УДК 539.2

Синергетическое представление фрикционного размягчения поверхности льда

А. В. Хоменко, М. А. Хоменко
Сумский государственный университет, Украина

The ice surface premelting during friction is shown as a result of the spontaneous appearance of shear strain caused by external supercritical heating. This transformation is described by the Kelvin-Voigt equation for viscoelastic medium, the relaxation equations of Landau-Khalatnikov-type and for heat conductivity. The study reveals that the order parameter is reduced to shear strain, stress acts as the conjugate field, and temperature plays the role of the control parameter. Using the adiabatic approximation, the stationary values of these quantities are derived. The critical temperature is proportional to the effective value of the ice shear modulus and inversely proportional to its typical value.

Key words: *phase transition; rheology; plasticity; strain; stress; shear modulus*

1. Введение

Трение льда и снега имеет большое значение в быту, спорте, природе и промышленности [1]. Кинетика трения льда определяется такими процессами, как адгезия, поверхностное плавление и плавление под давлением, фрикционный нагрев, ползучесть и разрушение. Исследователи широко развивали идею появления уменьшающей трение пленки воды на поверхности льда, поскольку понимание условий ее формирования необходимо для практического применения.

В работе в рамках теории фазовых переходов построена нелинейная модель размягчения поверхности льда при трении. Данное исследование основывается на предположении, что модуль сдвига зависит от температуры и обращается в ноль в точке перехода.

2. Основные уравнения

Пусть релаксационное поведение сдвиговой компоненты ε тензора деформации поверхности льда определяется уравнением Кельвина-Фойгта [2]:

$$\dot{\varepsilon} = -\varepsilon/\tau_\varepsilon + \sigma/\eta_\varepsilon, \tag{2.1}$$

где τ_ε – время дебаевской релаксации, η_ε – коэффициент эффективной сдвиговой вязкости. Второе слагаемое в правой части описывает течение вязкой жидкости под действием сдвиговой компоненты напряжений σ. В стационарном случае $\dot{\varepsilon} = 0$ получаем выражение подобное закону Гука $\sigma = G_\varepsilon \varepsilon$, $G_\varepsilon = \eta_\varepsilon/\tau_\varepsilon$.

Следующее предположение заключается в том, что релаксационное уравнение для сдвигового напряжения σ имеет вид, аналогичный по математической структуре уравнению Ландау-Халатникова [3]:

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma + G(T)\varepsilon. \tag{2.2}$$

Первое слагаемое в правой части описывает релаксацию в течение времени $\tau_\sigma = \eta/G(T)$, определяемого значениями сдвиговой вязкости η, модуля G и температуры поверхности льда T. В стационарном случае $\dot{\sigma} = 0$ кинетическое уравнение (2.2) превращается в закон Гука $\sigma = G(T)\varepsilon$.

Следует отметить, что эффективные значения вязкости $\eta_\varepsilon = \tau_\varepsilon G_\varepsilon$ и модуля $G_\varepsilon = \eta_\varepsilon/\tau_\varepsilon$ не совпадают с действительными значениями η и G. Физически такое различие обусловлено тем, что уравнение Ландау-Халатникова (2.2) не сводится к уравнению Кельвина-Фойтга (2.1). Значения G_ε, η, η_ε очень слабо зависят от температуры образца T, тогда как действительный модуль сдвига G стремится к нулю, если температура снижается до характерной точки T_c. В дальнейшем используются простейшие приближения для температурных зависимостей $G_\varepsilon(T), \eta(T), \eta_\varepsilon(T) = \text{const}$,

$$G = G_0(T/T_c - 1), \tag{2.3}$$

где $G_0 \equiv G(T = 2T_c)$ - характерное значение модуля.

В соответствии с синергетической концепцией для дополнения системы уравнений (2.1) и (2.2), которые содержат параметр порядка ε, сопряженное поле σ и управляющий параметр T, необходимо получить кинетическое уравнение для температуры. Данное уравнение можно вывести, используя основные соотношения теории упругости [4, 5]:

$$c_p\dot{T} = \frac{\kappa}{l^2}(T_e - T) + \sigma\dot{\varepsilon}, \tag{2.4}$$

где κ – коэффициент теплопроводности, l – масштаб теплопроводности (расстояние, на которое тепло проникает в лед), T_e – температура поверхностей трения и c_p – теплоемкость. Заменяя здесь $\dot{\varepsilon}$ на выражение из уравнения (2.1) получаем слагаемое $\sigma^2/\eta_\varepsilon$. Оно описывает диссипативный разогрев вязкой жидкости, текущей под действием напряжения σ, которым можно пренебречь в рассматриваемом случае. С другой стороны, для описания процесса трения необходимо учесть тепловое воздействие, значение которого T_e не сводится к компоненте Онзагера, а задается внешними условиями. Ввиду данных обстоятельств далее предполагается, что квадратичный вклад напряжений включен в температуру T_e в уравнении (2.10), и она является константой.

Удобно использовать следующие единицы измерения

$$\sigma_s = \left(c_p\eta_\varepsilon T_c/\tau_T\right)^{1/2}, \qquad \varepsilon_s = \sigma_s/G_\varepsilon, \qquad T_c \tag{2.5}$$

для значений σ, ε, T, соответственно ($\tau_T \equiv l^2 c_p/\kappa$ – время теплопроводности). Тогда основные уравнения (2.1), (2.2) и (2.4) принимают вид

$$\tau_\varepsilon\dot{\varepsilon} = -\varepsilon + \sigma, \tag{2.6}$$

$$\tau_\sigma\dot{\sigma} = -\sigma + g(T-1)\varepsilon, \tag{2.7}$$

$$\tau_T\dot{T} = (T_e - T) - \sigma\varepsilon, \tag{2.8}$$

где введена константа $g = G_0/G_\varepsilon$. Уравнения (2.6) - (2.8) формально совпадают с системой Лоренца, использование которой позволило описать фазовые термодинамические и кинетические переходы [6].

3. Условия перехода

В общем случае систему (2.6) - (2.8) невозможно решить аналитически, поэтому используется метод адиабатического приближения:

$$\tau_\sigma \ll \tau_\varepsilon, \qquad \tau_T \ll \tau_\varepsilon. \tag{3.1}$$

Отсюда следует, что в процессе эволюции напряжение $\sigma(t)$ и температура $T(t)$ следуют изменению деформаций $\varepsilon(t)$. Первое из этих неравенств выполняется потому, что оно содержит макроскопическое время τ_ε и микроскопическое время Дебая $\tau_\sigma \approx a/c \sim 10^{-12}$ с, где $a \sim 1$ нм – постоянная решетки или межмолекулярное расстояние и $c \sim 10^3$ м/с – скорость звука. Второе условие (3.1) удобно записать в виде

$$l \ll L, \tag{3.2}$$

где введены максимальное значение характерной длины теплопроводности

$$L = \sqrt{\frac{\chi \nu_\varepsilon}{c_\varepsilon^2}}, \tag{3.3}$$

температуропроводность $\chi \equiv \kappa / c_p$, эффективная кинематическая вязкость $\nu_\varepsilon \equiv \eta_\varepsilon / \rho$ и скорость звука $c_\varepsilon \equiv (G_\varepsilon / \rho)^{1/2}$ (ρ – плотность среды). Тогда мы можем приравнять левые части уравнений (2.7) и (2.8) к нулю. В результате напряжение σ и температура T выражаются через деформацию ε

$$\sigma = \frac{g\varepsilon(T_e - 1)}{1 + g\varepsilon^2}, \; T = 1 + \frac{T_e - 1}{1 + g\varepsilon^2}. \tag{3.4}$$

Подставляя первое выражение (3.4) в уравнение (2.6), получаем уравнение Ландау-Халатникова

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\partial V / \partial \varepsilon, \tag{3.5}$$

где синергетический потенциал имеет вид (рис. 1а)

$$V = \frac{1}{2}[\varepsilon^2 + (1 - T_e)\ln(1 + g\varepsilon^2)]. \tag{3.6}$$

В стационарном состоянии выполняется условие $\dot{\varepsilon} = 0$, и потенциал (3.6) принимает минимум. При температуре T_e не больше критического значения

$$T_{c0} = 1 + g^{-1}, \quad g \equiv G_0 / G_\varepsilon < 1, \quad G_\varepsilon \equiv \eta_\varepsilon / \tau_\varepsilon, \tag{3.7}$$

данный минимум соответствует деформации $\varepsilon = 0$, т.е. поверхность льда не размягчается. В противном случае $T_e > T_{c0}$, стационарная сдвиговая деформация отлична от нуля

$$\varepsilon_0 = \left(T_e - (1 + g^{-1})\right)^{1/2} \tag{3.8}$$

и возрастает с T_e согласно корневой зависимости (рис. 1б). Это приводит к размягчению льда. Выражения (3.4) дают стационарные значения напряжения и температуры

$$\sigma_0 = \varepsilon_0, \quad T_0 = 1 + g^{-1}. \tag{3.9}$$

Следует отметить, что с одной стороны, стационарная температура T_0 совпадает с критическим значением (3.7) и, с другой стороны, она отличается от температуры T_e. Поскольку T_{c0} представляет минимальное значение температуры, при которой начинается размягчение льда, вышеуказанное означает, что отрицательная обратная связь напряжения σ и деформации ε с температурой T (см. последнее слагаемое с правой части уравнения (2.8)) уменьшает температуру образца настолько, что процесс самоорганизации обеспечивается только на пределе. В стационарном состоянии значение модуля сдвига равно:

$$G_s = G_\varepsilon. \tag{3.10}$$

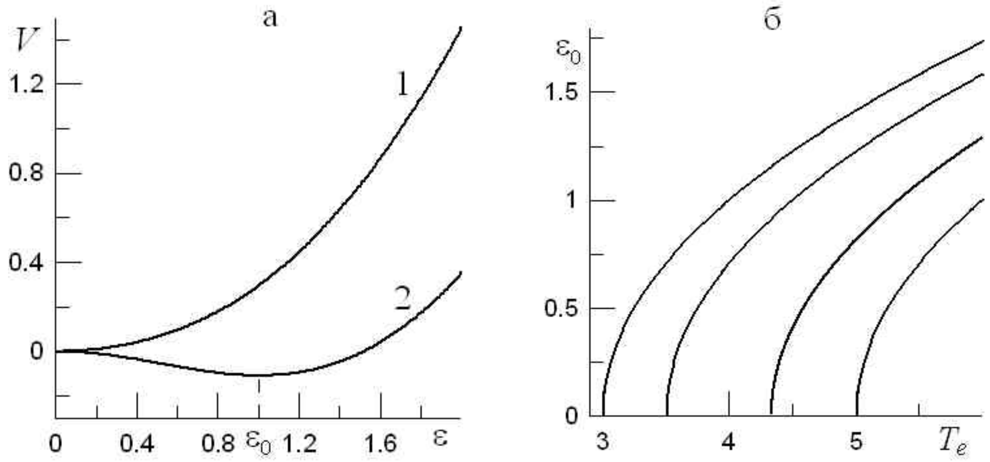

Рис. 1. Зависимость синергетического потенциала от деформации (а) при $g = 0.5$ (кривая 1 отвечает $T_e = 2 < T_{c0}$, кривая 2-$T_e = 4 > T_{c0}$) и зависимость стационарной деформации от температуры T_e (б). Кривые отвечают значениям $g = 0.25, 0.3, 0.4, 0.5$ и расположены справа налево

4. Заключение

В соответствии с проведенным анализом размягчение льда обусловлено самоорганизацией сдвиговых компонент полей деформации и напряжения, с одной стороны, и температуры образца, с другой стороны. Таким образом, деформация ε выполняет роль параметра порядка, сопряженное поле сводится к напряжению σ, температура T представляет собой управляющий параметр. Первоначальной причиной самоорганизации является положительная обратная связь T и ε с σ. В соответствии с (3.7) системы, предрасположенные к размягчению, имеют большое значение характерного G_0 и малое значение эффективного G_ε модуля сдвига.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.-M. Kietzig, S.G. Hatzikiriakos, and P. Englezos. Physics of ice friction // Journal of Applied Physics. – 2010. – v.107(8). – P. 081101-15.
2. Реология: Теория и приложения / Под ред. Ф. Эйриха. - М.: Иностр. лит., 1962. – 824 с.
3. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Теоретическая физика. Т. 10: Физическая кинетика. - М.: Наука, 1979. – 528 с.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 7: Теория упругости. Изд. 4. - М.: Наука, 1987. – 248 с.
5. A.V. Khomenko. Self-organization of adatom adsorption structure at interaction with tip of dynamic force microscope // Condens. Matter Phys. – 2014. – v.17, №3. – P.33401: 1-10.
6. Олемской А.И., Хоменко А.В. Синергетика конденсированной среды. - Сумы: Изд-во СумГУ, 2002. – 373 с.

03.05.2015.