $T_e > T_{c0}$ (2.9), при которой устанавливается ненулевое значение напряжений σ_0 , определяемое формулой (2.10), и движение трущегося блока в системе с не-

нулевой скоростью (2.8). На фазовом портрете реализуются две симметричные

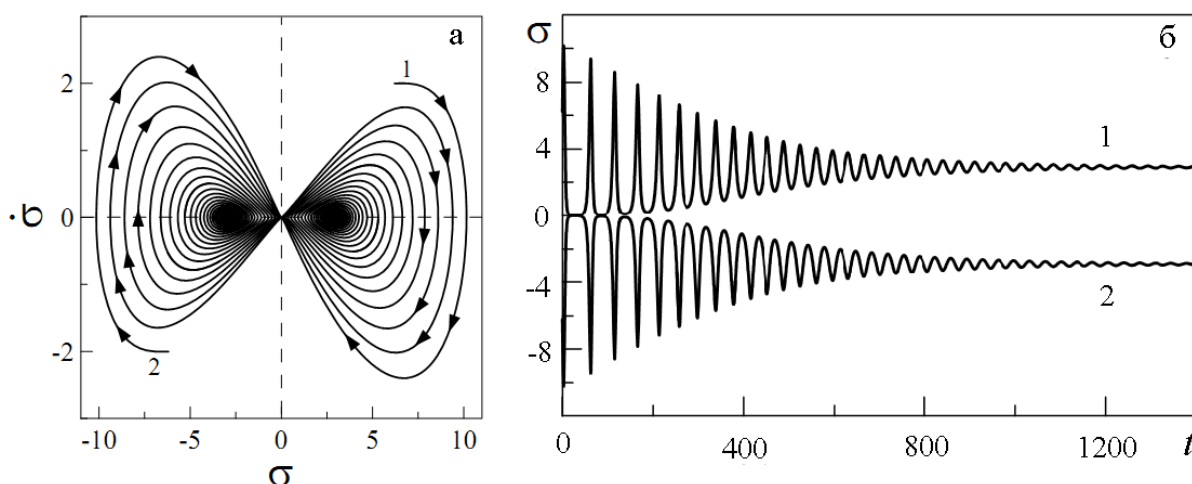


Рис. 2.3. Фазовые портреты системы (а) и временные зависимости напряжений $\sigma(t)$ (б), полученные при численном решении уравнения (2.18) при параметрах $g = 0.25$, $\tau = 3$, $\delta = 95$ и $T_e = 30$

относительно начала координат особые точки с координатами $(\sigma_0, 0)$ и $(-\sigma_0, 0)$. Обе точки эквивалентны и представляют устойчивые фокусы, вокруг которых при установлении движения с постоянной скоростью реализуются продолжительные колебания (см. рис. 2.3б).

Отметим, что в начале движения на траекториях $\sigma(t)$ существуют продолжительные участки $\sigma \approx 0$, что соответствует “прилипанию” поверхностей и твердopodobной структуре смазки. Таким образом, на начальном этапе реализуется прерывистый режим движения [20, 126, 127], когда в процессе трения происходят периодические фазовые переходы между структурными состояниями смазочного материала. Поскольку при всех начальных условиях здесь с течением времени устанавливается движение с постоянной скоростью, данная ситуация соответствует трибологической системе, показанной на рис. 2.1а при значении $V_0 \neq 0$. Причем траектория 1 соответствует случаю движения в направлении, показанном вектором V_0 на рис. 2.1а, а траектория 2 — движению в обратном направлении. Отметим, что при начальном значении $\sigma_0 \approx 0$ здесь в начале движения реализуется ситуация, показанная траекторией 7 на рис. 2.2а, с тем отличием, что после релаксации и последующей продолжительной “остановки” системы вбли-

зи начала координат¹ происходит несколько “перебросов” между окрестностями особых точек, представляющих собой витки на фазовых портретах в положительной и отрицательной областях напряжений σ , и только после этого устанавливается диссипативный режим затухающих колебаний, причем колебания могут происходить как в положительной области напряжений, так и в отрицательной, в зависимости от начальных условий.

При повышении температуры T_e реализуется ситуация, показанная фазовым портретом на рис. 2.4а. В этом случае на поведение системы критическим

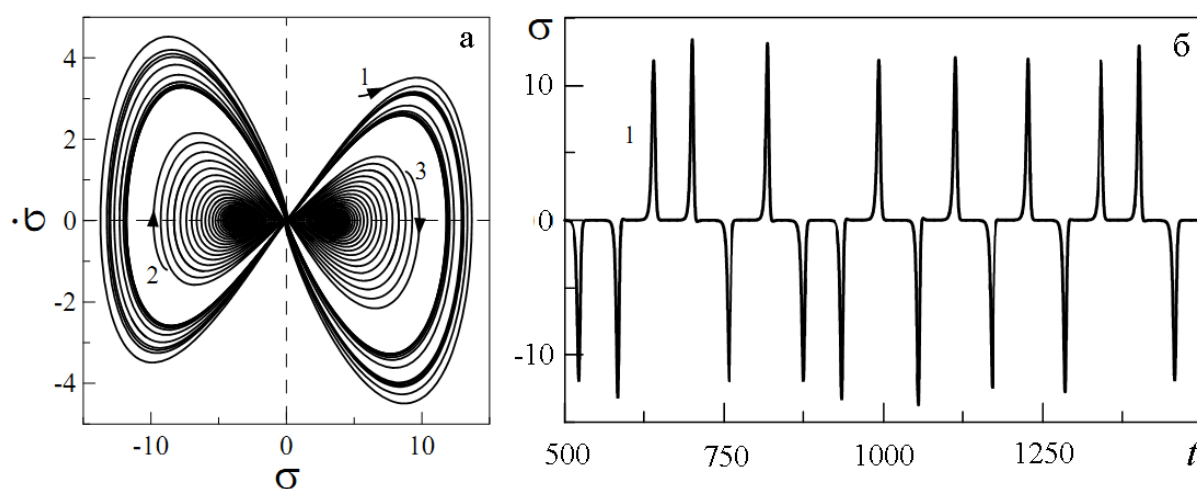


Рис. 2.4. Фазовые портреты системы (а) и временные зависимости напряжений $\sigma(t)$ (б), полученные при численном решении уравнения (2.18) при параметрах $g = 0.25$, $\tau = 3$, $\delta = 95$ и $T_e = 38$

образом влияет набор начальных значений σ_0 , $\dot{\sigma}_0$ и $\ddot{\sigma}_0$. Видно, что при малых абсолютных значениях напряжений σ_0 и скорости их изменения $\dot{\sigma}_0$ на фазовом портрете реализуются те же особые точки, что и на рис. 2.3а (траектории 2 и 3 на рис. 2.4а). Однако, если в начале движения напряжения σ_0 , либо $\dot{\sigma}_0$ превышают некоторые критические значения, устанавливается хаотический режим, когда стационарное состояние со временем не устанавливается, а происходят постоянные фазовые переходы между твердоподобным и жидкоподобным состояниями смазки (траектория 1). На рисунках 2.4а и 2.4б видно, что такой режим не перио-

¹Время остановки после релаксации может составлять более 400 единиц. Такие продолжительные остановки соответствуют stop-start экспериментам [20], демонстрирующим реализацию эффектов памяти в режиме граничной смазки.

дичен во времени, а представляет странный аттрактор, т.е. реализацию детерминистического хаотического режима. Поскольку, согласно рис. 2.4б, скорость движения трущегося блока постоянно меняет знак, рассматриваемая ситуация описывает поведение системы, показанной на рис. 2.1б, в которой за счет внешнего воздействия изменяется направление движения. Однако, рассматриваемый реверсивный режим при больших значениях V_0 реализуется также и в системах, аналог которых приведен на рис. 2.1а, за счет того, что при большой скорости движения свободного конца пружины V_0 за время “прилипания” поверхностей (когда $\sigma = 0$ и смазка твердоподобна) пружина успевает сильно натянуться, и при плавлении смазки за счет большого значения упругой силы натяжения пружины $k\Delta x$ (Δx – натяжение пружины) блок проскальзывает на существенное расстояние, а пружина при этом сжимается, что обеспечивает изменение направления действия упругой силы, и блок за счет этого некоторое время может сдвигаться в обратном направлении. Однако, поскольку скорость V_0 при этом не меняет знак, с течением времени направление движения снова изменится на положительное, о чем и свидетельствует рис. 2.4б. Такие реверсивные режимы наблюдались в экспериментах [20]. Отметим, что на рассматриваемом фазовом портрете, как и на предыдущих, возможен режим, показанный траекторией 7 на рис. 2.2а, однако в отличие от предыдущих случаев, после релаксации и длительной остановки системы в ней устанавливается режим странного аттрактора. Причем после остановки системы и последующего начала движения на фазовом портрете реализуется несколько витков гораздо большего “радиуса”, чем приведенные на рис. 2.4а. Это объясняется тем, что поскольку поверхности длительное время находились в “прилипшем” состоянии, при растяжении пружины многократно увеличивается движущая упругая сила $k\Delta x$, что непосредственно после плавления приводит к большому значению ускорения и скорости движения блока, т.е. напряжения σ и производная $\dot{\sigma}$ увеличиваются.

Рисунок 2.5а построен при достаточно большом значении температуры T_e , где стрелкой на правой части рисунка показана точка, которой соответствует начало траектории (начальные условия при решении уравнения (2.18)). На рас-

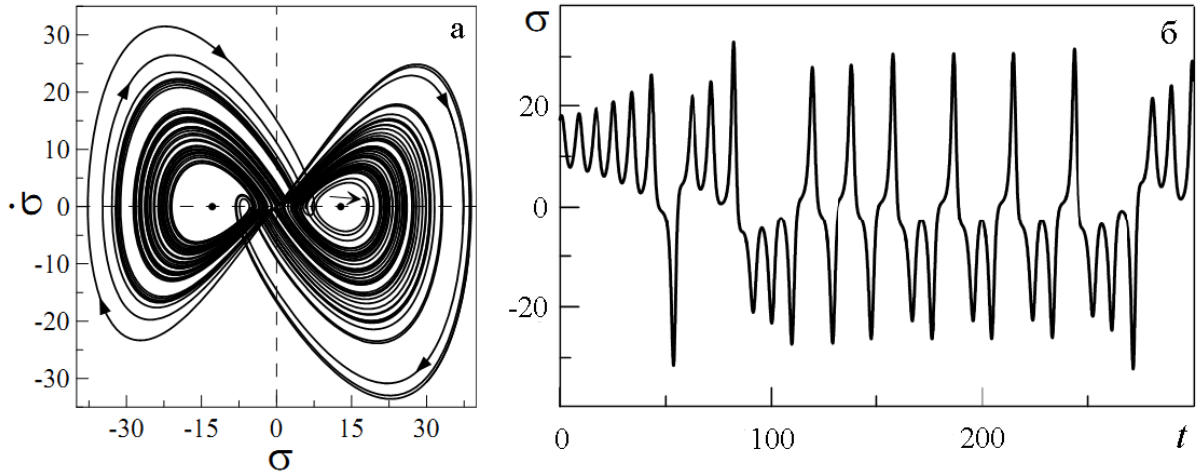


Рис. 2.5. Фазовые портреты системы (а) и временные зависимости напряжений $\sigma(t)$ (б), полученные при численном решении уравнения (2.18) при параметрах $g = 0.25$, $\tau = 3$, $\delta = 95$ и $T_e = 500$

смаатриваемом рисунке реализуются две симметричные особые точки (показаны точками на оси абсцисс), представляющие неустойчивые фокусы², в отличие от рис. 2.4а, где фокусы устойчивые. Поэтому при любых начальных условиях на рис. 2.5а устанавливается режим трения, которому соответствует реализация странного аттрактора на фазовой плоскости. Отметим, что фазовая траектория имеет вид странного аттрактора Лоренца [36, 124], и режим, устанавливающийся здесь, обладает более выраженным хаотическим поведением, чем на рис. 2.4а. Это связано с тем, что температура T_e в исходной системе уравнений представляет внешнее воздействие, т.е. при большей температуре система обладает большим запасом энергии, что в нашем случае выражается в увеличении хаотичности. Для параметров этого рисунка также характерен случай, показанный траекторией 7 на рис. 2.2а, где после продолжительной остановки и последующего движения с увеличенной скоростью устанавливается режим странного аттрактора, показанный на рис. 2.5б.

На рис. 2.6 для наглядности показана фазовая траектория, приведенная на рис. 2.5б, только в трехмерном виде в координатах $\sigma - \dot{\sigma} - \ddot{\sigma}$. Положения “крыльев” бабочки по сравнению с рис. 2.5а изменены местами (вход в аттрактор

²Абсциссы особых точек на рис. 2.5а определяются согласно соотношениям (2.10).

на рис. 2.6 виден слева). Рисунок представляет собой хорошо известную в тео-

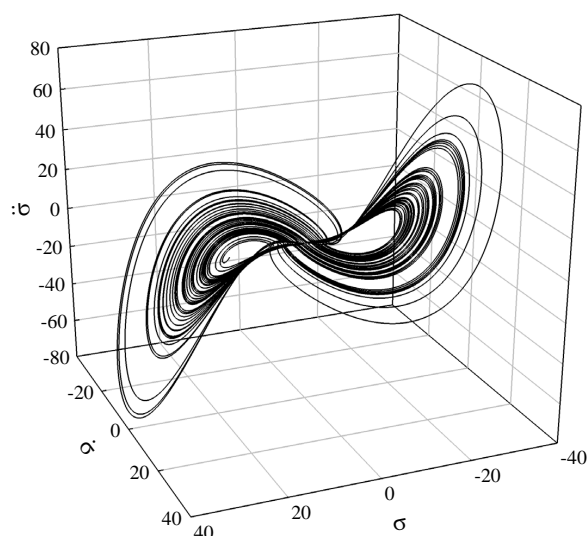


Рис. 2.6. Трехмерная фазовая траектория, показанная в проекции на рис. 2.5а.

рии хаоса “бабочку” Лоренца [36, 124]. Однако, поскольку система (2.2)–(2.4) сводится к системе Лоренца лишь формально, есть и видимые отличия. Отметим, что описанный режим чаще можно наблюдать в трибологической системе, показанной на рис. 2.1б, в то время как в системе, представленной на рис. 2.1а для реализации подобного режима необходимо выполнение специфических условий (см. описание к рис. 2.4а). Таким образом, на рис. 2.2–2.5 выделены принципиально различные режимы трения, и показано, что они могут устанавливаться в трибологических системах различных типов, т.е. модель является хотя и качественной ввиду использования при получении основных уравнений ряда приближений [120], но универсальной, поскольку при выводе основных уравнений не учитывались характеристики конкретной механической трибологической системы.

2.3. Анализ устойчивости стационарных режимов

В предыдущем подразделе было показано, что синергетическая модель позволяет описать незатухающий прерывистый режим граничного трения в детерминистическом случае, однако полученные результаты сводятся только к численному анализу и не приводятся условия, при которых устанавливается тот или иной

режим. Поэтому в данном подразделе проведено дальнейшее исследование, которое позволяет проанализировать типы устойчивости особых точек и построить фазовые диаграммы с различными режимами функционирования трибологической системы.

Будем искать решение системы дифференциальных уравнений (2.2)–(2.4) вблизи стационарного состояния в линейной форме

$$\sigma = \sigma_0 + \bar{\alpha}e^{\lambda t}, \quad (2.19)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \bar{\beta}e^{\lambda t}, \quad (2.20)$$

$$T = T_0 + \bar{\gamma}e^{\lambda t}, \quad (2.21)$$

где λ – неизвестный показатель, величины $\sigma_0, \varepsilon_0, T_0$ отвечают стационарному состоянию, а амплитуды $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ и $\bar{\gamma}$ представляют небольшие отклонения от этого состояния.

Подставляя (2.19)–(2.21) в (2.2)–(2.4) приходим к системе алгебраических уравнений

$$\bar{\alpha}\lambda e^{\lambda t} = -\sigma_0 - \bar{\alpha}e^{\lambda t} + g(\varepsilon_0 + \bar{\beta}e^{\lambda t}), \quad (2.22)$$

$$\tau\bar{\beta}\lambda e^{\lambda t} = -\varepsilon_0 - \bar{\beta}e^{\lambda t} + (T_0 + \bar{\gamma}e^{\lambda t} - 1)(\sigma_0 + \bar{\alpha}e^{\lambda t}), \quad (2.23)$$

$$\bar{\gamma}\lambda e^{\lambda t} = T_e - T_0 - \bar{\gamma}e^{\lambda t} - (\sigma_0 + \bar{\alpha}e^{\lambda t})(\varepsilon_0 + \bar{\beta}e^{\lambda t}) + (\sigma_0 + \bar{\alpha}e^{\lambda t})^2, \quad (2.24)$$

которые для нулевого порядка при $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma} \ll 1$ дают стационарные значения. Анализ последних уравнений позволяет выделить критическую температуру T_{c0} . При температуре поверхностей трения T_e меньше величины (2.9) реализуется стационарное значение

$$\sigma_0 = \varepsilon_0 = 0, \quad T_0 = T_e, \quad (2.25)$$

а при $T_e > T_{c0}$ в зависимости от начальных условий устанавливается либо значение $(\sigma_0^+, \varepsilon_0^+, T_0)$, либо $(\sigma_0^-, \varepsilon_0^-, T_0)$:

$$\sigma_0^\pm = \pm \sqrt{\frac{gT_e - 1 - g}{1 - g}}, \quad \varepsilon_0^\pm = \pm \frac{1}{g} \sqrt{\frac{gT_e - 1 - g}{1 - g}}, \quad T_0 = 1 + g^{-1}, \quad (2.26)$$

соответствующее жидкостному режиму трения смазочного материала. Таким образом, при $T_e > T_{c0}$ (2.9) наступает плавление смазки [119–121].

В первом порядке система (2.22)–(2.24) принимает вид

$$(\lambda + 1)\bar{\alpha} - g\bar{\beta} = 0, \quad (2.27)$$

$$(1 - T_0)\bar{\alpha} + (\tau\lambda + 1)\bar{\beta} - \sigma_0\bar{\gamma} = 0, \quad (2.28)$$

$$(2\sigma_0 - \varepsilon_0)\bar{\alpha} + \sigma_0\bar{\beta} + (\delta\bar{\alpha} + 1)\bar{\gamma} = 0, \quad (2.29)$$

где фигурируют стационарные значения σ_0 , ε_0 , T_0 , поэтому решение системы для T_e выше и ниже критического значения (2.9) будут отличаться. Рассмотрим сначала диапазон значений $T_e < T_{c0}$ (твердоподобная смазка). При этом реализуется стационарное состояние (2.25).

Условие разрешимости системы (2.27)–(2.29) – это равенство нулю ее детерминанта:

$$(\delta\lambda + 1) [\tau\lambda^2 + (\tau + 1)\lambda + g(1 - T_e) + 1] = 0. \quad (2.30)$$

Уравнение (2.30) имеет три корня:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-(\tau + 1) \pm \sqrt{\tau^2 + (4gT_e - 4g - 2)\tau + 1}}{2\tau}, \quad \lambda_3 = -\frac{1}{\delta}, \quad (2.31)$$

причем корень λ_3 всегда отрицательный. В ситуации с двумя другими комплексно-сопряженными корнями, действительная часть также всегда отрицательна. От вида корней зависит тип устойчивости стационарной точки (см. далее).

В жидкоподобном состоянии смазки ($T_e > T_{c0}$) реализуются стационарные значения (2.26). В этом случае в систему (2.27)–(2.29) подставляем значения (2.26), находим детерминант, и приравниваем его к нулю. Получаем кубическое уравнение

$$\lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + C = 0 \quad (2.32)$$

с коэффициентами

$$\begin{aligned} A &= 1 + \tau^{-1} + \delta^{-1}, \\ B &= \delta^{-1} + \frac{g(2 - T_e)}{\tau\delta(g - 1)}, \\ C &= \frac{2(gT_e - 1 - g)}{\tau\delta}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Запишем дискриминант уравнения (2.32):

$$\Delta = -4A^3C + A^2B^2 - 4B^3 + 18ABC - 27C^2. \quad (2.34)$$

Если $\Delta > 0$, то уравнение (2.32) имеет три различных действительных корня. Равенство нулю дискриминанта Δ означает, что два действительных корня совпадают. Если же дискриминант меньше нуля, то имеем один действительный и два комплексно-сопряженных корня.

2.3.1. Диаграммы типов устойчивости особых точек

Анализируя собственные числа (2.31) и решения уравнения (2.32), построим диаграмму с областями, характеризующимися различными значениями λ_i (рис. 2.7). Прямая, разделяющая области 1 и 5 (рис. 2.7а), находится из

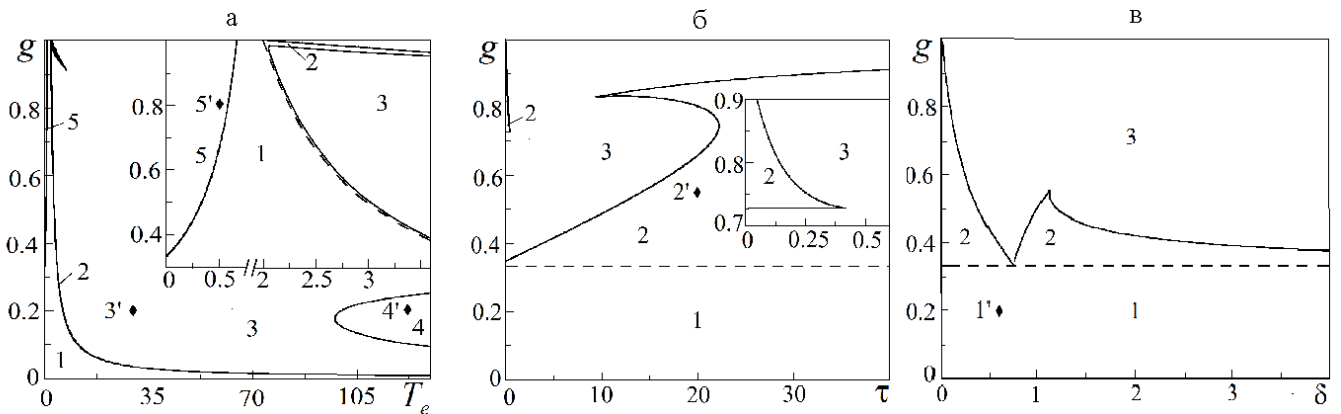


Рис. 2.7. Диаграммы типов устойчивости особых точек: а) $\tau = 3, \delta = 30$; б) $T_e = 4, \delta = 3$; в) $\tau = 3, T_e = 4$

анализа решений (2.31), поскольку в этой области $T_e < T_{c0}$. Области 1 и 2 на всех рисунках разделяются условием (2.9) (штриховая линия). Анализ дискриминанта (2.34) (уравнение $\Delta = 0$) позволяет построить кривую, отделяющую область 2 от области 3. Дополнительно введем условие $AB = C$ (см. (2.33)), которое позволяет построить линию потери устойчивости системы.³ На рис. 2.7а это кривая, разделяющая области 3 и 4. Существование комплексной части и знак λ_i

³В этом случае (2.32) может быть записано в виде $(\lambda - a)(\lambda - bI)(\lambda + bI) = \lambda^3 - a\lambda^2 + b^2\lambda - ab^2$, где a и b — действительные числа, I — мнимая единица. Приведенное условие можно представить как $AB = C$ с коэффициентами $A = -a, B = b^2, C = -ab^2$.

определяет тип особой точки при заданном наборе параметров T_e, g, τ, δ . То есть вид стационарного режима при фиксированных параметрах модели иногда можно определить заранее по значениям λ_i .

На рис. 2.7а при выбранных параметрах реализуются 5 областей. В областях 1 и 5 особая точка имеет координаты (2.25) и значения собственных чисел находятся как (2.31). Области 2, 3 и 4 построены при таких параметрах, что $T_e > T_{e0}$, и в них реализуются особые точки (2.26), а собственные числа находятся как решение уравнения (2.32).

В таблице 2.1 указаны корни уравнения (2.32), а также найденные значения собственных чисел (2.31) для параметров всех пяти областей (соответствующие точки показаны ромбами на рис. 2.7). На рис. 2.7а выделено 3 типа особых точек:

Табл. 2.1. Типы особых точек в зависимости от параметров T_e, g, τ, δ для рис. 2.7.

№	τ	δ	g	T_e	λ_1	λ_2	λ_3	Тип устойчивости
1'	3	0.6	0.2	4	-1.6667	-1.2244	-0.1089	устойчивый узел
2'	20	3	0.5	4	-1.0489	-0.2771	-0.0573	устойчивый узел
3'	3	30	0.2	30	-1.3431	$-0.0118 - 0.2816I$	$-0.0118 + 0.2816I$	устойчивый фокус
4'	3	30	0.2	120	-1.3725	$0.0029 - 0.6076I$	$0.0029 + 0.6076I$	седло-фокус
5'	3	30	0.8	0.5	-0.0333	$-0.6667 + 0.1491I$	$-0.6667 - 0.1491I$	устойчивый фокус

устойчивый узел (области 1 и 2), устойчивый фокус (области 3 и 5) и седло-фокус (область 4). Области с одинаковым типом устойчивости соответствуют разным особым точкам (твердоподобное стационарное состояние до плавления (2.25) и после плавления (2.26)). Область 2 (устойчивый узел) на рис. 2.7а очень узкая, однако разделяет области 1 и 3 на всем диапазоне выбранных значений. Для наглядности, на рис. 2.7а на вставке приведена область 2 в увеличенном масштабе с разрывом оси абсцисс. Рис. 2.7б и 2.7в построены в других координатах и имеют те же области.

2.3.2. Устойчивый узел

Для наглядности представим фазовые портреты системы для всех областей диаграммы. Для этого будем численно решать уравнение (2.18) методом Рунге-Кутты 4-го порядка точности и строить рисунки для областей диаграммы с параметрами из таблицы 2.1 (для всех пяти точек). Устойчивый узел представлен на рис. 2.8. Причем рис. 2.8а соответствует температуре $T_e < T_{c0}$, при кото-

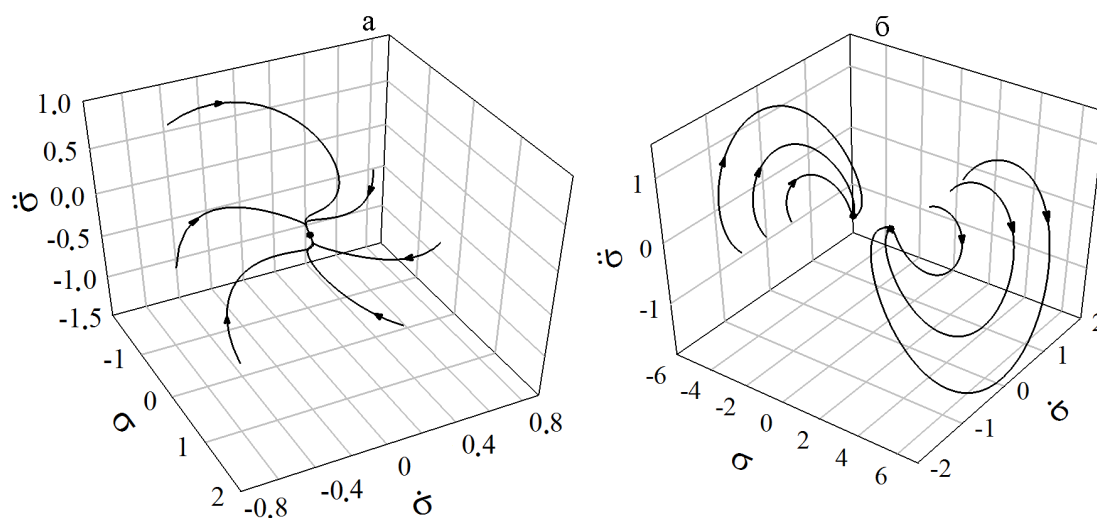


Рис. 2.8. Фазовые портреты уравнения (2.18), соответствующие параметрам точки 1' (а) и точки 2' (б)

рой реализуется одна стационарная точка (2.25) (область 1). Этот случай соответствует затвердеванию смазки со временем. Рис. 2.8б отвечает температуре $T_e > T_{c0}$. При такой температуре уже реализуются две симметричные особые точки (2.26) (область 2), отвечающие жидкоподобной смазке. Из вида траекторий на рис. 2.8а следует, что до установления стационарного состояния (остановка системы) реализуется аperiodический переходной режим, в котором напряжения релаксируют к устойчивому значению $\sigma = 0$, отвечающему твердоподобной структуре смазки. В этом случае движущийся блок, показанный на рис. 2.1, со временем останавливается. Это может осуществляться при значении скорости $V_0 = 0$ для случая, показанного на рис. 2.1а. Также эта ситуация характерна для трибологической системы (рис. 2.1б), при значении скорости $V_0 = 0$, если нижний блок изначально находится в неравновесном состоянии (пружина либо

сжата, либо натянута). На рис. 2.8б обе особые точки эквивалентны и, как и на рис. 2.8а, представляют устойчивые узлы. Однако здесь при всех выбранных начальных условиях с течением времени устанавливается движение с постоянной скоростью. Такая ситуация соответствует трибологической системе, показанной на рис. 2.1а при значении $V_0 \neq 0$. Заметим, что значение $\sigma < 0$ характеризует отрицательную скорость движения трущейся поверхности, т.е. реверсивное движение.

2.3.3. Устойчивый фокус

Сходимость в виде устойчивого фокуса также представлена двумя областями — 3 и 5, где соответственно реализуются особые точки (2.26) и (2.25). При параметрах области 5 (рис. 2.9а) температура меньше температуры плавления, поэтому траектории фазового портрета будут сходиться к особой точке (2.25). Фазовый портрет, изображенный на рис. 2.9б, имеет параметры области 3, по-

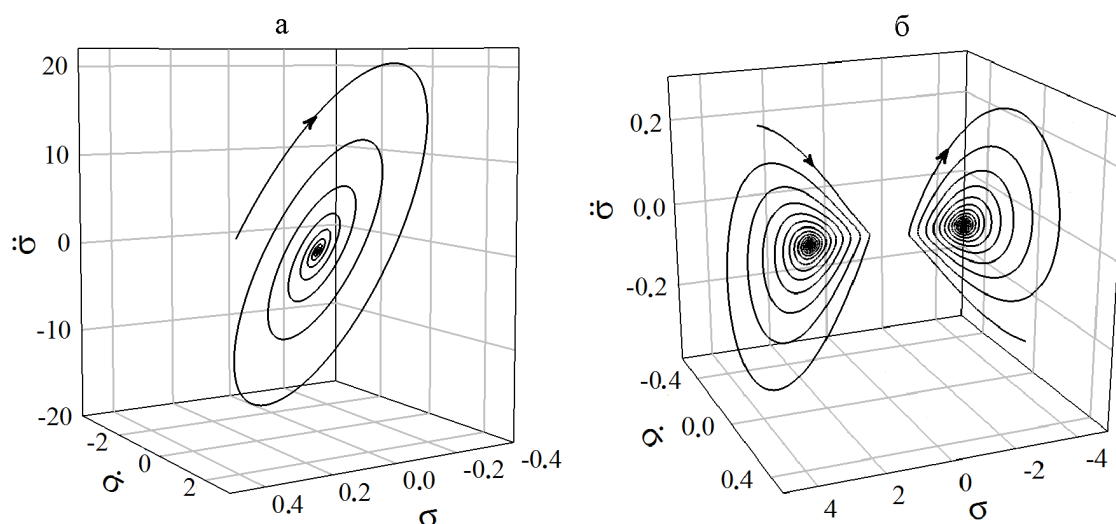


Рис. 2.9. Фазовые портреты, полученные при решении уравнения (2.18) при параметрах точки 5' (а) и 3' (б)

этому соответствует расплавленной смазке (реализуются две ненулевые особые точки). Для данного типа устойчивости, в системе трения, рассматриваемой в данной работе, до установления движения с постоянной скоростью (рис. 2.9б)

или остановки (рис. 2.9а) реализуются продолжительные колебания, а при некоторых параметрах траектории не сходятся к особым точкам, а реализуется хаотический режим [37], для выяснения особенностей которого необходимо проводить дополнительный анализ. В случае, показанном на рис. 2.9а, движущийся блок (рис. 2.1а), со временем также останавливается, как и на рис. 2.8а. Также эта ситуация описывает поведение системы, показанной на рис. 2.1б, при $V_0 = 0$, когда изначально нижний блок не находится в состоянии равновесия, т.е. пружина либо сжата, либо натянута. Когда с течением времени устанавливается движение с постоянной скоростью (рис. 2.9б), ситуация соответствует трибологической системе, показанной на рис. 2.1а при значении $V_0 \neq 0$.

2.3.4. Седло-фокус

Сходимость в виде седло-фокус может иметь свойства либо седла, либо фокуса для определенного набора параметров из области. Фазовый портрет, изображенный на рис. 2.10а, характеризуется двумя симметричными особыми точками, представляющими неустойчивые фокусы. Рисунок 2.10б (стационарный режим

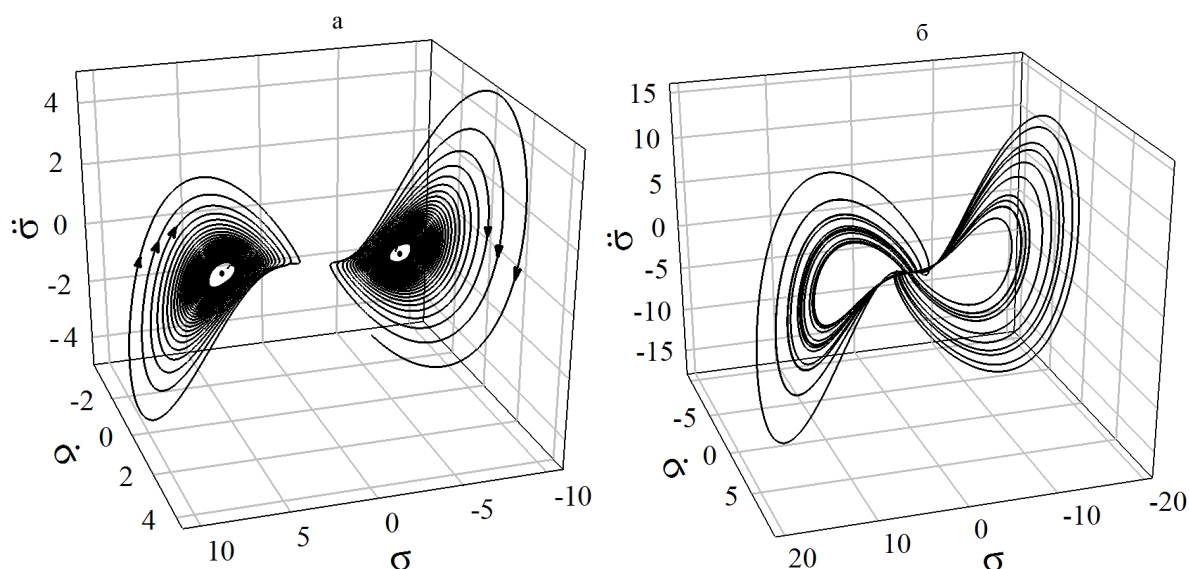


Рис. 2.10. Фазовые портреты уравнения (2.18) при параметрах точки 4': (а) вблизи особых точек; (б) стационарный режим

режим рис. 2.10а) можно сравнить с хорошо известной в теории хаоса “бабочкой”

Лоренца [36, 124]. Рассматриваемая область диаграммы соответствует условию (2.26). В ней не наблюдается установление движения с постоянной скоростью, со временем система начинает функционировать в хаотическом режиме, где происходят постоянные фазовые переходы между твердоподобным и жидкоподобным состояниями смазки. Отсутствие периодичности во времени соответствует реализации детерминистического хаотичного режима [37], иными словами представляет странный аттрактор. Такое поведение трибологической системы, показанной на рис. 2.1б, будет наблюдаться, если за счет внешнего воздействия изменяется направление движения, что соответствует изменению знака скорости движения трущегося блока. В системах, аналог которых приведен на рис. 2.1а, рассматриваемый хаотический режим реализуется при больших значениях V_0 за счет того, что при “прилипании” поверхностей ($\sigma = 0$) пружина успевает сильно натянуться, и при дальнейшем плавлении смазки блок проскальзывает на определенное расстояние, а пружина при этом сжимается, что обеспечивает изменение направления движения. За счет этого некоторое время может наблюдаться движение блока в обратном направлении [37].

Выводы к разделу 2

1. Показано, что используя синергетическую модель граничного трения можно описывать поведение трибологических систем различных типов. Описан режим прерывистого движения, часто наблюдаемый в экспериментах. В таком режиме происходят последовательные фазовые переходы между структурными состояниями смазочного материала. Исследование позволяет расширить полученные ранее результаты в рамках синергетической модели, поскольку описанный прерывистый режим имеет детерминистическую природу, чего не было показано ранее, однако имеет место в многочисленных экспериментах по исследованию процессов граничного трения.

2. Показано, что с ростом температуры поверхностей трения в системе усиливается хаотичность, а при превышении температурой критического значения система выходит на режим, описываемый аттрактором Лоренца. В широком

диапазоне параметров реализуется реверсивное движение трущихся поверхностей. Показано, что во всех рассматриваемых режимах в определенном диапазоне начальных условий проявляется однотипный переходный режим, состоящий в наличии затухающих колебаний и последующем “прилипании” поверхностей на длительное время, после чего устанавливается стационарный режим движения. При начальных условиях вне указанного диапазона переходной режим определяется параметрами системы.

3. В ходе анализа найдены стационарные режимы, которые соответствуют как сухому, так и жидкостному трению. Определены области параметров, при которых устанавливается тот или иной режим функционирования трибологической системы. Кроме этого, выделены различные переходные режимы, которые могут иметь один из трех типов сходимости: устойчивый узел, устойчивый фокус или седло-фокус. Для каждого случая построены фазовые портреты и на их основе описано поведение трибологической системы.

Результаты, представленные в данном разделе, опубликованы в статьях [37, 38] и тезисах конференций [42, 43, 47, 50].

РАЗДЕЛ 3

УЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

В этом разделе исследуется пространственно неоднородный случай в рамках модели, описанной в предыдущем разделе. При реализации численной процедуры решения одномерного дифференциального уравнения в частных производных, которая позволят проследить эволюцию трибологической системы, получено и описано распределение напряжений по толщине смазки. Построены профили напряжений на разных временах и показана эволюция системы к стационарному состоянию. Прослежена зависимость этого состояния от температуры и показано, что с ростом температуры увеличивается относительная скорость сдвига трущихся поверхностей.

Проведен учет пространственной неоднородности напряжений, деформации и температуры смазочного слоя. Рассмотрено движение трущихся поверхностей во взаимно противоположных направлениях с одинаковыми скоростями, а также ситуация, когда нижняя поверхность жестко закреплена, а верхняя сдвигается с фиксированной скоростью. Получены пространственные профили напряжений, деформации и температуры в обоих случаях. Учет пространственного распределения параметров позволяет описать нетривиальное неньютоновское поведение эффективной сдвиговой вязкости смазочного материала. Проведен анализ влияния температуры поверхностей и вязкости материала на стационарный режим трения.

При описании неоднородного распределения напряжений по плоскости контакта показано, что в процессе трения образуется доменная структура с двумя типами доменов. Рассчитаны временные зависимости фрактальных размерностей получаемых распределений доменов по плоскости и показано, что существует момент времени, когда фрактальные размерности принимают минимальные значения. Выяснено, что в ходе эволюции система стремится к однородному состоянию, в котором по всей плоскости контакта реализуется одно и то же значение сдвиговых напряжений, задающее относительную скорость движения

трущихся блоков.

3.1. Учет пространственной неоднородности температуры

Пускай поверхности трения атомарно-гладкие и не содержат дефектов. Такие поверхности часто получают сколом слюды вдоль атомарной плоскости [16]. Пусть смазка однородна и состоит из неполярных квазисферических молекул (например, молекул октаметилциклотетрасилоксана $C_8H_{24}O_4Si_4$ [16]), которые способны образовывать твердоподобные упорядоченные структуры, характеризующиеся наличием дальнего порядка чередования молекул. В этом случае вдоль плоскости поверхностей смазку можно считать однородной. В связи с этим далее рассматривается неоднородность только по толщине смазочного материала (координата y). Поэтому для учета неоднородности температуры уравнение (2.4) необходимо представить в виде одномерного дифференциального параболического уравнения в частных производных. Его можно легко решить численно с помощью применения явной двухслойной разностной схемы. При этом вся интересующая нас пространственно-временная область разбивается сеткой. Расчет производится от начального момента времени $t = 0$ до времени $t = t_N$, а координата при этом $y \in [0, y_M]$. Необходимые для решения начальные и граничные условия следует выбирать из физического представления задачи.

При учете неоднородности по температуре, уравнение (2.4) преобразуется к виду [25]:

$$\tau_T \dot{T} = \nabla^2 T + (T_e - T) - \sigma \varepsilon + \sigma^2. \quad (3.1)$$

В работе [25] система уравнений (2.2), (2.3), (3.1) в рамках одномодового приближения в адиабатическом пределе $\tau_\varepsilon, \tau_T \ll \tau_\sigma$ сводятся к единственному уравнению Гинзбурга-Ландау вида

$$\tau_\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \nabla^2 \sigma - \frac{\partial E}{\partial \sigma}, \quad (3.2)$$

где потенциал E задается выражением [25]

$$E = [1 + g(1 - T_e)] \frac{\sigma^2}{2} + (1 - 2g) \frac{\sigma^4}{4}. \quad (3.3)$$

Производная от потенциала E , взятая со знаком минус, дает термодинамическую силу $f(\sigma)$:

$$f(\sigma) = - [1 + g(1 - T_e)] \sigma - (1 - 2g) \sigma^3. \quad (3.4)$$

В [25] уравнение (3.2) решается аналитически точно в стационарном случае $\dot{\sigma} = 0$. Здесь приведем численную процедуру решения этого уравнения, что позволяет проследить эволюцию системы.

3.1.1. Явная двухслойная разностная схема

Уравнение (3.2) представляет одномерное параболическое уравнение. Численно его можно решать с помощью применения явной и неявной (рис. 3.1) двухслойных разностных схем. При этом вся интересующая нас пространственно-

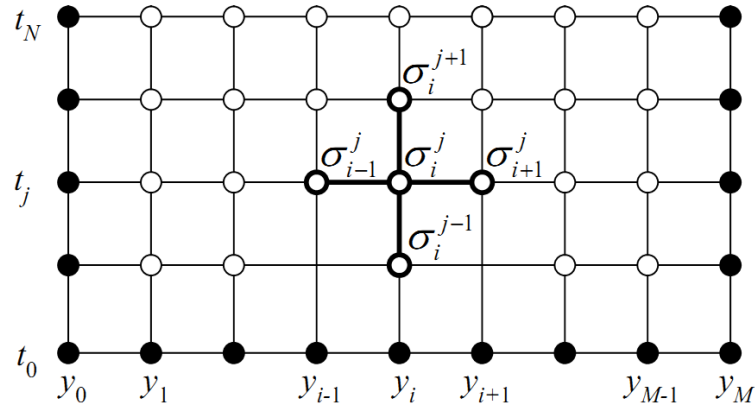


Рис. 3.1. Сетка, демонстрирующая разбиение пространства для решения дифференциального уравнения (3.2)

временная область разбивается сеткой. Расчет производится до времени t_N , а координата $y \in [0, y_M]$. Черные точки на рисунке — необходимые для решения начальные и граничные условия, выбирающиеся из физического представления задачи.

При использовании явной схемы производные аппроксимируются как показано на рис. 3.1:

$$\nabla^2 \sigma \equiv \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} = \frac{\sigma_{i+1}^j - 2\sigma_i^j + \sigma_{i-1}^j}{H^2}, \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\sigma_i^{j+1} - \sigma_i^j}{\Delta}, \quad (3.6)$$

где $\Delta = t_N/N$ – шаг по времени, $H = y_M/M$ – шаг по координате (расстояние между узлами сетки по вертикали и горизонтали).

Окончательное соотношение примет вид:

$$\sigma_i^{j+1} = \sigma_i^j + \frac{\Delta}{\tau_\sigma H^2} \left[\sigma_{i+1}^j - 2\sigma_i^j + \sigma_{i-1}^j + H^2 f(\sigma_i^j) \right], \quad (3.7)$$

где сила $f(\sigma_i^j)$ определяется выражением (3.4).

При использовании неявной схемы, вторая производная (3.5) остается неизменной, а (3.6) заменяется выражением (см. рис. 3.1):

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\sigma_i^j - \sigma_i^{j-1}}{\Delta}. \quad (3.8)$$

Выражение, с помощью которого находятся значения σ_i^j , можно представить в виде

$$\sigma_i^j - \frac{\Delta H^2 f(\sigma_i^j)}{\tau_\sigma H^2 + 2\Delta} = \frac{\tau_\sigma H^2 \sigma_i^{j-1} + \Delta[\sigma_{i+1}^j + \sigma_{i-1}^j]}{\tau_\sigma H^2 + 2\Delta}. \quad (3.9)$$

С помощью этого выражения получаем систему уравнений для всех временных слоев, где в каждом уравнении σ_i^j выражается через σ_{i+1}^j . Сила $f(\sigma_i^j)$ определяется выражением (3.4), где помимо линейного присутствует кубическое слагаемое $(\sigma_i^j)^3$. Поэтому для каждого временного слоя получаем систему кубических уравнений относительно σ_i^j , в которую линейно входит σ_{i+1}^j . Решение этой системы является трудоемким процессом, поэтому для дальнейшего анализа будем использовать только явную двухслойную разностную схему.

Система (3.7) содержит $N(M - 1)$ уравнений и позволяет найти значения σ_i^{j+1} , зная набор значений на предыдущем временном слое σ_i^j . В дополнение к (3.7) необходим набор начальных условий

$$\sigma_i^0 = \varphi_i, \quad i = 0, 1, \dots, M \quad (3.10)$$

в момент времени $t = 0$, которые дают $(M + 1)$ уравнений, а также граничные условия

$$\begin{aligned} \sigma_0^j &= \mu_j, \\ \sigma_M^j &= \nu_j, \quad j = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (3.11)$$

дающие $2N$ уравнений. Таким образом, общее количество уравнений (3.7), (3.10), (3.11) равно количеству неизвестных (узлов решетки) $(M + 1)(N + 1)$.

При движении поверхностей трения согласно уравнению (3.2) в однородном случае ($\nabla^2 \equiv 0$) устанавливается стационарное значение напряжений σ_0 , следующее из условия $\partial E / \partial \sigma = 0$ [25]:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{gT_e - g - 1}{1 - 2g}}, \quad g < 0.5. \quad (3.12)$$

Рассмотрим два наиболее распространенных случая. В первом из них верхняя поверхность движется в одну сторону со скоростью V , а нижняя с такой же скоростью сдвигается в противоположном направлении. При этом напряжения у верхней поверхности равны σ_0 , поскольку они задают скорость движения. Ввиду симметрии задачи напряжения вблизи нижней поверхности равны $-\sigma_0$, а посередине между поверхностями напряжения равны нулю. Поэтому выберем начальные условия согласно соотношению

$$\sigma_i^0 = -\sigma_0 + \frac{2i\sigma_0}{M}, \quad i = 0, 1, \dots, M, \quad (3.13)$$

а граничные — согласно

$$\begin{aligned} \sigma_0^j &= -\sigma_0, \\ \sigma_M^j &= \sigma_0, \quad j = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.14)$$

В случае, когда нижняя поверхность жестко закреплена и не двигается, а с фиксированной скоростью сдвигается только верхняя, напряжения у верхней поверхности равны σ_0 , а вблизи нижней поверхности $\sigma_0 = 0$. В этом случае начальные условия можно представить в виде

$$\sigma_i^0 = \frac{i\sigma_0}{M}, \quad i = 0, 1, \dots, M, \quad (3.15)$$

а граничные

$$\begin{aligned} \sigma_0^j &= 0, \\ \sigma_M^j &= \sigma_0, \quad j = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Будем измерять координату y в единицах толщины смазки h , тогда нижней поверхности отвечает значение $y_0 = 0$, а верхней — $y_M = 1$. Теперь система уравнений является замкнутой, и может быть решена.

3.1.2. Пространственные профили напряжений

Выберем для решения шаг временной сетки $\Delta = 10^{-6}$, а шаг по координате $H = 0.01$. Таким образом, координата делится на $M = 100$ частей. На рис. 3.2 показан результат решения уравнений, приведенных в предыдущем подразделе. Рис. 3.2а соответствует сдвигу поверхностей в противоположных направлениях (при начальных условиях (3.13) и граничных (3.14)), на рис. 3.2б сдвигается только верхняя поверхность, в нижняя покоится (при начальных условиях (3.15) и граничных (3.16)). На обоих рисунках приведены результаты для 4-х последо-

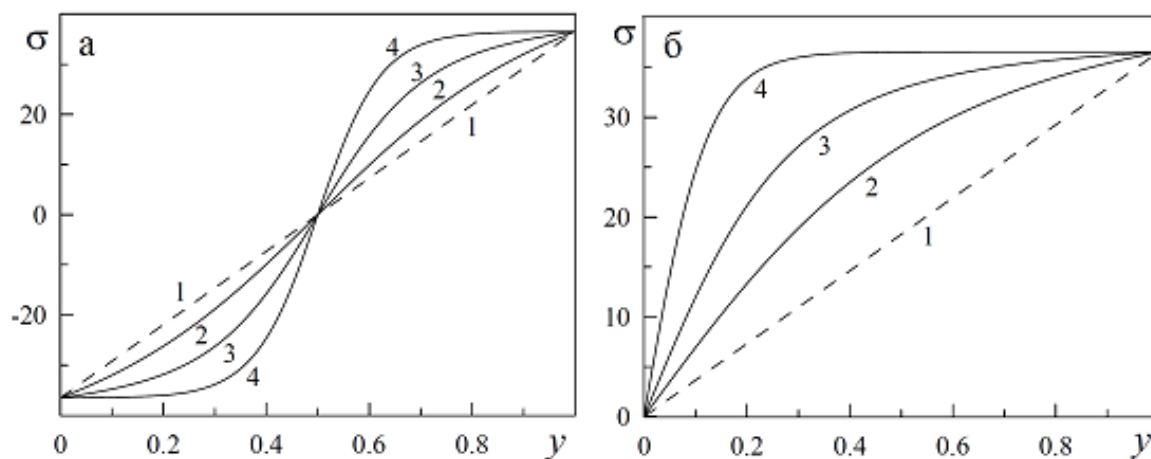


Рис. 3.2. Пространственные профили напряжений, полученные при численном решении уравнений при параметрах $g = 0.45$, $T_e = 300$, $\tau_\sigma = 0.2$, а также разных начальных и граничных условиях

вательных моментов времени. Штриховая кривая на рис. 3.2а представляет начальные условия (3.13), т.е. представляет распределение напряжений в момент времени $t = 0$. Далее приведены кривые для моментов времени на 500 временном слое, 1500 и 100000. Что при учете шага интегрирования по времени Δ дает значения $t = 0.0005, 0.0015, 0.1$. Последняя кривая с дальнейшим ростом времени

не изменяется, т.е. она представляет устанавливающееся стационарное значение распределения напряжений по толщине смазки (см. [25]).

На рис. 3.2б штриховая кривая представляет начальные условия (3.15), т.е. показывает распределение напряжений в начальный момент времени $t = 0$. Далее приведены кривые для моментов времени на 1000 временном слое, 2000 и 100000, что соответствует временам $t = 0.001, 0.002, 0.1$. Последняя кривая представляет устанавливающееся стационарное значение распределения напряжений по толщине смазки. Зависимость, полученная в [25] для стационарного распределения напряжений по форме совпадает с результатами, приведенными на рис. 3.2. Однако, поскольку тут дифференциальное уравнение решается численно, появляется возможность рассматривать временную эволюцию распределения напряжений, как это показано на рис. 3.2.

На рис. 3.3 показаны устанавливающиеся по толщине смазки профили напряжений σ при увеличивающейся температуре поверхностей T_e в двух рассматриваемых случаях (при различных начальных и граничных условиях). Рис. 3.3а соответствует начальным и граничным условиям рис. 3.2а, а рис. 3.3б построен при начальных и граничных условиях рис. 3.2б. Профили получены для 500000 временного слоя, что при выбранном Δ соответствует времени $t = 0.5$. Видно, что с ростом температуры T_e увеличиваются напряжения (3.12) на границах системы, что приводит к движению с большей скоростью V . Это, в свою очередь, приводит к более выраженной разнице между напряжениями в верхнем и нижнем координатных слоях.

3.2. Учет пространственной неоднородности напряжений, деформации и температуры

В предыдущем подразделе проводится учет пространственной неоднородности по температуре T , хотя в общем случае пространственным распределением обладают также напряжения σ и деформация ε . Такой более общий случай рассматривается в рамках этого подраздела. Введение в рассмотрение градиентных слагаемых позволяет изучить временную эволюцию основных параметров

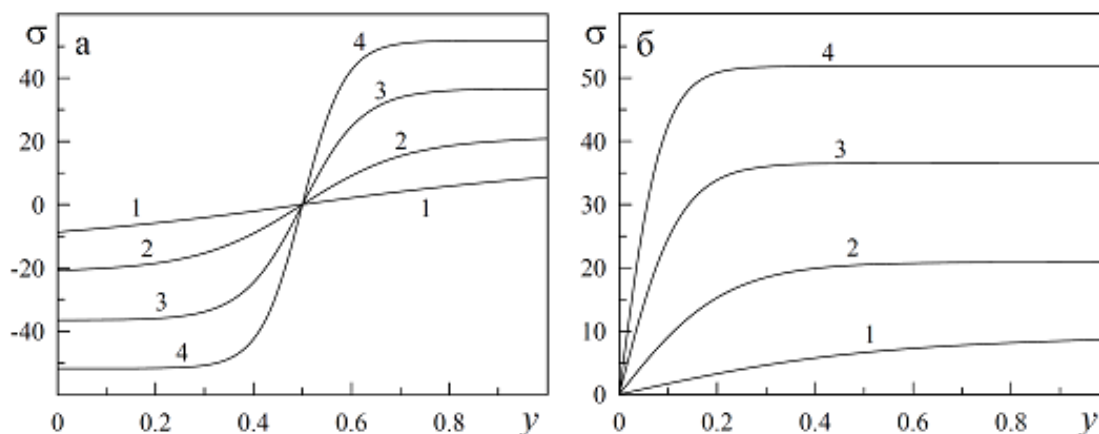


Рис. 3.3. Стационарный профиль напряжений, полученный при $T_e = 20, 100, 300, 600$: а и б — при начальных и граничных условиях рис. 3.2а и рис. 3.2б соответственно

смазки по ее толщине, что всегда имеет место, в любом эксперименте. Однако ввиду ультратонкости смазочного слоя на сегодняшний день экспериментально измеряются лишь его общие усредненные характеристики [16]: вязкость, вязкие и упругие напряжения, температуры плавления и затвердевания, и т.д. Процессы, происходящие по толщине смазки в настоящее время изучаются в основном с помощью методов молекулярной динамики [128, 129]. Например, в [129] исследуется система, состоящая из двух блоков толщиной 2 нм, между которыми помещена полимерная смазка толщиной 3 нм. Подобные модели позволяют выяснить поведение динамических параметров смазочного материала по толщине рассматриваемой системы. Так, в [130] изучается распределение напряжений по толщине смазочного слоя при сдвиге верхней и нижней поверхностей в противоположных направлениях и показано, что напряжения в нижней и верхней частях системы имеют различный знак. Такой же результат получен и в этом подразделе. При изменении градиента скорости по толщине смазки (неньютоновское поведение) будет изменяться уровень диссипации механической энергии, что приведет к неравномерному распределению температуры, т.е. по толщине смазка в одном месте может быть расплавлена, а в другом проявлять свойства твердого тела. Молекулярно-динамические модели показывают именно такое поведение, например когда выделенный атомарный смазочный слой перемещается между со-

седними слоями без разупорядочения [131]. В так называемых *stop-start* экспериментах [21] характер неоднородного распределения температуры по толщине смазки критическим образом влияет на поведение системы, поскольку “более нагретые” слои способны оставаться жидкоподобными при затвердевании основного объема смазки, обеспечивая более длительный режим скольжения. Учет неоднородного распределения напряжений, деформации и температуры по толщине смазочного материала может частично описать те или иные экспериментально наблюдаемые особенности.

3.2.1. Основные уравнения и разностная схема

Исследуем общий пространственно-неоднородный случай, описание которого становится возможным при модификации исходной системы уравнений (2.2)–(2.4) с помощью учета соответствующих градиентных вкладов [132, 133]:

$$\dot{\sigma} = D_\sigma \nabla^2 \sigma - \sigma + g\varepsilon, \quad (3.17)$$

$$\tau \dot{\varepsilon} = D_\varepsilon \nabla^2 \varepsilon - \varepsilon + (T - 1)\sigma, \quad (3.18)$$

$$\delta \dot{T} = D_T \nabla^2 T + (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2, \quad (3.19)$$

При использовании явной разностной схемы координатные производные аппроксимируются с помощью (3.5) и (3.6) как показано на рисунке 3.1. Окончательные расчетные соотношения принимают вид:

$$\sigma_i^{j+1} = \sigma_i^j + \frac{\Delta}{H^2} \left[D_\sigma \left(\sigma_{i+1}^j - 2\sigma_i^j + \sigma_{i-1}^j \right) + H^2 \left(-\sigma_i^j + g\varepsilon_i^j \right) \right] \quad (3.20)$$

$$\varepsilon_i^{j+1} = \varepsilon_i^j + \frac{\Delta}{\tau H^2} \left[D_\varepsilon \left(\varepsilon_{i+1}^j - 2\varepsilon_i^j + \varepsilon_{i-1}^j \right) + H^2 \left(-\varepsilon_i^j + \sigma_i^j T_i^j - \sigma_i^j \right) \right] \quad (3.21)$$

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \frac{\Delta}{\delta H^2} \left[D_T \left(T_{i+1}^j - 2T_i^j + T_{i-1}^j \right) \right] + \frac{\Delta}{\delta} \left[T_e - T_i^j - \sigma_i^j \varepsilon_i^j + (\sigma_i^j)^2 \right] \quad (3.22)$$

Система уравнений (3.20)–(3.22) содержит $3N(M - 1)$ уравнений и позволяет найти значения σ_i^{j+1} , ε_i^{j+1} и T_i^{j+1} , зная набор значений на предыдущем временном слое σ_i^j , ε_i^j и T_i^j . В дополнение к (3.20)–(3.22) необходим набор начальных условий в момент времени $t = 0$, которые дают $3(M + 1)$ уравнений, а также граничные

условия, дающие $6N$ уравнений. Таким образом, общее количество уравнений системы равно количеству неизвестных $3(M + 1)(N + 1)$.

При движении поверхностей трения согласно уравнениям (3.17)–(3.19) в однородном случае ($\nabla^2 \equiv 0$) устанавливаются стационарные значения напряжений σ_0 , деформации ε_0 и температуры T_0 [81]:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{gT_e - (g + 1)}{1 - g}}, \quad \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{g}, \quad T_0 = T_e. \quad (3.23)$$

Сперва рассмотрим случай, в котором верхняя трущаяся поверхность движется со скоростью V , а нижняя с такой же скоростью сдвигается в противоположном направлении. При этом напряжения, деформация и температура у верхней поверхности будут равны σ_0 , ε_0 и T_0 соответственно. Значение температуры у границы нижней поверхности также будет равно T_0 , поскольку согласно (3.23) $T_0 = T_e$, а T_e представляет температуру поверхностей трения, которые являются термостатом (внешней средой) [81], то есть их температура в процессе передачи тепла от смазки, разогретой за счет совершенной работы, не изменяется. Ввиду симметрии рассматриваемой задачи напряжения и деформация вблизи нижней поверхности будут равны $-\sigma_0$ и $-\varepsilon_0$ соответственно. Поэтому выберем начальные условия параметров по толщине смазки согласно соотношению для деформации ε и температуры T (начальные условия для напряжений σ указаны в соотношениях (3.13))

$$\varepsilon_i^0 = -\varepsilon_0 + \frac{2i\varepsilon_0}{M}, \quad T_i^0 = T_0, \quad i = 0, 1, \dots, M. \quad (3.24)$$

Граничные условия для напряжения σ записаны в (3.14), а для остальных параметров запишутся следующим образом⁴:

$$\varepsilon_0^j = -\varepsilon_0, \quad \varepsilon_M^j = \varepsilon_0, \quad T_0^j = T_M^j = T_0, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (3.25)$$

В случае, когда нижняя поверхность жестко закреплена и не двигается, а с фиксированной скоростью сдвигается только верхняя, напряжения, деформация и

⁴В (3.25) индекс j изменяется от 1, поскольку соотношения (3.24) и так уже задают граничные условия на нулевом временном слое при $j = 0$. Легко убедиться в том, что если в (3.25) j отсчитывать от нуля, ошибки не будет, поскольку в этом случае соотношения (3.24) и (3.25) продублируют на нулевом временном слое одни и те же значения.

температура у верхней поверхности будут также равны σ_0 , ε_0 и T_0 , а вблизи нижней будет выполняться равенство $\sigma_0 = \varepsilon_0 = 0$, поскольку за счет взаимодействия атомов поверхности с атомами смазочного материала нижний слой ”прилипает“ к поверхности [131]. Температура смазки у нижней границы выбирается, как и ранее, равной T_0 . В этом случае начальные условия можно представить в виде (для напряжений σ используем соотношения (3.15))

$$\varepsilon_i^0 = \frac{i\varepsilon_0}{M}, \quad T_i^0 = T_0, \quad i = 0, 1, \dots, M, \quad (3.26)$$

а граничные условия задаются соотношениями (3.16) для напряжений σ и дополнительными:

$$\varepsilon_0^j = 0, \quad \varepsilon_M^j = \varepsilon_0, \quad T_0^j = T_M^j = T_0, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (3.27)$$

При изменении координаты y в единицах толщины смазки h , как и ранее, уровню нижней поверхности отвечает значение $y_0 = 0$, а у верхней $y_M = 1$.

3.2.2. Пространственные распределения напряжений σ , деформаций ε и температуры T

Как и в предыдущем подразделе, шаг временной сетки выбирается $\Delta = 10^{-6}$, а шаг по координате $H = 0.01$, то есть координата делится на $M = 100$ частей. На рис. 3.4 и рис. 3.5 показаны результаты численного решения уравнений (3.20)–(3.22).

Причем рис. 3.4 соответствует сдвигу поверхностей трения в противоположных направлениях (используются начальные условия (3.13), (3.24) и граничные (3.14), (3.25)), а рис. 3.5 отвечает ситуации, когда сдвигается только верхняя трущаяся поверхность, в нижняя покоится (соответственно начальные условия (3.15), (3.26) и граничные (3.16), (3.27)). На обоих рисунках приведена временная эволюция пространственных распределений напряжений σ , деформаций ε , а также температуры смазки T . Кривые приведены для 4-х последовательных моментов времени. Штриховые прямые на рис. 3.4 и рис. 3.5 представляют начальные условия, т.е. описывают пространственные распределения величин в момент времени $t = 0$ ((3.13) и (3.24) – для рис. 3.4, (3.15) и (3.26)

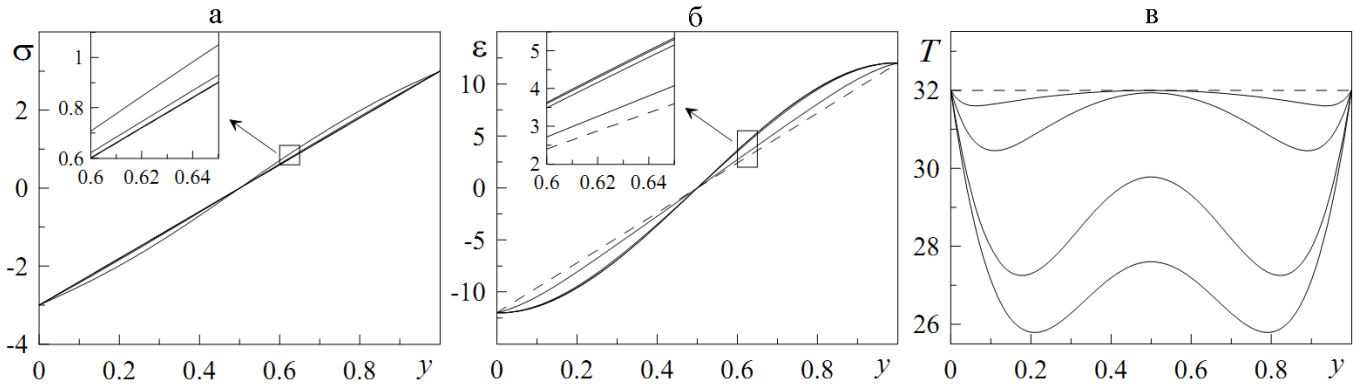


Рис. 3.4. Профили напряжений σ , деформаций ε и температуры T с параметрами $g = 0.25$, $T_e = 32$, $\tau = \delta = 0.1$, $D_\varepsilon = 0.45$, $D_\sigma = D_T = 0.05$

— для рис. 3.5). Поэтому чем дальше от штриховой линии находится кривая на рисунке, тем более позднему моменту времени она соответствует. Кривые на обоих рисунках соответствуют временам на 2000 временном слое, 10000, 80000 и 1000000. Что при учете шага интегрирования по времени $\Delta = 10^{-6}$ дает значения $t = 0.002, 0.01, 0.08, 1.0$. Последняя кривая, полученная для момента времени $t = 1.0$, на обоих рисунках с дальнейшим течением времени не изменяет вид, т.е. представляет установившиеся стационарные значения распределений соответствующих величин по толщине смазки.

Как видно из рис. 3.4, рис. 3.5 и вставок на них, напряжения с течением времени изменяются медленней, чем деформация и температура. Это связано с тем, что время релаксации напряжений выбрано в 10 раз большим, чем времена релаксации двух других параметров. В этом случае выполняется синергетический принцип соподчинения, когда изменения деформации ε и температуры T следуют за изменением напряжений (параметр порядка).⁵ Отметим, что на рис. 3.4 кривые симметричны относительно срединного слоя смазки, в области которого напряжения и деформации равны нулю. Это происходит за счет того, что трущиеся поверхности сдвигаются в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями. При этом, согласно зависимости $T(y)$, если двигаться от центра смаз-

⁵В таком случае часто используется адиабатическое приближение $\tau \dot{\varepsilon}, \delta \dot{T} \approx 0$, которое позволяет записать уравнение Ландау-Халатникова, и при его интегрировании найти явный вид синергетического потенциала, являющегося аналогом свободной энергии в термодинамике, либо потенциальной энергии в механике [34].

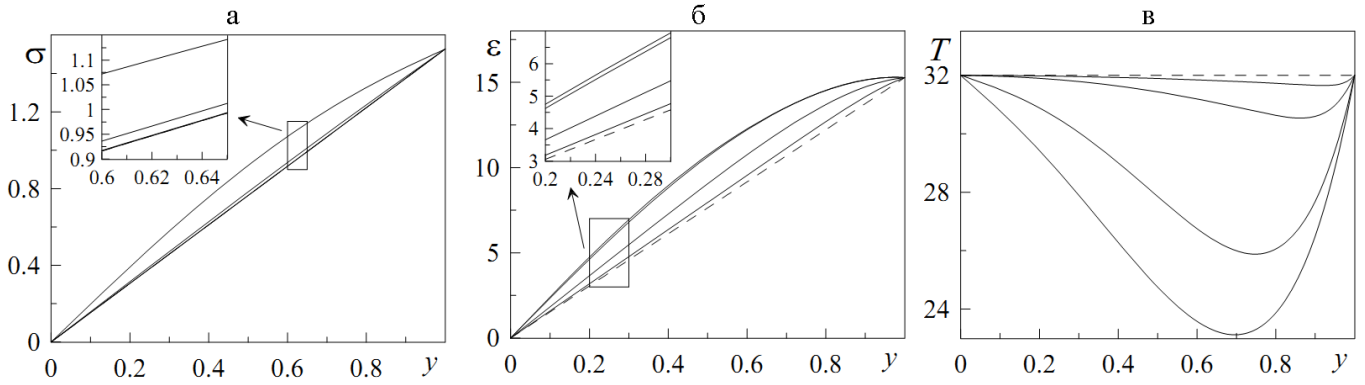


Рис. 3.5. Профили напряжений σ , деформаций ε и температуры T с параметрами рис. 3.4 и $g = 0.1$

чного слоя по направлению к любой из поверхностей (в перпендикулярном к ним направлении), температура T сначала уменьшается, а затем снова начинает увеличиваться, пока у поверхностей не примет значение T_e . Зависимости на рис. 3.5 фактически повторяют правую часть зависимостей, приведенных на рис. 3.4 при $y > 0.5$, т.е. распределения, которые наблюдаются на рис. 3.4 выше центра системы. Это вполне объяснимо, так как в случае, показанном на рис. 3.5, нижняя поверхность покоится, и возле нее реализуются значения $\sigma = \varepsilon = 0$, так же как и в срединном слое смазки на рис. 3.4. Рис. 3.4 и рис. 3.5 при различном наборе параметров D_σ , D_ε и D_T могут показывать различное поведение. Это в том числе означает, что вид кривой нагружения $\sigma(\varepsilon)$ [134] изменяется по толщине смазочного материала, т.е. смазка по толщине может показывать как режим пластического течения (скольжение), так и гуковский участок зависимости $\sigma(\varepsilon)$. В эксперименте обычно измеряются усредненные характеристики, что, как правило, не позволяет провести такой анализ [16].

Рисунки 3.4 и 3.5 показывают временную эволюцию основных параметров. Отметим, что в зависимости от начальных условий характер эволюции может быть весьма различным, но при фиксированных параметрах в итоге устанавливаются стационарные распределения величин σ , ε , T по толщине смазочного материала. Именно они и определяют устанавливающийся режим трения. На рис. 3.6 приведены стационарные распределения напряжений по толщине смазки $\sigma(y)$, полученные при параметрах рис. 3.4 и $D_\varepsilon = D_T = 0$, $D_\sigma = 0.05$. Кривые 1–4 отве-

чают температурам $T_e = 10, 50, 100, 150$ соответственно: а) начальные и граничные условия (3.13) и (3.14) для напряжений σ , (3.24) и (3.25) для деформации ε и температуры T ; б) начальные и граничные условия (3.15) и (3.16) для напряжений σ , (3.26) и (3.27) для деформации ε и температуры T . Рисунок демонстрирует

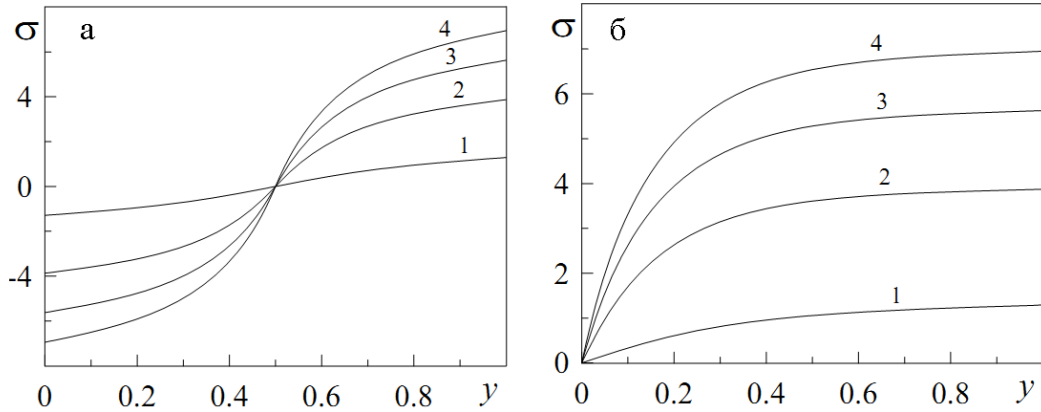


Рис. 3.6. Профили напряжений $\sigma(y)$, полученные при параметрах рис. 3.4 и $D_\varepsilon = D_T = 0, D_\sigma = 0.05$

тот факт, что с ростом температуры возрастает относительная скорость движения поверхностей, поскольку вязкость смазки уменьшается и она становится более жидкой (согласно (2.8) напряжения определяют относительную скорость сдвига поверхностей V).

На рис. 3.7 показано влияние на режим трения коэффициента D_σ при $D_\varepsilon = D_T = 0$. На этом рисунке кривые 1–3 отвечают величинам $D_\sigma = 0.01, 0.05, 0.5$ соответственно; а) начальные и граничные условия (3.13) и (3.14) для напряжений σ , (3.24) и (3.25) для деформации ε и температуры T ; б) начальные и граничные условия (3.15) и (3.16) для напряжений σ , (3.26) и (3.27) для деформации ε и температуры T . В этом случае устанавливаются такие же зависимости, как и на предыдущих рисунках. Однако стоит отметить, что при увеличении D_σ (кривая 3) распределение напряжений по толщине находится рядом с прямой линией, соответствующей начальным условиям. То есть с увеличением коэффициента D_σ смазка приобретает ньютоновские свойства, поскольку реализуется зависимость $V(y) = V_0 y/h$ (скорость V линейно нарастает от нуля у нижней неподвижной поверхности до максимального значения V_0 у верхней). На рис. 3.7б

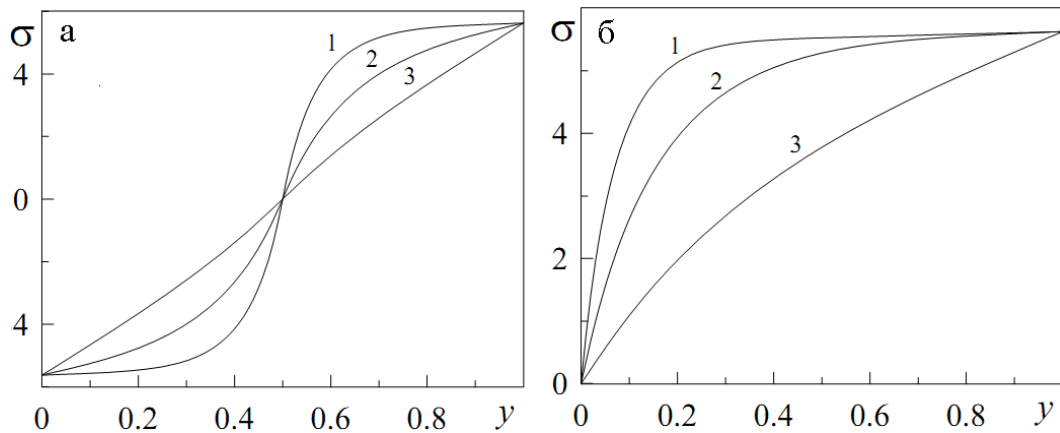


Рис. 3.7. Профили напряжений $\sigma(y)$, полученные при параметрах рис. 3.4 и $D_\varepsilon = D_T = 0, T_e = 100$

хорошо видно, что при уменьшении коэффициента D_σ вязкость становится не-ньютоновской и верхний слой смазки затвердевает, поскольку с увеличением D_σ растет толщина приповерхностного слоя, который сдвигается со скоростью, равной скорости верхней поверхности V_0 . Таким образом, вариация D_σ позволяет учитывать тип используемой смазки, варьируя ее вязкостные характеристики.

3.3. Анализ неоднородных пространственных структур, возникающих в плоскости смазочного слоя при движении трущихся поверхностей

В рамках данного подраздела будем полагать, что в уравнениях (3.17)–(3.19) $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$, где x и z – координаты по плоскости смазочного материала. Таким образом, мы учитываем неоднородность по плоскости смазки.

Для численного моделирования используется явная разностная схема с шагом дискретизации по обоим координатам $H = 0.01$ и по времени $dt = 2 \cdot 10^{-5}$. Рассмотрим квадратную плоскость контакта размером 10×10 . При этом количество точек по обоим осям $N_x = N_z = 1000$. Начальные условия по плоскости контакта представляются в виде реализации функции Бокса-Мюллера (ср. с (4.23), (5.11)):

$$\sigma_{j,k}^0 = \sqrt{2I} \sqrt{-2 \ln r_1} \cos(2\pi r_2), \quad r_i \in (0, 1], \quad (3.28)$$

где r_1, r_2 — псевдослучайные числа с равномерным распределением, а I — интенсивность стохастического источника, которая задает дисперсию $\mu = \sqrt{2I}$. Начальные распределения деформаций $\varepsilon_{i,j}^0$ и температуры $T_{i,j}^0$ выбираются аналогичным образом, только для температуры берутся абсолютные значения, поскольку она должна быть положительной. При этом для величин $\sigma_{i,j}^0$ и $\varepsilon_{i,j}^0$ начальное распределение по плоскости контакта является Гауссовым (1.11), где $\xi = \sigma, \varepsilon$. Поскольку температура T берется по абсолютному значению, она реализуется только в положительной области, и для нее вероятность (1.11) умножается на 2. Будем рассматривать бесконечные поверхности, пренебрегая краевыми эффектами, поэтому воспользуемся периодическими граничными условиями, когда система замыкается сама на себя [135].

3.3.1. Распределение напряжений σ по плоскости контакта $\sigma(x, z)$

На рис. 3.8 приведены распределения напряжений σ по плоскости контакта xz , полученные при различных значениях коэффициентов диффузии, для четырех последовательных моментов времени t . Панели рисунка, показанные по горизонтали, соответствуют последовательным моментам времени $t = 0.01, 0.1, 1.0, 10.0$. По вертикали группы горизонтальных панелей отвечают значениям коэффициентов диффузии $D_\sigma = D_\varepsilon = D_T = D = 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 1.0$ соответственно. Во

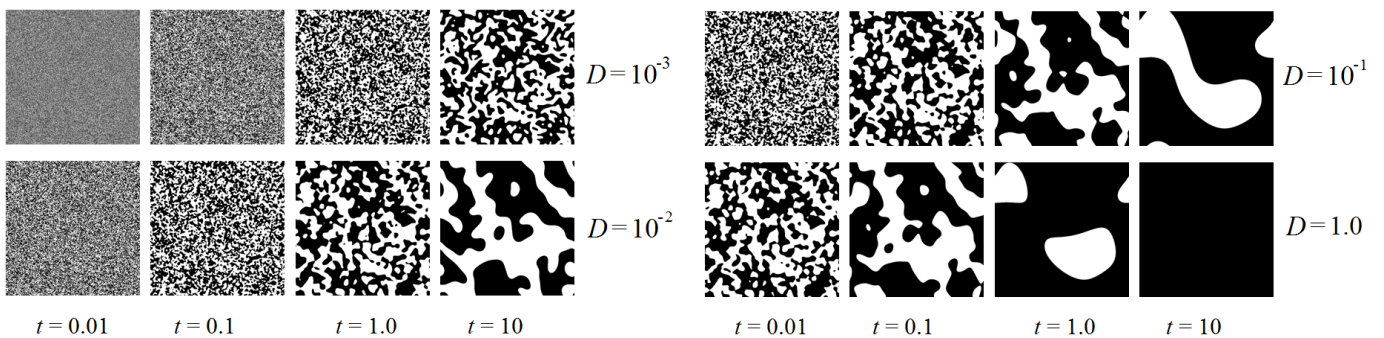


Рис. 3.8. Распределение напряжений σ по плоскости контакта $\sigma(x, z)$, полученные при численном решении уравнений (3.17) – (3.19) при параметрах $g = 0.5$, $T_e = 30$, $\tau = \delta = 1$

всех рассматриваемых случаях $D_\sigma = D_\varepsilon = D_T$. Поэтому условимся обозначать

значения всех трех коэффициентов одной общей буквой D . На рисунке показаны темные и светлые области, для темных $\sigma < 0$, для светлых $\sigma > 0$. Верхний ряд на рисунке соответствует значению $D = 10^{-3}$, где видно, что на малых временах t с равной вероятностью реализуются как темные, так и светлые участки, так как распределение $\sigma(x, z)$ при $t = 0.01$ близко к начальному распределению, которое задается формулой (1.11). С течением времени в системе образуется упорядоченная структура, состоящая из доменов с положительными и отрицательными значениями напряжений σ . Причем с ростом времени t характерные размеры обоих типов доменов увеличиваются. На рисунке приведена эволюция распределений напряжений для 4-х значений коэффициента D . Видно, что с увеличением D система эволюционирует быстрее, и в ней в конечном итоге устанавливается ситуация, когда по всей плоскости контакта $\sigma < 0$ ($D = 1.0, t = 10$). Отметим, что все зависимости для различных D получены при одних и тех же начальных условиях $\sigma_{i,j}^0, \varepsilon_{i,j}^0, T_{i,j}^0$, что позволяет проследить влияние коэффициента D на поведение системы. Из характера рисунков и анализа полученных распределений $\sigma(x, z)$ следует, что при всех выбранных D система стремится к однородному состоянию, когда по всей плоскости напряжения одинаковы. Такая ситуация соответствует движению верхней трущейся поверхности с фиксированной скоростью, поскольку величина напряжений σ согласно (2.8) задает относительную скорость трущихся блоков.

Рассмотрим для упрощения исходную систему (3.17)–(3.19) в адиабатическом пределе

$$\tau_\sigma \gg \tau_\varepsilon, \tau_T \quad (3.29)$$

при $D_\sigma = D_\varepsilon = D_T = 0$. В этом случае согласно (2.5) можно положить $\delta = \tau = 0$, что позволяет исходную систему представить единственным уравнением для параметра порядка в виде уравнения Ландау-Халатникова [81]:

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\frac{\partial V}{\partial \sigma}, \quad (3.30)$$

которое задается синергетическим потенциалом $V(\sigma)$ [24]:

$$V = \frac{1}{2}(1 - g)\sigma^2 + g \left(1 - \frac{T_e}{2}\right) \ln(1 + \sigma^2), \quad (3.31)$$

являющимся в механике аналогом потенциальной энергии (либо свободной энергии в термодинамике). Потенциал (3.31) обладает двумя симметричными минимумами (см. рис. 3.9), задающими стационарные значения напряжений (2.10), ко-

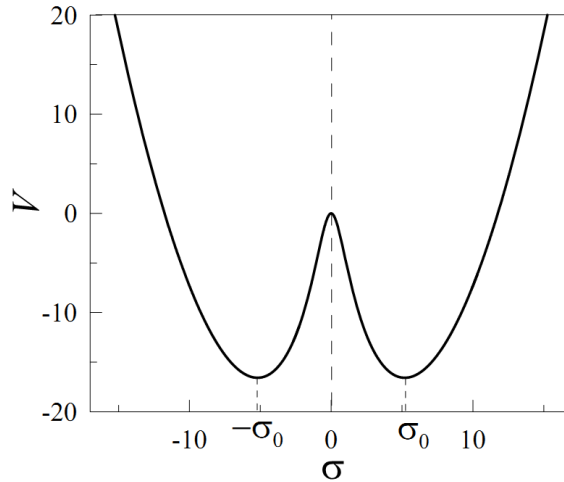


Рис. 3.9. Зависимость синергетического потенциала $V(\sigma)$ (3.31) при параметрах $g = 0.5$, $T_e = 30$

торые увеличиваются по абсолютному значению с ростом температуры T_e (согласно (2.8) при этом увеличивается скорость проскальзывания трущихся блоков). При параметрах рис. 3.8 и рис. 3.9 стационарное значение (2.10) составляет $\sigma_0^\pm \approx \pm 5.1962$. В случае $D = 1.0$ на временах $t > 30$ по всей области контакта как раз реализуется значение $\sigma_0 \approx -5.1962$. Отметим, что согласно структуре уравнений (3.17)–(3.19) в ситуации, когда смазка имеет однородную структуру и ее состояние по всей области контакта характеризуется одним значением σ_0 , влияние пространственных производных нивелируется, и устанавливается стационарное состояние, описываемое формулой (2.10). Однако, как видно из рис. 3.8, релаксация системы к стационарному состоянию при малом значении коэффициента D может занимать довольно существенное время, поэтому влияние неоднородности в данном подходе нельзя игнорировать.

Согласно зависимости $V(\sigma)$ (3.31), приведенной на рис. 3.9, поведение системы, показанное на рис. 3.8, можно пояснить следующим образом. Начальные условия по плоскости контакта выбираются случайным образом, причем равновероятно присутствуют как положительные, так и отрицательные значения на-

пряжений σ . В итоге в области одних участков контакта чаще встречаются отрицательные значения напряжений, в области других — положительные. Из первых будут формироваться домены со значением $\sigma < 0$, которые отвечают левой ветке потенциала на рис. 3.9, из вторых — домены со значением $\sigma > 0$ (правая ветка $V(\sigma)$). В связи с этим на эволюцию системы сильно влияет набор начальных условий.

Выводы к разделу 3

1. Проведен анализ одномерного параболического уравнения с помощью численных методов. С помощью явной двухслойной разностной схемы проведен численный анализ и построены рисунки профилей напряжений, которые отображают различные временные слои и устанавливающееся стационарное состояние. Также проведен анализ зависимости стационарного распределения напряжений в смазке в зависимости от значения температуры поверхностей трения.

2. Проведен учет пространственной неоднородности напряжений, деформации и температуры по толщине смазки. Получены пространственные профили напряжений, деформации и температуры на различных временах. Показано, что в рассмотренных ситуациях с течением времени устанавливается стационарное распределение напряжений, а также деформации и температуры по толщине смазки. Стационарные значения напряжений и деформации в направлении к поверхностям трения монотонно нарастают, в то время как координатная зависимость температуры имеет немонотонный вид с ярко выраженным минимумом. Показано, что вариацией параметров, отвечающих за вклад градиентных членов, возможно изменять характеристики вязкости смазки, в том числе описывать ньютоновское поведение, а также случай, в котором верхний слой смазки затвердевает и движется вместе с поверхностью как единое целое.

3. Проведен учет пространственной неоднородности основных параметров модели по плоскости смазочного слоя. Показано, что в рассматриваемом случае по плоскости контакта формируются два сорта доменов — с положительными и отрицательными значениями напряжений. Рассмотрена временная эволюция до-

менной структуры и показано, что с течением времени смазка становится однородной, и по всей плоскости контакта реализуется одно и то же значение сдвиговых напряжений, которое задает относительную скорость движения трущихся блоков. Показано, что возможно подобрать параметры, при которых система быстро эволюционирует к стационарному состоянию, и наоборот, когда наблюдается медленная релаксация. В работе рассмотрена ситуация, когда система с течением времени становится однородной, однако возможно подобрать параметры, при которых будет реализоваться режим хаоса, в котором доменная структура будет постоянно изменять свой вид с течением времени, и стационарный режим движения устанавливаться не будет. Полученные результаты могут быть использованы как для объяснения конкретных экспериментов, так и в методологических целях, например при анализе системы Лоренца, к которой формально сводится система уравнений, представленная в данной работе.

Результаты, представленные в данном разделе, опубликованы в статьях [39, 41], статье в материалах конференции [45] и тезисах конференций [48, 50, 51].

РАЗДЕЛ 4

ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИОННОГО ДЕФЕКТА МОДУЛЯ СДВИГА НА РЕЖИМ ТРЕНИЯ

В данном разделе при учете деформационного дефекта модуля сдвига проанализировано влияние аддитивных флуктуаций напряжений, деформации и температуры на процесс плавления смазочного материала, зажатого между двумя атомарно-гладкими твердыми поверхностями при их взаимном перемещении. Исследовано влияние параметров системы на фазовую диаграмму, где интенсивность шума температуры и температура поверхностей трения определяют области сухого, жидкостного и прерывистого трения. Построены зависимости эффективного потенциала и распределения вероятностей от величины напряжений, вид которых определяет режим трения. Также исследуется влияние деформационного дефекта модуля сдвига смазочного материала на характер самоподобного поведения временных рядов напряжений при наличии в системе аддитивных некоррелированных флуктуаций.

4.1. Основные уравнения

При учете деформационного дефекта модуля сдвига и влияния аддитивных некоррелированных флуктуаций основные уравнения (2.2)–(2.4) переписутся в виде [81, 136]:

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma + g(\sigma)\varepsilon + \sqrt{I_\sigma}\xi_1(t), \quad (4.1)$$

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T - 1)\sigma + \sqrt{I_\varepsilon}\xi_2(t), \quad (4.2)$$

$$\tau_T \dot{T} = (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2 + \sqrt{I_T}\xi_3(t). \quad (4.3)$$

Тепловое среднеквадратическое отклонение молекул (атомов) в отсутствии сдвига можно определить из равенства $\langle u^2 \rangle = T/Ga$ [60], где $a \sim 1$ нм соответствует постоянной решетки или межмолекулярному расстоянию, а G — это модуль сдвига. Сдвиговое среднее значение смещения отвечает уравнению

$\langle u^2 \rangle = \sigma^2 a^2 / G^2$. Сумма этих выражений представляет полное среднеквадратичное смещение при условии независимости тепловых флуктуаций и напряжений. Это значит, что процесс плавления смазки может быть вызван как повышением температуры, так и влиянием напряжений, которые создаются поверхностями трения. Таким образом, можно независимо рассматривать флуктуации деформации и тепловые флуктуации.

В уравнении (4.1) введена функция [81, 136]

$$g(\sigma) = g_\theta \left(1 + \frac{\theta_1^{-1} - 1}{1 + |\sigma/\alpha_1|^\beta} \right), \quad (4.4)$$

учитывающая деформационный дефект модуля сдвига, описывающий переход режима упругой деформации в пластическую. В стационарном случае $\dot{\sigma} = 0$ в отсутствие шума уравнение (4.1) приводит к зависимости

$$\sigma = g(\sigma)\varepsilon, \quad (4.5)$$

представляющую кривую нагружения [134, 136], вид которой определяет стационарный режим трения⁶. Для дальнейшего анализа нам также понадобится производная от записанного выражения:

$$g'(\sigma) \equiv \frac{dg(\sigma)}{d\sigma} = \frac{-g_\theta \beta |\sigma|^\beta (\theta_1^{-1} - 1)}{\sigma \alpha_1^\beta \left(1 + |\sigma/\alpha_1|^\beta \right)^2}. \quad (4.6)$$

В (4.4), (4.6) прямые скобки означают то, что напряжения σ берутся по абсолютному значению, поскольку $\alpha_1 > 0$. Для четных β это условие удовлетворяется автоматически. На рис. 4.1 изображены зависимости (4.5) при различных значениях β . Кривые 1–5 на рисунке отвечают значениям $\beta = 1, 2, 3, 4, 5$, причем кривые 2–4 расположены по очереди между показанными цифрами кривыми 1 и 5. Рис. 4.1а отвечает значению $\theta_1 = 0.02$ и на нем видно, что увеличение β приводит к увеличению угла наклона кривой $\sigma(\varepsilon)$ на гуковском участке, а также к уменьшению наклона на участке пластического течения. Таким образом, с ростом β переход между сухим и жидкостным режимами трения становится более

⁶На гуковском участке смазка твердоподобна и реализуется сухое трение, участок пластического течения отвечает жидкоподобной смазке и режиму скольжения [136].

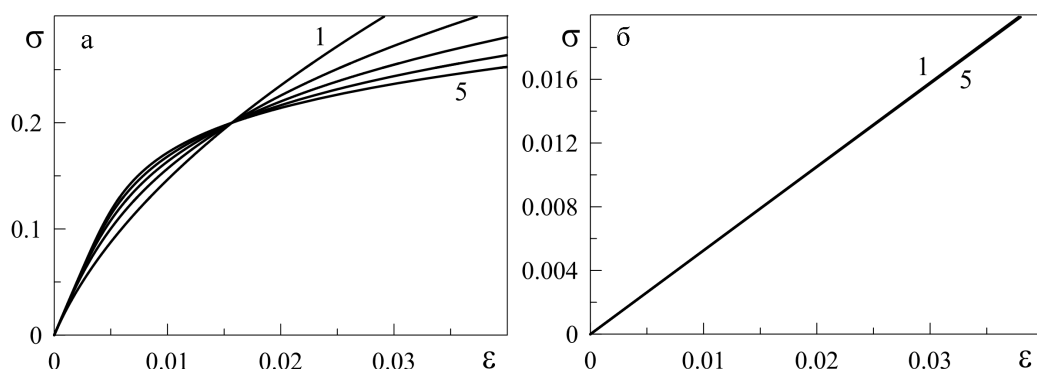


Рис. 4.1. Зависимость (4.5) при параметрах $g_\theta = 0.5$, $\alpha_1 = 0.2$: а) $\theta_1 = 0.02$; б) $\theta_1 = 0.95$

выраженным. Поскольку введенный в рассмотрение параметр β является феноменологическим, его вариации позволяют применить данную модель к описанию конкретных экспериментов, где наблюдается то или иное поведение. Рис. 4.1б построен при $\theta_1 = 0.95$ и показывает, что с ростом параметра θ_1 величина β не оказывает существенного влияния на вид стационарной зависимости $\sigma(\varepsilon)$, поскольку кривые для всех пяти значений β на рисунке практически ложатся на одну линию. Однако, поведение системы не ограничивается видом кривой $\sigma(\varepsilon)$. Как будет показано далее, величина β даже при $\theta_1 = 0.95$ критическим образом влияет на вид фазовой диаграммы, которая показывает кинетические режимы трения. Отметим, что согласно значениям на осях на рис. 4.1б на всей показанной области реализуется участок пластического течения. Поэтому далее стационарные напряжения $\sigma_0 = 0$ отвечают твердоподобной смазке, а при $\sigma_0 \neq 0$ смазка жидкоподобна [81, 136].

Графические зависимости $g(\sigma)$ и $g'(\sigma)$ при фиксированных параметрах модели приведены на рис. 4.2а, из которого видно, что функция $g(\sigma)$ одинаково описывает особенность как для положительной, так и для отрицательной области напряжений, что является ключевым моментом, поскольку напряжения пропорциональны скорости сдвига (1.3) и их знак указывает на одно из возможных направлений движения верхней поверхности трения, которые эквивалентны. Производная $g'(\sigma)$ соответствует виду $g(\sigma)$. Причем указанная производная равна нулю в областях $|\sigma| \ll 1$ и $|\sigma| \gg 1$, где функция $g(\sigma) = \text{const}$. Это связано с

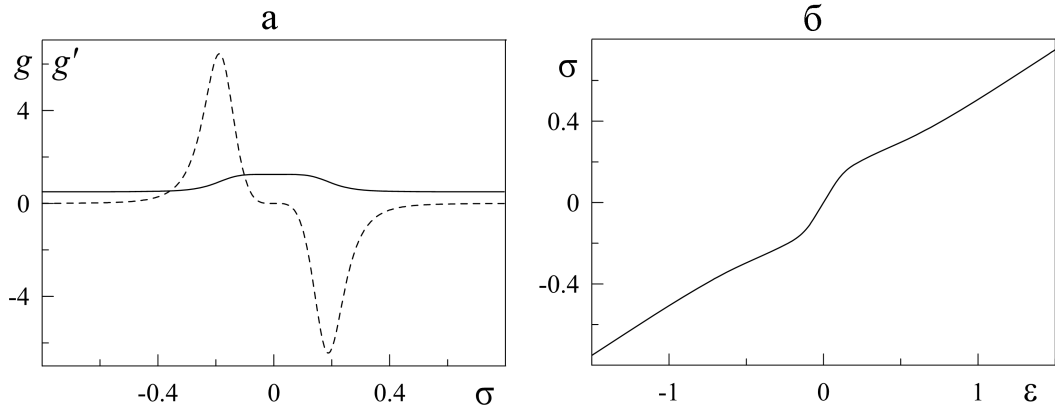


Рис. 4.2. а) Графические зависимости $g(\sigma)$ (4.4) (сплошная линия) и $g'(\sigma)$ (4.6) (штриховая линия); б) Кривая нагружения $\sigma(\varepsilon)$ (4.5). Рисунки построены при параметрах рис. 4.1 и $\theta_1 = 0.4$, $\beta = 5$

тем, что при малых напряжениях функция $g(\sigma)$ описывает гукowskiй участок кривой нагружения (4.5) (см. рис. 4.2б) с постоянным наклоном g_θ/θ_1 , а при возрастании напряжений реализуется более пологий участок пластического течения, характеризуемый значением наклона g_θ .

4.2. Уравнение Фоккера-Планка и стационарные состояния

В уравнениях (4.1)–(4.3) для учета влияния флуктуаций основных параметров введены δ – коррелированные стохастические гауссовские источники $\xi_i(t)$ с интенсивностями I_σ , I_ε и I_T . Моменты функций $\xi_i(t)$ определяются следующим образом [81, 89]:

$$\langle \xi_i(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi_i(t) \xi_j(t') \rangle = 2\delta_{ij}\delta(t - t'). \quad (4.7)$$

В дальнейшем будем использовать метод, описанный в [89]. В рамках адиабатического приближения $\tau_\sigma \gg \tau_\varepsilon, \tau_T$ в уравнениях (4.2), (4.3) можно положить $\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} \approx 0$, $\tau_T \dot{T} \approx 0$. Учитывая это, (4.1) принимает вид уравнения Ланжевена (поэтапный переход см. в [81, 89]):

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = f(\sigma) + \sqrt{I(\sigma)}\xi(t), \quad (4.8)$$

где обобщенная сила $f(\sigma)$ и эффективная интенсивность шума $I(\sigma)$ задаются выражениями [81]:

$$f(\sigma) = -\sigma + \sigma g(\sigma) \left(1 - \frac{2 - T_e}{1 + \sigma^2}\right), \quad (4.9)$$

$$I(\sigma) = I_\sigma + \frac{g^2(\sigma)}{(1 + \sigma^2)^2} (I_\varepsilon + I_T \sigma^2). \quad (4.10)$$

В общем случае уравнению (4.8) может соответствовать множество форм уравнения Фоккера-Планка (УФП). В данной работе используется исчисление Стратоновича, поскольку оно позволяет автоматически учитывать корреляции на малых временах, присущие практически всем физическим системам. Соответствующее УФП записывается в виде [33, 35]

$$\tau_\sigma \frac{\partial P(\sigma, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \sigma} [f(\sigma) P(\sigma, t)] + \frac{\partial}{\partial \sigma} [\sqrt{I(\sigma)} \frac{\partial}{\partial \sigma} \sqrt{I(\sigma)} P(\sigma, t)]. \quad (4.11)$$

Со временем распределение решений (4.8) становится стационарным, и его явный вид может быть найден из (4.11) при $\partial P(\sigma, t)/\partial t = 0$:

$$P(\sigma) = Z^{-1} \exp\{-U(\sigma)\}, \quad (4.12)$$

где эффективный потенциал задается выражением [81]

$$U(\sigma) = \frac{1}{2} \ln I(\sigma) - \int_0^\sigma \frac{f(\sigma')}{I(\sigma')} d\sigma'. \quad (4.13)$$

Точки экстремума распределения (4.12) (потенциала (4.13)) определяются условием $dU/d\sigma = 0$, которое приводит к уравнению $dI/d\sigma - 2f = 0$. Введем переобозначение $x \equiv 1 + \sigma^2$ и запишем условие экстремума в явном виде

$$\begin{aligned} [1 - g(\sigma)] x^3 + g(\sigma) [2 - T_e] x^2 - g(\sigma) \left[g(\sigma) I_T - \frac{g'(\sigma)}{\sigma} (I_\varepsilon + I_T \sigma^2) \right] x + \\ + 2g^2(\sigma) [I_T - I_\varepsilon] = 0, \end{aligned} \quad (4.14)$$

В случае $\sigma = 0$ из (4.14) получим соотношение

$$T_e = 1 + g_\theta^{-1} \theta_1 + g_\theta \theta_1^{-1} (I_T - 2I_\varepsilon) + I_\varepsilon g_\theta \alpha_1^{-\beta} \beta \sigma^{\beta-2} (\theta_1^{-1} - 1), \quad (4.15)$$

задающее границу существования нулевого стационарного решения $\sigma_0 = 0$. Исходя из уравнения (4.15), решение $\sigma_0 = 0$ не существует при значении параметра $\beta < 2$. При $\beta = 2$ (4.15) принимает вид

$$T_e = 1 + g_\theta^{-1}\theta_1 + g_\theta\theta_1^{-1}(I_T - 2I_\varepsilon) + 2I_\varepsilon g_\theta \alpha_1^{-2} (\theta_1^{-1} - 1), \quad (4.16)$$

а при $\beta > 2$ имеем

$$T_e = 1 + g_\theta^{-1}\theta_1 + g_\theta\theta_1^{-1}(I_T - 2I_\varepsilon). \quad (4.17)$$

4.3. Фазовые диаграммы кинетических режимов трения

Влияние параметра β на поведение системы отображено на фазовых диаграммах на рис. 4.3 с областями жидкостного (SF), сухого (DF), прерывистого (SS), жидкостного метастабильного и устойчивого ($MSF + SF$) трения. Рис. 4.3а отвечает случаю $\beta = 1$. При таком значении β на диаграмме наблюдае-

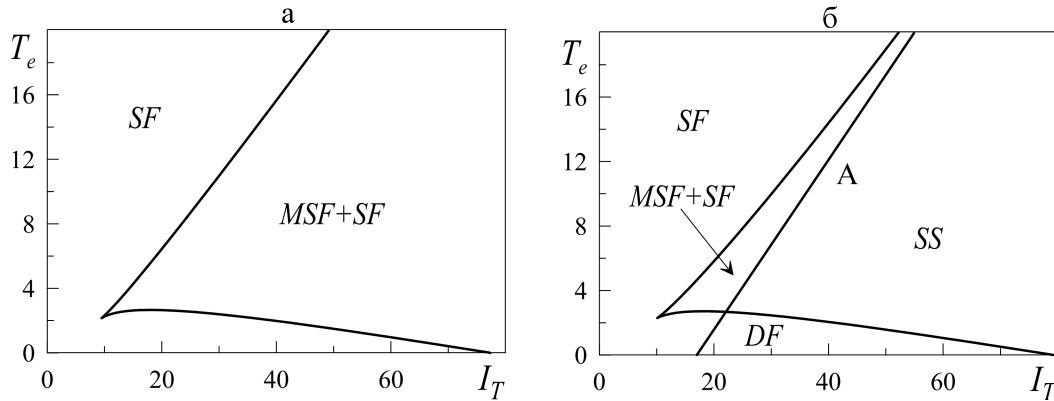


Рис. 4.3. Фазовые диаграммы при параметрах рис. 4.1б и $I_\varepsilon = 5$: а) $\beta = 1$; б) $\beta = 2$

тся жидкостный (SF) режим трения и комбинация жидкостного метастабильного с жидкостным устойчивым ($MSF + SF$) режимом. Отсутствие области сухого трения DF объясняется отсутствием нулевого стационарного решения $\sigma_0 = 0$ согласно (4.15). Поэтому нулевой максимум функции распределения $P(\sigma)$ (4.12) здесь не наблюдается. В области SF функция распределения $P(\sigma)$ имеет единственный ненулевой максимум, а область $MSF + SF$ характеризуется сосуществованием двух ненулевых максимумов $P(\sigma)$, что отвечает прерывистому режи-

му, при котором происходят переходы между метастабильным и устойчивым жидкостным трением.

Фазовая диаграмма при $\beta = 2$ показана на рис. 4.3б. В этом случае появляется прямая А, которая задается уравнением (4.16) и дает границу существования нулевого стационарного решения $\sigma_0 = 0$. Выше этой прямой реализуются те же режимы, что и на рис. 4.3а, то есть максимум функции $P(\sigma)$ при $\sigma = 0$ отсутствует. Ниже прямой А всегда существует нулевое стационарное решение $\sigma_0 = 0$. В области сухого трения DF фазовой диаграммы наблюдается единственный максимум функции распределения при $\sigma_0 = 0$. Двухфазная область SS диаграммы характеризуется сосуществованием максимумов распределения $P(\sigma)$ при нулевом и ненулевом значениях напряжений, что соответствует реализации прерывистого (*stick-slip*) режима, в котором происходят переходы между сухим и жидкостным трением.

На рис. 4.4 представлены области жидкостного (SF), сухого (DF), прерывистого (SS), прерывистого и жидкостного ($SS + SF$) трения. При $\beta = 3$ и $\beta = 4$ фазовые диаграммы имеют только количественные различия, что иллюстрируют рис. 4.4а и рис. 4.4б соответственно. На этих рисунках, как и на

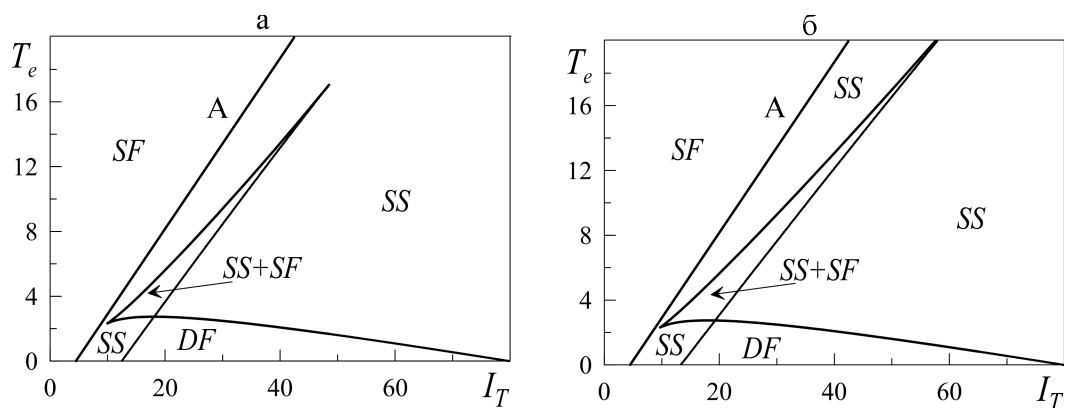


Рис. 4.4. Фазовые диаграммы при параметрах рис. 4.1б и $I_\varepsilon = 5$: а) $\beta = 3$; б) $\beta = 4$

рис. 4.3б, присутствует прямая А, которая соответствует уравнению (4.17) и поэтому проходит левее, чем на рис. 4.3б. Выше этой прямой при $\beta = 3$ и $\beta = 4$, в отличие от $\beta = 2$, находится единственная область жидкостного трения SF , то есть функция распределения $P(\sigma)$ имеет единственный ненулевой максимум. В

этом случае также отсутствует область $MSF + SF$. В то же время, ниже прямой А реализуются три различные области, в которых функция распределения $P(\sigma)$ имеет нулевой максимум — это описанные ранее области сухого DF и прерывистого SS трения, а также область прерывистого и жидкостного ($SS + SF$) трения, в которой реализуются три максимума функции распределения (нулевой и два ненулевых), что отвечает специфическому прерывистому режиму движения, в котором осуществляются переходы между устойчивым жидкостным, жидкостным метастабильным и сухим режимами трения.

Для более полного анализа системы при параметрах рис. 4.4б построены зависимости стационарных напряжений σ_0 от температуры поверхностей трения T_e (рис. 4.5) при различных значениях интенсивностей I_T . Кривая 1 отвечает зна-

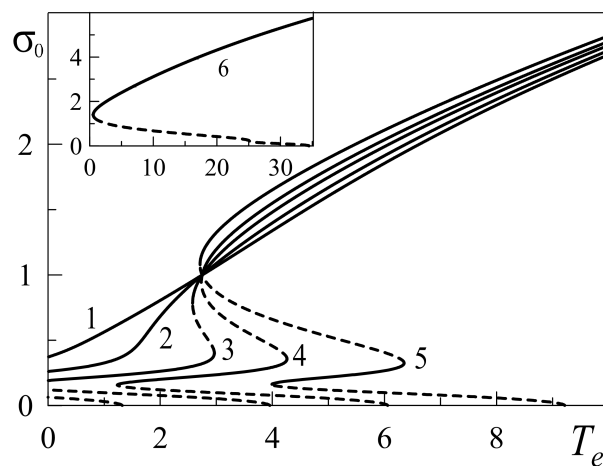


Рис. 4.5. Зависимости стационарных напряжений σ_0 от температуры поверхностей трения T_e при параметрах рис. 4.4б. Кривые 1–6 соответствуют значениям $I_T = 3, 7, 12, 16, 22, 70$

чению $I_T = 3$. Здесь при любых значениях температуры T_e стационарное значение напряжений $\sigma_0 > 0$, то есть смазка жидкоподобна, что отвечает области SF на рис. 4.4б. При значении $I_T = 7$ (кривая 2 на рис. 4.5) при T_e меньше некоторого критического значения вероятность $P(\sigma)$ (4.12) имеет нулевой (твердоподобная структура смазки) и ненулевой (жидкоподобная структура) максимумы, которые разграничены минимумом (штриховая часть кривой 2). Таким образом, до некоторого критического значения T_e реализуется прерывистый (*stick-slip*) режим, в котором происходят переходы между сухим и жидкостным трением, что соо-

ответствует области SS на рис. 4.4б. После этого значения T_e (для кривой 2) состояние смазочного материала характеризуется единственным максимумом вероятности $P(\sigma)$ при $\sigma_0 > 0$, как и в случае $I_T = 3$ (кривая 1), что соответствует области SF на рис. 4.4б. Штриховые участки зависимостей, приведенные на рис. 4.5, отвечают неустойчивым стационарным состояниям (минимумам вероятности $P(\sigma)$ (4.12), либо максимумам потенциала $U(\sigma)$ (4.13)).

Кривые 3–5 показывают одинаковое количество стационарных значений σ_0 , однако при различных значениях температуры T_e для каждой из этих кривых набор решений σ_0 будет различным. Это происходит, поскольку значения $I_T = 12, 16, 22$, при которых построены эти кривые, соответствуют сечениям на фазовой диаграмме на рис. 4.3, проходящим через различные области при увеличении температуры T_e . Кривая 6 ($I_T = 70$) отличается от кривых 3–5 отсутствием режима $SS + SF$. В этом случае сначала следует единственный нулевой максимум вероятности $P(\sigma)$ (область DF), далее идет область SS , в которой существуют два максимума вероятности (нулевой и ненулевой), а затем наблюдается единственный ненулевой максимум вероятности $P(\sigma)$ (область SF).

На рис. 4.6 показан эффективный потенциал $U(\sigma)$ (4.13) и распределение вероятности $P(\sigma)$ (4.12) при параметрах рис. 4.4б. Кривым 1–4 соответствуют

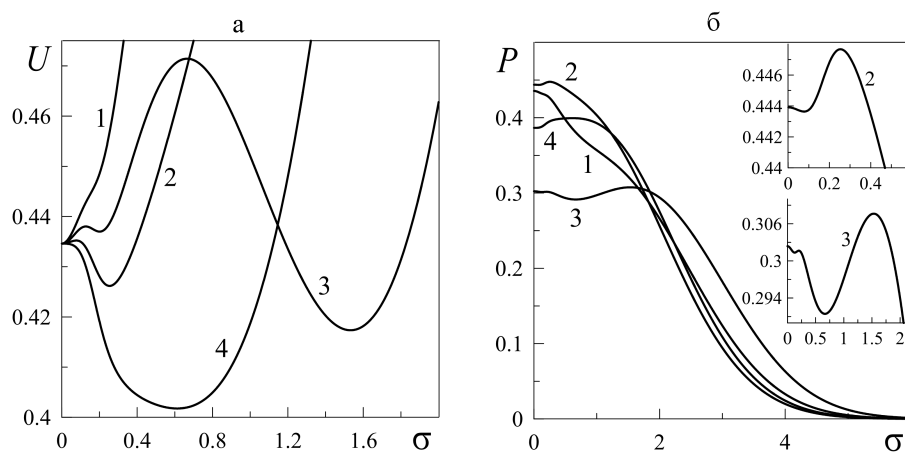


Рис. 4.6. Эффективный потенциал $U(\sigma)$ (4.13) и распределение вероятности $P(\sigma)$ (4.12) при параметрах рис. 4.4б

наборы значений $T_e = 1$ и $I_T = 20$; $T_e = 1$ и $I_T = 10$; $T_e = 3.7$ и $I_T = 20$; $T_e = 2$ и $I_T = 7.8$. Кривая 1 построена при параметрах области DF на рис. 4.4б, и имеет

единственный нулевой минимум эффективного потенциала (4.13) и единственный максимум распределения $P(\sigma)$ (4.12). Кривая 2 на рис. 4.6 построена при параметрах области SS , поэтому она имеет два максимума $P(\sigma)$ (нулевой и ненулевой), и соответственно два минимума $U(\sigma)$. При параметрах кривой 3 (область $SS + SF$) реализуется три минимума (один из которых нулевой) потенциала $U(\sigma)$ (рис. 4.6а) и три максимума распределения вероятности $P(\sigma)$ (рис. 4.6б). При параметрах области SF (кривая 4) на рис. 4.6б $P(\sigma)$ имеет единственный ненулевой максимум, что соответствует режиму жидкостного трения. Потенциал $U(\sigma)$ в этом случае имеет единственный минимум при $\sigma_0 \neq 0$.

На рис. 4.3 показаны фазовые диаграммы при фиксированных значения $I_\varepsilon = 5$ в координатах $T_e - I_T$. Выражение (4.14), использованное для построения диаграмм показывает, что величина интенсивности шума I_σ не влияет на вид диаграмм. Однако, остался вопрос о влиянии интенсивности I_ε . С целью выяснения такого влияния дополнительно построим фазовые диаграммы в координатах $I_\varepsilon - I_T$ при параметрах рис. 4.3 с областями жидкостного (SF), сухого (DF), прерывистого (SS), жидкостного метастабильного и устойчивого ($MSF + SF$), прерывистого и жидкостного ($SS + SF$) трения. На фазовых диаграммах, приведен-

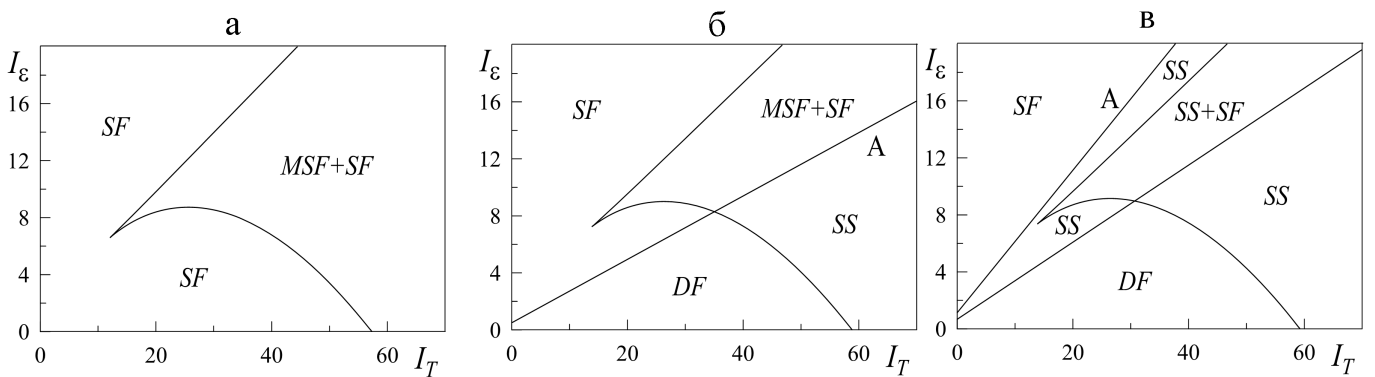


Рис. 4.7. Фазовые диаграммы при параметрах рис. 4.3б и $T_e = 1.7$: а) $\beta = 1$; б) $\beta = 2$; в) $\beta = 3$

ных на рис. 4.7 реализуются те же области, что и на рис. 4.3. При целочисленных значениях $\beta = 3 \dots 10$ фазовые диаграммы имеют только незначительные количественные различия и качественно повторяют вид диаграммы при $\beta = 3$, которая приведена на рис. 4.7в.

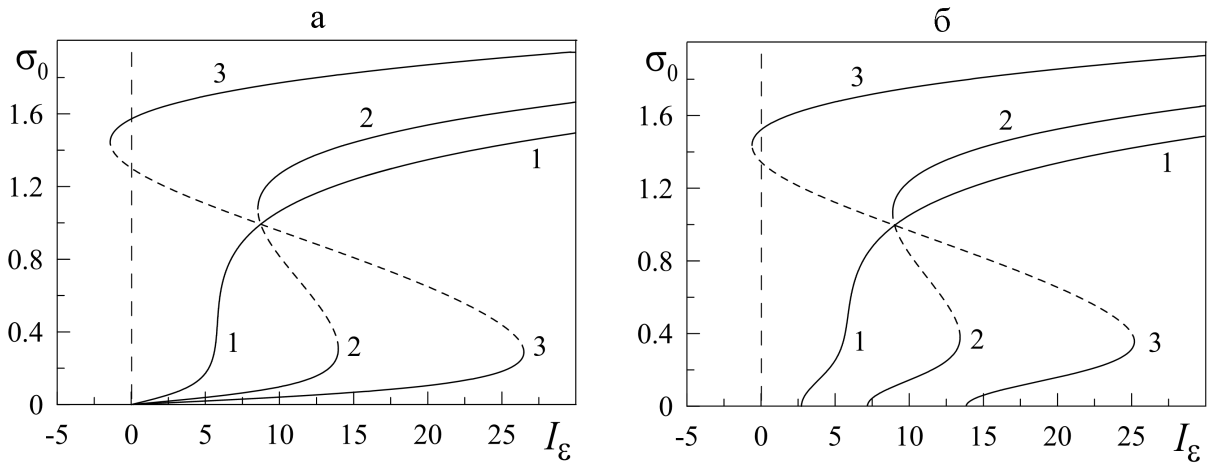


Рис. 4.8. Зависимости стационарных напряжений σ_0 от интенсивности шума I_ε . Кривые 1–3 соответствуют значениям $I_T = 10, 30, 60$. Рис. 4.8а и 4.8б построены при параметрах фазовых диаграмм на рис. 4.7а и рис. 4.7б соответственно

На рис. 4.8а и рис. 4.8б приведены зависимости стационарных напряжений σ_0 от интенсивности шума I_ε при различных значениях интенсивностей I_T , которые позволяют подробно проанализировать режимы трения, показанные на фазовых диаграммах рис. 4.7а и рис. 4.7б. Штриховые участки зависимостей, как и ранее, отвечают неустойчивым стационарным состояниям, сплошные — устойчивым. На рис. 4.8а все кривые выходят из начала координат, что иллюстрирует отсутствие области сухого трения на фазовой диаграмме, приведенной на рис. 4.7а. Кривая 1 отвечает значению $I_T = 10$, здесь при любых значениях I_ε стационарное значение напряжений $\sigma_0 > 0$ (жидкоподобная смазка), что соответствует области SF фазовой диаграммы рис. 4.7а. Значение $I_T = 30$ отвечает кривой 2, на которой реализуется два критических значения интенсивности шума I_ε . До первого критического значения и после второго кривая 2 имеет один ненулевой максимум функции распределения $P(\sigma)$ (как и в случае кривой 1), что соответствует области SF фазовой диаграммы. Между первым и вторым критическими значениями наблюдается два ненулевых максимума функции распределения $P(\sigma)$ (сплошные участки кривой), которые разграничены минимумом (штриховая часть кривой), что соответствует комбинации жидкостного метастабильного с жидкостным устойчивым ($MSF + SF$) трением. Кривая 3 ($I_T = 60$) имеет одно критическое значение интенсивности шума I_ε , до которого функция рас-

предела $P(\sigma)$ имеет два максимума (область $MSF + SF$ фазовой диаграммы на рис. 4.7а). При превышении этого критического значения наблюдается единственный максимум функции распределения $P(\sigma)$, показанный сплошной линией (область SF).

На рис. 4.8б, в отличие от рис. 4.8а, все кривые показывают наличие нулевого максимума функции распределения $P(\sigma)$, поскольку зависимости выходят не из начала координат, как это было на рис. 4.8а. Для кривых 1 и 2 на рис. 4.8б ($I_T = 10$ и $I_T = 30$ соответственно) до некоторого критического значения наблюдается сухой режим трения, что отвечает области DF фазовой диаграммы на рис. 4.7б, а при превышении этого критического значения поведение аналогично описываемому кривыми 1 и 2 на рис. 4.8а. Кривая 3 на рис. 4.8б отвечает значению $I_T = 60$ и также имеет дополнительное критическое значение интенсивности шума I_ε при $\sigma_0 = 0$ в сравнении с аналогичной кривой на рис. 4.8а, после превышения которого характеры поведения обеих кривых совпадают. До этого критического значения наблюдается два максимума функции распределения $P(\sigma)$ (нулевой и ненулевой), что соответствует прерывистому режиму трения (*stick-slip*). Отметим, что на обоих рисунках кривая 3 проходит через отрицательную нефизичную область интенсивности шума I_ε , что обеспечивает при нулевом значении интенсивности I_ε наличие ненулевого максимума $P(\sigma)$.

4.4. Численный анализ

Далее параллельно с аналитическим представлением задачи будем дополнительно проводить численный анализ и покажем, что эти подходы эквивалентны. Итак, при умножении выражения (4.8) на dt , получим дифференциальное соотношение Ланжевена:

$$\tau_\sigma d\sigma = f(\sigma)dt + \sqrt{I(\sigma)}dW(t), \quad (4.18)$$

где $dW(t) = W(t + dt) - W(t)$ – винеровский процесс, обладающий свойствами белого шума [137]:

$$\langle dW(t) \rangle = 0, \quad \langle (dW(t))^2 \rangle = 2dt. \quad (4.19)$$

Для численного решения уравнения (4.18) достаточно использования метода Эйлера [127]. В этом случае уравнению (4.18) с учетом (4.19) отвечает СДУ Ито в виде [137, 143]:

$$\tau_\sigma d\sigma = \left[f(\sigma) + \sqrt{I(\sigma)} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{I(\sigma)} \right] dt + \sqrt{I(\sigma)} dW(t). \quad (4.20)$$

С учетом определения дискретного аналога дифференциала случайной силы $dW(t) \equiv \sqrt{\Delta t} W_n$, получим итерационную процедуру расчета временного ряда напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{n+1} = & \sigma_n + \left(f(\sigma_n) + \frac{g^2(\sigma) \sigma_n [I_T(1 - \sigma_n^2) - 2I_\varepsilon]}{(1 + \sigma_n^2)^3} \right) \frac{\Delta t}{\tau_\sigma} - \\ & - \left(\frac{g(\sigma) g_\theta (\theta_1^{-1} - 1) \beta |\sigma_n|^\beta (I_\varepsilon + I_T \sigma_n^2)}{\sigma_n \alpha_1^\beta (1 + \sigma_n^2)^2 (1 + |\sigma_n / \alpha_1|^\beta)^2} \right) \frac{\Delta t}{\tau_\sigma} + \frac{\sqrt{I(\sigma_n) \Delta t}}{\tau_\sigma} W_n. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Уравнение решается на временном промежутке $t \in [0, T']$. При заданном количестве итераций N (количество точек временного ряда) прирост времени определяется как $\Delta t = T'/N$. Сила W_i обладает свойствами

$$\langle W_n \rangle = 0, \quad \langle W_n^2 \rangle \rightarrow 2. \quad (4.22)$$

Адекватно представить случайную силу (4.22), которая имеет свойства белого шума, позволяет модель Бокса-Мюллера [138]:

$$W_n = \sqrt{\mu^2} \sqrt{-2 \ln r_1} \cos(2\pi r_2), \quad r_i \in (0, 1], \quad (4.23)$$

где $\mu^2 = 2$ — дисперсия, а r_1 и r_2 — псевдослучайные числа с равномерным распределением.

С помощью процедуры (4.21) получены зависимости, показанные на рис. 4.9. Зависимости приведены для областей DF и SF фазовой диаграммы, приведенной на рис. 4.7в для значения $\beta = 3$. Отметим, что на рис. 4.9 приведены абсолютные значения напряжений $|\sigma|$, поскольку уравнение (4.21) описывает движение в симметричном потенциале [81]. При этом положительные и отрицательные значения напряжений равновероятны. Поскольку мы рассматриваем движение сдвиговых поверхностей в одну сторону, а напряжения пропорциональны скорости сдвига, мы анализируем их по абсолютному значению. С этим связано и то, что на рис. 4.6 вероятности приведены для $\sigma > 0$. Нами была реализована

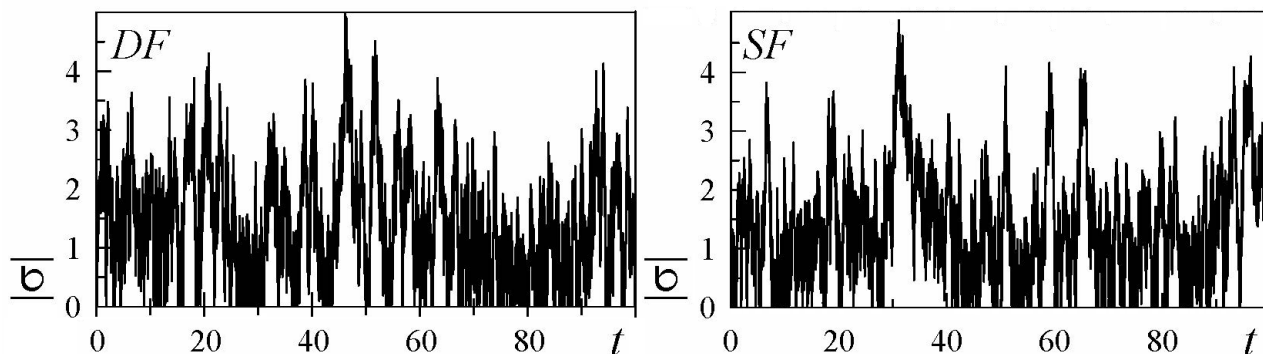


Рис. 4.9. Временные зависимости абсолютного значения напряжений $|\sigma|$ для параметров фазовой диаграммы, приведенной на рис. 4.7в при $I_\sigma = 1$. Верхняя панель соответствует режиму DF ($I_T = 20$, $I_\varepsilon = 4$), нижняя панель — режиму SF ($I_T = 5$, $I_\varepsilon = 8$)

процедура численного расчета вероятностей $P(\sigma)$. Для этого рассчитывался временной ряд абсолютных значений напряжений $|\sigma|(t)$ на интервале $t \in [0, 10^8]$ с шагом по времени $\Delta t = 10^{-4}$. При этом каждый временной ряд содержал 10^{12} точек. Абсцисса в выбранном диапазоне, например $\sigma \in [0, 10]$, делилась на 1000 отрезков. Далее для каждого отрезка считалось попавшее в него количество точек временного ряда. Это количество и представляет значение ненормированной плотности вероятности $P(\sigma)$ при значении σ в середине выбранного отрезка. В конце расчета проводилась нормировка, в результате которой получали конечный вид $P(\sigma)$. Расчет показал, что получаемые зависимости $P(\sigma)$ идеально совпадают с приведенными на рис. 4.6, которые получены аналитически. Если при расчете анализировать не абсолютные значения $|\sigma|$, а только положительные, откидывая отрицательные, то мы также в точности получим кривые, приведенные на рис. 4.6. Однако для получения одинаково гладких зависимостей $P(\sigma)$ время расчета при этом необходимо увеличить в 2 раза. Таким образом, мы получили полное совпадение аналитического и численного подходов к определению плотности вероятности $P(\sigma)$. Отметим, что визуально на рис. 4.9 режим DF от режима SF отличить довольно сложно, поскольку обе зависимости $|\sigma|(t)$ построены для одного и того же значения температуры T_e . При повышении значения T_e режимы SF и DF становятся легко различимы [139].

4.5. Самоподобный режим

При выполнении условия

$$I_T \gg I_\sigma, I_\varepsilon \quad (4.24)$$

распределение (4.12) можно переписать следующим образом:⁷

$$P(\sigma) = \sigma^{-1} \mathcal{P}(\sigma), \quad (4.25)$$

где функция $\mathcal{P}(\sigma)$ определяется как

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\sigma) = & Z^{-1} I_T^{-1/2} g(\sigma)^{-1} (1 + \sigma^2) \times \\ & \times \exp \left(-I_T^{-1} \int_0^\sigma \frac{1 - g(\sigma')(1 - (2 - T_e)(1 + (\sigma')^2)^{-1})}{\sigma' g^2(\sigma')(1 + (\sigma')^2)^{-2}} d\sigma' \right). \end{aligned} \quad (4.26)$$

Известно, что самоподобным системам отвечает однородная функция распределения [97]. Распределение (4.25) будет однородным в том случае, если функция $\mathcal{P}(\sigma)$ константа. В работе [95] показано, что выражение типа (4.26) дает малый вклад в распределение (4.25) при $\sigma < 0.8$, а когда σ превышает некоторое значение, распределение (4.25) за счет вклада $\mathcal{P}(\sigma)$ становится экспоненциально убывающим. Таким образом, степенное распределение, характерное для самоподобного поведения, реализуется в ограниченном диапазоне напряжений. При превышении критического значения напряжений свойства самоподобия теряются. Отметим, что в данной работе используется исчисление Стратоновича, которое в (4.25) приводит к показателю распределения -1 , в то время как при использовании исчисления Ито этот показатель равен -2 [94]. На анализ, проведенный в подразделе 1.3.3, выбор исчисления влияет лишь количественно, а именно, приводит к перенормировке интенсивностей шумов I_T и I_ε .

Рассмотрим подробно зависимости $P(\sigma)$, показанные на рис. 4.10, где группа кривых 1 соответствует значению $I_T = 20$, группа кривых 2 — значению $I_T = 80$. Они получены при параметрах фазовых диаграмм, показанных на рис. 4.7 в случае (4.24). Группа кривых 1 (на рисунке накладываются одна

⁷В граничном случае $I_T \neq 0, I_\sigma = I_\varepsilon = 0$ соотношения (4.12) и (4.25) тождественны.

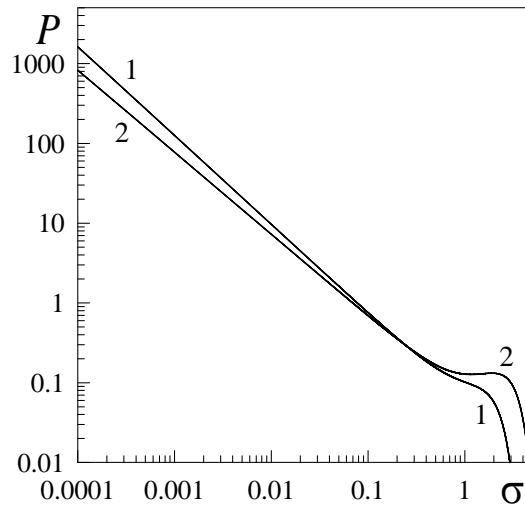


Рис. 4.10. Распределения $P(\sigma)$ (4.12) при параметрах фазовых диаграмм на рис. 4.7 и $I_\sigma = I_\varepsilon = 10^{-10}$

на другую) содержит 3 зависимости $P(\sigma)$, полученные при значении $I_T = 20$ и $\beta = 1, 2, 3$. Группа кривых 2 аналогичным образом состоит из трех накладывающихся зависимостей $P(\sigma)$, построенных при $\beta = 1, 2, 3$, но для значения $I_T = 80$. Как видно, на всех приведенных в двойном логарифмическом масштабе зависимостях при $\sigma < 0.1$ реализуется линейный участок, отвечающий однородному виду функции распределения $P(\sigma)$. Причем угол наклона линейного участка не постоянен, и зависит от параметров модели. Однако, линейные участки кривых 2 значительно ближе к виду (4.25) с показателем распределения -1 . Это связано с тем, что кривые 2 построены при большем значении I_T , а однородный вид функции распределения устанавливается в случае (4.24). Таким образом, при выполнении условия (4.24) устанавливается самоподобный режим поведения, в котором в области $\sigma \ll 1$ отсутствует характерный масштаб напряжений. В работе [95] показано, что в таком случае устанавливается мультифрактальное поведение временных рядов напряжений, показанных на рис. 4.9.

Отметим, что кривые 1 на рис. 4.10 для значений $\beta = 2$ и $\beta = 3$ соответствуют параметрам области твердоподобного состояния DF , где реализуется единственный нулевой максимум распределения функции $P(\sigma)$, в то время как кривые 2 построены при параметрах области SS , где распределение $P(\sigma)$ имеет нулевой и ненулевой максимумы. Однако в обоих случаях устанавливается са-

моподобный режим твердоподобной смазки, поскольку линейный участок соответствует значениям $\sigma \ll 1$, которые близки к нулевому максимуму $P(\sigma)$. При значении $\beta = 1$ ситуация несколько иная. Хотя соответствующие кривые и накладываются на аналогичные при $\beta = 2$ и $\beta = 3$, согласно фазовой диаграмме на рис. 4.7 нулевой максимум функции распределения $P(\sigma)$ при $\beta = 1$ не существует. В этом случае кривая 1 соответствует однофазной области SF с единственным ненулевым максимумом $P(\sigma)$, который при выбранных параметрах реализуется в области значений $\sigma \ll 1$, не показанной на рисунке. Кривая 2 при $\beta = 1$ имеет два максимума — один из них виден непосредственно на рисунке, а второй аналогичен описанному и реализуется в области $\sigma \ll 1$. Поскольку в граничном случае (4.24) самоподобные свойства задает как раз область временного ряда при $\sigma \ll 1$, следует ожидать, что статистические свойства рядов при значении $\beta = 1$ будут отличаться от свойств соответствующих рядов при $\beta \geq 2$. Детальное исследование этой особенности может быть проведено в рамках метода мультифрактального флуктуационного анализа [95].

Чтобы убедиться в линейности участков кривых на рис. 4.10 в области $\sigma \ll 1$ дополнительно проведем корреляционный анализ. Для этого в диапазоне значений $10^{-4} \leq \sigma \leq 0.1$, где визуальнo зависимости представляют прямые, методом наименьших квадратов получим уравнения регрессии вида:

$$\lg P(\sigma) = A \lg \sigma + B. \quad (4.27)$$

Коэффициенты A и B для всех кривых, приведенные на рис. 4.10, приведены в таблице 4.1. Полученное значение $A \approx -1$ при $I_T = 80$ согласуется со степенным выражением (4.25). Отметим, что при $I_T = 20$ коэффициент $A \approx -1.1$, что также прослеживается на рис. 4.10. Коэффициент корреляции R^2 , приведенный в таблице 1, определялся стандартным образом:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (4.28)$$

где $y \equiv \lg P(\sigma)$, \hat{y} — значение соответственно уравнению (4.27), $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i / n$ —

Табл. 4.1. Искомые коэффициенты и коэффициенты детерминации для всех кривых, приведенных на рис. 4.10

Группа кривых		$\beta = 1$	$\beta = 2$	$\beta = 3$
1	<i>A</i>	-1.108881	-1.109690	-1.110726
	<i>B</i>	-1.230103	-1.232633	-1.234874
	R^2	0.999994	0.999991	0.999994
2	<i>A</i>	-1.022208	-1.023911	-1.025154
	<i>B</i>	-1.181199	-1.185552	-1.188216
	R^2	0.999987	0.999986	0.999991

среднее значение, а текущие значения y_i — это значения, рассчитанные по формуле (4.12) и приведенные на рис. 4.10. В диапазоне $10^{-4} \leq \sigma \leq 0.1$ это 1000 значений, т.е. $n = 1000$. Значения R^2 , приведенные в таблице, говорят о высокой скоррелированности уравнения регрессии (4.27) и выражения (4.12) на линейном участке, т.е. распределение действительно является здесь степенным.

Выводы к разделу 4

1. В разделе проанализировано влияние деформационного дефекта модуля сдвига смазки на фазовую диаграмму режимов граничного трения при учете аддитивных флуктуаций напряжений, деформации и температуры. Показано, что значение параметров системы критическим образом влияет на вид фазовой диаграммы.

2. Возможно подобрать такие условия, при которых отсутствуют участки сухого и прерывистого режимов трения. В этом случае существуют только области жидкостного и двухфазная область жидкостного метастабильного и жидкостного устойчивого трения, что предпочтительно для реализации условий уменьшения трения. При других параметрах двухфазная область жидкостного метастабильного и жидкостного устойчивого трения не наблюдается, однако появляются области сухого, прерывистого и многофазная область прерывистого и жидкостного трения.

3. Построены зависимости стационарных напряжений от температуры поверхностей трения для параметров одной из фазовых диаграмм. Для всех областей фазовой диаграммы построены зависимости эффективного потенциала и распределения вероятности от напряжений, вид которых однозначно задает режим трения при фиксированных параметрах модели.

4. Параллельно с аналитическим проведен численный анализ уравнения Ланжевена и показано, что в обоих случаях кривые распределение вероятности при различных параметрах совпадают с высокой точностью. Численный анализ также позволил построить временные зависимости значений напряжений для параметров фазовой диаграммы. Определены условия, при которых устанавливается самоподобный режим твердоподобной смазки.

Результаты, представленные в данном разделе, опубликованы статье в материалах конференции [46] и тезисах конференции [51].

РАЗДЕЛ 5

САМОПОДОБНОЕ ПОВЕДЕНИЕ В МОДЕЛИ СДВИГОВОГО ПЛАВЛЕНИЯ

Рассматривается модель сдвигового плавления при учете аддитивных шумов основных параметров и проводится анализ влияния интенсивности шумов на характер поведения системы. Подробно рассмотрена ситуация, когда интенсивность шума параметра порядка является малой величиной. Для указанного случая построены временные зависимости параметра порядка, характерной особенностью которых является наличие на ограниченном диапазоне степенного вида функции плотности распределения, и, как следствие, временной ряд является самоподобным. С помощью метода мультифрактального флуктуационного анализа для всех рассматриваемых случаев рассчитаны зависимости модифицированного показателя Херста от параметра деформации и показано, что с уменьшением интенсивности шума параметра порядка мультифрактальное поведение ряда усиливается.

В работе [140] экспериментально исследуется поведение двух атомарных слоев (бислоев) и гидрофобные взаимодействия между ними, вызванные световым излучением. В [140] предложена модель, учитывающая основные факторы, влияющие на поведение таких систем. Она качественно описывает экспериментальные данные, полученные с помощью аппарата поверхностных сил (SFA — Surface Forces Apparatus). В [116] предложена простая модель сдвигового плавления, которая может использоваться для описания систем различных типов. Построена динамическая фазовая диаграмма с различными режимами поведения системы, в зависимости от скорости деформации. Свое дальнейшее развитие указанная работа получила в [112], где при численном анализе основных уравнений исследуется относительное движение пары взаимодействующих атомарных слоев, которые в процессе движения могут как разупорядочиваться, так и образовывать упорядоченные структуры, характеризующиеся различными значениями введенного в описание структурного фактора. В работе [112] в рассмотре-

ние вводится аддитивный шум, однако он введен скорее для того, чтобы система при любых начальных условиях приходила в стационарное состояние, и ничего не говорится о том, что шум может критическим образом влиять на характер поведения системы. В данном разделе проводится дальнейшее исследование модели, описанной в подразделе 1.4, и ставится цель выяснения такого влияния, а также определения условий, при которых наблюдается самоподобное поведение системы, в котором невозможно выделить характерный масштаб параметра порядка. Также целью раздела является выяснение условий, при которых система демонстрирует монофрактальное либо мультифрактальное поведение, характеризующееся спектром фрактальных размерностей [141].

5.1. Формулировка модели и двумерное уравнение Фоккера-Планка

Общее выражение для плотности свободной энергии для системы, претерпевающей сдвиговое плавление, в однородном случае может быть записано в виде [112]

$$F(\rho, \theta) = \frac{a_1 \rho^2}{2} - \frac{b_1 \rho^3}{3} + \frac{c_1 \rho^4}{4} + \frac{\alpha \rho^2}{2} \left(\frac{a_2 \theta^2}{2} - \frac{b_2 \theta^3}{3} + \frac{c_2 \theta^4}{4} \right). \quad (5.1)$$

Физический смысл параметров ρ и θ описан в подразделе 1.4. Отметим, что в работе [112] энергия (5.1) записана, основываясь на результатах моделирования броуновской динамики многочастичной модели. Анализируя полученные результаты, авторы [112] выбирают значения констант в потенциале (5.1): $a_1 = 0.85$, $b_1 = 5.8$, $c_1 = 8.0$, $a_2 = 1.3644$, $b_2 = 8.7105$, $c_2 = 13.674$. В дальнейшем мы также будем использовать эти значения. Отметим, что параметр связи α не является константой, а его влияние на поведение системы также исследуется в работе [112].

Используя энергию (5.1), запишем систему эволюционных уравнений типа Ландау-Халатникова [112, 142]:

$$\dot{\rho} = -\frac{1}{\gamma_\rho} \frac{\partial F(\rho, \theta)}{\partial \rho} + \xi_\rho(t), \quad (5.2)$$

$$\dot{\theta} = -\frac{1}{\gamma_\theta} \frac{\partial F(\rho, \theta)}{\partial \theta} + \Omega + \xi_\theta(t), \quad (5.3)$$

где белый шум $\xi_q(t)$ имеет моменты

$$\langle \xi_q(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi_q(t) \xi_q(t + \tau) \rangle = 2D_q \delta(\tau), \quad (5.4)$$

где $q = \rho, \theta$ и введены интенсивности шума D_q , причем шумы $\xi_\rho(t)$ и $\xi_\theta(t)$ не коррелируют между собой [112].

В уравнении (5.3) введен параметр Ω , задающий эффект относительного движения поверхностей. Основная идея введения этого параметра в том [112], что при отсутствии сил и шумов последнее уравнение превращается в соотношение $\dot{\theta} = \Omega$. Это напоминает используемое нами ранее при описании сдвигового плавления в ультратонких смазочных слоях выражение (1.2) $\dot{\varepsilon} = V/h$, где ε — полная деформация в слое, V — относительная скорость сдвига поверхностей, h — толщина слоя смазки. Таким образом, параметр Ω задает скорость движения взаимодействующих слоев.

Отметим, что в ситуации $\Omega = 0$ система описывается свободной энергией (5.1). Случай $\Omega \neq 0$ согласно структуре уравнений (5.2), (5.3) отвечает энергии

$$F'(\rho, \theta) = F(\rho, \theta) - \theta \Omega \gamma_\theta, \quad (5.5)$$

отличающейся от первоначального выражения наличием последнего слагаемого. Таким образом, движение в системе изменяет стационарные состояния [112]. Далее будем использовать обобщенное выражение (5.5).

На рис. 5.1 показана трехмерная зависимость $F'(\rho, \theta)$. В отрицательной области параметров ρ и θ потенциал (5.5) возрастает, а величина скорости Ω задает наклон прямой $F'(\theta)$ при $\rho = 0$. Согласно виду потенциала, приведенного на рис. 5.1, в отсутствие шума при стационарном значении $\rho = 0$ параметр θ будет монотонно увеличиваться со временем. Однако при наличии шума этого не происходит, а реализуются постоянные переходы между двумя (или более) притягивающими точками. Одной из этих точек соответствует минимум при $\rho \neq 0$, показанный на рис. 5.1. В работе [112] исследовано влияние интенсивности шума, а также параметров α и Ω на поведение системы, однако только численно. Запишем аналитические выражения, позволяющие проводить такой анализ.

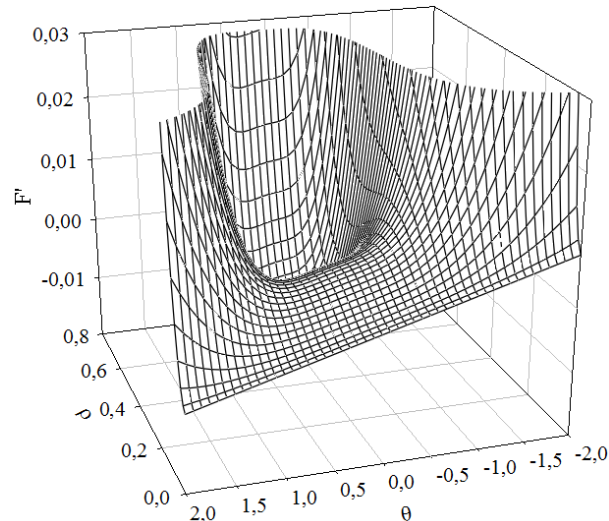


Рис. 5.1. Свободная энергия $F'(\rho, \theta)$ (5.5) при параметрах $\alpha = 0.17$, $\Omega = 0.08$, $\gamma_\theta = 0.05$

Для общего рассмотрения приведем уравнение Фоккера-Планка. Системе уравнений (5.2) и (5.3) может быть поставлено в соответствие двумерное уравнение вида [35, 143]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(\rho, \theta)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{1}{\gamma_\rho} \frac{\partial F'(\rho, \theta)}{\partial \rho} P(\rho, \theta) \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{\gamma_\theta} \frac{\partial F'(\rho, \theta)}{\partial \theta} P(\rho, \theta) \right] + \\ & + D_\rho \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} P(\rho, \theta) + D_\theta \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} P(\rho, \theta). \end{aligned} \quad (5.6)$$

В работе [112] численно рассматривается ситуация, когда равны времена релаксации $\gamma_\rho = \gamma_\theta = \gamma$ и интенсивности шумов $D_\rho = D_\theta = D$. В этом случае уравнение (5.6) может быть переписано в упрощенном виде:

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\partial P(\rho, \theta)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{\partial F'(\rho, \theta)}{\partial \rho} P(\rho, \theta) \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\partial F'(\rho, \theta)}{\partial \theta} P(\rho, \theta) \right] + \\ & + \gamma D \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} P(\rho, \theta) + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} P(\rho, \theta) \right). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Теперь оба коэффициента дрейфа в точности представляют производные от потенциала (5.5). В стационарном случае $\partial P(\rho, \theta)/\partial t = 0$ решение уравнения (5.7) хорошо известно и дает плотность вероятности вида [35, 143]:

$$P(\rho, \theta) = C \exp \left\{ -\frac{F'(\rho, \theta)}{\gamma D} \right\}, \quad (5.8)$$

где C — нормировочная постоянная, а $F'(\rho, \theta)$, как и прежде, определяется выражением (5.5). Напомним, что коэффициент γ входит также и в энергию

$F'(\rho, \theta)$ (5.5). Вид распределения (5.8) без учета значения нормировочной константы C показан на рис. 5.2. Из рисунка видно, что с ростом интенсивности

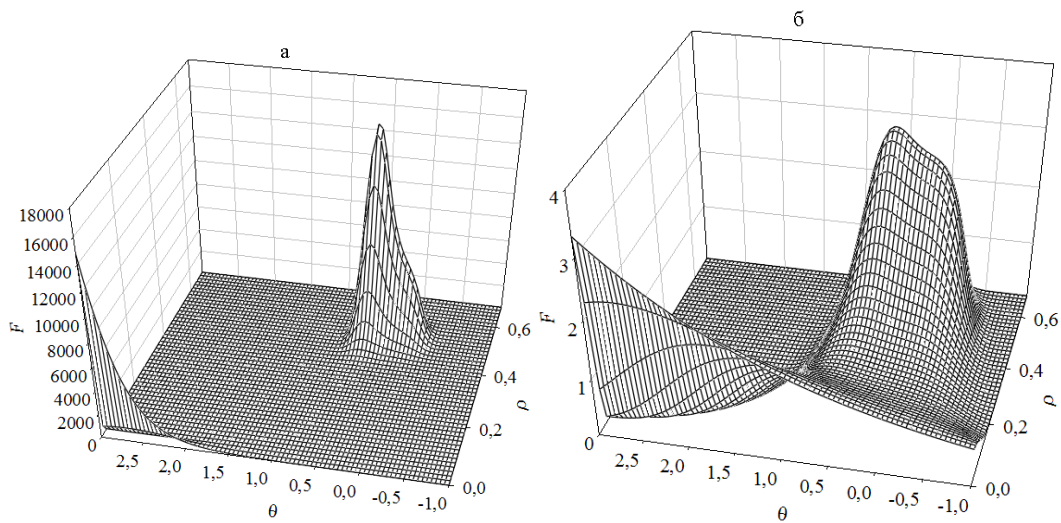


Рис. 5.2. Ненормированное распределение (5.8) при параметрах рис. 5.1 при значении интенсивности шума: а) $D = 0.025$; б) $D = 0.2$

шума D увеличивается вероятность переходов между твердоподобным и жидкоподобным состояниями. В работе [112] такие переходы подробно исследуются численно при различных значениях Ω и α , поэтому здесь остановимся на одном наборе уже выбранных значений.

Для численного решения уравнений (5.2), (5.3) достаточно воспользоваться методом Эйлера [127]. При этом уравнениям соответствует следующая итерационная процедура [127]:

$$\rho_{i+1} = \rho_i - \frac{\Delta t}{\gamma_\rho} (a_1 \rho_i - b_1 \rho_i^2 + c_1 \rho_i^3 + \alpha \rho_i V(\theta_i)) + \sqrt{\Delta t} W_{\rho i}, \quad (5.9)$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \frac{\alpha \rho_i^2 \Delta t}{2\gamma_\theta} (a_2 \theta_i - b_2 \theta_i^2 + c_2 \theta_i^3) + \Delta t \Omega + \sqrt{\Delta t} W_{\theta i}, \quad (5.10)$$

где потенциал $V(\theta_i)$ задается выражением в скобках в энергии (5.1). Случайные силы W_q определяются согласно стандартной процедуре [29]

$$W_q = \sqrt{2D_q} \sqrt{-2 \ln r_{q1}} \cos(2\pi r_{q2}), \quad r_{qi} \in (0; 1], \quad (5.11)$$

а псевдослучайные числа r_{q1}, r_{q2} характеризуются равномерным распределением.

На рис. 5.3 и рис. 5.4 показаны временные траектории $\rho(t)$, $\theta(t)$, полученные при численном решении системы уравнений (5.9) и (5.10).⁸ При выбранных

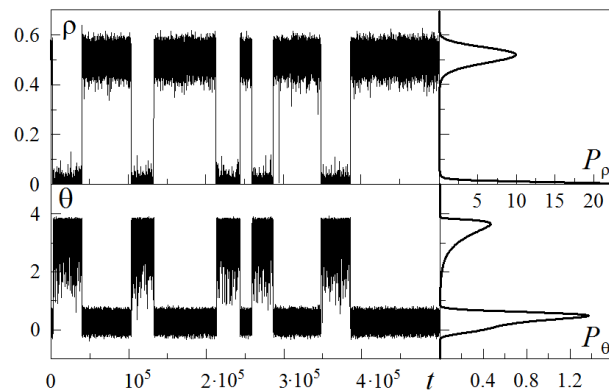


Рис. 5.3. Временные зависимости абсолютного значения параметра порядка ρ , величины θ , а также их плотности вероятностей $P_\rho(\rho)$, $P_\theta(\theta)$ при параметрах рис. 5.1 и $\gamma_\rho = \gamma_\theta = 0.05$, $D_\rho = D_\theta = 0.025$

параметрах согласно рисункам происходят постоянные спонтанные переходы между жидкоподобным ($\rho = 0$) и твердоподобным ($\rho \neq 0$) состояниями. Однако, на рис. 5.3 вероятность переходов между упорядоченным и неупорядоченным состояниями меньше, поскольку он построен при меньшем значении интенсивности шума D . В правых частях рисунков приведены рассчитанные численно одномерные плотности вероятности $P_\rho(\rho)$ и $P_\theta(\theta)$. Соответствующие временные ряды для нахождения плотностей вероятности рассчитывались на интервале времени $t \in [0; 10^6]$ при шаге $\Delta t = 10^{-3}$, то есть каждый ряд имел 10^9 точек. Этим объясняется гладкий вид зависимостей $P_\rho(\rho)$ и $P_\theta(\theta)$, которые также подчиняются одномерным условиям нормировки:

$$\int_0^{+\infty} P_\rho(\rho) d\rho = 1, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} P_\theta(\theta) d\theta = 1, \quad (5.12)$$

где параметр ρ измеряется от нуля. Последние условия также были учтены численно. Таким образом, площади под кривыми вероятностей на рис. 5.3 и рис. 5.4 равны единице. Отметим, что форма кривых для одномерных плотностей вероятностей на рисунках подтверждает вид двумерной поверхности, показанной на

⁸На рисунках приведено абсолютное значение параметра ρ , поскольку область $\rho < 0$ не имеет физического смысла.

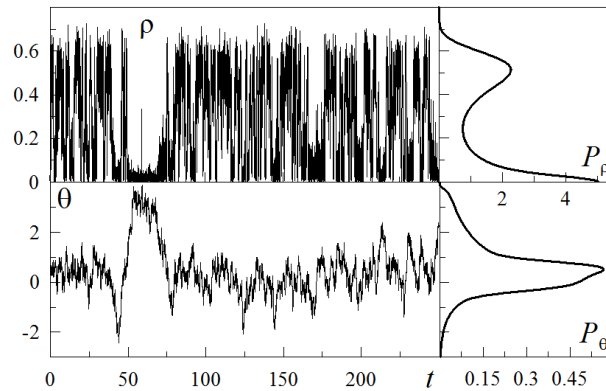


Рис. 5.4. То же, что и на рис. 5.3, но при $D_\rho = D_\theta = 0.2$

рис. 5.2. В работе [112] проведен детальный анализ описанной ситуации, где основываясь на виде одномерной плотности вероятности P_ρ численно рассчитываются фазовые диаграммы с наличием областей кристаллизации, жидкоподобного поведения, а также области, в которой происходят спонтанные переходы между указанными состояниями (*stick-slip*) режим. Поэтому изучение данного вопроса не является целью диссертационной работы. Остановимся здесь на случае, когда интенсивность одного из шумов многократно превышает интенсивность другого и покажем, что при этом устанавливается самоподобное поведение твердоподобной системы [95].

5.2. Самоподобное поведение

Для выяснения поведения системы в общем случае (когда не равны времена релаксации и не равны интенсивности шумов) можно решать общее уравнение Фоккера-Планка (5.6). Однако указанное уравнение является уравнением второго порядка в частных производных, что в некоторой степени усложняет ситуацию. Тем более, нас не интересует распределение вероятности процесса на начальном этапе, а интерес представляет только стационарный вид распределения. Это позволяет заменить решение соответствующего уравнения Фоккера-Планка (5.6) численным анализом исходной системы (процедура (5.9), (5.10)). В работе [95] проводится аналитический анализ с определением областей существования различных самоподобных режимов, однако уравнения (5.9), (5.10) имеют бо-

лее сложную структуру, что делает такой анализ невозможным. Поэтому ограничимся в рамках данного раздела численным моделированием.

На рис. 5.5 показана рассчитанная ненормированная плотность вероятности $P_\rho(\rho)$ для различных соотношений между величинами интенсивностей шумов, причем для всех кривых значение D_θ не изменяется.⁹ Кривые 1–8 отвечают зна-

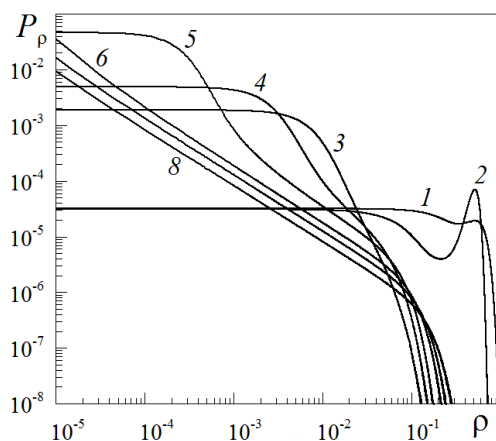


Рис. 5.5. Плотности вероятности $P_\rho(\rho)$, рассчитанные при $D_\theta = 10^{-2}$

чениям $D_\rho = 10^0, 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-10}, 10^{-15}, 10^{-25}$. Кривая 7 расположена между кривыми 6 и 8, цифрой на рисунке не показана. Из рисунка можно сделать вывод, что величина интенсивности шума D_ρ критическим образом влияет на поведение системы. Например, кривые 1 и 2 показывают поведение системы в двухфазной области, поскольку реализуются два максимума вероятности. Причем для кривой 1 более выражен максимум при $\rho = 0$, а кривая 2 соответствует случаю, когда система бóльшее время находится в твердоподобном состоянии ($\rho \neq 0$). С уменьшением интенсивности шума D_ρ (кривые 3–8) двухфазная область пропадает, поскольку реализуется только нулевой максимум $P_\rho(\rho)$. Для кривых 6–8 уже выполняется условие

$$D_\theta \gg D_\rho, \quad (5.13)$$

⁹При получении кривых соответствующие временные ряды рассчитывались на интервале времени $t \in [0; 2 \cdot 10^7]$ с шагом $\Delta t = 10^{-3}$. Таким образом, каждый временной ряд имел $2 \cdot 10^{10}$ точек. После этого велся подсчет количества попаданий значений ряда в той или иной интервал ρ . На результирующем рис. 5.5 каждая кривая состоит из $2 \cdot 10^5$ точек, т.е. было выбрано такое количество интервалов по оси ρ от значения 10^{-5} до 3. Выше 3 на выбранном интервале при расчетах значение ρ не поднималось. После этого количество попаданий в каждый интервал делилось на общее число точек в ряде, таким образом кривые ”опускались“ вниз.

которое в нашем случае в области малых значений параметра порядка ρ приводит к самоподобному виду плотности распределения [95]. Дело в том, что в случае (5.13) в области малых ρ функция распределения становится однородной [30, 95]:

$$P_\rho(\rho) \sim \rho^{-a} \quad (5.14)$$

и отвечает самоподобной системе, для которой отсутствует характерный масштаб параметра ρ ($a < 1$ — показатель распределения, задающий наклон распределения на линейном участке) [97]. Отметим, что режиму самоорганизуемой критичности (СОК) отвечает значение $a = 1.5$ [87]. В случае, показанном на рис. 5.5, значение $a \approx 1$.

На рис. 5.6 показаны временные ряды $\rho(t)$, соответствующие параметрам кривых 8 и 6 на рис. 5.5. Зависимости приведены в логарифмическом масшта-

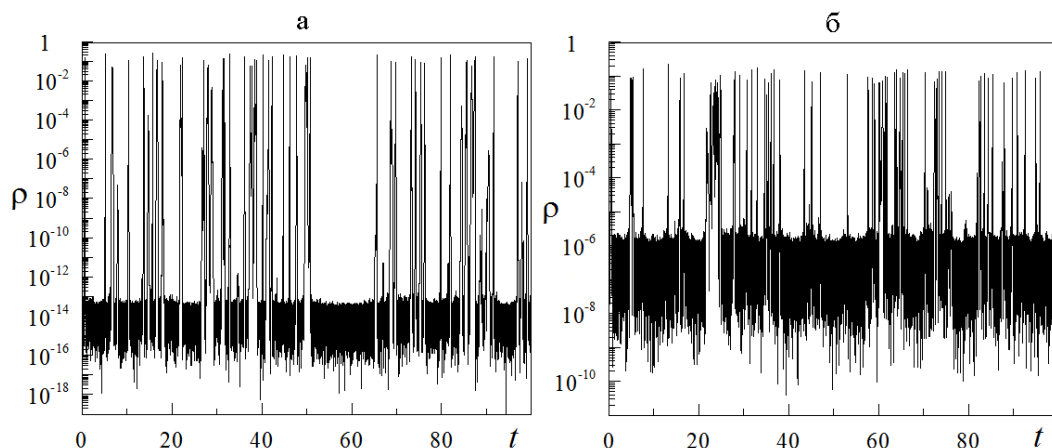


Рис. 5.6. Временные зависимости $\rho(t)$, соответствующие параметрам рис. 5.5: а — $D_\rho = 10^{-25}$; б — $D_\rho = 10^{-10}$

бе, чтобы было видно, что в некотором диапазоне значений параметра порядка устанавливается самоподобное поведение (резкие увеличения значений параметра порядка видны как на малых, так и на больших масштабах). Зависимости на рис. 5.6а соответствует меньшая интенсивность шума D_ρ , что приводит к самоподобному поведению на бóльшем диапазоне масштабов, что видно из зависимости. Рис. 5.6б, для которого функция распределения согласно рис. 5.5 в некотором интервале ρ также является самоподобной, демонстрирует изменение параметра ρ на меньшем диапазоне масштабов. Временные ряды при одинаковых интенсив-

ностях шума $D_\theta = D_\rho$ приведены на рис. 5.3 и рис. 5.4, для которых самоподобное поведение не наблюдается. Таким образом, степенной вид функции распределения $P_\rho(\rho)$ ограничен и минимальным значением параметра ρ , которое уменьшается при уменьшении величины D_ρ .

5.3. Статистический анализ временных рядов

Как было показано в предыдущем подразделе, характерной особенностью временных зависимостей параметра порядка, полученных для значений интенсивностей шума $D_\rho = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-10}, 10^{-15}, 10^{-25}$ (кривые 3–8 на рис. 5.5), является наличие на ограниченном диапазоне степенного вида функции плотности распределения, и, как следствие, самоподобная структура ряда. Следует отметить, что рассчитанные в предыдущем разделе статистические параметры не дают полной информации о поведении ряда, в частности о его предсказуемости. Так, при расчете стандартных статистических параметров для самоподобных рядов не учитывается отсутствие характерного масштаба на различных временах. Данная особенность может быть учтена в рамках так называемого *скейлингового* анализа. Одной из возможных методик рассмотрения локальных свойств временных зависимостей является метод мультифрактального флуктуационного анализа [144], позволяющий исследовать временные ряды различной природы [141, 145].

Алгоритм указанного метода сводится к следующим шагам (оригинальное описание приведено в работе [144]). Вначале из рассматриваемого ряда $x(k)$, $k = 0, 1, 2, \dots, N$ выделяется флуктуационный профиль

$$y(i) = \sum_{k=1}^i [x(k) - \bar{x}], \quad (5.15)$$

отсчитанный от средней величины \bar{x} . Затем полученные значения $y(i)$ разделяются по непересекающимся сегментам длины s , число которых равно целому значению $N_s = [N/s]$. Так как длина ряда N не всегда кратна выбранной шкале s , то в общем случае последний участок содержит число точек меньше, чем s . Для

учёта этого остатка следует повторить процедуру деления на сегменты, начиная с противоположного конца ряда. В результате полное число сегментов, обладающих длиной s , составит $2N_s$.

Поскольку изменение случайной величины $y(i)$ происходит вблизи значения $y_\nu(i) \neq 0$, обусловленного определённой тенденцией (трендом) эволюции ряда, то далее следует найти локальный тренд $y_\nu(i)$ для каждого из $2N_s$ сегментов. При этом проще всего использовать метод наименьших квадратов, представляя тренд $y_\nu(i)$ полиномом, степень которого выбирается таким образом, чтобы обеспечить интерполяцию с ошибкой, не превышающей заданный предел. Следующим этапом является определение дисперсии

$$F^2(\nu, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{y[(\nu - 1)s + i] - y_\nu(i)\}^2 \quad (5.16)$$

для сегментов $\nu = 1, \dots, N_s$, следующих в прямом направлении, и соответствующее значение

$$F^2(\nu, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{y[N - (\nu - N_s)s + i] - y_\nu(i)\}^2 \quad (5.17)$$

для обратной последовательности $\nu = N_s + 1, \dots, 2N_s$.

На следующем шаге проводится обобщение дисперсии

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{\nu=1}^{2N_s} [F^2(\nu, s)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (5.18)$$

путем возведения выражений (5.16), (5.17) в степень q и последующим усреднением по всем сегментам. Поскольку при $q = 0$ равенство (5.18) содержит неопределенность, вместо него следует использовать предельное выражение

$$F_0(s) = \exp \frac{1}{4N_s} \sum_{\nu=1}^{2N_s} \ln[F^2(\nu, s)]. \quad (5.19)$$

Изменяя временную шкалу s при фиксированном показателе q , находим зависимость $F_q(s)$, представляя её в двойных логарифмических координатах. Если исследуемый ряд сводится к самоподобному множеству, проявляющему дальнедействующие корреляции, флуктуационная функция $F_q(s)$ представляется степенной

зависимостью

$$F_q(s) \propto s^{h(q)} \quad (5.20)$$

с обобщённым показателем Херста $h(q)$, величина которого определяется параметром q . Из определений (5.18), (5.20) следует, что при $q = 2$ этот показатель сводится к классическому показателю Херста H . Для временных рядов, которые отвечают монофрактальному множеству, флуктуационная функция $F^2(\nu, s)$ одинакова для всех сегментов ν , и обобщённый показатель Херста $h(q) = H$ не зависит от параметра деформации q . Для мультифрактальных рядов при положительных q основной вклад в функцию $F_q(s)$ дают сегменты ν , проявляющие большие отклонения $F^2(\nu, s)$, а при отрицательных q доминируют сегменты с малыми значениями дисперсии $F^2(\nu, s)$. В результате можно заключить, что при отрицательных значениях q обобщённый показатель Херста $h(q)$ описывает сегменты, проявляющие малые флуктуации, а при положительных — большие [144, 146].

При реализации изложенного алгоритма следует иметь в виду, что с ростом размера сегментов до $s > N/4$ функция $F_q(s)$ теряет статистическую информативность ввиду малости числа $N_s < 4$ сегментов, используемых при усреднении. Таким образом, проведение указанной процедуры предполагает исключение, с одной стороны, больших сегментов ($s > N/4$), а с другой — малых ($s < 10$).

Стандартное представление скейлинговых свойств временного ряда предполагает переход от показателя Херста $h(q)$ к массовому показателю $\tau(q)$ и спектральной функции $f(\alpha)$, которые являются основными характеристиками мультифракталов [144, 146]:

$$\tau(q) = qh(q) - 1, \quad (5.21)$$

$$f(\alpha) = \alpha q(\alpha) - \tau(q(\alpha)). \quad (5.22)$$

Здесь значение $q(\alpha)$ определяется условием $\tau'(q) = \alpha$, где штрих означает дифференцирование по аргументу. При $|q| \gg 1$ зависимость $\tau(q)$ имеет линейно возрастающий вид с криволинейным участком вблизи $q = 0$, который обеспечивает замедление роста массового показателя τ с увеличением параметра деформации q . Спектральная функция $f(\alpha)$ определяет набор монофракталов с размерности-

ми α , которые формируют исследуемое множество: при этом относительное число монофракталов с данным α , которые попадают в сегменты размером l , покрывающие это множество, задаётся соотношением $N(\alpha) \sim l^{-f(\alpha)}$. Согласно этому определению, ширина спектра $f(\alpha)$ будет тем больше, чем сильнее выражены мультифрактальные свойства. Так, для монофрактала спектральная функция $f(\alpha)$ имеет δ -образную форму, выделяющую единственное значение фрактальной размерности α [146].

На рис. 5.7 представлен типичный вид зависимости (5.20) для рядов с ин-

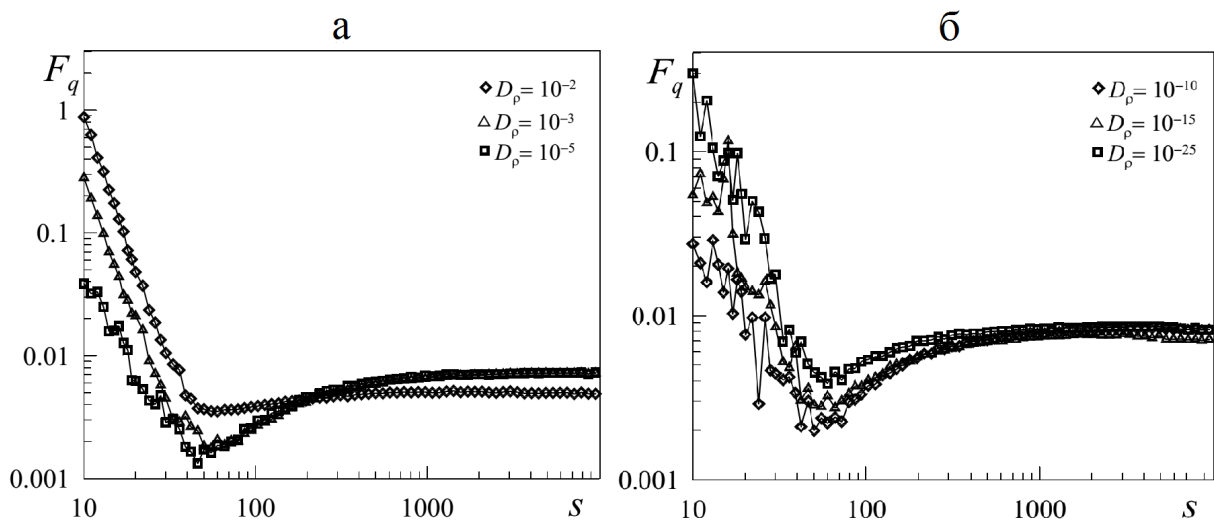


Рис. 5.7. Зависимости (5.20), построенные в двойных логарифмических координатах при показателе деформации $q = 2$ для рядов со значением $D_\rho = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-5}$ (а) и $D_\rho = 10^{-10}, 10^{-15}, 10^{-25}$ (б)

тенсивностями шумов $D_\rho = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-10}, 10^{-15}, 10^{-25}$ при показателе деформации $q = 2$. Как видно из рисунка, зависимость (5.20), построенная в двойных логарифмических осях, имеет ярко выраженный линейный участок при значениях масштаба $50 < s < 500$, и, следовательно, может быть использована для вычисления параметра $h(q)$.

Линейная интерполяция равенства (5.20), рассчитанного для исследуемых рядов в рамках указанного интервала изменений масштаба s при значениях параметра деформации $0 \leq q \leq 3.5$ приводит к зависимостям $h(q)$, показанным на рис. 5.8, где на дополнительной панели также приведена зависимость классического показателя Херста H от номера (интенсивности шума) соответствующего

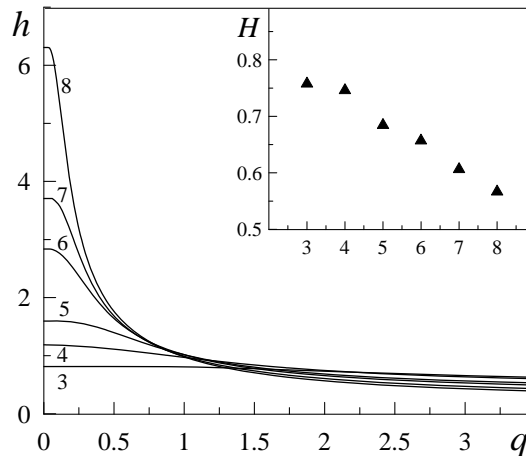


Рис. 5.8. Обобщенный показатель Херста $h(q)$ для рядов с интенсивностью шума $D_\rho = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-10}, 10^{-15}, 10^{-25}$ (кривые 3–8 соответственно), а также изменение классического показателя Херста H для указанных кривых ряда.

Для исследуемых рядов так же была рассчитана спектральная функция $f(\alpha)$ с использованием равенств (5.21) и (5.22). Результаты проведенных вычислений представлены на рис. 5.9. Из приведенных на рис. 5.8 и 5.9 зависимостей следует, что уменьшение интенсивности шума D_ρ приводит к существенному усложнению динамики временных зависимостей параметра порядка, что проявляется в увеличении ширины разброса значений обобщенного показателя Херста $h(q)$ и функции мультифрактального спектра (5.22). Исходя из физического смысла функции $f(\alpha)$, возрастание разброса значений $\Delta\alpha$ обусловлено тем, что в сегментах временного ряда длины s возрастает число подмножеств (так называемых монофракталов) $N(\alpha)$, с показателем Гельдера α . Данная ситуация может означать, что в системе возрастает количество статистически различных сценариев развития. Кроме того, значение классического показателя Херста H с уменьшением D_ρ приближается к значению $H \approx 0.5$, которое, как известно, отвечает абсолютно случайной последовательности [146]. Таким образом усложнение структуры временных рядов делает их дальнейшее поведение непредсказуемым. Данной ситуации соответствует наличие экстремально больших выбросов значений параметра порядка, что показано на рис. 5.6.

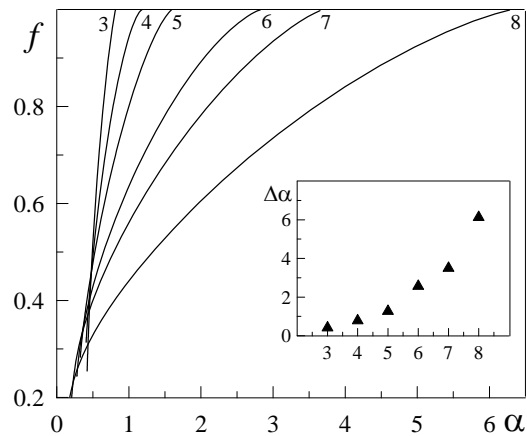


Рис. 5.9. Спектральная функция $f(\alpha)$ для рядов с интенсивностью шума $D_\rho = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-10}, 10^{-15}, 10^{-25}$ (кривые 3–8 соответственно), а также ширина разброса мультифрактального спектра $\Delta\alpha$

Выводы к разделу 5

1. В предлагаемой работе рассмотрена модель сдвигового плавления, которое часто наблюдается в нанотрибологических системах. Данная модель описывает относительное движение пары взаимодействующих слоев, характеризующее различными значениями параметра порядка. Вводя в рассмотрение внешний аддитивный шум выяснено, что он критическим образом влияет на характер поведения системы, в частности с ростом интенсивности шума увеличивается вероятность переходов между твердоподобным и жидкоподобным состояниями.

2. Рассмотрен случай, когда интенсивность одного из шумов многократно превышает интенсивность другого и показано, что при этом устанавливается самоподобное поведение твердоподобной системы, когда на ограниченном диапазоне функция плотности распределения для временных зависимостей параметра порядка принимает степенной вид. Такая характерная особенность временных рядов выявлена при расчете стандартных статистических параметров ряда.

3. Более полную информацию о локальных свойствах временных зависимостей удалось получить при применении метода мультифрактального флуктуационного анализа, позволяющего исследовать временные ряды различной природы. Выяснены условия, при которых система демонстрирует монофрактальное

либо мультифрактальное поведение, характеризующееся спектром фрактальных размерностей.

Результаты, представленные в данном разделе, опубликованы в статье [40], статье в материалах конференции [44] и тезисах конференции [49].

ВЫВОДЫ

В работе проведено дальнейшее развитие реологической модели, позволяющей описать эффекты, наблюдаемые при трении атомарно-гладких твердых поверхностей, разделенных ультратонким слоем смазочного материала. Результаты работы позволили расширить представления о физике трения наноразмерных объектов. Основные результаты диссертации представлены следующими выводами.

1. В рамках синергетической модели граничного трения описан прерывистый режим трения, имеющий детерминистический характер, что наблюдается в многочисленных экспериментах. Показано, что в рамках модели возможно описание двух типов трибологических систем - при относительном сдвиге трущихся поверхностей в одном направлении и при внешнем знакопеременном воздействии.

2. Установлено, что в зависимости от температуры и параметров смазочного материала может осуществляться как режим затухающих колебаний, так и автоколебательный режим, представленный на фазовой плоскости в виде странного аттрактора. Исследование влияния температуры поверхностей трения показало, что с ее ростом в системе усиливается хаотичность и при превышении критического значения устанавливается режим, описываемый аттрактором Лоренца.

3. Определено влияние температуры поверхностей на функционирование системы в сухом или жидкостном режимах трения. При анализе стационарных режимов с помощью синергетической модели определены области параметров, при которых наблюдаются различные переходные режимы, тип сходимости которых может быть представлен в виде устойчивого узла, устойчивого фокуса или седла-фокуса.

4. Проведенный учет пространственной неоднородности напряжений, деформации и температуры смазочного слоя позволил установить, что с ростом температуры становится более выраженной разница между напряжениями в прилегающих к поверхностям смазочных слоях. Анализ влияния температуры по-

верхностей и вязкости материала смазки на стационарный режим трения показал, что с помощью такого подхода предложенная синергетическая модель позволяет описать как ньютоновское поведение, так и случай, в котором верхний слой смазки затвердевает и движется вместе с поверхностью как единое целое.

5. Выяснено, что в ходе эволюции система стремится к однородному состоянию, в котором по всей плоскости контакта реализуется одно и то же значение сдвиговых напряжений, задающее относительную скорость движения трущихся блоков. При описании неоднородного распределения напряжения по плоскости контакта показано образование доменной структуры с двумя типами доменов в процессе трения.

6. При учете деформационного дефекта модуля сдвига и влиянии аддитивных флуктуаций напряжений, деформации и температуры установлено диапазон параметров модели, в котором отсутствуют сухой и прерывистый режимы трения, что соответствует реализации условий уменьшения трения. Исследование влияния параметров системы на фазовую диаграмму показало, что интенсивность шума температуры, деформации и температура поверхностей трения однозначно определяют области сухого, жидкостного и прерывистого режимов трения, при фиксированных остальных параметрах.

7. В результате исследований влияния шума на характер поведения системы при сдвиговом плавлении твердых тел были определены условия, при которых наблюдается самоподобное поведение системы, а также условия, при которых система демонстрирует монофрактальное либо мультифрактальное поведение, характеризующееся спектром фрактальных размерностей. Показано, что с уменьшением интенсивности шума параметра порядка в системе усиливается мультифрактальное поведение.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Persson B. N. J. Sliding friction. Physical principles and applications / B. N. J. Persson. – Berlin: Springer-Verlag, 2000. – 515 p.
2. Fajardo O. Y. Out-of-plane and in-plane actuation effects on atomic-scale friction / O. Y. Fajardo, E. Gnecco, J. J. Mazo // Phys. Rev. B. – 2014. – Vol. 89, № 7. – P. 075423 (7 p.).
3. Braun O. M. Modeling friction on a mesoscale: master equation for the earthquakelike model / O. M. Braun, M. Peyrard // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 100, № 12. – P. 125501 (4 p.).
4. Pertsin A. A computer simulation study of stick-slip transitions in water films confined between model hydrophilic surfaces. 1. Monolayer films / A. Pertsin, M. Grunze // Langmuir. – 2008. – Vol. 24, № 1. – P. 135–141.
5. Braun O. M. Dependence of boundary lubrication on the misfit angle between the sliding surfaces / O. M. Braun, N. Manini // Phys. Rev. E. – 2011. – Vol. 83, № 2. – P. 021601 (8 p.).
6. Volokitin A. I. Quantum friction / A. I. Volokitin, B. N. J. Persson // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106, № 9. – P. 094502 (4 p.).
7. Sliding over a phase transition / A. Benassi, A. Vanossi, G. E. Santoro [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106, № 25. – P. 256102 (4 p.).
8. Stabilizing stick-slip friction / R. Capozza, S. M. Rubinstein, I. Barel [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 107, № 2. – P. 024301 (4 p.).
9. Sivebaek I. M. Effective viscosity of confined hydrocarbons / I. M. Sivebaek, V. N. Samoilov, B. N. J. Persson // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 108, № 3. – P. 036102 (4 p.).
10. Lee D. W. Stick-slip friction and wear of articular joints / D. W. Lee, X. Banquy, J. N. Israelachvili // PNAS Early Edition. – 2013. – Vol. 110, № 7. – P. E567–E574.

11. Попов В. Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения: От нанотрибологии до динамики землетрясений / В. Л. Попов. — М.: Физматлит, 2013. — 352 с.
12. Boundary lubrication with a liquid crystal monolayer / W. Chen, S. Kulju, A. S. Foster [et al.] // Phys. Rev. E. — 2014. — Vol. 90, № 1. — P. 012404 (9 p.).
13. Balakrishna S. G. Preferential sliding directions on graphite / S. G. Balakrishna, A. S. de Wijn, R. Bennewitz // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 89, № 24. — P. 245440 (8 p.).
14. Influence of contact aging on nanoparticle friction kinetics / M. Feldmann, D. Dietzel, H. Fuchs [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 112, № 15. — P. 155503 (5 p.).
15. Chen Y. First-passage time of Brownian motion with dry friction / Y. Chen, W. Just, // Phys. Rev. E. — 2014. — Vol. 89, № 2. — P. 022103 (12 p.).
16. Israelachvili J. Adhesion forces between surfaces in liquids and condensable vapours / J. Israelachvili // Surf. Sci. Rep. — 1992. — Vol. 14, № 3. — P. 109-159.
17. Попов В. Л. Термодинамика и кинетика плавления сдвигом тонкого слоя смазки, заключенного между твердыми телами / В. Л. Попов // ЖТФ. — 2001. — Т. 71, № 5. — С. 100-110.
18. Yang C.-R. Tribological behavior of reciprocating friction drive system under lubricated contact / C.-R. Yang, Y.-C. Chiou, R.-T. Lee // Tribol. Int. — 1999. — Vol. 32, № 8. — P. 443-453.
19. Filippov A. E. Friction through dynamical formation and rupture of molecular bonds / A. E. Filippov, J. Klafter, M. Urbakh // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 92, № 13. — P. 135503 (4 p.).
20. Yoshizawa H. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 1. Relation between adhesion and friction / H. Yoshizawa, Y. -L. Chen, J. Israelachvili // J. Phys. Chem. — 1993. — Vol. 97, № 16. — P. 4128-4140; Yoshizawa H. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 2. Stick-slip friction of spherical and chain molecules / H. Yoshizawa, J. Israelachvili // J. Phys. Chem. — 1993. — Vol. 97, № 43. — P. 11300-11313.

21. Yamada S. Nanotribology of ethers: effects of molecular asymmetry and fluoroalkyl chains / S. Yamada // *Langmuir*. – 2005. – Vol. 21, № 19. – P. 8724-8732.
22. Huang X. Influence of fine particles on the stability of a humid granular pile / X. Huang, S. Bess, J. Colombani // *Phys. Rev. E*. – 2014. – Vol. 90, № 5. – P. 052201 (5 p.).
23. Lyashenko I. A. Thermodynamics and kinetics of boundary friction / I. A. Lyashenko, A. V. Khomenko, L. S. Metlov // *Tribol. Int.* – 2011. – Vol. 44, № 4. – P. 476-482.
24. Khomenko A. V. Solid-liquid transition of ultrathin lubricant film / A. V. Khomenko, O. V. Yushchenko // *Phys. Rev. E*. – 2003. – Vol. 68, № 3. – P. 036110 (6 p.).
25. Khomenko A. V. Stochastic models of ultrathin lubricant film melting / A. V. Khomenko // *Visnyk Lviv Univ. Ser. Physic.* – 2006. – Vol. 39. – P. 23-35.
26. Хоменко А. В. Самоорганизация и формирование низкоразмерных систем при удалении от равновесия: дисс. доктора физ.-мат. наук: 01.04.07 / Хоменко Алексей Витальевич. – Сумы, 2009. – 319 с.
27. Ландау Л. Д. Теоретическая физика: Учебное пособие : в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: УРСС, 2007. – Т. 7: Теория упругости. Изд. 6. – 2007. – 264 с.
28. Ландау Л. Д. Теоретическая физика: Учебное пособие : в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 2007. – Т. 5: Статистическая физика. Изд. 2. – 1964. – 568 с.
29. Numerical recipes in C: the art of scientific computing / [W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky et al.]. – New York: Cambridge University Press, 1992. – 1020 p.
30. Олемской А. И. Теория стохастических систем с сингулярным мультипликативным шумом / А. И. Олемской // *УФН*. – 1998. – Т. 168, № 3. – С. 287-321.
31. Marginal dimensions for multicritical phase transitions / M. Dudka, R. Folk, Yu. Holovatch [et al.] // *Condens. Matter. Phys.* – 2012. – Vol. 15, № 3. – P.

43001 (10 p.).

32. Реология: Теория и приложения. / Под ред. Ф. Эйриха; [пер. с англ. под общей ред. Ю. Н. Работнова, П. А. Ребиндера]. — М.: Иностран. лит., 1962. — 824 с.
33. Haken H. Synergetics / Haken H. — Berlin: Springer-Verlag, 1978. — 280 p.
34. Olemskoi A. I. Axiomatic theory of self-organizing system / A. I. Olemskoi // Physica A. — 2002. — Vol. 310, № 1-2. — P. 223-233.
35. Risken H. The Fokker-Planck equation / H. Risken. — Berlin: Springer, 1989. — 474 p.
36. Lorenz E. N. Deterministic nonperiodic flow / E. N. Lorenz // J. Atmos. Sci. — 1963. — Vol. 20. — P. 130-141.
37. Ляшенко Я. А. Синергетическое представление прерывистого режима граничного трения / Я. А. Ляшенко, Н. Н. Манько // Трение и износ. — 2013. — Т. 34, №1. — С. 60-68.
38. Ляшенко Я. О. Аналіз стійкості стаціонарних режимів межового тертя в рамках синергетичної моделі / Я. О. Ляшенко, Н. М. Манько // Укр. фіз. журн. — 2014. — Т. 59, №1. — С. 88-95.
39. Ляшенко Я. А. Учет пространственной неоднородности температуры в синергетической модели граничного трения / Я. А. Ляшенко, Н. Н. Манько // Ж. нано-электрон. физ. — 2013. — Т. 5, №3. — С. 03040 (5 с.).
40. Lyashenko I. A. Statistical analysis of self-similar behavior in the shear induced melting model / I. A. Lyashenko, V. N. Borysiuk, N. N. Manko // Condens. Matter. Phys. — 2014. — Vol. 17, №2. — P. 23003 (11 p.).
41. Ляшенко Я. А. Учет пространственной неоднородности напряжений, деформации и температуры в синергетической модели граничного трения / Я. А. Ляшенко, Н. Н. Манько // ЖТФ. — 2014. — Т. 84, №12. — С. 1-7.
42. Манько Н. Н. Незатухающий режим прерывистого движения при граничном трении / Н. Н. Манько, Я. А. Ляшенко // Материалы IV Международной научно-инновационной молодежной конференции ["Современные твердофазные технологии: теория, практика и инновационный менеджмент"], (Тамбов,

- Россия, 24 - 26 октября 2012 г.). – 2012. – С. 263-265.
43. Manko N. N. Stochastic oscillations at stick-slip motion in the boundary friction regime / N. N. Manko, I. A. Lyashenko // Proceedings of the International Conference "Nanomaterials: Application and Properties". – 2013. – Vol.2, №1. – P. 01NTF16 (2 p.).
 44. Манько Н. Н. Самоподобное поведение в модели сдвигового плавления при влиянии аддитивного шума / Н. Н. Манько, Я. А. Ляшенко, В. Н. Борисюк // Материалы V Международной научно-инновационной молодежной конференции ["Современные твердофазные технологии: теория, практика и инновационный менеджмент"], (Тамбов, Россия, 31 октября – 1 ноября 2013 г.). – 2013. – С. 268-270.
 45. Lyashenko I. Fractal analysis of the inhomogeneous spatial structures of the boundary lubricating layer in the friction processes / I. Lyashenko, N. Manko // Proceedings of the International Scientific Conference ["Electronics and Nanotechnology"], (Kyiv, 15 - 18 April 2014). – 2014. – P. 179-182.
 46. Manko N. N. Phase dynamic of shear melting / N. N. Manko, I. A. Lyashenko // Proceedings of the International Conference "Nanomaterials: Application and Properties". – 2014. – Vol.3, №1. – P. 01NTF11 (2 p.).
 47. Манько Н. Аналіз стійкості стаціонарних режимів межового тертя / Н. Манько, Я. Ляшенко // Тези доповідей Міжнародної конференції студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики ["ЕВРИКА-2013"], (Львів, 15 - 17 травня 2013 р.). – 2013. – С. Е16.
 48. Манько Н. Н. Влияние пространственного распределения напряжений в синергетической модели граничного трения / Н. Н. Манько, Я. А. Ляшенко // Програма і тези доповідей Міжнародної конференції молодих учених і аспірантів ["ІЕФ-2013"], (Ужгород, 20 - 23 травня 2013 р.). – 2013. – С. 235.
 49. Манько Н. Статистичний аналіз часових рядів в рамках моделі зсувного плавлення / Н. Манько, Я. Ляшенко, В. Борисюк // Тези доповідей Міжнародної конференції студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики ["ЕВРИКА"], (Львів, 15-17 травня 2014р.). – 2014. – С.14.

50. Манько Н. Дослідження стійкості стаціонарних режимів та просторової неоднорідності мастила в моделі межового тертя / Н. Манько, Я. О. Ляшенко // Збірка тез XIV Всеукраїнської школи-семінару та конкурсу молодих вчених зі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини, (Львів, 4 - 6 червня 2014 р.). – 2014. – С. 22.
51. Манько Н. Дослідження переривчастого режиму межового тертя / Н. Манько, Я. О. Ляшенко // Збірка тез школи-семінару ["Багатомасштабне моделювання фізичних процесів у конденсованих середовищах"], (Суми, 21 - 22 жовтня 2014 р.). – 2014. – С. 19.
52. Berman A. D. Origin and characterization of different stick-slip friction mechanisms / A. D. Berman, W. A. Ducker, J. N. Israelachvili // *Langmuir*. – 1996. – Vol. 12, № 19. – P. 4559–4563.
53. Binnig G. Atomic force microscope / G. Binnig, C. F. Quate, Ch. Gerber // *Phys. Rev. Lett.* – 1986. – Vol. 56, № 9. – P. 930-933.
54. Atomic-scale friction of a tungsten tip on a graphite surface / C. M. Mate, G. M. McClelland, R. Erlandsson [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1987. – Vol. 59, № 17. – P. 1942-1945.
55. Bhushan B. Springer handbook of nanotechnology / Bhushan B. – Berlin: Springer-Verlag, 2010. – 1961 p.
56. Tabor D. The direct measurement of normal and retarded van der Waals forces / D. Tabor, R. Winterton // *Proc. R. Soc. London Ser. A.* – 1969. – Vol. 312. – P. 435-440.
57. Israelachvili J. N. Shear properties of molecular films / J. N. Israelachvili, D. Tabor // *Nature Phys. Sci.* – 1973. – Vol. 241. – P. 148-149.
58. Bhushan B. Nanotribology: friction, wear and lubrication at the atomic scale / B. Bhushan, J. N. Israelachvili, U. Landman // *Nature (London)*. – 1995. – Vol. 374. – P. 607-616.
59. Carlson J. M. Constitutive relation for the friction between lubricated surfaces / J. M. Carlson, A. A. Batista // *Phys. Rev. E.* – 1996. – Vol. 53, № 4. – P. 4153-4165.

60. Aranson I. S. Stick-slip friction and nucleation dynamics of ultrathin liquid films / I. S. Aranson, L. S. Tsimring, V. M. Vinokur // *Phys. Rev. B.* – 2002. – Vol. 65, № 12. – P. 125402 (7 p.).
61. Israelachvili J. N. Measurement of forces between two mica surfaces in aqueous electrolyte solutions in the range 0-100 nm / J. N. Israelachvili, G. E. Adams // *J. Chem Soc. Faraday Trans. I.* – 1978. – Vol. 74. – P. 975-1001.
62. Israelachvili J. N. Intermolecular and surface forces: with applications to colloidal and biological systems / J. N. Israelachvili. – New York: Academic Press, 1991. – 480 p.
63. Brushan B. Nanotribology and nanomechanics. An introduction / Brushan B. – Berlin: Sprinder-Verlag, 2005. – 1150 p.
64. Frantz P. Use of capacitance to measure surface forces. 1. Measuring distance of separation with enhanced spatial and time resolution / P. Frantz, N. Agrait, M. Salmeron // *Langmuir.* – 1996. – Vol. 12, № 13. – P. 3289-3294.
65. Klein J. Confinement-induced phase transitions in simple liquids / J. Klein, E. Kumacheva // *Science.* – 1995. – Vol. 269. – P. 816-819.
66. The velocity dependence of frictional forces in point-contact friction / O. Zworner, H. Holscher, U. D. Schwarz [et al.] // *Appl. Phys. A.* – 1998. – Vol. 66. – P. 263-267.
67. Consequences of the stick-slip movement for the scanning force microscopy imaging of graphite / H. Holscher, U. D. Schwarz, O. Zworner [et al.] // *Phys. Rev. B.* – 1998. – Vol. 57. – P. 2477-2481.
68. Dynamic scanning force microscopy at low temperatures on a van der Waals surface: graphite (0001) / W. Allers, A. Schwarz, U. D. Schwarz [et al.] // *Appl. Surface Sci.* – 1999. – Vol. 140, № 3. – P. 247-252.
69. Carpick R. E. Scratching the surface: fundamental investigations of tribology with atomic force microscopy / R. E. Carpick, M. Salmeron // *Chem. Rev.* – 1997. – Vol. 97, № 4. – P. 1163-1194.
70. Friction force microscopy investigations of potassium halide surfaces in ultrahigh vacuum: structure, friction and surface modification / R. W. Carpick, Q. Dai,

- D. F. Ogletree [et al.] // Tribol. Lett. – 1998. – Vol. 5, № 1. – P. 91-102.
71. Two-dimensionally quantized friction observed with two-dimensional frictional force microscope / S. Fujisawa, E. Kishi, Y. Sugawara [et al.] // Tribol. Lett. – 1995. – Vol. 1, № 2. – P. 121-127.
72. Atomic-scale friction observed with a two-dimensional frictional-force microscope / S. Fujisawa, E. Kishi, Y. Sugawara [et al.] // Phys. Rev. B. – 1995. – Vol. 51, № 12. – P. 7849-7857.
73. Imaging adhesion forces on proteins with the atomic force microscope / M. Radmacher, M. Fritz, M. W. Allersma [et al.] // Proc. SPIE. – 1995. – Vol. 2384. – P. 141-148.
74. Джонсон К. Л. Механика контактного взаимодействия / К. Л. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
75. Fujisawa S. Load dependence of the periodicity in friction force images on the NaF(100) surface / S. Fujisawa, Y. Sugawaraad // Philos. Mag. A. – 1996. – Vol. 74, № 5. – P. 1329-13337.
76. Luengo G. Generalized effects in confined fluids: new friction map for boundary lubrication / G. Luengo, J. Israelachvili, S. Granick // Wear. – 1996. – Vol. 200, № 1-2. – P. 328-335.
77. Navranek A. Glass transition in inorganic glasses, polymers, and crystals / A. Navranek, M. Marvan // Ferroelectrics. – 1996. – Vol. 176. – P. 25-32.
78. Олемской А. И. Теория аморфного состояния / А. И. Олемской, Е. А. Торопов // Физика металлов и металловедение. – 1991. – № 9.- С. 5-29.
79. Олемской А. И. Трехпараметрическая кинетика фазового перехода / А. И. Олемской, А. В. Хоменко // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1996. – Т. 110, № 6(12). – С. 2144-2167.
80. Олемской А. И. Феноменологические уравнения стеклования жидкости / А. И. Олемской, А. В. Хоменко // ЖТФ. – 2000. – Т. 70, № 6. – С. 6-9; Олемской А. И. Синергетическая теория стеклования жидкости / А. И. Олемской, А. В. Хоменко // ЖТФ. – 2000. – Т. 70, № 6. – С. 10-15.
81. Хоменко А. В. Статистическая теория граничного трения атомарно-гладких

- твердых поверхностей при наличии смазочного слоя / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // УФН. – 2012. – Т. 182, № 10. – С. 1082-1110.
82. Хоменко А. В. Периодический прерывистый режим граничного трения / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // ЖТФ. – 2010. – Т. 80, № 1. – С. 27-33
83. Хоменко А. В. Синергетическая кинетика плавления ультратонкой пленки смазки / А. В. Хоменко, Н. В. Проданов // Физика и техника высоких давлений. – 2006. – Т. 16, № 4. – С. 164-179.
84. Braun O. M. Nanotribology: microscopic mechanisms of friction / O. M. Braun, A. G. Naumovets // Surf. Sci. Rep. – 2006. – Vol. 60, № 6-7. – P. 79-158.
85. Chemical control of friction: mixed lubricant monolayers / O. K. Dudko, A. E. Filippov, J. Klafter [et al.] // Tribol. Lett. – 2002. – Vol. 12, № 4. – P. 217-227.
86. Tuning friction with noise and disorder / Y. Braiman, H. G. E. Hentschel, F. Family [et al.] // Phys. Rev. E. – 1999. – Vol. 59, № 54. – P. R4737-R4740.
87. Olemskoi A. I. Self-organized criticality within fractional Lorenz scheme / A. I. Olemskoi, A. V. Khomenko, D. O. Kharchenko // Physica A. – 2003. – Vol. 323. – P. 263-293.
88. Khomenko A. V. Noise influence on solid-liquid transition of ultrathin lubricant film / A. V. Khomenko // Phys. Lett. A. – 2004. – Vol. 329, № 1-2. – P. 140-147.
89. Торопов Е. А. Влияние шума на характер поведения синергетической системы / Е. А. Торопов, Д. О. Харченко // Известия высших учебных заведений, физика. – 1996. – № 4. – С. 75-82.
90. Гардинер К. В. Стохастические методы в естественных науках / К. В. Гардинер; [пер. с англ. А. Доброславский и др.]. – М.: Мир, 1986. – 528 с.
91. Romero A. H. First passage time statistics for systems driven by long range correlated gaussian noises / A. H. Romero, J. M. Sancho, K. Lindenberg // Fluctuation and Noise Letters. – 2002. – Vol. 2, № 2. – P. L79-L100.
92. Bak P. How nature works: the science of self-organized criticality / P. Bak. – New York: Springer-Verlag, 1996. – 212 p.
93. Jensen H. J. Self-organized criticality. Emergent complex behavior in physical

- and biological systems / H. J. Jensen. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1998. — 168 p.
94. Хоменко А. В. Стохастическая теория прерывистого режима плавления ультратонкой пленки смазки / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // ЖТФ. — 2005. — Т. 75, № 11. — С. 17-25.
 95. Khomenko A. V. Multifractal analysis of stress time series during ultrathin lubricant film melting / A. V. Khomenko, I. A. Lyashenko, V. N. Borisyuk // Fluct. Noise Lett. — 2010. — Vol. 9, № 1. — P. 19-35.
 96. Khomenko A. V. Phase dynamics and kinetics of thin lubricant film driven by correlated temperature fluctuations / A. V. Khomenko, I. A. Lyashenko // Fluct. Noise Lett. — 2007. — Vol. 7, № 2. — P. L111-L133.
 97. Amit D. J. Field theory, the renormalization group, and critical phenomena / D. J. Amit. — New York: McGraw-Hill, Inc., 1978. — 336 p.
 98. Robbins M. O. Computer simulations of friction, lubrication and wear / M. O. Robbins, M. H. Muser; edited by B. Bhushan // Modern Tribology Handbook. — Boca Raton, FL: CRC Press, 2001. — P. 717-765.
 99. Balents L. Nonequilibrium steady states of driven periodic media / L. Balents, M. C. Marchetti, L. Radzihovsky // Phys. Rev. B. — 1998. — Vol. 57, № 13. — P. 7705-7739.
 100. Giamarchi T. Moving glass phase of driven lattices / T. Giamarchi, P. Le Doussal // Phys. Rev. Lett. — 1996. — Vol. 76, № 18. — P. 3408-3411.
 101. Israelachvili J. N. Dynamic properties of molecularly thin liquid films / J. N. Israelachvili, P. M. McGuiggan, A. M. Homola // Science. — 1988. — Vol. 76, № 4849. — P. 189-191.
 102. Thompson P. A. Origin of stick-slip motion in boundary lubrication / P. A. Thompson, M. O. Robbins // Science. — 1990. — Vol. 250, № 4982. — P. 792-794.
 103. Drummond C. Behavior of adhesive boundary lubricated surfaces under shear: A new dynamic transition / C. Drummond, J. Elezgaray, P. Richetti // Europhys. Lett. — 2002. — Vol. 58, № 4. — P. 503-509.

104. Braun O. M. Friction in a solid lubricant film / O. M. Braun, M. Peyrard // Phys. Rev. E. – 2001. – Vol. 63, № 4. – P. 046110.
105. Salmon J. B. Dynamical behavior of a complex fluid near an out-of-equilibrium transition: Approaching simple rheological chaos / J. B. Salmon, A. Colin, D. Roux // Phys. Rev. E. – 2002. – Vol. 66, № 3. – P. 031505.
106. Spatially resolved dynamic correlation in the vortex state of high temperature superconductors / D. Lopez, W. K. Kwok, H. Safar [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1999. – Vol. 82, № 6. – P. 1277-1280.
107. Weiss J. A. Interactions, dynamics, and elasticity in charge-stabilized colloidal crystals / J. A. Weiss, A. E. Larsen, D. G. Grier // J. Chem. Phys. – 1998. – Vol. 109, № 19. – P. 8659-8666.
108. Palberg T. Resonant stick–slip motion in a colloidal crystal / T. Palberg, K. Streicher // Nature (London). – 1994. – Vol. 367, № 19. – P. 51-54.
109. Imhof A. Shear melting of colloidal crystals of charged spheres studied with rheology and polarizing microscopy / A. Imhof, A. van Blaaderen, J. K. G. Dhont // Langmuir. – 1994. – Vol. 10, № 10. – P. 3477-3484.
110. Ackerson B. J. Shear-induced partial translational ordering of a colloidal solid / B. J. Ackerson, N.A. Clark // Phys. Rev. A. – 1984. – Vol. 30, № 2. – P. 906-918.
111. Lindsay H.M. Shear elasticity and viscosity in colloidal crystals and liquids / H. M. Lindsay, P. M. Chaikin // J. Phys. (Paris), Colloq. – 1985. – Vol. 46. – P. C3.
112. Das M. Collective stochastic resonance in shear-induced melting of sliding bilayers / M. Das, G. Ananthakrishna, S. Ramaswamy // Phys. Rev. E. – 2003. – Vol. 68, № 6. – P. 061402 (12 p.).
113. Persson B. N. J. Theory and simulation of sliding friction / B. N. J. Persson // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 71, № 8. – P. 1212-1215.
114. Granato E. Transverse thermal depinning and nonlinear sliding friction of an adsorbed monolayer / E. Granato, S. C. Ying // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 85, № 25. – P. 5368-5371.

115. Das M. Melting-freezing cycles in a relatively sheared pair of crystalline monolayers / M. Das, S. Ramaswamy, G. Ananthakrishna // *Europhys. Lett.* – 2002. – Vol. 60, № 4. – P. 636-642.
116. Lahiri R. Shear-induced melting and reentrance: a model / R. Lahiri, S. Ramaswamy // *Phys. Rev. Lett.* – 1994. – Vol. 73, № 7. – P. 1043-1046.
117. Robbins M. O. Simulations of shear-induced melting and ordering / M. O. Robbins, M. J. Stevens // *Phys. Rev. E.* – 1993. – Vol. 48, № 5. – P. 3778-3792.
118. Ackerson B. J. Shear-induced melting / B. J. Ackerson, N. A. Clark // *Phys. Rev. Lett.* – 1981. – Vol. 46, № 2. – P. 123-126.
119. Хоменко О. В. Фазова динаміка тонкої плівки мастила між твердими поверхнями при деформаційному дефекті модуля зсуву / О. В. Хоменко, Я. О. Ляшенко // *Журнал фізичних досліджень.* – 2007. – Т. 11, № 3. – С. 268-278.
120. Хоменко О. В. Самоподібна фазова динаміка межового тертя / О. В. Хоменко, Я. О. Ляшенко, В. М. Борисюк // *Укр. фіз. журн.* – 2009. – Т. 54, № 11. – С. 1142-1151.
121. Хоменко О. В. Стохастическая модель прерывистого режима граничного трения с учетом деформационного дефекта модуля сдвига смазочного материала / О. В. Хоменко, Я. О. Ляшенко // *Трение и износ.* – 2010. – Т. 31, № 4. – С. 412-422.
122. Popov V. L. A Theory of the transition from static to kinetic friction in boundary lubrication layers / V. L. Popov // *Solid State Commun.* – 2000. – Vol. 115. – P. 369-373.
123. Рюэль Д. О природе турбулентности / Д. Рюэль, Ф. Такенс; под. ред. Я. Г. Синая, Л. П. Шильникова // *Странные аттракторы.* – М.: Мир, 1981. – С. 117-151.
124. Лоскутов А. Ю. Основы теории сложных систем / А. Ю. Лоскутов, А. С. Михайлов. – М.: Ижевск. 2007. – 620 с.
125. Ляшенко Я. А. Феноменологическая теория плавления тонкой пленки смаз-

- ки между двумя атомарно-гладкими твердыми поверхностями / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко, Л. С. Метлов // ЖТФ. – 2010. – Т. 80, № 8. – С. 120-126.
126. Ляшенко Я. А. Трибологическая система в режиме граничного трения под периодическим внешним воздействием / Я. А. Ляшенко // ЖТФ. – 2011. – Т. 81, № 6. – С. 125-132.
127. Ляшенко Я. А. Фазовый переход первого рода между жидкоподобной и твердоподобной структурами граничной смазки / Я. А. Ляшенко // ЖТФ. – 2012. – Т. 82, № 2. – С. 19-28.
128. Chandross M. Friction between alkylsilane monolayers: molecular simulation of ordered monolayers / M. Chandross, G. S. Grest, M. J. Steven // Langmuir. – 2002. – Vol. 18, № 22. – P. 8392-8399.
129. Identifying the mechanisms of polymer friction through molecular dynamics simulation / L. Dai, M. Minn, N. Satyanarayana [et al.] // Langmuir. – 2011. – Vol. 27, № 24. – P. 14861-14867.
130. Ramin L. Effect of load on structural and frictional properties of alkanethiol self-assembled monolayers on gold: some odd–even effects / L. Ramin, A. Jabbarzadeh // Langmuir. – 2012. – Vol. 28, № 9. – P. 4102-4112.
131. Yamada S. Dynamic transitions in molecularly thin liquid films under frictional sliding / S. Yamada // Langmuir. – 2008. – Vol. 24, № 4. – P. 1469-1475.
132. Zuev L. B. Plastic deformation viewed as evolution of an active medium / L. B. Zuev, V. I. Danilov // Int. J. Solids Structures. – 1997. – Vol. 34, № 29. – P. 3795-3805.
133. Zuev L. B. A self-excited wave model of plastic deformation in solids / L. B. Zuev, V. I. Danilov // Philos. Mag. A. – 1999. – Vol. 79, № 1. – P. 43-57.
134. Эффект памяти формы и сверхэластичность сплавов никелида титана, имплантированных высокими дозами ионов / А. Д. Погребняк, С. Н. Братушка, В. М. Береснев [и др.] // Успехи химии. – 2013. – Т. 82, №12. – С. 1135-1159.
135. Kharchenko D. O. Nonequilibrium phase transitions in stochastic systems with coloured fluctuations / D. O. Kharchenko, A. I. Olemskoi, I. A. Knyaz' //

- Condens. Matter. Phys. — 2006. — Vol. 9, №1. — P. 15-22.
136. Khomenko A. V. Hysteresis phenomena at ultrathin lubricant film melting in the case of first-order phase transition / A. V. Khomenko, I. A. Lyashenko // Phys. Lett. A. — 2007. — Vol. 366, № 1-2. — P. 165-173.
137. Гардинер К. В. Стохастические методы в естественных науках / К. В. Гардинер. — М.: Наука, 1985. — 526 с.
138. William H. Numerical recipes in C: the art of scientific computing / H. William. — N.Y.: Cambridge University Press, 1992. — 994 p.
139. Хоменко А. В. Плавление ультратонкой пленки смазки за счет диссипативного разогрева поверхностей трения / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // ЖТФ. — 2007. — Т. 77, № 9. — С. 137-140.
140. General hydrophobic interaction potential for surfactant/lipid bilayers from direct force measurements between light-modulated bilayers / S. Donaldson, T. Lee, B. Chmelka [et al.] // PNAS. — 2011. — Vol. 108. — P. 15699-15704.
141. Olemskoi A. Generalization of multifractal theory within quantum calculus / A. Olemskoi, I. Shuda, V. Borisyuk // Europhys. Lett. — 2010. — Vol. 89. — P. 50007-50012.
142. Ландау Л.Д. Об аномальном поглощении звука вблизи точек фазового перехода второго рода / Л. Д. Ландау, И. М. Халатников // ДАН СССР. — 1954. — Т. 96, №3. — С. 469-472.
143. Horsthemke W. Noise-induced transitions: theory and applications in physics, chemistry, and biology / W. Horsthemke, R. Lefever. — New York: Springer-Verlag, 1984. — 316 p.
144. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series / J. W. Kantellhardt, S. A. Zschiegner, E. Koscielny-Bunde [et al.] // Physica A. — 2002. — Vol. 316. — P. 87-114.
145. Мультифрактальный анализ рентгеновских дифрактограмм сложных конденсированных сред / А. И. Олемской, С. Н. Данильченко, В. Н. Борисюк [и др.] // Металлофиз. новейшие технол. — 2009. — Т. 31, № 6. — С. 777-789.
146. Feder J. Fractals / J. Feder. — New York: Plenum Publishers, 1988. — 283 p.