МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА, АВТОМАТИКА

IMA:: 2013

МАТЕРІАЛИ та програма

НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ

(Суми, 22-27 квітня 2013 року)

Суми Сумський державний університет 2013

Оценивание параметров линейных динамических систем дробного порядка с помехой в выходном сигнале

Иванов Д.В., доц.

Самарский государственный университет путей сообщения, г. Самара, Россия

Рассмотрим линейную динамическую систему дробного порядка, описываемую стохастическими уравнениями с дискретным временем:

$$z_{i} = \sum_{m=1}^{r} b_{0}^{(m)} \Delta^{\alpha_{m}} z_{i-1} + \sum_{m=1}^{r_{1}} a_{0}^{(m)} \Delta^{\beta_{m}} x_{i}, \quad y_{i} = z_{i} + \xi_{i},$$

$$\Delta^{\alpha_{m}} z_{i} = \sum_{j=0}^{i} (-1)^{j-1} {\alpha_{m} \choose j} z_{i-j}, \quad {\alpha_{m} \choose j} = \frac{\Gamma(\alpha_{m}+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha_{m}-j+1)}, \quad \Gamma(\alpha) = \int_{0}^{\infty} e^{-t} t^{\alpha-1} dt.$$

Требуется определять оценки коэффициентов $b_0^{(m)}$ и $a_0^{(m)}$ по наблюдаемым последовательностям y_i, x_i при известных порядках r, r_1 . Доказано, что при неограничительных условиях на входной сигнал и помеху сильно состоятельные оценки коэффициентов динамической системы могут быть получены из критерия:

$$\min_{\theta} \sum_{i=1}^{N} \left(y_{i} - \varphi_{i}^{T} \theta \right)^{2} (1 + b^{T} H b)^{-1}, \tag{1}$$
где $\varphi_{i} = \left(\varphi_{y}(i) \mid \varphi_{x}(i) \right)^{T}, \ \varphi_{z}(i) = \left(\sum_{j=0}^{i} (-1)^{j} \binom{\alpha_{1}}{j} z_{i-j-1}, \dots, \sum_{j=0}^{i} (-1)^{j} \binom{\alpha_{r}}{j} z_{i-j-1} \right)^{T},$

$$\varphi_{x}(i) = \left(\sum_{j=0}^{i} (-1)^{j} \binom{\beta_{1}}{j} x_{i-j}, \dots, \sum_{j=0}^{i} (-1)^{j} \binom{\beta_{r_{1}}}{j} x_{i-j} \right)^{T},$$

$$\theta = \left(b^{T} \mid a^{T} \right)^{T}, \ b = \left(b^{(1)}, \dots, b^{(r)} \right)^{T}, \ a = \left(a^{(1)}, \dots, a^{(r_{1})} \right)^{T}, \qquad H = \begin{pmatrix} h^{(11)} & \dots & h^{(1r)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h^{(r1)} & \dots & h^{(rr)} \end{pmatrix},$$

$$h^{(mk)} = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \binom{\alpha_{m}}{j} \binom{\alpha_{k}}{j} \frac{N-j}{N}.$$

Критерий (1) был реализован в Matlab, результаты моделирования подтвердили высокую точность получаемых оценок, по сравнению с известными алгоритмами оценивания параметров.