

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

На правах рукопису

Беда Олександр Іванович

УДК 621.671

**ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОТОРА ВІДЦЕНТРОВОГО
НАСОСА З УРАХУВАННЯМ ОСОБЛИВОСТЕЙ ГІДРОДИНАМІЧНИХ
ПРОЦЕСІВ В ШПАРИННИХ УЩІЛЬНЕННЯХ ДОВІЛЬНОЇ ДОВЖИНИ**

05.02.09 – Динаміка та міцність машин

Дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Науковий керівник –
доктор технічних наук,
професор Симоновський В.І.

Суми – 2015

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	4
ВСТУП	6
РОЗДІЛ 1 СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ ДИНАМІКИ РОТОРІВ ВІДЦЕНТРОВИХ МАШИН І МЕТОДІВ ЇХ ДОСЛІДЖЕННЯ	11
1.1 Вступні зауваження	11
1.2 Математичні моделі динамічних процесів роторів відцентрових насосів	13
1.3 Стан теорії і методів розрахунку гідродинамічних реакцій шпаринних ущільнень та досліджень їх впливу на динаміку ротора	17
1.3.1 Вступні зауваження	17
1.3.2 Моделі турбулентного руху рідини в шпарині.....	18
1.3.3 Гідродинамічні характеристики шпаринних ущільнень	22
1.4 Висновки. Постановка задач.....	28
РОЗДІЛ 2 РОЗРОБКА МЕТОДА ОБЧИСЛЕННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ РЕАКЦІЙ У ШПАРИННОМУ УЩІЛЬНЕННІ ДОВІЛЬНОЇ ДОВЖИНИ	30
2.1 Постановка задачі.....	30
2.2 Математична модель гідродинамічних процесів шпаринного ущільнення довільної довжини.....	31
2.3 Розрахунок гідродинамічних реакцій шпаринного ущільнення в лінійній постановці	42
2.3.1 Математична модель шпаринного ущільнення в лінійній постановці	42
2.3.2 Розрахунок гідростатичної сили, обумовленої радіальним зміщенням вала.....	51
2.3.3 Розрахунок гідростатичної сили, обумовленої перекосом вала в щілині.	59
2.3.4 Розрахунок демпфуючої та циркуляційної сил при радіальному зміщенні центра вала.	67

2.3.5 Розрахунок демпфуючої та циркуляційної сил при кутових коливаннях вала	72
2.4 Аналіз впливу обертання вала на радіальну силу	77
2.5 Аналіз нелінійності гідростатичної сили.....	80
2.6 Математична модель шпаринного ущільнення з кільцевою канавкою ..	84
2.7 Висновки	87
РОЗДІЛ 3 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ГІДРОСТАТИЧНОЇ СИЛИ У ШПАРИННОМУ УЩІЛЬНЕННІ ДОВІЛЬНОЇ ДОВЖИНИ.....	89
3.1 Основні задачі експериментальних досліджень	89
3.2 Експериментальний стенд для досліджень шпаринних ущільнень.....	90
3.3 Об'єм експериментальних досліджень	93
3.4 Методи оцінювання коефіцієнта жорсткості гідростатичної сили.....	93
3.5 Результати експериментальних досліджень.....	100
3.6 Висновки	103
РОЗДІЛ 4 АНАЛІЗ ВПЛИВУ ШПАРИННИХ УЩІЛЬНЕНЬ ДОВІЛЬНОЇ ДОВЖИНИ НА ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОТОРА	105
4.1 Вступні зауваження	105
4.2 Одномасова модель ротора відцентрового насоса	105
4.3 Дослідження динамічних характеристик одномасової лінійної моделі ротора	107
4.4 Аналіз стійкості обертання і нелінійних коливань.....	110
4.5 Аналіз впливу врахування спірального потоку робочої рідини на величини критичних частот типових конструкцій роторів	113
4.4 Висновки	116
ВИСНОВКИ.....	118
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	122
Додаток А.....	136
Додаток Б	138

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- b_ε – коефіцієнт демпфуючої сили при радіальному зміщенні вала;
- $b_{0\varepsilon}$ – безрозмірний коефіцієнт демпфуючої сили при радіальному зміщенні вала;
- b_θ – коефіцієнт демпфуючої сили при кутових коливаннях вала;
- $b_{0\theta}$ – безрозмірний коефіцієнт демпфуючої сили при кутових коливаннях вала;
- e – ексцентриситет;
- F_x, F_y – проекції радіальної сили;
- h – місцевий радіальний зазор у кільцевому каналі;
- h_0 – середній радіальний зазор у шпаринному ущільненні;
- $k_c(0)$ – коефіцієнт жорсткості лінеаризованої гідростатичної сили;
- K_ε – коефіцієнт жорсткості гідростатичної сили при радіальному зміщенні вала;
- $K_{0\varepsilon}$ – безрозмірний коефіцієнт жорсткості гідростатичної сили при радіальному зміщенні вала;
- K_θ – коефіцієнт жорсткості гідростатичної сили при кутовому зміщенні вала;
- $K_{0\theta}$ – безрозмірний коефіцієнт жорсткості гідростатичної сили при кутовому зміщенні вала;
- l – довжина шпаринного ущільнення;
- l_r – безрозмірний параметр, який характеризує відношення довжини ущільнення до його радіусу;
- $p_0(\bar{z}, \varphi)$ – тиск у концентричному зазорі;
- p_1, p_2 – тиск рідини перед і за ущільненням;
- Δp – перепад тиску на шпаринному ущільненні;
- q – коефіцієнт циркуляційної сили;
- r – радіус вала;

r_h – безрозмірний параметр, який характеризує відношення радіуса ущільнення до середнього радіального зазору;

Re – число Рейнольдса;

u – обумовлена полем тиску усереднена по товщині зазору окружна швидкість;

u_0 – обумовлена обертанням вала усереднена по товщині зазору окружна швидкість;

w – обумовлена полем тиску усереднена по товщині зазору осьова швидкість;

w_0 – усереднена осьова швидкість рідини між концентрично розташованими стінками;

$\alpha(\varepsilon)$ – безрозмірний коефіцієнт нелінійності гідростатичної сили;

$\beta(\varepsilon)$ – безрозмірний коефіцієнт нелінійної жорсткості;

ε – відносний ексцентриситет;

λ – коефіцієнт гідравлічного тертя;

μ – динамічний коефіцієнт в'язкості;

θ – безрозмірний параметр перекосу вала;

\mathcal{G}_x – кут між віссю Oz та проекцією осі вала на площину Oxz ;

\mathcal{G}_y – кут між віссю Oz та проекцією осі вала на площину Oyz ;

ρ – густина рідини;

ω – частота обертання вала;

ξ_1, ξ_2 – коефіцієнти вхідних та вихідних гідравлічних втрат;

ξ_0 – коефіцієнт повних гідравлічних втрат;

ξ_l – коефіцієнт гідравлічних втрат по довжині ущільнення.

ВСТУП

Актуальність теми. Відцентрові насоси знайшли широке застосування в багатьох галузях народного господарства. Основною особливістю таких машин є наявність ротора - обертового вала з закріпленими на ньому різного типу деталями. В процесі роботи на ротор діють гармонійні збудження у вигляді сил та моментів інерції неврівноважених мас, які обумовлюють його вимушені коливання. Таким чином, коливання ротора є неминучими супутниками роботи таких машин незалежно від їх розмірів і умов роботи та визначають вібраційний стан машини. В той же час сучасні технології потребують одночасного збільшення тиску та подачі різних рідин та газу. В відцентрових машинах необхідні параметри досягаються головним чином за рахунок росту частоти обертання роторів, внаслідок чого досягається також зниження габаритних та масових характеристик, що особливо важливо для турбонасосних агрегатів ракетних двигунів. Але з ростом частоти обертання з'являється проблема вібронадійності машини. Слід зауважити, що вібраційний стан швидкохідної відцентрової машини в значній мірі визначається гідродинамічними процесами, які відбуваються в заповнених рідиною під тиском кільцевих зазорах між обертовими та нерухомими елементами проточної частини (шпаринних ущільненнях): в залежності від конструкції та умов роботи ущільнення вони можуть або знижувати віброактивність ротора, або навпаки, спричиняти його динамічну нестійкість.

Нині існує чимала кількість теоретичних та експериментальних досліджень впливу шпаринних ущільнень на динаміку ротора як вітчизняних, так і зарубіжних дослідників. Але в більшості із них розглядаються моделі так звані коротких ущільнень, в яких окружною складовою швидкості руху рідини, обумовленої полем тиску, нехтують. При використанні ж ущільнень де окружна складова потоку порівнянна з осьовою або навіть перевищує її динамічні характеристики ротора, як показують експериментальні дослідження, суттєво змінюються.

Це обумовлює необхідність подальшого поглибленого дослідження гідродинамічних процесів у шпаринних ущільненнях при спіральному русі рідини в шпарині (модель шпаринного ущільнення довільної довжини) з метою уточнення їх якісного і кількісного впливу на динамічні характеристики ротора відцентрового насоса. Результати таких досліджень, з одного боку, дадуть змогу вже на стадії проектування машини приймати конструктивні рішення, що забезпечать низький рівень вібрації, а з іншого – виявляти і по можливості усувати причини незадовільного вібраційного стану насосів, що знаходяться у експлуатації.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами. Дисертаційна робота виконана на кафедрі загальної механіки та динаміки машин Сумського державного університету при виконанні роботи з держбюджетної тематики відповідно до плану МОН України та реалізована при виконанні держбюджетної науково-дослідницької роботи «Дослідження динаміки роторів відцентрових машин та розробка методів ідентифікації їх математичних моделей» (№0110U002621).

Мета досліджень – уточнення динамічних характеристик ротора відцентрового насоса на основі поглибленого дослідження спірального руху робочої рідини в шпаринних ущільненнях проточної частини.

Задачі досліджень.

Для досягнення зазначеної мети у роботі поставлені такі основні задачі:

- уточнити математичну модель шпаринного ущільнення зі спіральним рухом робочої рідини (модель шпаринного ущільнення довільної довжини);
- розробити аналітичний метод розрахунку радіальної сили, яка виникає у шпаринному ущільненні, у лінійній постановці;
- провести аналіз нелінійності гідростатичної сили, обумовленої радіальним зміщенням вала у шпарині;
- провести експериментальні дослідження величини гідростатичної сили, яка виникає у відносно довгому шпаринному ущільненні;

- проаналізувати вплив уточненої радіальної сили у шпаринному ущільненні на динаміку ротора відцентрового насоса.

Об'єкт досліджень – спіральна течія ущільнюваного середовища в шпаринному ущільненні.

Предмет дослідження – гідродинамічні процеси у шпаринному ущільненні довільної довжини та оцінка їх впливу на динаміку ротора.

Методи дослідження: аналіз та наукове узагальнення даних літературних джерел, що дало можливість обґрунтувати актуальність наукової задачі і сформулювати завдання досліджень; математичне моделювання руху рідини в щілині, що дозволило створити уточнену модель шпаринного ущільнення; аналітичними методами дослідження встановлені залежності складових радіальної сили від геометричних розмірів шпарини; чисельними методами дослідження при використанні програмного комплексу Mathcad дана оцінка нелінійності гідростатичної сили; методи фізичного експерименту, які підтвердили адекватність математичної моделі шпаринного ущільнення

Наукова новизна одержаних результатів:

- в роботі дістало подальший розвиток дослідження гідродинамічних процесів у шпаринному ущільненні відцентрового насоса з урахуванням спірального руху рідини, обумовленого як обертанням ротора, так і полем тиску рідини в шпарині;

- вперше побудовані діаграми для безрозмірних коефіцієнтів лінеаризованих складових радіальної сили;

- вперше показано, що нелінійна гідростатична сила в шпаринному ущільненні, обумовлена радіальним зміщенням вала, має м'яку характеристику жорсткості;

- вперше експериментально виявлено явище самозбудження коливань не обертового вала у відносно довгому ущільненні циліндричної форми;

- вперше дана експериментальна оцінка коефіцієнту кутової жорсткості гідростатичної сили, обумовленої перекосом вала в шпаринному ущільненні циліндричної форми.

Практичне значення одержаних результатів:

- розроблена методика для розрахунку складових радіальної сили, яка виникає у шпаринному ущільненні проточної частини відцентрового насоса, з урахуванням спірального потоку робочої рідини в шпарині;

- запропонований метод розрахунку нелінійної гідростатичної сили у шпаринному ущільненні довільної довжини;

- проведені експериментальні дослідження гідростатичної сили у відносно довгому шпаринному ущільненні.

Основні результати теоретичних та експериментальних досліджень впроваджені у «Науково-дослідному і проектно-конструкторському інституті атомного та енергетичного насособудування» (ВАТ «ВНДІАЕН» м. Суми), та використовуються в навчальному процесі у Сумському державному університеті, що підтверджується відповідними актами впровадження.

Особистий внесок здобувача. Основні наукові та практичні результати отримані здобувачем самостійно. Постановка задач досліджень, аналіз та обговорення одержаних результатів виконувалися здобувачем спільно з науковим керівником. У друкованих працях, опублікованих у співавторстві, автору належать:

[81] – чисельними методами досліджені динамічні характеристики модельного ротора;

[15] – побудована уточнена математична модель шпаринного ущільнення для дослідження спірального руху рідини в шпарині;

[5,6,14] – отримані аналітичні вирази для гідростатичної сили у шпаринному ущільненні з урахуванням спірального потоку рідини;

[9,103] – проведений аналіз нелінійності гідростатичної сили у шпаринному ущільненні та її впливу на динамку ротора;

[7,8,16,17] – опубліковані одноосібно.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати роботи були представлені і обговорювались на: 13-й та 14-й Міжнародних науково-технічних конференціях «Герметичність, вібраційна надійність і

екологічна безпека насосного та компресорного обладнання», м. Суми. 2011, 2014 рр., 11-й Міжнародній науково-технічній конференції «Вибрація – 2014», м. Курськ, 2014р., Всеукраїнських міжвузівських науково-технічних конференціях «Сучасні технології в промисловому виробництві», м. Суми, 2010, 2012, 2014 рр., науково-технічних конференціях викладачів, аспірантів і студентів факультету технічних систем і енергоефективних технологій «Сучасні технології в промисловому виробництві», м. Суми, 2011, 2013 рр., 5-й Міжнародній науково-технічній конференції «Проблемы динамики и прочности в турбомашиностроении» (Турбо-2014), м. Київ, 2014 р.

Публікації. За темою дисертації опубліковано 18 наукових праць, серед яких 6 статей у фахових виданнях України, 3 статті у складі монографій та збірників, 3 статті у закордонних виданнях (2 обліковуються базою даних SCOPUS) та 6 тез доповідей на науково-технічних конференціях.

Структура та об'єм роботи. Дисертаційна робота складається зі вступу, 4 розділів, висновку, списку використаних джерел, що містить 128 найменувань та 2 додатків. Повний обсяг дисертації становить 136 сторінок, 52 рисунка, 5 таблиць. Обсяг основного тексту дисертації становить 121 сторінку.

РОЗДІЛ 1

СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ ДИНАМІКИ РОТОРІВ ВІДЦЕНТРОВИХ МАШИН І МЕТОДІВ ЇХ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Вступні зауваження

Сучасні технології потребують одночасного збільшення тиску і подачі різних рідин та газів. В відцентрових машинах необхідні параметри досягаються головним чином за рахунок росту частоти обертання роторів, внаслідок чого досягається також зниження габаритних та масових характеристик, що особливо важливо для турбонасосних агрегатів (ТНА) ракетних двигунів. Так, наприклад, тенденції росту окружних швидкостей в насосах і турбінах ТНА можна простежити на рисунку 1.1[44]. Як видно із рисунка, за останні 30 років частота обертання ротора відцентрових машин зросла майже втричі.

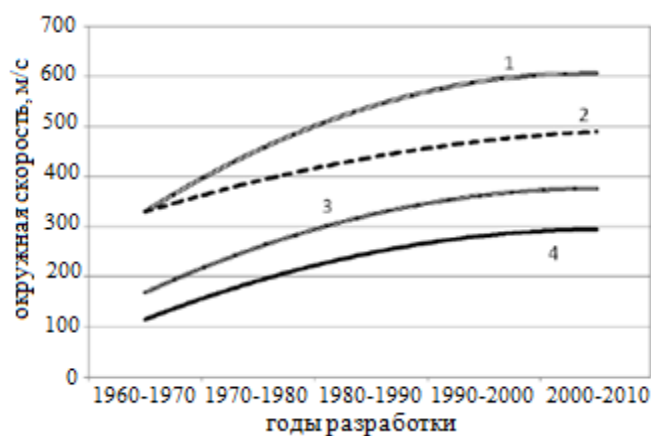


Рисунок 1.1 – Тенденції зміни окружних швидкостей в ТНА

1 – окружна швидкість на зовнішньому діаметрі крильчаток водневих насосів; 2 – окружна швидкість на середньому діаметрі турбін водневих ТНА; 3 – окружна швидкість на середньому діаметрі турбін кисневих ТНА; 4 – окружна швидкість на зовнішньому діаметрі крильчаток кисневих насосів

Але з ростом частоти обертання стрімко зростає рівень вібрації ротора, що знижує надійність та довговічність машини. Як відмічається у [37], переважна частка відмов ТНА РРД обумовлена інтенсивними коливаннями ротора. Навіть короточасні їх виходи за допустимі межі часто приводять до руйнування підшипників, втрати працездатності ущільнень, поломці самого ротора та іншим небезпечним аваріям ТНА.

Дослідження динамічних характеристик ротора швидкохідної машини є складною задачею, оскільки ротор представляє собою складну динамічну систему, рисунок 1.2. Характеристики ротора суттєво залежать не тільки від його пружно-масових параметрів, а й від сил його взаємодії зі статорними елементами, насамперед від гідродинамічних сил в шпаринних ущільненнях. Наприклад, проведені експериментальні дослідження балансування ротора відцентрового насоса [28] свідчать, що причиною підвищеного рівня вібрації ротора на заданих частотах обертання є не стільки його залишковий дисбаланс, скільки вплив опор та шпаринних ущільнень. Додаткове балансування ротора відцентрового насоса на номінальному режимі для ротора з погано сконструйованими вузлами опор та ущільнень, як правило, не покращує вібраційні характеристики ротора.

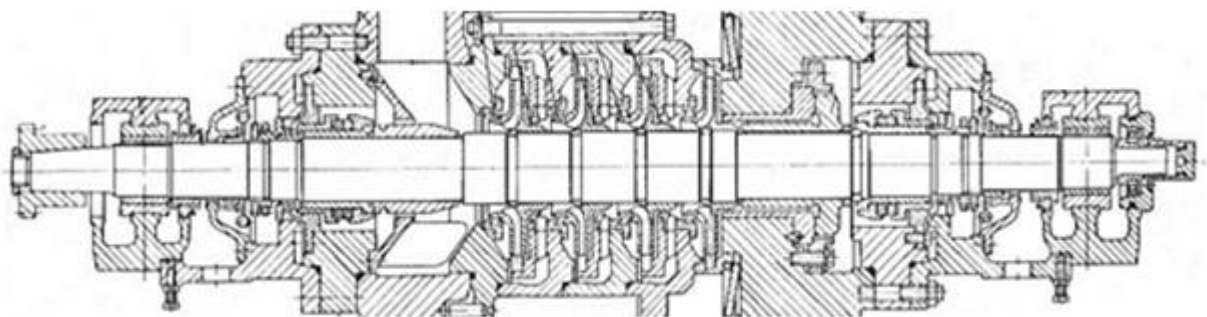


Рисунок 1.2 – Ротор відцентрового насоса ЦН 60-180

А тому для аналізу і прогнозування вібраційного стану швидкохідної відцентрової машини необхідні розрахунки динамічних характеристик ротора з урахуванням гідродинамічних процесів, які відбуваються в заповнених рідиною

під тиском кільцевих зазорах між обертовими та нерухомими елементами проточної частини (шпаринних ущільнень). Саме гідродинамічна система «ротор – шпаринні ущільнення» визначає вібраційний стан відцентрового насоса.

1.2 Математичні моделі динамічних процесів роторів відцентрових насосів

Причини появи недопустимих вібрацій роторів швидкохідних відцентрових насосів не завжди є очевидними. Таке положення пояснюється тим, що ротор такої машини представляє собою складну коливальну систему, характер руху якої визначається сукупністю багатьох маловивчених факторів, насамперед збудженням робочою рідиною як в проточній частині насоса так і в шпаринних ущільненнях.

Початок теоретичним дослідженням динаміки швидкохідних машин поклала робота шотландського вченого В. Ранкіна, опублікована у 1869 р. [124].

В цій роботі вперше описано вплив відцентрових і пружних сил на обертання гнучкого вала, які приводять до появи обертання осі вала в вигнутому стані. Цей рух Ранкін назвав «centrifugal whirling» і ввів цей термін в англійську наукову літературу по динаміці роторів. В сучасній вітчизняній літературі цьому терміну відповідає термін «прецесія осі ротора». Застосовуючи теорію Пуассона поперечних коливань стержня [123] Ранкін вперше показав, що критична кутова швидкість обертання вала з'являється в той момент, коли пружний вал втрачає стійкість прямолінійної форми і в області критичних частот робота машини супроводжується підвищеними вібраціями.

Перші математичні моделі роторів для дослідження їх динамічних характеристик були розроблені професором Мюнхенського університету Августом Феплем в 1895 р. [116,117]. В цих роботах, зокрема, показано, що

при необмеженому зростанні кутової швидкості обертання вала з диском, центр маси диска прагне зайняти положення по лінії опор вала (явище самоцентровки ротора).

Починаючи з роботи Дапкерлея [114], який в 1894 р. запропонував емпіричні формули для розрахунку критичних швидкостей ротора, зусилля багатьох дослідників були направлені на розробку наближених методів розрахунку критичних швидкостей обертання ротора, оскільки знаходження останніх вважалось на той час основною задачею розрахунків роторів. Але виявлений в 1925 р. Бертом Ньюкирком в дослідницькій лабораторії фірми General Electric нестійкий рух ротора у підшипниках ковзання [71] поклав початок вивченню проблеми автоколивань роторів відцентрових машин, яка має важливе значення не тільки для конструювання підшипників ковзання, а й для проектування машини в цілому. На даний час є велика кількість як теоретичних так і експериментальних досліджень динамічних характеристик ротора відцентрової машини у підшипниках ковзання [3,24,39,45,47,69,72,73] [74,78,91]. Розроблені при цьому методи дослідження математичних моделей вказаних роторних систем використовуються при дослідженні динамічних характеристик ротора відцентрового насоса. Але слід відмітити, що, не дивлячись на це, задача дослідження динамічної стійкості системи «ротор - шпаринні ущільнення» вивчена недостатньо. Таке положення можна пояснити тим, що, по-перше, вказана задача дуже складна, а з іншої сторони - робочий діапазон швидкостей обертання роторів більшості відцентрових насосів знаходиться у області динамічної стійкості [40,61], а тому вказані розрахунки не представляють собою інтересу і, як правило, не проводяться.

Не зупиняючись на добре відомих методах наближеної оцінки критичних швидкостей ротора відцентрової машини, описаних в довідковій літературі та на даний час рідко використовуваних при практичних розрахунках, відмітимо, що сучасні розрахунки динамічних характеристик моделей роторів відцентрових машин проводяться з використанням комп'ютерної техніки і базуються на чисельних методах.

В періодичній літературі є велика кількість робіт, в яких пропонуються різноманітні моделі ротора. Але всі вони можуть бути зведені до двох принципово різних моделей та їх модифікацій, для яких характерно наступне [11,40]:

- рекурентні залежності між узагальненими координатами та узагальненими силами складаються в i -му та $(i + 1)$ -му перерізах вала;

- рекурентні залежності складаються між коефіцієнтами рівнянь, які пов'язують між собою основні змінні в i -му та $(i + 1)$ -му перерізах вала.

Методи першої групи називають методом початкових параметрів або методом скінчених елементів, а другої – методом динамічних жорсткостей або динамічних податливостей.

Метод початкових параметрів в матричній формі часто використовують при розрахунках власних частот та амплітуд вимушених коливань консервативних моделей роторів з розподіленими параметрами [4,55,65,86]. При цьому в якості розрахункової моделі приймають вал ступінчато-змінного перерізу з безперервно розподіленою по довжині масою та довільним числом зосереджених мас (насаджених на вал деталей ротора) і пружних опор (підшипників або шпаринних ущільнень).

Широкі можливості при дослідженнях динамічних характеристик роторів відцентрових машин методом початкових параметрів дає використання узагальнених координат та сил у комплексній формі. Такий підхід хоча суттєво й збільшує об'єм обчислень, але дає можливість врахувати в розрахунках складові гідродинамічної сили (демпфуючої, циркуляційної та інших), яка виникає у шпаринних ущільненнях насоса або підшипниках ковзання. Це дає можливість не тільки уточнити по амплітудно-частотним характеристикам критичні швидкості обертання ротора [1], а й оцінити його резонансну амплітуду вимушених коливань [93].

Недоліком методу початкових параметрів є те, що метод не дозволяє проводити дослідження роторних систем в нелінійній постановці. Використовуючи метод початкових параметрів та теорію лінійних

диференціальних операторів в [12,83] пропонується модель динамічної дискретизації ротора з безперервно розподіленою по довжині масою та довільним числом зосереджених мас і пружно-демпфуючих опор ротора. Як відмічено в [61], даний метод спрощує задачу дослідження динамічних характеристик ротора відцентрового насоса, зберігаючи при цьому достатню для практики точність, але його ефективність зменшується з ростом числа неконсервативних елементів.

Метод динамічної жорсткості базується на дискретній моделі ротора, яка ставиться у відповідність моделі ротора з розподіленими параметрами. В цьому випадку розрахункова схема представляє собою вал, який складається з безінерційних ділянок та зосереджених мас, на які діють зовнішні сили, в тому числі й нелінійні. Рівняння руху досліджуваної системи складаються при різних припущеннях, що відповідають конкретним задачам [1,37,40,41]. Недоліком такого підходу є те, що точне дослідження динамічних характеристик ротора потребує введення великого числа зосереджених мас, що суттєво ускладнює реалізацію таких розрахунків. В роботах [75,84,85] запропонований метод побудови математичних моделей роторів з малим числом (3-х, 4-х, 5-ти масових дискретних моделей) зосереджених мас, величини яких вибираються так, що розбіжність між власними частотами (першою, другою та третьою) дискретної моделі та моделі з розподіленою масою була найменша згідно критерію найменших квадратів.

На підставі вищевикладеного можна зробити висновок, що існуючі методи дозволяють проводити динамічні розрахунки (власних частот, вимушених коливань, нелінійних коливань та граничної по стійкості частоти обертання) будь-якої роторної системи. Труднощі, які виникають при цьому, пов'язані з відсутністю достовірної інформації про сили взаємодії ротора відцентрової машини зі статорними елементами, насамперед, про гідродинамічні процеси в шпаринних ущільненнях проточної частини відцентрового насоса.

1.3 Стан теорії і методів розрахунку гідродинамічних реакцій шпаринних ущільнень та досліджень їх впливу на динаміку ротора

1.3.1 Вступні зауваження

У проточній частині гідромашин для усунення значних перетоків рідини із зон високого тиску в зони пониженого тиску використовуються шпаринні ущільнення, утворені спеціально виконаними поверхнями робочих коліс, валів та іншими елементами ротора разом з нерухомими елементами корпусу, рисунок 1.3. Їх ущільнюючий ефект базується на використанні гідравлічного опору кільцевих дроселів з малим (0,1-0,4мм) радіальним зазором.

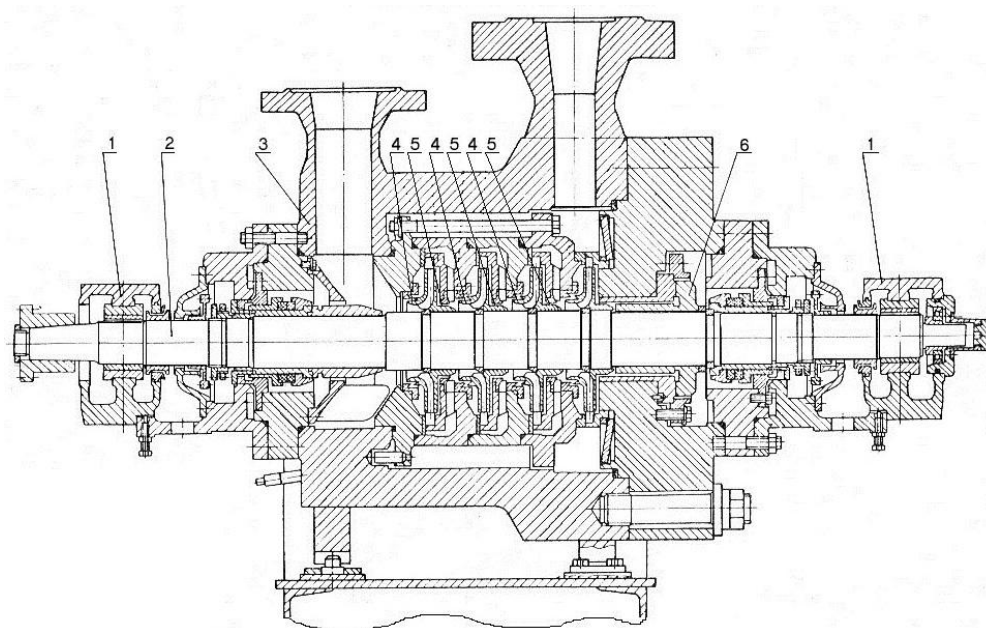


Рисунок 1.3 – Насос ЦН 60-180

1-підшипник, 2-ротор, 3-корпус, 4-переднє шпаринне ущільнення, 5- міжступеневе шпаринне ущільнення, 6-гідроп'ята

Довгий час розрахунок шпаринних ущільнень зводився до визначення витрат і їх розробка була основана на досвіді конструктора. Але в середині 50 років проф. Ломакін вперше звернув увагу на вплив конструкції шпаринного ущільнення на вібраційний стан ротора. При перших пусках живильних насосів СПВ 220-280 при тиску 22 МПа з подачею 345 м³/год і частотою обертання

6000 об/хв. з'являлася підвищена вібрація, внаслідок якої через 2-3, максимум 600-800 годин доводилося зупиняти насос і замінювати ротор [18,51,52,59]. Зусилля, направлені на підвищення якості виготовлення і монтажу ротора, його балансування, модернізації підшипників та муфти не дали бажаних результатів. Тільки після заміни трьохшпаринних ущільнень на одношпаринні проблема вібрацій була повністю усунута. Досліди на спеціально виготовленому стенді показали, що у трьохшпаринних ущільненнях, прийнятих в конструкції насоса для зменшення об'ємних втрат, при перепаді тиску більше 3 МПа виникають інтенсивні самозбуджуючі коливання ротора [59]

Потреби теплової та атомної енергетики в відцентрових насосах на високі параметри, а також створення турбонасосних агрегатів ракетних двигунів великої потужності для космічних кораблів багаторазового використання ще раз засвідчили актуальність проблеми суттєвого впливу конструкцій шпаринних ущільнень на динаміку ротора відцентрового насоса.

1.3.2 Моделі турбулентного руху рідини в шпарині

Не дивлячись на конструктивну простоту шпаринних ущільнень, дослідження їх динамічних характеристик є достатньо складною задачею. Це обумовлено турбулентним рухом рідини в шпарині. Дотепер ще нема достатньо задовільної теорії турбулентної течії рідини, яка б безпосередньо впливала б із основних рівнянь гідродинаміки. На сьогодні втрати напору, профіль швидкості в каналі, витік рідини через шпарину визначаються по формулам, одержаним в результаті обробки експериментальних даних.

Слід відмітити, що дослідження гідродинамічних процесів у шпаринних ущільненнях базуються на теорії гідродинамічного змащення, основи якої закладені М.П. Петровим [70], Б. Тауером [126] і О. Рейнольдсом [125]. Огляд напрямків розвитку даної теорії наведений у роботах [70,79], присвяченим до століття теорії Рейнольдса.

Як відомо, турбулентну течію характеризують як неупорядкований рух рідини, при якому такі параметри як швидкість та тиск рідини хаотично

змінюються в просторі та в часі. Щоб теоретично описати турбулентну течію, залежну змінну в рівняннях руху представляють у вигляді суми її усередненої в часі величини та випадкової складової (пульсацій). Ці пульсації проникають із шару в шар усередненого руху і утворюють турбулентне тертя між шарами. Основна проблема при дослідженні турбулентної течії в тонких шарах рідини з теоретичної точки зору полягає в тому, щоб виразити тензор турбулентних напружень, який входить в рівняння руху як додаткові невідомі, через параметри усередненої швидкості та звести рівняння до розв'язного виду. Така процедура й визначає модель турбулентності.

На даний час існує багато моделей турбулентної течії. Їх спектр дуже широкий: від простих алгебраїчних зв'язків до складних моделей Рейнольдсових напружень, які містять кілька диференціальних рівнянь. Але жодна з моделей не є універсальною (найбільш повний огляд моделей турбулентності наведений в [19]). Вибір моделі турбулентності для конкретної задачі – питання не просте.

Для дослідження гідродинамічних процесів у шпаринних ущільненнях, як відмічається в [11] з посиланням на [90], практичне застосування одержали в основному три теорії турбулентної течії: Константинеску [48,49], Нг, Пена і Елрода [66] та Хирса [94]. Існуючі моделі турбулентності у формі диференціальних рівнянь, із розв'язків яких знаходиться турбулентна в'язкість, громіздкі в використанні й не дають суттєвих відмінностей, а тому широкого застосування поки що не одержали. На користь цього висновку вказують й проведені на суперкомп'ютерах з застосуванням спеціальних програмних продуктів чисельні експерименти [26].

Моделі Константинеску та Нг, Пена і Елрода побудовані з використання поняття турбулентної в'язкості, яке було введено Бусинеском та визначало зв'язок між турбулентними напруженнями та градієнтом усередненої швидкості рідини. Для визначення турбулентних напружень Константинеску використовує гіпотезу Прандля, в основу іншої теорії покладений закон зміни швидкості біля стінки каналу та поняття про коефіцієнт турбулентного

переносу кількості руху. В подальшому цей напрямок знайшов розвинення в [20,21,64,65]. В основу теорії, запропонованої Хірсом, покладений експериментально встановлений факт, що залежність між напруження тертя на стінці та усередненою швидкістю руху рідини відносно стінки можна виразити степеневою функцією від числа Рейнольдса.

Слід відмітити [11,90], що теорії [49,66] приводять безпосередньо, а [94] після додаткових перетворень до одного й того виду рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{du}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial x} = -k_x \frac{\mu}{h^2} u, \\ \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{dw}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial z} = -k_z \frac{\mu}{h^2} w, \end{cases}$$

де $k_x = k_z = \frac{\lambda}{8} \text{Re};$

$\text{Re} = \frac{2\rho h v}{\mu}$ - число Рейнольдса для спірального потоку.

Розбіжність між моделями турбулентного тертя визначається коефіцієнтами k_x, k_z залежність яких від числа Рейнольдса приведена на рисунку 1.4. Із рисунка видно, що при $\text{Re} > 4 \cdot 10^3$ (а саме такими числами Re характеризується автономна область турбулентного руху в шпаринних ущільненнях відцентрового насоса) розбіжність несуттєва. А тому нема підстав вважати, що результати досліджень будуть суттєво залежати від того, яка модель турбулентної течії покладена при цьому в основу досліджень.

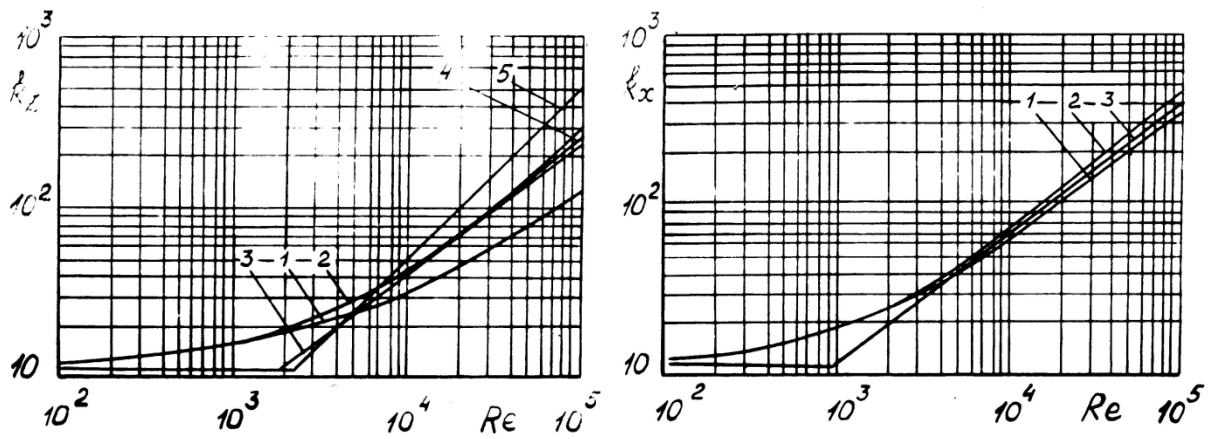


Рисунок 1.4 – Залежність коефіцієнтів k_x, k_z від числа Рейнольда Re
 1- теорія Константинеску; 2- теорія Нг і Пена; 3- теорія Хирса; 4, 5 – теорія
 Ю. Ямади для турбулентного режиму та його автомодельної області.

На користь такого висновку свідчать і результати робіт [11,35,55,104,110]. Наприклад, в роботі [43] наведена порівняльна оцінка результатів, одержаних з використанням теорій [49,94], яка свідчить про задовільну відповідність пружних, демпфуючих, циркуляційних сил та наявність деякої розбіжності інерційних та гіроскопічних сил. Але на думку автора [110] відповідність методик можна вважати задовільною, оскільки розбіжність сил, обумовлених інерційними ефектами не має суттєвого значення, оскільки останні на порядок менше перших і при розрахунках динаміки ротора ними, як правило, нехтують. В той же час в роботах [11,35] відмічається, що існують дуже значні розбіжності по кінцевому результату між методиками розрахунку радіальних сил в шпарині, в основу яких покладена одна й та ж модель шпаринного ущільнення: пружні сили можуть відрізнятись в 2, а демпфуючі в 6-8 раз. Ця обставина, на думку авторів вказаних робіт, пояснюється різним ступенем допущень, які приймаються при розв'язанні даної задачі.

На підставі вищевикладеного, можна зробити висновок, що розрахунок гідродинамічних параметрів шпаринного ущільнення залежить не стільки від того, яка модель турбулентності покладена в основу досліджень, скільки від

тих допущень, які приймаються при розв'язанні нелінійних рівнянь нестационарного руху рідини у шпарині.

1.3.3 Гідродинамічні характеристики шпаринних ущільнень

Як відмічалось раніше, проблема актуальності дослідження гідродинамічних процесів у шпаринному ущільненні та їх впливу на динаміку ротора з'явилася в середині 50 років [51,101]. Вперше теоретичний аналіз гідродинамічних процесів в шпаринних ущільненнях провів Ломакін А.А. В своїх роботах [51,52] він показав, що в циліндричній шпарині при ексцентричному положенні вала виникає радіальна сила, яка направлена вздовж лінії центрів в протилежну сторону зміщенню вала. Дав фізичне пояснення її походженню, одержав формулу для її обчислення та показав, що ця сила, впливаючи на згинальну жорсткість ротора, може суттєво змінити його критичну швидкість. Дана сила має гідростатичну природу, а тому її, як правило, називають гідростатичною силою.

Потреби теплової енергетики в насосах з дуже високими на той час параметрами підняли на більш високий рівень проблему актуальності впливу шпаринних ущільнень на вібраційний стан відцентрової машини. Як відмічається в [59], у 1957 році в Сумах в Спеціальному конструкторському бюро живильних насосів (нині ВНДІАЕН) було створено стенд, на якому проводилися вібраційні дослідження натурних роторів високонапірних живильних насосів з різними конструкціями шпаринних ущільнень. Все це стимулювало зацікавленість дослідників до теоретичних та експериментальних досліджень гідродинамічних процесів в шпаринному ущільненні та їх впливу на вібраційний стан відцентрових насосів.

Слід відмітити, що в цей час з'являються перші роботи Марцинковського В.А. [56,57,60], в яких запропонована уточнена модель шпаринного ущільнення, на базі якої дана оцінка пружним та демпфуючим силам шпаринного ущільнення. Але найбільш повний аналіз вказаної проблеми він наводить у монографіях та статтях [55,58,59,61,62,119] Його дослідження

показали, що рух ротора в шпаринному ущільненні (обертання ротора та його прецесія) приводить до зміни усередненого гідравлічного опору в шпарині і до появи в шпарині інших (гідродинамічних) сил: демпфуючої, циркуляційної (в зарубіжній літературі циркуляційну силу називають перехресною жорсткістю), інерційної та гіроскопічної (перехресного демпфування). Розглядаючи модель короткого шпаринного ущільнення ($l/r < 0,5$) з урахуванням конусності зазору та перекосу осей роторної та статорної втулок при ламінарному та турбулентному русі робочої рідини він вперше одержав аналітичні вирази для обчислення витоку рідини через шпарину та складових радіальної сили в лінійній постановці, структура якої описується співвідношенням (1.1)

$$-\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_s & q \\ -q & k_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b & g \\ -g & b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_* & 0 \\ 0 & m_* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Аналіз одержаних виразів показує, що їх значення суттєво залежать від геометричних розмірів шпарини, в першу чергу від форми кільцевого каналу: конфузорність каналу збільшує (порівняно з циліндричним зазором) складові радіальної сили, а дифузорність – навпаки, їх зменшує, причому існують критичні значення, при переході через які знаки коефіцієнтів змінюються. В вищенаведених монографіях показано, якщо гідростатична сила, яка виникає в шпаринному ущільненні, впливає тільки на згинальну жорсткість ротора та може змінити його критичну частоту, то гідродинамічні сили можуть привести до втрати динамічної стійкості системи «ротор - шпаринні ущільнення». Зокрема, у [55] на спрощеній одномасовій симетричній моделі ротора на жорстких опорах, рисунок 1.5, проведені дослідження впливу шпаринних ущільнень на основні динамічні характеристики ротора.

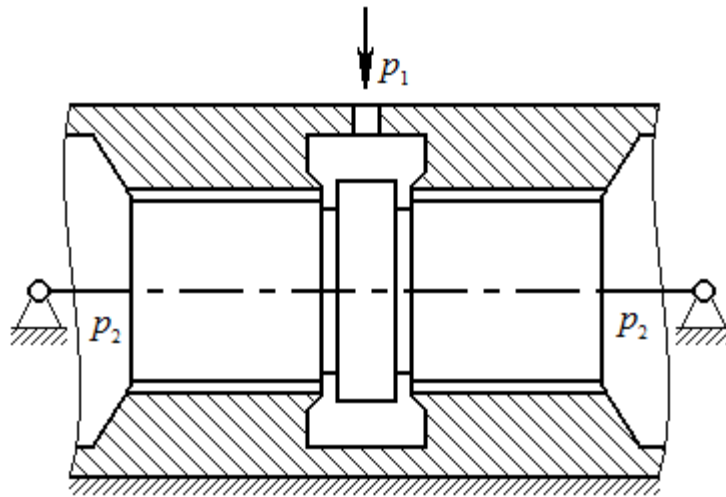


Рисунок 1.5 – Модель одномасового ротора в шпаринних ущільненнях

Найбільш важливі для практики результати цих досліджень можна звести до наступного:

- при швидкостях обертання модельного ротора у циліндричних шпаринних ущільненнях при $\omega < 2\omega_{KP}^{(1)}$ ротор здійснює пряму синхронну прецесію ($\omega_{KP}^{(1)}$ - перша власна частота ротора з урахуванням шпаринних ущільнень);

- при швидкості обертання ротора $\omega = 2\omega_{KP}^{(1)}$ з'являється явище самозбудження коливань ротора з частотою $\omega_{KP}^{(1)}$;

- конфузорність кільцевого каналу підвищує (порівняно з циліндричною шпариною) критичну швидкість роторної системи та знижує амплітуду коливань;

- дифузорність каналу понижує критичну швидкість ротора, а при перевищенні критичного значення дифузорності навіть необертаний ротор втрачає стійкість;

- при проектуванні високонапірних насосів необхідно дуже уважно підходити до вибору конструкції шпаринного ущільнення.

Проблемі дослідження гідродинамічних характеристик шпаринного ущільнення присвячено ряд робіт за участі Х.Ф. Блека [105,106,107,117], які можна вважати першими у зарубіжній літературі. В них розглядається турбулентний рух рідини в шпаринному ущільненні без конусності та перекосу осей роторної та статорної втулок. Аналіз гідродинамічних сил проводиться в лінійній постановці для коротких шпарин та шпарин довільної довжини.

Одержані результати свідчать про те, що для розрахунку типових шпаринних ущільнень ($l < 0,5r$) може бути використана модель короткого шпаринного ущільнення. Розбіжність між кінцевими результатами при обчисленні пружної та демпфуючої сил, яка обумовлена окружними перетоками рідини в шпарині, пропонується корегувати додатковими коефіцієнтами (1.2)

$$k_c = \left(1 + 0,28 \left(\frac{l}{r} \right)^2 \right)^{-1};$$

$$k_b = k_q = \left(1 + 0,23 \left(\frac{l}{r} \right)^2 \right)^{-1},$$
(1.2)

які знайшли в наш час широке застосування при дослідженні гідродинамічних характеристик відносно довгих шпаринних ущільнень. Але в [43] на підставі проведених чисельних експериментів відмічається, що запропоновані корегуючі коефіцієнти k_c , k_b потребують уточнення. Вплив окружних перетоків рідини в шпарині, обумовлених полем тиску, оцінювати корегуючим коефіцієнтом пропонує й автор [86]. Наведені факти ще раз свідчать про актуальність проблеми дослідження спірального руху рідини в шпарині.

Проблемам динамічної нестійкості та підвищеним вібраціям роторів відцентрових турбонасосних агрегатів двигунів установки транспортного космічного корабля багаторазового використання «Спейс-Шаттл» присвячено багато робіт за участі Д.В. Чайлдза [109,110,111,112]. Наприклад, в роботі [97] відмічається, що труднощі, з якими довелося зіткнутися при випробуваннях турбонасосного агрегату, були обумовлені динамічною нестійкістю ротора: при швидкостях обертання між 17500 і 20000 об/хв. починалася досинхронна прецесія з наступним швидким зростанням амплітуди. Як з'ясувалось, причиною нестійкого руху ротора були радіальні сили в ущільненнях ротора, реконструкція яких дозволила розв'язати проблему стабілізації ротора.

У більшості наведених роботах аналіз радіальної сили шпаринного ущільнення проводиться у лінійній постановці. Але в реальних умовах ротор завжди займає ексцентричне положення відносно осі втулки. Враховуючи те, що величина радіального зазору вимірюється десятими долями міліметра, відносне зміщення може бути значним. В цьому випадку з'являється задача дослідження нелінійності складових радіальної сили. Дана задача розглядається в роботах [86,102,105]. Про характер нелінійності складових радіальної сили можна судити по приведеному у [35] рисунку 1.6, який побудований по даним [108] (коефіцієнт k_{s1} характеризує гідростатичну силу, b_1 - демпфуючу і q_1 - циркуляційну). Видно, що використання лінійної моделі забезпечує достатню інженерну точність в границях зміни відносного ексцентриситету від 0 до 0,5.

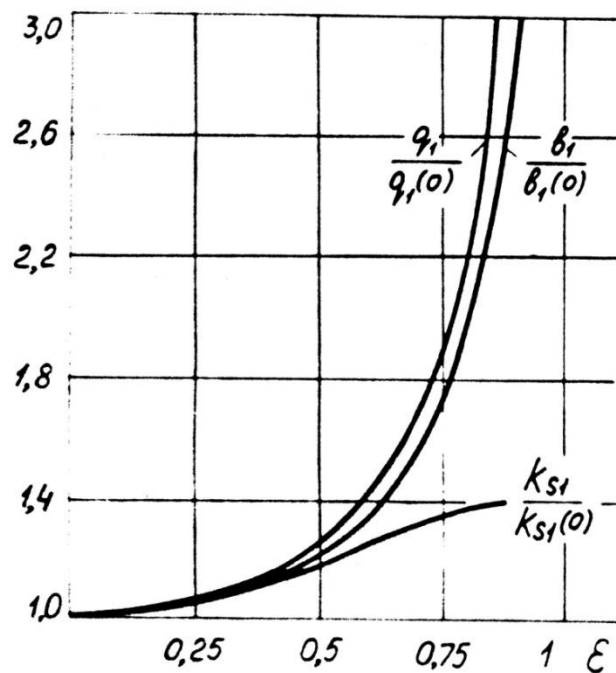


Рисунок 1.6 – Залежність динамічних параметрів шпаринного ущільнення від відносного ексцентриситету

Слід відмітити, що аналітичні дослідження нелінійності складових радіальної сили базуються на моделях короткого шпаринного ущільнення, тобто без урахування окружних перетоків рідини у шпарині, обумовлених полем тиску рідини. В цьому випадку, як видно із рисунка 1.6, з ростом

ексцентриситету складові радіальної сили зростають. Але в [9] показано, що з урахуванням окружних перетоків робочої рідини в шпарині, обумовленими полем тиску рідини, гідростатична сила має м'яку характеристику жорсткості, тобто урахування у математичній моделі шпаринного ущільнення окружних перетоків може привести не тільки до кількісної розбіжності результатів, а й якісної. А тому для дослідження нелінійних гідродинамічних процесів у шпарині необхідно використовувати, на думку автора даної роботи, тільки модель шпаринного ущільнення довільної довжини.

В останній час в літературі з'явилося ряд робіт присвячених числовим методам розрахунку радіальних сил у шпаринному ущільненні [26,42,82,87,98,100,113,115,118], у яких автори вказують на задовільну відповідність результатів розрахунку з експериментом. Так наприклад, у [26,42] продемонстрована можливість ефективного застосування сучасного пакета розрахунку гідродинаміки ANSYSCFX 11.0 для моделювання руху рідини в щілинах при різних моделях турбулентності.

Розвинення теорії розрахунку динамічних характеристик шпаринних ущільнень і аналіз їх впливу на динаміку ротора знайшло також в роботах як вітчизняних [10,76,80,82,88,89] так і зарубіжних [2,25,30,32,33,53,67,92,96,120] [121,122,128] дослідників.

Експериментальні дослідження, проведені на спеціальних стендах [13,22,34,77,95] і на натурних насосах [55,101] підтверджують теоретичні висновки про значний вплив шпаринних ущільнень на динаміку ротора.

Слід відмітити, що в [31,38,68] описана конструкція так названих «безвальних» насосів, в яких роль підшипників відіграють шпаринні ущільнення, встановлені безпосередньо на робочих колесах або гідроп'яті.

Розглянуті вище роботи є ключовими і визначають стан задачі дослідження гідродинамічних процесів у шпаринному ущільненні та їх впливу на динамічні характеристики ротора відцентрової машини.

1.4 Висновки. Постановка задач

На підставі вищевикладеного можна зробити наступні висновки:

1. Задачі розрахунку динамічних характеристик ротора (власні частоти, вимушені коливання та гранична по стійкості частота обертання вала) відцентрової машини з урахуванням шпаринних ущільнень у методичному плані можуть вважатися вирішеними. Надійність вказаних розрахунків визначається достовірністю інформації про величину складових радіальної сили та моментів у шпаринному ущільненні.

2. Динамічні характеристики роторів швидкохідних машин у значній мірі визначаються дією гідродинамічних сил: виникаючі в ущільненні гідродинамічні сили в залежності від конструкції та умов роботи ущільнення можуть або знижувати віброактивність ротора, або навпаки, обумовлювати його динамічну нестійкість. Шляхи підвищення вібраційної надійності відцентрових машин пов'язані з питаннями удосконалення конструкцій шпаринних ущільнень проточної частини.

3. У інженерній практиці використовується ряд підходів до дослідження турбулентного руху рідини в тонких шарах, але вибір моделі турбулентного руху суттєво не впливає на кінцевий результат розрахунку шпаринних ущільнень. Протиріччя у висновках дослідників виникають із-за тих допущень, які приймаються при розв'язанні нелінійних рівнянь нестационарного руху рідини в шпарині.

4. Нині існує чимала кількість теоретичних та експериментальних досліджень впливу шпаринних ущільнень на динаміку ротора як вітчизняних, так і зарубіжних дослідників. Але в більшості із них розглядаються моделі так звані коротких ущільнень, в яких окружною складовою швидкості руху рідини, обумовленої полем тиску, нехтують. При використанні ж ущільнень де окружна складова потоку порівнянна з осьовою або навіть перевищує її динамічні характеристики ротора суттєво змінюються.

5. В літературі відсутні аналітичні методи розрахунку шпаринних ущільнень з урахуванням спірального руху робочої рідини в шпаринному ущільненні, який обумовлений як обертанням вала так і полем тиску рідини в шпарині (модель шпаринного ущільнення довільної довжини).

Виходячи із цього у роботі поставлені такі основні задачі:

- уточнити математичну модель шпаринного ущільнення зі спіральним рухом робочої рідини (модель шпаринного ущільнення довільної довжини);
- розробити аналітичний метод розрахунку радіальної сили, яка виникає у шпаринному ущільненні в лінійній постановці;
- провести аналіз нелінійності гідростатичної сили, обумовленої радіальним зміщенням вала.
- провести експериментальні дослідження впливу спірального руху робочої рідини в шпаринному ущільненні на гідростатичну силу;
- проаналізувати вплив уточненої гідродинамічної сили у шпаринному ущільненні на динаміку ротора відцентрового насоса.

РОЗДІЛ 2

РОЗРОБКА МЕТОДА ОБЧИСЛЕННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ РЕАКЦІЙ У ШПАРИННОМУ УЩІЛЬНЕННІ ДОВІЛЬНОЇ ДОВЖИНИ

2.1 Постановка задачі

Підвищення робочих швидкостей обертання роторів відцентрових насосів висуває на перший план проблему забезпечення надійності їх вібраційного стану, який, як відзначалося раніше, в значній мірі залежить від гідродинамічних процесів у шпаринних ущільненнях. Оскільки ущільнення безконтактного типу не мають альтернативи при великих швидкостях, виникає актуальна науково-практична задача подальшого дослідження гідродинамічних процесів у цих ущільненнях. Дана задача достатньо складна і до теперішнього часу не має однозначного розв'язку. Тому доводиться йти на ряд спрощень, а достовірність одержуваних результатів перевіряти експериментальними даними.

Як правило, в відцентрових насосах шпаринні ущільнення працюють при високих перепадах тиску та окружних швидкостях, тому рух рідини в щілині характеризується значеннями чисел Рейнольдса $Re = 10^4 \dots 10^6$, отож можна обмежитися розглядом автономної області турбулентного руху робочої рідини.

Слід також зауважити, що при розробці математичної моделі шпаринного ущільнення важливо не упустити деякі принципові моменти, які суттєво можуть вплинути на динамічні параметри ущільнення. Одним із таких моментів є окружна течія робочої рідини в щілині, обумовлена полем тиску рідини.

Враховуючи поставлені задачі та вищенаведені зауваження, задачу про дослідження гідродинамічних процесів в шпаринних ущільненнях довільної довжини будемо вирішувати при наступних допущеннях:

1. Розглядаються гладкі циліндричні кільцеві канали, для яких радіальний зазор значно менше діаметра.

2. Режим руху по всій щілині – автомодельна область турбулентного руху.

3. Допускається, що тепло, яке виділяється в результаті внутрішнього тертя в рідині, практично миттєво відводиться із кільцевого каналу, тобто розглядається ізотермічний рух.

2.2 Математична модель гідродинамічних процесів шпаринного ущільнення довільної довжини

Розглянемо модель шпаринного ущільнення, що представляє собою кільцевий дросель, утворений внутрішнім циліндром (валом) і зовнішнім циліндром (втулкою), рисунок 2.1. Вал обертається навколо власної осі з частотою ω , сама вісь вала рухається відносно нерухомої осі втулки. Геометричні параметри щілини: довжина l , радіус вала r , радіус втулки R та середній радіальний зазор $h_0 = R - r$.

Введемо системи координат, пов'язані зі шпаринним ущільненням, які будемо використовувати в подальшому (рис. 2.1).

1) Нерухома система координат $Oxyz$ (права): початок координат знаходиться на осі втулки в точці O , вісь Oy направлена вертикально вгору, вісь Oz направлена вздовж осі втулки.

2) Рухома система координат $Ox_1y_1z_1$ (права): початок координат знаходиться на осі втулки в точці O , вісь Ox_1 проходить через геометричний центр зміщеного вала і обертається разом з лінією центрів, вісь Oz_1 направлена вздовж осі втулки.

3) Циліндрична система координат (r_1, φ, z) : початок координат знаходиться на осі втулки в точці O , полярна вісь співпадає з віссю Ox , вісь Oz направлена вздовж осі втулки.

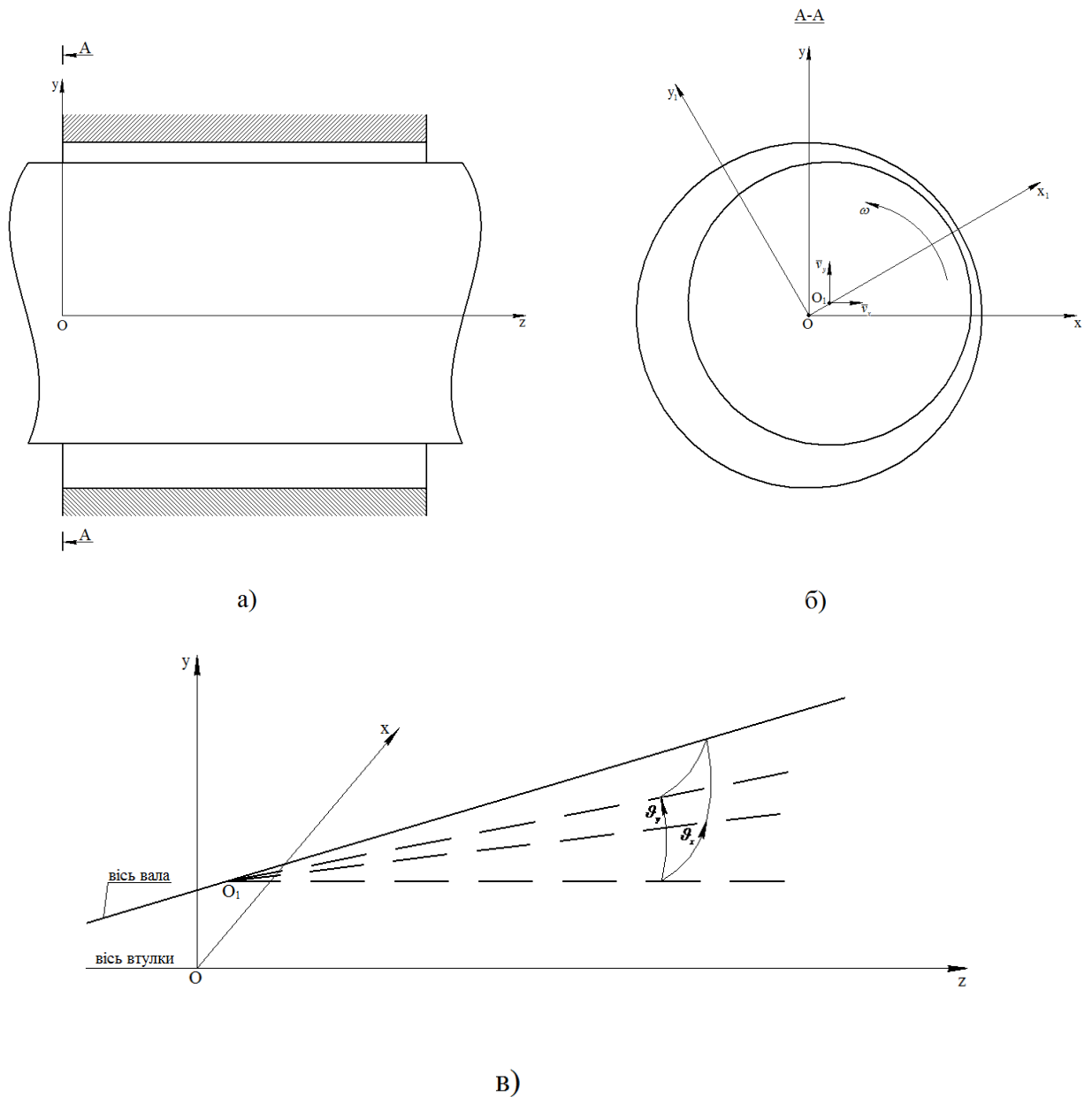


Рисунок 2.1 – Схема шпаринного ущільнення
 а) – повздовжній переріз; б) – поперечний переріз;
 в) – кути перекосу осей вала і втулки

Виразимо величину радіального зазору щілини.

При радіальному зміщенні вала (без перекосу) на величину e , рисунок 2.2 а, значення величини радіального зазору щілини в будь-якій точці визначається формулою

$$h(\varphi) = R - e \cdot \cos \varphi - r \cdot \cos \beta,$$

$$\text{де } \sin \beta = \frac{e}{r} \sin \varphi, \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{e}{r} \sin \varphi \right)^2 \approx 1.$$

Тоді

$$h(\varphi) = h_0 - e \cdot \cos \varphi = h_0 (1 - \varepsilon \cos \varphi), \quad (2.1)$$

де $\varepsilon = \frac{e}{h_0}$ - відносний ексцентриситет.

У випадку зміщення вала з перекосом осей вала і втулки, рисунок 2.1 в, в перерізі z зміщення центру вала e_1 обумовлене двома зміщеннями: паралельним зміщення осі вала e та зміщенням e_0 , обумовлене поворотом вала навколо точки O_1 , рисунок 2.2 б. Тоді величина радіального зазору в нерухомій системі координат $Oxyz$, враховуючи (2.1), виражається формулою

$$\begin{aligned} h(z, \varphi) &= h_0 (1 - \varepsilon_1 \cdot \cos(\varphi - \varphi_0)) = \\ &= h_0 \left(1 - \frac{x}{h_0} \cos \varphi - \frac{y}{h_0} \sin \varphi - \frac{\mathcal{G}_x z}{h_0} \cos \varphi - \frac{\mathcal{G}_y z}{h_0} \sin \varphi \right), \quad (2.2) \end{aligned}$$

де $(x, y, 0)$ – координати центра вала в нерухомій системі координат на вході шпаринного ущільнення (точки O_1);

\mathcal{G}_x – кут між віссю Oz та проекцією осі вала на площину Oxz ;

\mathcal{G}_y – кут між віссю Oz та проекцією осі вала на площину Oyz .

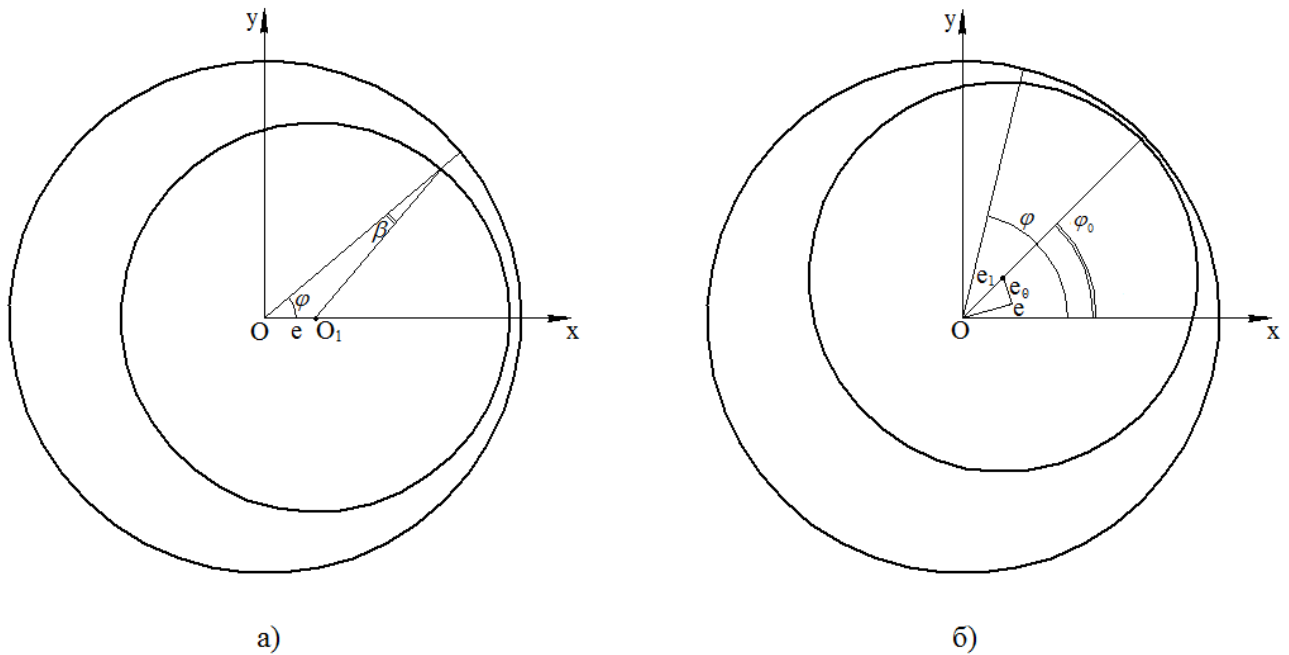


Рисунок 2.2 – До обчислення місцевого радіального зазору

Для опису розвиненого турбулентного руху рідини у шпаринному ущільненні використаємо основне рівняння Рейнольдса [50]

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = -grad p + \mu \nabla^2 \bar{v} + div (-\rho \overline{v'v'}), \quad (2.3)$$

де \bar{v} – усереднена у часі швидкість;

\bar{v}' – відхилення дійсної швидкості від усередненої (пульсаційна швидкість);

p – усереднений у часі тиск;

ρ – густина рідини;

μ – динамічний коефіцієнт в'язкості;

Зауважимо, що доданок $F_1 = \mu \nabla^2 \bar{v}$ характеризує силу в'язкого тертя, а

$F_2 = div (-\rho \overline{v'v'})$ – силу турбулентного тертя.

Виразимо силу турбулентного тертя F_2 , аналогічно [55], через коефіцієнт гідравлічного тертя (λ) і усереднену швидкість руху v_c рідини

$$\bar{F}_2 = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v_c^2}{2} \bar{v}_0,$$

де $v_c^2 = v_{r_1}^2 + v_\varphi^2 + v_z^2$, v_{r_1}, v_φ, v_z – складові усередненої у часі швидкості спірального руху рідини відповідно в радіальному, тангенціальному та осьовому напрямках;

\bar{v}_0 - орт вектора швидкості; $\bar{v}_0 (\cos \alpha; \cos \beta; \cos \gamma)$.

Як і більшість дослідників [10,34,55], для автомобельної області турбулентного спірального руху рідини коефіцієнт гідравлічного тертя беремо по експериментальним даним Ю. Ямада [127] $\lambda = 0,04$ та, в силу малості величини кільцевого зазору по відношенню до довжини ущільнення та його радіуса, допускаємо $r_1 = r$; $\frac{\partial p}{\partial r_1} \approx 0, v_{r_1} = 0$.

З урахуванням зроблених зауважень рівняння (2.3) в циліндричній системі координат приймає вид

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = -\left(\frac{\partial p}{r \partial \varphi} \bar{i} + \frac{\partial p}{\partial z} \bar{k} \right) + \bar{F}_1 - \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v_c^2}{2} \bar{v}_0. \quad (2.4)$$

Зауважимо, рівняння (2.4) описує рух елементарного об'єму суцільного середовища. При цьому доданки рівняння, строго говорячи, не є силами, діючими на дискретні частинки, а лише густиною розподілу сил в елементарному об'ємі суцільного середовища. Щоб визначити силу, діючу в перерізі каналу на об'єм рідини, що знаходиться між стінками каналу одиничної ширини, проінтегруємо кожний доданок рівняння (2.4) по товщині зазору

$$\int_0^h \frac{\rho d\bar{v}}{dt} dy + \int_0^h \frac{\partial p}{r \partial \varphi} dy \bar{i} + \int_0^h \frac{\partial p}{\partial z} dy \bar{k} = -\int_0^h \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v_c^2}{2} dy \bar{v}_0 + \int_0^h \bar{F}_1 dy .$$

Ураховуючи, що тиск рідини і усереднена швидкість по величині зазору при турбулентному русі (розглядається автономельна область турбулентного руху рідини) суттєво не змінюються, одержимо

$$\frac{1}{h_0} \int_0^h \frac{d\bar{v}}{dt} dy + \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \bar{i} + \frac{\partial p}{\partial z} \bar{k} = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v_c^2}{2} \bar{v}_0 + \bar{F}_{1p}, \quad (2.5)$$

де $\bar{F}_{1p} = \frac{1}{h_0} \int_0^h \bar{F}_1 dy$ - усереднена по товщині зазору результуюча сила в'язкого тертя.

Спроекувавши (2.5) на осі циліндричної системи координат φ, z , одержимо

$$\begin{cases} \frac{\rho}{h_0} \int_0^h \frac{dv_\varphi}{dt} dy + \frac{\partial p}{r \partial \varphi} = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v_c}{2} (u_0 + u) + F_{1p\varphi}, \\ \frac{\rho}{h_0} \int_0^h \frac{dv_z}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v_c}{2} w + F_{1pz}, \end{cases}$$

Де $w = v_z$ - обумовлена полем тиску усереднена по товщині зазору осьова швидкість;

u_0 - обумовлена обертанням вала усереднена по товщині зазору окружна швидкість;

u - обумовлена полем тиску усереднена по товщині зазору окружна швидкість.

Осьовий рух рідини у шпаринному ущільненні обумовлений перепадом тиску. В цьому випадку сили в'язкого тертя, що виникають в граничному ламінарному шарі, значно менші від сил турбулентного тертя [50], а тому у першому наближенні ними нехтують, тобто $F_{1pz} \approx 0$.

Що ж стосується сил в'язкого тертя в окружному напрямку, то потрібно відмітити, що тільки завдяки силам в'язкого тертя в граничному ламінарному

шару окружний потік набуває усереднену по зазору окружну швидкість u_0 . Як і більшість дослідників [10,34,55] будемо допускати, що усереднена по товщині зазору окружна швидкість, обумовлена обертанням вала, є величиною сталою і визначається формулою $u_0 = 0,5\omega r$. Таким чином, сили в'язкого тертя спричиняють рух об'єму рідини, що знаходиться між стінками каналу з сталою окружною швидкістю $u_0 = 0,5\omega r$ відносно стінок каналу. На цей об'єм діють сили турбулентного тертя

$$F_c = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v u_0}{2}.$$

Оскільки рух рівномірний, то рівнодіюча дорівнює нулю, тобто ці сили компенсують одна одну. В цьому випадку вважаємо, що

$$F_{1\rho\varphi} = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v_c}{2} u_0$$

і рівняння руху приймають вид

$$\begin{cases} \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{du_\varphi}{dt} dy + \frac{\partial p}{r \partial \varphi} = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v_c}{2} u, \\ \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{dw_z}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v_c}{2} w, \end{cases} \quad (2.6)$$

Система (2.6) є незамкнутою, оскільки містить три невідомих: тиск p , середню осьову швидкість w та обумовлену полем тиску в каналі середню швидкість u , а тому доповнимо її рівнянням нерозривності

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0. \quad (2.7)$$

Використовуючи правило Лейбніца диференціювання інтеграла по параметру, усереднимо (2.7) по товщині зазору [55], одержимо

$$\frac{\partial((u_0 + u)h)}{r\partial\varphi} + \frac{\partial(wh)}{\partial z} = u(h)\frac{\partial h}{r\partial\varphi} - v(h), \quad (2.8)$$

де, із умови прилипання рідини до стінки, $u(h), v(h)$ - швидкість рухомої точки внутрішньої стінки кільцевого каналу в окружному та радіальному напрямках.

В реальних умовах внутрішня стінка шпаринного ущільнення відтворює рух поверхні вала, а тому граничні умови будуть нестационарними і залежатимуть від параметрів руху вала.

Знайдемо вирази для $u(h), v(h)$ у випадку, коли вал обертається з кутовою швидкістю ω навколо власної осі, яка в свою чергу рухається відносно осі втулки з швидкістю $\bar{v}(v_x, v_y)$, рисунок 2.3. Значення швидкості точки М на внутрішній поверхні зазору в нерухомій системі координат держимо, розглядаючи її швидкість як геометричну суму переносної $\frac{d\bar{e}_1}{dt} = \bar{v}(v_x, v_y)$ і відносної $\bar{\omega} \times \bar{r}$ швидкостей

$$\bar{V}(M) = \frac{d\bar{e}_1}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{r} = v_x \bar{i} + v_y \bar{j} + \bar{\omega} \times \bar{r}, \quad (2.9)$$

де в силу малих кутів v_x, v_y (рисунок 2.1 г)

$$\begin{cases} v_x = \dot{x} + \dot{\mathcal{G}}_x z, \\ v_y = \dot{y} + \dot{\mathcal{G}}_y z. \end{cases} \quad (2.10)$$

Проектуємо векторне рівняння (2.9) на осі x_2, y_2 (рисунок 2.3), одержимо

$$\begin{cases} u(h) = np_{y_2} \bar{V}(M) = -v_x \sin \varphi + v_y \cos \varphi + \omega \cdot r, \\ v(h) = np_{x_2} \bar{V}(M) = -v_x \cos \varphi - v_y \sin \varphi + \omega \cdot r \sin \beta, \end{cases} \quad (2.11)$$

де $\sin \beta = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial h}{\partial \varphi} = \frac{h_0}{r} \cdot \left(\frac{x}{h_0} \sin \varphi - \frac{y}{h_0} \cos \varphi + \frac{\mathcal{G}_x z}{h_0} \sin \varphi - \frac{\mathcal{G}_y z}{h_0} \cos \varphi \right)$.

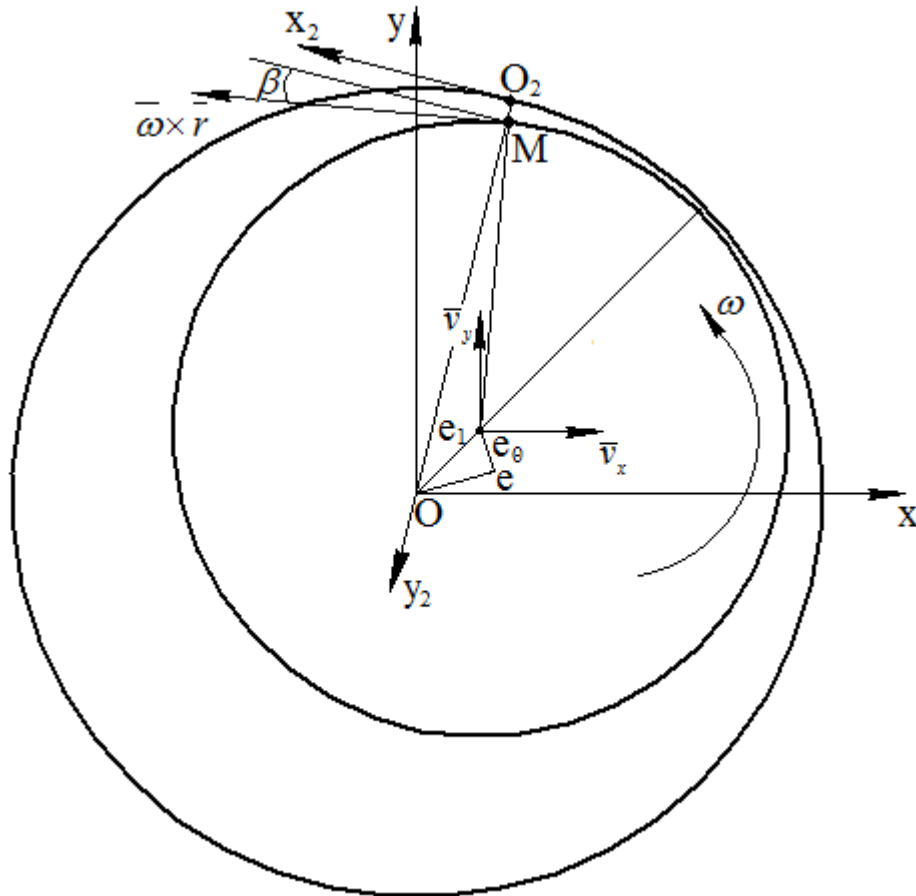


Рисунок 2.3 – До обчислення швидкості точки на поверхні вала

Ураховуючи (2.2), (2.10), (2.11) усереднене рівняння нерозривності (2.8) приймає вид

$$\frac{\partial(uh)}{r \partial \varphi} = -\frac{\partial(wh)}{\partial z} + U,$$

$$\text{де } U = v_x \cos \varphi + v_y \sin \varphi - 0,5\omega \cdot \frac{\partial h}{\partial \varphi} = U_1 + U_2 z,$$

$$\begin{aligned} U_1 &= \dot{x} \cos \varphi + \dot{y} \sin \varphi - 0,5\omega \cdot x \sin \varphi + 0,5\omega \cdot y \cos \varphi, \\ U_2 &= \dot{\vartheta}_x \cos \varphi + \dot{\vartheta}_y \sin \varphi - 0,5\omega \cdot \vartheta_x \sin \varphi + 0,5\omega \cdot \vartheta_y \cos \varphi. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Таким чином, одержали систему рівнянь, яка описує рух рідини в кільцевих каналах довільної довжини

$$\begin{cases} \frac{\rho}{h(z, \varphi)} \int_0^h \frac{du(z, \varphi)}{dt} dy + \frac{\partial p(z, \varphi)}{r \partial \varphi} = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v(z, \varphi)}{2} u(z, \varphi), \\ \frac{\rho}{h(z, \varphi)} \int_0^h \frac{dw(z, \varphi)}{dt} dy + \frac{\partial p(z, \varphi)}{\partial z} = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v(z, \varphi)}{2} w(z, \varphi), \\ \frac{\partial(u(z, \varphi)h(z, \varphi))}{\partial z} = -\frac{\partial(u(z, \varphi)h(z, \varphi))}{r \partial \varphi} + U_1 + U_2 z. \end{cases} \quad (2.13)$$

Граничними умовами для розв'язання системи рівнянь (2.13) являються : тиск $p(0, \varphi)$ на вході шпаринного ущільнення та тиск $p(l, \varphi)$ на виході рідини із щілини.

Тиск $p(0, \varphi)$ та $p(l, \varphi)$ виразимо через місцеві втрати: втрати на вході Δp_1 шпаринного ущільнення та відновлення тиску Δp_2 з втратою вихідної швидкості. Виражаючи Δp_1 та Δp_2 в долях кінетичної енергії рідини в вхідному та вихідному перерізах [29]

$$\Delta p_1 = \xi_1 \frac{\rho w^2(0, \varphi)}{2}, \quad \Delta p_2 = \xi_2 \frac{\rho w^2(l, \varphi)}{2},$$

одержимо

$$\begin{cases} p(0, \varphi) = p_1 - \Delta p_1 = p_1 - \xi_1 \frac{\rho w^2(0, \varphi)}{2}, \\ p(l, \varphi) = p_2 - \Delta p_2 = p_2 - \xi_2 \frac{\rho w^2(l, \varphi)}{2}, \end{cases} \quad (2.14)$$

де p_1, p_2 – тиск рідини перед і за ущільненням;

$w(0, \varphi), w(l, \varphi)$ – усереднена осьова швидкість рідини відповідно в вхідному та вихідному перерізах;

ξ_1, ξ_2 – коефіцієнти вхідних та вихідних гідравлічних втрат, які визначаються експериментальним шляхом.

Численними експериментами встановлено, що коефіцієнти місцевих втрат практично не залежать від в'язкості робочої рідини і в більшості випадків можуть вважатися сталими величинами. Але в оцінці значень вказаних коефіцієнтів в літературних джерелах спостерігається розбіжність. Так, наприклад, в [29,55] пропонується $\xi_1 = 1,5, \xi_2 = 0,2\xi_1$, а по даним [35] рекомендовано приймати $\xi_1 = 1,1, \xi_2 = 0,1 \div 0,4$.

Для аналізу одержаних результатів запишемо систему (2.10) у вигляді

$$\begin{cases} \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{du}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial x} = -k_x \frac{\mu}{h^2} u, \\ \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{dw}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial z} = -k_z \frac{\mu}{h^2} w, \\ \frac{\partial(wh)}{\partial z} = -\frac{\partial(uh)}{r\partial\varphi} + U, \end{cases} \quad (2.15)$$

де $k_x = k_z = \frac{\lambda}{8} \text{Re}$;

$\text{Re} = \frac{2\rho h v}{\mu}$ - число Рейнольдса для спірального потоку.

Відмітимо, що майже всі торії турбулентного руху рідини в тонких шарах приводять безпосередньо, або після додаткових перетворень до одного й того ж

виду рівнянь, а саме до системи виду (2.15) [4]. Різниця теорій обумовлена тільки коефіцієнтами k_x, k_z , які входять в (2.15). На рисунку 2.4 наведені залежності $k_x = k_x(\text{Re}); k_z = k_z(\text{Re})$ для деяких теорій [4]:

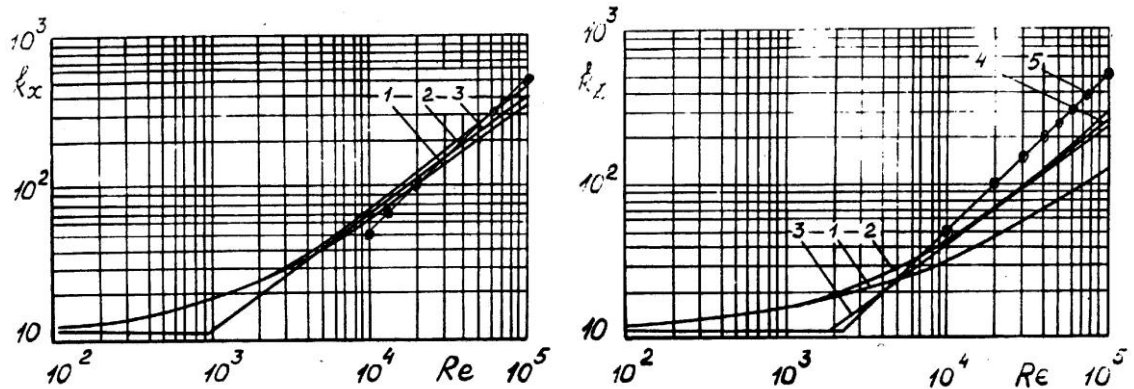


Рисунок 2.4 – Залежність коефіцієнтів k_x, k_z від числа Рейнольда Re

- 1- теорія Константинеску; 2- теорія Нг і Пена; 3- теорія Хирса;
4, 5 – теорія Ю. Ямади для турбулентного режиму та його
автомоделної області; —● залежність (2.15)

Як видно із рисунка, система рівнянь (2.15) не суперечить іншим математичним моделям, а тому може вважатися математичною моделлю шпаринного ущільнення довільної довжини.

2.3 Розрахунок гідродинамічних реакцій шпаринного ущільнення в лінійній постановці

2.3.1 Математична модель шпаринного ущільнення в лінійній постановці

Рух рідини в шпаринному ущільненні довільної довжини описується системою нелінійних рівнянь (2.15), аналітичного розв'язку якої до теперішнього часу нема. Аналіз даної системи проведемо поетапно: на першому кроці будемо досліджувати гідродинамічні процеси в шпаринному ущільненні в лінійній постановці, на другому – в нелінійній.

Нехтуючи інерційними членами та впливом обертання вала на коефіцієнт гідравлічного тертя λ , із (2.15) одержимо

$$\begin{cases} \frac{\partial p(z, \varphi)}{r \partial \varphi} = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho w(z, \varphi)}{2} u(z, \varphi), \\ \frac{\partial p(z, \varphi)}{\partial z} = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho w^2(z, \varphi)}{2}, \\ \frac{\partial(u(z, \varphi)h(z, \varphi))}{\partial z} = -\frac{\partial(u(z, \varphi)h(z, \varphi))}{r \partial \varphi} + U_1 + U_2 z. \end{cases} \quad (2.16)$$

Розглядаючи задачу в лінійній постановці, зауважимо, що окружна швидкість $u(z, \varphi)$ є величиною одного порядку малості відносно $x, y, \mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y$ та їх похідних, тоді допускаємо, що $uh \approx uh_0$, $\frac{u}{h} \approx \frac{u}{h_0}$.

Представимо осьову швидкість у вигляді $w(z, \varphi) = w_0 + \Delta w(z, \varphi)$, де w_0 - усереднена осьова швидкість рідини між концентрично розташованими стінками, а $\Delta w(z, \varphi)$ - усереднена осьова швидкість рідини, обумовлена зміщенням та рухом вала, тоді в лінійній постановці $w(z, \varphi)u(z, \varphi) \approx u(z, \varphi)w_0$.

На підставі зроблених зауважень та переходячи до безрозмірної змінної $\bar{z} = \frac{z}{l}$, систему (2.16) запишемо у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{\partial p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi} = -\frac{\lambda r}{2h_0} \frac{\rho w_0}{2} u(\bar{z}, \varphi), \\ \frac{\partial p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} = -\frac{\lambda l}{2h} \frac{\rho w^2(\bar{z}, \varphi)}{2}, \\ \frac{\partial(w(\bar{z}, \varphi)h(\bar{z}, \varphi))}{\partial \bar{z}} = -\frac{lh_0}{r} \frac{\partial u(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi} + lU_1 + l^2U_2\bar{z}. \end{cases} \quad (2.17)$$

Виразивши із першого рівняння системи (2.17) $u(\bar{z}, \varphi)$

$$u(\bar{z}, \varphi) = -\frac{4h_0}{\lambda r} \frac{1}{\rho w_0} \frac{\partial p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi}$$

та продиференціювавши даний вираз по φ , одержимо

$$\frac{\partial u(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi} = -\frac{4h_0}{\lambda r} \frac{1}{\rho w_0} \frac{\partial^2 p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi^2} \quad (2.18)$$

Із урахуванням (2.18) третє рівняння системи (2.17) приймає вид

$$\frac{\partial(w(\bar{z}, \varphi)h(\bar{z}, \varphi))}{\partial \bar{z}} = \frac{l}{r} \frac{4h_0^2}{\lambda r} \frac{1}{\rho w_0} \frac{\partial^2 p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi^2} + lU_1 + l^2U_2\bar{z}. \quad (2.19)$$

Із (2.19) знаходимо закон зміни осьової швидкості $w(\bar{z}, \varphi)$

$$w(\bar{z}, \varphi) = \frac{h(0, \varphi)}{h(\bar{z}, \varphi)} \left(w(0, \varphi) + \frac{l}{h_0} U_1 \bar{z} + \frac{l^2}{h_0} U_2 \frac{\bar{z}^2}{2} + \frac{l}{r} \frac{4h_0}{\lambda r} \frac{1}{\rho w_0} a_1(\bar{z}, \varphi) \right), \quad (2.20)$$

де $a_1(\bar{z}, \varphi) = \int_0^{\bar{z}} \frac{\partial^2 p(t, \varphi)}{\partial \varphi^2} dt, \quad (2.21)$

$w(0, \varphi)$ - усереднена осьова швидкість на вході шпаринного ущільнення.

Представимо швидкість $w(0, \varphi)$ у вигляді

$$w(0, \varphi) = w_0 + \Delta w_1 \cdot \varepsilon(x, y, \varphi) + \Delta w_2 \cdot \theta(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y, \varphi) + \Delta w_3 \cdot U_1 + \Delta w_4 \cdot U_2,$$

де $\Delta w_1 \cdot e(x, y)$ – зміна швидкості, обумовлена ексцентриситетом вала,

$$\varepsilon(x, y, \varphi) = \frac{x}{h_0} \cos \varphi + \frac{y}{h_0} \sin \varphi - \text{безрозмірний параметр};$$

$\Delta w_2 \cdot \mathcal{G}(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y)$ – зміна швидкості, обумовлена перекосом вала,

$$\theta(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y, \varphi) = \frac{\mathcal{G}_x l}{h_0} \cos \varphi + \frac{\mathcal{G}_y l}{h_0} \sin \varphi - \text{безрозмірний параметр};$$

$\Delta w_3 \cdot U_1$ – зміна швидкості, обумовлена поступальним рухом вала;

$\Delta w_4 \cdot U_2$ – зміна швидкості, обумовлена кутовим рухом вала.

Тоді вираз для усередненої осьової швидкості (2.20) приймає вид

$$w(\bar{z}, \varphi) = (1 + \theta(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y) \bar{z}) \cdot U_0, \quad (2.22)$$

$$\text{де } U_0 = w_0 + \Delta w_1 \cdot \varepsilon(x, y) + \Delta w_2 \cdot \theta(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y) + \Delta w_3 \cdot U_1 + \Delta w_4 \cdot U_2 + \frac{l}{h_0} U_1 \bar{z} + \frac{l^2}{h_0} U_2 \frac{\bar{z}^2}{2} + \frac{1}{\xi_l} \frac{b_0}{\rho w_0} a_1(\bar{z}, \varphi);$$

$$\xi_l = \frac{\lambda l}{2h_0} = \frac{\lambda}{2} \cdot l_r \cdot r_h - \text{коефіцієнт гідравлічних втрат по довжині щілини};$$

$$b_0 = 2l_r^2 - \text{безрозмірний параметр},$$

$$l_r = \frac{l}{r}; r_h = \frac{r}{h_0} - \text{безрозмірні параметри}.$$

Оскільки в подальшому будемо використовувати значення усередненої осьової швидкості на вході в шпарину та на виході із неї, знайдемо їх вирази

$$\left\{ \begin{array}{l} w(0, \varphi) = w_0 + \Delta w_1 \cdot \varepsilon(x, y) + \Delta w_2 \cdot \theta(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y) + \Delta w_3 \cdot U_1 + \Delta w_4 \cdot U_2, \\ w(1, \varphi) = w_0 + w_0 \cdot \theta(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y) + \Delta w_1 \cdot \varepsilon(x, y) + \Delta w_2 \cdot \theta(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y) + \Delta w_3 \cdot U_1 + \\ \quad + \Delta w_4 \cdot U_2 + \frac{l}{h_0} U_1 + \frac{l^2}{2h_0} U_2 + \frac{1}{\xi_l} \frac{b_0}{\rho w_0} a_1(1, \varphi). \end{array} \right. \quad (2.23)$$

Підставивши (2.22) у друге рівняння системи (2.17) та нехтуючи членами другого порядку малості по відношенню до $\varepsilon(x, y), \theta(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y)$, отримаємо

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} = & -\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} - \xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \varepsilon(x, y) - 3\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \theta(\vartheta_x, \vartheta_y) \bar{z} - \\
& - \xi_l \rho w_0 \Delta w_1 \cdot \varepsilon(x, y) - \xi_l \rho w_0 \Delta w_2 \cdot \theta(\vartheta_x, \vartheta_y) - \xi_l \rho w_0 \Delta w_3 \cdot U_1 - \\
& - \xi_l \rho w_0 \Delta w_4 \cdot U_2 - \xi_l \rho w_0 \frac{l}{h_0} U_1 \bar{z} - \xi_l \rho w_0 \frac{l^2}{h_0} U_2 \frac{\bar{z}^2}{2} - b_0 a_1(\bar{z}, \varphi).
\end{aligned} \quad (2.24)$$

Представимо тиск у шпаринному ущільненні у вигляді

$$p(\bar{z}, \varphi) = p_0(\bar{z}) + \Delta p(\bar{z}, \varphi), \quad (2.25)$$

де $p_0(\bar{z})$ - тиск у концентричному зазорі,

$\Delta p(\bar{z}, \varphi)$ - тиск, обумовлений зміщенням та рухом вала.

Приймаючи до уваги (2.21), маємо

$$a_1(\varphi; \bar{z}) = \int_0^{\bar{z}} \Delta p(t, \varphi) dt,$$

тоді рівняння (2.24) приймає вид

$$\begin{aligned}
p'_0(\bar{z}) + \frac{\partial \Delta p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} = & -\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} - \xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \varepsilon(x, y) - 3\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \theta(\vartheta_x, \vartheta_y) \bar{z} - \\
& - \xi_l \rho w_0 \Delta w_1 \cdot \varepsilon(x, y) - \xi_l \rho w_0 \Delta w_2 \cdot \theta(\vartheta_x, \vartheta_y) - \xi_l \rho w_0 \Delta w_3 \cdot U_1 - \\
& - \xi_l \rho w_0 \Delta w_4 \cdot U_2 - \xi_l \rho w_0 \frac{l}{h_0} U_1 \bar{z} - \xi_l \rho w_0 \frac{l^2}{h_0} U_2 \frac{\bar{z}^2}{2} - b_0 \int_0^{\bar{z}} \Delta p(t, \varphi) dt.
\end{aligned}$$

Прирівнюючи величини одного порядку малості, одержимо

$$\left\{ \begin{array}{l} p'_0(\bar{z}) = -\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2}, \\ \frac{\partial \Delta p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} = -\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \varepsilon(x, y) - 3\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \theta(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y) \bar{z} - \xi_l \rho w_0 \Delta w_1 \cdot \varepsilon(x, y) - \\ - \xi_l \rho w_0 \Delta w_2 \cdot \theta(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y) - \xi_l \rho w_0 \Delta w_3 \cdot U_1 - \xi_l \rho w_0 \Delta w_4 \cdot U_2 - \\ - \xi_l \rho w_0 \frac{l}{h_0} U_1 \bar{z} - \xi_l \rho w_0 \frac{l^2}{h_0} U_2 \frac{\bar{z}^2}{2} - b_0 \int_0^{\bar{z}} \Delta p(t, \varphi) dt. \end{array} \right. \quad (2.26)$$

Слід зауважити, що перше рівняння системи (2.26) характеризує розподіл тиску у шпаринному ущільненні при концентричному розташуванні вала, а друге – розподіл тиску, обумовлений зміщенням та рухом вала.

Розв'язок першого рівняння системи (2.26) має вид

$$p_0(\bar{z}) = p_0(0) - \xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \bar{z} \quad (2.27)$$

де $p_0(0)$ - тиск на вході в кільцевий концентричний канал.

Для знаходження $p_0(0)$, w_0 використаємо граничні умови (2.14), одержимо

$$\left\{ \begin{array}{l} p_0(0) = p_1 - \xi_1 \frac{\rho w_0^2}{2}, \\ p(1) = p_2 - \xi_2 \frac{\rho w_0^2}{2}. \end{array} \right. \quad (2.28)$$

Ураховуючи співвідношення (2.27), із (2.28) одержимо

$$p_2 - \xi_2 \frac{\rho w_0^2}{2} = p_1 - \xi_1 \frac{\rho w_0^2}{2},$$

або

$$\frac{\rho w_0^2}{2} = \frac{\Delta p}{\xi_0}, \quad (2.29)$$

де $\xi_0 = \xi_1 + \xi_l - \xi_2$ – коефіцієнт повних гідравлічних втрат,
 $\Delta p = p_1 - p_2$ – перепад тиску на шпаринному ущільненні.

Таким чином, розподіл тиску в концентричному шпаринному ущільненні
 приймає вид

$$p_0(\bar{z}) = p_1 - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} \bar{z}. \quad (2.30)$$

Із (2.29) знаходимо усереднену осьову швидкість рідини між концентрично
 розташованими стінками шпаринного ущільнення

$$w_0 = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho \xi_0}},$$

а для знаходження витoku рідини через нього приходимо до загальновідомої
 формули [29,55]

$$Q_0 = 2\pi r h_0 \cdot w_0 = 2\pi r h_0 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho \xi_0}}. \quad (2.31)$$

Для аналізу формули (2.31) запишемо її у вигляді

$$Q_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} r^2 \cdot q(l_r, r_h),$$

де $q(l_r, r_h) = \frac{1}{r_h \cdot \sqrt{\xi_0}}$ – безрозмірний параметр (безрозмірний витік), який

характеризує вплив геометричних розмірів шпаринного ущільнення на витік
 рідини.

На рисунку 2.5 приведена залежність безрозмірного витоку через шпаринне ущільнення від геометричних розмірів шпарини.

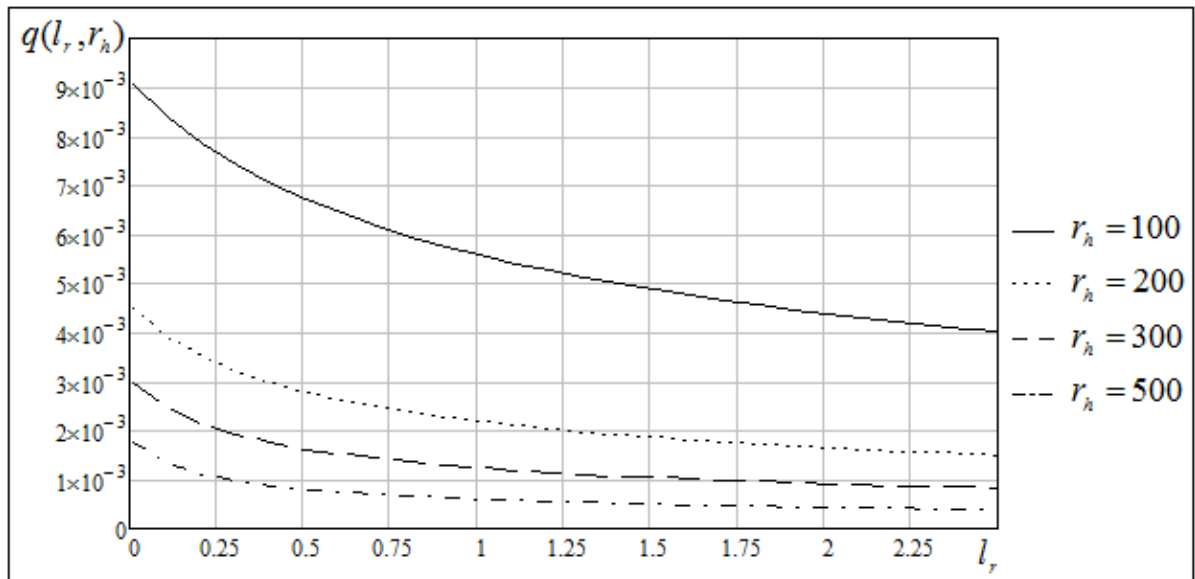


Рисунок 2.5 – Залежність $q(l_r, r_h)$ від параметрів l_r , r_h

Аналіз другого рівняння системи (2.26) в загальному вигляді представляє собою дуже громіздкі математичні викладки, а тому знаходження розв'язку цього рівняння проведемо поетапно: на першому кроці будемо досліджувати гідростатичну силу в шпаринному ущільненні, обумовлену тільки паралельним зміщенням вала, на другому – тільки його перекосом в щілині, а потім проведемо аналогічні дослідження демпфуючих та циркуляційних сил.

Як показують подальші дослідження, друге рівняння системи (2.26) зводиться до рівняння виду

$$f'(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + b_0 \int_0^z f(t) dt, \quad (2.32)$$

де a_0, a_1, a_2, b_0 – сталі.

Для знаходження розв'язку даного рівняння представимо $f(z)$ у вигляді степеневого ряду

$$f(z) = C_0 + C_1 z + C_2 z^2 + C_3 z^3 + \dots + C_n z^n + \dots \quad (2.33)$$

Припустивши, що ряд (2.33) абсолютно збіжний, одержимо

$$\frac{df(z)}{dz} = C_1 + 2C_2 z + 3C_3 z^2 + \dots + nC_n z^{n-1} + \dots \quad (2.34)$$

$$\int_0^z f(t) dz = C_0 z + C_1 \frac{z^2}{2} + \dots + C_{n-1} \frac{z^n}{n} + \dots \quad (2.35)$$

Підставляючи (2.34) та (2.35) у (2.32) та прирівнюючи коефіцієнти при однакових степенях z , одержимо співвідношення

$$C_1 = a_0, \quad C_2 = \frac{\bar{C}_2}{2}, \quad C_3 = \frac{\bar{C}_3}{3},$$

$$\begin{cases} C_{2n} = (\sqrt{b_0})^{2(n-1)} \frac{\bar{C}_2}{(2n)}, \\ C_{2n+1} = 2(\sqrt{b_0})^{2(n-1)} \frac{\bar{C}_3}{(2n+1)!}, \end{cases} \quad n = 2, 3, 4, 5, \dots$$

де

$$\begin{cases} \bar{C}_2 = a_1 + b_0 C_0, \\ \bar{C}_3 = a_2 + \frac{b_0}{2} \cdot a_0. \end{cases}$$

Тоді

$$f(z) = C_0 + a_0 z + \frac{1}{2} \bar{C}_2 z^2 + \frac{1}{3} \bar{C}_3 z^3 +$$

$$+ \frac{\bar{C}_2}{b_0} \cdot \left(\frac{(\sqrt{b_0} z)^4}{4!} + \frac{(\sqrt{b_0} z)^6}{6!} + \frac{(\sqrt{b_0} z)^8}{8!} + \frac{(\sqrt{b_0} z)^{10}}{10!} + \frac{(\sqrt{b_0} z)^{12}}{12!} + \dots \right) +$$

$$+ \frac{2\bar{C}_3}{\sqrt{b_0^3}} \cdot \left(\frac{(\sqrt{b_0} z)^5}{5!} + \frac{(\sqrt{b_0} z)^7}{7!} + \frac{(\sqrt{b_0} z)^9}{9!} + \frac{(\sqrt{b_0} z)^{11}}{11!} + \frac{(\sqrt{b_0} z)^{13}}{13!} + \frac{(\sqrt{b_0} z)^{15}}{15!} + \dots \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{2a_2}{b_0}z + C_0 \operatorname{ch}(\sqrt{b_0}z) + \frac{2}{\sqrt{b_0^3}} \left(a_2 + \frac{a_0 b_0}{2} \right) \operatorname{sh}(\sqrt{b_0}z) + a_1 \frac{\operatorname{ch}(\sqrt{b_0}z) - 1}{b_0} = \\
&= -\frac{2a_2}{b_0} \left(z - \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0}z)}{\sqrt{b_0}} \right) + C_0 \operatorname{ch}(\sqrt{b_0}z) + a_0 \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0}z)}{\sqrt{b_0}} + a_1 \frac{\operatorname{ch}(\sqrt{b_0}z) - 1}{b_0}.
\end{aligned}$$

Таким чином, розв'язок рівняння (2.32) має вид

$$f(z) = -\frac{2a_2}{b_0} \left(z - \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0}z)}{\sqrt{b_0}} \right) + C_0 \operatorname{ch}(\sqrt{b_0}z) + a_0 \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0}z)}{\sqrt{b_0}} + a_1 \frac{\operatorname{ch}(\sqrt{b_0}z) - 1}{b_0}. \quad (2.36)$$

Слід зауважити, що одержаний ряд $f(z)$ є абсолютно збіжним, що не суперечить припущенню та підтверджує правомірність вищенаведених викладок.

2.3.2 Розрахунок гідростатичної сили, обумовленої радіальним зміщенням вала

Для аналізу гідростатичної сили, обумовленої радіальним (без перекосу) зміщенням вала, розглянемо шпаринне ущільнення, в якому вісь нерухомого вала зміщена паралельно осі втулки на величину e (для зручності в площині Ozx). Вважаємо, що

$$\varepsilon(x, y, \varphi) = \frac{x}{h_0} \cos \varphi = \frac{e}{h_0} \cos \varphi = \varepsilon \cos \varphi, \quad \theta(\vartheta_x, \vartheta_y) = 0, \quad U_1 = 0, \quad U_2 = 0,$$

де $\varepsilon = \frac{e}{h_0}$ – відносний ексцентриситет.

Друге рівняння (2.26) приймає вид

$$\frac{\partial \Delta p_1(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} = -\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \cdot \varepsilon \cos \varphi - \xi_l \rho w_0 \Delta w_1 \cdot \varepsilon \cos \varphi - b_0 \int_0^{\bar{z}} \Delta p_1(t, \varphi) dt \quad (2.37)$$

Враховуючи симетричність поля тиску відносно площини Oxz та структуру останнього рівняння, представимо тиск $\Delta p_1(\bar{z}, \varphi)$ у вигляді

$$\Delta p_1(\bar{z}, \varphi) = f_1(\bar{z}) \cdot \varepsilon \cos \varphi.$$

Приймаючи до уваги, що

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta p_1(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} &= f_1'(\bar{z}) \cdot \varepsilon \cos \varphi, & \frac{\partial^2 \Delta p_1(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi^2} &= -f_1(\bar{z}) \cdot \varepsilon \cos \varphi, \\ a_1(\bar{z}, \varphi) &= -\int_0^{\bar{z}} f_1(t) dt \cdot \varepsilon \cos \varphi \end{aligned}$$

рівняння (2.37) запишемо у вигляді

$$f_1'(\bar{z}) = -\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} - \xi_l \rho w_0 \Delta w_1 + b_0 \cdot \int_0^{\bar{z}} f_1(t) dt. \quad (2.38)$$

Розв'язок (2.38) одержимо із (2.36). Вважаючи, що

$$a_0 = -\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} - \xi_l \rho w_0 \Delta w_1, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 0,$$

маємо

$$f_1(z) = C_0 \operatorname{ch}(\sqrt{b_0} z) + \left(-\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} - \xi_l \rho w_0 \Delta w_1 \right) \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}}.$$

Таким чином, розподіл тиску у каналі приймає вид

$$p(\bar{z}, \varphi) = p_1 - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} \bar{z} + \left[C_0 \operatorname{ch}(\sqrt{b_0} z) + \left(-\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} - \xi_l \rho w_0 \Delta w_1 \right) \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}} \right] \cdot \varepsilon \cdot \cos \varphi. \quad (2.39)$$

Для знаходження $C_0, \Delta w$ використаємо граничні умови (2.28). Згідно (2.23) маємо

$$\begin{cases} w(0, \varphi) = w_0 + \Delta w_1 \cdot \varepsilon \cos \varphi, \\ w(1, \varphi) = w_0 + \Delta w_1 \cdot \varepsilon \cos \varphi + \frac{1}{\xi_l} \frac{b_0}{\rho w_0} a_1(1, \varphi). \end{cases}$$

Враховуючи (2.20), (2.38), одержимо

$$a_1(1, \varphi) = \int_0^1 \frac{\partial^2 p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi^2} d\bar{z} = - \left(C_0 \frac{\operatorname{sh} \sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} + \left(-\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} - \xi_l \rho w_0 \Delta w_1 \right) \frac{\operatorname{ch} \sqrt{b_0} - 1}{b_0} \right) \varepsilon \cos \varphi.$$

Граничні умови (2.14) приймають вид

$$\begin{cases} -\xi_1 \frac{\rho}{2} (w_0^2 + 2w_0 \Delta w_1 \cdot \varepsilon \cos \varphi) = -\xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} + C_0 \cdot \varepsilon \cdot \cos \varphi, \\ p_2 - \xi_2 \frac{\rho}{2} (w_0^2 + 2w_0 \Delta w_1 \cdot \varepsilon \cos \varphi) + \\ + \xi_2 \frac{b_0}{\xi_l} \left(C_0 \frac{\operatorname{sh} \sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} + \left(-\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} - \xi_l \rho w_0 \Delta w_1 \right) \frac{\operatorname{ch} \sqrt{b_0} - 1}{b_0} \right) \varepsilon \cos \varphi = p_1 - \\ - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} - \xi_l \frac{\Delta p}{\xi_0} + \left[C_0 \cdot \operatorname{ch} \sqrt{b_0} + \left(-\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} - \xi_l \rho w_0 \Delta w_1 \right) \frac{\operatorname{sh} \sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} \right] \cdot \varepsilon \cdot \cos \varphi, \end{cases}$$

або

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0 = -\xi_1 \rho w_0 \Delta w_1, \\ \Delta w_1 \xi_1 \left(-\xi_2 \frac{b_0}{\xi_1} \frac{sh\sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} - \frac{\xi_2}{\xi_1} ch\sqrt{b_0} + ch\sqrt{b_0} + \frac{\xi_1}{\xi_1} \frac{sh\sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} \right) = \\ = -\xi_1 \frac{w_0}{2} \left(\frac{sh\sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} - \frac{\xi_2}{\xi_1} (ch\sqrt{b_0} - 1) \right) \end{array} \right.$$

Маємо

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta w_1 = -\frac{\xi_1 k_2 w_0}{\xi_1 k_1 2}, \\ C_0 = \xi_1 \frac{k_2 \Delta p}{k_1 \xi_0}, \end{array} \right. \quad (2.40)$$

де

$$k_1 = ch\sqrt{b_0} + \frac{\xi_1}{\xi_1} \frac{sh\sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} - \xi_2 \frac{b_0}{\xi_1} \frac{sh\sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} - \frac{\xi_2}{\xi_1} \frac{ch\sqrt{b_0}}{1};$$

$$k_2 = \frac{sh\sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} - \frac{\xi_2}{\xi_1} (ch\sqrt{b_0} - 1).$$

Розподіл тиску у каналі (2.39) приймає вид

$$p(\bar{z}, \varphi) = p_1 - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} \bar{z} + \frac{\Delta p \xi_1}{\xi_0} \left(\frac{k_2}{k_1} ch(\sqrt{b_0} z) - \left(1 - \frac{\xi_1 k_2}{\xi_1 k_1} \right) \frac{sh(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}} \right) \cdot \varepsilon \cos \varphi. \quad (2.41)$$

Знаходимо розподілену вздовж шпаринного ущільнення гідростатичну силу

$$F_e = -r \int_0^{2\pi} p(\bar{z}) \cos \varphi d\varphi = -\frac{\Delta p \pi \xi_l r_h}{\xi_0} \left(\frac{k_2}{k_1} \operatorname{ch}(\sqrt{b_0} z) - \left(1 - \frac{\xi_l k_2}{\xi_1 k_1} \right) \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}} \right) \cdot e. \quad (2.42)$$

Знаходимо гідростатичну силу, що діє на вал з боку рідини

$$\begin{aligned} F_e &= -rl \int_0^1 \int_0^{2\pi} p(\bar{z}) \cos \varphi d\varphi d\bar{z} = \\ &= -\Delta p \pi r \cdot l_r r_h \frac{\xi_l}{\xi_0} \left[\frac{k_2}{k_1} \frac{1}{\sqrt{b_0}} \operatorname{sh} \sqrt{b_0} - \left(1 - \frac{\xi_l k_2}{\xi_{11} k_1} \right) \frac{1}{b_0} (\operatorname{ch} \sqrt{b_0} - 1) \right] e, \end{aligned}$$

або

$$F_e = -K_e \cdot e,$$

$$\text{де } K_e = \Delta p \pi r \cdot l_r r_h \frac{\xi_l}{\xi_0} \left[\frac{k_2}{k_1} \frac{1}{\sqrt{b_0}} \operatorname{sh} \sqrt{b_0} - \left(1 - \frac{\xi_l k_2}{\xi_{11} k_1} \right) \frac{1}{b_0} (\operatorname{ch} \sqrt{b_0} - 1) \right] - \quad (2.43)$$

коефіцієнт жорсткості гідростатичної сили в шпаринному ущільненні, обумовленої паралельним зміщенням вала.

Для аналізу коефіцієнт жорсткості запишемо (2.43) у вигляді

$$K_e = \Delta p \pi r \cdot K_{0e} \cdot e,$$

$$\text{де } K_{0e} = l_r r_h \frac{\xi_l}{\xi_0} \left[\frac{k_2}{k_1} \frac{1}{\sqrt{b_0}} \operatorname{sh} \sqrt{b_0} - \left(1 - \frac{\xi_l k_2}{\xi_{11} k_1} \right) \frac{1}{b_0} (\operatorname{ch} \sqrt{b_0} - 1) \right]. \quad (2.44)$$

Аналіз виразу (2.44) показує, що величина K_{0e} (назвемо її коефіцієнтом безрозмірної жорсткості) залежить тільки від безрозмірних параметрів l_r та r_h , які визначаються геометричними розмірами шпаринного ущільнення. Приведена на рис. 2.6 діаграма характеризує гідростатичну силу, обумовлену радіальним зміщенням вала, і дає можливість уникнути додаткових розрахунків при дослідженні впливу геометричних розмірів шпарин на дану силу.

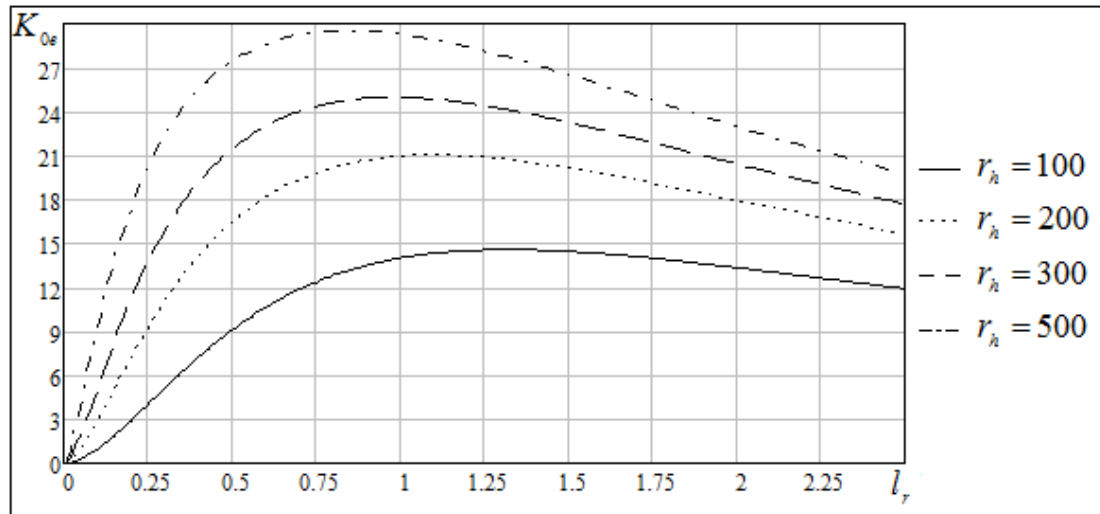


Рисунок 2.6 – Безрозмірна жорсткість шпаринного ущільнення

Проаналізуємо вплив окружних перетоків рідини, обумовлених полем тиску, на гідростатичну силу.

Переходячи в (2.43) до границі при $b_0 \rightarrow 0$ одержимо вираз

$$K_0 = -\frac{\Delta p r l \pi \xi_l (\xi_{11} + \xi_2)}{2 \xi_0^2 h_0}, \quad (2.45)$$

який співпадає з виразом для знаходження гідростатичної сили по методиці короткого ущільнення [11].

Запишемо (2.43) у вигляді

$$F_e = -K_0 K_{1e} e$$

$$\text{де } K_{1e} = \frac{2 \xi_0}{\xi_{11} + \xi_2} \left[\frac{k_2}{k_1} \frac{1}{\sqrt{b_0}} sh \sqrt{b_0} - \left(1 - \frac{\xi_l}{\xi_{11}} \frac{k_2}{k_1} \right) \frac{1}{b_0} (ch \sqrt{b_0} - 1) \right].$$

Коефіцієнтом K_{1e} можна характеризувати вплив окружних перетоків рідини, обумовлених полем тиску, на коефіцієнт жорсткості гідростатичної сили, одержаний по методиці короткого ущільнення.

Аналіз коефіцієнта K_{1e} показує, що він залежить тільки від безрозмірних параметрів l_r та r_h . На рисунку 2.7 наведена залежність K_{1e} від вказаних параметрів. Видно, що з ростом параметра l_r значення коефіцієнта K_{1e} зменшується (вплив окружних перетоків рідини зростає). Так, наприклад, при $l_r = 2,25$ його значення становить майже 0,5, тобто величина гідростатичної сили шпаринного ущільнення, розрахована по методиці короткого ущільнення, та по методиці, яка враховує обумовлені перепадом тиску окружні перетоки, відрізняються майже вдвічі. Таким чином, методика короткого ущільнення може застосовуватись тільки для шпарин з певними параметрами.

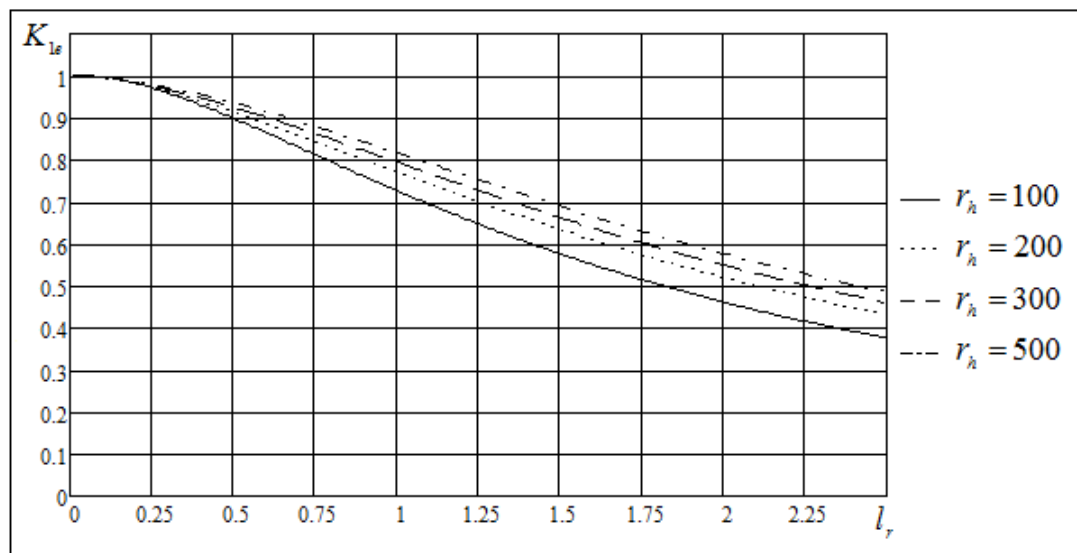


Рисунок 2.7 – Залежність коефіцієнту K_{1e} від геометричних розмірів ущільнення

Рисунок 2.7 також дає можливість проаналізувати, в яких межах параметра l_r для розрахунку пружної сили можна використовувати методику короткого ущільнення. Видно, що загальноприйняте допущення моделі короткого ущільнення $l_r \leq 0,5$ може привести до 10%-ої похибки, що є прийнятним. В той час слід відмітити, що при $l_r > 0,5$ бажано використовувати поправочний коефіцієнт K_{1e} , оскільки похибка, як видно із рисунка 2.7, стрімко зростає.

Як відмічалось в розділі 1, дослідженню розбіжностей між коефіцієнтами жорсткості гідростатичної сили, отриманими по методиці короткої щілини і експериментальними та чисельними методами в літературі присвячено багато робіт. На рисунку 2.8 наведена порівняльна характеристика поправочних коефіцієнтів: суцільна лінія відповідає широковідомому поправочному коефіцієнту роботи [104], а пунктирні – коефіцієнту (2.45), обчисленому при $r_h = 100, 200, 500$. Як видно із рисунка, на поправочний коефіцієнт впливає не тільки параметр l_r (як прийнято в [104]), а й r_h , причому вплив останнього збільшується з ростом l_r .

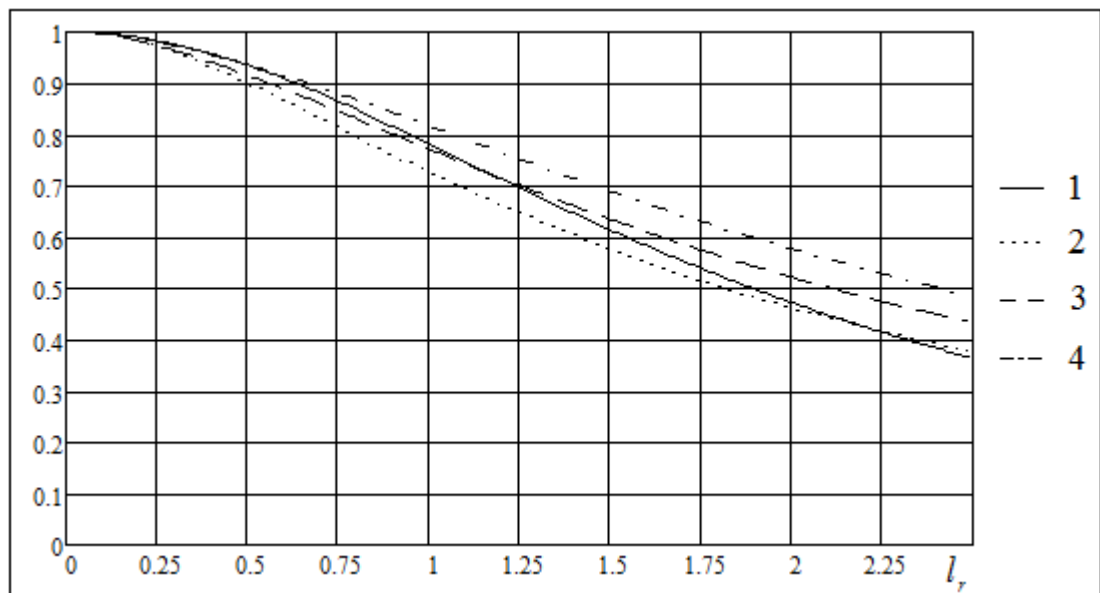


Рисунок 2.8 – Порівняння поправочних коефіцієнтів

1 – [104], 2 – $r_h = 100$, 3 – $r_h = 200$, 4 – $r_h = 500$

На рисунку 2.9 приведені порівняльні характеристики теоретичного коефіцієнта жорсткості, одержаного по формулі (2.43) з експериментальними даними [11]. Лінія 1 характеризує жорсткість ущільнення з урахуванням окружних перетоків рідини, 2 – жорсткість, розраховану по методиці короткого ущільнення (без урахування перетоків рідини). Як видно, з ростом параметра l_r вплив окружних перетоків рідини на коефіцієнт жорсткості гідростатичної сили суттєво зростає.

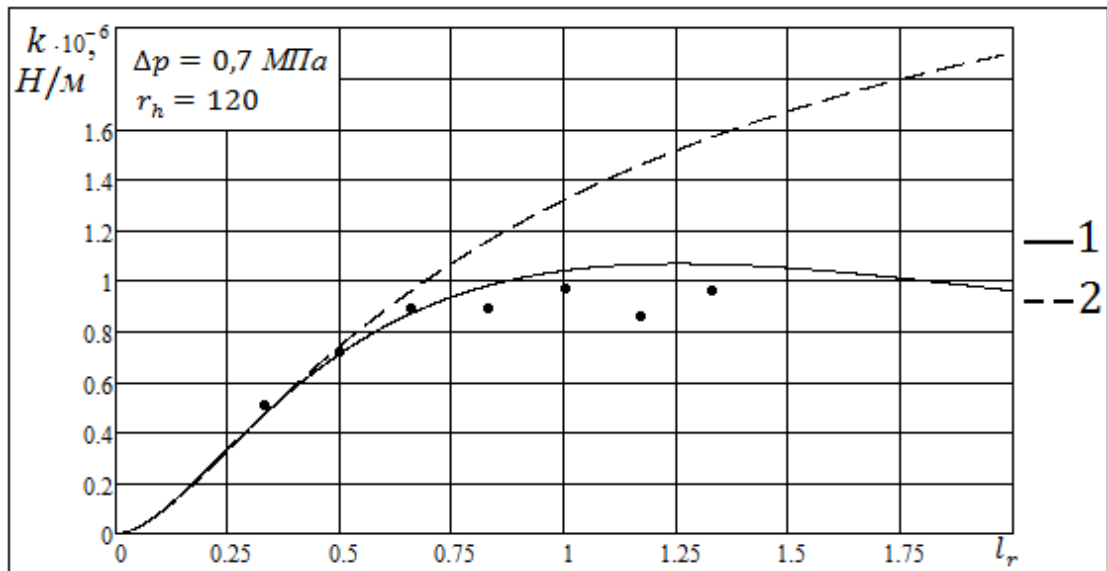


Рисунок 2.9 – Залежність коефіцієнта жорсткості від довжини ущільнення

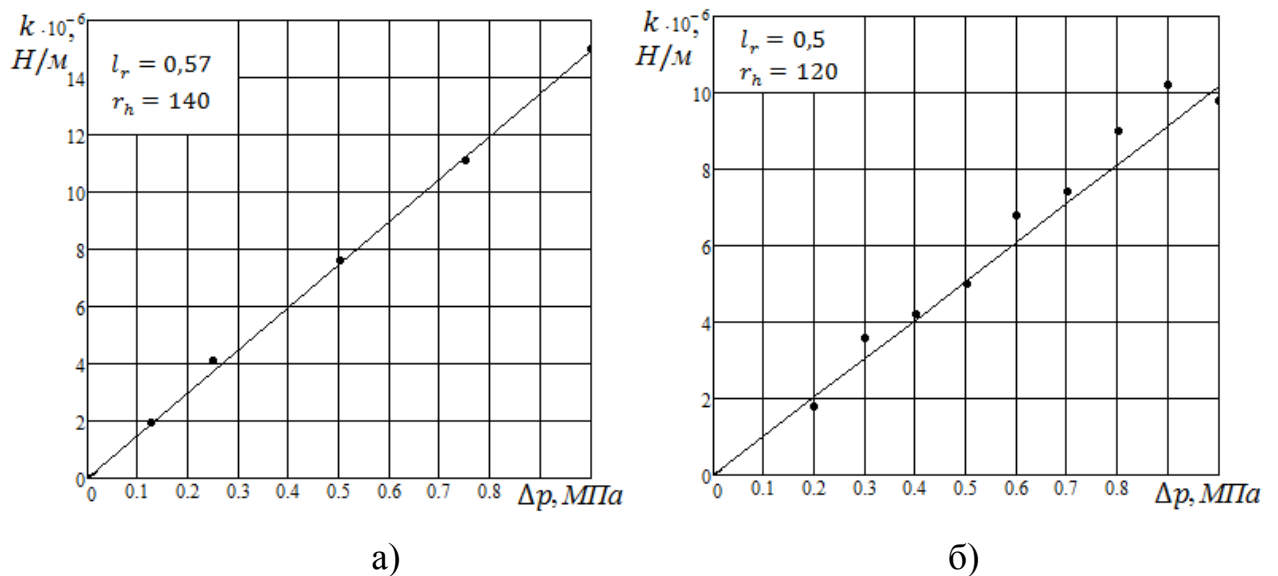


Рисунок 2.10 – Співставлення теоретичних та експериментальних даних

На рисунку 2.10 співставленні одержані в роботі теоретичні результати з експериментальними даними інших робіт: а) – [35] б) - [11].

2.3.3 Розрахунок гідростатичної сили, обумовленої перекосом вала в щілині.

Для аналізу гідростатичної сили, обумовленої тільки перекосом вала в щілині, розглянемо нерухомий вал, вісь якого проходить через початок

координат нерухомої системи та утворює з віссю втулки кут ϑ . Для зручності вважаємо, що осі лежать в площині Oxz , в цьому випадку місцевий радіальний зазор виражається згідно (2.2) формулою

$$h(\bar{z}, \varphi) = h_0(1 - \theta \cdot \bar{z} \cdot \cos \varphi),$$

де $\theta = \frac{\vartheta \cdot l}{h_0}$ – безрозмірний параметр перекоосу.

Розподіл складової тиску $\Delta p_2(\bar{z}, \varphi)$ рідини в щілині, обумовлений перекосом вала, визначається другим рівнянням системи (2.26)

$$\frac{\partial \Delta p_2(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} = -\xi_l \rho w_0 \Delta w_2 \cdot \theta \cos \varphi - 3\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \bar{z} \theta \cos \varphi - b_0 \int_0^{\bar{z}} \Delta p_2(t, \varphi) dt, \quad (2.46)$$

а вирази для усередненої осьової швидкості на вході в шпарину та на виході із неї (2.23)

$$\begin{cases} w(0, \varphi) = w_0 + \Delta w_2 \cdot \theta \cos \varphi, \\ w(1, \varphi) = w_0 + w_0 \cdot \Delta w_2 \cdot \theta \cos \varphi + \Delta w_2 \cdot \theta \cos \varphi + \frac{1}{\xi_l} \frac{b_0}{\rho w_0} a_1(1, \varphi). \end{cases} \quad (2.47)$$

Враховуючи симетричність поля тиску відносно площини Oxz та структуру рівняння (2.46), представимо тиск $\Delta p_2(\bar{z}, \varphi)$ у вигляді

$$\Delta p_2(\bar{z}, \varphi) = f_2(\bar{z}) \cdot \theta \cos \varphi.$$

Приймаючи до уваги, що

$$\frac{\partial \Delta p_2(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} = f_2'(\bar{z}) \cdot \theta \cos \varphi, \quad \frac{\partial^2 \Delta p_2(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi^2} = -f_2(\bar{z}) \cdot \theta \cos \varphi,$$

$$a_1(\bar{z}, \varphi) = -\int_0^{\bar{z}} f_2(t) dt \cdot \theta \cos \varphi, \quad (2.48)$$

рівняння (2.46) запишемо у вигляді

$$f_2'(\bar{z}) = -\xi_l \rho w_0 \Delta w_2 - 3\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \bar{z} + b_0 \cdot \int_0^{\bar{z}} f_2(t) dt. \quad (2.49)$$

Розв'язок (2.49) одержимо із (2.36). Вважаючи, що

$$a_0 = -\xi_l \rho w_0 \Delta w_2, \quad a_1 = -3\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2}, \quad a_2 = 0, \quad \text{маємо}$$

$$f_2(\bar{z}) = C_0 \operatorname{ch}(\sqrt{b_0} z) - \xi_l \rho w_0 \Delta w_2 \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}} - 3\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \frac{\operatorname{ch}(\sqrt{b_0} z) - 1}{b_0}.$$

Таким чином, розподіл тиску у каналі приймає вид

$$p(\bar{z}, \varphi) = p_1 - \xi_l \frac{\Delta p}{\xi_0} - \xi_l \frac{\Delta p}{\xi_0} \bar{z} +$$

$$+ \left(C_0 \operatorname{ch}(\sqrt{b_0} z) - \xi_l \rho w_0 \Delta w_2 \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}} - 3\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \frac{\operatorname{ch}(\sqrt{b_0} z) - 1}{b_0} \right) \cdot \theta \cos \varphi \quad (2.50)$$

Для знаходження $C_0, \Delta w_2$ використаємо граничні умови (2.14).

Враховуючи (2.48) та (2.50), одержимо

$$a_1(1, \varphi) = - \left(C_0 \cdot \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - \xi_l \rho w_0 \Delta w_2 \frac{\operatorname{ch}(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} - 3\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2b_0} \left(\frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) \right) \cdot \theta \cos \varphi,$$

тоді (2.47) приймають вид

$$\left\{ \begin{array}{l} w(0, \varphi) = w_0 + \Delta w_2 \cdot \theta \cos \varphi, \\ w(1, \varphi) = w_0 + w_0 \cdot \theta \cos \varphi + \Delta w_2 \cdot \theta \cos \varphi - \\ - \left(C_0 \cdot \frac{1}{\xi_l} \frac{\sqrt{b_0}}{\rho w_0} sh(\sqrt{b_0}) - \Delta w_2 (ch(\sqrt{b_0}) - 1) - \frac{3}{2} w_0 \left(\frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) \right) \cdot \theta \cos \varphi. \end{array} \right.$$

Граничні умови (2.14) приймають вид

$$\left\{ \begin{array}{l} -\xi_1 \frac{\rho}{2} (w_0^2 + 2w_0 \Delta w_2 \cdot \theta \cos \varphi) = -\xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} + C_0 \cdot \theta \cos \varphi, \\ p_2 - \xi_2 \frac{\rho}{2} (w_0^2 + 2w_0 \Delta w_2 \cdot \theta \cos \varphi + 2w_0^2 \cdot \theta \cos \varphi) + \\ + \xi_2 \rho w_0 \left(C_0 \cdot \frac{1}{\xi_l} \frac{\sqrt{b_0}}{\rho w_0} sh(\sqrt{b_0}) - \Delta w_2 (ch(\sqrt{b_0}) - 1) - \frac{3}{2} w_0 \left(\frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) \right) \cdot \theta \cos \varphi = p_1 - \\ - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} - \xi_l \frac{\Delta p}{\xi_0} + \left(C_0 ch(\sqrt{b_0} z) - \xi_l \rho w_0 \Delta w_2 \frac{sh(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}} - 3\xi_l \frac{\rho w_0^2}{2} \frac{ch(\sqrt{b_0} z) - 1}{b_0} \right) \cdot \theta \cos \varphi, \end{array} \right.$$

або

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0 = -\xi_l \rho w_0 \Delta w_2, \\ \Delta w_2 \left(\xi_l ch \sqrt{b_0} + \xi_l \frac{sh \sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} - \xi_2 ch \sqrt{b_0} - \frac{\xi_{11} \cdot \xi_2}{\xi_l} \sqrt{b_0} sh \sqrt{b_0} \right) = \\ = -\frac{w_0}{2} \left(3\xi_l \frac{ch \sqrt{b_0} - 1}{b_0} - 3\xi_2 \frac{sh \sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} + \xi_2 \right) \end{array} \right.$$

Маємо

$$\begin{cases} \Delta w_2 = -\frac{w_0}{2} \frac{s_1}{s_2}, \\ C_0 = -\xi_1 \rho w_0 \Delta w_2 = \xi_1 \frac{\rho w_0^2}{2} \frac{s_1}{s_2} = \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} \frac{s_1}{s_2}, \end{cases}$$

де

$$\begin{aligned} s_1 &= 3\xi_1 \frac{ch\sqrt{b_0} - 1}{b_0} - 3\xi_2 \frac{sh\sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} + \xi_2, \\ s_2 &= \xi_1 ch\sqrt{b_0} + \xi_1 \frac{sh\sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} - \xi_2 ch\sqrt{b_0} - \frac{\xi_1 \cdot \xi_2}{\xi_1} \sqrt{b_0} sh\sqrt{b_0}, \end{aligned}$$

Розподіл тиску у каналі приймає вид (2.48)

$$\begin{aligned} p(\bar{z}, \varphi) &= p_1 - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} \bar{z} + \\ &+ \frac{\Delta p \xi_1}{\xi_0} \left(\frac{s_1}{s_2} \frac{\xi_{11}}{\xi_1} ch(\sqrt{b_0} z) + \frac{s_1}{s_2} \frac{sh(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}} - 3 \frac{ch(\sqrt{b_0} z) - 1}{b_0} \right) \cdot \theta \cos \varphi \end{aligned} \quad (2.51)$$

Знаходимо розподілену вздовж шпаринного ущільнення гідростатичну силу

$$\begin{aligned} f_\theta(\bar{z}) &= -r \int_0^{2\pi} p(\bar{z}) \cos \varphi d\varphi = \\ &= -r \frac{\Delta p \pi \xi_1 l_r r_h}{\xi_0} \left(\frac{s_1}{s_2} \frac{\xi_1}{\xi_1} ch(\sqrt{b_0} \bar{z}) + \frac{s_1}{s_2} \frac{sh(\sqrt{b_0} \bar{z})}{\sqrt{b_0}} - 3 \frac{ch(\sqrt{b_0} \bar{z}) - 1}{b_0} \right) \cdot g \end{aligned} \quad (2.52)$$

Знаходимо проекцію гідростатичної сили, обумовленої перекосом вала в щілині

$$\begin{aligned}
F_{\theta} &= -rl \int_0^1 \int_0^{2\pi} p(z) \cos \varphi d\varphi dz = \\
&= -r^2 \frac{\Delta p \pi \xi_l^2 l_r^2 r_h}{\xi_0} \left(\frac{s_1}{s_2} \frac{\xi}{\xi_l} \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} + \frac{s_1}{s_2} \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} - \frac{3}{b_0} \left(\frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) \right) \cdot g
\end{aligned}$$

або

$$F_{\theta} = -K_{\theta} \cdot g,$$

де

$$K_{\theta} = -r^2 \pi \Delta p \cdot \frac{l_r^2 r_h \xi_l}{\xi_0} \left(\frac{s_1}{s_2} \cdot \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} + \frac{\xi_{11}}{\xi_l} \frac{s_1}{s_2} \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 3 \cdot \frac{1}{b_0} \left(\frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) \right) \quad (2.53)$$

коефіцієнт пружності гідростатичної сили при кутовому зміщенні вала в шпарині.

Для аналізу гідростатичної сили запишемо (2.53) у вигляді

$$F_{\theta} = -r^2 \Delta p \pi \cdot K_{0\theta} \cdot g,$$

$$\text{де } K_{0\theta} = \frac{l_r^2 r_h \xi_l}{\xi_0} \left(\frac{s_1}{s_2} \cdot \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} + \frac{\xi_l}{\xi_l} \frac{s_1}{s_2} \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 3 \cdot \frac{1}{b_0} \left(\frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) \right) \quad (2.54)$$

Залежність безрозмірного коефіцієнта $K_{0\theta}$ (назвемо його коефіцієнтом безрозмірної кутової жорсткості) від параметрів l_r та r_h показана на рисунку 2.11 і характеризує вплив геометричних розмірів ущільнення на гідростатичну силу, обумовлену кутовим зміщенням вала.

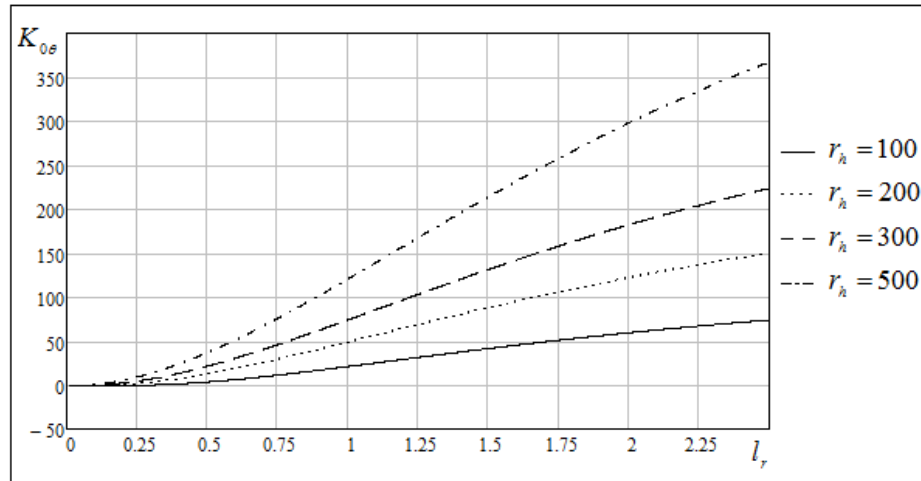


Рисунок 2.11 – Залежність коефіцієнта $K_{0\theta}$ від параметрів l_r, r_h

Проаналізуємо вплив окружних перетоків рідини, обумовлених полем тиску, на коефіцієнт кутової жорсткості.

Переходячи в (2.53) до границі при $b_0 \rightarrow 0$ одержимо вираз

$$K_1 = -\Delta p \pi^2 \cdot \frac{r_h l_r^2 \xi_l}{4\xi_0^2} \left(\xi_l + 4\xi_1 - 2\xi_2 - \frac{8\xi_2 \xi_1}{\xi_l} \right), \quad (2.55)$$

який співпадає з виразом гідростатичної сили, обумовленої кутовим зміщенням вала і розрахований по методиці короткого ущільнення [11].

Запишемо (2.54) у вигляді

$$F_e = -K_1 K_{1\theta} \mathcal{G},$$

$$\text{де } K_{1\theta} = \frac{2\xi_0}{\xi_1 + \xi_2} \left[\frac{k_2}{k_1} \frac{1}{\sqrt{b_0}} \operatorname{sh} \sqrt{b_0} - \left(1 - \frac{\xi_l k_2}{\xi_1 k_1} \right) \frac{1}{b_0} (\operatorname{ch} \sqrt{b_0} - 1) \right].$$

Коефіцієнтом $K_{1\theta}$ можна характеризувати вплив окружних перетоків рідини, обумовлених полем тиску, на коефіцієнт кутової жорсткості гідростатичної сили, одержаний по методиці короткого ущільнення.

Аналіз коефіцієнта $K_{1\theta}$ показує, що він залежить тільки від безрозмірних параметрів l_r та r_h . На рисунку 2.12 наведена залежність $K_{1\theta}$ від вказаних параметрів. Видно, що з ростом параметра l_r значення коефіцієнта $K_{1\theta}$ зменшується (вплив окружних перетоків рідини зростає). Так, наприклад, при $l_r = 2,0$ його значення становить майже 0,5, тобто величина гідростатичної сили шпаринного ущільнення, розрахована по методиці короткого ущільнення, та по методиці, яка враховує обумовлені перепадом тиску окружні перетоки, відрізняються майже вдвічі. Таким чином, методика короткого ущільнення може застосовуватись тільки для шпарин з певними параметрами.

Рисунок 2.12 також дає можливість проаналізувати, в яких межах параметра l_r можна використовувати методику короткого ущільнення для розрахунку коефіцієнта кутової жорсткості. Видно, що загальноприйняте допущення моделі короткого ущільнення $l_r \leq 0,5$ може привести до 7%-ої похибки, що є прийнятним. В той час слід відмітити, що при $l_r > 0,5$ бажано використовувати поправочний коефіцієнт K_{1e} , оскільки похибка, як видно із рисунка 2.12, стрімко зростає.

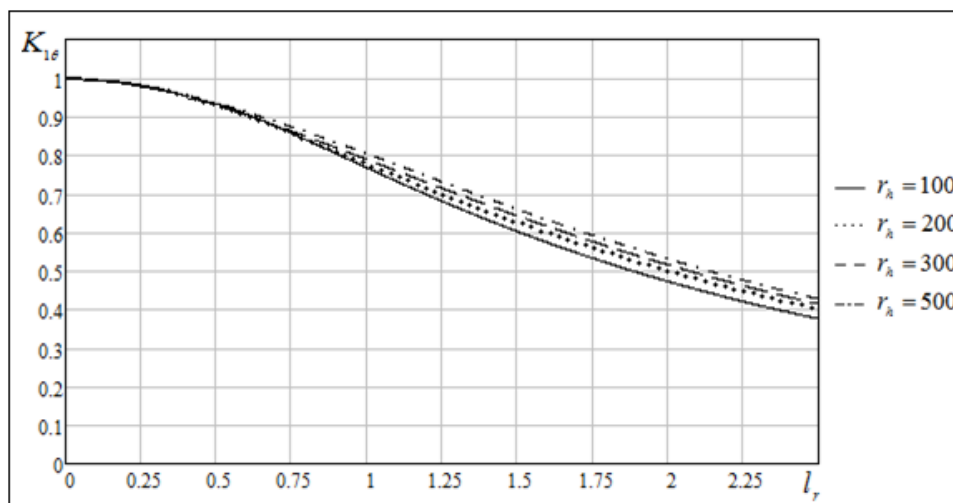


Рисунок 2.12 – Залежність коефіцієнту $K_{1\theta}$ від геометричних розмірів ущільнення

2.3.4 Розрахунок демпфуючої та циркуляційної сил при радіальному зміщенні центра вала.

Для аналізу демпфуючої та циркуляційної сил розглянемо шпаринне ущільнення, в якому вал обертається навколо власної осі з кутовою швидкістю ω , яка в свою чергу здійснює поступальний рух в площині Oxz .

Розподіл складової тиску $\Delta p_3(\bar{z}, \varphi)$ рідини в щілині, обумовлений таким рухом вала, визначається другим рівнянням системи (2.26)

$$\frac{\partial \Delta p_3(\bar{z}, \varphi)}{\partial z} = -\xi_l \rho w_0 \Delta w_3 \cdot U_1 - \xi_l \rho w_0 \frac{l}{h_0} U_1 \bar{z} - b_0 \int_0^{\bar{z}} \Delta p_3(t, \varphi) dt, \quad (2.55)$$

а вирази для усередненої осьової швидкості на вході в шпарину та на виході із неї (2.23)

$$\begin{cases} w(0, \varphi) = w_0 + \Delta w_3 \cdot U_1, \\ w(1, \varphi) = w_0 + \Delta w_3 \cdot U_1 + \frac{l}{h_0} U_1 + \frac{1}{\xi_l} \frac{b_0}{\rho w_0} a_1(1, \varphi). \end{cases} \quad (2.56)$$

Враховуючи вид рівняння (2.55), представимо тиск $\Delta p_3(\bar{z}, \varphi)$ у вигляді

$$\Delta p_3(\bar{z}, \varphi) = f_3(\bar{z}) \cdot U_1.$$

Приймаючи до уваги структуру виразу U_1 (2.12), одержимо

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Delta p_3(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi^2} &= -f_3(\bar{z}) \cdot U_1 & \frac{\partial \Delta p_3(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} &= f_3'(\bar{z}) \cdot U_1, \\ a_1(\varphi; \bar{z}) &= -\int_0^{\bar{z}} f_3(t) dt \cdot U_1. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Рівняння (2.55) приймає вид

$$f_3'(\bar{z}) = -\xi_l \rho w_0 \Delta w_3 - \xi_l \rho w_0 \frac{l}{h_0} \bar{z} - b_0 \int_0^{\bar{z}} f_3(t) dt \quad (2.58)$$

Розв'язок (2.58) одержимо із (2.36). Вважаючи, що $a_0 = -\xi_l \rho w_0 \Delta w_3$, $a_1 = -\xi_l \rho w_0 \frac{l}{h_0}$, $a_2 = 0$, маємо

$$f_3(z) = C_{03} ch(\sqrt{b_0} \bar{z}) - \xi_l \rho w_0 \Delta w_3 \frac{sh(\sqrt{b_0} \bar{z})}{\sqrt{b_0}} - \xi_l \rho w_0 \frac{l}{h_0} \frac{ch(\sqrt{b_0} \bar{z}) - 1}{b_0}.$$

Таким чином, розподіл тиску у каналі приймає вид

$$p(\bar{z}, \varphi) = p_1 - \xi_l \frac{\Delta p}{\xi_0} - \xi_l \frac{\Delta p}{\xi_0} \bar{z} + \left(C_{03} ch(\sqrt{b_0} z) - \xi_l \rho w_0 \Delta w_3 \frac{sh(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}} - \xi_l \rho w_0 \frac{l}{h_0} \frac{ch(\sqrt{b_0} z) - 1}{b_0} \right) U_1. \quad (2.59)$$

Для знаходження $C_{03}, \Delta w_3$ використаємо граничні умови (2.12).

Згідно (2.57), (2.59) маємо

$$\begin{aligned} a_1(1, \varphi) &= \int_0^1 \frac{\partial^2 p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi^2} d\bar{z} = \\ &= - \left(C_{03} \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - \xi_l \rho w_0 \Delta w_3 \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} - \xi_l \rho w_0 \frac{l}{h_0} \frac{1}{b_0} \left(\frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) \right) U_1 \end{aligned}$$

Тоді

$$\left\{ \begin{array}{l} w(0, \varphi) = w_0 + \Delta w_3 \cdot U_1, \\ w(1, \varphi) = w_0 + \Delta w_3 \cdot U_1 + \frac{l}{h_0} U_1 - C_{03} \frac{1}{\xi_1} \frac{\sqrt{b_0}}{\rho w_0} sh(\sqrt{b_0}) U_1 + \\ + \Delta w_3 (ch(\sqrt{b_0}) - 1) U_1 + \frac{l}{h_0} \left(\frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) \cdot U_1 \end{array} \right. \quad (2.60)$$

Граничні умови (2.12) приймають вид

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 - \xi_1 \frac{\rho}{2} (w_0^2 + 2w_0 \Delta w_3 \cdot U_1) = p_1 - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} + C_{03} \cdot U_1, \\ p_2 - \xi_2 \frac{\rho}{2} \left(w_0^2 + 2w_0 \Delta w_3 \cdot U_1 + 2w_0 \frac{l}{h_0} U_1 \right) + C_{03} \frac{1}{\xi_1} \frac{\sqrt{b_0}}{1} \xi_2 sh(\sqrt{b_0}) U_1 - \\ 2w_0 \Delta w_3 \xi_2 \frac{\rho}{2} (ch(\sqrt{b_0}) - 1) U_1 - \xi_2 \frac{\rho 2w_0}{2} \frac{l}{h_0} \left(\frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) \cdot U_1 = p_1 - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} \\ - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} + C_{03} ch(\sqrt{b_0}) U_1 - \xi_1 \rho w_0 \Delta w_3 \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} U_1 - \xi_1 \rho w_0 \frac{l}{h_0} \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} U_1 \end{array} \right.$$

або

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{03} = -\xi_1 \rho w_0 \Delta w_3, \\ \Delta w_3 \left(\xi_1 ch(\sqrt{b_0}) + \xi_1 \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - \frac{\xi_2 \xi_1}{\xi_1} \sqrt{b_0} sh(\sqrt{b_0}) - \xi_2 ch(\sqrt{b_0}) \right) = \\ = -\frac{l}{h_0} \left(\xi_1 \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} - \xi_2 \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} \right) \end{array} \right.$$

Маємо

$$\begin{cases} C_{03} = -\xi_1 \rho w_0 \Delta w_3, \\ \Delta w_3 = -\frac{l_1}{l_2} \cdot l_r r_h, \end{cases}$$

де

$$\begin{aligned} l_1 &= \xi_l \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} - \xi_2 \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}}, \\ l_2 &= \xi_1 ch(\sqrt{b_0}) + \xi_l \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - \frac{\xi_2 \xi_1}{\xi_l} \sqrt{b_0} sh(\sqrt{b_0}) - \xi_2 ch(\sqrt{b_0}). \end{aligned} \quad (2.61)$$

Таким чином, розподіл тиску у каналі приймає вид

$$\begin{aligned} p(\bar{z}, \varphi) &= p_1 - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} - \xi_l \frac{\Delta p}{\xi_0} \bar{z} + \\ &+ \sqrt{\frac{2\rho\Delta p}{\xi_0}} l_r r_h \xi_l \left(\frac{\xi_1}{\xi_l} \frac{l_1}{l_2} \cdot ch(\sqrt{b_0} \bar{z}) + \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{sh(\sqrt{b_0} \bar{z})}{\sqrt{b_0}} - \frac{ch(\sqrt{b_0} \bar{z}) - 1}{b_0} \right) U_1. \end{aligned} \quad (2.62)$$

Знаходимо розподілену вздовж шпаринного ущільнення в площині Озхгідродинамічну силу

$$\begin{aligned} F_e &= -r \int_0^{2\pi} p(\bar{z}) \cos \varphi d\varphi = \\ &- r \sqrt{\frac{2\rho\Delta p}{\xi_0}} \pi l_r r_h \xi_l \left(\frac{\xi_1}{\xi_l} \frac{l_1}{l_2} \cdot ch(\sqrt{b_0} \bar{z}) + \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{sh(\sqrt{b_0} \bar{z})}{\sqrt{b_0}} - \frac{ch(\sqrt{b_0} \bar{z}) - 1}{b_0} \right) (\dot{x} + 0,5\omega y). \end{aligned} \quad (2.63)$$

Знаходимо проєкції гідродинамічних сил, що діють на вал

$$\begin{aligned} F_x &= -rl \int_0^1 \int_0^{2\pi} p(\bar{z}) \cos \varphi d\varphi d\bar{z} = -b_\varepsilon \cdot (\dot{x} + 0,5\omega y), \\ F_y &= -rl \int_0^1 \int_0^{2\pi} p(\bar{z}) \sin \varphi d\varphi d\bar{z} = -b_\varepsilon \cdot (\dot{y} - 0,5\omega x), \end{aligned}$$

де

$$b_\varepsilon = r^2 \sqrt{\frac{2\rho\Delta p}{\xi_0}} \pi \cdot l_r^2 r_h \xi_l \left(\frac{\xi_l}{\xi_l} \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} + \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} - \frac{1}{b_0} \left(\frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) \right) \quad (2.64)$$

коефіцієнт радіального демпфування.

Для оцінки впливу геометричних розмірів ущільнення на коефіцієнт демпфування запишемо (2.64) у вигляді

$$b_\varepsilon = r^2 \pi \sqrt{2\rho\Delta p} \cdot b_{0\varepsilon}(l_r, r_h),$$

де

$$b_{0\varepsilon} = \frac{l_r^2 r_h}{\sqrt{\xi_0}} \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \left[\xi_l \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} + \xi_l \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - \xi_l \frac{1}{b_0} \frac{l_2}{l_1} \left(\frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) \right] \quad (2.65)$$

Аналіз коефіцієнта $b_{0\varepsilon}$ (назвемо його безрозмірним коефіцієнтом демпфуючої сили у шпаринному ущільненні) показує, що він залежить тільки від двох безрозмірних параметрів l_r та r_h . На рисунку 2.13 наведена залежність коефіцієнта $b_{0\varepsilon}$ від вказаних параметрів, яка дає можливість оцінити вплив геометричних розмірів шпарини на величину даної сили.

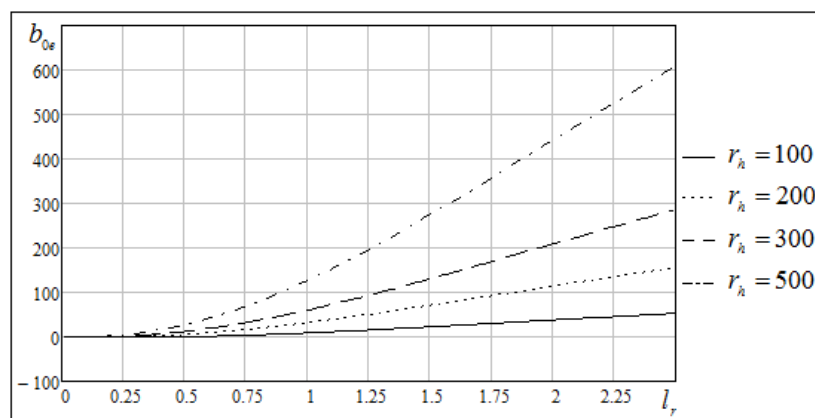


Рисунок 2.13 – Залежність коефіцієнта $b_{0\varepsilon}$ від l_r та r_h

На рисунку 2.14 приведена порівняльна характеристика безрозмірних коефіцієнтів, одержаних по методикам короткого ущільнення (крива 2) та ущільнення довільної довжини (крива 1) при $\frac{r}{h_0} = 100$.

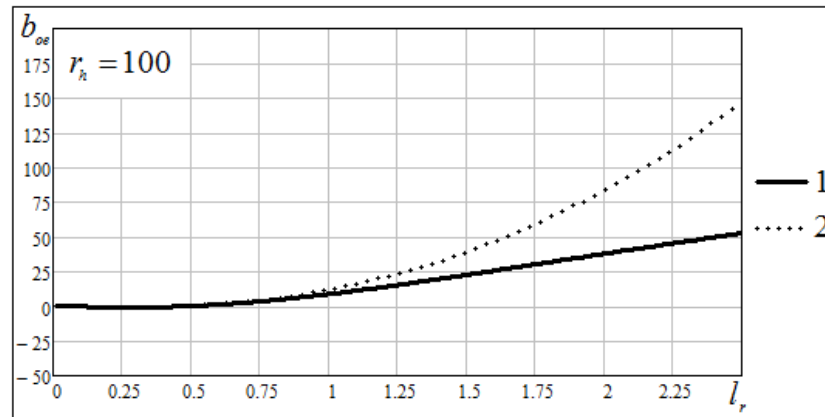


Рис. 2.14 – Порівняння безрозмірних коефіцієнтів

Як видно із рисунка, розбіжність між вказаними коефіцієнтами з ростом параметра l_r зростає.

2.3.5 Розрахунок демпфуючої та циркуляційної сил при кутових коливаннях вала

Для аналізу демпфуючої та циркуляційної сил, обумовлених кутовими коливаннями вала, розглянемо шпаринне ущільнення, в якому (для зручності) вісь вала здійснює тільки кутові коливання в площині Oxz навколо початку координат, рисунок 2.1 в.

Розподіл складової тиску $\Delta p_4(\bar{z}, \varphi)$ рідини в щілині, обумовлений таким рухом вала, визначається другим рівнянням системи (2.25)

$$\frac{\partial \Delta p_4(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} = -\xi_l \rho w_0 \Delta w_4 \cdot U_2 - \xi_l \rho w_0 \frac{l^2}{h_0} U_2 \frac{\bar{z}^2}{2} - b_0 \int_0^{\bar{z}} \Delta p_4(t, \varphi) dt, \quad (2.66)$$

а вирази для усередненої осьової швидкості на вході в шпарину та на виході із неї (2.22)

$$\begin{cases} w(0, \varphi) = w_0 + \Delta w_4 \cdot U_2, \\ w(1, \varphi) = w_0 + \Delta w_4 \cdot U_2 + \frac{l^2}{2h_0} U_2 + \frac{1}{\xi_l \rho w_0} a_1(1, \varphi). \end{cases} \quad (2.67)$$

Враховуючи вид рівняння (2.66), представимо тиск $\Delta p_4(\bar{z}, \varphi)$ у вигляді

$$\Delta p_4(\bar{z}, \varphi) = f_4(\bar{z}) \cdot U_2.$$

Приймаючи до уваги структуру виразу U_2 (2.12), одержимо

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Delta p_4(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi^2} &= -f_4(\bar{z}) \cdot U_2, & \frac{\partial \Delta p_4(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} &= f_4'(\bar{z}) \cdot U_2, \\ a_1(\varphi; \bar{z}) &= -\int_0^{\bar{z}} f_4(t) dt \cdot U_2. \end{aligned} \quad (2.68)$$

Рівняння (2.66) приймає вид

$$f_4'(\bar{z}) = -\xi_l \rho w_0 \Delta w_4 - \xi_l \rho w_0 \frac{l^2}{h_0} \cdot \frac{\bar{z}^2}{2} - b_0 \int_0^{\bar{z}} f_4(t, \varphi) dt. \quad (2.69)$$

Розв'язок (2.69) одержимо із (2.36). Вважаючи, що $a_0 = -\xi_l \rho w_0 \Delta w_4$, $a_1 = 0$, $a_2 = -\xi_l \rho w_0 \frac{l^2}{h_0} \cdot \frac{\bar{z}^2}{2}$, розв'язком рівняння (2.69) згідно (2.33) буде

$$f_4(z) = \xi_l \rho w_0 \frac{l^2}{h_0} \cdot \frac{1}{b_0} \left(z - \frac{sh(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}} \right) + C_{04} ch(\sqrt{b_0} z) - \xi_l \rho w_0 \Delta w_4 \frac{sh(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}}.$$

Таким чином, розподіл тиску у каналі приймає вид

$$p(\bar{z}, \varphi) = p_1 - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} \bar{z} + \left(\xi_1 \rho w_0 \frac{l^2}{h_0} \cdot \frac{1}{b_0} \left(z - \frac{sh(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}} \right) + C_{04} ch(\sqrt{b_0} z) - \xi_1 \rho w_0 \Delta w_4 \frac{sh(\sqrt{b_0} z)}{\sqrt{b_0}} \right) U_2. \quad (2.70)$$

Для знаходження $C_{04}, \Delta w_4$ використаємо граничні умови (2.12).

Згідно (2.68) маємо

$$a_1(1, \varphi) = \int_0^1 \frac{\partial^2 p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi^2} d\bar{z} = - \left(\xi_1 \rho w_0 \frac{l^2}{h_0} \cdot \frac{1}{b_0} \left(\frac{1}{2} - \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} \right) + C_{04} \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - \xi_1 \rho w_0 \Delta w_4 \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} \right) U_2.$$

Тоді

$$\begin{cases} w(0, \varphi) = w_0 + \Delta w_4 \cdot U_2, \\ w(1, \varphi) = w_0 + \Delta w_4 \cdot U_2 + \frac{l^2}{h_0} \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} U_2 - \\ \quad - C_{04} \frac{1}{\xi_1} \frac{\sqrt{b_0}}{\rho w_0} \frac{sh(\sqrt{b_0})}{1} U_2 + \Delta w_4 \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{1} U_2 \end{cases} \quad (2.71)$$

Граничні умови (2.12) приймають вид

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{04} = -\xi_1 \rho w_0 \Delta w_4, \\ \Delta w_4 \left(\xi_1 \operatorname{ch}(\sqrt{b_0}) + \xi_l \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - \frac{\xi_2 \xi_1}{\xi_l} \sqrt{b_0} \operatorname{sh}(\sqrt{b_0}) - \xi_2 \operatorname{ch}(\sqrt{b_0}) \right) = \\ = -\frac{l^2}{h_0} \left(\xi_l \cdot \frac{1}{b_0} \left(\frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) - \xi_2 \frac{\operatorname{ch}(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} \right). \end{array} \right.$$

Маємо

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{04} = -\xi_1 \rho w_0 \Delta w_4, \\ \Delta w_4 = -\frac{l_3}{l_4} \cdot \frac{l^2}{h_0}, \end{array} \right.$$

де

$$l_3 = \xi_l \cdot \frac{1}{b_0} \left(\frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) - \xi_2 \frac{\operatorname{ch}(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0},$$

$$l_4 = \xi_1 \operatorname{ch}(\sqrt{b_0}) + \xi_l \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - \frac{\xi_2 \xi_1}{\xi_l} \sqrt{b_0} \operatorname{sh}(\sqrt{b_0}) - \xi_2 \operatorname{ch}(\sqrt{b_0}).$$

Розподіл тиску у каналі приймає вид

$$p(\bar{z}, \varphi) = p_1 - \xi_1 \frac{\Delta p}{\xi_0} - \xi_l \frac{\Delta p}{\xi_0} \bar{z} + \sqrt{\frac{2\rho\Delta p}{\xi_0}} \frac{l^2 \xi_l}{h_0} \left(\frac{1}{b_0} \left(\bar{z} - \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0} \bar{z})}{\sqrt{b_0}} \right) + \frac{\xi_1 l_3}{\xi_l l_4} \operatorname{ch}(\sqrt{b_0} \bar{z}) + \frac{l_3}{l_4} \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{b_0} \bar{z})}{\sqrt{b_0}} \right) U_2. \quad (2.72)$$

Знаходимо розподілену вздовж шпаринного ущільнення в площині Oxz гідродинамічну силу

$$\begin{aligned}
f_e(\bar{z}) &= -r \int_0^{2\pi} p(\bar{z}) \cos \varphi d\varphi = \\
&= -r^2 \sqrt{2\rho\Delta p} \frac{l_r^2 r_h \xi_l}{\sqrt{\xi_0}} \left(\frac{1}{b_0} \left(\bar{z} - \frac{sh(\sqrt{b_0} \bar{z})}{\sqrt{b_0}} \right) + \frac{\xi_1}{\xi_l} \frac{l_3}{l_4} ch(\sqrt{b_0} \bar{z}) + \frac{l_3}{l_4} \frac{sh(\sqrt{b_0} \bar{z})}{\sqrt{b_0}} \right) (\dot{\vartheta}_x + 0,5\omega \cdot \vartheta_y).
\end{aligned} \tag{2.73}$$

Знаходимо проекції гідродинамічних сил, що діють на вал

$$\begin{aligned}
F_x &= -rl \int_0^1 \int_0^{2\pi} p(\bar{z}) \cos \varphi d\varphi d\bar{z} = -b_\theta \cdot (\dot{\vartheta}_x + 0,5\omega \cdot \vartheta_y), \\
F_y &= -rl \int_0^1 \int_0^{2\pi} p(\bar{z}) \sin \varphi d\varphi d\bar{z} = -b_\theta \cdot (\dot{\vartheta}_y - 0,5\omega \cdot \vartheta_x),
\end{aligned}$$

де

$$b_\theta = r^3 \sqrt{2\rho\Delta p} \frac{l_r^3 r_h \xi_l}{\sqrt{\xi_0}} \left(\frac{1}{b_0} \left(\frac{1}{2} - \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} \right) + \frac{\xi_1}{\xi_l} \frac{l_3}{l_4} \frac{sh(\sqrt{b_0} \bar{z})}{\sqrt{b_0}} + \frac{l_3}{l_4} \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} \right) \tag{2.74}$$

коефіцієнт кутового демпфування.

Запишемо (2.74) його у вигляді

$$b_\theta = r^3 \sqrt{2\rho\Delta p} \cdot b_{0\theta},$$

$$\text{де } b_{0\theta} = \frac{l_r^3 r_h \xi_l}{\sqrt{\xi_0}} \left(\frac{1}{b_0} \left(\frac{1}{2} - \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} \right) + \frac{\xi_1}{\xi_l} \frac{l_3}{l_4} \frac{sh(\sqrt{b_0} \bar{z})}{\sqrt{b_0}} + \frac{l_3}{l_4} \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} \right) \tag{2.75}$$

Аналіз коефіцієнта $b_{0\theta}$ (назвемо його безрозмірним коефіцієнтом демпфуючої сили у шпаринному ущільненні при кутовому русі вала) показує, що він залежить тільки від двох безрозмірних параметрів l_r та r_k . На рисунку 2.15 наведена залежність коефіцієнта $b_{0\theta}$ від вказаних параметрів, яка дає можливість оцінити вплив геометричних розмірів шпарини на величину даної сили.

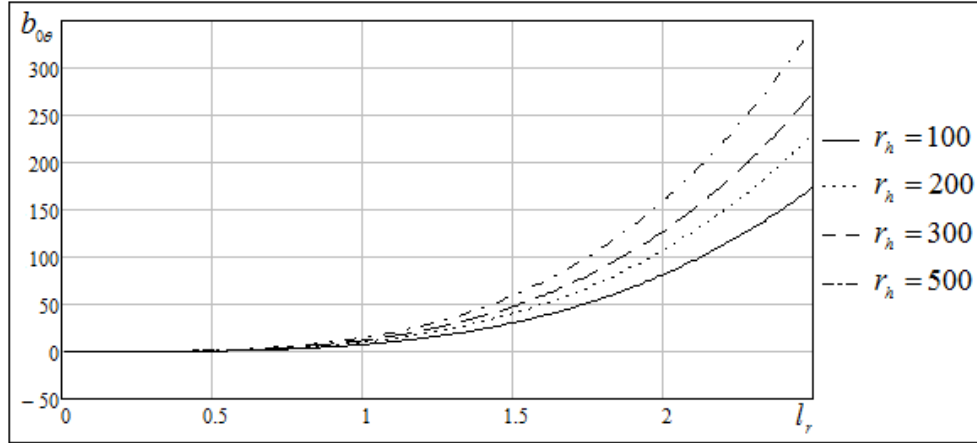


Рисунок 2.15 – Залежність коефіцієнта $b_{0\theta}$ від l_r та r_k

2.4 Аналіз впливу обертання вала на радіальну силу

Для дослідження впливу обертання вала на радіальну силу, яка виникає у шпаринному ущільненні довільної довжини, розглянемо систему (2.13).

Ураховуючи, що

$$v(z, \varphi) = \sqrt{w^2(z, \varphi) + (u(z, \varphi) + u_0)^2} \approx w(z, \varphi) \sqrt{1 + \left(\frac{u_0}{w_0}\right)^2},$$

та нехтуючи інерційними членами, одержимо

$$\begin{cases} \frac{\partial p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi} = -\frac{\lambda_1 r}{2h_0} \frac{\rho w_0}{2} u(\bar{z}, \varphi), \\ \frac{\partial p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} = -\frac{\lambda_1 l}{2h} \frac{\rho w^2(\bar{z}, \varphi)}{2}, \\ \frac{\partial (w(\bar{z}, \varphi)h(\bar{z}, \varphi))}{\partial \bar{z}} = -\frac{lh_0}{r} \frac{\partial u(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi} + lU_1 + l^2 U_2 \bar{z}, \end{cases} \quad (2.76)$$

$$\text{де } \lambda_1 = \lambda \sqrt{1 + \left(\frac{u_0}{w_0}\right)^2}$$

Слід відмітити, що системи (2.76) та (2.17) відрізняються між собою тільки значеннями параметрів λ_1 і λ , а тому для аналізу впливу частоти обертання ротора на пружну та демпфуючу сили скористаємося одержаними вище результатами (2.44), (2.65). У цьому випадку безрозмірний коефіцієнт жорсткості K'_{0e} та безрозмірний коефіцієнт демпфування b'_{0e} мають вид

$$K'_{0e} = l_r r_h \frac{\xi'_l}{\xi'_0} \left[\frac{k'_2}{k'_{1l}} \frac{1}{\sqrt{b_0}} sh \sqrt{b_0} - \left(1 - \frac{\xi'_l k'_2}{\xi_{11} k'_1} \right) \frac{1}{b_0} (ch \sqrt{b_0} - 1) \right] \quad (2.77)$$

$$b'_{0e} = \frac{l_r^2 r_h}{\sqrt{\xi'_0}} \cdot \frac{l'_1}{l'_2} \cdot \left[\xi'_l \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} + \xi_1 \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - \xi'_l \frac{1}{b_0} \frac{l'_2}{l'_1} \left(\frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - 1 \right) \right] \quad (2.78)$$

де $k'_1 = ch \sqrt{b_0} + \frac{\xi'_l}{\xi_1} \frac{sh \sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} - \xi_2 \frac{b_0}{\xi'_l} \frac{sh \sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} - \frac{\xi_2}{\xi_1} \frac{ch \sqrt{b_0}}{1},$

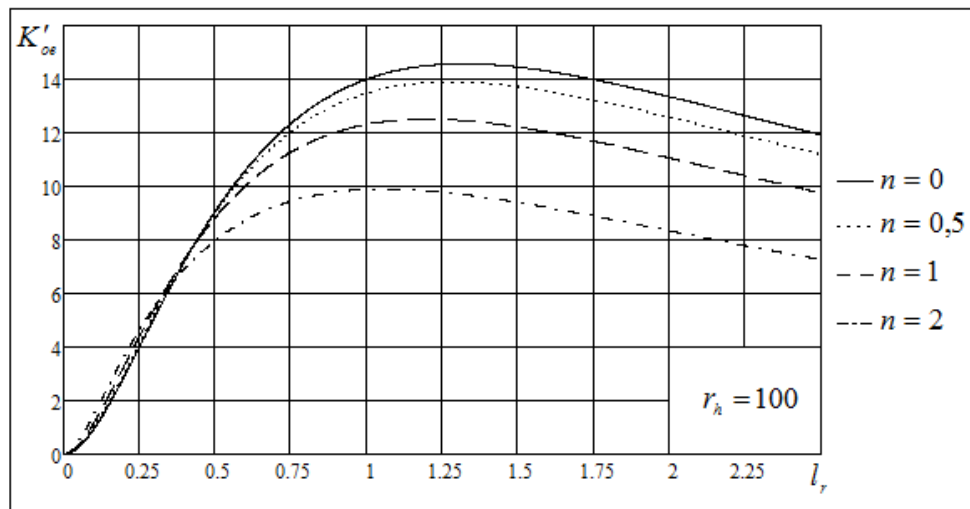
$$k_2 = \frac{sh \sqrt{b_0}}{\sqrt{b_0}} - \frac{\xi_2}{\xi'_l} (ch \sqrt{b_0} - 1),$$

$$l'_1 = \xi_l \frac{ch(\sqrt{b_0}) - 1}{b_0} - \xi_2 \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}},$$

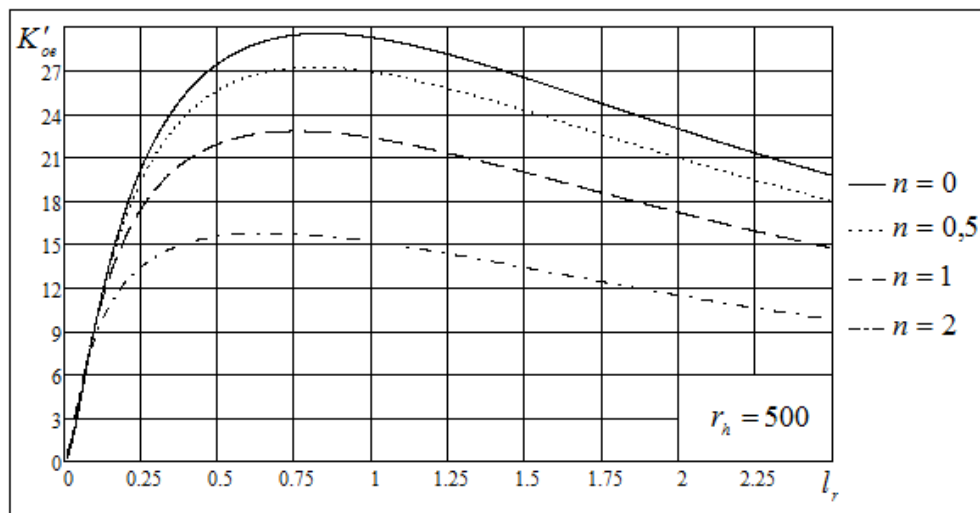
$$l'_2 = \xi_1 ch(\sqrt{b_0}) + \xi'_l \frac{sh(\sqrt{b_0})}{\sqrt{b_0}} - \frac{\xi_2 \xi_1}{\xi'_l} \sqrt{b_0} sh(\sqrt{b_0}) - \xi_2 ch(\sqrt{b_0}),$$

$$\xi'_l = \frac{\lambda_1}{2} l_r r_h, \quad \xi'_0 = \xi_1 + \xi'_l - \xi_2.$$

Залежність безрозмірного коефіцієнта жорсткості K'_{0e} радіальної сили від параметра l , для деяких типорозмірів шпаринного ущільнення та режимного параметру $n = \frac{u_0}{w_0}$ приведена на рисунку 2.16.



а)



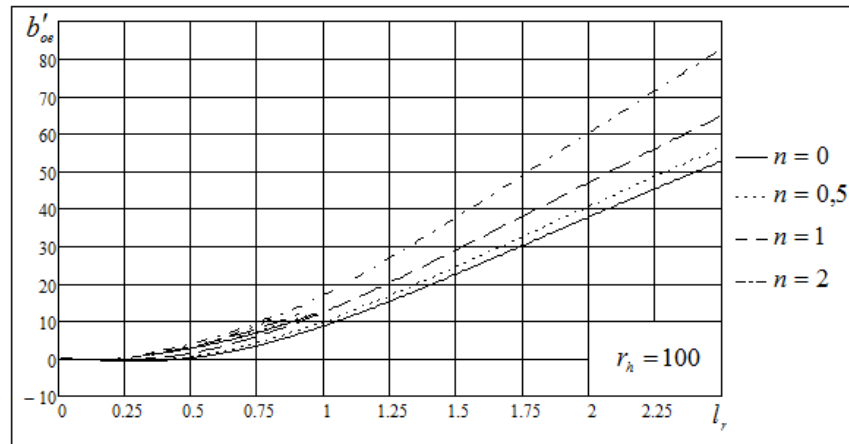
б)

Рисунок 2.16 – Вплив обертання вала на безрозмірний коефіцієнт жорсткості

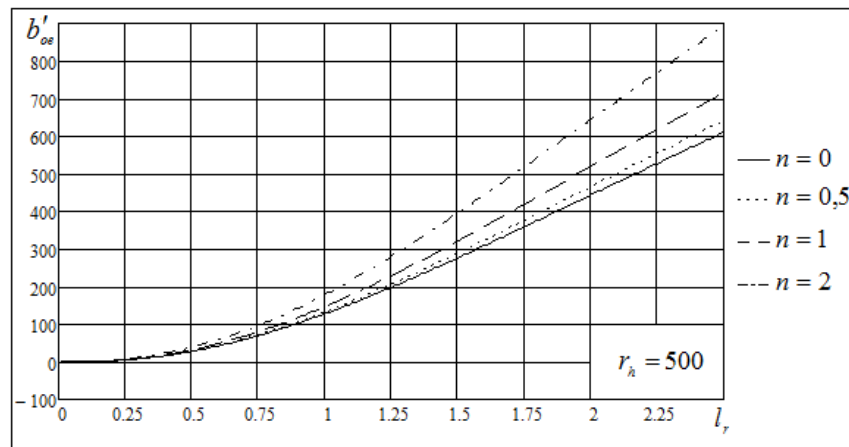
Як видно (див. рисунок 2.16 а), для шпаринних ущільнень $l_r \leq 0,5$ та $r_h \approx 100$ обертання вала практично не впливає на величину жорсткості, але з ростом параметрів l_r , r_h вплив обертання зростає (див. рисунок 2.16 а, б).

Даний результат підтверджується експериментальними дослідженнями [35], які свідчать, що обертання модельного ротора у шпаринному ущільненні з параметрами $l = 20$ мм; $r = 35$ мм; $h_0 = 0,3$ мм змінює коефіцієнт жорсткості шпаринного ущільнення до 10%.

Залежність коефіцієнта демпфуючої сили від параметра l_r при деяких значеннях n и r_h приведена на рисунку 2.17.



а)



б)

Рисунок 2.17 – Вплив обертання вала на безрозмірний коефіцієнт демпфування

Як видно із рисунка 2.17, обертання ротора дещо підвищує демпфувальні властивості шпарини.

2.5 Аналіз нелінійності гідростатичної сили

Рух рідини у шпаринному ущільненні з ексцентрично зміщеним нерухомим валом без урахування інерційних членів описується системою рівнянь (2.17)

$$\begin{cases} \frac{\partial p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi} = -\frac{\lambda r}{2h_0} \frac{\rho w_0}{2} u(\bar{z}, \varphi), \\ \frac{\partial p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} = -\frac{\lambda l}{2h} \frac{\rho w^2(\bar{z}, \varphi)}{2}, \\ \frac{\partial(w(\bar{z}, \varphi)h(\bar{z}, \varphi))}{\partial \bar{z}} + \frac{lh_0}{r} \frac{\partial u(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi} = 0 \end{cases} \quad (2.76)$$

з граничними умовами (2.14)

$$\begin{cases} p(0, \varphi) = p_{10} - \xi_1 \cdot \frac{\rho \cdot w^2(0, \varphi)}{2}, \\ p(1, \varphi) = p_{20} - \xi_2 \cdot \frac{\rho \cdot w^2(1, \varphi)}{2}, \end{cases} \quad (2.77)$$

Продиференціювавши перше рівняння системи (2.76) по φ , друге по безрозмірній змінній \bar{z} , із третього рівняння одержимо

$$\frac{\partial^2 p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}^2} + \frac{2l_r}{(1 - \varepsilon \cos \varphi)^2} \cdot \frac{w(\bar{z}, \varphi)}{w_0} \cdot \frac{\partial^2 p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi^2} = 0.$$

Виразивши із другого рівняння системи (2.76) осьову швидкість $w(\bar{z}, \varphi)$ та враховуючи (2.29), зводимо систему (2.76) до квазілінійного рівняння еліптичного типу.

$$\frac{(1 - \varepsilon \cdot \cos \varphi)^2}{2 \cdot l_r^2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{z}^2} + \sqrt{\frac{-(1 - \varepsilon \cdot \cos \varphi) \cdot \xi_0}{\xi_l}} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \cdot \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (2.78)$$

з граничними умовами

$$\begin{cases} \bar{p}(0, \varphi) = \bar{p}_{10} + \xi_1 \cdot \frac{1 - \varepsilon \cdot \cos \varphi}{\xi_l} \cdot \frac{\partial \bar{p}(0, \varphi)}{\partial \bar{z}}, \\ \bar{p}(1, \varphi) = \bar{p}_{20} + \xi_2 \cdot \frac{1 - \varepsilon \cdot \cos \varphi}{\xi_l} \cdot \frac{\partial \bar{p}(1, \varphi)}{\partial \bar{z}}, \\ p(\bar{z}, 0) = p(\bar{z}, 2\pi), \end{cases}$$

$$\text{де } \bar{p}(\bar{z}, \varphi) = \frac{p(\bar{z}, \varphi)}{\Delta p}.$$

Для розв'язання рівняння (2.78) використаємо метод сіток із застосуванням методу послідовних наближень. В якості початкового наближення беремо розподіл тиску в шпарині в лінійній постановці. На кожній наступній ітерації знаходиться значення тиску рідини у вузлах сітки при заданому відносному ексцентриситеті. Ітераційний процес закінчується, коли відносна зміна тиску в кожному вузлі не перевищує заданої точності.

Після інтерполювання вузлових значень двовимірним кубічним сплайном отримуємо розподіл тиску в шпарині. Гідростатичну сила, обумовлену радіальним зміщенням вала, знаходимо по формулі

$$F(\varepsilon) = -r \cdot l \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^1 p(z, \varphi) \cdot \cos \varphi dz d\varphi \quad (2.79)$$

Після інтерполювання табличних значень $F(\varepsilon)$ поліномами Лежандра, отримаємо аналітичних вираз залежності нелінійної гідростатичної сили від відносного ексцентриситету у вигляді

$$F(\varepsilon) = -k_c(0) \cdot h_0 \cdot \varepsilon \cdot \alpha(\varepsilon)$$

де $k_c(0)$ - коефіцієнт жорсткості ліанеризованої гідростатичної сили;

$\alpha(\varepsilon) = 1 + \alpha_1 \varepsilon + \alpha_2 \varepsilon^2 + \dots + \alpha_n \varepsilon^n$ - безрозмірний коефіцієнт її нелінійності.

Залежність даного коефіцієнту для деяких типорозмірів шпаринного ущільнення наведена на рисунку 2.18. Як видно з рисунка, з ростом ексцентриситету величина пружної сили зменшується. При цьому вплив параметра r_h несуттєвий.

Аналітичний вираз для жорсткості гідростатичної сили в залежності від зміщення вала визначається формулою

$$k_c(\varepsilon) = \frac{dF(\varepsilon)}{de} = k_c(0) \cdot \beta(\varepsilon),$$

де $\beta(\varepsilon) = 1 + 2\alpha_1\varepsilon + 3\alpha_2\varepsilon^2 + \dots + (n+1)\alpha_n\varepsilon^n$ - безрозмірний коефіцієнт нелінійної жорсткості.

Залежність коефіцієнта $\beta(\varepsilon)$ приведена на рисунку 2.19. Легко бачити, що із збільшення зміщення вала жорсткість пружної сили зменшується, таким чином, дана система має м'яку характеристику жорсткості. А це, як відомо, погіршує вібраційні характеристики ротора.

Слід відмітити, що, як видно із рисунка, при $\varepsilon > 0,85 \div 0,9$ гідростатична сила змінює напрям і стає децентруючою, а це може привести до втрати стійкого руху ротора.

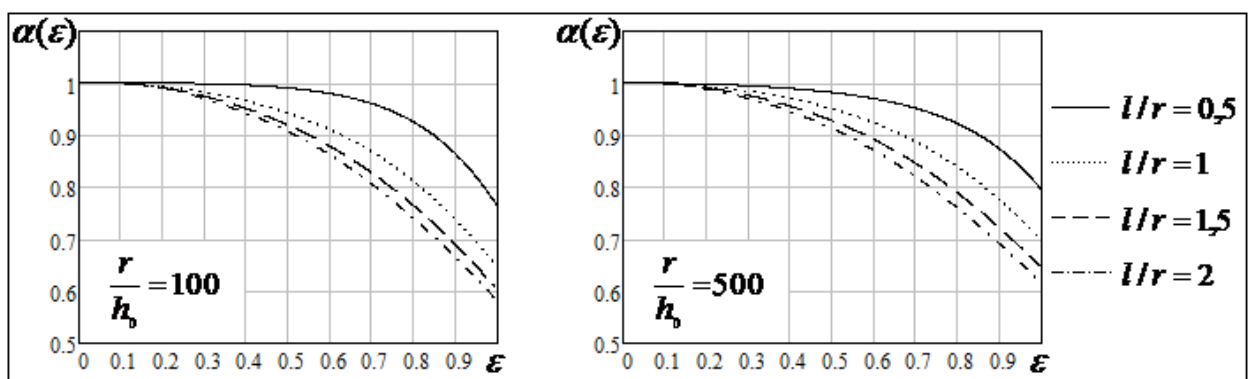


Рисунок 2.18–Залежність нелінійності гідростатичної сили від відносного ексцентриситету

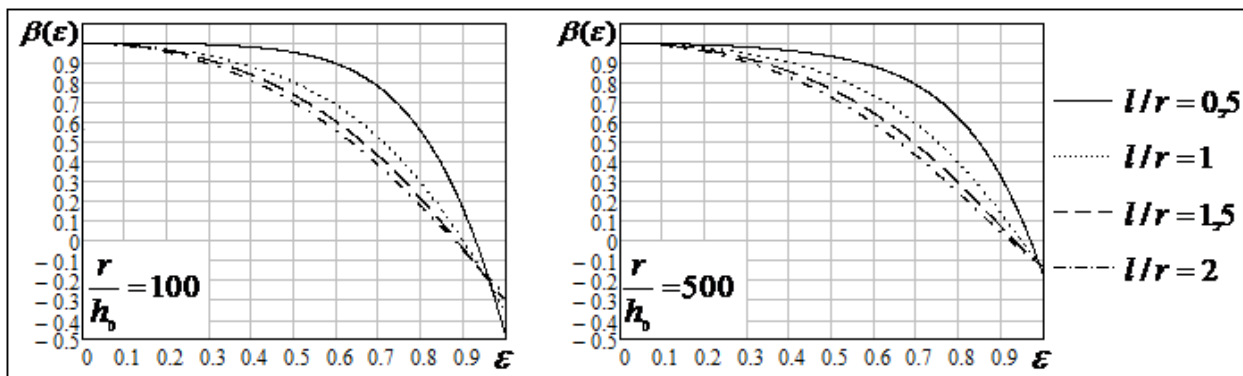


Рисунок 2.19 – Залежність коефіцієнту нелінійності жорсткості гідростатичної сили від відносного ексцентриситету

2.6 Математична модель шпаринного ущільнення з кільцевою канавкою

Теоретичні дослідження гідродинамічних процесів у відносно довгих шпаринах свідчать про те, що з ростом параметра l_r зростає вплив окружних перетоків робочої рідини на радіальну силу, що приводить до погіршення динамічних характеристик шпаринних ущільнень. А тому на практиці можна зустріти випадки, коли конструктор на свій розсуд розбиває відносно довге шпаринне ущільнення кільцевою канавкою на дві (інколи на 3) частини. В цьому випадку актуальною стає задача дослідження гідродинамічних процесів в такому ущільненні.

Розглянемо шпаринне ущільнення з кільцевою канавкою, рисунок 2.20. Використовуючи формули (2.44, 2.54, 2.65), побудуємо графіки залежностей коефіцієнтів радіальної і кутової жорсткості та коефіцієнта демпфування від положення кільцевої канавки у шпарині, рисунки 2.21 – 2.23. На наведених нижче рисунках лінія 1 характеризує вказані коефіцієнти в ущільненні з кільцевою канавкою, лінія 2 – у суцільній шпарині.

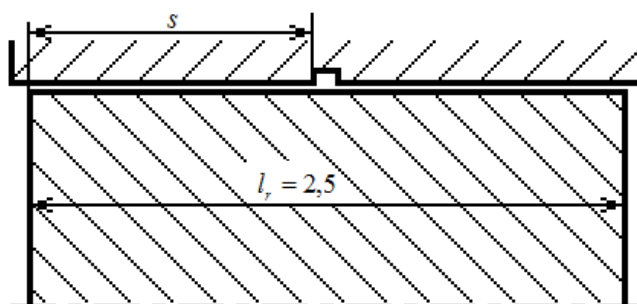


Рисунок 2.20 – Модель шпаринного ущільнення з кільцевою канавкою

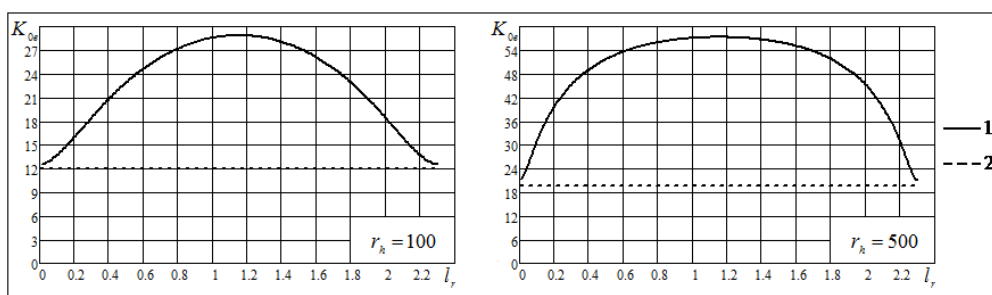


Рисунок 2.21 – Радіальна жорсткість шпаринного ущільнення з кільцевою канавкою

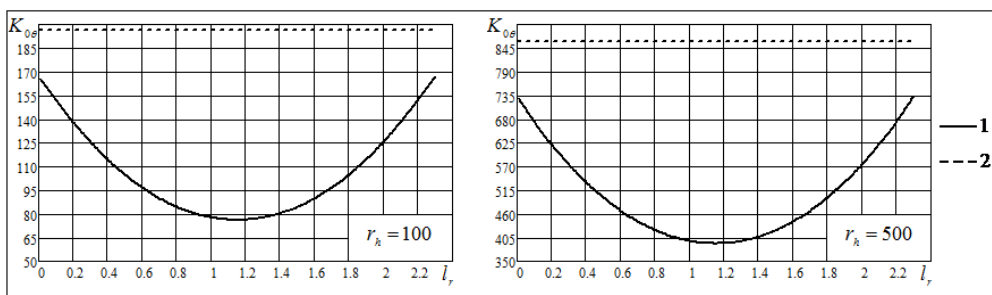


Рисунок 2.22 – Кутова жорсткість шпаринного ущільнення з кільцевою канавкою

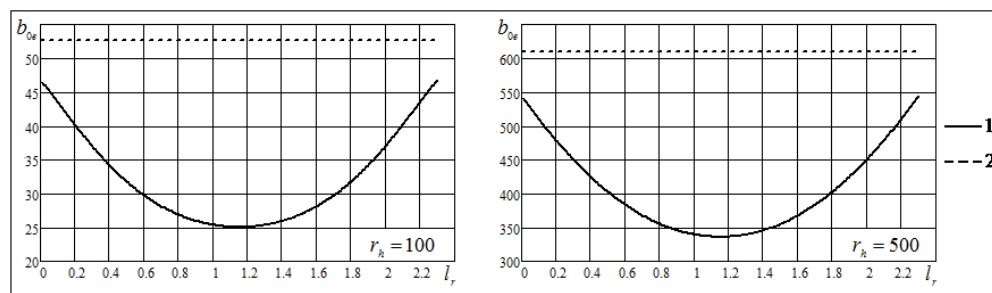


Рисунок 2.23 – Коефіцієнт демпфування шпаринного ущільнення з кільцевою канавкою

Як видно (рисунок 2.21), наявність кільцевої канавки збільшує радіальну жорсткість ущільнення, причому найбільше її значення буде у випадку, коли канавка знаходиться посередині щілини. Коефіцієнт кутової жорсткості (рисунок 2.22) та коефіцієнт демпфування (рисунок 2.23) для даного ущільнення, навпаки, зменшуються.

Для оцінки доцільності розбивки шпарини кільцевою канавкою наведемо графіки залежностей коефіцієнта радіальної жорсткості (рисунок 2.24), коефіцієнта кутової жорсткості (рисунок 2.25) та коефіцієнта демпфуючої сили (рисунок 2.26) від геометричних розмірів шпарини як для суцільної шпарини, так і для шпарини з кільцевою канавкою посередині шпарини.

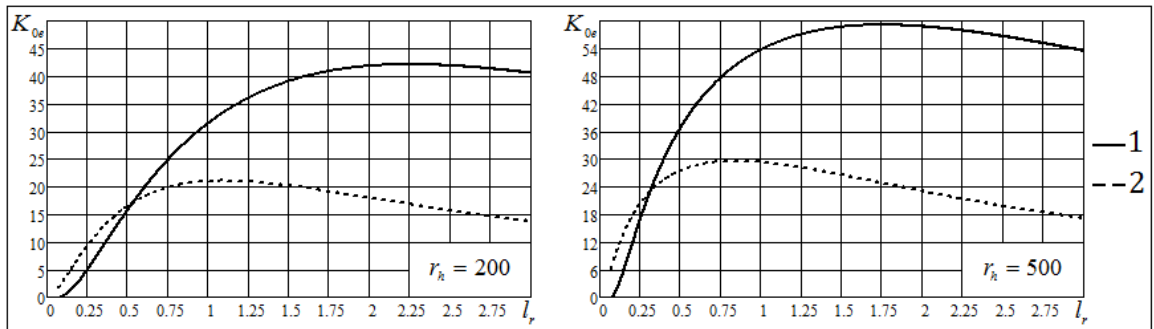
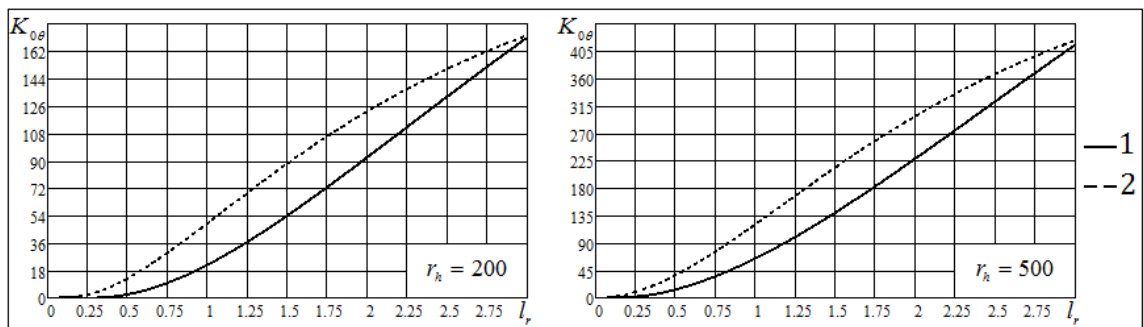


Рисунок 2.24 – Залежність коефіцієнта радіальної жорсткості

Як видно із рисунка 2.24, суттєвий вплив кільцевої канавки на коефіцієнт радіальної жорсткості гідростатичної сили спостерігається вже при $l_r > 0,75$. При цьому також суттєво зменшується дестабілізуючий вплив складової гідростатичної сили, обумовленої перекосом вала у втулці, рисунок 2.25.



2.25 – Залежність коефіцієнта кутової жорсткості

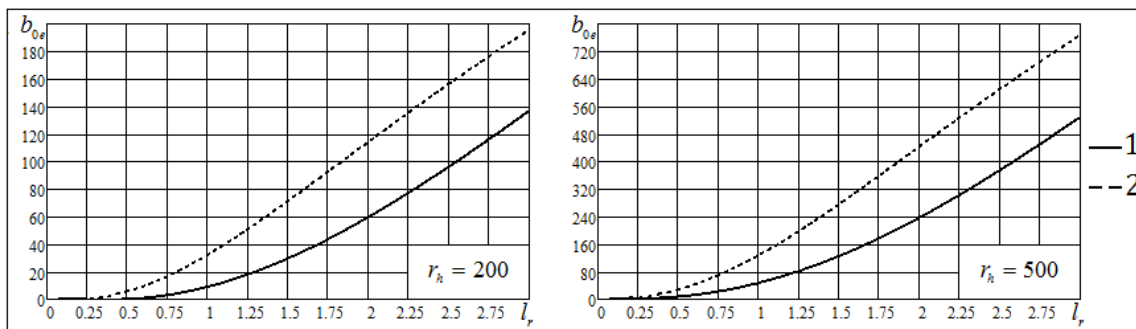


Рисунок 2.26 – Залежність коефіцієнта демпфуючої сили

2.7 Висновки

1. Розроблена уточнена модель шпаринного ущільнення з урахуванням спірального руху робочої рідини в шпарині. Запропонована модель може бути використана при дослідженні впливу окружних перетоків робочої рідини на величину радіальної сили, як в лінійній так і в нелінійних постановках задачі.

2. Одержані уточнені аналітичні вирази для розрахунку складових лінеаризованої радіальної сили, що діють на ротор з боку шару рідини, які відрізняються від відомих тим, що враховують спіральний рух рідини в шпарині, обумовлений тиском рідини. Дана оцінка впливу окружних перетоків на величину радіальної сили в залежності від геометричних розмірів шпарини.

3. Побудовані діаграми для безрозмірних коефіцієнтів лінеаризованих складових радіальної сили дають змогу аналізувати вплив геометричних розмірів шпарини на радіальну силу без додаткових розрахунків.

4. Проведений аналіз нелінійності гідростатичної сили в шпарині зі спіральним рухом робочої рідини показав, що гідростатична сила в шпарині має м'яку характеристику жорсткості. При $\epsilon > 0,85 \div 0,9$ гідростатична сила змінює напрям і стає децентруючою, а це може привести до втрати стійкого руху ротора.

5. Проведений аналіз радіальної сили у шпаринному ущільненні з кільцевою канавкою. Показано, що суттєвий вплив кільцевої канавки на коефіцієнт

радіальної жорсткості гідростатичної сили спостерігається вже у шпарині з параметром $l_r > 0,75$, при цьому також суттєво зменшується дестабілізуючий вплив складової гідростатичної сили, обумовленої перекосом вала у втулці.

б. Отримані в дисертаційній роботі аналітичні вирази для розрахунку складових радіальної сили у шпаринному ущільненні довільної довжини можуть бути у подальшому використані у математичних моделях роторів відцентрових насосів для прогнозування їх динамічних характеристик.

РОЗДІЛ 3

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ГІДРОСТАТИЧНОЇ СИЛИ У ШПАРИННОМУ УЩІЛЬНЕННІ ДОВІЛЬНОЇ ДОВЖИНИ

3.1 Основні задачі експериментальних досліджень

Забезпечення надійної роботи швидкохідних відцентрових машин потребує достовірного визначення динамічних характеристик шпаринного ущільнення. Дана задача, як відмічалось раніше, до теперішнього часу не має однозначного розв'язку, а тому при її вирішенні доводиться спрощувати математичну модель шпаринного ущільнення. Найбільш надійну оцінку правомірності тих чи інших допущень можна одержати на підставі результатів експериментальних досліджень. Задовільна розбіжність між експериментальними та розрахунковими даними є критерієм правильності запропонованого методу розрахунку.

Слід відмітити, що й експериментальні дослідження руху рідини в шпарині пов'язані з деякими специфічними труднощами. Суттєвим є те, що мінімальна величина радіального зазору шпарини визначається технологією виготовлення роторних та статорних деталей, радіальним переміщенням ротора при роботі відцентрової машини і вимірюється десятими долями міліметра. При цьому навіть невеликі зміщення вала відносно осі втулки приводять до відносно великих змін в русі рідини в шпарині.

Суттєвий вплив на характер руху рідини в шпарині також спричинює обертання вала та прецесія його осі. Рух вала, а разом з ним і однієї із стінок кільцевого каналу приводять до зміни величини радіального зазору і, таким чином, до нестационарності руху рідини.

Із-за малих зазорів, обертання вала та нестационарного руху рідини в щілині стають непридатними звичайні способи вимірювання полів швидкостей та тиску рідини в шпаринному ущільненні. В цьому випадку оцінка гідродинамічних параметрів шпаринного ущільнення робиться на підставі

дослідження динамічних характеристик системи, до складу якої входить шпарина. Як правило, шукані параметри ущільнення одержують шляхом обробки амплітудних і фазових характеристик такої коливальної системи. Але існуючі в теперішній час методи оцінювання параметрів шпаринних ущільнень не дозволяють оцінити окремо всі складові радіальної сили в шпарині, а дають тільки оцінку рівнодіючих деяких сил, наприклад, гідростатичної сили, обумовленої радіальним та кутовим зміщенням вала, демпфуючої та циркуляційної сил і т. д. Це, звичайно, ускладнює одержання достовірних експериментальних даних. А тому при дослідженні шпаринних ущільнень дуже важливо розкласти задачу експериментальних досліджень на простіші, зменшуючи число невідомих параметрів (число складових радіальної сили). Природно, що на першому кроці потрібно розглядати кільцеві канали з нерухомим валом: в цьому випадку не буде складових гідродинамічної сили.

З врахуванням зроблених зауважень метою експериментальних досліджень даної роботи є оцінка гідростатичної сили, яка виникає у відносно довгих кільцевих каналах з нерухомим валом, а також зіставлення експериментальних даних з відповідними теоретичними, одержаними за розробленим в даній роботі методом.

3.2 Експериментальний стенд для досліджень шпаринних ущільнень

У відповідності до поставлених задач досліджень був спроектований та виготовлений експериментальний стенд, схема якого приведена на рисунку 3.1. Стенд включає в себе випробувальний вузол, систему гідравлічного забезпечення та контрольно-вимірювальні прилади.

Основою експериментального стенду є випробувальний вузол, загальний вид і схема якого наведені на рисунках 3.2 та 3.3. Ущільнювальну пару (об'єкт дослідження) складає втулка 5, нерухомо закріплена на валу 2, і корпус гідроциліндру 3.

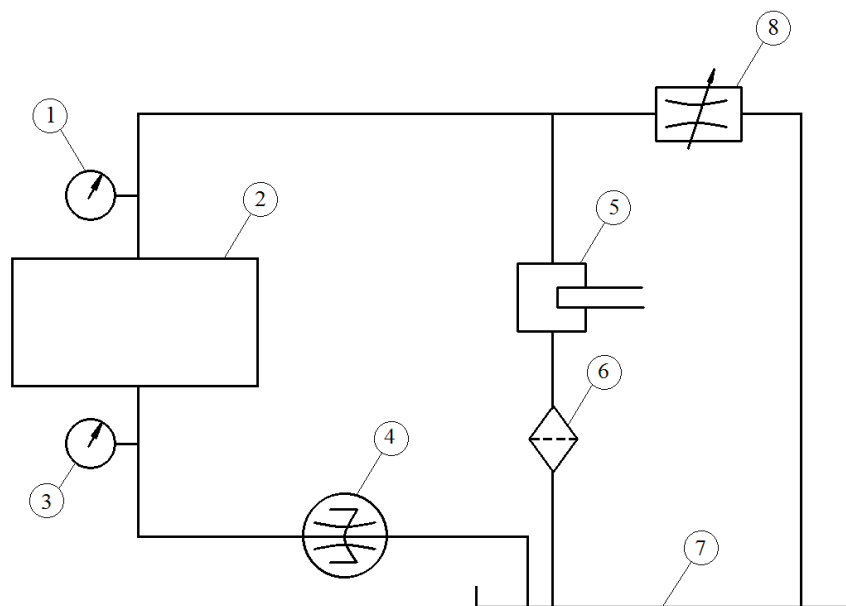


Рисунок 3.1 – Схема експериментального стенда

1, 3 – манометр, 2 – випробувальний вузол, 4 – витратомірний пристрій,
5 – насос, 6 – фільтр, 7 – бак, 8 – дросель.

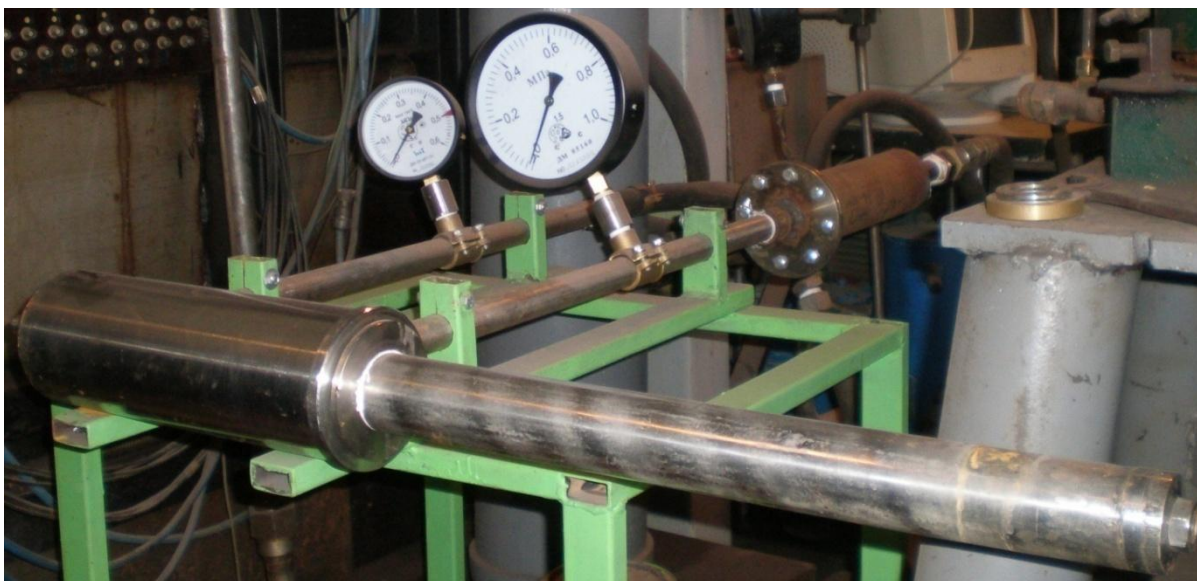


Рисунок 3.2 – Загальний вид випробувального вузла

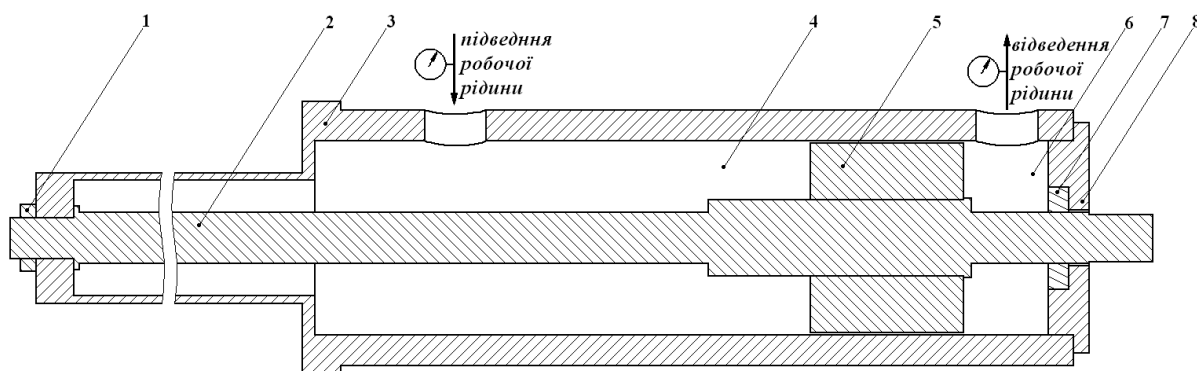


Рисунок 3.3 – Схема випробувального вузла

1 – гайка, 2 – вал, 3 – корпус, 4 – камера перед ущільненням, 5 – втулка,
6 – камера після ущільнення, 7 – ущільнююча манжета, 8 – кришка

Робоча рідина надходить із системи гідравлічного забезпеченні в камеру 4, потім через шпаринне ущільнення поступає в камеру 6, звідки повертається в систему гідравлічного забезпеченні. Тиск перед щілиною та після неї контролюється манометрами, по показникам яких визначається перепад тиску робочої рідини на шпаринному ущільненні. Регулювання тиску робочої рідини, яка поступає в випробувальний вузол, здійснюється вентилям на байпасній лінії, по якій відводиться залишкова кількість робочої рідини в резервуар, минаючи випробувальний вузол.

Випробувальний вузол має наступні основні параметри:

діаметр досліджуваного ущільнення – 76 мм;
найбільша довжина шпаринного ущільнення – 150 мм;
середній радіальний зазор – 0,15 ... 0,45 мм;
робочий тиск – 0 ... 1,5 МПа;
робоче середовище – вода при температурі 20 ... 35⁰С.

Контрольовані параметри: перепад тиску на ущільненні; витік рідини через шпарину; величина радіального зміщення вала.

Основу гідравлічної системи стенда складає трьохплунжерний насосний агрегат ПТІ – 10/40, який забезпечує подачу води $2,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ при найбільшому тиску 5 МПа. Для вирівнювання тиску рідини застосовується

гасник пульсацій виконаний у вигляді закритої ємкості, верхня частина якої заповнена стисненим повітрям.

3.3 Об'єм експериментальних досліджень

Для оцінки впливу основних геометричних параметрів шпарини та перепаду тиску на ній на характеристики шпаринного ущільнення в процесі досліджень змінювався перепад тиску на шпарині та її довжина.

Перепад тиску на шпарині змінювався від 0,1 до 0,8 МПа, а її довжина становила 20, 40, 60 80 та 100 мм, що відповідає безрозмірному параметру $l_r = 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5$. Набір змінних втулок показаний на рисунку 3.4.

Для усунення впливу випадкових похибок експерименти проводилися з багатьма повторами монтажу.

Об'єм проведених експериментальних досліджень дозволяє з достатньою впевненістю судити про достовірність одержаних результатів.



Рисунок 3.4 – Набір змінних втулок

3.4 Методи оцінювання коефіцієнта жорсткості гідростатичної сили

Експериментальне визначення величини гідростатичної сили шпаринного ущільнення проводилося методом ідентифікації параметрів, суть якого полягає в тому, щоб по результатам вхідних та вихідних даних в процесі роботи

системи «пружний вал - шпаринне ущільнення» одержати якісні та кількісні оцінки шуканих параметрів.

Гідростатична радіальна сила шпаринного ущільнення визначалась як реакція шпарини на статичне навантаження на вал, рисунок 3.5.

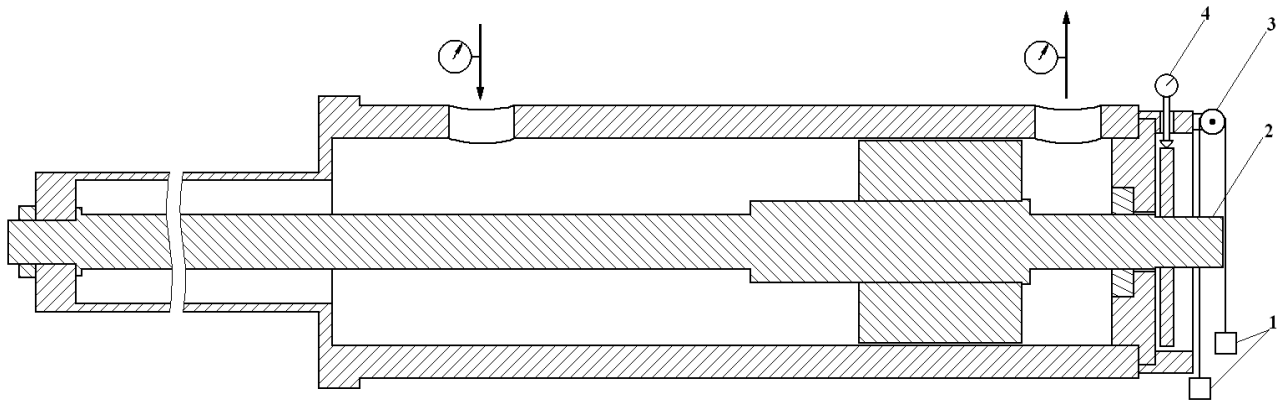


Рисунок 3.5 – Схема навантаження

1 – тарировані вантажі, 2 – вал, 3- блок, 4 – індикатор

Навантаження здійснювалося за допомогою тарированих вантажів 1, підвішених безпосередньо до вала 2 при зміщенні вала вниз, або через блок 3 при зміщенні вала вгору. Такий підхід дозволяє досліджувати гідростатичну силу в більш широкому інтервалі переміщення вала, що зменшує похибку вимірювань. Зміщення вала вимірювалися індикатором ІЧ-2 4 з ціною поділки 0,01 мм, рисунок 3.6. Вказаний індикатор простий в використанні й дає високу точність вимірювань.



Рисунок 3.6 – Індикатор ІЧ-2

Реакція системи «пружний вал - шпаринне ущільнення» на прикладене навантаження (залежність між експериментальними даними прикладеної сили F_i та обумовленого нею зміщенням вала Δh_i) в роботі описується лінійним рівнянням парної регресії виду $F = k \cdot \Delta h + a$. Коефіцієнти k , який характеризує жорсткість даної системи, та a знаходяться по методу найменших квадратів [99] за формулами

$$k = \frac{n \sum_{i=1}^n \Delta h_i F_i - \sum_{i=1}^n \Delta h_i \cdot \sum_{i=1}^n F_i}{n \sum_{i=1}^n \Delta h_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n \Delta h_i \right)^2} \quad (3.1)$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \cdot \sum_{i=1}^n \Delta h_i^2 - \sum_{i=1}^n \Delta h_i \cdot \sum_{i=1}^n F_i \Delta h_i}{n \sum_{i=1}^n \Delta h_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n \Delta h_i \right)^2} \quad (3.2)$$

з дисперсією коефіцієнта регресії k

$$s_k^2 = \frac{n}{n-2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - k \Delta h_i - a)^2}{n \sum_{i=1}^n \Delta h_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n \Delta h_i \right)^2} \quad (3.3)$$

Оскільки параметри рівняння представляють собою вибіркові характеристики, то для оцінки якісного опису експериментальних даних лінійним рівнянням регресії визначається коефіцієнт детермінації [99]

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \left(k\Delta h_i + a - \frac{\sum_{i=1}^n F_i}{n} \right)^2}{\sum_{i=1}^n \left(F_i - \frac{\sum_{i=1}^n F_i}{n} \right)^2}. \quad (3.4)$$

Коефіцієнт детермінації ($0 \leq r^2 \leq 1$), як відомо, характеризує якість регресійної моделі. Наприклад, при $r^2 = 1$ всі емпіричні значення сили будуть лежати на регресійній прямій $F = k \cdot \Delta h + a$, тобто між прикладеним навантаженням та зміщенням вала існує функціональна залежність.

Слід зауважити, що співвідношення (3.1) визначає пружність всієї системи «пружний вал - шпаринне ущільнення».

Для оцінки безпосередньо коефіцієнта жорсткості гідростатичної сили, зумовленої радіальним зміщенням вала, розглянемо наступну модель «вал - шпаринне ущільнення», рисунок 3.7.

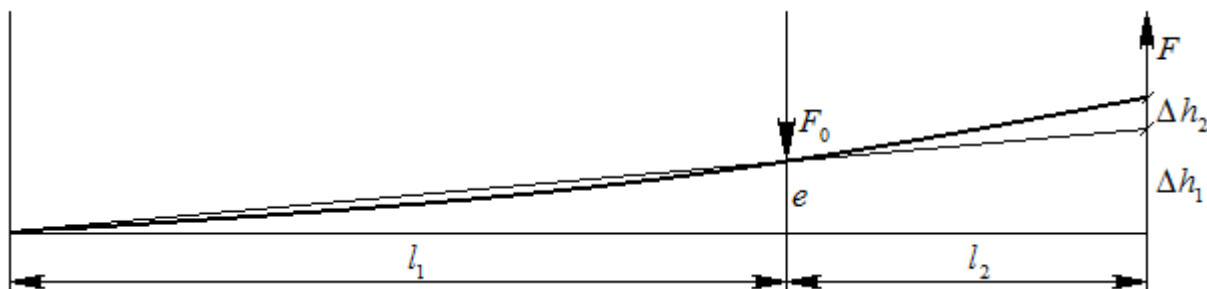


Рисунок 3.7 – До ідентифікації коефіцієнта жорсткості гідростатичної сили

Із рисунка 3.7 видно, що

$$\begin{cases} F = K_F \cdot \Delta h_1, \\ F = K_b \cdot \Delta h_2, \\ F = K_c \cdot \Delta h, \end{cases} \quad (3.5)$$

де K_F - сумарний коефіцієнт жорсткості гідростатичної сили в щілині;

K_b - коефіцієнт жорсткості вала;

K_c - коефіцієнт жорсткості системи «пружний вал - шпаринне ущільнення»;

$\Delta h_1, \Delta h_2$ - зміщення вала в точці прикладеної сили F , обумовлене гідростатичною силою та прогином вала;

Δh - абсолютне зміщення вала в точці прикладеної сили F .

Виражаючи із (3.5) $\Delta h_1, \Delta h_2, \Delta h$ та враховуючи, що $\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2$, одержимо

$$\frac{1}{K_c} = \frac{1}{K_F} + \frac{1}{K_b},$$

звідки

$$K_F = \frac{K_c}{1 - \frac{K_c}{K_b}} \quad (3.6)$$

Співвідношення (3.6) характеризує сумарну жорсткість радіальної сили, що діє на вал, обумовленої як радіальним зміщенням вала так і його перекосом в шпарині. Для оцінки складових радіальної сили скористаємося її структурою (2.43), (2.53)

$$|F| = K_e e + K_\theta \vartheta = K_e e \left(1 + \frac{K_\theta}{K_e} \frac{\vartheta}{e} \right) \quad (3.7)$$

Знайдемо кут ϑ між осями вала і втулки. Використовуючи рисунок 3.6, одержимо

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_2 = \frac{e}{l_1} + \frac{\Delta h_2}{l_2} = \frac{e}{l_1} \left(1 + \frac{\Delta h_2}{e} \cdot \frac{l_1}{l_2} \right) = \frac{e}{l_1} \left(1 + \frac{\Delta h_2}{F} \cdot \frac{F}{e} \cdot \frac{l_1}{l_2} \right) = \frac{e}{l_1} \left(1 + \frac{K_e}{K_b} \cdot \frac{l_1}{l_2} \right)$$

Вважаючи, що (див. рисунок 3.6)

$$e = \Delta h_1 \cdot \frac{l_1}{l_1 + l_2},$$

співвідношення (3.7) приймає вид

$$K_F \left(1 + \frac{l_2}{l_1} \right) = K_e \left(1 + \frac{K_\theta}{K_e} \frac{1}{l_1} \left(1 + \frac{K_e}{K_b} \cdot \frac{l_1}{l_2} \right) \right),$$

або

$$K_e = K_F \left(1 + \frac{l_2}{l_1} \right) \cdot \left(1 + \frac{K_\theta}{K_e} \frac{1}{l_1} \left(1 + \frac{K_e}{K_b} \cdot \frac{l_1}{l_2} \right) \right)^{-1} \quad (3.8)$$

Оскільки випробувальний вузол не дозволяє безпосередньо одержати величини складових радіальної гідростатичної сили, то в подальшому використовуємо теоретичне співвідношення між коефіцієнтами K_e і K_θ . На рисунку 3.8 приведена теоретична залежність $\alpha(l_r) = \frac{K_\theta}{K_e}$ при $r_h = 108,5$ (параметр $r_h = 108,5$ характеризує геометричні розміри шпаринного ущільнення випробувального вузла експериментального стенда).

Згинальна жорсткість K_b вала з урахуванням шпаринного ущільнення знаходиться із його розрахункової схеми, приведеній на рисунку 3.9. При цьому вважається, що опора знаходиться на середині шпаринного ущільнення. У

таблиці 3.1 представлені розрахунковий коефіцієнт згинальної жорсткості K_b вала у шпаринному ущільненні з параметром l_r .

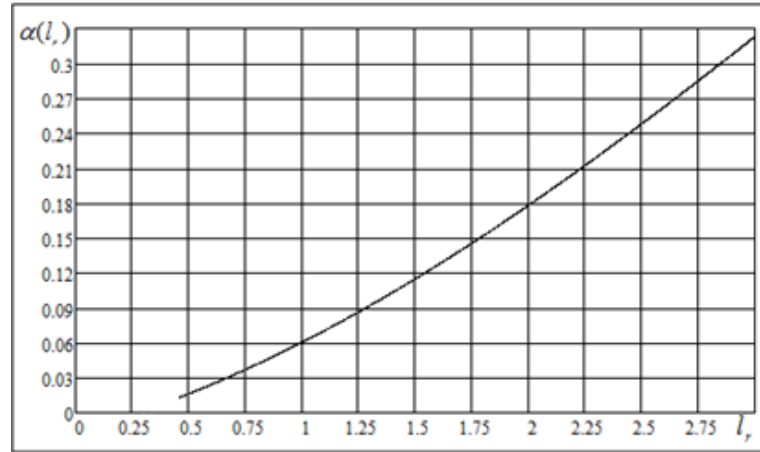


Рисунок 3.8 – Залежність $\alpha(l_r) = \frac{K_\theta}{K_e}$

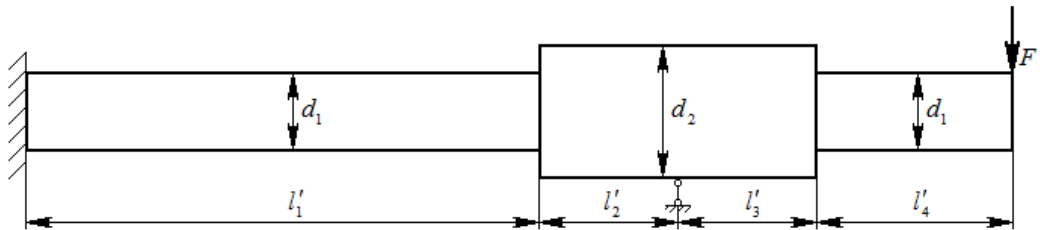


Рисунок 3.9 – Розрахункова схема вала

Таблиця 3.1

Коефіцієнт згинальної жорсткості вала

	l_r		
	1,5	2,0	2,5
$K_b \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}$	1,68	1,31	1,05

Ураховуючи (3.6) і (3.8), коефіцієнт радіальної жорсткості K_e гідростатичної сили будемо знаходити методом послідовних наближень по (3.9)

$$K_e = K_c \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{K_c}{K_b}\right)^{-1} \cdot \left(1 + \frac{K_\theta}{K_e} \frac{1}{l_1} \left(1 + \frac{K_e}{K_b} \cdot \frac{l_1}{l_2}\right)\right)^{-1}, \quad (3.9)$$

при цьому коефіцієнт кутової жорсткості гідростатичної сили знаходимо за формулою

$$K_\theta = K_e \cdot \alpha(l_r) \quad (3.10)$$

3.5 Результати експериментальних досліджень

З метою експериментальної перевірки одержаних в розділі 2 теоретичних результатів були проведені відповідні експериментальні дослідження ряду типорозмірів шпаринних ущільнень. Як відмічалось раніше, експериментальні дослідження пружних характеристик шпаринних ущільнень зводились до визначення реакції рідинного шару на прикладену силу.

Слід відмітити, що при проведенні експериментальних досліджень були виявлені наступні особливості.

1. При $l_r \leq 1$ вал «спливає» у шпаринному ущільненні, що свідчить про появу у шпаринному ущільненні центруючої гідростатичної сили.

2. При $l_r \geq 1,5$ вал перестає «спливати» в ущільненні, а лежить на ущільнюючій манжеті 7, рисунок 3.3. Це, на думку автора, пояснюється впливом складової радіальної сили, обумовленої перекосом між валом та втулкою, величина якої, як показують теоретичні дослідження (рисунок 2.11 та 3.8), з ростом параметра l_r стрімко зростає. Але при подальшому навантаженні вала, зміщуючи його вгору, спостерігається лінійна залежність між прикладеною силою та обумовленим нею переміщенням при всіх розглянутих перепадах тиску на шпарині.

3. При $l_r = 2,5$ спостерігається втрата стійкості положення рівноваги вала поблизу стінки втулки: зміщуючи вал вниз із положення рівноваги при

перепадах тиску рідина на шпарині $\Delta p < 0,4 \text{ МПа}$ вал стрімко повертається у початкове положення рівноваги і на наступне збільшення навантаження майже не реагує. З ростом перепаду тиску спостерігається явище самозбудження коливань вала, причому з ростом перепаду тиску їх інтенсивність зростає.

Типові характеристики навантаження вала при різних геометричних розмірах шпарини і перепаду тиску робочої рідини на ній наведені на рисунках 3.10, 3.11.

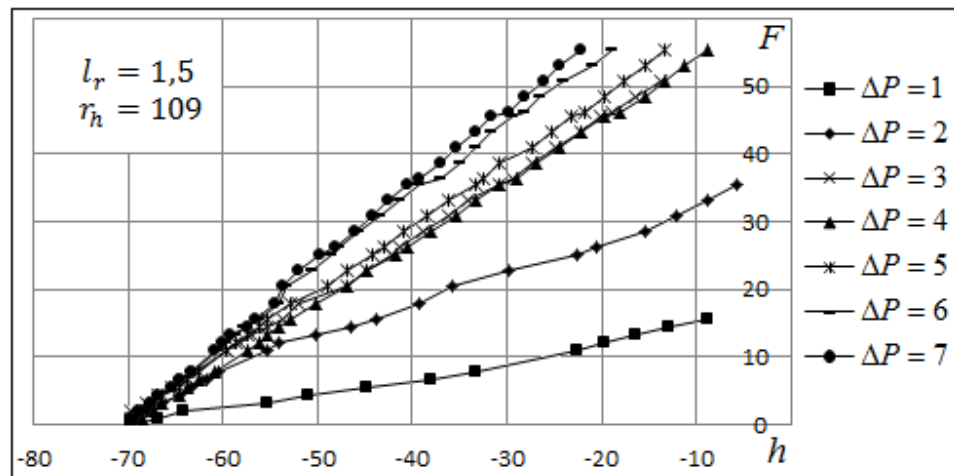


Рисунок 3.10 – Характеристики навантаження вала

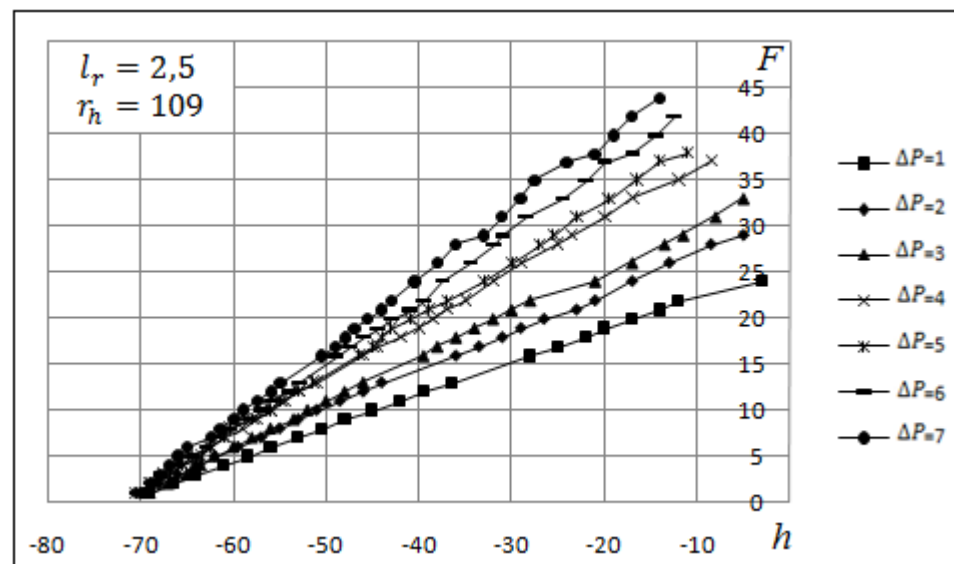


Рисунок 3.11 – Характеристики навантаження вала

В даній роботі результати обробки характеристик навантаження вала приведемо для шпаринного ущільнення з параметром $l_r = 2,5$.

За формулою (3.1) одержуємо значення коефіцієнта жорсткості K_c системи «вал – шпаринне ущільнення». Його залежність від перепаду тиску на шпарині приведена на рисунку 3.12 (маркер 4). Використовуючи ітераційний процес, по (3.9) знаходимо залежність коефіцієнта жорсткості складової гідростатичної сили, обумовленої радіальним зміщенням вала, від перепаду тиску на шпарині (рис 3.12, маркер 3). Залежність коефіцієнта жорсткості складової гідростатичної сили, обумовленої кутовим зміщенням вала, від перепаду тиску на шпарині показана на рисунку 3.13, (маркер 3).

Вид одержаних експериментальних залежностей коефіцієнтів жорсткості складових гідростатичної сили підтверджує відомий теоретично одержаний результат їх лінійної залежності від перепаду тиску на шпарині при розвиненому турбулентному русі рідини (автомодельна область) у шпаринному ущільненні.

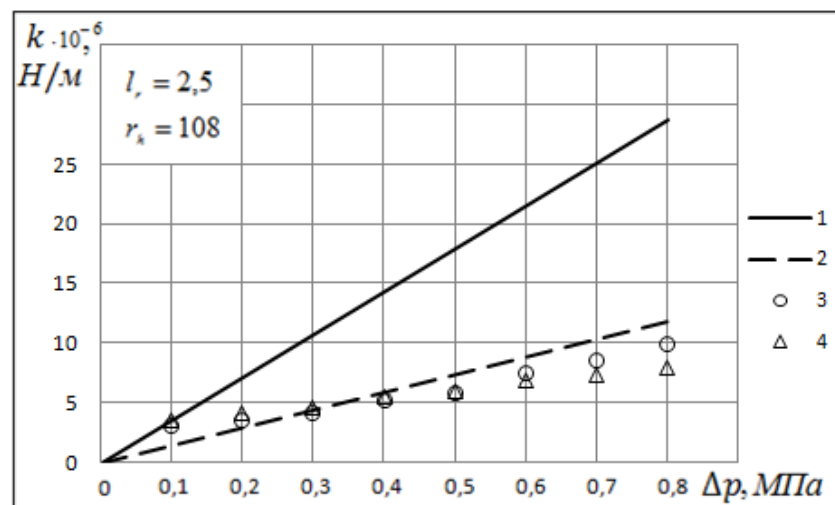


Рисунок 3.12 – Зіставлення теоретичних та експериментального коефіцієнтів радіальної жорсткості гідростатичної сили

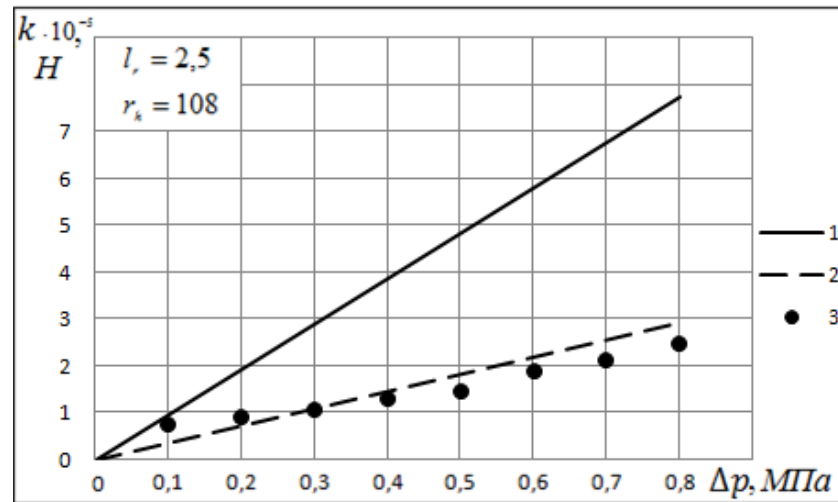


Рисунок 3.13 - Зіставлення теоретичних та експериментального коефіцієнтів кутової жорсткості гідростатичної сили

На рисунках 3.12 та 3.13 приведені також теоретичні результати, одержані по методиці короткого шпаринного ущільнення (прямі 1) та по методиці шпаринного ущільнення, модель якого враховує окружні перетоки робочої рідини у шпарині, обумовлені полем тиску рідини (прямі 2). Як видно, розрахунок гідростатичної сили у шпаринному ущільненні по методиці короткого ущільнення дає значно завищений результат, в той час як розбіжність між експериментальними даними та розрахунком по методиці з урахуванням спірального руху рідини несуттєва. Розбіжність між експериментальними даними та теоретичними результатами при перепадах тиску до 0,3 МПа, на думку автора, можна пояснити перехідним режимом турбулентної течії.

3.6 Висновки

На підставі проведених експериментальних досліджень можна зробити наступні висновки.

1. Розроблено стенд для проведення експериментальних досліджень гідродинамічних процесів у шпаринному ущільненні довільної довжини. Хоча запропонована модель ущільнення й не точно імітує умови роботи шпаринного

ущільнення (розглядається необертовий вал), але вона дозволяє оцінити вплив окружних перетоків робочої рідини у шпарині довільної довжини, обумовлених полем тиску рідини, і одержати експериментальні дані для співставлення з теоретичними результатами.

2. Гідростатична сила, яка виникає в шпаринному ущільненні довільної довжини характеризується високою лінійністю для достатньо широкого діапазону ексцентриситетів вала, що дозволяє достатньо точно її описувати коефіцієнтом жорсткості.

3. З ростом параметра l_r зростає вплив складової гідростатичної сили, обумовленої перекосом осей вала і втулки. Оскільки у реальних умовах завжди присутні випадкові неспіввісність вала і втулки та перекіс між їх осями, бажано не використовувати відносно довгі шпаринні ущільнення ($l_r > 1,5$).

4. Використовуючи теоретичне співвідношення між коефіцієнтами жорсткості складових гідростатичної сили, експериментально одержано величини коефіцієнтів жорсткості складових гідростатичної сили, обумовленої як радіальним так і кутовим зміщенням вала в шпарині.

5. Співставлення теоретичних розрахунків і даних експерименту свідчать про задовільний збіг результатів, що підтверджує достовірність розробленої методики розрахунку гідродинамічних параметрів шпаринних ущільнень з урахуванням спірального руху рідини в шпарині.

6. Окружні перетоки, обумовлені довжиною шпарини, понижують величину радіальної сили; у відносно довгих циліндричних шпаринах можуть з'являтися явища самозбудження коливань необертового вала.

РОЗДІЛ 4

АНАЛІЗ ВПЛИВУ ШПАРИННИХ УЩІЛЬНЕНЬ ДОВІЛЬНОЇ ДОВЖИНИ НА ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОТОРА

4.1 Вступні зауваження

Досвід експлуатації швидкохідних відцентрових насосів показує, що основним джерелом їх вібрацій є неврівноважений ротор. Тому для сучасного насособудування розрахунки динамічних характеристик ротора набувають виключно важливе значення. Як відмічалось раніше, коливання роторів у значній мірі обумовлені гідродинамікою проточної частини відцентрового насоса і, насамперед, гідродинамічними процесами у шпаринних ущільненнях. Для дослідження впливу конструкції шпаринних ущільнень на динаміку ротора, як правило, використовують одномасові моделі ротора, які представляють собою масивні диски з невагомим двоопорним [22,55] або консольним [34] валом. Розглядаючи такі моделі автори робіт відмічають, що хоча такі спрощені моделі й не відповідають реальній роторній системі, вони все ж таки відображають їх динамічні властивості і дають можливість оцінити вплив шпаринних ущільнень на динаміку ротора.

Ураховуючи практичну значущість даної задачі, у даному розділі викладені теоретичні дослідження впливу шпаринних ущільнень довільної довжини на динаміку роторної системи як для модельного ротора так і для реального ротора відцентрового насоса типу ПЕ.

4.2 Одномасова модель ротора відцентрового насоса

Для оцінки впливу гідродинамічних процесів у шпаринному ущільненні на основні динамічні характеристики ротора розглянемо спрощену одномасову симетричну модель ротора на жорстких опорах, рисунок 4.1[23]. Модель має наступні параметри:

- параметри вала: довжина $l = 520$ мм, діаметр $d = 25$ мм, маса ротора $m = 16$ кг;

- геометрія шпарин: довжина $l = 48$ мм, радіус $r = 25$ мм; середній радіальний зазор $h_0 = 0,3$ мм;

- перепад тиску рідини на шпарині $\Delta p = 1,25$ МПа.

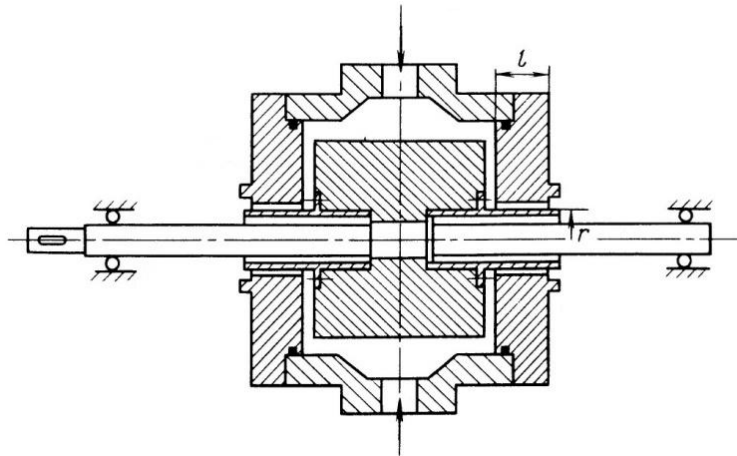


Рисунок 4.1 – Одномасова модель ротора

Структуру радіальної сили, яка виникає у шпаринному ущільненні, приймаємо у вигляді

$$\begin{cases} F_x = -b \cdot \dot{x} - k_c(0)\alpha(r) \cdot x - q \cdot y; \\ F_y = -b \cdot \dot{y} - k_c(0)\alpha(r) \cdot y + q \cdot x, \end{cases}$$

де $q = 0,5b\omega$ - коефіцієнт циркуляційної сили;

x, y - координати зміщення геометричного центру вала у нерухомій системі координат;

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ - радіус орбіти руху центра вала.

Коефіцієнт демпфування визначаємо по формулі (2.65), проекції гідростатичної сили – по (2.79). Для даного шпаринного ущільнення маємо:

$$b = 5079 \frac{H \cdot c}{M}, \quad k_c(0) = 1,217 \cdot 10^6 \frac{H}{M},$$

$$\alpha(r) = 1 + 0,057 \cdot r - 0,515 \cdot r^2 + 0,076 \cdot r^3 + 0,047 \cdot r^4 - 0,104 \cdot r^5 - 0,068 \cdot r^6 + \\ + 0,075 \cdot r^7 + 0,032 \cdot r^8 - 0,02 \cdot r^9$$

Рух вала ушпаринних ущільненнях відносно нерухомої системи координат описується системою диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} m\ddot{x} + 2b\dot{x} + c_b x + 2k_c(0)\alpha(r) \cdot x + 2qy = me_1\omega^2 \cos(\omega t) \\ m\ddot{y} + 2b\dot{y} + c_b y + 2k_c(0)\alpha(r) \cdot y - 2qx = me_1\omega^2 \sin(\omega t) \end{cases} \quad (4.1)$$

де m - маса вала;

c_b - коефіцієнт жорсткості вала;

me_1 - величина дисбаланса;

ω - частота обертання вала.

4.3 Дослідження динамічних характеристик одномасової лінійної моделі ротора

Проведемо аналіз впливу шпаринного ущільнення на динамічні характеристики ротора з урахуванням лінеаризованих складових радіальної сили у шпарині. Вважаючи у (4.1) $\alpha(r) = 1$, та вводячи позначення

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_b}{m}}, \quad \tau = t \cdot \omega_0, \quad \frac{d}{d\tau} = \omega_0 \frac{d}{dt}, \quad \bar{x} = \frac{x}{h_0}, \quad \bar{y} = \frac{y}{h_0},$$

$$\bar{b} = \frac{b\omega_0}{m\omega_0^2}, \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \bar{e} = \frac{e_1}{h_0},$$

одержимо рівняння руху ротора у безрозмірному виді

$$\begin{cases} \ddot{\bar{x}} + 2\bar{b}\dot{\bar{x}} + k\bar{x} + \bar{b}\bar{\omega}\bar{y} = \bar{e}\bar{\omega}^2 \cos(\bar{\omega}\tau); \\ \ddot{\bar{y}} + 2\bar{b}\dot{\bar{y}} + k\bar{y} - \bar{b}\bar{\omega}\bar{x} = \bar{e}\bar{\omega}^2 \sin(\bar{\omega}\tau), \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\text{де } k = \left(1 + \frac{2k_c(0)}{c_b} \right)$$

Система рівнянь (4.2) допускає аналітичний розв'язок. Помноживши друге рівняння на уявну одиницю та вводячи комплексну змінну $z = \bar{x} + i\bar{y}$, систему (4.2) зведемо до рівняння виду

$$\ddot{z} + 2\bar{b}\dot{z} + kz - \bar{b}\bar{\omega}iz = \bar{e}\bar{\omega}^2 e^{i\bar{\omega}\tau} \quad (4.3)$$

Частинний розв'язок (4.3), який відповідає усталеним вимушеним коливанням вала, шукаємо у вигляді

$$z = Ae^{i\bar{\omega}\tau} \quad (4.4)$$

Підставивши (4.4) у (4.3) одержимо

$$A = \frac{\bar{e}\bar{\omega}^2}{-\omega^2 + k + i\bar{b}\bar{\omega}} = A_0 e^{i\varphi_0},$$

де A_0 - амплітуда коливань,

φ_0 - зсув фаз.

Амплітуда коливань визначається формулою (4.5)

$$A_0 = \bar{e}\bar{\omega}^2 \cdot \left((-\omega^2 + k)^2 + \bar{b}^2 \omega^2 \right)^{-0,5} \quad (4.5)$$

Для аналізу впливу шпаринних ущільнень на динамічні характеристики ротора на рисунку 4.2 приведені амплітудні частотні характеристики модельного ротора. Крива 1 характеризує амплітуду коливань вала «у повітрі» (без урахування шпаринного ущільнення), в подальшому будемо її вважати базовою при аналізі впливу шпаринного ущільнення на динаміку ротора. Крива 2 побудована з урахування шпаринного ущільнення, у якому складові радіальної сили обчислені по методиці короткого ущільнення. Амплітудну частотну характеристику модельного ротора з урахуванням окружних перетоків рідини у шпарині (модель шпаринного ущільнення довільної довжини) описує крива 3. Як видно, шпаринні ущільнення підвищують значення критичної швидкості ротора та зменшують амплітуду коливань, але, як буде показано нижче, при $\omega \geq 2\omega_{кр}^{(1)}$ ($\omega_{кр}^{(1)}$ - перша власна частота ротора з урахуванням шпаринних ущільнень) обумовлюють втрату динамічної стійкості роторної системи. Окружні перетoki робочої рідини у шпарині, при рівних інших умовах, дещо знижують критичну швидкість ротора та збільшують амплітуду його коливань в області критичної швидкості. Крива 4 представляє собою амплітудну частотну характеристику ротора у шпаринному ущільненні з кільцевою канавкою, виконаною посеред шпарини. Використання такої конструкції підвищує значення критичної швидкості ротора, але при цьому й зростає амплітуда коливань у області критичної швидкості.

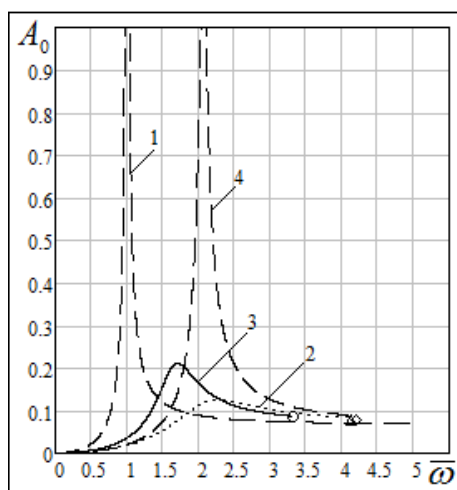


Рисунок 4.2 – Амплітудні частотні характеристики модельного ротора

4.4 Аналіз стійкості обертання і нелінійних коливань

Для аналізу впливу шпаринного ущільнення на динамічні характеристики ротора з урахуванням нелінійності гідростатичної сили у шпарині, запишемо (4.1) у безрозмірному виді. Введемо позначення

$$\tau = t \cdot \omega_0, \quad \frac{d}{d\tau} = \omega_0 \frac{d}{dt}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c_b + 2k_c(0)}{m}}, \quad \bar{x} = \frac{x}{h_0}, \quad \bar{y} = \frac{y}{h_0},$$

$$\bar{b} = \frac{b\omega_0}{m\omega_0^2}, \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \bar{e} = \frac{e_1}{h_0},$$

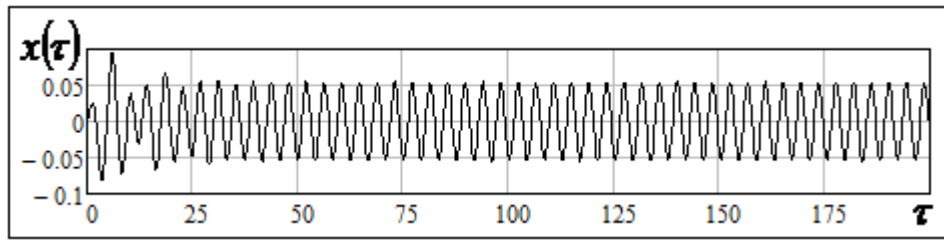
одержимо рівняння руху ротора у безрозмірному виді

$$\begin{cases} \ddot{\bar{x}} + 2\bar{b}\dot{\bar{x}} + k\bar{x} + \bar{b}\bar{\omega}\bar{y} = \bar{e}\bar{\omega}^2 \cos(\bar{\omega}\tau); \\ \ddot{\bar{y}} + 2\bar{b}\dot{\bar{y}} + k\bar{y} - \bar{b}\bar{\omega}\bar{x} = \bar{e}\bar{\omega}^2 \sin(\bar{\omega}\tau), \end{cases} \quad (4.6)$$

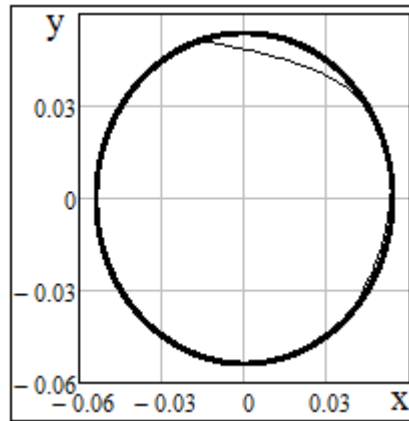
де $k = \frac{c_b + 2k_c(0) \cdot \alpha(r)}{c_b + 2k_c(0)}$

Аналіз розв'язку системи (4.6) проведемо чисельним методом з використанням програмного комплексу Mathcad. Одержані область стійкого руху ротора, а також гранична по стійкості його частота обертання. При цьому гранична по стійкості частота обертання ротора встановлювалася по факту появи субгармонійної автоколивальної складової при зміні відносної частоти обертання ротора $\bar{\omega}$.

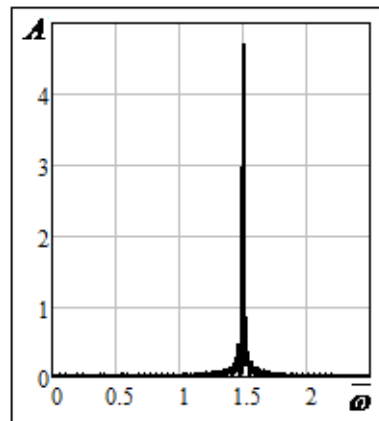
На рисунках 4.3, 4.4 і 4.5 у якості прикладу наведені коливання центра вала (у перерізі знаходження маси) у горизонтальній площині (а), орбіти руху центра вала (б) та відповідні спектри (в) на трьох частотах: стійка область руху ротора; границя стійкої області обертання та нестійка область обертання.



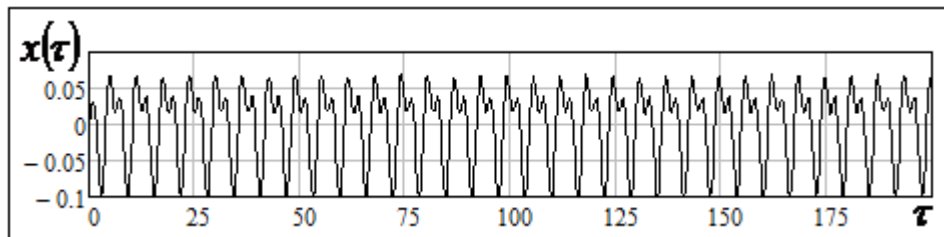
а)



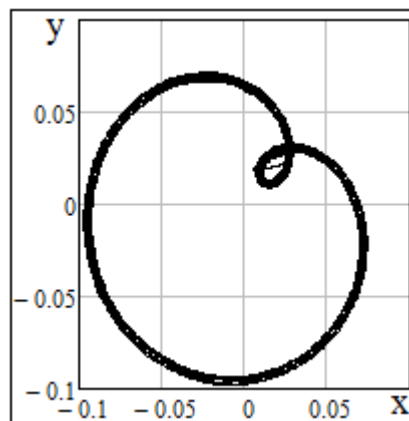
б)



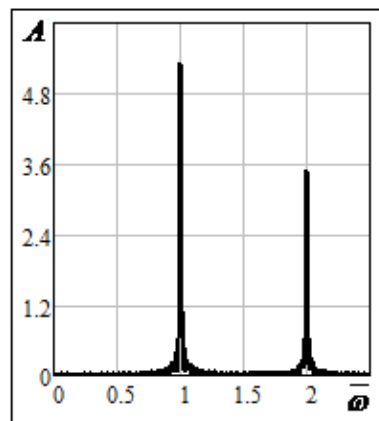
в)

Рисунок 4.3 – Коливання центру вала у стійкій області обертання $\bar{\omega} = 1,5$.

а)

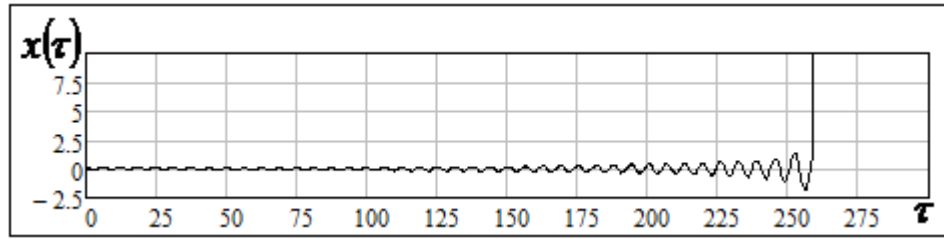


б)

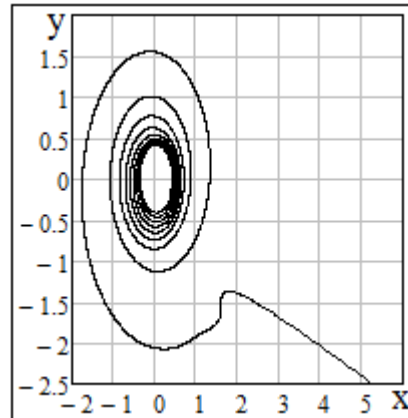


в)

Рисунок 4.4– Коливання центру вала на границі стійкого руху вала $\bar{\omega} = 2$



а)



б)

Рисунок 4.5 – Коливання центру вала у нестійкій області обертання $\bar{\omega} = 2,05$

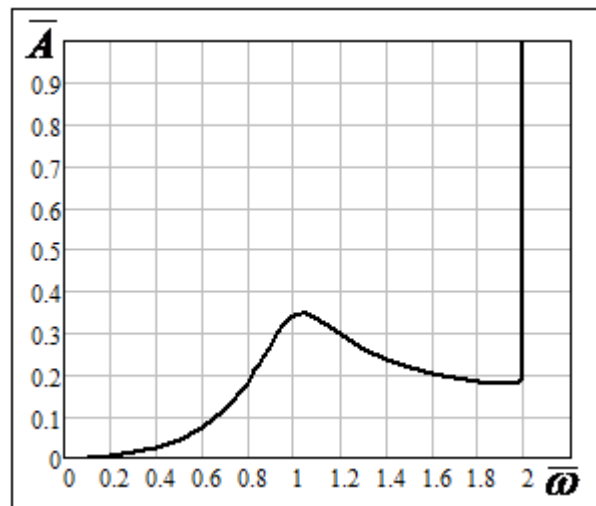


Рисунок 4.6 – Залежність відносної амплітуди синхронної складової коливань вала від відносної частоти обертання

Проведений аналіз одержаних результатів свідчить про те, що розбіжність між розрахунками динамічних характеристик ротора по методикам короткого

шпаринного ущільнення та ущільнення довільної довжини можуть носити не тільки кількісний, а й якісний характер. Так, наприклад, у [81] показано, що у нестійкій області обертання вала ротор здійснює автоколивання з усталеною амплітудою. При цьому сумарний рівень вібрації у деякій області продовжує залишатися у допустимих межах. В той же час із рисунків 4.3-4.6 видно, що для досліджуваної моделі ротора, яка має м'яку характеристику жорсткості, автоколивальний режим має місце тільки на границі області стійкого руху, потім спостерігається стрімкий ріст зміщення вала, тобто при урахуванні спірального потоку рідини у шпаринному ущільненні аварійний ефект виникає вже після втрати ротором стійкості.

4.5 Аналіз впливу врахування спірального потоку робочої рідини на величини критичних частот типових конструкцій роторів

Проведемо аналіз впливу шпаринних ущільнень на критичні частоти ротора відцентрового насоса ПЕ 400-185, рисунок 4.7. Для їх розрахунку використовуємо метод початкових параметрів, який, як відомо, дозволяє з заданою точністю обчислювати необхідну кількість власних частот і власних форм коливань будь-якої конструкції ротора з безперервно розподіленою масою та довільним числом зосереджених мас та пружних опор.

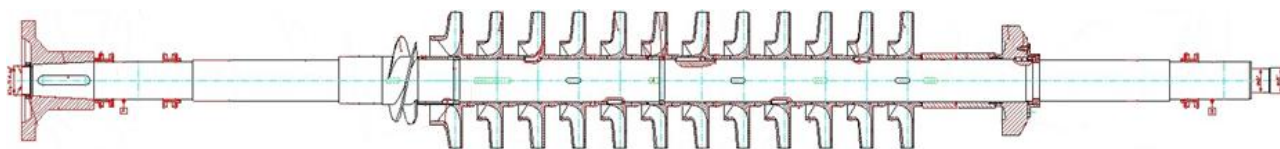


Рисунок 4.7 – Ротор насоса ПЕ 400-185

Рохрахункова схема, таблиця даних та результати розрахунку приведені у додатку Б.

Для оцінки впливу на критичні частоти ротора окружних перетоків робочої рідини, обумовлених полем тиску рідини в шпарині, розрахунки будемо

проводити як по методиці короткого ущільнення, так і по розробленій у даній роботі методиці ущільнення довільної довжини. Гідростатичну жорсткість шпаринних ущільнень при цьому знаходимо відповідно за формулами (2.45) і (2.43) при перепадах тиску, які відповідають номінальній частоті обертання ротора 3000 об/хв .

Для аналізу впливу на критичні частоти ротора складової гідростатичної сили, обумовленої перекосом ротора у циліндричній шпарині автоматичної системи осьового урівноваження, розрахунки критичних частот ротора проведемо також з урахуванням кутової жорсткості гідростатичної сили, коефіцієнт якої обчислюємо за формулою (2.53).

Розрахунки критичних частот ротора проведено для двох значень величини середнього радіального зазору шпаринного ущільнення: $h_0 = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ та $h_0 = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}$.

Результати розрахунків приведені у таблицях 4.1 та 4.2.

Таблиця 4.1

Критичні частоти ротора

Номер критичної частоти	Критичні частоти ротора у повітрі, с^{-1}	Критичні частоти ротора у шпаринах ($h_0 = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$), с^{-1}			Відносна похибка, %	
		Методика короткого ущільнення	Методика ущільнення довільної довжини			
			З урахуванням кутової жорсткості	Без урахування кутової жорсткості	З урахуванням кутової жорсткості	Без урахування кутової жорсткості
1	115,4	519,1	480,9	504,8	-7,9	-2,8
2	512,6	802,6	637,3	727,4	-18,0	-9,1

Таблиця 4.2

Критичні частоти ротора

Номер критичної частоти	Критичні частоти ротора у повітрі, c^{-1}	Критичні частоти ротора у шпаринах ($h_0 = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}$), c^{-1}			Відносна похибка, %	
		Методика короткого ущільнення	Методика ущільнення довільної довжини			
			З урахуванням кутової жорсткості	Без урахування кутової жорсткості	З урахуванням кутової жорсткості	Без урахування кутової жорсткості
1	115,4	443,5	412,7	428,4	7,5	3,5
2	512,6	759,6	626,1	681,9	21,3	11,4

Із таблиць видно, що урахування окружних перетоків робочої рідини та кутової жорсткості гідростатичної сили у циліндричній шпарині автоматичної системи осьового урівноваження суттєво уточнює величини критичних частот обертання (в бік зменшення). Так, наприклад, зменшення першої критичної частоти досягає від 7.5% до 8%, другої – від 18% до 21% у залежності від величини середнього радіального зазору.

У роботі також проведено розрахунок критичних частот даного ротора з урахуванням розбивки кільцевою канавкою циліндричної шпарини автоматичної системи осьового урівноваження, оскільки, як показують проведені у розділі 2 теоретичні дослідження, відносно довгі шпарини можуть погіршувати вібраційний стан ротора.

Результати розрахунків приведено у таблицях 4.3 та 4.4.

Як видно, наявність кільцевої канавки у шпарині при інших рівних умовах підвищує першу критичну частоту ротора на 6%, другу – на 12%. При цьому практично зникає дестабілізуючий вплив складової гідростатичної сили, обумовленої перекосом ротора у відносно довгому шпаринному ущільненні.

Таблиця 4.3

Критичні частоти ротора

Номер критичної частоти	Критичні частоти ротора ($h_0 = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$), с^{-1}			
	Суцільна шпарина		Шпарина з кільцевою канавкою	
	З урахуванням кутової жорсткості	Без урахування кутової жорсткості	З урахуванням кутової жорсткості	Без урахування кутової жорсткості
1	480,9	504,8	517,8	514,2
2	637,3	727,4	788,6	820,1

Таблиця 4.4

Критичні частоти ротора

Номер критичної частоти	Критичні частоти ротора ($h_0 = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}$), с^{-1}			
	Суцільна шпарина		Шпарина з кільцевою канавкою	
	З урахуванням кутової жорсткості	Без урахування кутової жорсткості	З урахуванням кутової жорсткості	Без урахування кутової жорсткості
1	412,7	428,4	438,7	441,4
2	626,1	681,9	745,9	769,2

4.4 Висновки

Проведений аналіз впливу шпаринних ущільнень на динамічні характеристики ротора відцентрового насоса дозволяє зробити наступні висновки.

1. Вібраційний стан відцентрового насоса у значній мірі визначається гідродинамічними силами, які виникають у шпаринних ущільненнях його проточної частини. Гідростатичні сили у шпаринах можуть суттєво змінити критичні швидкості ротора. У області критичних швидкостей амплітуда коливань ротора визначається, як правило, демпфуючими силами шпаринних

ущільнень. Суттєвий дестабілізуючий вплив на стійкість руху ротора чинить циркуляційна сила: при співвідношенні між циркуляційною та демпфуючою силами виду $q = 0,5b\omega$ ротор втрачає стійкість при частоті обертання ротора $\omega = 2\omega_{кр}^{(1)}$.

2. Шпаринні ущільнення з спіральним рухом робочої рідини обумовлюють гірші вібраційні властивості ротора, ніж шпарини з переважаючим осьовим потоком рідини. У відносно довгих шпаринах ($l_r > 1$) зростає вплив на динаміку ротора відцентрового насоса складової гідростатичної сили, обумовленої перекосом осей ротора та втулки.

3. Розбивка циліндричної шпарини автоматичної системи осьового урівноваження кільцевою канавкою при інших рівних умовах підвищує критичні частоти ротора та знижує дестабілізуючий вплив складової гідростатичної сили, обумовленої перекосом ротора у відносно довгому шпаринному ущільненні.

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі вирішена науково-практична задача прогнозування динамічних характеристик ротора відцентрового насоса з урахуванням спірального руху робочої рідини у шпаринному ущільненні, який обумовлений полем тиску рідини в шпарині (модель шпаринного ущільнення довільної довжини).

Основні результати роботи полягають в наступному.

1. Аналіз науково-технічних публікацій, пов'язаних з дослідженням гідродинамічних процесів в шпаринних ущільненнях та впливу останніх на динамічні характеристики ротора відцентрового насоса показав, що динамічні характеристики ротора швидкохідної відцентрової машини у значній мірі визначаються дією виникаючих в ущільненні гідродинамічних сил: в залежності від конструкції та умов роботи шпарини гідродинамічні сили можуть або знижувати віброактивність ротора, або навпаки, обумовлювати його динамічну нестійкість.

Задачі розрахунку критичних частот ротора відцентрового насоса, його вимушених коливань та граничної по стійкості частоти обертання з урахуванням шпаринних ущільнень проточної частини у методичному плані можуть вважатися вирішеними. Надійність вказаних розрахунків визначається достовірністю інформації про величину складових радіальної сили та моментів у шпаринному ущільненні.

На даний час у достатній мірі досліджені гідродинамічні процеси у лінійній постановці для так званих коротких шпаринних ущільнень ($l_r \leq 0,5$), в яких окружною складовою швидкості руху рідини, обумовленої полем тиску, нехтують. Розбіжність між кінцевими результатами при обчисленні пружної та демпфуючої сил, яка обумовлена окружними перетоками рідини в шпарині ($l_r > 0,5$), пропонується корегувати додатковими коефіцієнтами. В літературі відсутні аналітичні методи розрахунку шпаринних ущільнень з урахуванням

спірального руху робочої рідини в шпаринному ущільненні, який обумовлений полем тиску рідини в шпарині.

2. У роботі дістало подальший розвиток дослідження гідродинамічних процесів у шпаринному ущільненні відцентрового насоса з урахуванням спірального руху рідини, обумовленого як обертанням ротора, так і полем тиску рідини в шпарині. Запропонована модель шпаринного ущільнення з урахуванням спірального руху рідини (модель довільної довжини) дозволяє оцінювати не тільки вплив геометричних розмірів шпаринного ущільнення на складові радіальної сили, яка виникає у шпарині, а й проводити дослідження нелінійних гідродинамічних процесів у шпарині.

3. Для теоретичного дослідження гідродинамічних процесів у шпаринному ущільненні довільної довжини вперше запропонована методика аналітичного розрахунку складових лінеаризованої радіальної сили, що діє на ротор з боку шару рідини, яка відрізняється від відомих тим, що враховує спіральний рух рідини в шпарині, обумовлений полем тиску рідини. Показано, що складові радіальної сили у шпарині можна характеризувати безрозмірними коефіцієнтами, які визначаються двома параметрами l_r та r_h . Вперше побудовані діаграми для безрозмірних коефіцієнтів лінеаризованих складових радіальної сили дають змогу аналізувати вплив геометричних розмірів шпарини на радіальну силу без додаткових розрахунків.

Дана оцінка впливу окружних перетоків на величину складових радіальної сили в залежності від геометричних розмірів шпарини. Показано, що загальноприйняте допущення моделі короткого ущільнення $l_r \leq 0,5$ може привести до 10%-ої похибки, що є прийнятним. В той час слід відмітити, що при $l_r > 0,5$ бажано використовувати модель ущільнення довільної довжини, оскільки похибка стрімко зростає.

Слід відмітити суттєве зростання складової радіальної сили, обумовленої перекосом вала і втулки, у відносно довгих шпаринних ущільненнях.

4. Існуючі аналітичні дослідження нелінійності складових радіальної сили в шпарині базуються на моделях короткого шпаринного ущільнення, тобто без урахування окружних перетоків рідини у шпарині. В цьому випадку складові радіальної сили з ростом ексцентриситету ротора зростають. В роботі вперше показано, що з урахуванням окружних перетоків робочої рідини в шпарині гідростатична сила, обумовлена радіальним зміщенням ротора, має м'яку характеристику жорсткості, тобто урахування у математичній моделі шпаринного ущільнення окружних перетоків може привести не тільки до кількісної розбіжності результатів, а й якісної. Причому при $\varepsilon > 0,85 \div 0,9$ гідростатична сила змінює напрям і стає децентруючою, а це може привести до втрати ротором стійкості. А тому для дослідження нелінійних гідродинамічних процесів у шпарині необхідно використовувати модель шпаринного ущільнення довільної довжини.

5. Проведені експериментальні дослідження гідростатичної сили у відносно довгих шпаринних ущільненнях показали, що окружні перетоки рідини у шпарині, обумовлені полем тиску, зменшують величину гідростатичної сили. В той же час з збільшенням довжини шпарини зростає вплив складової гідростатичної сили, обумовленої перекосом між валом та втулкою.

Використовуючи теоретичне співвідношення між коефіцієнтами жорсткості складових гідростатичної сили, експериментально одержано величини коефіцієнтів жорсткості складових гідростатичної сили, обумовленої як радіальним так і кутовим зміщенням вала в шпарині. Зіставлення теоретичних та експериментальних даних дає задовільні результати.

Із збільшенням довжини шпаринного ущільнення суттєвого зростає вплив не співвісності та перекосу вала у втулці технологічного характеру: при $l_r \geq 1,5$ вал перестає «спливати» в ущільненні.

Вперше експериментально виявлено факт втрати стійкості вала у відносно довгому ($l_r = 2,5$) шпаринному ущільненні циліндричної форми.

6. Проаналізовано вплив уточненої радіальної сили у шпаринному ущільненні на динамічні характеристики як модельного так і реального ротора відцентрового насоса. Показано, що розбіжність між розрахунками динамічних характеристик ротора за методиками короткого ущільнення та ущільнення довільної довжини можуть носити не тільки кількісний, але й якісний характер: для моделі ротора з м'якою характеристикою жорсткості автоколивальний режим має місце лише на границі стійкості, а потім спостерігається різке зростання радіального зміщення вала.

7. Проведений аналіз радіальної сили у шпаринному ущільненні з кільцевою канавкою. Показано, що суттєвий вплив кільцевої канавки на коефіцієнт радіальної жорсткості гідростатичної сили спостерігається вже у шпарині з параметром $l_r > 0,75$, при цьому також суттєво зменшується дестабілізуючий вплив складової гідростатичної сили, обумовленої перекосом вала у втулці.

8. Розроблені наукові положення та отримані в дисертаційній роботі результати дозволяють у подальшому створювати нові математичні моделі шпаринних ущільнень та досліджувати їх вплив на динамічні характеристики ротора швидкохідної відцентрової машини.

Основні результати теоретичних та експериментальних досліджень роботи використовуються у «Науково-дослідному і проектно-конструкторському інституті атомного та енергетичного насособудуванні» (ВАТ «ВНДІАЕН» м. Суми) при проектуванні та модернізації відцентрових насосів, а також у навчальному процесі Сумського державного університету, що підтверджується відповідними актами впровадження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Агафонов В.А. Вынужденные и самовозбуждающиеся вибрации роторов на подшипниках скольжения / А.В. Агафонов // Тр. ЦКТИ им. И.И. Ползунова. – 1964. – Вып. 47. – С. 46-55.
2. Александров А.М. Динамика роторов / А.М. Александров, В.В. Филиппов; под ред. А.И. Кобрин. – М.: Издательство МЭИ, 1995. – 132 с.
3. Артеменко Н.П. Гидростатические подшипники быстроходных машин / Н.П. Артеменко // Исследование и проектирование опор и уплотнений быстроходных машин. – Харьков, ХАИ, 1975. – Вып. 3. – С. 5-16.
4. Бабаков И.М. Теория колебаний / И.М. Бабаков. – М.: Наука, 1965. – 560с.
5. Беда А.И. Влияние вращения вала на упругую силу в щелевом уплотнении центробежного насоса / А. И. Беда, В. И. Симоновский, В. В. Калашников // ВісникСевНТУ. Серія «Механіка, енергетика, екологія»: збірникнауковихпраць, 2014. – Вип. 148. - С. 76-82.
6. Беда А.И. Влияние конусности щелевого уплотнения конечной длины на упругую силу / Беда А.И., Беда И.Н., Калашников В.В., Симоновский В.И // Проблемы теории и практики центробежных машин: монография / Под ред.: И.Б. Твердохлеба, А.В. Загорюлько, С.Н. Гудкова. – Сумы: ООО «Печатный дом «Папирус», 2014. – С. 191-195.
7. Беда А.И. Влияние упругой силы в щелевом уплотнении на динамику ротора центробежной машины / А.И. Беда // Вибрационные технологии, мехатроника и управляемые машины: сборник научных статей. – В 2 т. – Курск: Изд-во ЮЗГУ, 2014. – Т. 2. – С. 339-344.
8. Беда А.И. Влияние частоты вращения вала на демпфирующую силу в щелевом уплотнении центробежного насоса / А.И. Беда // Вестник машиностроения, 2014. – № 11. – С. 24-27.
9. Беда А.И. Исследование нелинейной упругой силы в щелевом уплотнении конечной длины / А.И. Беда, В.И. Симоновский // Проблемы

теории и практики центробежных машин / Под ред.: И.Б. Твердохлеба, А.В. Загоруйко, С.Н. Гудкова. – Сумы: ООО «Печатный дом «Папирус», 2014. – С. 182-190.

10. Беда И. Н. Влияние нестационарности осевого течения жидкости на величину радиальной силы в щелевом уплотнении / И.Н. Беда // Проблемы машиностроения надежности машин, 1990, №2. – С. 44-49.

11. Беда И.Н. Разработка уточненной модели и исследование динамических характеристик системы ротор-щелевые уплотнения: дис. ... канд. техн. наук: 01.02.06 / Беда Иван Никитович. – М, 1992. – 192с.

12. Беда И.Н. Расчет динамической устойчивости роторов центробежных насосов методом динамической дискретизации / И.Н. Беда. – Киев, 1986. – Деп. в Укр НИИНТИ, № 595.

13. Беда И.Н. Экспериментальные исследования радиальных сил в щелевых уплотнениях / И.Н. Беда, С.Т. Лапоног, А.Е. Чернов // Тезисы докладов к 5-й Всесоюзному научно-техническому совещанию по уплотнительной технике. – Сумы, 1988. – С. 112-113.

14. Беда І.М. Вплив спірального потоку у шпаровому ущільненні на гідростатичну силу / І.М. Беда, О.І. Беда // Вибронадежність і герметичність центробежних машин: монографія / Под ред.: В.А. Марцинковского, А.В. Загоруйко. – Сумы: СумГУ, 2011. – С. 113-121.

15. Беда І.М. Рух рідини в кільцевих каналах шпарових ущільнень / І.М. Беда, О.І. Беда // Вісник Сумського державного університету. Серія «Технічні науки», 2011. – № 4. – С. 26-33.

16. Беда О.І. Аналіз демпфувальної та циркуляційної сил у шпаринному ущільненні довільної довжини / О.І. Беда // Вісник Сумського державного університету. Серія «Технічні науки», 2013. – № 1. – С. 25-34.

17. Беда О.І. Аналіз гідростатичної сили у шпаринному ущільненні довільної довжини / О.І. Беда // Вісник Сумського державного університету. Серія «Технічні науки», 2012. – № 2. – С. 50-59.

18. Бедчер Ф.С. Определение критического числа оборотов ротора насоса с учетом сил, возникающих в уплотнениях / Ф.С. Бедчер, А.А. Ломакин // Паро- и газотурбостроение. – 1957. – Вып.5. – С. 249-269.

19. Белов И.А. Моделирование турбулентных течений: учебное пособие / И.А. Белов, С.А. Исаев. – СПб: Балт. гос. техн. ун-т, 2001. – 108 с.

20. Белоусов А.И. Гидравлическое сопротивление кольцевых щелей с подвижной внутренней стенкой при турбулентном режиме течения жидкости / А.И. Белоусов, В.П. Ржевский, Ю.А. Равикович // В кн.: Исследование и проектирование гидростатических опор и уплотнений быстроходных машин. Сб. науч. трудов. – Харьков, 1976. Вып. 3. С. 53-61.

21. Белоусов А.И. Теоретические основы расчета течения рабочей жидкости в щелевых уплотнениях при турбулентном режиме / А.И. Белоусов, В.П. Ржевский // В кн.: Проектирование и доводка авиационных газотурбинных двигателей. Сб. науч. трудов. – Куйбышев, – 1983. С. 66-78.

22. Будник А.Н. Экспериментальное исследование демпфирования в роторе с щелевыми уплотнениями / А.Н. Будник, В.И. Симоновский, О.Н. Кафтарян // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1983. – № 2. С. 8-10.

23. Будник А.Н. Экспериментальное исследование и оценивание динамических коэффициентов ротора с щелевыми уплотнениями / А.Н. Будник, В.И. Симоновский // Экспрессинформация ЦИНТИХимнефтмаш: качество, надежность, долговечность, 1982. – №4-82. – С.4-6.

24. Бургвиц А.Г. Устойчивость движения валов в подшипниках жидкостного трения / А.Г. Бургвиц, Г.А. Завьялов. – М.: Машиностроение, 1964. – 148 с.

25. Васильев В.А. повышение точности гидродинамического расчета щелевых уплотнений питательных насосов: автореф. дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук : спец. 05.02.02 «Машиноведение, системы приводов и детали машин» / Васильев Виталий Альбертович. – Челябинск, 1992. – 17 с.

26. Васильев В.А. Практика решений задач вычислительной гидродинамики тонких турбулентных слоев в щелевых уплотнениях

питательных насосов на суперкомпьютерах и в распределенных вычислительных средах / В.А. Васильев, А.Ю. Ницкий // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ2009): Труды международной научной конференции. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2009. – С. 72-81.

27. Вахлярский Д. С. Численный анализ динамики ротора центробежного насоса / Д.С. Вахлярский // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2012. – № 6. – 16 с.

28. Геращенко Б.И. Динамика критических роторов лопаточных машин / Б.И. Геращенко. – М.: Компания Ступник+, 2000. – 250 с.

29. Уплотнения и уплотнительная техника: справочник / Под общ. ред.: А.И. Голубева, Л.А. Кондакова. – М.: Машиностроение, 1994. – 448 с.

30. Голубев Г.А. Уплотнения вращающихся валов / Г.А. Голубев, Г.М. Кукин. – М.: Наука, 1966. – 98 с.

31. Горовой С.А. Разработка и исследование конструкций безвальных центробежных насосов / С.А. Горовой // Труды VIII Международной н.-т. конф. «НАСОСЫ-96». – Сумы. – 1996. – Т 1. – С. 232-241.

32. Гробов В.А. Нестационарные колебания роторов турбомашин при прохождении через критические числа оборотов / В.А. Гробов. – Рига: РВИАВУ, 1959. – 120 с.

33. Гроховский Д.В. Влияние эксцентриситета, перекоса и межступенчатых щелевых уплотнений на динамику ротора / Д.В. Гроховский // Энергомашиностроение. – 1988. – №1. – С. 18-21.

34. Гулый А.Н. Гидростатическая жесткость бесконтактных уплотнений / А.Н. Гулый // Вестник машиностроения, 1987. – № 2. – С.21-25.

35. Гулый А.Н. Разработка экспериментальных и теоретических методов анализа динамических параметров бесконтактных уплотнений: дис. ... канд. техн. наук: 01.02.06 / Гулый Александр Николаевич. – С., 1989. – 217 с.

36. Гуров В.И. Разработка криогенных турбонасосов / В.И. Гуров, К.Н. Шестаков. – М.: Информконверсия, 2000. – 132 с.

37. Гуров А.Ф. Расчеты на прочность и колебания в ракетных двигателях / А.Ф. Гуров. – М.: Машиностроение, 1966. – 456 с.
38. Давиденко А.К. Совершенствование насосов типа ЦНС с применением встроенных опорных подшипников скольжения, работающих на перекачиваемой среде / А.К. Давыденко, Н.Н. Боярко, С.Н. Кацов и др // Герметичность, виброненадежность и экологическая безопасность насосного и компрессорного оборудования (ГЕРВИКОН-2005) : труды 11-й международной научно-технической конференции. – Сумы: СумГУ, 2005. – Т.1. – С.59–69.
39. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов / Ф.М. Дименберг. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – 348 с.
40. Дондошанский В.К. Динамика и прочность судовых газотурбинных двигателей / В.К. Дондошанский.– Л.: Судостроение, 1978. – 334 с.
41. Дондошанский В.К. расчет колебаний упругих систем на электронных вычислительных машинах / В.К. Догдошанский.– М.: Машиностроение, 1965. - 368 с.
42. Загорулько А.В. Компьютерное моделирование пространственного течения в кольцевом канале щелевого уплотнения-опоры / А.В. Загорулько и др. //«Восточно-Европейский журнал передовых технологий».– 2009.– №6/7 (42).– С. 22-26.
43. Зубахін О. М. Використання гідродинамічних ефектів у шпаринних ущільненнях для підвищення технічного рівня відцентрових насосів: дис. ... канд. техн. наук: 05.05.17 / Зубахін Олександр Миколайович. – С., 2011. – 164с.
44. Иванов А.В. Турбонасосные агрегаты кислородно-водородных ЖРД: монография / А.В. Иванов. – Воронеж: ГОУВПО «Воронежский государственный технический университет», 2011. – 283 с.
45. Кальменс В.Я. Исследование автоколебаний гибкого ротора на подшипниках скольжения / В.Я. Кальменс// Колебания валов на масляной пленке. – М.: Наука, 1968. – С. 48-60.
46. Кельзон А.С. Расчет и конструирование роторных машин / А.С. Кельзон, Ю.Н. Журавлев, Н.А. Январев. – Л.: Машиностроение, 1975.–288 с.

47. Кельзон А.С. Динамика роторов в упругих опорах / А.С. Кельзон, Ю.П. Циманский, В.И. Яковлев.– М.: Наука, 1982. – 280 с.
48. Константинеску В.А. Анализ работы подшипников в турбулентном режиме / В.А. Константинеску // Техническая механика, 1962. – № 1. – С. 168.
49. Константинеску В.А. О влиянии инерционных сил в турбулентных и ламинарных саморегулирующихся пленках / В.А. Константинеску// Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Проблемы трения и смазки. – 1970. – №3. – С. 101-111.
50. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – Москва: Изд-во «Наука», 1973.– 847 с.
51. Ломакин А.А. Питательные насосы типа СВП-220-280 турбоустановки сверхвысоких параметров / А.А. Ломакин // Энергомашиностроение, 1955. – № 2. – С. 1-10.
52. Ломакин А.А. Расчет критического числа оборотов и условия обеспечения динамической устойчивости роторов высоконапорных гидравлических машин с учетом сил, возникающих в уплотнениях / А.А. Ломакин // Энергостроение, 1958. – № 4. – С. 1-5.
53. Максимов В.А. Бесконтактные уплотнения роторов центробежных и винтовых компрессоров / В.А. Максимов, М.Б. Хадиев, И.Г. Хисамеев, Р.М. Галиев. – Казань: ФЭН, 1998. – 292 с.
54. Марцинковский В. А. Насосы атомных электростанций / В.А. Марцинковский, П.Н. Ворона. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 256 с.
55. Марцинковский В.А. Бесконтактные уплотнения роторных машин / В.А. Марцинковский.– М.: Машиностроение, 1980. – 200с.
56. Марцинковский В.А. Влияние щелевых уплотнений на критические скорости роторов питательных насосов / В.А. Марцинковский, И.Б. Каринцев. – Энергомашиностроение, 1961.– №4.– С. 12-14.
57. Марцинковский В.А. Вычисление упругих и демпфирующих сил в щелевых уплотнениях гидромашин / В.А. Марцинковский. – Энергомашиностроение, 1961.– №11.– С. 25-26.

58. Марцинковский В.А. Гидродинамика и прочность центробежных насосов / В.А. Марцинковский. – М.:Машиностроение, 1970. – 270 с.
59. Марцинковский В.А. Динамика роторов центробежных машин: монография / В.А. Марцинковский. – Сумы: СумГУ, 2012. – 563 с.
60. Марцинковский В.А. О динамике роторов гидромашин // В.А. Марцинковский, М.А. Рудис// Теория механизмов и машин, 1964.– Вып. 98, 99. – С.18-27.
61. Марцинковский В.А. Основы динамики роторов / В.А. Марцинковский. – Сумы: Изд-во Сумского государственного университета, 2009. – 307 с.
62. Марцинковский В.А. Щелевые уплотнения: теория и практика / В.А. Марцинковский. – Сумы: Изд-во Сумского государственного университета, 2005. – 416 с.
63. Маслов Г.С. Расчеты колебаний валов / Г.С. Маслов.– М.: Машиностроение, 1980. –151с.
64. Мовчан В.Т. К вычислению коэффициента турбулентной вязкости / В.Т. Мовчан // В сб.: Гидромеханика. – 1980. –Вып 41. – С. 78-81.
65. Мовчан В.Т. Приближенный метод вычисленияпрофилейскорости и напряжениятрения в турбулентных потоках с положительным градиентом давления / В.Т. Мовчан // Тезисы докладов III Всесоюзной технической конференции по прикладной аэродинамике. – В сб.: Гидромеханика. – В. 31. – 1973. – С. 115.
66. Нг, Пэн. Линеаризованная теория турбулентного течения смазки / Нг, Пэн // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Теоретические основы инженерных расчетов. – 1964. – № 3. – С.157.
67. Никитин Г.А. Щелевые и лабиринтные уплотнения гидроагрегатов / Г.А. Никитин. – М.: Машиностроение, 1982. – 135 с.
68. Овсейко И.В. Модернизация центробежных химических насосов / И.В. Овсейко, Е.И. Скирдаченко // Герметичность, виброненадежность и экологическая безопасность насосного и компрессорного оборудования

(ГЕРВИКОН-2002): труды 10-й международной научно-технической конференции. – Сумы: СумГУ, 2002. – Т.3. – С.91–99.

69. Олимпиев В.И. Собственные и вынужденные колебания роторов на подшипниках скольжения / В.И. Олимпиев // Тр. ЦКТИ им. И.И. Ползунова. – 1964. – Вып. 44. – С.54-70.

70. Петров Н.П. Гидродинамическая теория смазки. Избранные работы / Н.П. Петров // ред. Л.Д. Лейбензон. – М.: изд-во АН СССР, 1948.

71. Пинкус О. Столетие теории Рейнольдса. Краткая история гидродинамической истории смазки / О. Пинкус // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Проблемы трения и смазки. – 1987. – №1. – С. 1-20.

72. Позняк Э.Л. Влияние масляного слоя в подшипниках скольжения на устойчивость и критические скорости высокоскоростных роторов / Э.Л. Позняк // Колебания валов на масляной пленке. – М.: Наука, 1968. С.10-38.

73. Позняк Э.Л. Исследование устойчивости движения роторов на подшипниках скольжения / Э.Л. Позняк // Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1963. – №2.

74. Позняк Э.Л. Колебания роторов / Э.Л. Позняк // Вибрации в технике. В 6 т. Том 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / Под ред. Ф.М. Диментберга, К.С. Колесникова. – М.: Машиностроение, 1980. – С. 130-189.

75. Равлюк, Л.Ю. Разработка нелинейной математической модели ротора турбокомпрессора, вращающегося в сегментных подшипниках / Л.Ю. Равлюк, В.И. Симоновский // Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки. – 2012. – № 2. – С. 84-89.

76. Савченко, Е. Н. Исследование самовозбуждающихся колебаний ротора в щелевых уплотнениях / Е. Н. Савченко, Ю. Я. Тарасевич // Герметичность, виброненадежность и экологическая безопасность насосного и компрессорного оборудования (ГЕРВИКОН-2005) : труды 11-й международной

научно-технической конференции / Ред.: Н.В. Зуева, Ю.Я. Тарасевич. – Сумы:СумГУ, 2005. – Т.2 :Гермомеханика и динамика роторов. – С. 284-289.

77. Савченко, Е. Н. Экспериментальные исследования самовозбуждающихся колебаний ротора в щелевых уплотнениях / Е. Н. Савченко, Ю. Я. Тарасевич // Вісник Сумського державного університету. Серія «Технічні науки». – 2005. – №12(84). – С. 98-102.

78. Сергеев С.И. Автоколебания роторов с опорами скольжения / С.И. Сергеев // Тр. ВНИИКИМАШ, 1963. – Вып. 6. – С.110-124.

79. Сери А.З. Некоторые направления развития теории смазки Рейнольдса/ А.З. Сери // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Проблемы трения и смазки. – 1987. – №1. – С.21-39.

80. Симоновский В.И. Автоколебания одномассовых систем с циркуляционными силами / В.И. Симоновский // Известия вузов. Машиностроение. – 1980. -№ 11. – С. 98-101.

81. Симоновский В.И. Исследование влияния диффузорности щелевых уплотнений ротора центробежного насоса на его колебания / В.И. Симоновский, А.И. Беда // Вісник Сумського державного університету. Серія «Технічні науки», 2010. – №3. –С. 136-141.

82. Симоновский В.И. Критические скорости и собственные частоты роторов центробежных машин / В.И. Симоновский // – Энергомашиностроение. – 1977. – №6. – С. 10-12.

83. Симоновский В.И. О взаимосвязи междусобственными частотами и устойчивостью роторов центробежных машин / В.И. Симоновский, И.Н. Беда И.Н. // Изв. вузов. Сер. Энергетика, 1987. – № 6. – С. 105-108.

84. Симоновский, В.И. О влиянии подшипников скольжения на устойчивость роторов центробежных насосов / В.И. Симоновский, А.Г. Хализева // Вісник Сумського державного університету. Серія «Технічні науки». – 2013. – №4. – С. 28-35.

85. Симоновский, В.И. Оценивание параметров трёхмассовой модели ротора по данным расчёта его динамики с помощью кэ-модели

/ В.И. Симоновский, В.В. Квашко // Вісник Сумського державного університету. Серія «Технічні науки». – 2012. – № 4. – С. 45-52.

86. Симоновский В.И. Устойчивость и нелинейные колебания роторов центробежных машин / В.И. Симоновский. – Х: Изд-во ХГУ Вища школа, 1986. – 128 с.

87. Соломин О.В., Морозов А.А. Численные методы решения уравнений движения в задачах динамики роторных систем с опорами жидкостного трения / О.В. Соломин, А.А. Морозов // Известия вузов. Машиностроение. – 2006.– № 11. – С. 16-26.

88. Тарасевич Ю. Я. Влияние местных гидравлических сопротивлений на распределение давления и расход через щелевое уплотнение / Ю. Я. Тарасевич // Вісник Сумського національного аграрного університету. Серія Механізація та автоматизація виробничих процесів. – 2008. – № 2(18).

89. Тарельник В.Б. Модернизация и ремонт роторных машин / В.Б. Тарельник, В.С. Марцинковский. – Сумы: Изд-во «Козацький вал», 2005. – 364 с.

90. Тейлор С.М. Теория турбулентного течения смазки и ее применение к расчету подшипников / С.М. Тейлор, А. Даусон // Тр. Америк. о-ва инж.-мех. Сер. Проблемы трения и смазки. – 1974. – № 1. – С. 37-51.

91. Устинов Д.Е. Влияние радиальных уплотнений на динамику ротора высокоскоростных роторов на подшипниках скольжения с криогенной смазкой: дис... д-ра техн. наук: 01.02.06 / Устинов Дмитрий Евгениевич. – О., 2001. – 282 с.

92. Фролов К.В. Динамический анализ роторных машин / К.В. Фролов, Р.С. Ахметханов, Л.Я. Банах и др. // Научно-технический юбилейный сборник «КБ Химавтоматики 1941 2001 гг.». – Воронеж, 2001. – С. 324-332.

93. Хворост В.А. Исследования вынужденных колебаний валопроводов газоперекачивающих агрегатов / В.А. Хворост, С.В. Прядко // Тезисы докладов к 7 Всес. научн.-техн. конф. «Создание компрессорных машин и установок,

обеспечивающих интенсивное развитие отраслей топливно-энергетического комплекса». – Сумы, 1989. – С.120-121.

94. Хирс Г.Г. Применение теории интегральных характеристик пространственного течения к турбулентным пленкам смазки / Г.Г. Хирс// Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Проблемы трения и смазки. – 1973. – № 2. – С. 27.

95. Цыганов А.А. Экспериментальные исследования динамики ротора в зоне критической частоты вращения / А.А. Цыганов, Д.П. Шматов // Вибрационные технологии, мехатроника и управляемые машины: сборник научных статей. – В 2 т. – Курск: Изд-во ЮЗГУ, 2014. – Т. 2. – С. 382-386.

96. Цырлин А.Л. Динамика роторов двойкой жесткости / А.Л. Цырлин // В кн. Динамика гибких роторов. – М.: Наука, 1972. – С. 27-44.

97. Чайлдс Д.В. Динамическая устойчивость ротора насоса горючего основной двигательной установки многоразового транспортного космического корабля / Д.В. Чайлдс// Тр. Амер. о-ва. инж.-мех. Сер. Энергетические машины и установки. – 1978. – № 12. – С. 19-21.

98. Чегодаев Д.Е., Штейнберг С.М. Численно-аналитический метод расчета первой критической частоты вращения многомассового ротора на упругих опорах / Д.Е. Чегодаев, С.М. Штейнберг // Вестник машиностроения, 1991. – №4. – С. 13-14.

99. Четиркин Е.М. Вероятность и статистика / Е.М. Четиркин, И.Л. Калихман. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 319 с.

100. Шульженко Н.Г. Численный анализ колебаний системы турбоагрегат фундамент / Н.Г. Шульженко, Ю.С. Воробьев.– Киев: Наукова думка, 1991. – 232 с.

101. Этингер С.М. Опыт наладки и освоения в эксплуатации питательных насосов сверхвысокого давления типа СВП-220-280 на Черепетской ГРЭС / С.М. Этингер// В сб.: «Паро- и газотурбостроение», 1957. – Вып. 5. – С. 155-177.

102. Allaire P.E. Linearised Dynamic Analysis of Plan Short Turbulent Seals / P.E. Allaire, Y.J. Lin // Submitted to ASME Journal of Lub. Technology.

103. Beda A.I. Analysis of a Nonlinear Elastic Force in a Relatively Long Annular Seal and its Impact on the Dynamics of the Rotor / A.I. Beda, V.I. Symonowsky // Applied Mechanics and Materials. Vol. 630. – 2014. – p. 240-247.

104. Black H.F. Dynamic Hybrid Bearing Characteristics of Annular Cantralled Leakage Seals. / H.F. Black, D.N. Jenssen // P.I.M.E., vol. 184, 1970. – PP. 92-100.

105. Black H.F. Effects of High Pressure ring Seals on Pump Rotor Vibrations. / H.F. Black, D.N. Jenssen//ASME Papers, № 71. –WA/FE. – 38, 1971. – PP. 1-5.

106. Black H.F. Effects of Hydraulic Forces in Annular Pressure Seals on the Vibrations of Centrifugal Pump Rotor / H.F. Black // Journal of Mechanical Engineering Science, 1969. – Vol. 11. – № 2. – PP. 206-213.

107. Black H.F. Leakage and Hybrid Bearing Properties of Serrated Seals in Centrifugal Pumps. / H.F. Black. E.A. Cachrane // 6th Int. Conf. on Fluid Sealing, Munich, GFR, 1973. Paper GS. – PP. 61-72.

108. Chen W.C., Jackson S.D. Eccentricity and Misalignment Effects on the Performance of High – Pressure Annular Seals / W.C. Chen, S.D. Jackson // ASLE Trans, 1985.– Vol. 28, 1.– PP. 104-110.

109. Childs D.W. Convergent-tapped Annular Seals: Analysis Coefficients / D.W. Childs, J.B. Dressman // Trans. ASME J. Tribol. – 1985. – 107. – № 3. – PP. 307-317.

110. Childs D.W., Dynamic Analysis of Turbulent Annular Seals Based On Hirs Lubrication Equation / D.W. Childs // Trans. ASME: J. Lubr. Tech. – 1983. – 105. – № 6. –PP. 429-436.

111. Childs D.W. Finite-length Solutions for the Rotordynamic Coefficients of Constant Clearance and Convergent-Tapered Annular Seals / D.W. Childs // “3rd Int. Conf. Vibr. Rotat. Mach Int. Conf. Heslington 11-13 Sept., 1984”. – London, 1984. – PP. 223-231.

112. Childs D.W. Finite-length Solutions for Rotordynamic Coefficients of Turbulent Annular Seals / D.W. Childs // Trans. ASME: J. Lubr. Tech. – 1983. – 105. – № 6. – PP. 437-445.

113. Dietzen F.J. Calculating rotordynamic Coefficients of Seals by Finite-Difference Techniques / F.J. Dietzen, R. Nordman // *ASME J. of Tribology*. – 1987. – Vol 109. – PP. 388-393.

114. Dunkerley S. On the whirling and vibrations of shafts / S. Dunkerley // *Phil. Trans. R. Soc. London. Ser. A*. – 1894. – Vol. 185. – Pt. 1. – PP. 279-360.

115. Falco M. Plain Seal Dynamic Behaviour-experimental and analytical results / M. Falco, G. Mimmi // *3rd Int. Conf. Vibr. In Rotating Machinery, London, 1984*. PP. – 151-158.

116. Foppl A. Das Problem der Laval'schen Turbinenwelle / A. Foppl // *Der Civilingenieur*. – 1895. – Vol. 41. – PP. 333 – 342.

117. Foppl A. Vereinfachte Darstellung meiner Theorie der Laval'schen Turbinenwelle / A. Foppl // *Der Civilingenieur*. – 1896. – Vol. 42. – PP. 249 – 252.

118. Kaneko S. Static and dynamic characteristics of annular plain seals / S. Kaneko, Y. Hori, M. Tanaka // *3rd Int. Conf. Vibr. In Rotating Machinery, London, 1984*.

119. Kundera Cz. The effect of the annular seal parameters on the dynamics of the rotor system / Cz. Kundera, W. Marcinkowski // *Int. Journal of Applied Mechanics and Engineering*. – 2010. – V.15. – № 6. – PP. 719- 730.

120. Muszynska A. Improvements in light loaded rotor/bearing and rotor/seal models / A. Muszynska // *Journal of Vibration, Acoustics and Reliability in Design*. – 1988. – 110(2). – PP. 129-136.

121. Muszynska A. Rotordynamics / A. Muszynska. – Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2005. – 1054 p.

122. Muszynska A. Frequency-swept rotating input perturbation techniques and identification of the fluid force models in rotor/bearing/seal system and fluid handling machines / A. Muszynska, D.E. Bently // *Journal of Sound and Vibration*. – 1990. – 143(1). – PP. 103-124.

123. Poisson S.D. *Traite de Mechanique* / S.D. Poisson. – Paris, 1811. – Vol. VII. – 528 pp.

124. Rankine W.J.M. On the centrifugal whirling of shafts / W.J.M. Rankine // the Engineer. – 1869. – Vol. 27. – P. 249.

125. Reynolds O. On the Theory of Lubrication and Its Applications to Mr. Beauchamp Tower's Experiments Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil / O. Reynolds // Phi. Trans. – Vol. 177. – PP. 157-234.

126. Tower B. First Report on Friction Experiments / B. Tower // Proc. Inst. Mech. Eng. – 1883. – PP. 632-659.

127. Yamada Y. Resistance of flow throw through an annulus with an inner rotating cylinder / Y. Yamada // "Bul. ASME". – 1962. – V. 5. – № 18. – PP. 302-310.

128. Yamamoto T. Linear and nonlinear rotordynamics. A modern treatment with applications / T. Yamamoto, Y. Ishida. - New York, John Willey&Sons, 2001. – 326 p.

Додаток А

ЗАТВЕРДЖУЮ
Голова правління
директор ВАТ «ВНДІАЕН»
А.К. Давиденко
« 23 » квітня 2015 р.



АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи
на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук
здобувача Беди Олександра Івановича

Даним актом засвідчується, що розроблена в дисертаційній роботі уточнена методика розрахунку складових радіальної сили, яка виникає в шпаринних ущільненнях проточної частини відцентрових машин використовується науково-дослідним і проектно-конструкторським інститутом атомного та енергетичного насособудування (ВНДІАЕН) при розрахунках динамічних характеристик роторів відцентрових насосів.

Перший заступник голови правління –
директора – технічний директор

А.А. Руденко

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Перший проректор,
Проректор з навчальної роботи

доц. В.Д.Карпуша

« ___ » _____ 2015 р.

АКТ

16 квітня 2015 р.

м. Суми

Про впровадження
результатів дисертаційної роботи
Беда О.І. у навчальний процес

Складений комісією у складі:

Голова комісії – в.о. зав. кафедри загальної механіки та динаміки машин, доцент,
канд. техн. наук А.В.Загорулько,

Члени комісії – доцент кафедри загальної механіки та динаміки машин,
канд. техн. наук Є.М. Савченко,
старший викладач кафедри загальної механіки та динаміки машин,
канд. техн. наук І.В. Павленко

Встановлено, що в процесі підготовки дисертаційної роботи здобувача кафедри загальної механіки та динаміки машин Беда О.І. на тему «Динамічні характеристики ротора відцентрового насоса з урахуванням особливостей гідродинамічних процесів в шпаринних ущільненнях довільної довжини» (науковий керівник – д.т.н., проф. Симоновський В.І.) у навчальний процес впроваджено наступне:

- результати досліджень використовуються викладачами кафедри при викладанні курсу «Гермомеханіка» для студентів спеціальності «Комп'ютерна механіка»;
- розроблений здобувачем експериментальний стенд використовується при проведенні лабораторних робіт з дисципліни «Експериментальні методи в механіці» для студентів спеціальності «Комп'ютерна механіка».

Голова комісії

Члени комісії

А.В. Загорулько

Є.М. Савченко

І.В. Павленко

Додаток Б

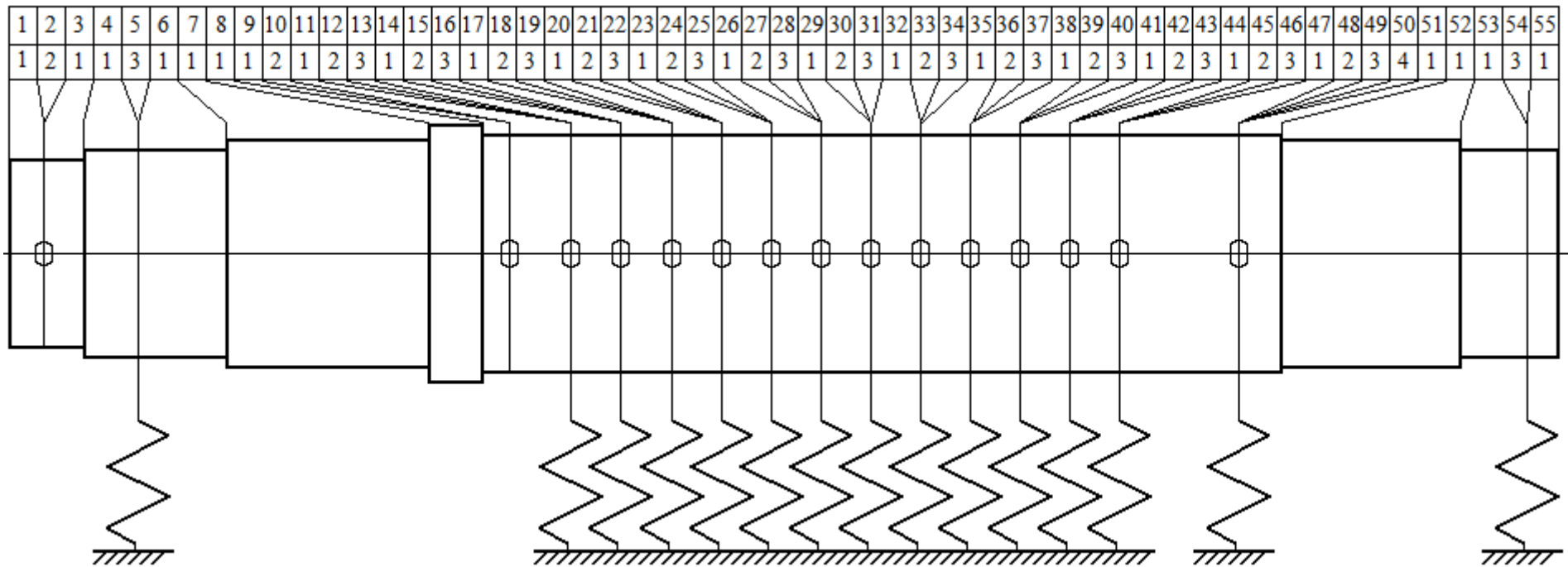


Рисунок Б.1 – Розрахункова схема вала

Таблиця Б.1

Вихідні дані

Номер ділянки	Тип ділянки	Довжина ділянки, м	Діаметр ділянки, м	Маса ділянки, кг	Радіальна жорсткість, Н/м	Кутова жорсткість, Н
1	1	80	95	0	0	0
2	2	0	0	30	0	0
3	1	85	95	0	0	0
4	1	118	100	0	0	0
5	3	0	0	0	$7 \cdot 10^8$	0
6	1	146	100	0	0	0
7	1	390	110	0	0	0
8	1	117	125	0	0	0
9	1	60	115	0	0	0
10	2	0	0	8,1	0	0
11	1	137	115	0	0	0
12	2	0	0	18,3	0	0
13	3	0	0	0	$7,85 \cdot 10^6$	0
14	1	110	115	0	0	0
15	2	0	0	14,2	0	0
16	3	0	0	0	$5,75 \cdot 10^6$	0
17	1	110	115	0	0	0
18	2	0	0	14,2	0	0
19	3	0	0	0	$5,91 \cdot 10^6$	0
20	1	110	115	0	0	0
21	2	0	0	14,2	0	0
22	3	0	0	0	$5,91 \cdot 10^6$	0
23	1	110	115	0	0	0
24	2	0	0	14,2	0	0
25	3	0	0	0	$5,91 \cdot 10^6$	0
26	1	110	115	0	0	0
27	2	0	0	14,2	0	0
28	3	0	0	0	$5,91 \cdot 10^6$	0
29	1	110	115	0	0	0
30	2	0	0	14,2	0	0
31	3	0	0	0	$5,91 \cdot 10^6$	0
32	1	110	115	0	0	0
33	2	0	0	14,2	0	0
34	3	0	0	0	$5,91 \cdot 10^6$	0
35	1	110	115	0	0	0
36	2	0	0	14,2	0	0

Продовження таблиці Б.1

37	3	0	0	0	$5,91 \cdot 10^6$	0
38	1	110	115	0	0	0
39	2	0	0	14,2	0	0
40	3	0	0	0	$5,91 \cdot 10^6$	0
41	1	110	115	0	0	0
42	2	0	0	14,2	0	0
43	3	0	0	0	$5,91 \cdot 10^6$	0
44	1	110	115	0	0	0
45	2	0	0	11	0	0
46	3	0	0	0	$3,71 \cdot 10^6$	0
47	1	235	115	0	0	0
48	2	0	0	8	0	0
49	3	0	0	0	$8,34 \cdot 10^7$	0
50	4	0	0	0	0	$2,44 \cdot 10^7$
51	1	99	115	0	0	0
52	1	355	110	0	0	0
53	1	146	100	0	0	0
54	3	0	0	0	$7 \cdot 10^8$	0
55	1	72	100	0	0	0

Результати розрахунку

$$F(\Omega) := A(\Omega)_{3,1} \cdot A(\Omega)_{4,2} - A(\Omega)_{3,2} \cdot A(\Omega)_{4,1}$$

$$w1 := \text{root}(F(z), z, 1, 550) = 511.741$$

$$w2 := \text{root}(F(z), z, 550, 1000) = 788.633$$

$$w3 := \text{root}(F(z), z, 1000, 1500) = 1.261 \times 10^3$$

