

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА,  
АВТОМАТИКА

**ІМА :: 2013**

**МАТЕРІАЛИ  
та програма**

НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ

(Суми, 22-27 квітня 2013 року)

Суми  
Сумський державний університет  
2013

## Определение эффективных упругих свойств нанокompозита с анизотропной матрицей

Фильштинский Л. А., проф.; Шрамко Ю.В., ст. преп.;  
Бурнатная Г.Ф., асп.; Ворона Ю.В., студ.  
Сумский государственный университет, г. Сумы

Конструкционный композиционный материал – искусственно созданный неоднородный сплошной материал, состоящий из двух или более компонентов, которые можно разделить на матрицу и включенные в нее армирующие элементы. Армирующие элементы обычно обеспечивают необходимые механические характеристики материала, а матрица обеспечивает совместную работу армирующих элементов.

Для расчетов эффективных свойств нанокompозитных материалов применяются разнообразные методы: компьютерное моделирование с помощью потенциалов парного взаимодействия, экспериментальный, методы механики стержневых и оболочечных систем [1, 2] и др.

Пусть на подложке, которая представляет собой тонкую анизотропную пластинку или пленку, выращена регулярная (двоякопериодическая) система наностержней (нанотрубок), ориентированных вдоль оси  $x$ , непрерывно скрепленных с подложкой,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и основные периоды структуры. Стержни расположены вдоль отрезков, параллельных оси  $x$ , их центры образуют двоякопериодические системы точек. В области, занимаемой указанной структурой имеют место средние напряжения  $\langle \sigma_{i,j} \rangle (i, j = 1, 2)$ .

В рамках принимаемой модели контакта по линии передача нагрузки от подложки к стержню осуществляется с помощью касательного контактного усилия. Составляя уравнение равновесия элемента стержня в направлении оси  $x$ , выражаем нормальное усилие в нем через погонное контактное усилие.

Для определения эффективных упругих параметров такой структуры применялись методы структурной теории регулярных композитов. Сначала задача сводится к системе сингулярных интегральных уравнений. Потом, с учетом квазипериодичности перемещений, строится тензор эффективных упругих параметров структуры. Проблему осреднения упругих свойств структуры решаем следующим образом: так как перемещения в двоякопериодической структуре есть квазипе-

риодические функции координат, то они линейные функции "в большом". Поэтому сравниваем их при одинаковых средних напряжениях с соответствующими перемещениями макромодели, т.е. однородной среды с эффективными упругими параметрами [3]. Из сравнения определяется тензор эффективных упругих параметров. Эти параметры содержат линейный функционал, построенный на решениях интегральных уравнений задачи. Он содержит всю информацию о структуре фундаментальной ячейки материала.

Формулы для определения эффективных параметров структуры имеют вид:

$$\begin{aligned} \langle a_{11} \rangle &= a_{11} \left( 1 - \frac{\pi a_{11}}{\delta F_0} \gamma \right) & \langle a_{26} \rangle &= a_{26} \left( 1 - \frac{\pi a_{12} a_{16}}{a_{26} \delta F_0} \gamma \right) = a_{62} \\ \langle a_{12} \rangle &= a_{12} \left( 1 - \frac{\pi a_{11}}{\delta F_0} \gamma \right) = \langle a_{21} \rangle & \langle a_{66} \rangle &= a_{66} \left( 1 - \frac{\pi a_{16}^2}{a_{66} \delta F_0} \gamma \right), \\ \langle a_{16} \rangle &= a_{16} \left( 1 - \frac{\pi a_{11}}{\delta F_0} \gamma \right) = \langle a_{61} \rangle & F_0 &= H \omega_1 \\ \langle a_{22} \rangle &= a_{22} \left( 1 - \frac{\pi a_{12}^2}{a_{22} \delta F_0} \gamma \right) \end{aligned}$$

Здесь  $a_{i,j}$  – упругие податливости анизотропного материала [4],  $F_0$  – площадь ячейки.

1. D. Srivastava, Ch. Wei, K. Chao, *J. Appl. Mech. Rev.* **56**, 215 (2003).
2. S.J.V. Frankland, V.M. Harik, D.M. Bushnell, NASA/CR-2002-211743, *ICASE Report No.* **2002-23**, 13 (2002).
3. D.I. Bardzokas, M.A. Filshinsky, L.A. Filshinsky, *Mathemayical Methods in Electro-Magneto-Elasticity* (Berlin Heidelberg: Springer-Verlag: 2007).
4. С.Г. Лехницкий, *Теория упругости анизотропного тела* (Москва: Наука: 1977).