

А.И. ОЛЕМСКОЙ, А.В. ХОМЕНКО

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ САМООРГАНИЗУЮЩИХСЯ СИСТЕМ, РЕАЛИЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Исследуются решения уравнений эволюции наиболее популярных самоорганизующихся систем, наблюдающихся при деформации твердого тела.

Описаны фазовые портреты для следующих случаев:

1. Автоколебательная система “Хищник-жертва”, реализуемая в процессе эволюции пар типа дислокация-дисклинация;
2. Автокаталитическая система, образуемая дефектами типа дислокация-вакансия в локализованной зоне пластического сдвига;
3. Самоорганизующаяся система, описываемая полем упругих напряжений и деформации для твердого тела с волнами пластической деформации.

### 1 Автоколебательная система “Хищник - жертва”

В последние годы при исследовании процесса пластической деформации приобрела популярность синергетическая концепция [1]. Ее основная идея состоит в том, что гидродинамические степени свободы, ответственные за течение процесса (деформация, напряжения, плотности дефектов), ведут себя не автономным образом, а самосогласованно. На феноменологическом уровне такое поведение отражается дифференциальными уравнениями, содержащими нелинейные слагаемые. Как известно, аналитическое решение таких уравнений в общем случае не представляется возможным и поэтому прибегают к их качественному анализу с помощью фазовых портретов [2]. Особенность используемого подхода состоит в том, что мы, не удовлетворяясь описанием качественных особенностей этих портретов, исследуем точный их вид при различных значениях параметров задачи. Очевидно, такая информация может представить интерес при интерпретации конкретных экспериментальных данных. Численное интегрирование систем дифференциальных уравнений проводилось методами Рунге-Кутты 4-го порядка точности и Рунге-Кутты-Фельберга 5-го порядка точности. Результаты расчетов по обеим программам полностью совпали.

Экспериментальные результаты последних лет показывают возможность периодического изменения дефектной структуры ряда металлов и сплавов [3]. Такие изменения дефектной структуры с увеличением степени деформации проявляются в колебательном характере изменений равноосности и размеров структурных элементов и согласуются с немонотонностями на кривых упрочнения. Они связываются с появлением коллективных мод в ансамбле сильно взаимодействующих дислокаций, приводящим к проявлению ротационных процессов. Появление немонотонностей в характеристиках прочности и пластичности обусловлено рядом ротационных неустойчивостей, периодически протекающих при критических значениях степени деформации. Кроме того, пересечение двух систем ротационных полос влечет уменьшение неравноосности фрагментов.

В последние годы предложена модель периодической перестройки дефектной структуры, в основе которой лежит идея о совместной эволюции хаотически распределенных дислокаций и структуры, состоящей из оборванных дислокационных стенок [3]. При этом пластическая деформация осуществляется двумя способами: некоррелированным перемещением отдельных хаотических дислокаций или перемещением диполя частичных дисклинаций. Указанные процессы периодически доминируют в релаксации внешних напряжений и приводят к колебаниям упругой деформации.

Существуют два сценария перехода к ротационным структурам в процессе пластической деформации. Согласно первому такой переход реализуется сразу во всем объеме кристалла, согласуясь с постепенным уменьшением ячеек и увеличением разориентировок между ними до величин, при

которых дальнейшее увеличение разориентировок малоугловых границ за счет дислокаций невозможно. Другие экспериментальные данные говорят о том, что этот переход сначала происходит в локальных областях кристалла и по мере увеличения степени деформации постепенно охватывает весь объем. Происходящая при этом смена типов дефектных структур может осуществляться путем зародышеобразования и, следовательно, близка по своему механизму к фазовому переходу первого рода.

В работе Н.И. Главацкой исследовались структурные превращения при пластической деформации монокристаллов никеля. Было показано, что наблюдаемый немонотонный характер зависимости микротвердости от степени деформации обуславливается периодической сменой типов дефектных структур. Согласно проведенному исследованию такие структурные преобразования осуществляются двумя принципиально различными способами – эволюционным и инволюционным. Первый из них характеризуется постепенным изменением структурных элементов одного и того же типа – увеличением угла разориентировки структурных элементов, возрастанием плотности дислокаций внутри структурных элементов и в границах. Перестройки морфологически различных типов дефектных структур происходят инволюционным способом. Для него характерно следующее поведение: границы предшествующего типа структуры рассыпаются, а образовавшиеся в результате этого хаотизованные дислокации частично аннигилируют и формируются границы нового типа структуры. В работе Н.И. Главацкой предложена также теоретическая модель, описывающая наблюдаемые периодические структурные превращения. Она основана на идее о совместной эволюции хаотических дислокаций, распадающихся границ старой и возникающих границ новой дефектных структур.

Исследуемая система уравнений представляет обобщение схемы Лотки-Вольтерра, описывающей экологическую систему “Хищник-жертва” [4]. Конкретными представителями таких пар могут служить дислокация-вакансия, дисклинация-дислокация, межфазная граница-дислокация, граница зерна-вакансия и т.д. Их уравнения эволюции имеют вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{n}{t_0} \left( 1 - \frac{n}{n_0} - \frac{\rho}{\rho_0} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\rho}{t^0} \left( 1 - \frac{n}{n^0} \right), \quad (2)$$

где  $n, \rho$  – концентрации жертв и хищников соответственно;  $t_0, t^0$  – их характерные времена изменения;  $n_0$  – константа аннигиляции жертв;  $\rho_0, n^0$  – постоянные, учитывающие интенсивность поглощения жертв хищниками (все указанные постоянные положительны). Первое слагаемое в правой части (1) описывает увеличение концентрации дефектов-жертв под воздействием внешней нагрузки, второе – их аннигиляцию, третье – поглощение дефектами-хищниками. Первый член в правой части (2) представляет автономную регрессию хищников, второй – их рост за счет поглощения жертв.

Введем безразмерные плотности дефектов  $x = \rho/\rho_0, y = n/n_0$  и время  $z = t/t_0$ , а также параметры  $\alpha = t^0/t_0$  и  $\beta = n_0/n^0 > 1$ . Тогда система уравнений (1), (2) принимает вид

$$\frac{\partial y}{\partial z} = y(1 - x - y), \quad (3)$$

$$\frac{\partial x}{\partial z} = -\frac{x}{\alpha}(1 - \beta y). \quad (4)$$

Поскольку аналитически получить точные зависимости  $y(z), x(z)$  из системы нелинейных дифференциальных уравнений (3), (4) не представляется возможным, проведем ее качественное исследование методом фазовой плоскости [2]. Такой анализ дает возможность определить характер зависимостей  $y(x)$  (фазовых траекторий), совокупность которых с различными начальными координатами определяет фазовый портрет системы. Точный его вид найдем путем численного интегрирования системы уравнений (3), (4).

Разделив почленно уравнение (3) на (4), получаем дифференциальное уравнение первой степени

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\alpha y(1 - x - y)}{x(1 - \beta y)}. \quad (5)$$

Используя (5), найдем особые точки фазовой плоскости, т.е. точки в которых направление касательной к фазовой траектории  $y = y(x)$  не определено. Для этого запишем систему уравнений  $dy/dx = 0, dy/dx = \infty$ :

$$-\alpha y(1 - x - y) = 0, \quad (6)$$

$$x(1 - \beta y) = 0. \quad (7)$$

Как показывает ее решение, фазовый портрет характеризуется наличием трех особых точек  $O(0, 0)$ ,  $S(0, n_0)$  и  $F(\rho_0(1 - n^0/n_0), n^0)$  с координатами  $\rho = 0, n = 0$ ;  $\rho = 0, n = n_0$  и  $\rho = \rho_0(1 - n^0/n_0), n = n^0$  соответственно. В безразмерных величинах они принимают вид  $x = 0, y = 0$ ;  $x = 0, y = 1$  и  $x = 1 - \beta^{-1}, y = \beta^{-1}$ . Отметим, что точки, в которых фазовые траектории имеют вертикальную касательную, удовлетворяют уравнению (7), а горизонтальную – (6).

Определим теперь характер устойчивости особой точки  $O(0, 0)$ . Для этого, полагая в уравнениях (3), (4)  $x = ae^{\lambda_0 t}, y = be^{\lambda_0 t}$ , где амплитуды  $a, b \ll 1$ , производим линеаризацию их правых частей. Это означает, что мы опускаем все нелинейные слагаемые по малым смещениям  $ae^{\lambda_0 t}, be^{\lambda_0 t}$  из особой точки  $O(0, 0)$ . В результате получаем однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно  $a, b$ :

$$(\lambda_0 - 1)b = 0; \quad (8)$$

$$(\alpha\lambda_0 + 1)a = 0. \quad (9)$$

Условие их разрешимости приводит к квадратному уравнению для показателей Ляпунова  $\lambda_0$ :

$$\alpha\lambda_0^2 + (1 - \alpha)\lambda_0 - 1 = 0, \quad (10)$$

решения которого имеют вид

$$\lambda_0 = \frac{1}{2\alpha} \left[ \alpha - 1 \pm \sqrt{(\alpha - 1)^2 + 4\alpha} \right]. \quad (11)$$

Анализ выражения (11) показывает, что значения  $\lambda_0$  вещественны и имеют разные знаки, точка  $O$  является седлом (рис. 1). Так называется особая точка, через которую проходят только две интегральные кривые, являющиеся асимптотами (все остальные кривые, имеющие вид гипербол, через нее не проходят).

Рассмотрим особую точку  $S(0, 1)$ . При малом отклонении от нее решение системы (3), (4) имеет вид

$$x = ae^{\lambda_S t}, \quad y = 1 + be^{\lambda_S t}, \quad (12)$$

где  $a, b \ll 1$ . Подставляя (12) в (3), (4), в линейном приближении по  $a, b$  получаем систему из двух однородных уравнений

$$a + (1 + \lambda_S)b = 0, \quad (13)$$

$$[\lambda_S + \alpha^{-1}(1 - \beta)]a = 0. \quad (14)$$

Условие существования нетривиального решения этой системы ( $a \neq 0, b \neq 0$ ) приводит к выражениям для показателей Ляпунова:

$$\lambda_{S1} = -1, \quad \lambda_{S2} = \alpha^{-1}(\beta - 1). \quad (15)$$

Отсюда видно, что показатели Ляпунова (15) вещественны и имеют разные знаки, следовательно, точка  $S$  представляет седло (рис. 1).

Рассмотрим особую точку  $F(1 - \beta^{-1}, \beta^{-1})$ . При малом отклонении от нее решение системы (3), (4) имеет вид

$$x = (1 - \beta^{-1})(1 + ae^{\lambda_F t}), \quad y = \beta^{-1}(1 + be^{\lambda_F t}), \quad (16)$$

где  $a, b \ll 1$ . Подставляя (16) в (3), (4), в линейном приближении по  $a, b$  получаем систему из двух однородных уравнений

$$(1 - \beta^{-1})a + (1 + \beta\lambda_F)\beta^{-1}b = 0, \quad (17)$$

$$\lambda_F(1 - \beta^{-1})a + \alpha^{-1}(1 - \beta)\beta^{-1}b = 0. \quad (18)$$

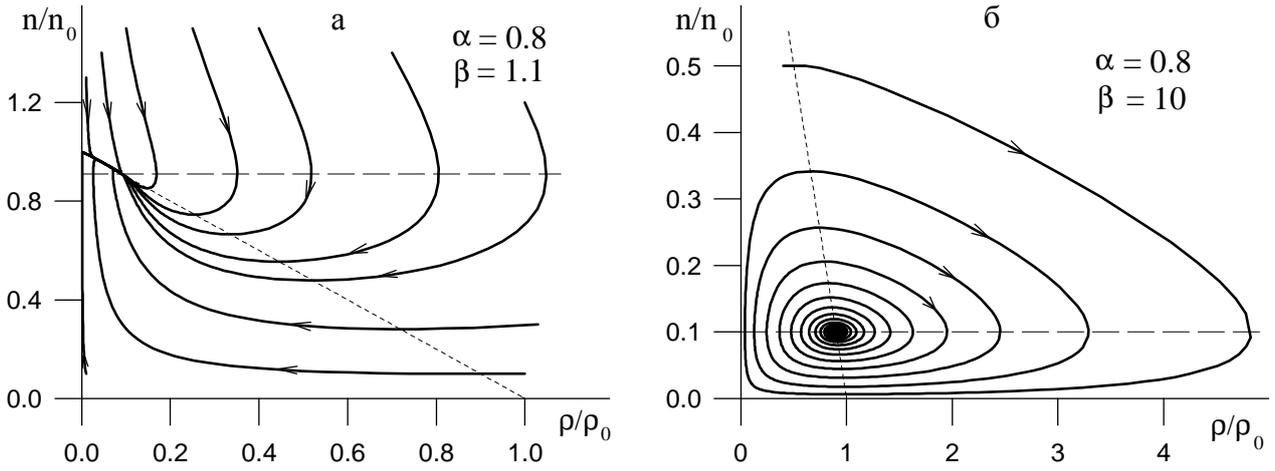


Рис. 1. Фазовые портреты системы “Хищник-жертва”: а - режим регрессии; б - режим колебания.

Таким образом, точке  $F$  соответствуют показатели Ляпунова

$$\lambda_F = -\frac{1}{2\beta} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\beta(\beta - 1)}{\alpha}} \right]. \quad (19)$$

Согласно (19) при значениях параметра  $\beta$ , ограниченных сверху величиной

$$\beta_c = \frac{\alpha/2}{\sqrt{1 + \alpha} - 1}, \quad (20)$$

$\lambda_F$  вещественны и отрицательны, а с его ростом до значений  $\beta > \beta_c$  они становятся комплексными с отрицательной действительной частью. Следовательно, в этих пределах точка  $F$  представляет устойчивый узел и фокус соответственно. Фазовые портреты, отвечающие этим пределам, показаны на рис. 1а и 1б. Узел – особая точка, через которую проходят интегральные кривые, подобно тому, как семейство парабол  $y = cx^m$  ( $m > 0$ ) проходит через начало координат, а фокус – асимптотическая точка всех интегральных кривых, имеющих вид спиралей, вложенных друг в друга.

С физической точки зрения наибольший интерес представляет колебательный режим, в котором характерное время затухания составляет

$$\tau = 2\beta t_0, \quad (21)$$

а период определяется соотношением

$$T = 2\pi t_0 \left( \frac{1 - \beta^{-1}}{\alpha} - \frac{\beta^{-2}}{4} \right)^{-1/2}, \quad \beta = n_0/n^0. \quad (22)$$

Отсюда видно, что системы, в которых предпочтителен колебательный режим, реализуются, если интенсивность процессов аннигиляции жертвы мала по сравнению с интенсивностью процесса ее поглощения хищником. С другой стороны, характерное время  $t^0$  автономной эволюции хищника должно быть малым в сравнении с соответствующим временем  $t_0$  для жертвы.

## 2 Автокаталитическая система дефектов в локализованной зоне пластического сдвига

В работе Коротаева А.Д., Тюменцева А.Н., Гончикова В.Ч., Олемского А.И. [5] исследовалась пластическая деформация образца, изначально содержащего невысокие концентрации носителей пластической деформации и обладающего высокодисперсной двухфазной структурой. Было показано,

что при достаточно больших внешних напряжениях самопроизвольно возникают локализованные области, дающие основной вклад в процесс пластического течения. Анализ экспериментальных данных [5] однозначно указывает, что в этих областях произошло автокаталитическое размножение носителей пластической деформации, роль которых играют вакансии и дислокации, тормозящиеся на выделениях фазы. Физической причиной самоорганизации является то обстоятельство, что стопор дислокаций приводит, с одной стороны, к рождению вакансий за счет их переползания, а с другой — приток вакансий к дислокациям увеличивает скорость сдвиговой деформации. При выходе на автокаталитический режим это приводит к ротационно-сдвиговой неустойчивости пластического течения.

В рамках феноменологического подхода уравнения эволюции дислокаций плотностью  $\rho$  и вакансий концентрацией  $n$  имеют вид [5]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\rho}{t_d} \left( 1 + \frac{n}{n_0} - \frac{\rho}{\rho_a} \right), \quad (23)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{t_v} \left[ \frac{\rho}{\rho_0} - n \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_v} \right) \right], \quad (24)$$

где  $t_v$  и  $t_d$  — характерные времена автономного изменения плотностей дефектов;  $\rho_a$  — параметр аннигиляции дислокаций;  $\rho_0$  — параметр, определяющий скорость зарождения вакансий на дислокациях;  $n_0$  и  $\rho_v$  — характерные плотности дефектов, определяющие интенсивность их взаимного влияния.

Введем безразмерные плотности дефектов  $x=n/n_0, y=\rho/\rho_v$ , время  $z = t/t_v$  и параметры  $\alpha = t_v/t_d, \beta = \rho_v/\rho_a, \gamma = \rho_v/\rho_0 n_0$ . Первый из этих параметров задает соотношение характерных времен, второй и третий определяют соотношение интенсивностей процессов размножения, аннигиляции и взаимного влияния дислокаций и вакансий. В безразмерных величинах система (23), (24) имеет вид

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \alpha y(1 + x - \beta y), \quad (25)$$

$$\frac{\partial x}{\partial z} = -x(1 - y) + \gamma y. \quad (26)$$

Проведем качественное исследование системы (25), (26) при различных соотношениях параметров  $\alpha, \beta, \gamma$ . Величина первого играет несущественную роль. В зависимости от значений  $\beta$  и  $\gamma$  могут реализоваться два типа фазовых портретов, которые приведены на рис. 2а и 2б. Первый из них соответствует области

$$\beta > 1, \quad \gamma < (\sqrt{\beta} - 1)^2, \quad (27)$$

другой характеризует систему при нарушении любого из неравенств (27). Тип поведения ансамбля дефектов в зависимости от характерных параметров определяется бифуркационной диаграммой (рис. 3).

На фазовом портрете, показанном на рис. 2а, реализуются три особые точки  $O(0, 0)$ ,  $C(x_c, y_c)$  и  $S(x_s, y_s)$ , где координаты  $x_{c,s}, y_{c,s}$  определяются равенствами:

$$x_{c,s} = \frac{n_{c,s}}{n_0} = \frac{\beta - \gamma - 1}{2} \left( 1 \mp \sqrt{1 - \frac{4\gamma}{(\beta - \gamma - 1)^2}} \right), \quad (28)$$

$$y_{c,s} = \frac{\rho_{c,s}}{\rho_v} = \left( \frac{\beta - \gamma + 1}{2\beta} \mp \frac{\beta - \gamma - 1}{2\beta} \sqrt{1 - \frac{4\gamma}{(\beta - \gamma - 1)^2}} \right); \quad (29)$$

$$\beta = \rho_v/\rho_a, \quad \gamma = \rho_v/\rho_0 n_0. \quad (30)$$

Здесь верхний знак соответствует точке  $C$ , нижний —  $S$ . Точка  $O(0, 0)$  всегда является седловой. Показатели Ляпунова точек  $C(x_c, y_c)$ ,  $S(x_s, y_s)$  выражаются через их координаты (28), (29) равенством

$$\lambda_{c,s} = -\frac{y_{c,s}(\alpha\beta - 1) + 1}{2} \pm \sqrt{\frac{[y_{c,s}(\alpha\beta + 1) - 1]^2}{4} + \alpha x_{c,s}}. \quad (31)$$

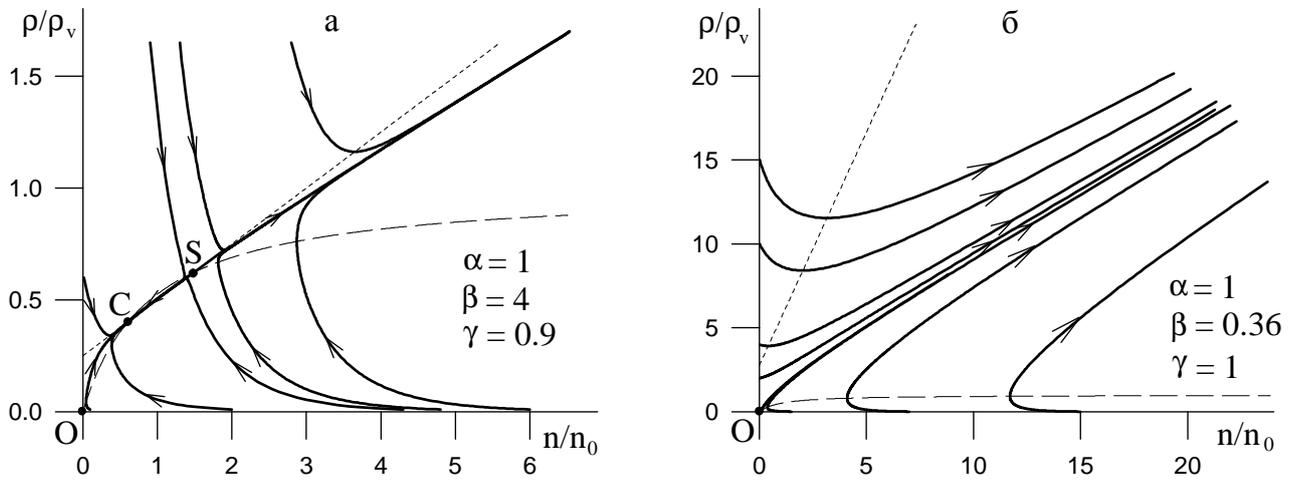


Рис. 2. Фазовые портреты при автокаталитическом размножении дефектов: а - малые нагрузки; б - большие.

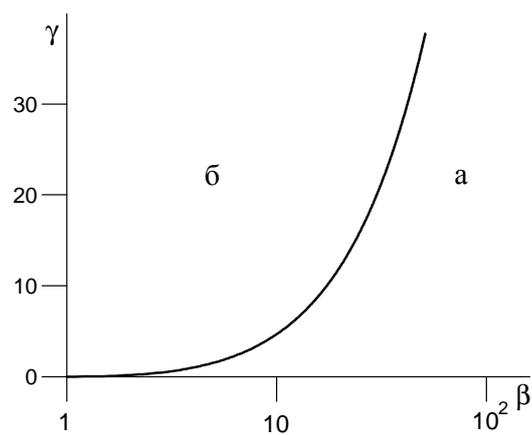


Рис. 3. Бифуркационная диаграмма, определяющая режимы автокаталитического размножения дефектов (область б) и смешанного поведения (а).

Анализ выражения (31) показывает, что точка  $C$  представляет притягивающий центр, а  $S$  – седло.

Фазовый портрет на рис. 2а, отвечающий условиям (27), имеет две области, в которых поведение системы различается принципиальным образом. В первой – начальные концентрации дефектов малы, и фазовые траектории сходятся к центру  $C$ . Это говорит о том, что со временем система приходит в стационарное состояние с плотностями дефектов  $n_c$  и  $\rho_c$ . Если стартовать из области, лежащей ниже центра, то преобладает деформация диффузионного типа, в обратном случае основную роль играют дислокационные механизмы. Во второй области, отвечающей большим плотностям дефектов, наблюдается неограниченное, автокаталитическое возрастание плотностей подвижных дефектов. Фазовые траектории сходятся к сепаратрисе и устремляются к большим значениям  $y = \rho/\rho_v$  и  $x = n/n_0$ . Если они идут сверху, то выход на автокаталитический режим происходит в основном за счет дислокаций, в противном случае – за счет вакансий.

При нарушении условий (27) координаты седла  $S$  и центра  $C$  становятся либо отрицательными, либо комплексными, и в области  $y = \rho/\rho_v \geq 0, x = n/n_0 \geq 0$  физических значений переменных  $x, y$  фазовый портрет приобретает вид, представленный на рис. 2б. Его отличительная черта состоит в том, что независимо от начального содержания дефектов происходит их автокаталитическое размножение. Микроскопический анализ коэффициентов [5], входящих в систему (23), (24), показывает, что нарушение условий (27) происходит при больших нагрузках. Именно благодаря этому в эксперименте обеспечивается выход на автокаталитический режим, отвечающий рис. 2б.

### 3 Волны пластической деформации

В предыдущих разделах было показано, что в процессе пластической деформации в ансамбле дефектов может реализоваться либо циклическое изменение плотностей дефектов (разд. 1), либо автокаталитическое их размножение, приводящее к образованию гидродинамической моды пластического течения (разд. 2). В описанных системах самосогласованное поведение дефектов наблюдалось в условиях монотонно возрастающего или постоянного нагружения, а поле деформации выступало в качестве медленно меняющегося параметра порядка. Рассмотрим теперь более сложный случай, когда колебательный характер имеет изменение самого поля пластической деформации.

Экспериментальное исследование [6] такого случая проводили Фролов К.В., Панин В.Е., Зубев Л.Б., Махутов Н.А., Данилов В.И., Мних Н.М. на образцах крупнозернистого (размер зерна  $S \approx 10$  мм) кремнистого железа состава Fe+3% Si и малоуглеродистой стали 10Г2Ф ( $S \approx 80$  мкм) толщиной (0,3–1,5) мм с рабочей частью  $10 \times 50$  мм<sup>2</sup>. Они подвергались растяжению на жесткой испытательной машине Instron-1185 с постоянной скоростью  $\dot{\epsilon}_{ext} = 3 \cdot 10^{-5}$  с<sup>-1</sup> при комнатной температуре. Кривая деформации сплава Fe+3% Si имеет вид, представленный на рис. 4. На ней цифрами I–V указаны отвечающие пластическому течению материала участки, на которых регистрировалось 5–8 спеклограмм. Прирост деформации между фиксациями ближайших спеклограмм составлял 0,2%. Расшифровка спеклограмм позволила найти вектор смещений точек по всей рабочей поверхности образца с шагом 1 мм. По полю смещений стандартным методом [7] определялись компоненты сдвиговой деформации  $\epsilon_{xy}$  и поворота  $w_z$  (ось  $x$  совпадает с направлением приложения нагрузки к образцу,  $y$  находится в его плоскости). В результате были построены пространственные зависимости  $\epsilon_{xy}(x), w_z(x)$  и зависимости  $\epsilon_{xy}, w_z$  от интегральной деформации  $\epsilon$ , которые могут быть интерпретированы как временные, поскольку  $\epsilon = \dot{\epsilon}_{ext} \cdot t$ , где  $t$  – время нагружения (рис. 5–7).

Видно, что для образца Fe+3% Si они имеют волновой характер, при этом сдвиги и повороты меняются вдоль осей координат синфазно. С помощью зависимостей  $\epsilon_{xy}(x), w_z(x)$  и  $\epsilon_{xy}(\epsilon), w_z(\epsilon)$  были оценены длина пластической волны  $\lambda$ , период  $T$  и скорость ее распространения  $v = \lambda/T$ . Они оказались приблизительно равными  $5 \pm 2$  мм,  $3 \cdot 10^2$  с,  $1,5 \cdot 10^{-3}$  см/с. Было установлено, что длина волны  $\lambda$  зависит только от структурных и геометрических параметров образца. Так, при активном растяжении Al и аморфного сплава Fe<sub>40</sub>Ni<sub>40</sub>B<sub>20</sub> величина  $\lambda$  характеризуется логарифмической зависимостью от размера зерна и линейной – от поперечника образца. В то же время скорость распространения волны  $v$  не зависит от размеров образца и зерна, но представляет возрастающую функцию скорости нагружения  $\dot{\epsilon}_{ext}$ . Величина  $v$  примерно на порядок превышает скорость перемещения подвижного захвата машины, составляющую  $1,6 \cdot 10^{-4}$  см/с.

Для малоуглеродистой стали обнаружен ряд отличий в характере изменения поля дисторсий. В таких материалах отвечающая площадке текучести деформация сопровождается распростране-

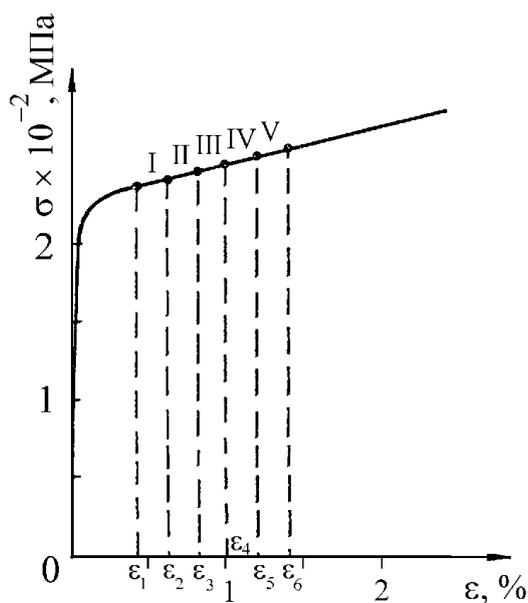


Рис. 4. Кривая деформации кремнистого железа [6].

нием одной или нескольких полос Людерса. В эксперименте, в частности, происходило движение двух полос Людерса во встречном направлении. Основным носителем деформации является фронт полосы, перед ним материал деформирован незначительно. Как показал анализ соответствующего площадке текучести поля деформации (рис. 7а), существуют значительные распределенные волновым образом сдвиги, как за фронтом полосы Людерса, так и перед ним. Величины последних примерно одинаковы, но ярко выраженная цикличность сдвигов, как при деформации Fe+3% Si отсутствует. На зависимости  $w_z(x)$  максимумы разного знака совпадают с положениями фронтов полос Людерса. Как видно из рис. 7б, при встрече полос (окончание площадки текучести и переход к стадии упрочнения) экстремумы поворотов аннигилируют. В дальнейшем зависимости  $\epsilon_{xy}(x)$ ,  $w_z(x)$  принимают вид, подобный наблюдаемому для системы Fe+3% Si (рис. 7в). Для этой стадии деформирования скорость распространения волны  $v=2,3 \cdot 10^{-3}$  см/с. Указанное значение  $v$  соизмеримо со скоростью фронта полосы Людерса, определенной путем кино съемки процесса при освещении скользящим пучком света, и по прежнему на порядок больше скорости подвижного захвата нагружающего устройства. Таким образом, квазистатическая деформация сталей также носит волновой характер. Наблюдаемые волны не являются упругими и их нельзя отождествлять с волнами пластичности Кольского, реализуемыми при ударном нагружении. Это следует из того факта, что волновые процессы последних двух типов характеризуются скоростями распространения  $c = \sqrt{\mu/\rho} \sim 5 \cdot 10^5$  см/с и  $\sqrt{\theta/\rho} \sim 10^4$  см/с соответственно (здесь  $\mu$  — модуль сдвига материала,  $\rho$  — его плотность,  $\theta$  — коэффициент упрочнения), которые намного больше скорости обнаруженных в работе Фролова К.В., Панина В.Е., Зуева Л.Б., Махутова Н.А., Данилова В.И., Мних Н.М. волн пластической деформации. Приведенные экспериментальные данные показывают, что, по всей видимости, пластические волны образуются в результате самоорганизации элементарных актов пластического течения.

Согласно одному из подходов к объяснению деформационного упрочнения при пластическом течении структурные изменения и перестройки в системе дефектов обусловлены релаксацией напряжений в деформируемом твердом теле. При этом характерная неоднородность поля напряжений и связанная с ней неоднородность пластической деформации говорят о том, что образец является неравновесной системой, в которой происходит диссипация упругой энергии. Последнее явление связано с релаксационными процессами, осуществляемыми на различных структурных уровнях — рождением и движением точечных дефектов, дислокаций, дисклинаций и т.д. Релаксация напряжений может охватывать весь нагруженный объект. Включение каждого уровня релаксации происходит после достижения на нем порогового напряжения рождения или начала перемещения носителей пластической деформации. Завершение активности уровня и переход к другому связаны с падением

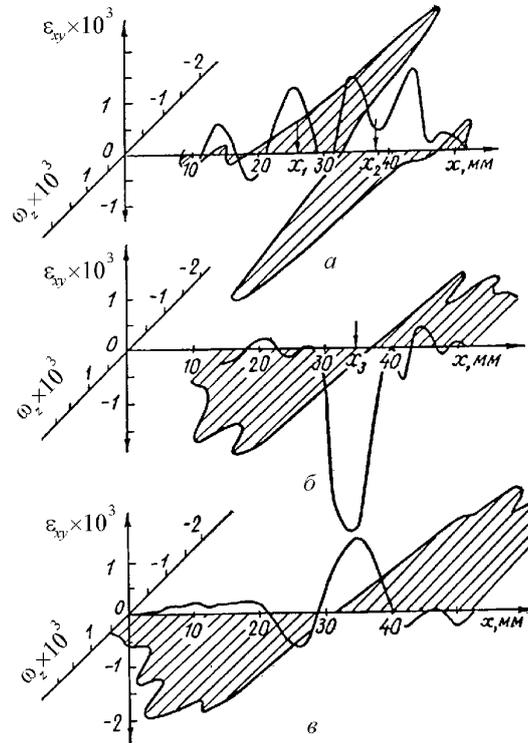


Рис. 5. Распределение локальных сдвигов ( $\epsilon_{xy}$ ) и локальных поворотов ( $w_z$ ) вдоль оси  $x$  образца Fe+3% Si для различных участков кривой нагружения (см. рис. 4) с приростами общей деформации, %: 0,88–1,08 (а); 1,08–1,28 (б); 1,28–1,48 (в) [6].

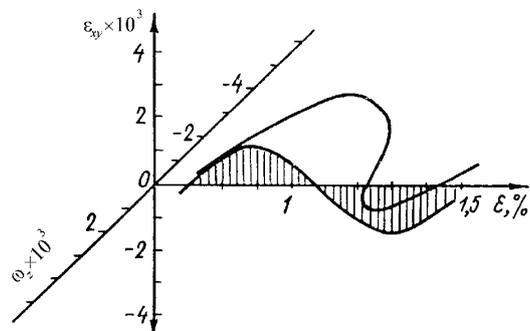


Рис. 6. Зависимость локальных сдвигов ( $\epsilon_{xy}$ ) и локальных поворотов ( $w_z$ ) в точке  $x_i = 35$  мм (см. рис. 5) от общей деформации ( $\epsilon$ ) [6].

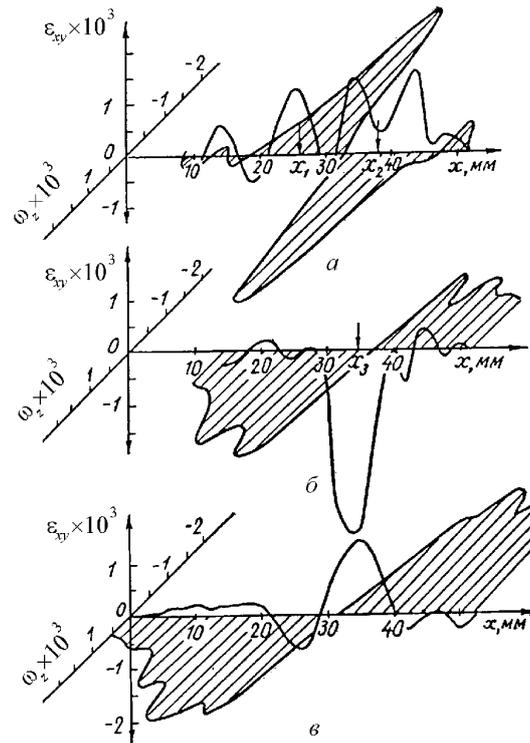


Рис. 7. Изменение пространственной части волны деформации при распространении полос Людерса в малоуглеродистой стали ( $x_1$  и  $x_2$  — положение фронтов полос во время регистрации спеклограммы,  $x_3$  — координата встречи фронтов полос Людерса [6]).

напряжения ниже величины, необходимой для их движения.

Таким образом, синергетический подход предполагает, что пластическая деформация осуществляется как процесс релаксации напряжений. Поскольку каждому структурному уровню релаксации соответствует множество концентраторов напряжений, срабатывающих неодновременно, диаграммы нагружения не имеют выраженных скачкообразных особенностей. Однако случаи, когда деформационная кривая имеет пилообразный вид, можно наблюдать в специфических условиях [8].

Пороговое напряжение при постепенном включении уровней релаксации увеличивается. Возникновение и взаимодействие полей дефектов приводит к возрастанию напряжения, при котором истощается действие концентраторов. На макроуровне это воспринимается как упрочнение материала. Под действием внешней нагрузки могут образовываться концентраторы напряжений нового типа. Помимо этого коллективные эффекты в ансамбле дефектов, очевидно, способствуют самооглавному поведению уже существующих концентраторов, поскольку на макроскопическом уровне наблюдается стационарный характер развитой пластической деформации.

Интерес к данному вопросу обусловлен тем обстоятельством, что колебательное поведение проявляет величина пластической деформации, которая сама по себе представляет диссипативный процесс. Таким образом, здесь наблюдается совместное проявление реактивного и диссипативного режимов поведения. В принципе такое объединение возможно по той причине, что процесс деформации протекает на нижнем структурном уровне, а колебания реализуются на верхнем. При этом совершенно нериторическим представляется вопрос: к какому классу относится данное явление — колебаниям или волнам? Описанный выше эксперимент однозначно указывает лишь на знакопеременные изменения деформации с координатой, а с течением времени подобные изменения наблюдались лишь на малых временах. Далее будет показано, что исследуемой системе не присуще колебательное изменение со временем. Иными словами, более вероятными представляются пространственные колебания пластической деформации, а не волновой процесс.

В отличие от предыдущих случаев здесь для адекватного представления системы достаточно описать поведение упругих напряжений  $\sigma$  и пластической деформации  $\epsilon$ , не вводя каких-либо де-

фектов. Соответствующие уравнения движения имеют вид

$$\dot{\epsilon} = -\frac{\epsilon}{\tau} + \frac{\sigma}{\eta}, \quad (32)$$

$$\dot{\sigma} = \frac{\sigma_* - \sigma}{\tau_\sigma} - g\sigma\epsilon. \quad (33)$$

Первое представляет обычную аппроксимацию вязкоупругой среды в рамках модели Максвелла, где  $\tau = \eta/\mu$  – время релаксации,  $\eta$  – сдвиговая вязкость,  $\mu$  – модуль сдвига. В правой части уравнения (33) первое слагаемое описывает релаксацию напряжений со временем  $\tau_\sigma$  к уровню  $\sigma_*$ , обеспечиваемому внешней нагрузкой. Второе слагаемое учитывает нелинейные эффекты отрицательной обратной связи, приводящей к уменьшению напряжений  $\sigma$  за счет концентрации энергии  $\sigma\epsilon$  пластической деформации ( $g$  – положительная константа этой связи). Характер эволюции системы задается тремя масштабами: временем пластического течения  $\tau \geq 10^2$  с, временем  $\tau_\sigma \sim w_D^{-1} \exp(Q/T)$  релаксации концентраторов напряжений за счет перераспределения дефектов (при дебаевской частоте  $w_D \sim 10^{13}$  с<sup>-1</sup> и высоте барьера  $Q \leq 1$  эВ значение  $\tau_\sigma \leq 10^2$  с) и временем  $g^{-1}$  нелинейной связи, величина которого, по-видимому, значительно превосходит масштабы  $\tau, \tau_\sigma$  ( $g\tau_\sigma < g\tau \ll 1$ ).

Для исследования системы введем безразмерные напряжение  $y = \sigma/\sigma_*$ , время  $z = t/\tau$  и параметры  $\alpha = \sigma_*/\mu, \beta = \tau/\tau_\sigma, \gamma = \tau_\sigma g$ , а также запишем ее в новых переменных

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial z} = -\epsilon + \alpha y, \quad (34)$$

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \beta(1 - y - \gamma \epsilon y). \quad (35)$$

Фазовые траектории имеют вид, приведенный на рис. 8. Стандартный анализ показателей Ляпунова [2]:

$$\lambda = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \Delta^2}, \quad (36)$$

$$\delta = \frac{1}{2} [\beta(1 + \phi) + 1], \quad \phi = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 4\alpha\gamma} - 1), \quad (37)$$

$$\Delta^2 = \beta(1 + 2\phi), \quad (38)$$

соответствующих единственной присутствующей на фазовом портрете особой точке с координатами  $(\phi/\gamma, \phi/\alpha\gamma)$ , показывает, что характер поведения определяется величиной параметра  $\beta$ . В том случае, если он лежит в интервале  $(\beta_-, \beta_+)$ , где

$$\beta_{\pm} = \frac{(1 + 3\phi) \pm \sqrt{(1 + 3\phi)^2 - (1 + \phi)^2}}{(1 + \phi)^2}, \quad (39)$$

особая точка является устойчивым фокусом и, следовательно, возможны колебания с частотой

$$\omega = \sqrt{\Delta^2 - \delta^2} \tau^{-1} \quad (40)$$

и коэффициентом затухания  $\kappa = \delta/\tau$ .

Нетрудно видеть, что система имеет тенденцию в максимальной степени проявлять колебательное поведение во времени при возрастании параметра  $\alpha\gamma = \tau_\sigma g \sigma_*/\mu$  и убывании  $\beta = \tau/\tau_\sigma$ . Максимальное отношение частоты к коэффициенту затухания реализуется в предельных условиях  $\beta = 0, \alpha\gamma = \infty, \phi = \infty$  (к такой ситуации ближе фазовый портрет, приведенный на рис. 8б). При этом ширина интервала колебаний стягивается в точку  $\beta_{\pm} = 0$ , а предельное значение частоты и коэффициента затухания составляет  $\omega = \tau^{-1}, \kappa = \tau^{-1}$ . Таким образом, даже в оптимальных условиях, отвечающих предельно малому времени релаксации деформации  $\tau \equiv \beta\tau_\sigma = 0$  и неограниченной внешней нагрузке  $\sigma_* \equiv \alpha\mu = \infty$ , частота  $\omega = \tau^{-1}$  не превышает величину обратного времени затухания  $\delta\tau^{-1} = \tau^{-1}$ . Это означает, что волны пластической деформации практически нереализуемы.

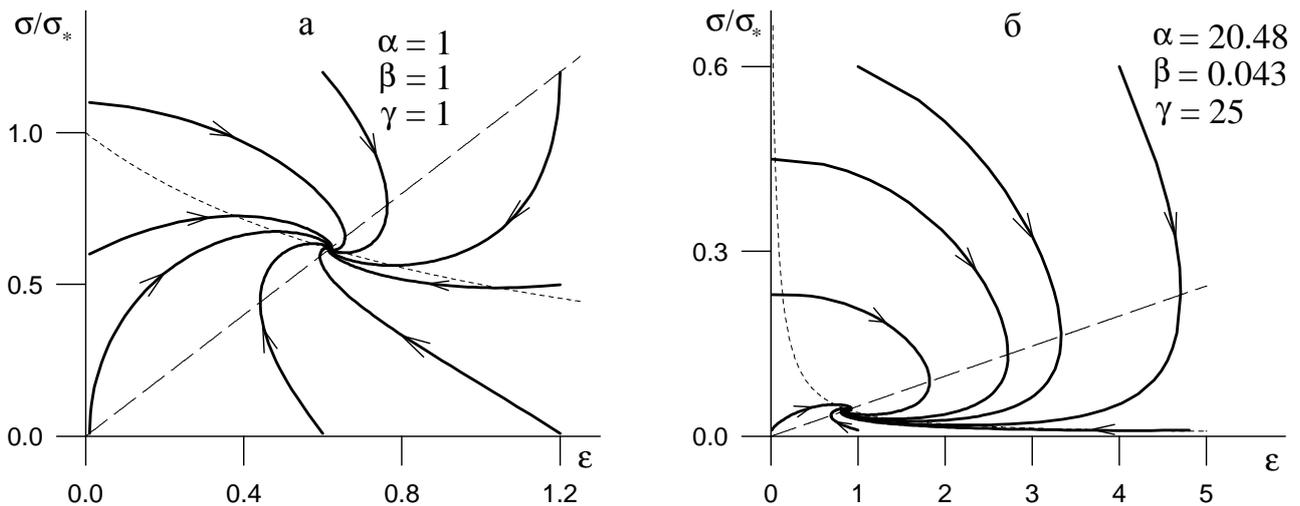


Рис. 8. Фазовые портреты системы с волнами пластической деформации: а - типичная картина поведения; б - оптимальный режим колебаний.

## Литература

1. Хакен Г. Синергетика / Пер. с англ. - М.: Мир, 1980. - 404 с.
2. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. - М.: Наука, 1981. - 568 с.
3. Главацкая Н.И. Экспериментальное исследование и теоретическая модель структурных превращений при деформации монокристаллов никеля. - Киев, 1989. - 24 с. - (Препринт ИМФ 14.89).
4. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. - М.: Наука, 1976. - 288 с.
5. Коротаяев А.Д., Тюменцев А.Н., Гончиков В.Ч., Олемской А.И. Закономерности формирования субструктуры в высокопрочных дисперсно-упрочненных сплавах // Изв. вузов. Физика. - 1991. - N 3. - С.81-92.
6. Фролов К.В., Панин В.Е., Зуев Л.Б., Махутов Н.А., Данилов В.И., Мних Н.М. Релаксационные волны при пластической деформации // Изв. вузов. Физика. - 1990. - N 2. - С.19-35.
7. Де Витт Р. Континуальная теория дисклинаций. - М.: Мир, 1977. - 208 с.
8. Клявин О.В. Физика пластичности кристаллов при гелиевых температурах. - М.: Наука, 1987. - 255 с.