

## Узагальнена модель Васічека відсоткової ставки. Поведінка довгострокової ставки

Лаврова К.Є., студентка

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, м. Київ

Досліджується модель Васічека для миттєвої відсоткової ставки

$$dr(t) = a(b - r(t))dt + \sigma dW_t, \quad a, b, \sigma = \text{const} \quad (1)$$

тут  $a$  – параметр, що характеризує швидкість повернення до середнього значення,  $b$  – середній довгостроковий рівень відсоткової ставки,  $\sigma$  – параметр волатильності.

Поставлено задачу: 1) Для такої моделі дослідити довгострокову поведінку середньої відсоткової ставки, тобто необхідно знайти

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T r(s) ds$$

2) Знайти теж саме значення  $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T r(s) ds$ , за припущень, що в рівнянні (1)  $a(t)$ ,  $b(t)$ ,  $\sigma(t)$  – це не випадкові функції, на які можна накладати умови в ході розв'язку.

В ході розв'язання даної задачі було сформульовано і доведено таку теорему:

Теорема. Нехай стохастичне диференціальне рівняння задовольняє узагальнену модель Васічека :

$$dr(t) = a(t)(b(t) - r(t))dt + \sigma(t)dW_t,$$

де  $a = \text{const}$ , а  $b(t)$ ,  $\sigma(t)$  – не випадкові обмежені функції,  $\exists \bar{b}$ :

$\frac{1}{T} \int_0^T b(s) ds \rightarrow \bar{b}$ , при  $T \rightarrow \infty$ , тоді довгострокова середня відсоткова

ставка дорівнює  $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T r(s) ds = \bar{b}$  у середньоквадратичному.