МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

# ІНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА, АВТОМАТИКА

# ІМА :: 2013

## МАТЕРІАЛИ
## та програма

НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ

(Суми, 22-27 квітня 2013 року)

Суми
Сумський державний університет
2013

# Реалізація чисельного алгоритму розв'язання граничної задачі з дробовими похідними за допомогою matlab-кластера

Скринник А., *студ.*; Кушнір Д., *асист.*
Сумський державний університет, м. Суми, Суми

Розглянемо таку граничну задачу [1]

$$(-\Delta)^{\beta/2}\,\mathrm{P}(x,t)+\frac{\partial^{\alpha}\mathrm{P}(x,t)}{\partial t^{\alpha}}=0,\ \mathrm{P}(\xi_0,t)=\mathrm{f}(\xi_0,t),$$

де $\mathrm{P}(x,t)$ – концентрація, $\partial^{\alpha}/\partial t^{\alpha}$ – дробова похідна Капуто, $(-\Delta)^{\beta/2}$ – дробова похідна Ріса, f – задана функція, $t>0$, $x=(x_1,x_2)\in D\subset R^2$, $\xi_0\in\Gamma$, $\Gamma$ – границя області $D$, $0<\alpha\le 2$, $1<\beta<2$.

Задача може бути розв'язана у декілька етапів: виключення часової змінної за допомогою перетворення Лапласа, визначення фундаментального розв'язку відповідного рівняння, зведення граничної задачі до інтегрального рівняння I роду

$$\int_{\Gamma}\mathrm{p}(\varsigma)\overline{\mathrm{G}}(r_{10},s)\mathrm{dg}=\overline{\mathrm{f}}(\xi_0,s),\ r_{10}=\sqrt{(\varsigma_1-\xi_{01})^2+(\varsigma_2-\xi_{02})^2}\,. \qquad (1)$$

При $1.5<\beta<2$ ядро інтегрального рівняння (1) є фредгольмовим. Це рівняння може бути розв’язане методом послідовних наближень за наступною рекурентною формулою

$$\mathrm{p}_n(\zeta,\zeta_0)=\mathrm{p}_{n-1}(\zeta_0)+\lambda\left[\overline{\mathrm{f}}(\zeta_0,s)-\int_0^{2\pi}\mathrm{K}(\zeta_0,\zeta)\mathrm{p}_{n-1}(\zeta)\,d\zeta\right],n=1,2,\ldots, \qquad (2)$$

де $\mathrm{p}_0(\zeta_0)\in L^2[0,2\pi]$, $0<\lambda<2\lambda_1$, $\lambda_1$ – найменше характеристичне число ядра $\mathrm{K}(\zeta_0,\zeta)$ інтегрального рівняння (1).

Щоб отримати розподіл функції $P$ для будь-якого моменту часу $t$, необхідно повторювати процедуру (2) при кожній реалізації алгоритму зворотного перетворення Лапласа. У зв’язку з цим було створено MATLAB-кластер, що дозволило виконати потрібні обчислення за "розумний" час.

1. F. Mainardi. *Integr. Transf. Spec. F.* **15** (6), 477 (2004).