

## СТЕПЕНЕВІ РЯДИ

Ришкова К.О., студентка; СумДУ, гр. ЕП-41

Степеневий ряд, тобто розклад заданої функції у нескінченну суму степеневих функцій, є простим і водночас дуже потужним методом математичного аналізу, який знаходить своє застосування практично у всіх розділах математики, фізики, інженерії та інших наук.

Степеневим рядом називається вираз виду

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots + a_n(x - x_0)^n + \dots \quad (1)$$

який розглядається як границя послідовності многочленів

$$P_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots + a_n(x - x_0)^n \quad (2)$$

Індекс  $n = 1, 2, \dots$ , а коефіцієнти ряду  $a_0, a_1, \dots$ , число  $x_0$  і змінна  $x$  можуть бути як дійсними, так і комплексними числами.

Якщо для деякого значення змінної  $x$  числова послідовність  $P_n(x)$ ,  $n = 1, 2, \dots$  має кінцеву границю, то її значення називається сумою ряду (1), а сам ряд є збіжним в точці  $x$ . Таким чином, під сумою нескінченного ряду (1) мають на увазі вираз  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n(x) = S(x)$ ,  $x \in X$ . При цьому множина  $X = \{x\}$  усіх  $x$  називається областю збіжності ряду.

Застосування степеневих рядів для розв'язання багатьох задач базується на можливості представлення функцій, зокрема всіх елементарних функцій та більшості спеціальних функцій, у вигляді степеневих рядів, що називаються рядами Тейлора. Для нескінченно диференційованої функції  $f(x)$  в деякому околі точки  $a$  ряд Тейлора має вигляд  $\sum_{k=0}^{\infty} f^{(k)}(a)(x-a)^k / k!$ , де  $f^{(k)}(a)$  –  $k$ -та похідна  $f(x)$  в точці  $a$ ,  $k!$  – факторіал числа  $k$ .

За допомогою такого розкладу можна з будь-якою точністю обчислити значення різних функцій, інтегралів, знайти границі, точний і наближений розв'язок диференціальних рівнянь і т.д. Окрім цього, степеневі ряди є фундаментом майже всіх розрахунків, що відбуваються у комп'ютерній техніці, і є незамінним інструментом не тільки в чистій науці, а й для невичерпного спектру практичних задач.

Керівник: Захарченко Н.М., старший викладач