

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА,  
АВТОМАТИКА

**ІМА :: 2013**

**МАТЕРІАЛИ  
та програма**

НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ

(Суми, 22-27 квітня 2013 року)

Суми  
Сумський державний університет  
2013

## Совместимость слабых обобщенных пределов

Михайлова И.А., доц.

Луганский национальный университет  
имени Тараса Шевченко, г. Луганск

Пусть  $Q(X)$  и  $C(X)$  соответственно банахово пространство слабокомпактных и слабосходящихся последовательностей  $x = \{x_n\}$ ,  $x \in X$  на банаховом пространстве  $X$  с нормой  $\|x\| = \sup_n \|x_n\|$ .

Линейный ограниченный оператор  $L : Q(X) \rightarrow X$  будем называть слабым обобщенным пределом, если он совпадает со слабым пределом для любой последовательности  $x \in C(C(X))$  и инвариантен относительно сдвига на  $Q(X)$  (то есть  $L(S(x)) = L(x)$ , где  $S(x) = \{x_n\}$ ,  $n \in N \setminus \{1\}$  и для всех  $x \in Q(X)$  ( $L(x) \in K(X)$ ), где  $K(X) = \bigcap_{m=1}^{\infty} \overline{CO} \bigcap_{n=1}^{\infty} \overline{CO} \{x_n \mid n \geq m\}$ ).

Будем говорить, что  $L$  и регулярная матрица  $A = ((a_{nk}))$  совместны, если

$$\forall x \in Q(X) \quad (A(x) \in C(X)) \Rightarrow L(x) = \lim A(x),$$

где последний предел – слабый.

ЛЕММА. Для любой положительной регулярной, абсолютно транслятивной матрицы  $A$  существует совместный с ней слабый обобщенный предел  $L : Q(X) \rightarrow X$ .

Если слабый предел  $\lim A(S^p(x))$  существует равномерно относительно  $p \in N$ , то будем говорить, что последовательность  $x \in Q(X)$  равномерно суммируется регулярной абсолютно транслятивной матрицей  $A$ .

ТЕОРЕМА. Для того, чтобы на последовательности  $x \in Q(X)$  все слабые обобщенные пределы  $L$  совпадали, необходимо и достаточно, чтобы  $x$  равномерно суммировалась регулярной положительной абсолютно транслятивной матрицей  $A$ . При этом  $L(X) = \lim A(x)$ .

1. Р. Кук, *Бесконечные матрицы и пространства последовательностей* (Москва: Физматгиз: 1960).
2. Н. Дандфорд, Дж. Шварц, *Линейные операторы. Общая теория* (Москва: Изд-во иностр. лит.: 1962).