ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

УДК 519.86:658.8

БІЛОВОДСЬКА Олена, к. е. н., доцент Сумського державного університету

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТОВАРОРУХУ

На основі порівняльного аналізу та систематизації методів економіко-математичного моделювання обґрунтовано їх вибір, визначено оптимальний план товароруху виробничо-торговельних підприємств, що забезпечує мінімізацію витрат та максимізацію прибутку на основі розв'язання транспортної задачі.

Ключові слова: товарорух, економіко-математичне моделювання, метод, модель, транспортна задача.

Беловодская Е. Экономико-математическое моделирование товародвижения. *На основе сравнительного анализа и систематизации методов экономико-математического моделирования обоснован их выбор, определен оптимальный план товародвижения производственно-торговых предприятий, обеспечивающий минимизацию затрат и максимизацию прибыли на основе решения транспортной задачи.*

Ключевые слова: товародвижение, экономико-математическое моделирование, метод, модель, транспортная задача.

Постановка проблеми. При розробці найбільш перспективних варіантів розвитку системи товароруху виробничо-торговельних підприємств дедалі зростає науковий інтерес до застосування методів економіко-математичного моделювання, що відкривають широкі можливості для прийняття науково-обґрунтованих, всебічно зважених, комплексних рішень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теоретико-методологічні положення формування та управління системою товароруху висвітлено у працях таких зарубіжних та вітчизняних вчених, як В. Апопій, І. Міщук, В. Ребицький, Л. Балабанова, А. Германчук, Д. Бауерсокс, Д. Клосс, А. Войчак, А. Гаджинський, Н. Голошубова, Є. Голубін, М. Гордон, С. Карнаухов, А. Кальченко, М. Окландер [1–10] та ін.

Питання застосування економіко-математичного моделювання та математичного програмування для оптимального планування економічних процесів досліджували учені: О. Бех, Т. Городня, А. Щербак [11], М. Бугір [12], М. Глушик, І. Копич, О. Пенцак, В. Сороківський [13], О. Замков, А. Толстопятенко, Ю. Черемних [14], В. Зарубін [15], М. Кучма [16], О. Ульянченко [17] та ін. Проте недостатньо дослідженими є процеси удосконалення системи товароруху при розподілі продукції виробничо-торговельних підприємств на основі методів економіко-математичного моделювання.

Тому **метою** цієї роботи є систематизація та обґрунтування вибору методів економіко-математичного моделювання для формування ефективної системи постачання і реалізації товарів.

Матеріали та методи. У роботі використано наукові методи і прийоми: теоретичного узагальнення та порівняння, аналізу, синтезу, системного та структурного підходів.

Результати дослідження. Застосування методів економіко-математичного моделювання передбачає вирішення ряду складних економічних завдань: розподілу дефіцитних ресурсів, розміщення підприємств галузі, удосконалення виробничої структури, оптимізації виробничої програми, технологічного процесу, запасів, транспортних витрат, розкрою матеріалів й оптимізації складу суміші тощо.

Розвиток економіко-математичного моделювання призвів до створення великої кількості математичних моделей та відповідних методів для забезпечення економічних, організаційних і технологічних процесів [13].

При використанні економіко-математичної моделі рішення одержують за допомогою апробованих математичних методів [18], що поділяються на:

1) *оптимізаційні:* лінійного програмування (ЛП), дискретного, параметричного, динамічного програмування;

2) *неоптимізаційні*: аналізу часових рядів, статистичного моделювання, кореляційний і регресійний, кластерний аналіз, матричні методи [16; 19].

Доцільно виконати порівняльний аналіз оптимізаційних методів, оскільки саме ця група дозволяє сформувати критерій оптимальності, що відповідає цілям поставленого завдання (залежно від цільової функції), визначити ефективний план перевезення продукції від виробників до підприємств-складів, мінімізуючи загальні транспортні витрати за умови, що кількість товару постачальників реалізується повністю та максимально задоволені потреби споживачів (*табл. 1*).

Таблиця 1

Порівняльна характеристика оптимізаційних методів

Метод програмування	Переваги	Недоліки
Лінійний	Можливість досягнення оптимального плану через: *наближення умовно-оптимального плану*: будується псевдооптимальний план, який вводиться в припустимі межі критерію оптимальності (метод розв'язуючих множників, угорський та симплекс-метод); *послідовне поліпшення плану*: оптимальне рішення досягається шляхом багаторазового повторювання етапів (ітерацій), у ході яких будуються базисні рішення доти, доки план не буде оптимальний (методи: розподільчий, потенціалів та розкладання для вирішення завдань великої розмірності)	Розв'язок за цим методом є громіздким
Дискретний	Змінні та параметри поставлених завдань є дискретними величинами. *Відсікання*: спочатку завдання вирішуються без урахування цілочисельності. При отриманні нецілочисельного плану до системи обмежень додаємо нове лінійне обмеження, що якби задовольняє цілочисельний план. Ці дії повторюємо, поки не отримаємо цілочисельний план. *Комбінаторні*: відбувається перебір можливого варіанта рішення шляхом заміни повного перебору плану частковим, при цьому дозволяючи виключити свідомо неоптимальні варіанти плану без попереднього їх розгляду. *Наближення:* навмання вибирають точку, роблять крок у випадковому напрямку, стежачи за тим, щоб не вийти з області визначення завдання. Залежно від покращання/погіршення значення цільової функції повертаються у вихідну точку, роблячи новий випадковий крок	Розв'язок за цим методом є громіздким та не використовується при розв'язанні транспортної задачі
Параметричний	Суть методу полягає у тому, що коефіцієнти цільових функцій або/і числові характеристики обмежень не постійні величини, а функції, залежні від ряду параметрів. Завдання цього методу: 1) коефіцієнти лінійних форм залежать від одного параметра – вирішення за допомогою методу послідовного поліпшення плану з особливим правилом вибору вектора і спеціальними ознаками закінчення процесу розв'язку; 2) складові вектора обмежень лінійно залежать від одного параметра – вирішення за допомогою методу наближення умовно-оптимального плану з особливим правилом вибору вектора і спеціальними ознаками закінчення процесу розв'язку; 3) завдання, що є узагальненням перших двох груп; параметр утримується в усіх елементах розширеної матриці умов, причому залежність від параметра може визначатися будь-якими аналітичними функціями	Розв'язок за цими методами є більш графічним і громіздким, а тому не використовується при розв'язанні транспортної задачі
Динамічний	Особливістю методу є розподіл планованої операції на ряд послідовних кроків. Процес розв'язку стає багатокроковим, причому щоразу цільова функція оптимізується тільки на одному кроці. Оптимізаційна задача будується за допомогою співвідношень, які послідовно зв'язані між собою. Рішення грунтується на обчислювальній схемі, коли замість одного завдання з багатьма змінними будується багато завдань з меншим значенням змінної в кожній – це значно скорочує обсяг обчислень. Така перевага досягається лише, коли: - критерій оптимальності адитивний, тобто загальне оптимальне рішення є сумою оптимальних рішень кожного кроку; - майбутні результати не залежать від попереднього стану системи, при якому приймається рішення	Розв'язок за цим методом є громіздким та не використовується при розв'язанні транспортної задачі

Проаналізувавши оптимізаційні методи економіко-математичного моделювання, їх переваги та недоліки, для удосконалення системи товароруху пропонується обрати методи лінійного програмування. Саме на основі розробленої методики цього методу є можливість отримати оптимальний план товароруху виробленої продукції. Для цього потрібно розв'язати *задачу розподілу* або *транспортну задачу* (ТЗ) – задачу про найбільш економний план перевезення однорідного вантажу з пунктів постачання до пунктів споживання. Вирішення ТЗ – найлегший спосіб зменшення витрат та збільшення прибутку від реалізації продукції певного товаровиробника [20].

Транспортній задачі притаманні такі *властивості*:

- має розв'язок;
- число лінійно незалежних рівнянь у системі обмежень (1–3) задачі дорівнює m+n-1 [20]:

$$f = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij}, \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \ (i = 1,m), \ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \ (j = 1, n), \tag{2}$$

$$x_{ij} \geq 0 \ (i = 1, m, j = 1, n), \tag{3}$$

де f – функція, що представляє мету для розв'язку ТЗ;
c – тариф на перевезення вантажу;
a – одиниця однорідного вантажу;
b – кількість необхідного вантажу;
x – кількість вантажу, який планується перевезти;
i – пункт постачання (відправлення);
m – кількість постачальників;
j – пункт споживання (призначення);
n – кількість споживачів.

Якщо $a_i(i = 1,m)$, $b_j(j = 1, n)$ – цілі, то серед розв'язків транспортної задачі є цілочисловий розв'язок.

Конкретизуючи методи лінійного програмування, встановлено, що для формування системи постачання та реалізації продукції, метою якої є знаходження такого варіанта розподілу (плану), що гарантує найбільший економічний ефект (максимізує прибуток та мінімізує витрати), більш ефективним і завдяки цьому оптимальним є метод послідовного поліпшення плану. На основі його властивостей за допомогою розробленої моделі та розв'язання ТЗ можна максимально знизити витрати на транспортування та максимально збільшити прибуток підприємства.

Щоб використати методи математичного програмування для знаходження оптимального плану, необхідно економічну проблему записати за допомогою математичних виразів (рівнянь, нерівностей), мету й обмеження представити у вигляді функцій від змінних величин.

Незалежні змінні є 2-х видів: *керовані* [x_j, (j = 1,n)], значення яких змінюються в певному інтервалі; *некеровані*, значення яких не залежать від волі людей, а визначаються зовнішнім середовищем.

Для побудови математичної моделі необхідно мати чітке розуміння мети функціонування досліджуваної системи – результат, який необхідно одержати шляхом вибору та реалізації певної програми дій (у нашому випадку – максимізація прибутку чи мінімізація витрат).

Математична модель цих задач має такі значення величин x_{ij} ($i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$), за яких виконується система обмежень [17]:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{ij} = a_i, \ (i = \overline{1,m}), \ \sum_{i=1}^{m} b_{ij} x_{ij} \le b_j, \ (j = \overline{1,n}). \qquad (4)$$

Причому функція (1) досягає свого екстремального значення (найбільше або найменше); a_i, b_j, a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, x_{ij} ($i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$) – відомі величини.

При плануванні значних обсягів перевезень вантажів завжди з’являється задача їх оптимальної (за певним критерієм) оцінки організації. Це означає таке планування, при якому вартість перевезення була б мінімальною і у якомога менший термін. ТЗ завжди вимагає наявності певних характеристик маршруту, який з’єднує відповідні пункти.

Розглянемо *формулювання (постановку) ТЗ* за критерієм вартості перевезення: у пунктах відправлення A_1, A_2,…, A_m знаходиться відповідно a_1, a_2,..., a_m одиниць однорідного вантажу, для постачання n споживачам B_1, B_2,..., B_n у необхідних кількостях b_l, b_2,..., b_n одиниць кожному. Відомі транспортні затрати на перевезення одиниці вантажу з i-го пункту відправлення в j-й пункт споживання – тарифи c_{ij}, причому їх вартість повинна бути якомога меншою; x_{ij} – кількість вантажу, яку планується перевезти з i-го пункту відправлення в j-й пункт споживання (призначення) [16].

Визначення 1. *Планом перевезень ТЗ* називається матриця $\{x_{ij}\}_{m\,n}$, елементи якої визначають кількість одиниць вантажу, призначеного для перевезення з i-го пункту відправлення в j-й пункт призначення, щоб повністю задовольнити потреби споживачів, а сумарні витрати на перевезення були б мінімальними. Загальні сумарні затрати, пов’язані з реалізацією плану перевезень, представлено цільовою функцією (1):

Визначення 2. Матриця з елементами $c_{ij\ mxn}$($i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$) називається *матрицею тарифів* або *транспортних витрат* (витрати на перевезення одиниці вантажу від i-го постачальника до j-го споживача).

Тоді задача зводиться до визначення загальних витрат, обумовлених певним планом перевезення $\{x_{ij}\}$, які задовольняють умови та визначаються цільовою функцією (1).

Змінні x_{ij} мають задовольняти умовам по обсягах наявних запасів, запитах (потребах) на обсяги вантажів та природній умові невід'ємності. Сформульовані умови мають вигляд нерівності (3) [17]:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i, (i = 1,m), \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, (j = 1,n). \tag{6}$$

Задача оптимізації плану товароруху за критерієм найменшої вартості формулюється таким чином: знайти такий план товароруху $\{x_{ij}\}$ $(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n})$, при якому цільова функція досягає найменшого значення за умови виконання обмежень (5, 6, 3). Задача має $m\ n$ невідомих та $m+n$ обмежень.

Змінні $x_{ij,}$ що повинні задовольняти обмеженням за запасами і потребами, математично записуються нерівністю (3) та системою нерівностей:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i (i = 1, m), \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge b_j (j = 1, n), \end{cases} \tag{7}$$

Надамо математичне формулювання ТЗ: знайти серед множини розв'язків системи (7) такий невід'ємний розв'язок, який мінімізує функцію (1).

У цій статті розглядається лише *ТЗ за критерієм вартості планування перевезень*, оскільки ТЗ оптимізації за критерієм найменшого терміну реалізації продукції не зводиться до задачі ЛП, так як постановка таких задач додатково ускладнюється врахуванням пропускної спроможності маршрутів транспортування, можливими обмеженнями по обсягах вантажів стосовно транспортних засобів тощо.

Розрізняють два типи ТЗ, які містять необхідну і достатню умову (є критерієм) щодо допустимості плану [17].

Збалансовані (закриті), в яких загальний обсяг вантажу (запаси) в пунктах постачання дорівнює загальному обсягу запитів (попиту) пунктів призначення, – **визначення 3.** Математично визначення 3 записується рівністю:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j\ . \tag{8}$$

Незбалансовані (відкриті), в яких сумарні запаси постачальників більші або менші сумарного попиту споживачів, – **визначення 4.** Математично визначення 4 записується нерівністю [17]:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j \text{ , або } \sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j \text{ .} \tag{9}$$

Незбалансовану модель завжди можна привести до збалансованої. Якщо $\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$, то в математичну модель ТЗ необхідно прилучити фіктивний (n+1)-й пункт призначення B_{n+1}. До матриці умов додають стовпчик, що відповідає фіктивному пункту призначення, для якого потреби рівні різниці між сумарними запасами постачальників і фактичними потребами споживачів [16]:

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j \text{ .} \tag{10}$$

Тарифи на перевезення вантажу до фіктивного пункту призначення необхідно позначити і вважати рівними нулю. Таким чином відкрита модель ТЗ перетворюється у закриту. Цільова функція обох задач одна і та ж, оскільки ціни на додаткові перевезення рівні нулю.

Якщо $\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$, то в математичну модель ТЗ необхідно прилучити фіктивний ($m+1$)-й пункт відправлення A_{m+1}, запас вантажу для якого приймають рівним [20]:

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i \text{ .} \tag{11}$$

Тарифи на постачання вантажу з фіктивного пункту приймаються рівними нулю. До матриці умов ТЗ прилучається один рядок, цільова функція не змінюється, а система обмежень задачі стане сумісною [13].

Для збалансованих задач виконується умова рівняння (2).

Надалі розглянемо методику вирішення ТЗ закритого типу за критерієм вартості перевезення. Її застосовують і для незбалансованих моделей.

Теорема 1. Для того, щоб ТЗ мала допустимі плани, необхідно і достатньо, щоб виконувалась рівність (8) [18]:

Теорема 2. Ранг матриці ТЗ на одиницю менший від числа лінійно незалежних рівнянь, тобто дорівнює $m + n - 1$, або будь-яка система обмежень ТЗ має $m + n - 1$ базисних змінних [16].

Згідно з теоремою 2 кожний опорний план повинен мати $(m - 1)$ $(n - 1)$ вільних змінних, рівних нулю, і $m + n - 1$ базисних (зайнятих) змінних. Система обмежень має $m \cdot n$ невідомих $\{x_{ij}\}$ ($i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$).

План перевезень ТЗ розробляємо безпосередньо за допомогою розподільчої *табл. 2*.

Таблиця 2

Розподільча таблиця транспортної задачі [16]

Постачальники	Споживачі			Запаси вантажу
	B_1	…	B_n	
A_1	C_{11} X_{11}	…	C_{1n} X_{1n}	a_1
…	…	…	…	…
A_n	C_{m1} X_{m1}	…	C_{mn} X_{mn}	a_m
Потреби у вантажі	b_1	…	b_n	

Вважаємо, що якщо змінна x_{ij} набуде значення $a_{ij} \neq 0$, то у відповідну клітинку *(i; j)* записуємо це значення; якщо ж $x_{ij} = 0$, то клітинку *(i; j)* залишаємо вільною [11].

Якщо число заповнених клітинок ТЗ менше $m + n - 1$, то формально заповнюються нулями деякі з вільних клітинок так, щоб загальне число їх дорівнювало $m + n - 1$, і виконувалися нижче вказані вимоги до опорного плану.

Опорні плани повинні задовольняти вимозі, пов'язаній з циклами.

Визначення 5. Набір клітинок матриці перевезень, в якому тільки дві сусідні клітинки розміщені в одному рядку або одному стовпчику, а остання клітинка набору лежить в тому ж рядку або стовпчику, що і перша, називається *замкнутим циклом*, який математично записуємо таким чином [17]:

$$(i_1 j_1) \to (i_1 j_k) \to (i_k j_k) \to ...(i_s j_s) \to (i_s j_1). \qquad (12)$$

Графічно цикл являє собою замкнуту ламану лінію, ланки якої лежать тільки в рядках або стовпчиках, причому кожна ланка з'єднує дві клітинки циклу.

Ідея розв'язання транспортної задачі схожа на загальну ідею симплекс-методу (СМ). Однак внаслідок специфіки обмежень задачі для її розв'язку необхідно поетапно виконати такі процедури [17].

І. Побудова вихідного плану.

1. Формулювання математичної моделі (введення позначення та обмежень).

2. Постановка економічної задачі (визначення цільової функції та виду ТЗ).

3. Подання даних транспортної задачі у формі стандартної розподільчої *табл. 2* та пошук початкового допустимого (опорного) плану перевезень, який задовольняє попит кожного споживача (B_j) і забезпечує доставку всього вантажу від кожного постачальника (A_i).

Варто звернути увагу на те, що якщо заплановано перевезення з пункту i до пункту j вантажу в обсязі $x_{ij} > 0$, то в клітинці на перетині i-го рядка та j-го стовпця записуємо величину x_{ij}. Якщо постачання в цьому напрямі не планується, тобто $x_{ij} = 0$, то клітинку (i, j) залишаємо вільною. Має бути заповнена $m + n - 1$ клітинка.

Якщо при реалізації алгоритму побудови вихідного (опорного) плану виникає ситуація, що після заповнення клітинки (i, j) вичерпується запас i-го пункту постачання та повністю задовольняється попит j-го пункту призначення, і це відбувається не на останньому кроці, то в кожному з таких випадків необхідно записати 0 в одну з наступних клітинок по рядку або стовпцю, що має найменший тариф. ТЗ, яка має в опорному плані хоча б одну нульову компоненту, є *виродженою*.

II. Перевірка (оцінка) отриманого плану на оптимальність (удосконалення наявного плану). У разі досягнення умов оптимальності плану – ТЗ вирішена, а розраховані витрати – мінімальні. У разі неоптимальності плану вантаж перерозподіляється так, щоб відбулося зменшення вартості транспортування – перехід від одного опорного плану до іншого і повернення до 2-го етапу [16].

Висновки. У роботі для удосконалення системи товароруху виробничо-торговельних підприємств здійснено порівняльний аналіз оптимізаційних методів, обґрунтовано їх вибір для формування системи постачання та реалізації продукції. Запропонована модель для удосконалення системи товароруху на підприємстві забезпечує мінімізацію витрат та максимізацію прибутку на основі розв'язання транспортної задачі.

Таким чином, отримані результати можуть бути використані сучасними виробничо-торговельними підприємствами та консалтинговими компаніями, які на основі транспортної задачі можуть проаналізувати, удосконалити чи розробити нову ефективну систему товарного руху продукції. Перспективами подальших досліджень за тематикою дослідження є практичне застосування розробленої моделі для удосконалення системи товароруху на виробничо-торговельних підприємствах Сумської області.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Організація* торгівлі : підручник / В. В. Апопій, І. П. Міщук, В. М. Ребицький та ін. ; за ред. В. В. Апопія. — 2-ге вид., перероб. та доп. — К. : Центр навч. л-ри, 2005. — 616 с.
2. *Балабанова Л. В.* Коммерческая деятельность: маркетинг и логистика / Л. В. Балабанова, А. Н. Германчук. — Донецк : ДонГУЭТ им. М. Туган-Барановского, 2003. — 231 с.

3. *Donald J. Bowersox*, David J. Closs Logistical Management: The Integrated Supply Chain Process / the Lane with English / Donald J. Bowersox, David J. Closs. — 2nd edition. — M. : Olimp-Business, 2005. — 640 p.
4. *Войчак А. В.* Сучасні тенденції розвитку каналів розподілу / А. В. Войчак // Маркетинг в Україні. — 2000. — № 2. — С. 42–43.
5. *Гаджинский А. М.* Логистика / А. М. Гаджинский : 20-е изд. — М., 2012. — 484 с.
6. *Голошубова Н. О.* Організація торгівлі : підруч. для студ. вищ. навч. закл. / Н. О. Голошубова. — К. : Книга, 2004. — 560 с.
7. *Голубин Е. Д.* Дистрибуция. Формирование и оптимизация каналов сбыта / Е. Д. Голубин. — М. : Вершина, 2006. — 136 с.
8. *Гордон М. П.* Логистика товародвижения / М. П. Гордон, С. Б. Карнаухов. — 2-е изд., перераб., доп. — М. : Центр экономики и маркетинга, 2001. — 200 с.
9. *Кальченко А. Г.* Логістика : підручник / А.Г. Кальченко. — К. : КНЕУ, 2004. — 284 с.
10. *Окландер М. А.* Логістика : підручник / М. А. Окландер. — К. : Центр учбов. л-ри. — 2008. — 346 с.
11. *Збірник* задач з математичного програмування : навч. посіб. / О. В. Бех, Т. А. Городня, А. Ф. Щербак. — Л. : Магнолія, 2007. — 212 с.
12. *Бугір М. К.* Математика для економістів / М. К. Бугір. — К. : Академія. 1998. — 350 с.
13. *Математичне* програмування : навч. посіб. / М. М. Глушик, І. М. Копич, О. С. Пенцак, В. М. Сороківський. — Л. : Новий-Світ-2000, 2006. — 216 с.
14. *Замков О. О.* Математические методы в экономике / О. О. Замков, А. В. Толстопятенко, Ю. Н. Черемных. — М. : ДИС, 2004. — 426 с.
15. *Зарубин В. С.* Математическое моделирование : учебник для вузов / В. С. Зарубин. — М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. — 496 с.
16. *Кучма М. І.* Математичне програмування: приклади і задачі : навч. посіб. / М. І. Кучма. — Л. : Новий Світ-2000, 2007. — 344 с.
17. *Ульянченко О. В.* Дослідження операцій в економіці : підруч. для студ. вузів / О. В. Ульянченко / Харк. нац. аграр. ун-т ім. В. В. Докучаєва. — Х. : Гриф, 2002. — 580 с.
18. *Прокопов С. В.* Экономико-математическое моделирование в производственном менеджменте : учебник / С. В. Прокопов. — К. : КНУТД, 2004. — 438 с.
19. *Мармоза А. Т.* Практикум з математичного програмування : навч. посіб. / А. Т. Мармоза. — К. : Кондор, 2004. — 264 с.
20. *Кулян В. Р.* Математическое программирование : учеб. пособ. / В. Р. Кулян. — К. : МАУП, 2000. — 124 с.

Стаття надійшла до редакції 03.04.2015.

Біловодська О.А. Економіко-математичне моделювання товароруху / О.А. Біловодська // Вісник Київського національного торговельно-економічного університету. – 2015. – № 4 (102). – С. 112-123.