Рух нейтральної частинки відносно електрону в однорідному електричному полі

К.В. Авдонін

Київський національний университет технологій та дизайну,
вул. Немировича-Данченка, 2, 01011 Київ, Україна

(Одержано 25.05.2015; опубліковано online 20.10.2015)

У роботі розглядається рух відносний, одновимірний рух двох релятивістських частинок: електрону і нейтральної частинки в слабкому, однорідному електричному полі, напрямленому вздовж їх спільного напрямку руху, відносно двох систем відліку: інерціальної системи та неінерціальної системи відліку, відносно якої електрон буде нерухомим. Запропонований метод отримання перетворень координат частинки при переході від інерціальної до одновимірної, неінерціальної системи відліку, на основі спеціальної теорії відносності. Наведений приклад застосування знайдених співвідношень, розглянуті граничні випадки.

Ключові слова: Електрон, Нейтрон, Поле, Рух, Відносність.

PACS numbers: 31.30.J –, 03.50. – Z

1. ВСТУП

У фундаментальних та прикладних дослідженнях процесів, що відбуваються у фізичних системах, перехід до неінерціальної системи відліку є потужним, дійовим засобом отримання результатів.

В роботі [1] були отримані співвідношення, які дозволяють знаходити перетворення координат частинки та сили інерції при переході у довільну неінерціальну систему відліку, на базі класичної механіки. Питання опису руху частинки у неінерціальній системі відліку, з точки зору спеціальної теорії відносності, не є достатньо глибоко дослідженим.

У даній роботі розглядається рух нейтральної частинки відносно неінерціальної системи відліку, пов'язаній з електроном, що рухається у однорідному електричному полі, напрямленому вздовж осі X. В якості нейтральної частинки виберемо нейтрон.

При переході у неінерціальну систему відліку будемо вважати, що в початковий момент часу початки відліку систем координат співпадають, відповідні вісі координат паралельні, годинники синхронізовані. Координати нейтрону у просторі Мінковського, відносно інерціальної системи, позначатимемо через x; $x_4 = ict$, а координати у неінерціальній системі через x'; $x'_4 = ict'$. Проекцію швидкості руху неінерціальної системи на вісь X будемо позначати через $\upsilon(t)$.

Метою роботи є знаходження методу отримання перетворень координат частинки, при переході до одновимірної, неінерціальної системи відліку, з врахуванням релятивістських поправок, та наведення прикладу його застосування.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

У просторі Мінковського вісі координат одновимірної, неінерціальної системи відліку будуть криволінійними, як показано на рисунку 1.

Позначимо через $(\tilde{x}_4 ; \tilde{\tilde{x}})$ та $(\tilde{\tilde{x}}_4 ; \tilde{x})$ координати точок перетину криволінійних координатних ліній, відповідних положенню нейтрона, з криволінійними осями координат у інерціальній системі відліку.

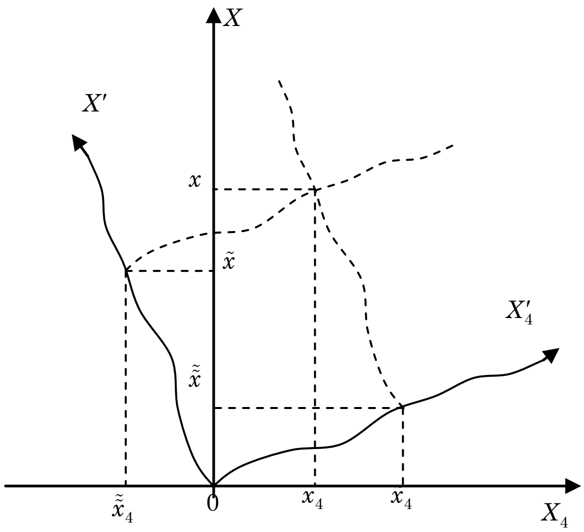

Рис. 1 – Перетворення простору Мінковського при переході до системи відліку, пов'язаної з протоном

Рівняння криволінійних осей координат X'_4 та X', у інерціальній системі відліку, мають вигляд:

$$x = \int_0^{\frac{x_4}{ic}} \upsilon(\xi) d\xi . \tag{2.1}$$

$$x_4 = i \int_0^{\frac{x}{c}} \upsilon(\xi) d\xi . \tag{2.2}$$

Координати нейтрону в інерціальній системі, як видно з рисунку 1, можна виразити через точки перетину координатних ліній з осями координат наступним чином:

$$\begin{cases} x_4 = \tilde{x}_4 + \tilde{\tilde{x}}_4 \\ x = \tilde{x} + \tilde{\tilde{x}} \end{cases} . \tag{2.3}$$

Використовуючи рівняння (2.1) та (2.2) та систему

(2.3) і переходячи до дійсних координат знаходимо:

$$\begin{cases} t = \tilde{t} + \dfrac{1}{c}\int\limits_0^{\frac{\tilde{x}}{c}} \upsilon(\xi)\, d\xi \\ x = \tilde{x} + \int\limits_0^{\tilde{t}} \upsilon(\xi)\, d\xi \end{cases}. \qquad (2.4)$$

Координати нейтрона, відносно неінерціальної системи відліку, дорівнюють довжинам ділянок криволінійних осей координат, від початку координат до відповідних точок перетину координатних ліній з осями координат.

Інтегруючи відповідні ділянки криволінійних осей координат у просторі Мінковського маємо:

$$\begin{cases} t' = \int\limits_0^{\tilde{t}} \sqrt{1 - \dfrac{\upsilon^2(\xi)}{c^2}}\, d\xi \\ x' = \dfrac{1}{c}\int\limits_0^{\frac{\tilde{x}}{c}} \sqrt{1 - \dfrac{\upsilon^2(\xi)}{c^2}}\, d\xi \end{cases}. \qquad (2.5)$$

Для електрону в однорідному електричному полі залежність від часу проекції швидкості руху на вісь X має вигляд:

$$\upsilon(t) = \frac{gt + k}{\sqrt{1 + \dfrac{(gt+k)^2}{c^2}}}, \qquad (2.6)$$

де: $g = eE/m_e$; E - проекція напруженості однорідного електричного поля на вісь X; $k = \alpha/\sqrt{1-\alpha^2}$; $\alpha = \upsilon_0/c$; υ_0 – проекція початкової швидкість руху електрону на вісь X.

Задачею роботи є: для частинного випадку неінерціальної системи, пов'язаної з рухомим електроном у однорідному електричному полі, розв'язати систему нелінійних інтегральних рівнянь (2.4) і знайти координати точок перетину $\tilde{x}$ та $\tilde{t}$. Підставляючи знайдені розв'язки у систему рівнянь (2.5) отримати перетворення координат нейтрону при переході до неінерціальної системи відліку.

3. ПРЯМІ ТА ЗВОРОТНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ КООРДИНАТ

Підставляючи залежність швидкості руху електрону від часу (2.6) у систему рівнянь (2.4) та проводячи інтегрування одержимо систему нелінійних алгебраїчних рівнянь. Підставляючи її розв'язки у систему (2.5) та ще раз проводячи інтегрування знаходимо перетворення координат нейтрону при переході від інерціальної до неінерціальної системи відліку, пов'язаною з електроном. Вони мають такий вигляд:

якщо $(ct - x)g > 0$, то:

$$\begin{cases} t' = \dfrac{c}{g}\ln\left\{\dfrac{1}{\beta}\left(S - \dfrac{1}{f} + D\right)\right\} \\ x' = \dfrac{c^2}{g}\ln\left\{\dfrac{1}{\beta}\left(S + \dfrac{1}{f} - D\right)\right\} \end{cases}; \qquad (3.1)$$

якщо $(ct - x)g < 0$:

$$\begin{cases} t' = \dfrac{c}{g}\ln\left\{\dfrac{1}{\beta}\left(S - \dfrac{1}{f} - D\right)\right\} \\ x' = \dfrac{c^2}{g}\ln\left\{\dfrac{1}{\beta}\left(S + \dfrac{1}{f} + D\right)\right\} \end{cases}; \qquad (3.2)$$

якщо $ct = x$, то:

$$x' = ct' = \frac{c^2}{g}\ln\left\{1 + \frac{gt}{c\beta}\right\}. \qquad (3.3)$$

де: $S = g(ct + x)/2c^2 + \beta$; $f = g(ct - x)/c^2$;

$D = \sqrt{S^2 + f^{-2}}$; $\beta = \sqrt{(1+\alpha)/(1-\alpha)}$.

Зворотні перетворення мають більш простий вигляд:

$$\begin{cases} t = \dfrac{c}{g}\left\{\dfrac{1}{2}\left(p(x') + q(ct')\right) - \beta\right\} \\ x = \dfrac{c^2}{g}\left\{\dfrac{1}{2}\left(q(x') + p(ct')\right) - \beta\right\} \end{cases}; \qquad (3.4)$$

де:

$$p(\xi) = \beta\exp\left\{\frac{g\xi}{c^2}\right\} + \frac{1}{\beta}\exp\left\{-\frac{g\xi}{c^2}\right\}. \qquad (3.5)$$

$$q(\xi) = \beta\exp\left\{\frac{g\xi}{c^2}\right\} - \frac{1}{\beta}\exp\left\{-\frac{g\xi}{c^2}\right\}. \qquad (3.6)$$

Розглянемо граничний випадок, коли напруженість електричного прямує до нуля і рух електрону стає рівномірним. У цьому випадку: $g \to 0$.

Розкладаючи експоненти у виразах (3.4) в ряд Тейлора та покладаючи $g = 0$ маємо:

$$\begin{cases} t = \dfrac{1}{2c}\left(\beta - \dfrac{1}{\beta}\right)x' + \dfrac{1}{2}\left(\beta + \dfrac{1}{\beta}\right)t' \\ x = \dfrac{1}{2}\left(\beta + \dfrac{1}{\beta}\right)x' + \dfrac{c}{2}\left(\beta - \dfrac{1}{\beta}\right)t' \end{cases}. \qquad (3.7)$$

Якщо підставити у систему (3.7) величину β у явному вигляді, то одержимо звичайні перетворення Лоренца.

Таким чином, у випадку рівномірного руху електрону, перетворення (3.4) збігаються з перетвореннями Лоренца.

Для оцінки величини знайдених релятивістських поправок проведемо, за допомогою виразів (3.1) – (3.3), обчислення і порівняємо їх з класичними залежностями.

Нехай слабке, однорідне електричне поле, напруженістю $E = 0{,}2$ В/м, напрямлене вздовж осі X. Нейтрон рухається у напрямку осі X зі швидкістю

$8 \cdot 10^7$ м/с, електрон має початкову швидкість $\upsilon_0 = 5 \cdot 10^7$ м/с, теж напрямлену вздовж осі X. Результати обчислень представлені на рисунку 2.

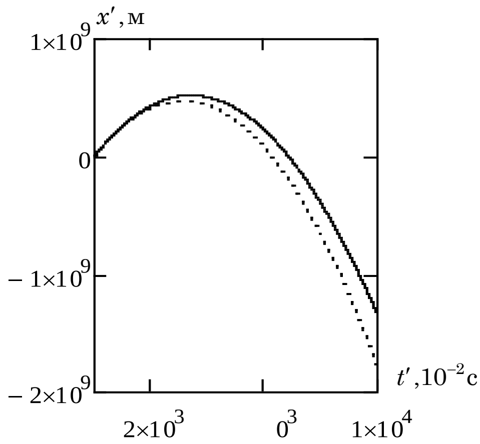

Рис. 2 – Залежність від часу координати нейтрону, відносно інерціальної та неінерціальної системи відліку. Суцільна лінія відповідає релятивістській залежності, пунктирна лінія відповідає класичній залежності

Обчислення показали, що для малого відрізку часу, порядку $4 \cdot 10^{-3}$ с, релятивістська поправка для координати нейтрону несуттєва, після якого, її вже потрібно враховувати.

Використовуючи зворотні перетворення координат (3.4) можна одержати вираз для проекції на вісь X сили інерції, що буде діяти на нейтрон у вибраній неінерціальній системі відліку. Вона має такий вигляд:

$$F_{ін} = -\frac{mg\left(T_1 + T_2 + T_3\right)}{Q} \; , \tag{3.8}$$

де:

$$\begin{gathered} Q = q\left(ct'\right)\left(\gamma + 2\left(1+\eta^2\right) sh\left(f\left(x',t'\right)\right)\right) + \\ + p\left(x'\right)\left(1 + 2\eta^2 \gamma sh\left(f\left(x',t'\right)\right)\right) \end{gathered} ;$$

$$T_1 = \eta q\left(x'\right)\left(\gamma - 2\eta^2 sh\left(f\left(x',t'\right)\right)\right);$$

$$T_2 = p\left(ct'\right)\left(\sqrt{1+\eta^2} - 2\eta\left(1+\eta^2\right) sh\left(f\left(x',t'\right)\right)\right);$$

$$\begin{gathered} T_3 = \eta ch\left(f\left(x',t'\right)\right)\left\{ p\left(x'\right)\eta\left(\sqrt{1+\eta^2} - \eta\right) + \right. \\ \left. + q\left(ct'\right)\left(1 + \eta^2 - \eta\sqrt{1+\eta^2}\right)\right\} \end{gathered} ;$$

$\eta = \gamma / \sqrt{1-\gamma^2}$; $\gamma = dx' / cdt'$.

4. ВИСНОВКИ

Запропонований метод отримання перетворення координат частинки при переході до одновимірної, неінерціальної системи відліку на базі спеціальної теорії відносності.

Отриманий метод був застосований до знаходження перетворень координат нейтрону, при переході до неінерціальної системи, пов'язаної з електроном, що рухається у однорідному електричному полі.

Показано, що у граничному випадку, при прямуванні до нулю прискорення руху неінерціальної системи відліку, отримані перетворення координат нейтрону збігаються з перетвореннями Лоренца.

Для оцінки величини релятивістських поправок були проведені обчислення, які показали необхідність їх врахування вже при швидкостях руху порядку $5 \cdot 10^7$ м/с .

Результати роботи можна рекомендувати до використання у теорії зіткнень іонних пучків з нейтральними частинками, що відбуваються у зовнішньому електричному полі.

Перспективним продовженням даної роботи є пошук перетворень координат при розгляді відносного руху пучків іонів у неоднорідному електричному полі, з використанням співвідношень (2.4), (2.5). Для цього випадку, отримання аналітичних розв'язків значно ускладнюється, але шлях чисельних розрахунків, за допомогою цих співвідношень є відносно простим.

Motion of a Neutral Particle Relative to an Electron in a Uniform Electric Field

K.V. Avdonin

Kyiv National University of Technology and Design, 2, Nemirovicha-Danchenka, Str., 01011 Kyiv, Ukraine

The paper describes relative one-dimensional motion of two relativistic particles: electron and neutral particle in a weak uniform electric field directed along their common moving direction. Motion is considered in two reference frames: inertial and noninertial associated with an electron. A method for obtaining the transformation of coordinates is proposed. An example of application of the obtained equations is shown. Desired limits are specified.

Keywords: Electron, Neutron, Field, Motion, Relativity.

Движение нейтральной частицы относительно электрона в однородном электрическом поле

К.В. Авдонин

Киевский национальный университет технологий и дизайна, ул. Немировича-Данченко, 2, 01011 Киев, Украина

В работе рассматривается относительное, одномерное движение двух релятивистских частиц: электрона и нейтральной частицы в слабом, однородном электрическом поле, направленном вдоль их общего направления движения, относительно двух систем отсчета: инерциальной системы и неинерциальной системы отсчета, относительно которой электрон неподвижен. Предложен метод получения преобразований координат частицы при переходе от инерциальной к одномерной, неинерциальной системе отсчета, на основе специальной теории относительности. Показан пример применения найденных соотношений, рассмотрены предельные переходы.

Ключевые слова: Электрон, Нейтрон, Поле, Движение, Относительность.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. К.В. Авдонін, А.М. Шут, *Науковий часопис НПУ ім. Драгоманова* **3**, 96 (2014) (K.V. Avdonin, A.M. Shut, *Naukovyy chasopys NPU im. Drahomanova* **3**, 96 (2014)).
2. L.C.B. Crispino, A. Higuchi, G.E.A. Matsas, *Rev. Modern Phys.* **80**, 787 (2011).
3. R. Mueller, *Phys. Rev. D* **56**, 953 (1997).
4. D.A.T. Vanzella, G.E.A. Matsas, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 151301 (2001).
5. А.И. Лурье, *Курс теоретической механики* (Москва: Наука: 1983) (A.I. Lur'ye, *Kurs teoreticheskoy mekhaniki* (Moskva: Nauka: 1983)).
6. H. Suzuki, K. Yamada, *Phys. Rev. D* **67**, 065002 (2003).