

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА,  
АВТОМАТИКА

**ІМА :: 2013**

**МАТЕРІАЛИ  
та програма**

НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ

(Суми, 22-27 квітня 2013 року)

Суми  
Сумський державний університет  
2013

## Моменти виникнення імпульсів при регулюванні температури кільця

Прохоренко М.В., *ст. викл.*

Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів

У роботі розглянуто регулювання тепла в однорідному кільці, на бічній поверхні якого відбувається конвекційний теплообмін з середовищем зі сталою температурою, а імпульсне надходження тепла відбувається в моменти, коли загальна кількість тепла кільця досягає заданого критичного значення.

Задамо рівняння теплопровідності

$$u_t = a^2 u_{xx} - h(u - u_*), (x, t) \in (-\pi, \pi) \times [0, +\infty), \quad (1)$$

з початковою та крайовими умовами

$$u(x, 0) = u_0, x \in [-\pi, \pi]; \quad u(-\pi; t) = u(\pi, t), u_x(-\pi; t) = u_x(\pi, t), t \in [0, +\infty) \quad (2)$$

і імпульсним законом

$$\left[ u(x, t+0) - u(x, t-0) \right] \Big|_{I_u(t-0)=I_0} = \alpha, \quad I_u(t) = \int_{-\pi}^{\pi} u(x, t) dx, \quad (3)$$

де  $(x, t) \in (-\pi, \pi) \times [0, +\infty)$ ,  $a, u_*, u_0, h, I_0, \alpha$  – сталі ( $a > 0$ ).

Через  $t_k$  ( $k \in \mathbb{N}$ ) позначимо моменти імпульсної дії задачі (1)-(3), тобто моменти, коли  $I_u(t_k) = I_0$ .

**Теорема 1.** Нехай  $u_* > u_0$ ,  $h > 0$ ,  $\alpha > 0$  та  $I_0 > 2\pi u_0$ . Тоді  $t_k \rightarrow +\infty$  при  $k \rightarrow +\infty$ .

**Теорема 2.** Нехай виконуються умови теореми 1. Тоді моменти імпульсної дії задачі (1)-(3) обчислюються за формулою:

$$t_k = -\frac{1}{h} \ln \left| \frac{(I_0 - 2\pi u_*)^k}{2\pi(u_0 - u_*)(I_0 + 2\pi(\alpha - u_*))^{k-1}} \right|, \quad k = 1, 2, \dots$$

1. В.М. Кирилич, А.Д. Мышкис, М.В. Прохоренко, *Укр. матем. журн.* **61**, 1148 (2009).