

Система, эквивалентная системе Лотки-Вольтерра с логистической поправкой

Мусафиров Э.В., доцент

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, г. Гродно

Многие процессы реального мира моделируются с помощью систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Однако такие системы часто не интегрируются в замкнутом виде. В этом случае изучение свойств решений можно проводить, используя эквивалентные (в некотором смысле) более простые системы. Теория отражающей функции (ОФ) позволяет (см. [1, 2]) сопоставлять характер поведения систем с одинаковой ОФ. У систем с одинаковой ОФ совпадают операторы сдвига вдоль решений, а для периодических систем совпадают их отображения за период $[-\omega, \omega]$. В частности, для всех систем с совпадающей ОФ характер устойчивости решений, при $t = t_0$ выходящих из одной и той же точки, одинаков.

Теорема. Для произвольных скалярных непрерывных нечетных функций $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ и любых $a, b \in \mathbb{R}$ система

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x(a - bx)(1 + \alpha_1(t)) + 2xy^2\alpha_2(t), \\ \dot{y} &= -bxy(1 + \alpha_1(t)) / 2 + y^3\alpha_2(t)\end{aligned}$$

эквивалентна (в смысле совпадения ОФ) системе $\dot{x} = x(a - bx)$, $\dot{y} = -bxy / 2$ (частный случай системы Лотки-Вольтерра с логистической поправкой).

Замечание. Учитывая, что обычно динамика процессов моделируется на неотрицательной временной полуоси, непрерывные функции $\alpha_k(t)$ ($\alpha_k(0) = 0$) можно доопределить нечетным образом на отрицательную полуось.

1. В.И. Мироненко, *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем* (Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины: 2004).
2. Э.В. Мусафиров, *Временные симметрии дифференциальных систем* (Пинск: ПолесГУ: 2009).