Національна академія наук України
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова

Інститут кібернетики
ім. В. М. Глушкова НАН України
Вихідний № 5319-30
"29" 03 2016р.

САЙКО Ігор Миколайович

УДК 004.519.6, 539.3

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ СИСТЕМ ВІДБИВАЧІВ ПРИ ГАРМОНІЧНИХ ВПЛИВАХ НА ОСНОВІ СИНГУЛЯРНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ – 2016

Дисертацією є рукопис.
Робота виконана в Інституті кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник
Панченко Борис Евгенійович,
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, старший науковий співробітник відділу автоматизації програмування.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук
Олевський Віктор Ісаакович,
Український державний хіміко-технологічний університет, завідувач кафедри вищої математики,

доктор технічних наук, професор
Гребеннік Ігор Валерійович,
Харківський національний університет радіоелектроніки (ХНУРЕ), завідувач кафедри системотехніки.

Захист відбудеться «23» квітня 2016 р. о(об) 12 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.194.02 в Інституті кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України за адресою:
03680, МСП, Київ-187, проспект Академіка Глушкова, 40.

З дисертацією можна ознайомитися в науково-технічному архіві Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України за адресою:
03680, МСП, Київ-187, проспект Академіка Глушкова, 40.

Автореферат розісланий «23» березня 2016 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради **О.А. Вагіс**

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Розвиток обчислювальної техніки розширює перелік та інформаційну ємність об’єктів, що моделюються. Підвищуються вимоги до ефективності моделювання систем. Збільшення обчислювальних потужностей та їх доступність робить можливим та доцільним розширення переліку практичних задач, чисельне розв’язання яких будується на підґрунті моделей та методів теорії дифракції. Згадані тенденції обумовлюють те, що дослідження в галузі математичного моделювання процесів дифракції викликають підвищений інтерес й знаходять все більше використання. Дифракційні математичні моделі сьогодні використовуються як підґрунтя для проведення чисельного експерименту в таких галузях, як гідроакустика, геофізика, сейсмологія, судова акустика, для розв’язання сучасних задач акустичних впливів на системи об’єктів складної реології, у дефектоскопії, медицині та діагностиці, в сейсмічній розвідці покладів нафти, газу й інших корисних копалин, електродинаміці, комп’ютерній томографії, при вирішенні фундаментальних проблем фізико-хімії поверхні, інтроскопії, у задачах неруйнівного контролю та при розв’язанні інших задач.

Сучасні обчислювальні комплекси дозволяють ефективно моделювати напружено-деформований стан середовищ з ускладненими властивостями. Проте питання чисельного аналізу самих алгоритмів та моделей, що покладено у їх підґрунтя, їх обумовленості та стійкості, а також критеріїв їх використання при тих чи інших параметрах систем, майже не досліджувалося. Більшість досліджень присвячено розвитку методу скінченних елементів. Проте існують інші підходи, що дозволяють суттєво економити обчислювальні ресурси та підвищувати точність обчислень. Тому при розгляді питання розробки застосувань, що дозволяють моделювати динамічну поведінку складних механічних систем, необхідно проаналізувати саме такі моделі та методики розв’язання дифракційних задач.

Для аналізу ресурсів конструкції, що містять значну кількість неоднорідностей та працюють під впливом динамічних навантажень, важливим є моделювання взаємодії механічних хвиль у пружному середовищі з отворами, включеннями, тріщинами чи лінійними вставками. Тому дослідження дифракції пружних хвиль на системах відбивачів, що мають довільний поперечний перетин, – питання актуальне. Проте внаслідок необхідності залучення значних обсягів обчислень та значних ресурсів цифрової пам’яті, не лише алгоритми і моделі, а й самі ці задачі досліджені мало. Тому важливими є ефективні паралельні алгоритми, в підґрунтя яких покладено обумовлені аналітичні методи. Для розв’язання нових плоских та антиплоских задач теорії дифракції значну ефективність має метод інтегральних рівнянь. Додаткові переваги цього методу полягають у скороченні числа просторових змінних, достатньою швидкістю збіжності та можливості використання різних ефективних чисельних методів розв’язання. Крім цього, метод має значні можливості для використання паралельних обчислювальних схем.

Результати дисертаційної роботи є розвитком досліджень А.Ф. Верланя, Ю.В. Ганделя, С.М. Белоцерковського, О.М. Гузя, І.К. Лифанова, Ю.Д. Ковальова, Ю.Г. Кривоноса, В.Д. Кубенка, З.Т. Назарчука, О.М. Назаренка, В.І. Острика, В.В. Панасюка, Б.Є. Панченка, О.Л. Перевозчикової, І.Т. Селезова, М.П. Саврука, Л.А. Фільштинського, О.М. Хіміча, М.О. Шульги.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дослідження, представлені в дисертації, виконані відповідно до робочих планів науково-дослідних робіт у відділі автоматизації програмування Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова Національної академії наук України, де автор був виконавцем, у рамках наступних тем:

«Високопродуктивні методи аналізу і специфікації просторів атрибутів предметної області для організації обчислень» (№ держреєстрації 0107U000800, 2007 – 2011); «Розробка методу інтелектуалізації інформаційних технологій для оптимізації паралельних обчислень і верифікації дедуктивними методами паралельних програм, що масштабуються» (№ держреєстрації 0107U003570, 2007 – 2011); «Створення вітчизняного енергоефективного суперкомп'ютера для розв’язання складних науково-технічних задач і задач державного управління» (№ держреєстрації 0112U002720, 2012); «Розбудова вітчизняного кластерного комплексу СКІТ-GPU та розвиток інструментарію управління інформаційними технологіями в гетерогенних кластерних системах» (№ держреєстрації 0112U002720, 2013).

Мета і завдання дослідження. Основна мета роботи – підвищення ефективності та точності визначення характеристик фізичних полів на системі відбивачів, що знаходяться під впливом гармонічних антиплоских або плоских навантажень, якщо ці процеси моделюються сингулярними інтегральними рівняннями (СІР).

В дисертаційній роботі мета досягається завдяки виконанню двох типів завдань. Перші полягають у безпосередньому чисельному розв’язанні дифракційних задач у новій постановці, коли гармонічні впливи здійснюються на локальні системи відбивачів довільного поперечного перетину та довільної кількості, що дозволяє врахувати їх взаємний вплив. При цьому в інтерпретації теорії пружності отримуються залежності характеристик механічних полів. А інші – то дослідження обумовленості та стійкості використаних для вирішення вищезгаданих задач математичних моделей, а також властивостей локальних та кластерних схем обчислень.

Об'єкт дослідження – процес кластерного моделювання поведінки систем відбивачів, побудованого на СІР, якщо локальні системи відбивачів знаходяться під впливом гармонічних стаціонарних антиплоских та плоских хвиль.

Предмет дослідження – схеми обчислень (локальні та кластерні) та алгоритми розв’язання нових задач математичної фізики в інтерпретації теорій пружності щодо дифракції антиплоских та плоских хвиль на системах відбивачів довільного поперечного перетину.

Методи дослідження. Теоретичну основу виконаних досліджень складають такі теорії: дифракції, інтегральних рівнянь, систем лінійних рівнянь, обумовленості та стійкості математичних моделей і паралельних обчислень, а також порівняльний аналіз.

Задачі дослідження:

- розробка та верифікація застосувань, що в паралельному режимі чисельно розв'язують СІР шести задач дифракції на локальних системах відбивачів довільного поперечного перетину, що знаходяться під впливом гармонічних антиплоскої або плоскої хвилі, а саме задачі про: 1) вплив гармонічних хвиль зсуву на локальну систему отворів; 2) вплив хвиль зсуву на періодичну систему отворів; 3) вплив хвиль зсуву на локальну систему пружних включень; 4) вплив хвиль зсуву на періодичну систему пружних включень; 5) вплив хвиль плоскої деформації на локальну систему отворів; 6) вплив хвиль плоскої деформації на локальну систему нерухомих включень;

- чисельне дослідження з точністю до 10^{-10} згаданих задач дифракції та отримання залежностей характеристик хвильових полів в інтерпретації теорії пружності від хвильових чисел та геометричних параметрів систем відбивачів;

- дослідження обумовленості та стійкості використаних математичних моделей;

- дослідження часових показників завантаження вузлів кластеру при паралельному розв'язанні згаданих задач.

Наукова новизна отриманих результатів. У дисертаційній роботі в процесі дослідження отримано нові наукові результати.

Отримано вперше:

- метод високоточного визначення локацій та максимальних характеристик шуканих функцій на контурах локальних систем неоднорідностей довільного поперечного перетину (в інтерпретації теорій пружності – полів переміщень та напружень), який відрізняється від відомих тим, що значення шуканих функцій та їх аргументів (локацій) здійснюється послідовними наближеннями у паралельному режимі шляхом зміщення вузлів колокації та порівняння отриманих величин з чисельного розв'язання відповідних СІР;

- критерій застосовування математичних моделей, заснованих на СІР, поведінки систем неоднорідностей, що знаходяться під впливом стаціонарних гармонічних хвиль антиплоскої або плоскої деформації, який враховує залежність обумовленості матриць систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) від діапазонів хвильових чисел (частот) гармонічних коливань, який відрізняється тим, що вперше застосована залежність обумовленості матриць СЛАР від діапазонів хвильових чисел (частот);

- ефект насичення характеристик хвильових полів локальних систем неоднорідностей зі збільшеним числом відбивачів (від 10 і більше), тобто рівність безрозмірних значень шуканих функцій на контурі центральної неоднорідності аналогічним значенням на контурі неоднорідності при розв'язанні періодичної задачі з точністю до 10^{-3}, який відрізняється від

відомих тим, що враховані взаємні впливи при збільшеному числі неоднорідностей (від 10 і більше);

- шкали високоточних значень локацій у радіанах та безрозмірних значень амплітуд максимальних напружень на контурах локальних систем отворів, жорстких та пружних включень еліптичного та ромбічного перетину від гармонічних навантажень, що взаємодіють з локальними системами неоднорідностей, а також загальні контурні безрозмірні напруження, що відрізняються від відомих тим, що розглянуто локальні взаємні впливи в системах неоднорідностей та чисельні розрахунки безрозмірних значень шуканих функцій проведено з точністю до 10^{-10};

- закономірності завантаження вузлів при кластерному паралельному дослідженню чотирьох різних моделей, заснованих на СІР, які відрізняються від відомих тим, що дослідження проведено в паралельному режимі.

Вдосконалено:

- впорядкування (рейтинг) досліджених моделей за падінням обумовленості (зростанням числа обумовленості) матриць СЛАР (з тенденцією на використання їх у тривимірних постановках) завдяки порівняльному аналізу числа обумовленості у використовуваних СІР 1-го та 2-го роду, що відрізняється тим, що визначена тенденція залежності між зростанням складності моделей, побудованих на СІР, та падінням обумовленості матриць;

- додаткові умови, що обумовлюють СІР 1-го роду та моделюють властивості відбивачів, що відрізняються тим, що додаткові умови використовуються пакетом спільно для всіх неоднорідностей.

Набули подальшого розвитку:

- тести валідації алгоритмів, що відрізняються від відомих тим, що для порівнянь шуканих значень безрозмірних контурних функцій в інтерпретації теорії пружності (контурних напружень) враховано можливість моделювання фізичних властивостей одних відбивачів завдяки іншим (моделювання поведінки отворів або жорстких рухливих чи нерухомих включень завдяки окремим випадкам фізичних параметрів пружних включень), коли порівнювані безрозмірні значення контурних напружень збігаються з точністю до 10^{-5};

- способи розробки програмних застосувань для кластерів, що в паралельному режимі розв’язують СІР, які відрізняються тим, що в паралельному режимі здійснено елементне формування СЛАР, коли число процесів дорівнює числу елементів матриці, а розв’язання СЛАР – рядкове;

- схеми чисельної реалізації СІР в частині вибору способів включення додаткових умов в СЛАР, що перевірено двома способами – згідно зі схемою Мультопа (шляхом вилучення будь-якого одного лінійного рівняння) чи згідно з теоремою Лифанова (додавання стовпчика з невідомою константою), при чому відмінностей не виявлено, що відрізняється тим, що проведено порівняльний аналіз безрозмірних значень шуканих контурних функцій з точністю до 10^{-10}.

Практичне значення отриманих результатів. Дисертаційна робота має як теоретичне, так і прикладне значення. Запропонований підхід чисельного

аналізу математичних моделей може використовуватись у різних напрямках сучасної математичної фізики, де використовуються СІР. Надано висновки про використання моделей на практиці. На підґрунті наведеного в роботі метода в інтерпретації теорій пружності розв'язуються проблеми високоточного визначення локацій та максимальних напружень на контурах локальних систем неоднорідностей довільного поперечного перетину, та на паралельних кластерних обчисленнях будується чисельне розв'язання СІР з урахуванням визначального фактору застосовування математичних моделей поведінки систем неоднорідностей – залежності обумовленості матриць СЛАР від діапазонів хвильових чисел (частот) гармонічних коливань. Часові закономірності завантаження вузлів при паралельному кластерному розв'язанню задач, заснованих на СІР, надають можливість керування продуктивністю алгоритму при розв'язанні СЛАР.

Особистий внесок здобувача. Всі наукові результати, подані у дисертації, отримані автором особисто. У роботах, опублікованих у співавторстві, особисто дисертанту належать такі результаті: у [1] – розробка програмного застосування, чисельна реалізація та аналіз отриманих результатів; у [2] – виведення формул ядер СІР для задачі взаємодії хвиль зсуву з локальною системою отворів, розробка паралельних програмних застосувань взаємодії хвиль зсуву з локальною та періодичною системами отворів, а також чисельна реалізація – порівняльний аналіз тестів та інтерпретація отриманих результатів; у [3, 5, 6] – схема обчислень, розробка паралельних програмних застосувань взаємодії хвиль зсуву з локальною та періодичною системами пружних та жорстких рухомих включень, а також чисельна реалізація – порівняльний аналіз тестів та інтерпретація отриманих результатів; у [7] – розробка паралельного програмного застосування взаємодії плоских хвиль з локальною системою нерухомих жорстких включень, а також чисельна реалізація – порівняльний аналіз тестів та інтерпретація отриманих результатів; у [4, 8] – огляд літератури, схема обчислень, розробка паралельного програмного застосування взаємодії плоских хвиль з локальною системою отворів, а також чисельна реалізація – порівняльний аналіз тестів та інтерпретація отриманих результатів.

Апробація результатів дисертаційної роботи. Основні результати дисертації пройшли апробацію на міжнародних та загальнодержавних конференціях: VIII Міжнародна науково-практична конференція «Теоретические и прикладные аспекты построения программных систем TAAPSD-2011» (Ялта, 2011); «Высокопроизводительные вычисления HPC-2011» (Київ, 2011); VIII Міжнародна науково-технічна конференція «Прогресивна техніка і технологія 2012» (Київ – Севастополь, 2012); XIV Міжнародна наукова конференція ім. акад. Михайла Кравчука (Київ, 2012); I Міжнародна конференція «Кластерні обчислення» (Київ, 2012); IX Міжнародна науково-практична конференція «Теоретичні та прикладні аспекти побудови програмних систем TAAPSD-2012» (Київ, 2012); XVI Міжнародна конференція «Моделирование и исследование устойчивости

динамических систем» (DSMSI-2013) (Київ, 2013); Міжнародна конференція «Современная информатика: проблемы, достижения и перспективы развития» (Київ, 2013);

У повному обсязі дисертація доповідалася на наукових семінарах: в Інституті кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київському державному університеті ім. Т.Г. Шевченка, Харківському національному університеті ім. В.Н. Каразіна, Сумському державному університеті.

Публікації. Результати дисертаційних досліджень опубліковано в 16 наукових працях, з них 8 статей у наукових виданнях, включених до складу з Переліку фахових наукових видань України [1 − 8], у тому числі 1 стаття [8] − у виданні, що включено до міжнародних науково-метричних баз; 8 доповідей на міжнародних і міжвузівських конференціях [9 − 16].

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, п’яти розділів, висновків, списку використаних джерел із 177 найменувань і 11 додатків. Робота містить 42 рисунки. Основний текст складає 132 сторінки.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дослідження, сформульовано його мету та завдання.

Перший розділ «Сингулярні інтегральні рівняння та математичне моделювання фізичних процесів». Наведено теоретичні основи розв’язання задач математичної фізики методом СІР, подано основні залежності щодо обчислення чотирьох типів чисел обумовленості СЛАР, проведено огляд використаних джерел.

Другій розділ «Модель поведінки системи циліндричних порожнин довільного поперечного перетину у нескінченному ізотропному середовищі – схема паралельних обчислень». Розроблено і досліджено алгоритм паралельного чисельного розв’язання задачі про взаємодію хвиль зсуву з локальною та періодичною системами отворів довільного перетину в ізотропному нескінченному середовищі.

Постановку задачі запишемо так. В нескінченному середовищі (рис. 1) розповсюджуються стаціонарні гармонічні хвилі зсуву. Диференційне рівняння Гельмгольца має вигляд: $\Delta W_2 + \gamma_2^2 W_2 = 0,$ де $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2,$ $\gamma_2 = \omega_2/c_2.$ Тут хвиля із нескінченності задана як: $W_0 = \tau e^{-i\gamma_2(x\cos\psi + y\sin\psi)} e^{-i\omega t}$, а точкове джерело як: $W_0 = -(P/4i\mu_2)H_0^{(1)}(\gamma_2 r),$ де μ_2 − коефіцієнт жорсткості середовища. Умови на нескінченності такі: $W = 0(1/\sqrt{r}),$ $\partial W/\partial r - i\gamma_2 W = 0(1/\sqrt{r^3}),$ де $r \to \infty.$ Амплітуди переміщень будемо шукати як суму $W = W_0 + W_2$. Тоді крайова умова має вигляд: $\partial(W_0 + W_2)/\partial n_0\big|_L = 0,$ де n_0 − нормаль до L у точці $\zeta_0 \in L(\cup L_j, j = \overline{1,m})$.

Інтегральне подання оберемо у вигляді потенціалу простого шару $W(x,y) = \int_L f(s)G(x,y,\xi,\eta)ds,$ де $G = (1/4i)H_0^{(1)}(\gamma_2 r),$ $r = |z-\zeta|,$ $z = x+iy,$ $\zeta = \xi + i\eta \in L.$`

Тоді система інтегральних рівнянь на контурі порожнин буде відповідати

умовам Фредгольма 2-го роду:

$$\frac{1}{2} f(s_0) + \int_L f(s) E(s, s_0) ds = K_n(s_0), \quad n = 1, 2,$$

$$E(s, s_0) = \gamma_2 H_1^{(1)}(\gamma_2 r_0) \sin(\alpha_0 - \varphi_0), K_1(s_0) = i\gamma_2 W_0(s_0) \sin(\psi - \alpha_0), K_2(s_0) = -(P/\mu_2)\gamma_2 H_1^{(1)}(\gamma_2 r_{10}) \sin(\alpha_{10} - \phi_0),$$

$$\zeta_0 - \zeta = r_0 e^{i\alpha_0}, \ \zeta_0 - z_0 = r_{10} e^{i\alpha_{10}}, \ z_0 = x_0 + iy_0.$$

Для чисельної реалізації маємо:

$$\frac{1}{2} f_k(s_{k0}) + \sum_{j=1}^{m} \int_L f_j(s_j) E(s_j, s_{k0}) ds_j = K_n(s_{k0}), \ k = \overline{1, m}, \ n = 1, 2.$$

Тут кожний контур параметризований так (рис. 2): $\zeta_j = \zeta_j(\beta)$, $\zeta_{j0} = \zeta_{j0}(\beta_0)$, $0 \le \beta, \beta_0 < 2\pi$, $\beta_p = \pi(2p-1)/n_j$ $(l = \overline{1, n_k})$, $\beta_l = \pi(2l-1)/n_k$, $(p = \overline{1, n_j})$.

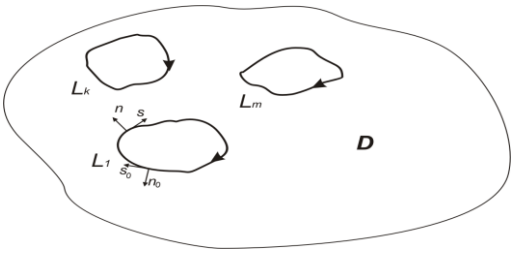


Рис. 1

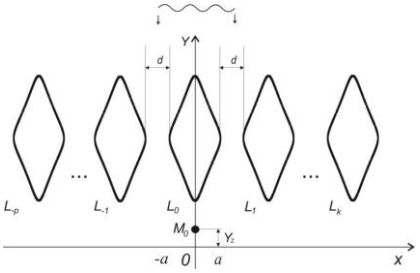


Рис. 2

В усіх розділах за єдиною схемою проведено верифікацію результатів чисельних експериментів. Для перевірки достовірності алгоритму розв'язання кожної задачі проведено 3 тести – на відсутність накопичення похибок, на збіг з результатами для одиночного відбивача та на насичення локальної системи відбивачів, тобто на збіг значень безрозмірних дотичних або нормальних контурних напружень на центральному відбивачі з результатами, отриманими для періодичної системи відбивачів.

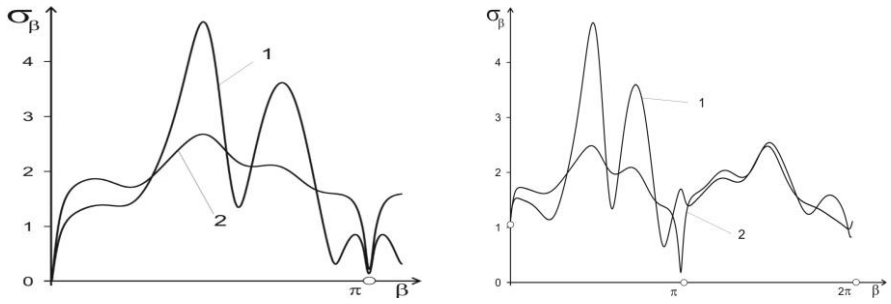
Для тих значень хвильових чисел, які не знижують обумовленість матриць СЛАР, виконання крайових умов (для нормальних контурних напружень на отворах) з точністю до 10^{-14} довело відсутність накопичення похибок в досліджуваному проміжку значимих чисел.

При чисельному дослідженні поведінки локальної системи з трьох еліптичних отворів, відстань між якими суттєво перевищує їх безрозмірні вісі (до 10^{+6}), спостерігався збіг значень відомих з літератури дотичних напружень для одиночних еліптичних отворів та отворів з досліджуваної системи, а також між собою з точністю до. 10^{-5}.

Тест на насичення полягає у тому, що при дослідженні локальної системи отворів при лінійному та симетричному відносно навантаження розташуванню геометрично однакових отворів для усередненого дослідження досить не більше 13 відбивачів. Порівняння з результатами, отриманими на періодичній системі отворів, показало збіг до 10^{-4}.

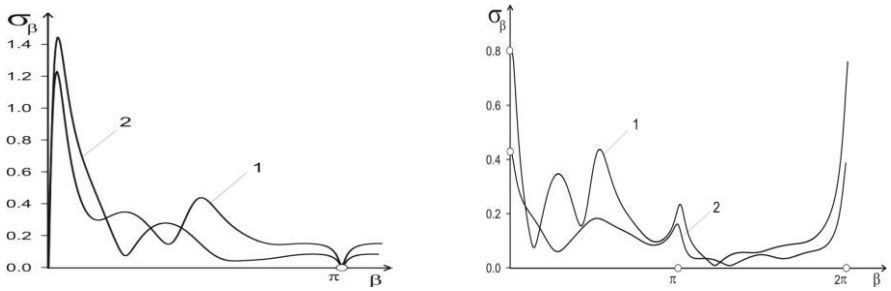
На рис. 3 та 4 показано основні результати розділу – графіки залежностей контурних напружень для системи трьох еліптичних отворів, в яких співвідношення *b/a* = 2,5. На рис. 3, а – крайній отвір, б – центральний отвір,

показано випадок для хвилі з нескінченності, де $\gamma_2 a$ = 1.5. Крива 1 показує розподіл напружень по контуру у випадку решітки, де d = 0.5a. Крива 2 – для решітки з d = 2a. На рис. 4, а – центральний отвір, б – крайній отвір, показано випадок точкового джерела, де $\gamma_2 a$ = 3.0, а d = {0.5a, 2a}.



а б

Рис. 3



а б

Рис. 4

Отже, як для задач про взаємодію хвиль зсуву з одиничним отвором, а також з періодичною системою отворів, так і для локальної системи отворів маємо результати у вигляді гладких кривих. Тому для визначення високоточних значень максимумів безрозмірних напружень в роботі проведено гладку оптимізацію.

На рис. 5 показано часову залежність при завантаженні вузлів кластера «Інпарком-256». На рис. 6 – діаграму пропорцій часу роботи основних блоків алгоритму.

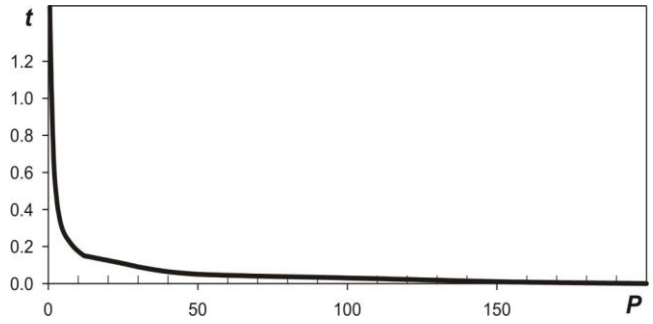


Рис. 5

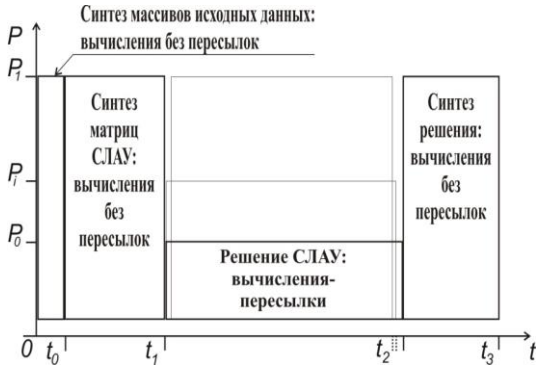
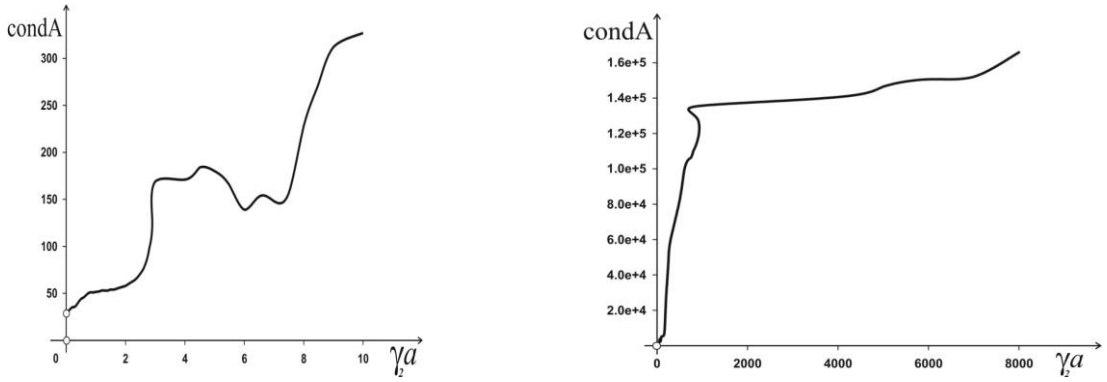


Рис. 6

При дослідженні числа обумовленості для задач другого розділу визначалися три норми матриць СЛАР. Окремо визначалося число обумовленості, що відповідає власним числам добутку матриці СЛАР та її оберненої матриці. В подальшому число обумовленості визначалося лише відповідно до середньої норми – стовпчикової. На рис. 7 а, б показано залежність числа обумовленості від $\gamma_2 a$. Порівняння цих кривих показує, що обумовленість матриці суттєво погіршується при $\gamma_2 a > 10$.

Визначення високоточних значень максимумів безрозмірних напружень та їх локалізації на контурі здійснювалося за наступною схемою. Оскільки за допомогою інтегрального подання не можливо дослідити сингулярний контур у довільних точках, а лише в точках колокації, а за допомогою полінома точність досягається завдяки суттєво збільшеному числу ітерацій, розроблено метод послідовних наближень зміщення точок колокації у паралельному режимі.



а б

Рис. 7

В табл. 1 наведено результати обчислень високоточних значень максимумів безрозмірних напружень та їх локалізації на контурі. Тут також $b/a = 2.5$, $\gamma_2 a = 1.7$, а число точок колокації кожного контуру $N = 2000$.

Таблиця 1. Високоточні значення максимумів дотичних напружень

Джерело	Тип контура	Розташування отвору	Кут β у радіанах	Максимум σ_β
Хвиля	Еліпс	Центральне	1,8083546472	4,9322161984
Хвиля	Еліпс	Крайнє правор.	2,6671627452	4,7416936928
Хвиля	Ромб	Центральне	1,8268660436	5,1751590725
Хвиля	Ромб	Крайнє правор.	4,4490736669	4,8272091735
Точ. джер.	Еліпс	Центральне	3,6537320872	0,4635095872
Точ. джер.	Еліпс	Крайнє правор.	0,0841461897	0,4970435907
Точ. джер.	Ромб	Центральне	6,2003791851	0,9382451791
Точ. джер.	Ромб	Крайнє правор.	0,0183699216	0,9065827935

Третій розділ «Схема кластерного дослідження моделі поведінки системи жорстких або пружних включень довільного поперечного перетину в нескінченному ізотропному середовищі під впливом SH-хвиль».

Постановка крайової задачі: $\Delta W_2 + \gamma_2^2 W_2 = 0, \quad \Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2,$ навантаження: $W_0 = \tau e^{-i\gamma_2(x\cos\psi - y\sin\psi)}, \quad W_0 = -(P/4i\mu_2)H_0^{(1)}(\gamma_2 r_2), \quad \gamma_m = \omega_m/c_m, \quad m = 1,2,$ крайові умови: $W_1 = W_2 + W_0 \quad \mu_1 \partial W_1/\partial n_0 = \mu_2 \partial(W_2 + W_0)/\partial n_0$ для пружного включення та $W_2 + W_0 = B, \quad B = const$ для жорсткого рухомого включення. Тут також n_0 – нормаль до L в $\zeta_0 \in L$.

Інтегральні подання також обираємо у вигляді:

$$W_m(x,y) = \int_L f(s)_m G_m(x,y,\xi,\eta)ds, \text{ де } G_m = (1/4i)H_0^{(1)}(\gamma_m r), \ m = 1,2.$$

Тоді система СІР на контурі пружних включень має вигляд:

$$\int_L (f_{1j}(s)B_1(s,s_0) - f_{2j}(s)B_2(s,s_0))ds = K_n(s_0),$$

$$\frac{\mu_1}{2} f_1(s_0) + \frac{\mu_2}{2} f_2(s_0) + \int_L (f_{1j}(s_0)E_1(s,s_0) - f_{2j}(s_0)E_2(s,s_0))ds = K_n(s_0),$$

$$B_k(s,s_0) = \frac{1}{4\pi}\mathrm{Re}\left(\frac{e^{i\varphi_0}}{\zeta - \zeta_0}\right) + \frac{1}{4i}\gamma_k H_1^{(1)}(\gamma_k r_0)\cos(\alpha_0 - \varphi_0), \ k = 1,2, \ n = 1,2,$$

$$E_m(s,s_0) = \gamma_m H_1^{(1)}(\gamma_m r_0)\sin(\alpha_0 - \varphi_0), \ m = 1,2,$$

$$\zeta_0 - \zeta = r_0 e^{i\alpha_0}, \ \zeta_0 - z_0 = r_{10}e^{i\alpha_{10}}, \ z_0 = x_0 + iy_0,$$

$$N_1(s_0) = i\gamma_2 W_0(s_0)\cos(\psi - \alpha_0), \ N_2(s_0) = -(P/\mu_2)\gamma_2 H_1^{(1)}(\gamma_2 r_{10})\cos(\alpha_{10} - \varphi_0),$$

$$K_1(s_0) = i\gamma_2 W_0(s_0)\sin(\psi - \alpha_0), \ K_2(s_0) = -(P/\mu_2)\gamma_2 H_1^{(1)}(\gamma_2 r_{10})\sin(\alpha_{10} - \varphi_0).$$

Тут СІР – 1-го роду. Тому використовуємо додаткові умови, що не залежать від крайових умов та моделюють фізичні властивості неоднорідностей:

а) $\frac{1}{l}\int_L (W_0 + W_2)ds_0 = \frac{1}{l}\int_L W_1 ds_0$ – для пружних включень;

б) $\int_L (W_0 + W_2)ds_0 = 0$ – для нерухомих жорстких включень;

в) $\mu_2 \int_L \frac{\partial}{\partial n_0}(W_2 + W_0)dS_0 + \rho_1 S\omega^2 B = 0$, де $B = \frac{1}{l}\int_L (W_2 + W_0)ds_0$ – для рухомих жорстких включень.

Шукані безрозмірні контурні напруження мають вигляд: $\sigma_\beta = (1/\mu_1)|\sigma_s|s'(\beta), \ \sigma_n = (1/\mu_1)|\sigma_n|s'(\beta).$

Для перевірки достовірності алгоритму розв'язання задачі дифракції хвиль зсуву на системі пружних волокон довільного поперечного перетину окрім вищезазначених тестів (на відсутність накопичення похибок, на збіг з результатами для одиночного включення та на насичення локальної системи пружних включень), проведено додатковий тест моделі на фізичну адекватність. Цей тест відрізняється від відомих тим, що для порівняння шуканих значень безрозмірних контурних напружень враховано можливість моделювання фізичних властивостей одних відбивачів завдяки іншим.

Завдяки окремим випадкам параметрів щільності та жорсткості поведінка системи отворів або жорстких рухомих чи нерухомих включень моделювалася алгоритмом для пружних включень (рис. 8). Порівнювані безрозмірні значення контурних напружень збіглися до 10^{-5}.

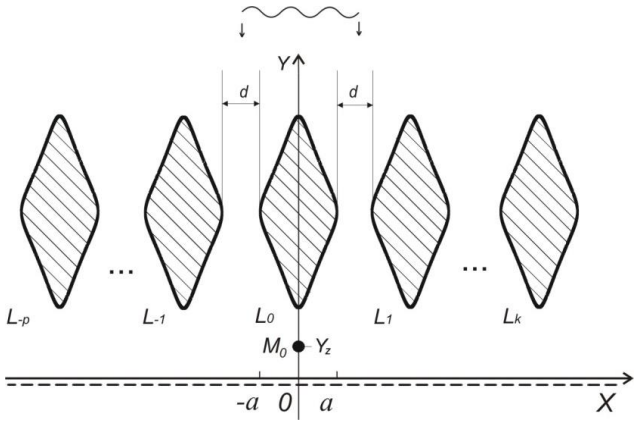
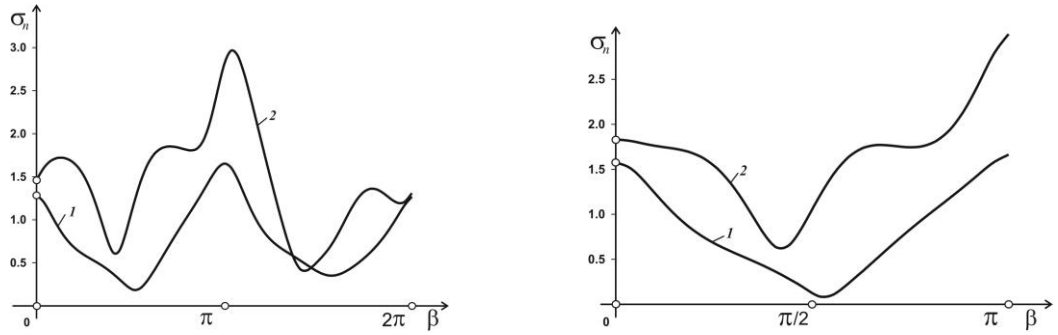


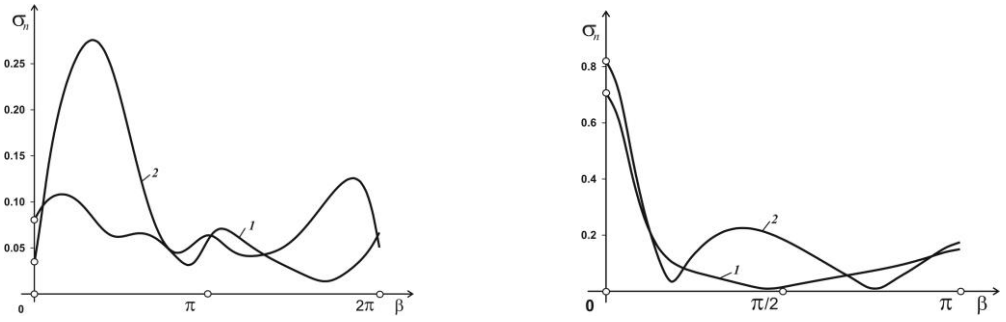
Рис. 8

На рис. 9 та 10 показано основні результати розділу – графіки залежностей безрозмірних нормальних контурних напружень для системи з трьох пружних еліптичних включень зі співвідношеннями коефіцієнтів жорсткості $\mu_1/\mu_2=5.0$, щільності $\rho_1/\rho_2=2.0$ та $b/a=2.5$. Тут на рис. 9, а – крайнє включення, б – центральне включення, показано випадок для хвилі з нескінченності, де для кривої 1 $\gamma_2 a$ = 0.9, а для кривої 2 – $\gamma_2 a$ = 1.5. На рис. 10, а – крайнє включення, б – центральне включення, показано випадок точкового джерела, де також для кривої 1 $\gamma_2 a$ = 0.9, а для кривої 2 – $\gamma_2 a$ = 1.5.



а б

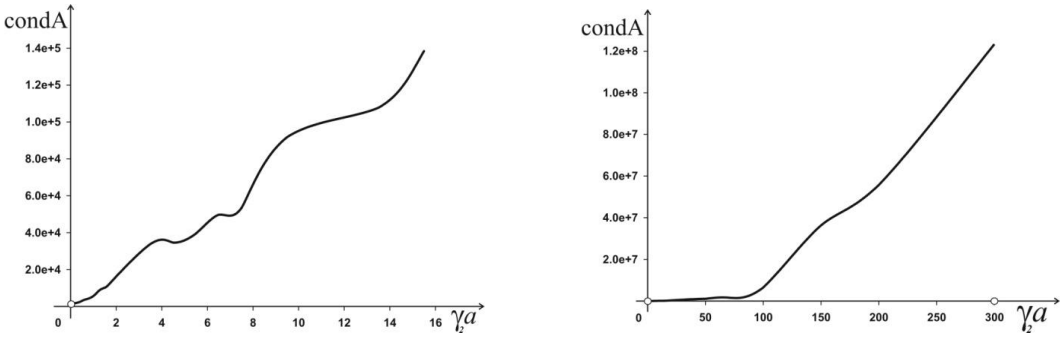
Рис. 9



а б

Рис. 10

Крива часової залежність завантаження вузлів кластера має вигляд, аналогічний кривій з рис. 5 (з другого розділу). На рис. 11 а, б показано залежність числа обумовленості матриці СЛАР від $\gamma_2 a$. В цій моделі також спостерігається суттєве погіршення обумовленості матриці при $\gamma_2 a > 10$.



а б

Рис. 11

В табл. 2 наведено результати обчислень високоточних значень максимумів безрозмірних нормальних напружень на контурах системи з трьох пружних включень від впливу хвилі з нескінченності або точкового джерела для еліптичної та ромбічної форми контуру. Тут також $\mu_1 / \mu_2 = 5.0$, $\rho_1 / \rho_2 = 2.0$, $b / a = 2.5$, $\gamma_2 a = 0.9$, а число точок колокації кожного контуру $N = 1000$.

Таблиця 2. Високоточні значення максимумів нормальних напружень

Джерело	Тип контура	Розташування отвору	Кут β в радіанах	Максимум
Хвиля	Еліпс	Центральне	π	1,6747824073
Хвиля	Еліпс	Крайнє прав.	3,0944752149	1,6533337438
Хвиля	Ромб	Центральне	0	2,4739599268
Хвиля	Ромб	Крайнє прав.	3,1365270214	2,2691972991
Точ. джер.	Еліпс	Центральне	0	0,7059083987
Точ. джер.	Еліпс	Крайнє прав.	0,4928451552	0,1082660715
Точ. джер.	Ромб	Центральне	0	2,3775352117
Точ. джер.	Ромб	Крайнє прав.	0,0401691566	0,1088472244

Четвертий розділ «Модель взаємодії пружних хвиль з системою циліндричних порожнин довільного поперечного перетину за умов плоскої деформації нескінченного ізотропного середовища». Розв'язана задача дифракції плоских гармонічних хвиль на локальній системі циліндричних порожнин.

Крайова задача має таку постановку. В нескінченному середовищі розповсюджуються плоскі гармонічні хвилі:

$$U_1^{(0)} = 0,\ U_2^{(0)} = \tau e^{-i\gamma_1 y},\ c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}},$$

$$U_1^{(0)} = \tau e^{-i\gamma_2 y},\ U_2^{(0)} = 0,\ c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.,\ \ \gamma_m = \frac{\omega_m}{c_m},\ \ m = 1,2,$$

де c_1 і c_2 - швидкості продольної та поперечної хвиль у середовищі, ω - частота коливань. Переміщення шукаємо як суми: $U = U_1^{(0)} + U_1$, $V = U_2^{(0)} + U_2$.

Амплітуди переміщень задовольняють таким диференційним рівнянням:

$$(\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + (\lambda + \mu)\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} + \rho\omega^2 U = 0,$$

$$\mu\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + (\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + (\lambda + \mu)\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + \rho\omega^2 V = 0.$$

Тоді амплітуди напружень через амплітуди переміщень мають вигляд (тут $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$):

$$\tau_{11} + \tau_{22} = 2(\lambda + \mu)\left(\frac{\partial(U + iV)}{\partial z} + \frac{\partial(U - iV)}{\partial \bar{z}}\right),$$

$$\tau_{22} - \tau_{11} + 2i\tau_{12} = -4\mu\frac{\partial(U - iV)}{\partial z},\quad \tau_{22} - \tau_{11} - 2i\tau_{12} = -4\mu\frac{\partial(U - iV)}{\partial \bar{z}}.$$

Амплітуди тангенціальної та нормальної компонент вектора напружень S_1 і S_2 на L виражається через компоненти тензора амплітуд напружень наступним чином: $2i(S_1 + iS_2) = (\tau_{11} + \tau_{22})e^{i\varphi_0} + (\tau_{22} - \tau_{11} - 2i\tau_{12})e^{-i\varphi_0}$, $-2i(S_1 - iS_2) = (\tau_{11} + \tau_{22})e^{-i\varphi_0} + (\tau_{22} - \tau_{11} + 2i\tau_{12})e^{i\varphi_0}$, де φ_0 − кут дотичної до L (більше нуля) в точці $\zeta_0 \in L$ з віссю Ox. Тоді крайові умови наступні: $\tau_{n_0} = 0$, $\tau_{n_0 s_0} = 0$, де $\tau_{n_0} = S_1 \sin\varphi_0 - S_2 \cos\varphi_0$, $\tau_{n_0 s_0} = S_1 \cos\varphi_0 + S_2 \sin\varphi_0$, $\tau_{s_0} = (\tau_{11} + \tau_{22}) - \tau_{n_0}$.

Інтегральні подання також обираємо у вигляді потенціалу простого шару:

$$U_m(x, y) = \int_L U_m^{(k)}(x, y, \xi, \eta)\, f_k(s)ds,$$

$$\tau_{mn}(x, y) = \int_L \tau_{mn}^{(k)}(x, y, \xi, \eta)\, f_k(s)ds,\ \ m, n, k = 1, 2.$$

Тоді система СІР на контурі порожнин має вигляд:

$$-\frac{1}{2} f_1(s_0) + \int_L \big(f_1(s)E_{11}(s, s_0) + f_2(s)E_{12}(s, s_0)\big)ds = K_1(s_0),$$

$$-\frac{1}{2} f_2(s_0) + \int_L \big(f_1(s)E_{21}(s, s_0) + f_2(s)E_{22}(s, s_0)\big)ds = K_2(s_0),$$

$$E_{12} = h\left(-\bar{d}_4 + \left(\frac{1}{4}F_{31} - \frac{\gamma_2^2}{4}\Phi_{11}\right)e^{i(\alpha_0 + \varphi_0)} - \frac{1}{4}F_{33}e^{i(3\alpha_0 - \varphi_0)}\right),$$

$$E_{21} = h\left(d_4 + \left(\frac{1}{4}F_{31} - \frac{\gamma_2^2}{4}\Phi_{11}\right)e^{-i(\alpha_0 + \varphi_0)} - \frac{1}{4}F_{33}e^{-i(3\alpha_0 - \varphi_0)}\right),$$

$$E_{11} = h\left(d_1 + \frac{1}{4}d_2F_{31} - d_3\Phi_{11}\right),\quad E_{22} = h\left(-\bar{d}_1 + \frac{1}{4}\bar{d}_2F_{31} - \bar{d}_3\Phi_{11}\right),$$

$$d_1 = \frac{1}{2\pi i}\left(\frac{e^{i\varphi_0}}{\zeta-\zeta_0} - \chi\frac{e^{-i\varphi_0}}{\overline{\zeta}-\overline{\zeta}_0}\right),\quad d_2 = e^{i(\varphi_0-\alpha_0)} - \chi e^{-i(\varphi_0-\alpha_0)},$$

$$d_3 = \frac{\gamma_2^2}{4}e^{i(\varphi_0-\alpha_0)} - ce^{-i(\varphi_0-\alpha_0)},\quad d_4 = \frac{1}{2\pi i}\frac{e^{-i\varphi_0} - e^{-i(2\alpha_0-\varphi_0)}}{\zeta-\zeta_0},$$

$$h = \frac{1}{4(1-\nu)},\ \zeta-\zeta_0 = r_0 e^{i\alpha_0},\ K_1(s_0) = S_1^{(0)} + iS_2^{(0)},\ K_2(s_0) = S_1^{(0)} - iS_2^{(0)},$$

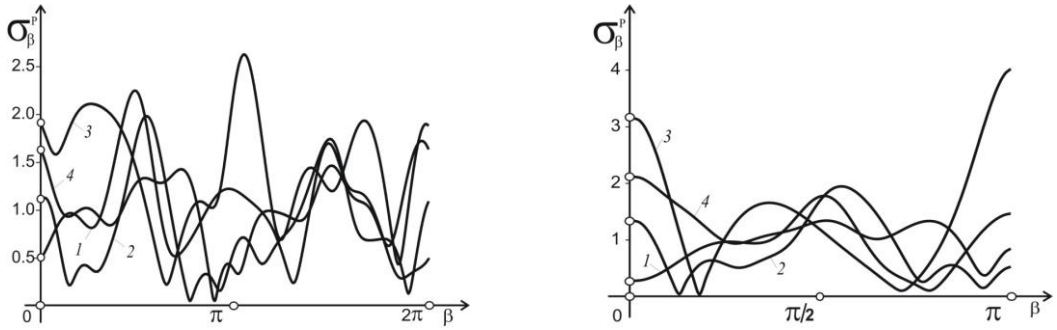
$$\Phi_{kj} = \frac{\gamma_1^k H_j^{(1)}(\gamma_1 r) - \gamma_2^k H_j^{(1)}(\gamma_2 r)}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2},\ F31 = \Phi 31 - \frac{2i}{\pi r},\ F33 = \Phi 33 - \frac{2i}{\pi r}.$$

Тут в *P*-випадку $S_1^{(0)} \pm iS_2^{(0)} = \dfrac{\mu\gamma_1\tau}{(1/2)-\nu}e^{-i\gamma_1\eta_0}\left[\pm(1-\nu)\cos\varphi_0 + i\nu\sin\varphi_0\right]$, а в *SV*-випадку $S_1^{(0)} \pm iS_2^{(0)} = -i\mu\gamma_2\pi e^{-i\gamma_2\eta_0}e^{\mp i\varphi_0}$.

Верифікацію результатів проведено за означеною вище схемою – для перевірки достовірності алгоритму проведено згадані тести.

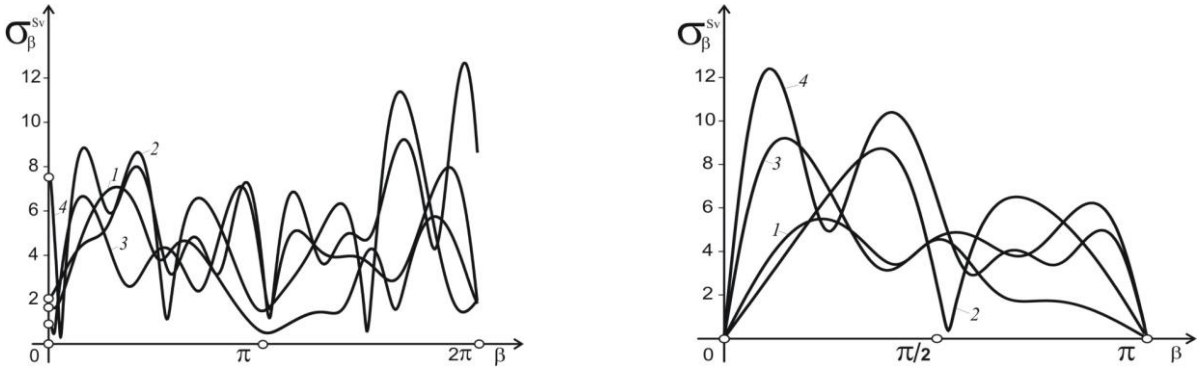
На рис. 12 а, б та 13 а, б показано безрозмірні дотичні контурні напруження для системи з трьох еліптичних порожнин. Тут також на рис. 12 та 13 а – криві для центрального отвору, а на б – для крайнього, при чому для кривих 1, 2 співвідношення b/a = 2.0, а для кривих 3, 4 b/a = 0.5, та для кривих 1, 3 $\gamma_2 a$ = 1.5, а для кривих 2, 4 $\gamma_2 a$ = 2.5. На рис. 12 показано випадок з P-хвилею, на рис. 13 – з SV-хвилею.

На рис. 14 показана часова залежність при завантаженні вузлів кластера. На рис. 15 – залежність числа обумовленості від $\gamma_2 a$.



а б

Рис. 12



а б

Рис. 13

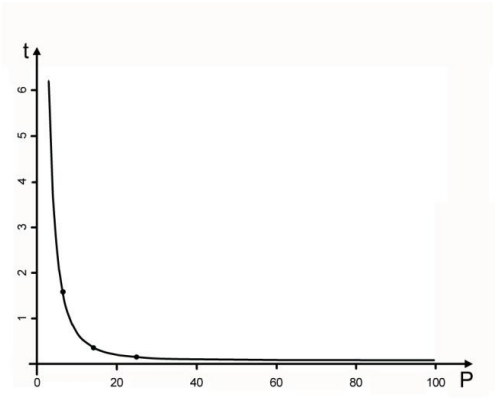


Рис. 14

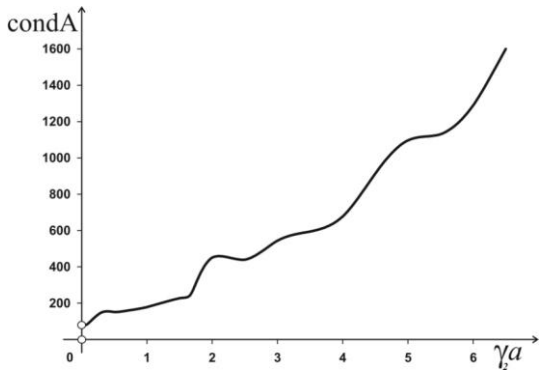


Рис. 15

В табл. 3 наведено результати обчислень високоточних значень максимумів безрозмірних дотичних напружень на контурах системи з трьох порожнин від впливу хвилі з нескінченності для еліптичної та ромбічної форми контуру. Тут співвідношення b/a = 2.0, а число точок колокації кожного контуру N = 2000.

Таблиця 3. Високоточні значення максимумів дотичних напружень

Тип хвилі	Тип контуру	$\gamma_2 a$	Розташування отвору	Кут β у радіанах	Максимум
SV	Еліпс	1,5	Центральне	0,45046764	9,20952152
SV	Еліпс	1,5	Крайнє прав.	0,45139920	7,95555354
SV	Ромб	1,5	Центральне	6,15793145	12,48014108
SV	Ромб	1,5	Крайнє прав.	0,10875301	11,55062885
P	Еліпс	1,5	Центральне	3,14085470	4.02922054
P	Еліпс	1,5	Крайнє прав.	3,03160079	2.62768336
P	Ромб	1,5	Центральне	3,14085470	9.15393000
P	Ромб	1,5	Крайнє прав.	3,11755021	4.98452764
SV	Еліпс	2,5	Центральне	0,34062599	12,40656230
SV	Еліпс	2,5	Крайнє прав.	0,22919939	12,68570398
SV	Ромб	2,5	Центральне	6,16310674	19,21981031
SV	Ромб	2,5	Крайнє прав.	0,06393689	20,42869115

П’ятий розділ «Кластерне дослідження моделі поведінки системи нерухомих жорстких циліндричних включень довільного поперечного перетину в ізотропному нескінченному середовищі від впливу пружних хвиль».

Крайова задача має наступну постановку. В нескінченному середовищі розповсюджуються плоскі гармонічні хвилі:

$$U_1^{(0)} = 0,\ U_2^{(0)} = \tau e^{-i\gamma_1 y},\ c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}},$$

$$U_1^{(0)} = \text{e}^{-i\gamma_2 y},\ U_2^{(0)} = 0,\ c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}},\quad \gamma_m = \frac{\omega_m}{c_m},\ m = 1,2.$$

Хвильове поле амплітуд переміщень та компонент тензора напружень будемо шукати у вигляді (δ_{mn} - символ Кронекера):

$$U_n = U_n^{(0)} + U_n^{(1)},\ \tau_{mn} = \tau_{mn}^{(0)} + \tau_{mn}^{(1)},$$

$$\tau_{mn} = \lambda\delta_{mn}(U_{1,1} + U_{2,2}) + \mu(U_{m,n} + U_{n,m}),\ m, n = 1, 2.$$

Крайові умови мають вигляд: $U_1 = B_1,\ U_2 = B_2$, а додаткові умови, що моделюють поступальний рух включення, такі: $\int\limits_L S_1 ds = -\omega^2\rho_0 S_0 B_1,\ \int\limits_L S_2 ds = -\omega^2\rho_0 S_0 B_2,$ де константи B_1 та B_2 дорівнюють нулю у випадку нерухомого включення.

Інтегральні подання обираємо у вигляді:

$$U_k^{(1)}(M) = \int\limits_L V_n^{(k)}(M, P)\, p_n(s) ds,\ k = 1, 2,$$

$$V_n^{(k)} = (-1)^{n+k} L_{nk} G,\quad G(M, P) = \frac{c}{4i}\frac{H_0^{(1)}(\gamma_1 r) - H_0^{(1)}(\gamma_2 r)}{\gamma_2^2 - \gamma_1^2}.$$

Тоді система СІР на контурі жорстких нерухомих включень має вигляд:

$$\int\limits_L B_{mn}(s_0, s)\, f_n(s) ds - M_m(s_0)\omega_0 = -N_m(s_0),\ m = 1, 2;$$

$$B_{12} = \frac{d}{8}\left(-\frac{2}{\pi i}\frac{e^{i\varphi_0} - e^{i(2\alpha_0 - \varphi_0)}}{\bar{\zeta} - \bar{\zeta}_0} + F_{31}^0 e^{i(\varphi_0 + \alpha_0)} - F_{33}^0 e^{i(3\alpha_0 - \varphi_0)} \right),$$

$$B_{21} = \frac{d}{8}\left(-\frac{2}{\pi i}\frac{e^{-i\varphi_0} - e^{-i(2\alpha_0 - \varphi_0)}}{\zeta - \zeta_0} + F_{31}^0 e^{-i(\varphi_0 + \alpha_0)} - F_{33}^0 e^{-i(3\alpha_0 - \varphi_0)} \right),$$

$$B_{11} = B_{22} = -d\left(\frac{\chi}{2\pi i}\frac{\cos(\varphi_0 - \alpha_0)}{r_0} + \left(\frac{\chi}{4} F_{31}^0 - (0{,}5 - \nu)\gamma_2^2 \Phi_{11}^0 \right)\cos(\varphi_0 - \alpha_0) \right),$$

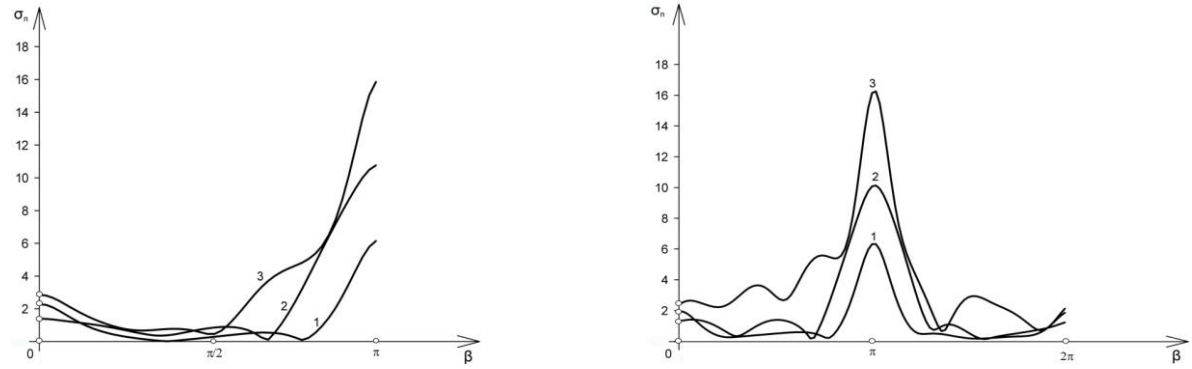
$$\Phi_{lj}^0 = \frac{\gamma_1^l H_j^{(1)}(\gamma_1 r_0) - \gamma_2^l H_j^{(1)}(\gamma_2 r_0)}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2},\ \zeta_0 - \zeta = r_0 e^{i\alpha_0},\ F_{31}^0 = \Phi_{31}^0 - \frac{2i}{\pi r},\ F_{33}^0 = \Phi_{33}^0 - \frac{2i}{\pi r},$$

де у Р-випадку: $N_1 = -N_2 = \gamma_1\tau_1 e^{-i\gamma_1\eta_0}\sin\varphi_0$, а у SV-випадку: $N_1 = N_2 = -i\gamma_2\tau_2 e^{-i\gamma_2\eta_0}\sin\varphi_0$.

Верифікацію результатів проведено за означеною вище схемою − для перевірки достовірності алгоритму проведено загадані тести. Проте тест на накопичення похибок показав точність лише до 10^{-8} – для описаної задачі обумовленість матриці СЛАР в порівнянні з попередніми задачами помітно погіршується. Тому дослідження на високоточні значення амплітуд нормальних напружень не проводилося.

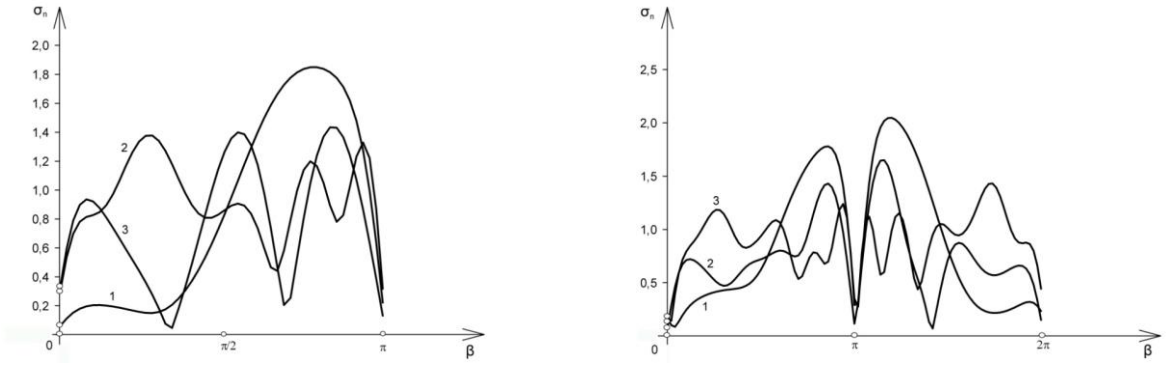
На рис. 16 а, б та 17 а, б показано нормальні контурні напруження для системи з трьох еліптичних нерухомих включень, де співвідношення b/a = 2.5. Тут також на рис. 16 і 17, а – криві для центрального включення, а на б – для крайнього. На рис. 16 – випадок з Р-хвилею, де для кривої 1 $\gamma_2 a$ = 0.7, кривої 2 – $\gamma_2 a$=1.5 та 3 – $\gamma_2 a$ = 2.0. На рис. 17 – випадок з SV-хвилею, де також для кривої 1 $\gamma_2 a$ = 0.7, кривої 2 – $\gamma_2 a$ = 1.5 та 3 – $\gamma_2 a$ = 2.0.

На рис. 18 показана часова залежність при завантаженні вузлів кластера. На рис. 19 – залежність числа обумовленості від $\gamma_2 a$.



а б

Рис. 16



а б

Рис. 17

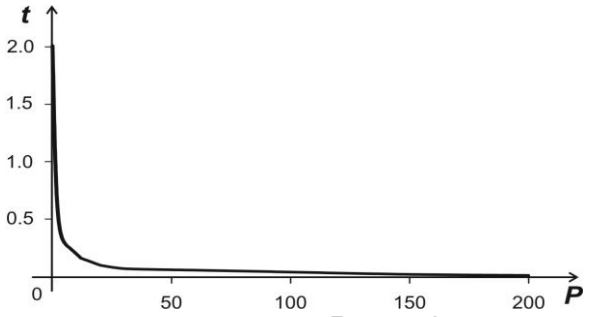


Рис. 18

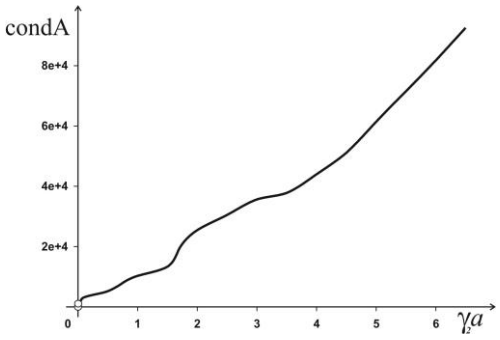


Рис. 19

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі отримано нові обґрунтовані результати, що в сукупності вирішують важливу науково-прикладну проблему, сутність якої полягає в підвищенні ефективності та точності визначення характеристик фізичних полів на системі відбивачів, що знаходяться під впливом гармонічних антиплоских або плоских навантажень, якщо ці процеси моделюються СІР. Результати досліджень дозволяють зробити висновки.

1. При розв’язанні проблеми високоточного визначення локацій та максимальних характеристик шуканих функцій на контурах локальних систем неоднорідностей довільного поперечного перетину (в інтерпретації теорій

пружності – полів переміщень та напружень) методика використання СІР може бути побудована на паралельних послідовних наближеннях уточнюючого зміщення точок колокації при дискретизації контурів.

2. Визначальним фактором застосовування математичних моделей, заснованих на СІР, поведінки систем неоднорідностей від впливів стаціонарних гармонічних хвиль антиплоскої або плоскої деформації є залежність обумовленості матриць СЛАР від діапазонів хвильових чисел (частот) гармонічних коливань.

3. При гармонічних впливах на локальні системи неоднорідностей зі збільшеним числом відбивачів виникає ефект насичення, тобто рівність значень до третього знаку після коми шуканих функцій на контурі центральної неоднорідності аналогічним значенням на контурі неоднорідності при розв’язанні періодичної задачі.

4. Характеристики полів напружень від гармонічних навантажень, що взаємодіють з локальними системами неоднорідностей, та шкали високоточних значень локацій та максимальних напружень на контурах локальних систем отворів, жорстких та пружних включень еліптичного та ромбічного перетину підтверджують, що алгоритм надає можливість визначати високоточні значення контурних напружень, адже криві залежностей – гладкі.

5. Часові закономірності завантаження вузлів при паралельному кластерному розв’язанню чотирьох різних задач, заснованих на СІР, показують, що зниження продуктивності алгоритму залежить лише від обсягу пересилок при розв’язанні СЛАР.

6. Впорядкування (рейтинг) моделей за зростанням числа обумовленості матриць СЛАР (з тенденцією на використання їх у тривимірних постановках) завдяки порівняльному аналізу числа обумовленості у використовуваних СІР 1-го та 2-го роду показує, що обумовленість знижується зі зростанням порядку моделі, а також з використанням СІР 1-го роду (додаткових умов).

7. В схемах чисельної реалізації СІР 1-го роду використання способу включення додаткових умов в СЛАР згідно зі схемою Мультопа (шляхом вилучення будь-якого одного лінійного рівняння) не призводить до накопичення похибок.

8. Для підтвердження достовірності обчислень ефективними є тести валідації алгоритмів, що для порівнянь значень шуканих безрозмірних контурних функцій враховують можливість моделювання фізичних властивостей одних відбивачів завдяки іншим (моделювання поведінки отворів або жорстких рухливих чи нерухомих включень завдяки окремим випадкам фізичних параметрів пружних включень), коли порівнювані безрозмірні значення збігаються з точністю до 10^{-5}.

9. Для розробки програмних кластерних застосувань, що в паралельному режимі розв’язують СІР, найбільш ефективним є використання паралельного елементного формування матриці СЛАР, коли число процесів дорівнює числу елементів матриці, при цьому обчислення шуканих функцій може бути рядковим.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Князь И.А. Синхронизация в системе нелинейных осцилляторов с обратной связью / И.А. Князь, И.Н. Сайко // Вісник Львівського університету. Сер. Фізика. – 2011. – № 46. – С. 71–82.

2. Панченко Б.Е. Высокоточная схема параллельных вычислений максимальных контурных SH-напряжений на системе некруговых отверстий в бесконечной упругой бреде / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко // Вісник НуКМА. – 2012. – № 138. – С. 53–57.

3. Панченко Б.Е. Высокоточная схема параллельных вычислений максимальных контурных SH-напряжений на системе некруговых упругих включений в бесконечной упругой среде / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко // Вестник Черкасского университета, серия: Информатика. – 2012. – № 2. – С. 53–63.

4. Панченко Б.Е. Параллельное решение задачи о взаимодействии упругих волн с системой цилиндрических полостей в условиях плоской деформации / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко, А.Н. Гришко // Компьютерная математика. – 2013. – № 2. – С. 43–49.

5. Панченко Б.Е. Параллельное решение задачи о дифракции волн сдвига на системе жестких цилиндрических включений в бесконечной упругой среде / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко // Компьютерная математика. – 2014. – № 1. – С. 76–82.

6. Панченко Б.Е. Схема параллельных вычислений максимальных контурных SH-напряжений на системе некруговых упругих включений в бесконечной упругой среде / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко // Проблеми програмування. – 2014. – № 1. – С. 99–107.

7. Панченко Б.Е. Кластерное решение задачи о дифракции упругих волн на системе жестких цилиндрических включений произвольного поперечного сечения / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко // Проблеми програмування. – 2014. – № 2–3. – С. 88–92.

8. Панченко Б.Е. Высокоточные максимальные напряжения в задаче о взаимодействии упругих волн с системой цилиндрических полостей в условиях плоской деформации / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко // Кибернетика и системный анализ. – 2015. – № 5. – С. 120–127.

9. Панченко Б.Е. Кластерное решение задачи о дифракции SH-волн на системе ромбических отверстий в бесконечной среде / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко, А.В. Кривомаз // Теоретические и прикладные аспекты построения программных систем TAAPSD-2011. Тезисы докладов VI Междунар. конф. 19–23 сентября 2011. – Ялта. – 2011. – С. 153–160.

10. Панченко Б.Е. Параллельные вычисления максимальных контурных SH- напряжений на системе отверстий некруговой формы в бесконечной упругой среде / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко // Высокопроизводительные вычисления (HPC-2011). Тезисы докладов Междунар. научн.-техн. конф. 12–14 октября 2011. – Киев. – С. 103–108.

11. Панченко Б.Е. Параллельно-конвейерные схемы высокоточных кластерных вычислений в задачах дифракции гармонических волн на неоднородностях в условиях плоской и антиплоской деформации / Б.Е. Панченко, А.М. Назаренко, Д.В. Фильченко, И.Н. Сайко // VIII Международная научно-техническая конференция "Прогрессивная техника и технология 2012". Киев–Севастополь. – 2012. – С. 51–52.

12. Панченко Б.Е. Параллельное решение сингулярных интегральных уравнений задач о дифракции SH-волн на системе упругих включений / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко // XIV Міжнародна наукова конференцію ім. акад. Михайла Кравчука, Національний технічний університет України «КПІ», Київ. – 2012. – С. 301.

13. Панченко Б.Е. Высокоточное параллельное решение задач о дифракции акустических волн на системе упругих волокон в бесконечной среде / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко // I Міжнародна конференція "Кластерні обчислення", Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова. – Київ. – 2012. – С. 19–20.

14. Панченко Б.Е. Высокоточное параллельное решение задачи о дифракции продольных и поперечных волн на одиночном отверстии / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко // IX Міжнародна науково-практична конференція, Теоретичні та прикладні аспекти побудови програмних систем TAAPSD-2012, Київ, 3–7 грудня. – Київ. – 2012. – С. 263–264.

15. Панченко Б.Е. Высокоточное параллельное решение задачи о дифракции плоских волн на отверстии в бесконечной среде / Б.Е. Панченко, И.Н. Сайко // XVI Международная конференция «Моделирование и исследование устойчивости динамических систем» (DSMSI-2013), 29–31 мая 2013. – Киев. – 2013. – С. 310–311.

16. Сайко И.Н. Параллельное решение плоской динамической задачи для системы некруговых отверстий в бесконечной упругой среде / И.Н. Сайко, А.Н. Гришко // Международная конференция «Современная информатика: проблемы, достижения и перспективы развития», Киев, 12–13 сентября 2013. – С. 161.

АНОТАЦІЯ

Сайко І.М. Математичне моделювання поведінки систем відбивачів при гармонічних впливах на основі сингулярних інтегральних рівнянь. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ, 2016.

Мета дисертації – підвищення ефективності та точності визначення характеристик фізичних на локальних системах відбивачів, що знаходяться під впливом стаціонарних гармонічних антиплоских або плоских навантажень, якщо ці процеси моделюються СІР. Досягається завдяки двом типам досліджень: безпосередньому чисельному розв’язанню нових дифракційних задач, коли гармонічні впливи здійснюються на локальні системи відбивачів

довільного поперечного перетину та довільної кількості (для яких в інтерпретації теорії пружності отримуються нові залежності), а також дослідженню обумовленості та стійкості використаних математичних моделей та властивостей локальних та кластерних схем обчислень. Робляться висновки про використання моделей на практиці.

Принциповою перевагою отриманих результатів є використання збільшеної порівняльної інформації про об'єкт дослідження, сучасних високопродуктивних комп'ютерів (кластерів), спеціалізованого програмного забезпечення та сучасних методів обчислювальної математики.

Ключові слова: математична модель, дифракція хвиль на відбивачах, сингулярні інтегральні рівняння, обумовленість та стійкість моделей, кластерні та паралельні обчислення.

АННОТАЦИЯ

Сайко И.Н. Математическое моделирование поведения систем отражателей при гармонических воздействиях, основанное на сингулярных интегральных уравнениях. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Институт кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, 2016.

Цель диссертации – повышение эффективности и точности определения характеристик физических полей на локальных системах отражателей, которые находятся под. влиянием стационарных гармонических антиплоских или плоских гармонических волн, если эти процессы моделируются сингулярными интегральными уравнениями. Достигается благодаря двум типам исследований: непосредственному численному решению новых дифракционных задач, когда гармонические воздействия осуществляются на системы отражателей произвольного поперечного сечения и произвольного числа (для которых в интерпретации теории упругости получены новые зависимости), а также исследована обусловленность и устойчивость использованных математических моделей и свойств локальных и кластерных схем вычислений. Сделаны выводы о применимости моделей на практике.

Принципиальным преимуществом полученных результатов является использование увеличенного сравнительной информации об объекте исследований, современный высокопроизводительных компьютеров (кластеров), специализированного программного обеспечения и современных методов вычислительной математики.

Ключевые слова: математическая модель, дифракция волн на отражателях, сингулярные интегральные уравнения, обусловленность и устойчивость моделей, кластерные и параллельные вычисления.

ABSTRACT

Sajko I.M. Mathematical modelling of the behaviour of a system of reflectors under harmonic influence based on singular integral equations. − Manuscript.

Thesis for obtaining the academic degree of a candidate of technical sciences by the specialty 01.05.02 – mathematical modelling and computational methods. − V.M. Glushkov Institute of cybernetics, National academy of science of Ukraine, Kyiv, 2016.

The purpose of the thesis is to increase the efficiency and precision of the determination of characteristics of physical and local systems of reflectors under the influence of harmonic anti-flat and flat stresses if these processes are modelled by singular integral equations. It is achieved by two types of investigation: direct numerical solution of new diffraction problems where harmonic influence occurs towards local systems of reflectors with an arbitrary cross-section and an arbitrary number (for which new dependencies are obtained, in the interpretation of the elasticity theory), and by the investigation of the conditions and the stability of the used mathematical models and the properties of local and cluster calculation systems. Conclusions are made about the application of models in practice.

The key advantage of the obtained results is the use of increased comparative information about the subject of the investigation, modern highly productive computers (clusters), specialized software and modern methods of computational mathematics.

Key words: mathematical model, the diffraction of waves on the reflectors, singular integral equations, conditionality and sustainability models, cluster and parallel computing.

Підп. до друку 22.03.2016. Формат 60x84/16. Папір офс.
Цифровий друк. Ум. друк. арк. 1,39. Ум. фарбо-відб. 1,62.
Обл.-вид. арк. 1,0. Замовлення 23. Тираж 100 примірників.

Редакційно-видавничий відділ
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України
03680, МСП, Київ-187, проспект Академіка Глушкова, 40