

УДК 621.65: 621.67
КП
№ держреєстрації 0109U001385

Інв. №

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
(СумДУ)
40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2,
тел./факс (0542) 33-41-08

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з наукової роботи
д-р фіз.-мат. наук, професор

А.М. Черноус

З В І Т
ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ
«РОЗРОБКА МЕТОДІВ ЧИСЕЛЬНОГО РОЗРАХУНКУ ТА
ОПТИМІЗАЦІЇ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШПАРИННИХ І
ЛАБІРИНТНИХ УЩІЛЬНЕНЬ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ЇХ ВПЛИВУ НА
ДИНАМІКУ РОТОРІВ ВІДЦЕНТРОВИХ МАШИН»
(заключний)

Начальник науково-дослідної частини
канд. техн. наук, доцент

В.О. Осіпов

Керівник НДР
зав. кафедри “Загальної механіки і
динаміки машин”
д-р техн. наук, професор

В.А. Марцинковський

2010.12.28

2010

Рукопис закінчений 15 грудня 2010 р.
Результати роботи розглянуті науковою радою університету,
протокол від 23.12.2010 р. № 6

СПИСОК АВТОРІВ

Керівник НДР

зав. кафедри “Загальної механіки і динаміки машин”

засл. діяч науки и техніки України
докт. техн. наук, професор

В.А. Марцинковський
(розд. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
висновки)

Відповідальний виконавець

старший науковий співробітник

канд. техн. наук, доцент

А.В. Загорулько
(розд. 1, 2, 3, 4, 5, 7
висновки)

зав. проблемною лабораторією

«Гермомеханіки і вібродіагностики»

канд. техн. наук, доцент

Є.М. Савченко
(розд. 1, 2, 3, 4, 5, 7
висновки)

Молодший науковий співробітник

К.П. Герасиміва
(розд. 1, 2, 3, 5, 7)

Молодший науковий співробітник

С.М. Гудков
(розд. 1, 2, 3, 7)

Молодший науковий співробітник

С.О. Міщенко
(розд. 1, 2, 7)

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 220 с., 66 рис., 17 табл., 44 джерела, 3 додатки.

Об'єкт дослідження – гідродинамічні характеристики шпаринних і лабіринтних ущільнень, вібраційний стан роторів.

Предмет дослідження: чисельні (розрахункові) моделі гідродинамічних процесів шпаринних і лабіринтних ущільнень та динаміки роторної системи.

Мета роботи – створення нових енерго- і ресурсозберігаючих конструкцій та поліпшення вібраційного стану відцентрових машин за рахунок уточненого аналізу та оптимізації гідродинамічних характеристик шпаринних і лабіринтних ущільнень.

Методи дослідження – обчислювальний експеримент за допомогою методів скінченних елементів і об'ємів, методи оптимізації, метод ідентифікації жорсткостей і демпфірувань шпаринних ущільнень, фізичний експеримент.

В даній роботі виконані розрахункові дослідження та оптимізація шпаринних і лабіринтних ущільнень за допомогою програмних комплексів ANSYS CFX і modeFrontier. Проведено аналіз впливу гідродинамічних характеристик на динаміку роторів відцентрових насосів і компресорів. Розроблено комп'ютерні програми для автоматизованого розрахунку динаміки ротора та чисельного аналізу шпаринних ущільнень-опор. Розроблені нові конструкції ущільнень-опор та виконана їх експериментальна перевірка.

Рекомендації по використанню результатів роботи і галузь застосування - методики чисельного розрахунку шпаринних ущільнень-опор можуть використовуватися підприємствами насосного і компресорного машинобудування при розробці нових та модернізації існуючих конструкцій відцентрових машин, що використовуються на енергетичних блоках ТЕС і АЕС, системах видобування і транспортування енергоносіїв та ракетних двигунів для підвищення їх надійності, економічності та екологічної безпеки.

ШПАРИННІ ТА ЛАБІРИНТНІ УЩІЛЬНЕННЯ, ГІДРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ, МЕТОД СКІНЧЕННИХ ОБ'ЄМІВ, ДИНАМІКА РОТОРА, УЩІЛЬНЕННЯ-ОПОРА, ЖОРСТКОСТНІ ТА ДЕМПФІРУЮЧІ ВЛАСТИВОСТІ, ВІБРАЦІЙНИЙ СТАН, ЕКОЛОГІЧНА БЕЗПЕКА.

ЗМІСТ

Перелік умовних позначень.....	7
Вступ	10
1 Аналіз методів розрахунку гідродинамічних характеристик шпаринних ущільнень	12
2 Поставлення задачі розв'язання рівнянь гідрогазодинаміки у програмному коді ANSYS CFX	15
2.1 Основні рівняння.....	15
2.2 Метод контрольного об'єму.....	16
2.2.1 Дискретизація.....	17
2.2.2 Ітераційний розв'язок задачі.....	19
2.3 Моделювання турбулентної течії.....	20
2.3.1 Моделі турбулентної в'язкості.....	22
2.3.2 Пристінковий шар.....	23
2.3.3 Логарифмічний закон прошарку.....	24
2.3.4 Розрахунок турбулентних течій і використання сіток з нерівномірним кроком.....	25
2.4 Похибки методів обчислювальної гідродинаміки.....	26
3 Аналіз та оптимізація гідродинамічних характеристик шпаринних і лабіринтних ущільнень.....	28
3.1 Комп'ютерне моделювання і аналіз динамічних характеристик «короткого» і «довгого» шпаринного ущільнень, перевірка розрахункової моделі шпаринного ущільнення.....	28
3.2 Дослідження просторової течії у кільцевому каналі ущільнення-опори.....	37
3.3 Верифікація моделей турбулентності і параметрів сітки.....	45
3.4 Визначення впливу закрутки потоку на динамічні	

характеристики ущільнення-опори.....	49
3.5 Аналіз та оптимізація за допомогою методів обчислювальної гідродинаміки лабіринтних ущільнень.....	52
3.6 Висновки.....	63
4 Дослідження впливу шпаринних і лабіринтних ущільнень на динаміку роторів відцентрових насосів і компресорів.....	65
4.1 Аналіз впливу жорсткостей і демпфірувань на динаміку ротора відцентрового насоса ЦНС 90 – 1900.....	65
4.2 Врахування жорсткостей і демпфірувань лабіринтних ущільнень, отриманих з газодинамічного розрахунку, на динаміку ротора відцентрового компресора.....	73
5 Автоматизований розрахунок і чисельний аналіз динаміки ротора з урахуванням ущільнень.....	76
5.1 Автоматизований розрахунок динаміки ротора у програмному комплексі ANSYS.....	76
5.2 Методи розв’язання двовимірної задачі течії рідини в шпаринному ущільненні.....	79
5.2.1 Розв’язання задачі течії в шпаринному ущільненні методом Ньютона.....	84
5.2.2 Вирішення задачі течії в шпаринному ущільненні методом малих збуджень.....	89
5.3 Знаходження складових гідродинамічних сил, що виникають у шпаринному ущільненні.....	96
5.4 Чисельні розрахунки та аналіз.....	97
6 Радіально-осьові коливання ротора відцентрового насоса з автоматичним врівноважуючим пристроєм.....	104
6.1 Вступні зауваження.....	104
6.2 Постановка задачі.....	112

6.3 Статичний розрахунок.....	116
6.4 Рівняння осьових коливань ротора.....	123
6.5 Виведення рівняння спільних радіально-осьових коливань.....	131
6.6 Амплітудні та фазові частотні характеристики.....	141
6.7 Чисельний приклад.....	144
6.8 Висновки.....	147
7 Експериментальний стенд для дослідження шпаринних і лабіринтних ущільнень.....	149
7.1 Основні передумови створення експериментального стенду.....	149
7.2 Конструкція і принцип дії експериментальної установки.....	150
7.2.1 Типи установок для аналізу динаміки ротора. Схема даної установки.....	150
7.2.2 Конструкція експериментальної установки.....	153
7.3 Оцінювання динамічних параметрів ущільнень по АФЧХ вимушених коливань пружного ротора.....	157
7.4 Висновки.....	162
Висновки.....	164
Перелік посилань.....	166
ДОДАТОК А. Лістинг програми автоматизованого розрахунку динаміки ротора у програмному комплексі ANSYS (язик програмування Tcl/Tk).....	171
ДОДАТОК Б. Лістинг програми для чисельного розв'язання двовимірної задачі течії рідини в шпаринному ущільненні за методом Ньютона (Maple 6.0).....	208
ДОДАТОК В. Лістинг програми для чисельного розв'язання двовимірної задачі течії рідини в шпаринному ущільненні за методом малого параметру (Maple 6.0).....	214

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

A – область між гранями контрольного об'єму,

$[A]$ – матриця коефіцієнтів,

$\{b\}$ – вектор,

c_p – питома теплоємність,

C_μ – стала,

C, c – коефіцієнти прямого та перехресного демпфірування,

$C_{\alpha\epsilon}, c_{\alpha\epsilon}$ – коефіцієнти кутового та кутового перехресного демпфірування,

\tilde{c} – відносна закрутка потоку на вході в ущільнення,

d – діаметр вала,

D – величина дисбалансу,

e – ексцентриситет,

\tilde{e} – відносний ексцентриситет,

$F_{\text{вим}}$ – вимушувальна сила,

F_r, F_t – радіальна і окружна гідродинамічні сили,

h – зазор,

i – внутрішня енергія,

K, k – коефіцієнти прямої та перехресної жорсткості,

$K_{\alpha\epsilon}, k_{\alpha\epsilon}$ – коефіцієнти кутової та кутової перехресної жорсткості,

k_x, k_z – модифіковані коефіцієнти опору тертя,

l – довжина шпарини,

M – коефіцієнт приєднаної маси,

M_r, M_t – гідродинамічні моменти,

m – маса ротора,

$m_{\alpha\varepsilon}$ – коефіцієнт кутової приєднаної маси,
 N_x – число рівномірних ділянок,
 n – частота обертання вала,
 P_1 – тиск в камері перед ущільненням,
 P_2 – тиск в камері за ущільненням,
 P_k – турбулентна продуктивність,
 Pr_t – турбулентне число Прандля,
 p – тиск,
 \bar{p} – тиск усереднений по зазору,
 p_{ex} – тиск на вхідній кромці ущільнення,
 $p_{вых}$ – тиск на вихідній кромці ущільнення,
 Δp – перепаду тиску,
 R_1, R_2 – радіуси вала і втулки,
 S – джерельний член,
 T – температура,
 t – час,
 U – середня швидкість,
 u – вектор швидкості в декартовій системі координат,
 u, v, w – компоненти швидкості u ,
 u^+ – безрозмірна змінна швидкості біля стінки,
 u_t – швидкість тертя,
 u' – швидкість флуктуацій,
 \bar{u}_c – окружна зсувна швидкість осереднена по зазору,
 \bar{u}_p – окружна напірна швидкість осереднена по зазору,
 V – контрольний об'єм,

\bar{w} – осьова напірна швидкість осереднена по зазору,

y^+ – безрозмірна змінна відстані до стінки,

$\Delta \bar{r}$ – відстань і напрям від грані комірки до відповідного вузла,

$\Delta \bar{w}$ – величина корекції,

Δx – довжина контрольного об'єму,

Δz – локальний інтегральний крок,

β – константа, яка змінюється в діапазоні від 0 до 1,

Γ – коефіцієнт дифузії,

Γ_t – вихрова дифузійність,

ξ_{ex} – коефіцієнт втрат на вході,

$\eta_{пол}$ – політропний к.к.д.,

λ – теплопровідність,

μ – динамічна в'язкість,

μ_t – турбулентна в'язкість,

ρ – густина рідини,

τ_w – зсувне напруження стінки,

Φ_0 – коефіцієнт витрати,

ϕ – властивість рідини,

$\{\phi\}$ – вектор розв'язання,

ϕ' – кількість флуктуації,

$\psi_{пол}$ – коефіцієнта напору,

ω – кутова швидкість обертання вала,

Ω – кутова швидкість прецесії.

ВСТУП

Відцентрові насоси і компресори широко використовуються у всіх галузях промисловості. Для них характерна стійка тенденція до збільшення робочих параметрів: подач, тисків і швидкостей, тобто спостерігається концентрація все більш високих потужностей в одиничних агрегатах. Прикладами таких агрегатів є живильні насоси атомних електростанцій, турбонасосні агрегати ракетних двигунів та компресори для перекачування природного газу. В процесі створення відцентрових машин одними з першорядних задач є зниження вібрацій та розробка надійних та герметичних ущільнень. Справа у тому, що у відцентрових машинах до 10% споживаної потужності втрачається на витоки через шпаринні ущільнення робочих коліс. Для крупних живильних насосів, наприклад, це тисячі кіловат. Енергію об'ємних втрат можна перетворити на корисну енергію, якщо шпаринні ущільнення використовувати одночасно як гідростатичні опори, здатні володіти не тільки великою радіальною жорсткістю, але і ефективно демпфірувати коливання ротора. В цьому випадку енергія витоків не тільки може забезпечити необхідну несучу здатність опор, але і, що найважливіше, знизити до допустимого рівня вібрації ротора навіть за наявності значної неврівноваженості, за умови, якщо використовуються спеціальні конструкції шпаринних (лабіринтних та лункових) ущільнень.

Тому останнім часом з'явилися конструкції багатоступеневих насосів, в яких вже навмисно функції опор перекладаються на шпаринні ущільнення. Так, наприклад, вже декілька вітчизняних та зарубіжних підприємств серійно випускають багатоступеневі насоси, в яких роль радіальних підшипників виконують «довгі» шпаринні ущільнення [1,20]. Ще одним прикладом використання шпаринних ущільнень у якості опор можуть служити безвальні насоси [5]. Переваги таких насосів очевидні: зниження масогабаритних показників, спрощення технічного обслуговування, монтажу і наладки за рахунок

усунення виносних підшипникових опор, поліпшення вібраційних характеристик агрегату, підвищення надійності і ресурсу.

У зв'язку з тим, що для шпаринних ущільнень-опор найбільш важливими є жорсткостні та демпфіруючі властивості, та їх вплив на вібраційний стан ротора. Виникає необхідність розроблення уточнених методів чисельного розрахунку і оптимізації динамічних характеристик шпаринних ущільнень турбомашин за допомогою сучасних методів обчислювальної гідродинаміки для більш надійного прогнозування вібраційного стану турбомашин та розробки принципово нових конструкцій, що забезпечують економію енергії та перекачування продуктів, а також екологічну безпеку насосного і компресорного обладнання.

На підставі викладеного ясно, що актуальність задач забезпечення герметичності та віброннадійності насосного і компресорного обладнання безперервно зростає.

Мета роботи: створення нових енерго- і ресурсозберігаючих конструкцій та поліпшення вібраційного стану відцентрових машин за рахунок уточненого аналізу та оптимізації гідродинамічних характеристик шпаринних і лабіринтних ущільнень.

1 АНАЛІЗ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШПАРИННИХ УЩІЛЬНЕНЬ

Дослідженню гідродинамічних сил, що виникають у безконтактних ущільненнях, зокрема кільцевих ущільненнях, присвячені роботи ряду вітчизняних і закордонних вчених [10,15,27]. У роботах В.А. Марцинковського [3-7] запропонована теорія розрахунку характеристик течії, а також сил і моментів, що виникають у короткій щілині з переважним осьовим потоком з урахуванням циліндричної і конічної прецесії й радіальних коливань. Основними передумовами для описання турбулентного руху рідини є використання значень коефіцієнтів опору тертя на основі експериментальних досліджень І.І. Нікурадзе і закону степені $1/7$ для зміни компонент швидкості по зазору. Х.Ф. Блек [9] визначив коефіцієнти жорсткості, демпфірування й приєднаних мас для кільцевого гладкого ущільнення при турбулентній течії ґрунтуючись також на гіпотезі степеневого розподілу швидкості з показником степені $1/7$. Їм був проведений аналіз тільки коротких щілин, однак його робота стала основою для наступних досліджень ущільнень закордонними вченими. Д.В. Чаїлдс [12] досліджував ефект закручення на вході, використовуючи теорію інтегральних характеристик просторової течії Хірса замість степеневого закону розподілу швидкості. Т. Іватсубо [18] запропонував моделі турбулентної течії в ущільненнях з канавками, комбінуючи аналіз кільцевих гладких ущільнень і лабіринтних ущільнень, що дозволило одержати динамічні характеристики таких ущільнень. Даний підхід є чисельним методом для ущільнень складної геометричної форми.

У вище згаданих роботах ущільнення розглядаються як короткі щілини, тобто нехтується зміна розподілу тиску, що обумовлена окружною швидкістю. Але вищенаведені гіпотези не можуть бути застосовні до кільцевих щілин, у яких відношення довжини в осьовому напрямку до діаметра більше 0,5. Фрітц [16, 17]

дослідив такі довгі кільцеві ущільнення, але нехтував ефектом течії в осьовому напрямку.

Д.В. Чаїлдс [11] запропонував метод кінцевої довжини, що найбільш використовується через свою простоту й практичність. Згодом модель Чаїлдса була вдосконалена, і дозволила врахувати ефект конусності [14],[22]. Запропонований метод дозволив виконати аналіз демпферних [13] (Чаїлдс і Кім, 1985) і канавкових ущільнень [26] (Нордманн).

Нельсон і Нгуен [23] представили аналіз кільцевих ущільнень, що базується на теорії просторової течії Хирса, і діаграмі Моуді для тертя. Вони з'ясували, що на динамічні коефіцієнти значно впливає відносна шорсткість поверхні. У наступних роботах Нельсон і Нгуен [24], [25] розробили на підставі перетворення Фур'є метод для розрахунку ущільнень із великим ексцентриситетом з урахуванням шорсткості поверхні.

Більшість дослідників, які згадувалися вище зосереджували увагу на додаткових силах викликаних циліндричною прецесією. Чаїлдс [13] вивів динамічні коефіцієнти обумовлені не тільки силами, але й моментами, що викликані циліндричним і конічним прецесійним рухом. Канеморі та Іватсубо [19] провели експериментальне дослідження гідродинамічних сил і моментів у довгих щілинах і прийшли до висновку, що для довгих щілин важливо враховувати моменти, які виникають при прецесійному обертанні ротора. Вони також запропонували процедуру ідентифікації коефіцієнтів матриці сил і моментів.

Атавел [8] з'ясував характер течії рідини в ущільненнях із прецесією чисельно й експериментально. Дж.Л. Морісон, М.С. Джонсон, Х.Д. Темс у роботі [21] навели результати експериментального порівняння течії в гладких кільцевих ущільненнях із прецесією й без прецесії.

Томас Стаублі [28] продемонстрував можливість розрахунку динамічних коефіцієнтів шпаринних ущільнень за допомогою чисельного моделювання й

порівняв чисельні результати з рішеннями отриманими за допомогою теорії просторової течії.

Аналіз методів розрахунку гідродинамічних характеристик шпаринних ущільнень показав, що для більш надійного прогнозування вібраційного стану турбомашин та розробки принципово нових конструкцій, що забезпечують економію енергії та перекачуваних продуктів, а також екологічну безпеку насосного і компресорного обладнання необхідно застосування сучасних методів обчислювальної гідродинаміки та оптимізації технічних систем.

2 ПОСТАВЛЕННЯ ЗАДАЧІ РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ ГІДРОГАЗОДИНАМІКИ У ПРОГРАМНОМУ КОДІ ANSYS CFX

2.1 Основні рівняння

У загальному випадку ньютонівська рідина, яка стискається, описується п'ятьма рівняннями в частинних похідних. Перше з цих рівнянь описує збереження маси, яке означає, що величина масової витрати в об'ємі, що втікає, дорівнює масовій витраті в об'ємі, що витікає відповідно до

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u) = 0, \quad (2.1)$$

де ρ - густина рідини; u - вектор швидкості в декартовій системі координат.

Другий закон Ньютона в комбінації з фактом, що для ньютонівської рідини розмір діючих напружень на контрольний об'єм пропорційний величині деформацій, що описується у відомих рівняннях Нав'є-Стокса. Три рівняння, які подані нижче, описують закон збереження кількості руху в трьох напрямках. Величина збільшення кількості руху частинки рідини дорівнює сумі сил, що діють на частинку, і описується такими рівняннями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u u) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u) + S_{M_x}, \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v u) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} v) + S_{M_y}, \\ \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho w u) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} w) + S_{M_z}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

де p - тиск; μ - динамічна в'язкість, u, v, w - компоненти швидкості u .

Останнє рівняння у частинних похідних, яке визначає потік, це рівняння енергії, яке випливає з першого закону термодинаміки. Величина збільшення енергії частинки рідини дорівнює доданому теплу до частинки рідини і величині роботи, що діє на частинку:

$$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho i u) = -p \operatorname{div} u + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \Phi + S_i, \quad (2.3)$$

де i - внутрішня енергія; λ - теплопровідність; T - температура, і

$$\Phi = \mu \left(2 \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) - \frac{2}{3} \mu (\operatorname{div} u)^2. \quad (2.4)$$

Ці п'ять рівнянь в частинних похідних мають сім невідомих змінних (u, v, w, p, T, ρ і i). Для того щоб замкнути цю систему рівнянь, необхідно ввести рівняння для тиску і внутрішньої енергії

$$p = p(\rho, T); \quad i = i(\rho, T). \quad (2.5)$$

Рівняння теплопередачі для твердотільної області, рівняння енергії

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + S, \quad (2.6)$$

де c_p - питома теплоємність.

Рівняння (2.2) можна розв'язати аналітично тільки для декількох простих випадків.

2.2 Метод контрольного об'єму

Першим кроком методу контрольного об'єму є інтегрування основних рівнянь для кожного контрольного об'єму. Визначальні рівняння можна записати у вигляді

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi u) = \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) + S_\phi, \quad (2.7)$$

де ϕ - властивість рідини і Γ - коефіцієнт дифузії.

Якщо рівняння (2.7) проінтегрувати по контрольному об'єму, то загальне рівняння переносу буде мати вигляд

$$\int_{CV} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{CV} \text{div}(\rho\phi u) dV = \int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) dV + \int_{CV} S_\phi dV. \quad (2.8)$$

Використавши властивість дивергенції за теоремою Гаусса, отримаємо

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{CV} (\rho\phi) dV \right) + \int_A n \cdot (\rho\phi u) dA = \int_A n \cdot (\Gamma \text{grad}\phi) dA + \int_{CV} S_\phi dV. \quad (2.9)$$

Для стаціонарного потоку нестационарним членом рівняння (2.9) можна нехтувати:

$$\int_A n \cdot (\rho\phi u) dA = \int_A n \cdot (\Gamma \text{grad}\phi) dA + \int_{CV} S_\phi dV. \quad (2.10)$$

Для нестационарного процесу рівняння (2.9) можна проінтегрувати за часом і отримати загальне рівняння переносу у вигляді

$$\int_{\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{CV} (\rho\phi) dV \right) dt + \int_{\Delta t} \int_A n \cdot (\rho\phi u) dA dt = \int_{\Delta t} \int_A n \cdot (\Gamma_\phi \text{grad}\phi) dA dt + \int_{\Delta t} \int_{CV} S_\phi dV dt. \quad (2.11)$$

2.2.1 Дискретизація

Другим кроком скінченно-об'ємного методу є зведення рівнянь в частинних похідних до алгебраїчних рівнянь.

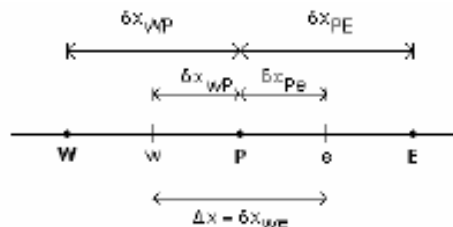


Рисунок 2.1 – Одновимірні сітка

На рис. 2.1 показано одновимірну сітку, де P, W і E - вузли, w і e - грані сітки, які розміщені в середині між вузлами, а Δx - довжина контрольного об'єму.

При дискретизації рівняння переносу використовується протипотокова диференціальна схема. Ця схема є схемою першого порядку. Нижче представлений процес чисельного інтегрування і дискретизації основних рівнянь.

Приклад. Ця задача являє собою задачу конвекції-дифузії в одновимірному поставленні. Використовуються другий і третій члени рівняння переносу (2.8)

$$\frac{d(\rho\phi u)}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right). \quad (2.12)$$

Одновимірне рівняння нерозривності запишемо у вигляді

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0. \quad (2.13)$$

Рівняння (2.12) і (2.13) інтегруються по Δx , де A - область між гранями.

Це дає

$$(\rho u A \phi)_e - (\rho u A \phi)_w = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e + \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w, \quad (2.14)$$

$$(\rho u A)_e - (\rho u A)_w = 0. \quad (2.15)$$

Змінні F і D визначаються як

$$F = \rho u; \quad D = \frac{\Gamma}{\delta x}. \quad (2.16)$$

Змінні F і D на гранях комірки стають

$$F_w = (\rho u)_w; \quad F_e = (\rho u)_e, \quad (2.17)$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}}; \quad D_e = \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}}. \quad (2.18)$$

Наступним кроком є прикладення диференціальної протипотокової схеми.

Якщо напрям потоку додатний, що визначається потоком із заходу на схід. Властивість ϕ із західної грані комірки w імовірно дорівнює ϕ у західному вузлі W . Також ϕ у східній грані комірки дорівнює ϕ у вузлі P .

$$\phi_w = \phi_W; \phi_e = \phi_P. \quad (2.19 \text{ a, б})$$

Підставивши (19 a, б) в (14), одержимо алгебраїчне рівняння

$$[(D_w + F_w) + D_e + (F_e - F_w)]\phi_p = (D_w + F_w)\phi_w + D_e\phi_E \quad (2.20)$$

Протипотокова схема дає добрий збіг, але чутлива до чисельної дифузії. Це означає, що якщо потік спрямований не по нормалі до граней елемента, результати можуть вийти за область потоку. Це означає, наприклад, що стрибки ущільнення побачимо як згладжені криві.

Для отримання більш точного розв'язку, ϕ на гранях сітки може бути апроксимовано рядами більш високого порядку

$$\phi_w = \phi_W + \beta \text{grad} \phi \cdot \Delta \bar{r} \quad (2.21)$$

і

$$\phi_e = \phi_P + \beta \text{grad} \phi \cdot \Delta \bar{r}, \quad (2.22)$$

де $\Delta \bar{r}$ - відстань і напрям від грані комірки до відповідного вузла; β - константа, яка змінюється в діапазоні від 0 до 1; $\beta = 0$ - протипотокова схема; $\beta = 1$ - схема другого порядку. Схема другого порядку менш робастна і з'являється ризик чисельного розсіювання, що означає виникнення пульсацій у розв'язку.

2.2.2 Ітераційний розв'язок задачі

Коли визначальні рівняння дискретизовані і зведені до алгебраїчних рівнянь, то використовується ітеративний чисельний метод для розв'язку задачі. Спрощено метод може бути описаний так.

Алгебраїчні рівняння можуть бути записані у матричному вигляді

$$[A]\{\phi\} = \{b\}, \quad (2.23)$$

де $[A]$ - матриця коефіцієнтів; $\{\phi\}$ - вектор розв'язання і $\{b\}$ - вектор.

Для отримання розв'язку ϕ^{n+1} до початкового припущення ϕ^n додається поправка ϕ' :

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \phi', \quad (2.24)$$

ϕ' розраховується з рівняння

$$\frac{\partial A}{\partial \phi} \phi' = r^n, \quad (2.25)$$

де r^n - відхил, який отриманий з рівняння

$$r^n = b - A\phi^n. \quad (2.26)$$

Цей процес повторюється до того часу, поки розв'язок повністю збігається, і відхил стане мінімальним.

2.3 Моделювання турбулентної течії

Для більшості промислових потоків використовуються розв'язання рівнянь Нав'є-Стокса. Коли числа Рейнольдса перевищують певні величини, потік стає турбулентним. Розв'язати турбулентну течію прямим чисельним інтегруванням неможливо, оскільки це вимагає набагато більшої потужності комп'ютера, чим це можливо у даний час, тому були введені моделі турбулентності.

Більшість турбулентних моделей отримані з усереднених рівнянь Рейнольдса. Ці рівняння одержані з умови, що швидкість рідини u розділяється на дві компоненти, середню швидкість U і швидкість флуктуацій u' .

$$u = U + u', \quad (2.27)$$

$$\text{де } U = \frac{1}{\Delta t} \int_{t}^{t+\Delta t} u dt. \quad (2.28)$$

Якщо швидкість U ввести в рівняння нерозривності (1), воно матиме вигляд

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \text{div}(\rho U) = 0, \quad (2.29)$$

і рівняння Нав'є-Стокса перетвориться на

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \text{div}(\rho U \otimes U) = -\text{grad } p + \text{div}(\mu \text{grad} U) - \text{div}(\overline{\rho u' \otimes u'}) + S_M, \quad (2.30)$$

Загальна властивість перенесення φ складається із середньої кількості ϕ і кількості флуктуації φ' :

$$\varphi = \phi + \varphi'. \quad (2.31)$$

Одержано скалярне рівняння перенесення

$$\frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho \phi U) = \text{div}(\Gamma_\phi \text{grad} \phi) - \text{div}(\overline{\rho u' \varphi'}). \quad (2.32)$$

У рівняннях (2.30) і (2.32) з'являються два невідомих члени, напруження Рейнольдса $\overline{\rho u' \otimes u'}$ і потік Рейнольдса $\overline{\rho u' \varphi'}$. Межа над цими членами означає, що вони усереднені за часом.

2.3.1 Моделі турбулентної в'язкості

Група моделей, які названі моделями турбулентної в'язкості, допускають, що турбулентний потік містить добавки до напружень Рейнольдса, які пропорційні середньому градієнту швидкості

$$-\overline{\rho u' \otimes u'} = -\frac{2}{3} \rho k \delta - \frac{2}{3} \mu_t \operatorname{div} U \delta + \mu_t (\nabla U + (\nabla U)^T), \quad (2.33)$$

де k - турбулентна кінетична енергія

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'^2}. \quad (2.34)$$

Потоки Рейнольдса

$$-\overline{\rho u' \phi'} = \Gamma_t \nabla \phi, \quad (2.35)$$

де вихрова дифузійність Γ_t дорівнює відношенню турбулентної в'язкості μ_t до турбулентного числа Прандля Pr_t .

$$\Gamma_t = \frac{\mu_t}{\operatorname{Pr}_t}. \quad (2.36)$$

Всі вихрові моделі в'язкості ґрунтуються на цьому співвідношенні. Відмінності між моделями у методі визначення μ_t .

$k - \varepsilon$ модель визначає μ_t як

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (2.37)$$

де C_μ - стала; k і турбулентне в'язке розсіювання ε розраховуються за такими двома рівняннями:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho U k) = \operatorname{div} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \operatorname{grad} k \right] + P_k - \rho \varepsilon \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho U \varepsilon) = \operatorname{div} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \operatorname{grad} \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon), \quad (2.39)$$

де $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{\varepsilon 1}$ і $C_{\varepsilon 2}$ - сталі і P_k - турбулентна продуктивність.

У $k - \omega$ моделі Вілкокса μ_t визначається як

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega}, \quad (2.40)$$

де k і турбулентна частота ω визначаються з рівнянь, наведених нижче:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho U k) = \operatorname{div} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \operatorname{grad} k \right] + P_k - \beta' \rho k \omega, \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho U \omega) = \operatorname{div} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \operatorname{grad} \omega \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2, \quad (2.42)$$

$\sigma_k, \sigma_\omega, \alpha, \beta'$ і β - сталі моделі.

$k - \varepsilon$ - і $k - \omega$ - моделі мають як переваги, так і недоліки. Модель перенесення зсувного напруження (SST) комбінує кращі властивості цих двох моделей. $k - \omega$ - модель описує потік біля стінок з прилипанням набагато краще, ніж $k - \varepsilon$ - модель, сітка біля стінки не повинна бути найкращою, і потік не на стільки залежить від сітки. З іншого боку, в ядрі потоку $k - \omega$ - модель набагато чутливіша до неточних граничних умов порівняно з $k - \varepsilon$ - моделлю.

2.3.2 Пристінковий шар

У турбулентних потоках потік біля стінок також має потребу апроксимації. Потік біля стінки без прослизання не ефективно описувати вільним потоком. Тільки відстань до стінки y , густина рідини ρ , в'язкість μ і зсувне напруження стінки τ_w є важливими. У такому разі вираз для швидкості біля стінки запишемо у формі

$$u^+ = \frac{U}{u_t} = f\left(\frac{\rho u_t y}{\mu}\right) = f(y^+), \quad (2.43)$$

u^+ і y^+ - безрозмірні змінні швидкості біля стінки і відстані до стінки. u_t - швидкість тертя, що подана рівнянням

$$u_t = \left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^{1/2}. \quad (2.44)$$

Для течій, близьких до стінки, коли $y^+ < 5$, зсувне напруження дорівнює зсувному напруженню стінки. Це

$$U = \frac{\tau_w y}{\mu} - \quad (2.45)$$

вираз для швидкості біля стінки. У даного випадку $y^+ = u^+$. Навіть швидкість U в цьому шарі не зв'язана з турбулентними властивостями, але це буде так, поки швидкість знаходиться в логарифмічному шарі.

2.3.3 Логарифмічний закон прошарку

Течія на відстані приблизно $30 < y^+ < 500$ від стінки являє собою логарифмічний закон. В'язкість і турбулентні властивості рідини є важливими у цьому шарі. Залежність між швидкістю і відстанню до стінки у цьому шарі виражається так:

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B = \frac{1}{k} \ln(Ey^+), \quad (2.46)$$

де k, B і E - сталі, які залежать від шорсткості стінки.

Коли перший вузол сітки має відстань до стінки менше, ніж $y^+ = 5$, тоді виконується закон лінійного прошарку. Для сіток з першим вузлом, який має

відстань до стінки $y^+ = 30-500$, використовуються функції стінки для логарифмічного закону апроксимації характеристик потоку. Це означає, що автоматично вибирається метод для визначення пристінкового прошарку і автоматично підтримується область відстаней до стінки $5 < y^+ < 30$.

2.3.4 Розрахунок турбулентних течій і використання сіток з нерівномірним кроком

Якщо для розрахунку турбулентних приграничних шарів використовуються моделі, пов'язані з обчисленням турбулентної в'язкості для всієї течії, то для отримання досить точних результатів вузли сітки повинні бути розміщені усередині в'язкого прошарку, тобто $y^+ \leq 4,0$ для нестисливих течій і $y^+ \leq 1.0$ або $2,0$ у тих випадках, коли доводиться розв'язувати рівняння енергії.

Для багатьох пристінних турбулентних шарів течія у внутрішній області шару має універсальний характер, який описується логарифмічним законом стінки. По суті, ця внутрішня частина шару є областю, в якій конвективне перенесення виконує незначну роль. Грубо кажучи, закон стінки можна розглядати як розв'язок рівняння руху приграничного шару, одержаного при описанні турбулентності за моделлю шляху зміщення Прандтля в припущенні, що конвективні члени і градієнт тиску не істотні. Аналогічно для багатьох течій спостерігається майже універсальний характер розподілу температури, і закон стінки можна використовувати для задання граничних умов на внутрішній границі при розв'язанні рівняння енергії.

Отже, при застосуванні закону стінки рівняння приграничного шару розв'язуються з використанням моделі турбулентності лише у зовнішній частині шару, при цьому використовується відносно груба сітка. Розв'язок в пристінній області описується на основі закону стінки, який фактично є наближеним розв'язком для пристінної області. Звичайно припускається, що закон стінки

виконується при $30 < y^+ < 200$ і перший від стінки вузол розрахункової сітки розміщують в цьому інтервалі.

Практично всі без винятку розрахунки турбулентних приграничних шарів, в яких розв'язок знаходиться аж до стінки, проводиться з використанням нерівномірних сіток. Широко використовується схема, що базується на припущенні про те, що відношення двох послідовних кроків сітки постійне:

$$\frac{\Delta y^+}{\Delta y_-} = \frac{\Delta y_{j+1}}{\Delta y_j} = K.$$

При використанні такої схеми з постійним співвідношенням кроків сітки при русі від стінки зростають на один і той же відсоток. У результаті кроки сітки ростуть в геометричній прогресії. Для турбулентного перебігу значення числа K лежить звичайно між 1 і 2.

Точність, а іноді і стійкість деяких різницевих схем має велику залежність від вибраного значення K . У більшості випадків задовільні результати виходять при $K \leq 1.2$.

2.4 Похибки методів обчислювальної гідродинаміки

Коли моделюється потік важливо знати обмеження. Різні джерела помилок і невизначеностей є у методах обчислювальної гідродинаміки. Їх можна розділити на певні категорії:

1) невизначеності моделі. Ці невизначеності призводять до допущень і спрощень реального потоку. У багатьох випадках ці спрощення необхідні для розв'язання задачі. Одним із прикладів є моделі турбулентності, іншим прикладом може бути нехтування хімічними реакціями;

2) помилки обчислення. Помилки обчислення трапляються від того, що визначальні рівняння не розв'язуються на пряму, але дискретизуються з кінцевим розрізненням в часі і просторі. Помилки можуть бути більші при використанні

диференціальної схеми першого порядку замість використання схем вищих порядків;

3) помилки виконання ітерацій і збіжності. Коли відхилення не досягають бажаних рівнів, то можуть траплятися помилки. Це обумовлено різними причинами, наприклад, моделі і граничні умови вибрані таким чином, що не забезпечується збіжність для деяких спеціальних течій. У інших випадках ітераційний процес є достатньо довгим і не завжди досягається його збіжність;

4) помилки округлення. Ці помилки трапляються через обмеження комп'ютера. Може не вистачити місця у пам'яті комп'ютера для зберігання величин у процесі розв'язку, тому величини округляються. Розв'язок точніше ніж точність самого комп'ютера не можливий;

5) невизначеності. Неточні граничні умови, геометрія або неіснуючі дані можуть також призвести до неточних результатів;

6) інші помилки можуть траплятися через помилки користувача і помилки коду, який використовується.

3 АНАЛІЗ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШПАРИННИХ ТА ЛАБІРИНТНИХ УЩІЛЬНЕНЬ

3.1 Комп'ютерне моделювання і аналіз динамічних характеристик «короткого» і «довгого» шпаринного ущільнень, перевірка розрахункової моделі шпаринного ущільнення

Існуючі методи розрахунку основних гідродинамічних характеристик шпаринних ущільнень включають дві моделі (спрощення рівнянь Рейнольдса): «коротка» та «довга шпарина». В першій моделі обмежуються двовимірною задачею, так як переважаючою є осьова течія, окружна течія взагалі не враховується. Ця модель використовується, головним чином, для описання робочого процесу у міжступневих шпаринних ущільненнях. У другій моделі розглядається тривимірна течія рідини у кільцевому каналі з урахуванням окружної течії, і ця модель застосовується для описання робочого процесу, наприклад, у шпаринному ущільненні гідроп'яти. Важливим параметром, що дозволяє вибрати ту або іншу модель шпаринного ущільнення, є відношення довжини щілини до її діаметру l/d . Так для «короткої» щілини, за різними літературними джерелами, це співвідношення знаходиться в діапазоні $l/d \leq 0,25 - 0,5$ [10,27]. Тому слід відмітити, що чіткої межі між цими моделями не існує.

Таким чином, з'являється необхідність розробки узагальненої теорії розрахунку шпаринних ущільнень, яка б об'єднала та дозволила визначити область використання кожної з цих моделей. А це пов'язано з глибокими експериментальними та теоретичними дослідженнями, експериментальним визначенням статичних та динамічних характеристик ущільнень, використанням розрахункового експерименту і методів розрахункової гідродинаміки (РГД) для вирішення складної задачі тривимірної течії у кільцевому каналі шпаринного ущільнення з урахуванням прецесії вала. Створення цієї теорії дозволить розглядати динаміку ротора з урахуванням не тільки статичних, але і динамічних жорсткостей та демпфірувань шпаринних ущільнень.

Зростання продуктивності сучасних ЕОМ дозволяє істотно розширити область застосування чисельних методів моделювання. Однак, розрахунок з використанням тривимірного чисельного моделювання є досить вимогливим до апаратних ресурсів. Тому необхідно виділити кількісний критерій, що дозволяє розмежувати область застосування повної тривимірної та спрощеної моделей, аналогічно, виконаної В.А. Марцинковським [6], оцінці порядку членів аналітичних рівнянь руху рідини в шпаринних ущільненнях. Критерій може бути представлений функціональною залежністю виду:

$$K = f(l, d, h, e, \omega, \Omega),$$

де l – довжина шпарини; d – діаметр вала; h – зазор; e – ексцентриситет; ω – кутова швидкість обертання вала; Ω – кутова швидкість прецесії.

Для одержання такої залежності необхідно провести серію чисельних експериментів з різними значеннями змінних параметрів.

Схематичний рух ротора в шпаринному ущільненні при циліндричній прецесії представлений на рис. 3.1 а,б.

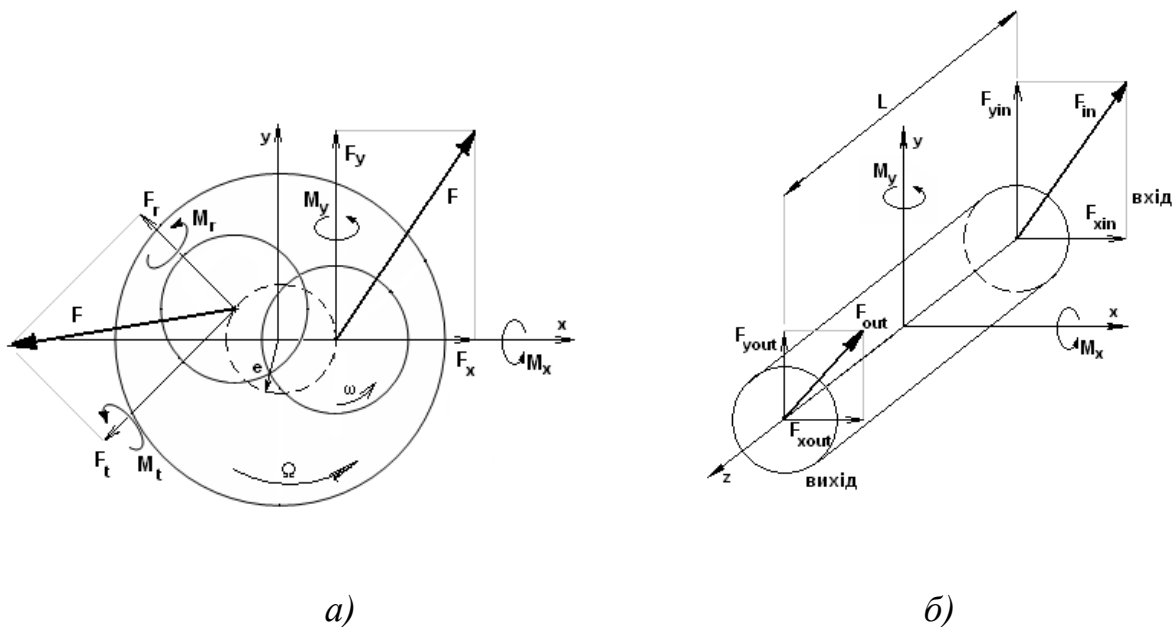


Рисунок 3.1 – Траєкторія руху ротора в шпаринному ущільненні (а) і сили й моменти реакції рідини (б)

Сили й моменти, що виникають в рідині (рис. 3.1 б) при невеликих переміщеннях ротора уздовж осей x та y , можна представити в матричній формі:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_r & -F_t \\ F_t & F_r \\ M_r & M_t \\ M_t & -M_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{x} \\ \underline{e} \\ \underline{y} \\ \underline{e} \end{Bmatrix}, \quad (3.1)$$

де при циліндричній прецесії із частотою Ω та ексцентриситетом e :

$$\begin{aligned} x &= e \cdot \cos(\Omega t), \\ y &= e \cdot \sin(\Omega t). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Припускаючи лінійне співвідношення сил і переміщень і нехтуючи вищими порядками похідних від переміщення, запишемо вираз для визначення сил і моментів у наступному матричному вигляді:

$$-\{F\} = \begin{bmatrix} K & k & C & c & M & 0 \\ -k & K & -c & C & 0 & M \\ K_{\alpha\varepsilon} & k_{\alpha\varepsilon} & C_{\alpha\varepsilon} & c_{\alpha\varepsilon} & m_{\alpha\varepsilon} & 0 \\ k_{\alpha\varepsilon} & -K_{\alpha\varepsilon} & c_{\alpha\varepsilon} & -C_{\alpha\varepsilon} & 0 & -m_{\alpha\varepsilon} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

де K, k – коефіцієнти прямої та перехресної жорсткості, Н/м; C, c – коефіцієнти прямого та перехресного демпфірування, Н·с/м; M – коефіцієнт приєднаної маси, кг; $K_{\alpha\varepsilon}, k_{\alpha\varepsilon}$ – коефіцієнти кутової та кутової перехресної жорсткості, Н·м/м; $C_{\alpha\varepsilon}, c_{\alpha\varepsilon}$ – коефіцієнти кутового та кутового перехресного демпфірування, Н·м с/м; $m_{\alpha\varepsilon}$ – коефіцієнт кутової приєднаної маси, кг·м²/м.

Виберемо положення ротора в якому будемо вимірювати сили й моменти так щоб $\Omega \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot n$, $n = 0, 1, 2, \dots$, наприклад $t = 0$, тоді з рівнянь (3.1) випливає:

$$\begin{cases} F_r = F_x \\ F_t = F_y \\ M_r = M_x, \\ M_t = M_y \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\dot{x} = \dot{y} = \ddot{y} = 0. \quad (3.5)$$

Підставивши вирази (3.2),(3.4) і (3.5) в (3.3) з урахуванням того, що $t = 0$ маємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_r}{e} = -K - \Omega c + \Omega^2 M \\ \frac{F_t}{e} = k - \Omega C \\ \frac{M_r}{e} = -K_{\alpha\varepsilon} - \Omega c_{\alpha\varepsilon} + \Omega^2 m_{\alpha\varepsilon} . \\ -\frac{M_t}{e} = k_{\alpha\varepsilon} - \Omega C_{\alpha\varepsilon} \end{array} \right. \quad (3.6)$$

З отриманої системи рівнянь видно, що F_r , M_r – квадратичні, а F_t , M_t – лінійні функції відносно Ω .

За допомогою системи рівнянь (3.6), знаючи величини сил F_r , F_t і моментів M_r , M_t хоча б при трьох різних значеннях частоти прецесії Ω , можна визначити величини коефіцієнтів жорсткості та демпфірування шпаринного ущільнення.

У роботі [19] розглянутий приклад експериментального знаходження динамічних коефіцієнтів шпаринного ущільнення з такими параметрами:

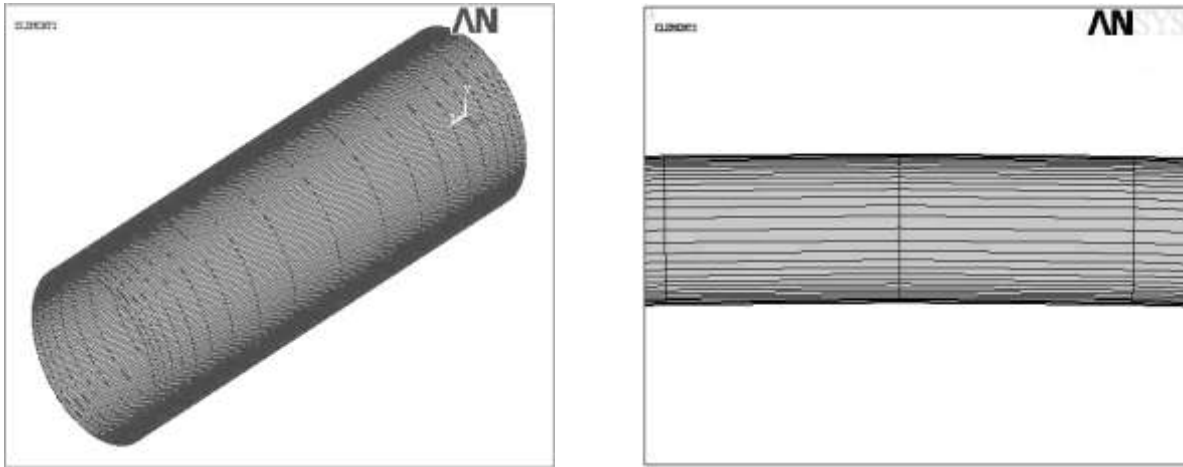
Таблиця 3.1 – Параметри кільцевого шпаринного ущільнення

радіус, мм	39.656
зазор, мм	0.394
довжина, мм	240
ексцентриситет, мм	0.049
перепад тиску, кПа	1019
швидкість обертання ротора, Гц	18
коефіцієнт закручення на вході	0.25
коефіцієнт втрат на вході	0.5

У якості робочої рідини виступає вода, яку можна вважати нестисливою й з постійними властивостями:

густина, кг/м^3	997
динамічна в'язкість, Па/с	$8.899 \cdot 10^{-4}$

Створена 3-х вимірна модель шпаринного ущільнення, що містить 43200 елементів-гексаедрів (рис. 3.2).



a)

б)

Рисунок 3.2 – Сітка: загальний вигляд (*a*) і зазор (*б*)

Кількість елементів в осьовому напрямку – 20 (рис. 3.2 *a*), а в радіальному – 30 (рис. 3.2 *б*). Пристінковий шар виконаний за допомогою згущення сітки біля стінки і вала. З метою урахування окружної течії в окружному напрямку модель була розбита на 72 елементи. Така розбивка моделі ущільнення забезпечила достатню точність розрахунку, що підтверджується результатами експериментальних досліджень [19].

Рух рідини в шпаринному ущільненні моделювався в програмному комплексі ANSYS-CFX 11. При моделюванні (розрахунку) використовувалася стандартна $k-\epsilon$ модель турбулентності з функцією стінки. При розрахунку перехідного процесу розглядався один повний оберт вала з розбивкою його на 20 ітерацій.

Для визначення коефіцієнтів жорсткості й демпфірування ущільнення було виконано 4 розрахунки при різних швидкостях прецесії. Величини визначених сил і моментів зведені в таблицю 3.2.

Таблиця 3.2 – Значення сил і моментів при різних частотах прецесії

Ω , Гц	F_r , Н	F_t , Н	M_r , Н·м	M_t , Н·м
-18	48.7	252.7	27.36	6.8
-9	-3.15	155.3	-16.33	4.16
9	-51.7	-24.3	1.54	-1.67
18	-48.4	-117.7	10.88	-1.08

За результатами проведених розрахунків була виконана апроксимація радіальної сили F_r й моменту M_r - поліномом другого порядку відносно частоти прецесії, а дотичної сили F_t й моменту M_t – поліномом першого порядку (3.6). Отримані рівняння були приведені до виду:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_r(\Omega)}{e} = -746959 - 55033 \cdot \Omega + 2316 \cdot \Omega^2 \\ \frac{F_t(\Omega)}{e} = 1357638 - 208699 \cdot \Omega \\ \frac{M_r(\Omega)}{e} = 113056.46 - 10827.36 \cdot \Omega + 855.46 \cdot \Omega^2 \cdot \\ \frac{M_t(\Omega)}{e} = -41831.99 + 4896.86 \cdot \Omega \end{array} \right. \quad (3.7)$$

На рис. 3.3 *а,б* представлені криві радіальних та окружних сил і моментів від відносної частоти прецесії.

На підставі системи рівнянь (3.7) були знайдені значення коефіцієнтів жорсткості, демпфірування й приєднаних мас: коефіцієнт приєднаної маси $M = 2316 \text{ кг}$, коефіцієнти прямої жорсткості $K = 746959 \text{ Н/м}$, коефіцієнт перехресної жорсткості $k = 1357638 \text{ Н/м}$, коефіцієнт прямого демпфірування $C = 208699 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$, коефіцієнт перехресного демпфірування $c = 55033 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$

коефіцієнт кутової приєднаної маси $m_{\alpha\varepsilon} = 855 \text{ кг} \cdot \text{м}$, коефіцієнт кутової жорсткості $K_{\alpha\varepsilon} = -113056 \text{ Н}$, коефіцієнт кутової перехресної жорсткості

$k_{\alpha\varepsilon} = -41832H$, коефіцієнт кутового демпфірування $C_{\alpha\varepsilon} = -4897H \cdot c$,
 коефіцієнт кутового перехресного демпфірування $c = 10827H \cdot c$.

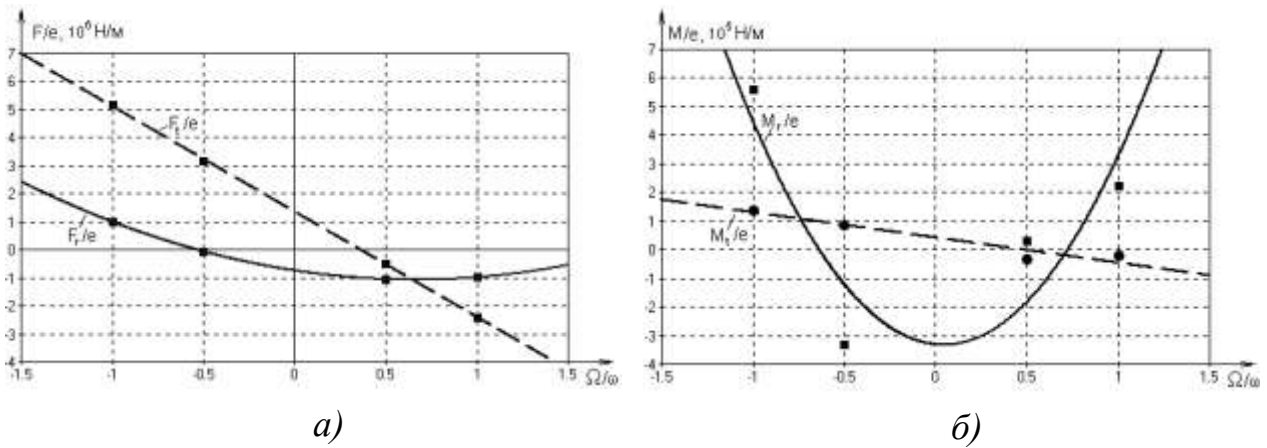
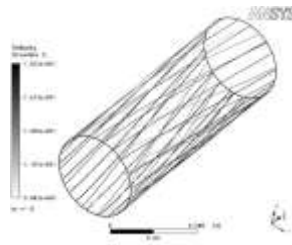


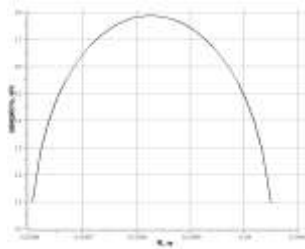
Рисунок 3.3 – Залежності радіальних та окружних сил (а) й моментів (б) від відносної частоти прецесії

Для аналізу динамічних характеристик «короткої» ($l/d \approx 0,13$) та «довгої» ($l/d \approx 3$) щілини, розглянуто декілька характерних випадків течії рідини в ущільненнях при прямій синхронній прецесії. Графіки розподілу швидкості (рис. 4-7) отримані в серединному перерізі $x = l/2$ при окружному куті 180^0 відносно початкового положення валу з радіальним зміщенням, яке дорівнює величині ексцентриситету.

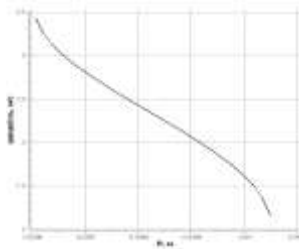
Аналіз динамічних характеристик підтвердив значну перевагу «довгої» щілини над «короткою» при використанні їх у якості ущільнень-опор. Зрозуміло, що для «довгої» щілини отримані значно більші значення коефіцієнтів жорсткості та демпфірування. Крім того, цей чисельний розрахунок, який виконаний за допомогою методів РГД, без деяких істотних спрощень, які приймаються у аналітичних методах, дозволяє більш достовірно передбачити можливий режим динамічної нестійкості валу у шпаринному ущільненні. На що будуть вказувати негативні значення прямої жорсткості та демпфірування.



a)

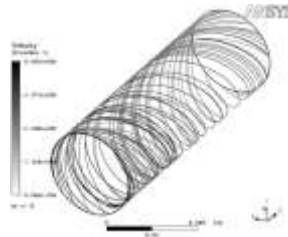


б)

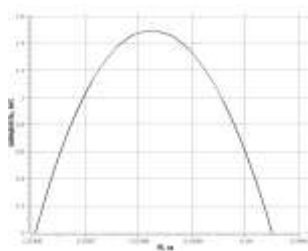


в)

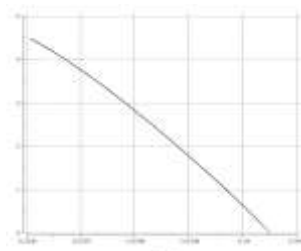
Рисунок 3.4 - Лінії струму (*a*), розподіли осьової (*б*) та окружної (*в*) швидкостей для «довгої» щілини при турбулентному характері течії



a)



б)



в)

Рисунок 3.5 - Лінії струму (*a*), розподіли осьової (*б*) та окружної (*в*) швидкостей для «довгої» щілини при ламінарному характері течії

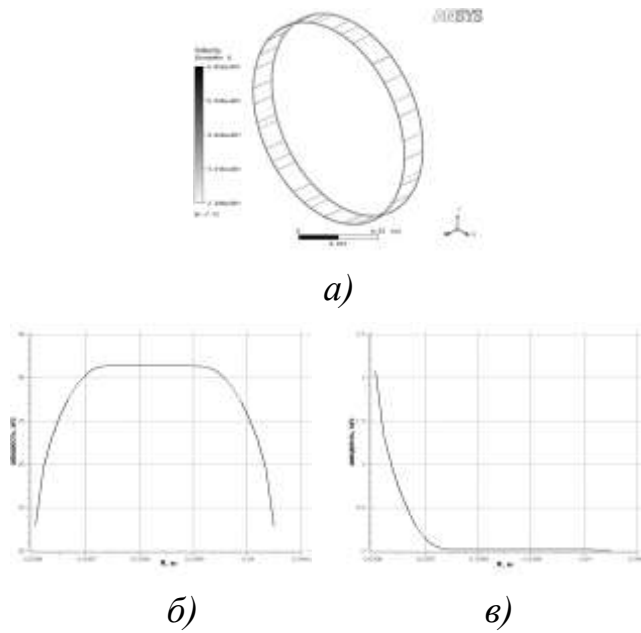


Рисунок 3.6 - Лінії струму (а), розподіли осьової (б) та окружної (в) швидкостей для «короткої» щілини при турбулентному характері течії

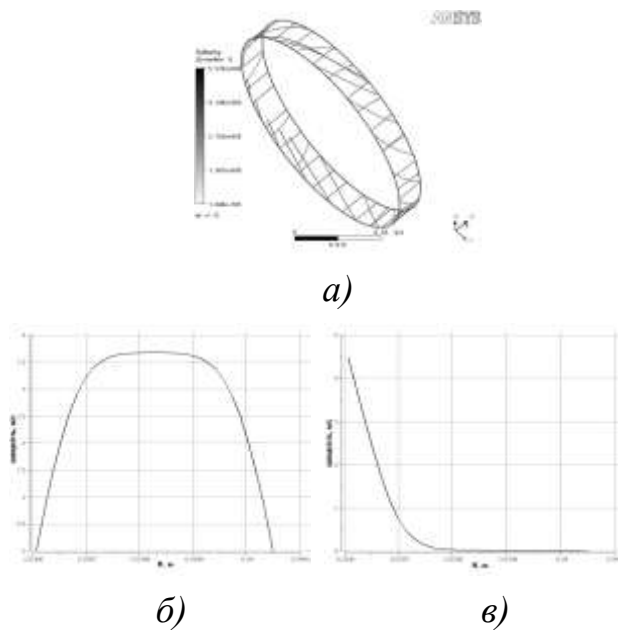


Рисунок 3.7 - Лінії струму (а), розподіли осьової (б) та окружної (в) швидкостей для «короткої» щілини при ламінарному характері течії

Із рис. 3.6,3.7 видно, що у «короткій» щілині значно переважає осьовий потік. Тому значення окружної складової швидкості розповсюджуються не на весь зазор ущільнення, а зосереджені біля валу, який обертається (рис. 3.6,3.7 в). У «довгій»

щілині суттєвий вплив має окружний потік. Форми кривих окружної складової швидкості (рис. 3.4, 3.5 в) мають класичний вигляд, який характерний для зсувної течії. Однак тільки коли середня окружна швидкість значно переважає над середньою осьюовою швидкістю у «довгій» щілині при ламінарному режимі течії потік стає спіральною формі (рис. 3.5 а).

3.2 Дослідження просторової течії у кільцевому каналі ущільнення-опори

Особливість роботи шпаринного ущільнення-опори полягає у тому, що в початковий момент при пуску насоса ущільнення виконує функції повноохопленого гідродинамічного підшипника ковзання із значним зсувом осі вала щодо осі втулки, а в сталому робочому режимі - гідростатичної опори з малим ексцентриситетом.

Необхідно виконати комп'ютерне моделювання складної просторової течії в кільцевому каналі шпаринного ущільнення-опори з циліндричною прецесією вала за допомогою програмного комплексу ANSYS CFX, визначити вплив геометричних і гідродинамічних параметрів щілини на жорсткостні і демпфуючі характеристики, та провести аналіз їх впливу на динаміку ротора відцентрового насоса.

Для дослідження механізму складної просторової течії в кільцевому каналі шпаринного ущільнення-опори використовувався програмний комплекс ANSYS CFX 11 [7], що дозволяє вирішувати нестационарну задачу течії рідини в ущільненні з урахуванням прецесійного руху вала. В результаті чисельного розрахунку можуть бути отримані гідродинамічні сили і моменти, що виникають в кільцевому каналі, а відомим методом оцінювання можуть бути визначені величини жорсткості і демпфування шпаринного ущільнення-опори.

Для розрахунку вибрана модель шпаринного ущільнення з двома різними значеннями зсуву осі вала і втулки з наступними геометричними розмірами: $l/d = 0,72$, радіальний зазор $h_0 = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м, робоче середовище – вода [1]. Розрахункова сітка моделі шпаринного ущільнення представлена на рисунку 3.8 і складається з 108460 комірок-гексаедрів.

При розрахунку нестационарного процесу розглядався один повний оберт валу з розбиттям його на 20 ітерацій. Використовувалася стандартна $k-\varepsilon$ модель турбулентності з функцією стінки.

Для визначення коефіцієнтів жорсткості і демпфірування ущільнення було виконано 16 розрахунків при різних кутових швидкостях прецесії Ω і швидкостях обертання валу ω . Використовувалося співвідношення (3.6).

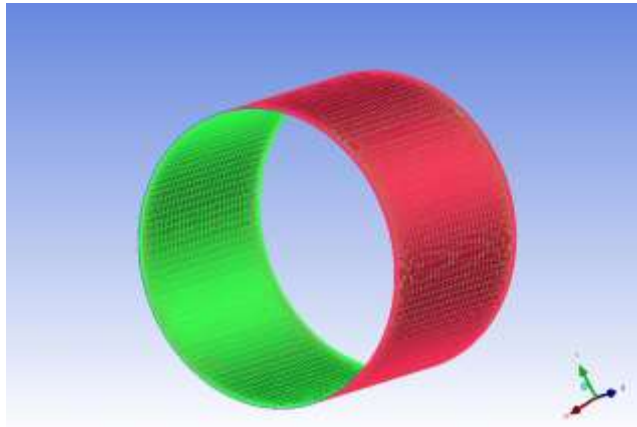


Рисунок 3.8 - Розрахункова сітка моделі шпаринного ущільнення

При розрахунках для кожної швидкості обертання визначалася відповідна товщина змащувального шару, яка забезпечує необхідну несучу здатність вала при пуску насоса. На рисунку 3.9 показані графічні залежності радіальних і тангенціальних сил і моментів від відносної частоти прецесії, одержані методами оцінювання параметрів. Величини сил і моментів, що виникають в ущільненні-опорі залежно від відносної частоти прецесії представлені в таблиці 3, а величини коефіцієнтів жорсткості і демпфірування при різних швидкостях обертання валу представлені в таблиці 3.4.

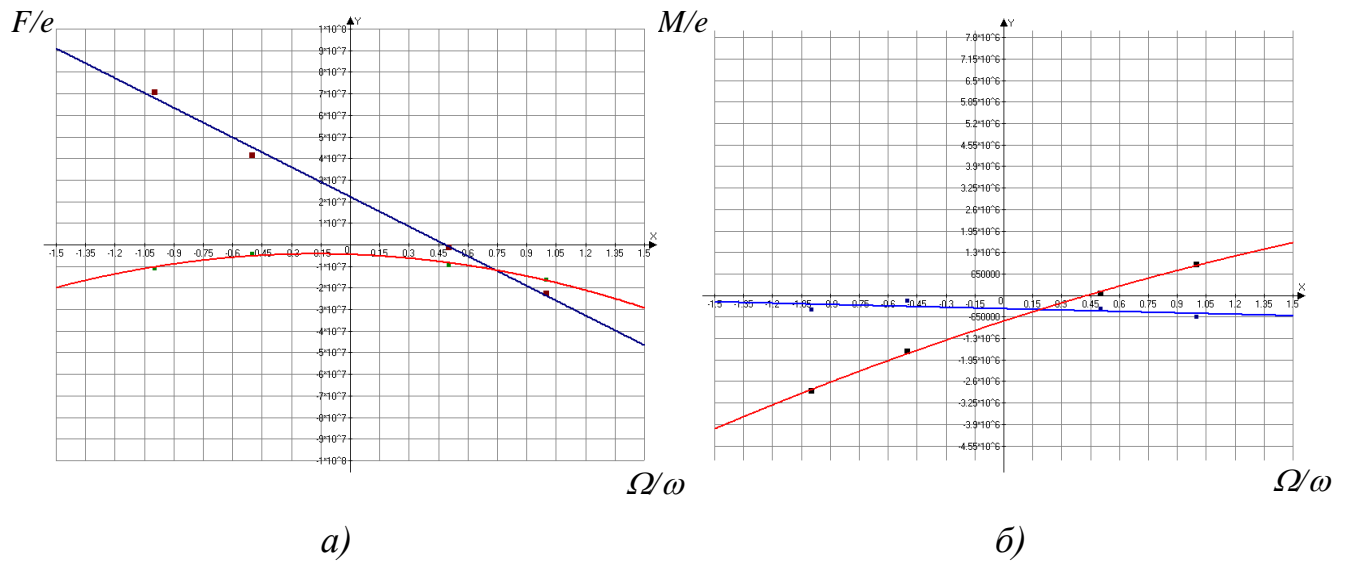


Рисунок 3.9 - Графічні залежності радіальних і тангенціальних сил а), і радіальних і тангенціальних моментів б) від відносної частоти прецесії при $\omega=314 \text{ c}^{-1}$

Таблиця 3.3 - Сили і моменти залежно від відносної частоти прецесії

Швидкість обертання вала ω, c^{-1} ; Товщина змащувального шару $h, \text{м}$	Відносна частота прецесії Ω/ω	$F_r, \text{Н}$	$F_t, \text{Н}$	$M_r, \text{Н}\cdot\text{м}$	$M_t, \text{Н}\cdot\text{м}$
$\omega=314 \text{ c}^{-1}$; $h=0,02 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	1	-1280,96	-1801,56	74,7423	-51,943
	0,5	-757,712	-82,4814	4,30499	-32,1083
	-0,5	-323,799	3334,98	-135,932	-12,9409
	-1	-867,31	5656,44	-230,222	-33,5256
$\omega=209 \text{ c}^{-1}$; $h=0,014 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	1	1925,82	-701,735	27,8932	79,6143
	0,5	509,556	-648,385	28,6969	22,4409
	-0,5	2384,62	-472,324	19,5852	97,1845
	-1	4267,27	-434,859	19,6901	172,849
$\omega=105 \text{ c}^{-1}$; $h=0,005 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	1	-1449,58	-853,91	36,0958	-59,4051
	0,5	-644,638	-114,657	5,63009	-28,1004
	-1	1946,49	2427,79	-99,7563	-76,4449

Таблиця 3.4 - Коефіцієнти жорсткості і демпфірування при різних швидкостях обертання вала

Коефіцієнти	Швидкість обертання вала		
	$\omega=314 \text{ c}^{-1}$	$\omega=209 \text{ c}^{-1}$	$\omega=105 \text{ c}^{-1}$
K , Н/м	$4.537 \cdot 10^6$	$-1.043 \cdot 10^7$	$4.833 \cdot 10^6$
k , Н/м	$2.22 \cdot 10^7$	$-6.667 \cdot 10^6$	$8.021 \cdot 10^6$
C , Н·с/м	$4.583 \cdot 10^7$	$1.735 \cdot 10^6$	$1.7404 \cdot 10^7$
c , Н·с/м	$3.153 \cdot 10^6$	$1.525 \cdot 10^7$	$-2.615 \cdot 10^6$
$K_{\alpha\epsilon}$, Н/м	$77.297 \cdot 10^4$	$-28.186 \cdot 10^4$	$28.597 \cdot 10^4$
$k_{\alpha\epsilon}$, Н/м	$40.786 \cdot 10^4$	$-1.081 \cdot 10^6$	$59.981 \cdot 10^4$
$C_{\alpha\epsilon}$, Н·с	$-14.0005 \cdot 10^4$	$-60.747 \cdot 10^4$	$14.728 \cdot 10^4$
$c_{\alpha\epsilon}$, Н·с	$-1.875 \cdot 10^6$	$-59.406 \cdot 10^3$	$-71.501 \cdot 10^4$

З аналізу таблиць 3.3 і 3.4 видно, що істотна частина навантаження від вала при пуску насоса сприймається змащувальним шаром ущільнень-опор. Тому, значеннями сил і моментів, коефіцієнтів жорсткості і демпфірування при аналізі динаміки ротора не варто нехтувати. Крім того, вплив ущільнень-опор може негативно позначитися на динамічній стійкості вала, оскільки при швидкості обертання $\omega=209 \text{ c}^{-1}$ коефіцієнти прямої і перехресної жорсткості мають негативні значення.

На рисунку 3.10 показане поле тиску і характерні перетини поверхні кільцевого каналу ущільнення-опори, в яких визначалися значення осьової і окружної швидкостей, а також гідродинамічного тиску в зазорі.

При пуску відцентрового насоса вал спливає в ущільненнях-опорах, і товщина змащувального шару збільшується із збільшенням швидкості його обертання ω . Слід зазначити, що при $\omega=105 \text{ c}^{-1}$ товщина змащувального шару дорівнює $5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ а цього може бути недостатньо для відсутності контакту між втулкою і валом.

Розрахунки показали, що дійсно шпаринне ущільнення з достатньо великим зсувом осі вала відносно осі втулки виконує функції опори і ущільнення. У цьому можна переконатися якщо проаналізувати епюри розподілу гідродинамічного тиску, що виникає в двох взаємноперпендикулярних площинах кільцевого каналу

ущільнення (рис. 3.11 *а, б*). У області, де зазор виявляється мінімальним, еюра тиску має опуклу форму (рис. 3.11 *а*), а величини тиску усередині кільцевого каналу істотно перевищують величину ущільнюваного тиску на вході в канал. Площа під цією епюрою і визначає гідродинамічну складову сили, яка несе вал. У області максимального зазору, форма епюри тиску лінійна, а величини тиску усередині кільцевого каналу не перевищують величину ущільнювального тиску на вході. Таким чином, кільцева щілина, по суті, виконує спільно функції і повноохопленого гідродинамічного підшипника і шпаринного ущільнення із заданим перепадом тиску.

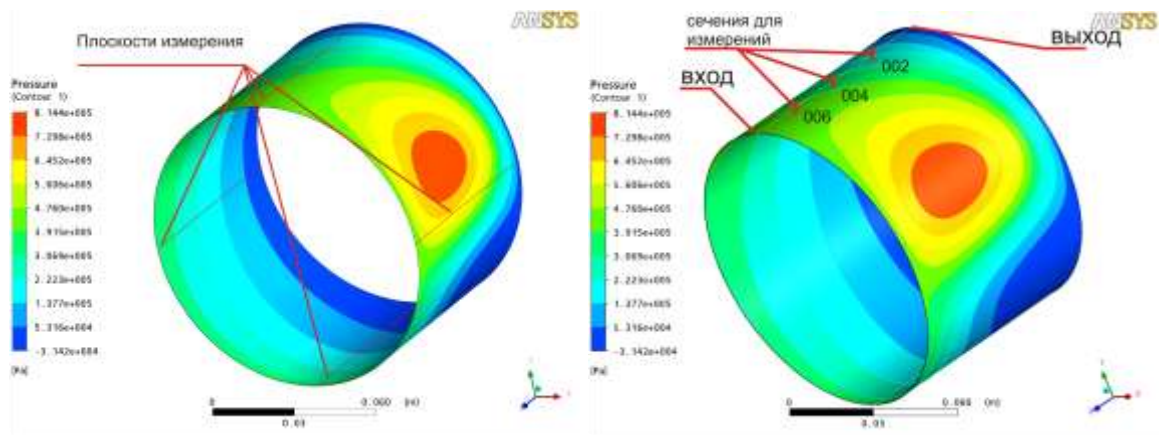


Рисунок 3.10 - Поле тиску і площини вимірів в характерних перетинах поверхні кільцевого каналу ущільнення-опори

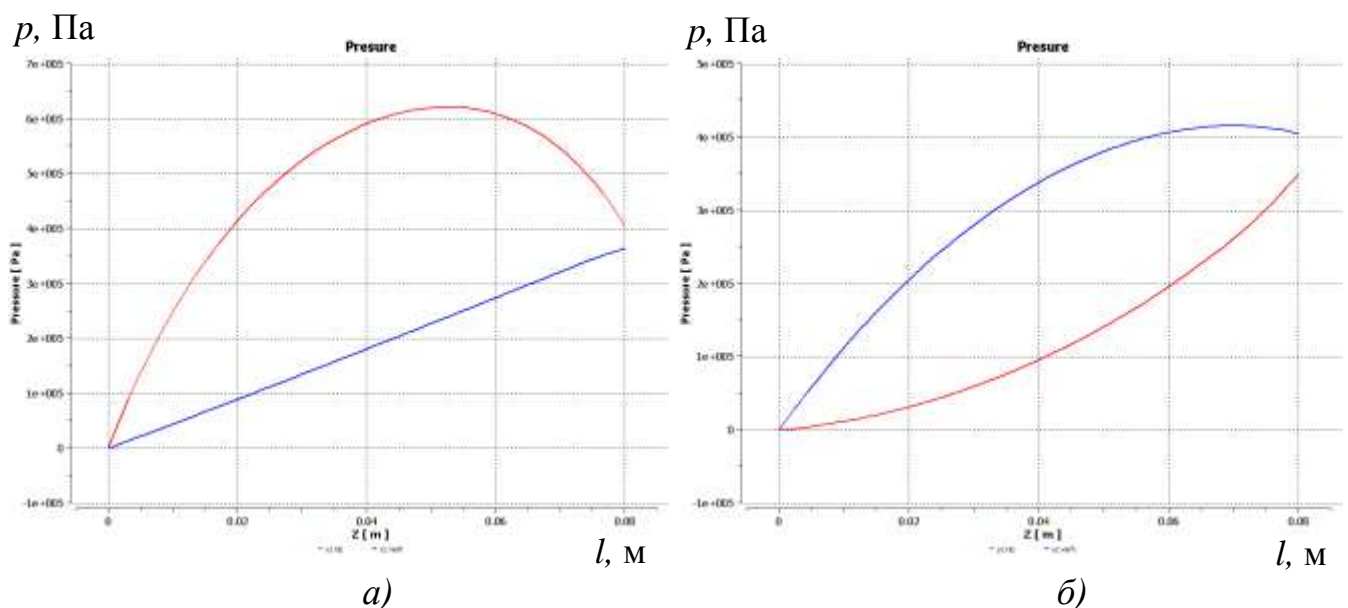


Рисунок 3.11 - Розподіл тиску по довжині ущільнення в характерних перетинах поверхні зазору шпаринного ущільнення-опори в площині XZ *а*) і YZ *б*)

На рисунку 3.12 *а,б,в,г* приведені епюри осьовій і тангенціальній швидкості, одержані для кільцевого каналу в площині XZ в різних перетинах по довжині щілини. В області з мінімальним зазором середня тангенціальна швидкість перевищує середню осьову, тобто переважає окружна течія (рис. 3.12 *в,г*). В області з максимальним зазором картина зворотна - середня осьова швидкість декілька більше середньої тангенціальної швидкості (рис. 3.12 *а, б*). В області з мінімальним зазором рідина видавлюється з кільцевого каналу в протилежні сторони, про це свідчить те, що епюри осьовій швидкості мають різний напрям по довжині щілини (рис. 3.12 *в*). Крім того, форма епюр свідчить про різні режими течії в різних перетинах щілини. У області мінімального зазору присутній ламінарний, а у області максимального зазору - турбулентний режими течії. Режим течії також змінюється і по довжині щілини, це пов'язано із зміною середньої окружної швидкості. Особливо це характерно для областей щілини розташованих в площини YZ , в яких мають місце зворотні течії на вході в ущільнення. Початкова ділянка, на якій формуються епюри осьової і тангенціальної швидкостей для більшості випадків не перевищує довжини щілини.

З рисунка 3.13 *а,б,в* видно, що при збільшенні швидкості обертання валу збільшується закручування потоку рідини в кільцевій щілині. Якщо при $\omega=105 \text{ c}^{-1}$ закручування рідини практично відсутнє і переважає осьовий потік, то при робочій швидкості обертання валу $\omega=314 \text{ c}^{-1}$ закручування рідини істотне і переважає окружний потік. Течія в щілині має складний характер і складається з напірного (осьового) і зсувного (окружного) потоків.

У разі невеликих зсувів осі валу відносно осі втулки гідродинамічна складова тиску не виникає, і тому шпаринне ущільнення виконує функції гідростатичної опори. Однієї тільки гідростатичної сили шпаринних ущільнень-опор не достатньо для того, щоб нести всю масу ротора. Тому на робочому режимі, навантаження від ротора рівномірно розподіляється між міжступеневими і кінцевими шпаринними ущільненнями-операми. Потік в такому ущільненні також закручується за рахунок обертання валу і лінії струму мають спіральну форму (рис. 3.14).

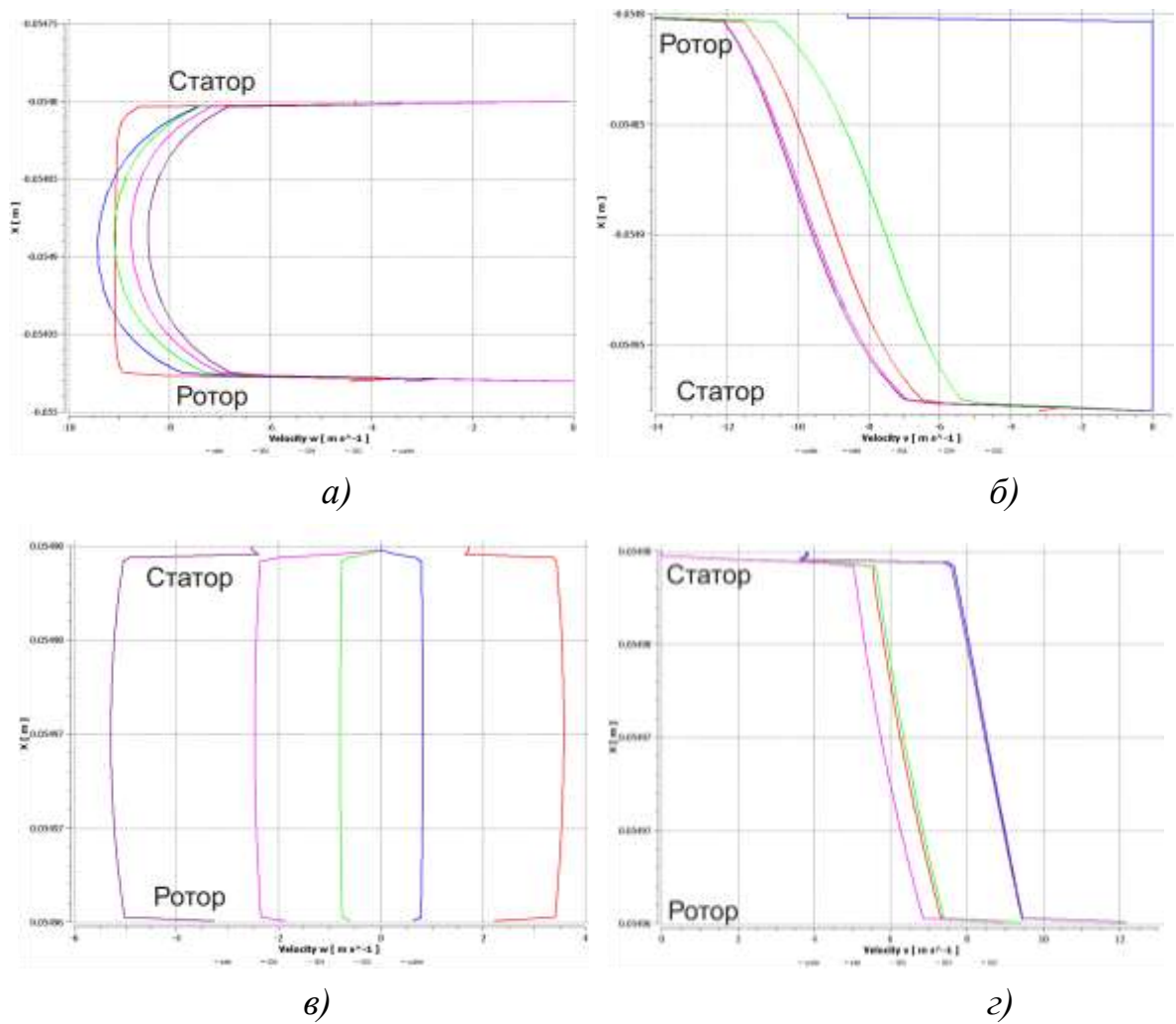


Рисунок 3.12 - Епюри осьових *а), в)* і тангенціальних *б), г)* швидкостей в областях з мінімальним і максимальним зазором в площині XZ в різних перетинах по довжині кільцевого каналу

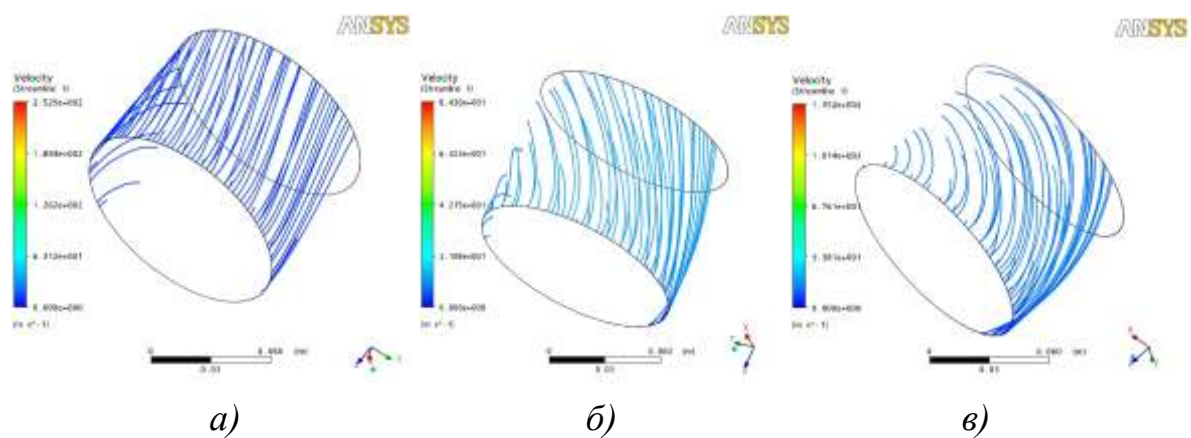


Рисунок 3.13 - Лінії струму в зазорі ущільнення при різних швидкостях обертання валу: $\omega = 105 \text{ s}^{-1}$ *а)*, $\omega = 209 \text{ s}^{-1}$ *б)*, $\omega = 314 \text{ s}^{-1}$ *в)*

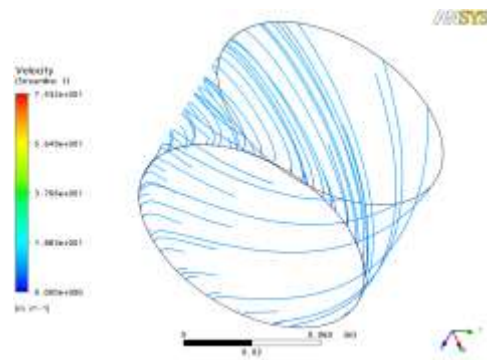
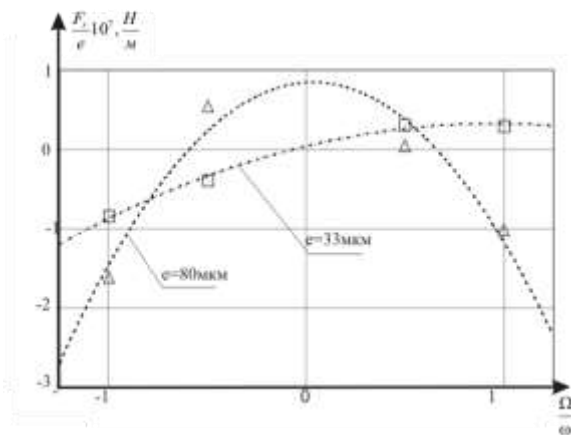
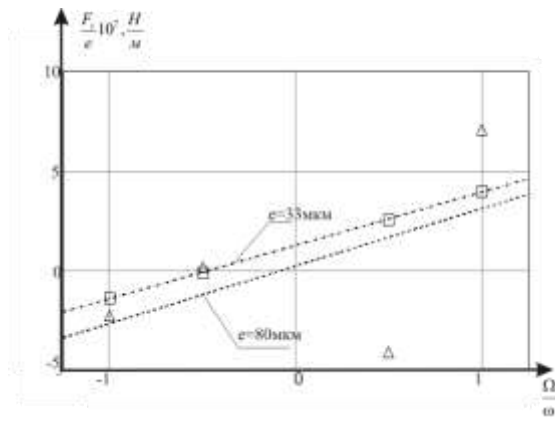


Рисунок 3.14 - Лінії струму в зазорі ущільнення

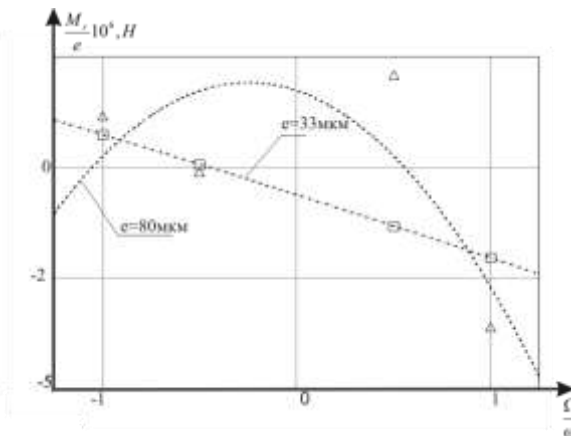
Графічне порівняння радіальних і окружних сил і моментів для ущільнень з ексцентриситетами $e = 33$ і $e = 80$ мкм ($e/H = 0,33$ і $e/H = 0,8$) представлено на рисунку 3.15.



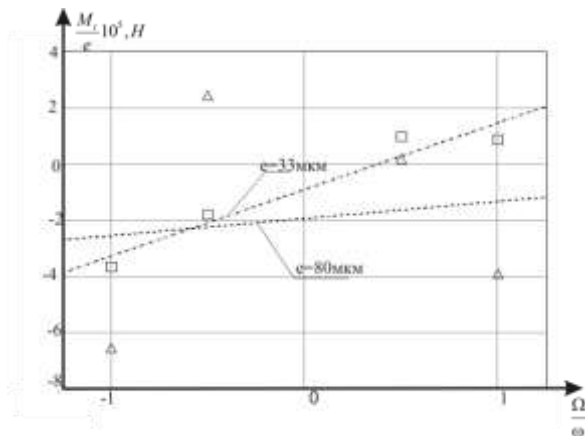
а)



б)



в)



г)

Рисунок 3.15 – Графічне порівняння радіальних і окружних сил а), б) і радіальних і окружних моментів в), г)

Порівнюючи коефіцієнти можна говорити про те, що при достатньо великому ексцентриситеті коефіцієнт прямої жорсткості значно перевищує його значення при малому ексцентриситеті. Коефіцієнти демпфірування та перехресної жорсткості навпаки більші в ущільненні з малим ексцентриситетом. Це пояснюється тим, що товщина плівки в цих випадках відрізняється, так при більшій товщині плівки її демпфіруючі властивості більш виражені ніж жорсткісні, і навпаки.

3.3 Верифікація моделей турбулентності і параметрів сітки

Проведено порівняння моделей турбулентної течії і досліджено їх вплив, і вплив точності побудови скінченно-об'ємної сітки (параметра співвідношення розмірів граней *Aspect ratio* і координати першого пристінкового вузла y^+) на коефіцієнти жорсткості та демпфірування.

Розглядалося дві моделі турбулентної течії $k-\varepsilon$, та *SST*. Звісно, що стандартні $k-\varepsilon$ та $k-\omega$ моделі турбулентності мають як переваги так і недоліки. Модель перенесення зсувного напруження (*SST*) комбінує в собі кращі властивості цих двох моделей. Так $k-\omega$ – модель набагато краще описує потік біля стінок, ніж $k-\varepsilon$ модель турбулентності, в якій характеристики потоку не на стільки залежить від сітки.

Отримані результати свідчать про те, що гідродинамічні сили і моменти, що виникають в довгому шпаринному ущільненні змінюються в залежності від якості скінченно-об'ємної сітки, і від типу моделі турбулентності. Так при однакових параметрах сітки модель турбулентності *SST* дає значення сил і моментів, що значно перевищують сили і моменти при використанні $k-\varepsilon$ моделі, якщо якість скінченно-об'ємної сітки не відповідає вимогам, що ставляться при використанні *SST* моделі турбулентності ($y^+ \leq 2$). Так відмінність між радіальними силами та окружними моментами різних моделей перевищує в 3 рази, а між окружними силами та радіальними моментами існує різниця у півтора рази. При використанні якісної сітки, результати обчислень різняться не так суттєво.

В той же час зміна якості сітки не так суттєво впливає на результати при використанні моделі турбулентності $k-\varepsilon$. Для порівняння впливу точності

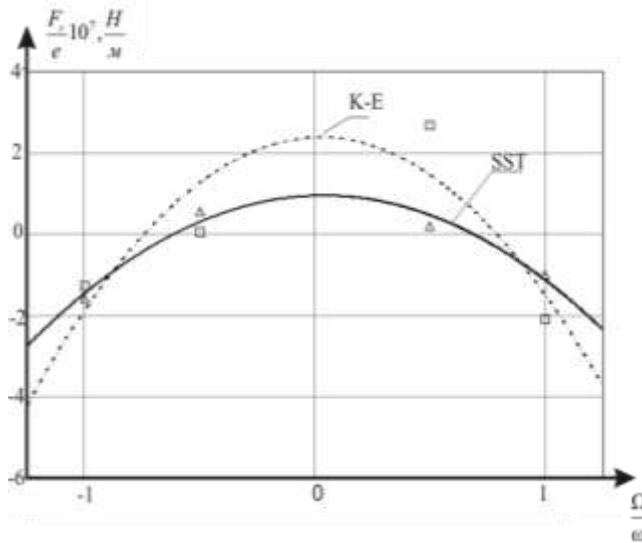
побудови сітки на результати розрахунків було побудовано модель, яка більш менш точно описує течію в зазорі. Результати розрахунків приведено в таблицях 3.5,3.6.

Таблиця 3.5 – Значення гідродинамічних сил і моментів при використанні SST моделі турбулентності

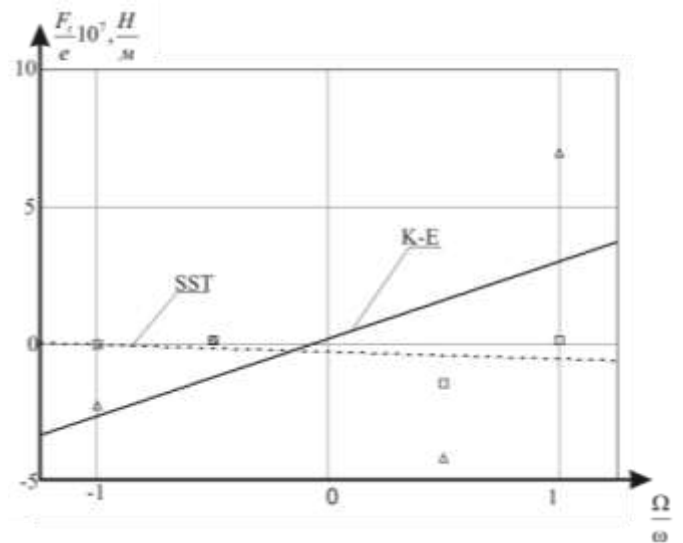
<i>Aspect ratio</i>	$\frac{\Omega}{\omega}$	F_r, H	F_t, H	$M_r, H \cdot m$	$M_t, H \cdot m$
y^+					
2986,1	1	-4403,72	-2783,38	115,399	-177,589
	0,5	1190,24	78,3331	-4,89375	49,0163
3,9	-0,5	1488,64	-5696,24	232,612	61,1781
	-1	-4128,31	8962,03	-361,767	-164,91
1491,7	1	-4136,19	-2985,75	122,362	-166,64
	0,5	1145,73	59,1178	-3,95524	47,238
6,9	-0,5	1289,57	-5634,22	229,777	53,3656
	-1	-4123,37	8752,17	-355,013	-164,95
745,6	1	-3840,29	-2852,22	117,147	-154,648
	0,5	1067,79	71,2234	-4,48041	43,9096
11,9	-0,5	1031	-5336,79	217,244	42,7598
	-1	-3699,34	8488,45	-346,58	-147,578
101038.1	1	-1015,53	-23,9804	1,16631	-43,4649
	0,5	32,344	103,443	-8,49787	2,11123
0,3	-0,5	2134,04	-1167,08	49,3982	85,8194
	-1	-1681,89	95,5886	-2,77198	-67,3834

Таблиця 3.6 – Значення гідродинамічних сил і моментів при використанні $k - \varepsilon$ моделі турбулентності

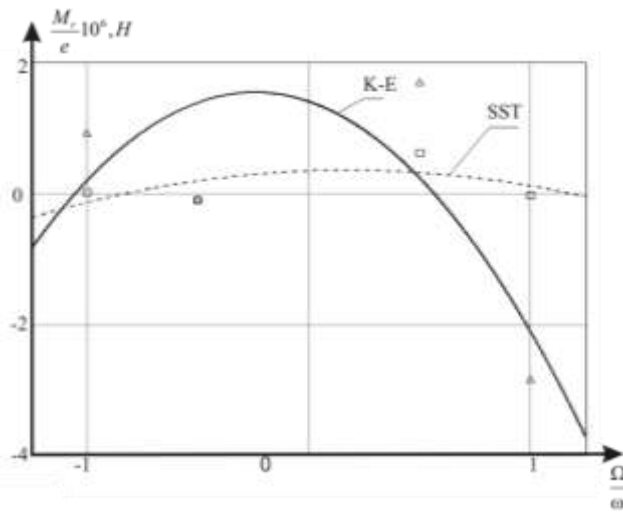
<i>Aspect ratio</i>	$\frac{\Omega}{\omega}$	F_r, H	F_t, H	$M_r, H \cdot m$	$M_t, H \cdot m$
y^+					
2986,1	1	-1272,65	-1799,06	74,6715	-51,6928
	0,5	446,398	125,121	-6,10732	19,5928
2,3	-0,5	154,009	-3332,23	136,604	6,33231
	-1	-804,353	5576,25	-226,877	-30,9621
1491,7	1	-1288,75	-1802,29	74,792	-52,3537
	0,5	443,683	120,484	-5,87505	19,4806
4,9	-0,5	39,6859	-3261,64	133,439	1,50482
	-1	-807,875	5654,63	-230,151	-31,1746
745,6	1	-1312,48	-1831,39	75,8494	-53,2245
	0,5	449,473	104,017	-5,15122	19,7045
10,9	-0,5	40,2274	-3311,92	135,479	1,45424
	-1	-790,093	5738,75	-233,765	-30,5518
198	1	-1394,81	-1941,6	80,1011	-56,3556
	0,5	-810,437	-86,6959	4,33398	-34,1029
46.7	-0,5	-386,139	3644,31	-148,318	-15,1191
	-1	-813,39	6181,99	-251,077	-31,0644



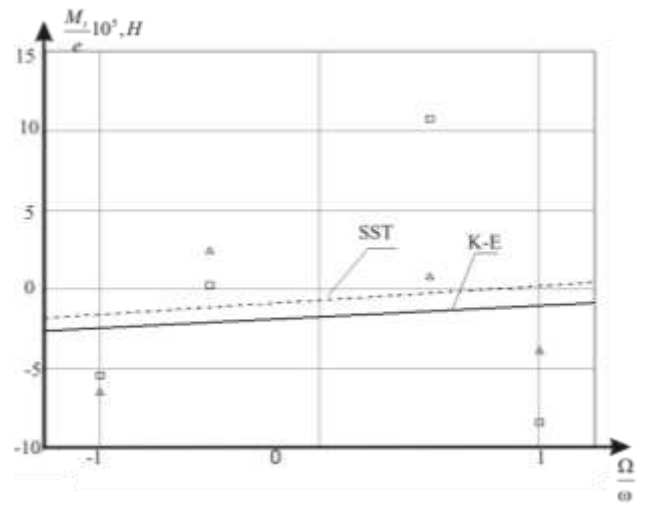
а)



б)



в)



г)

Рисунок 3.16 – Графічне порівняння радіальних та окружних сил а), б) і моментів в), г) для різних моделей турбулентності

Як видно з рисунку 3.16 використання різних моделей турбулентності призводить до відмінностей між результатами розрахунків, що значно впливатиме на аналіз динаміки ротора відцентрового насоса.

Порівнюючи результати розрахунків, бачимо що відмінність результатів при використанні $k-\varepsilon$ моделі турбулентності не на стільки сильно залежать від точності побудови сітки в моделі ущільнення. Із рисунку 3.17 видно, що результати розрахунків на моделях з параметром *Aspect ratio*=198 (лінія - 2) та

Aspect ratio= 1491,7 (лінія - 1), який є основною характеристикою при побудові сіткової моделі ущільнення і характеризує точність побудови сітки, відрізняються не надто сильно.

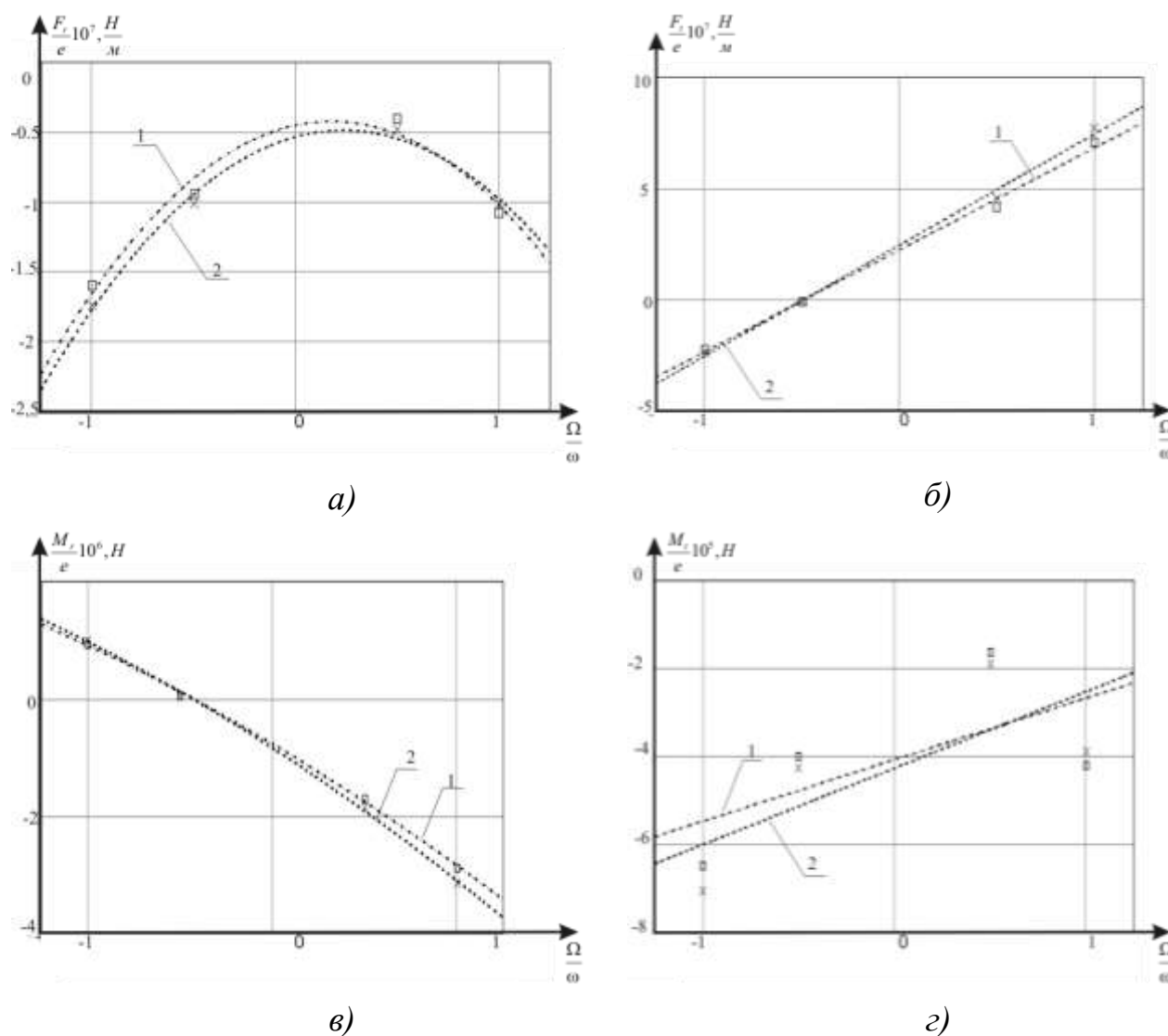


Рисунок 3.17 – Графічні залежності радіальної і окружної сил а), б) і моментів в), з) від співвідношення $\frac{\Omega}{\omega}$

3.4 Визначення впливу закрутки потоку на динамічні характеристики ущільнення-опори

Проводилось визначення впливу закрутки потоку на вході в ущільнення на гідродинамічні сили та моменти, що виникають в зазорі ущільнення. Відносна закрутка потоку на вході в ущільнення дорівнювала $u/R\omega = 0,25, 0,5, 0,75$.

Розглядалися дві моделі ущільнення з відносним ексцентриситетом осі вала і втулки $\tilde{e} = e/H = 0,33; 0,8$.

На рисунках 3.18, 3.19 представлено порівняння гідродинамічних сил і моментів від відносної закрутки на вході в ущільнення при відносних ексцентриситетах $\tilde{e} = 0,8$ і $\tilde{e} = 0,33$.

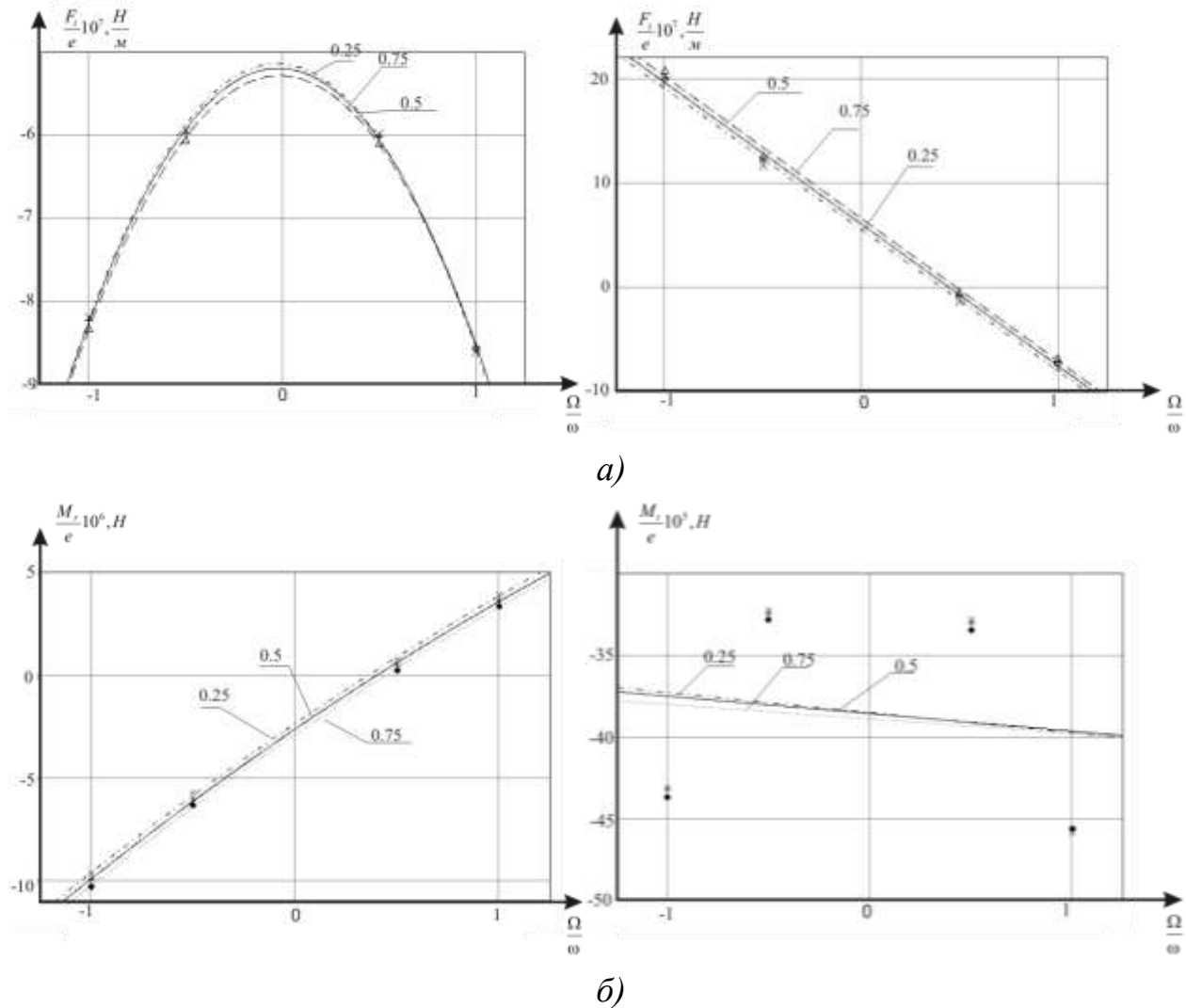
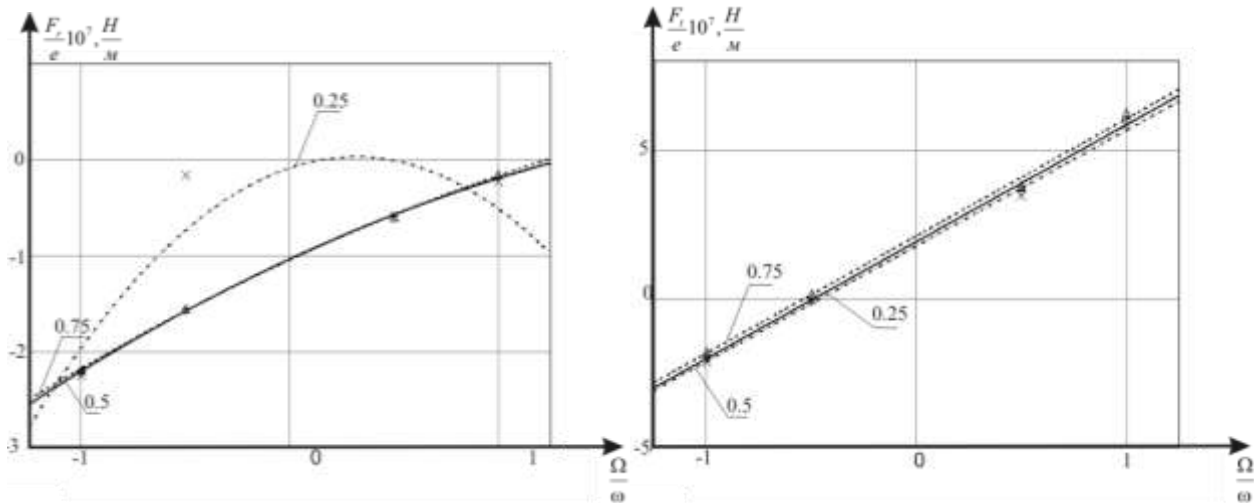


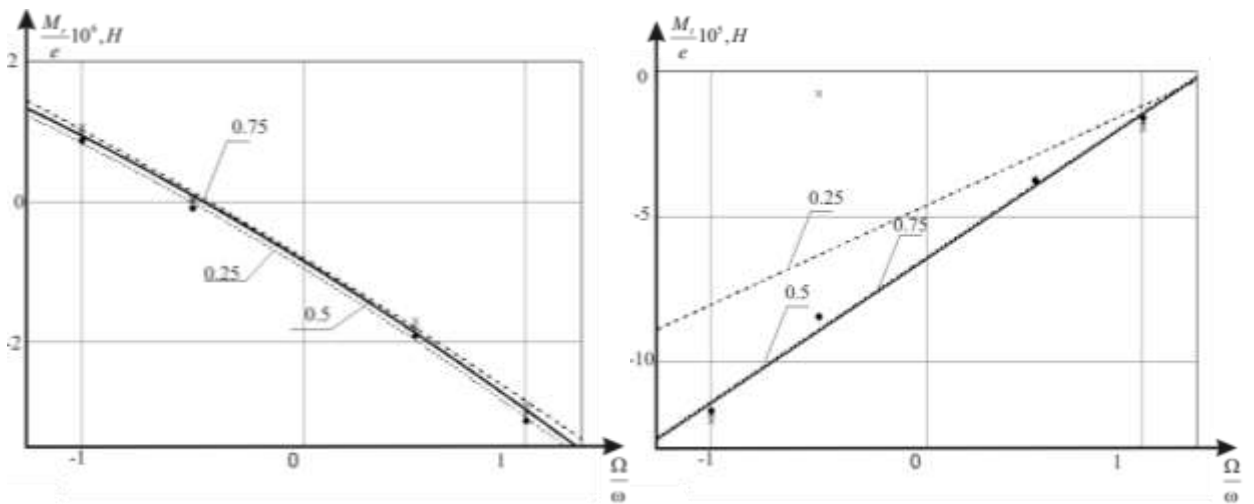
Рисунок 3.18 - Графічна залежність гідродинамічних сил а) і моментів б) від співвідношення $\frac{\Omega}{\omega}$ при відносному ексцентриситеті $\tilde{e} = 0,8$

Аналіз рисунків 3.18,3.19 показує, що закрутка потоку на вході більш суттєво впливає на значення гідродинамічних сил і моментів в ущільненні з малим ексцентриситетом, порівняно з ущільненням з більшим ексцентриситетом.

Порівняльні характеристики коефіцієнтів жорсткості та демпфірування при різній закрутці потоку на вході в ущільнення для різних ексцентриситетів осі вала та осі втулки зображені на рисунку 3.20. Порівнюючи дані характеристики можна зробити висновок, що відмінність між коефіцієнтами є суттєвою і цей факт треба обов'язково враховувати при розрахунку динаміки ротора з ущільненнями опорами. Також не треба забувати, що режими пуску і сталого режиму роботи ротора у цих ущільненнях опорах суттєво відрізняються.



а)



б)

Рисунок 3.19 - Графічна залежність гідродинамічних сил а) і моментів б) від співвідношення $\frac{\Omega}{\omega}$ при відносному ексцентриситеті $\tilde{e} = 0,33$

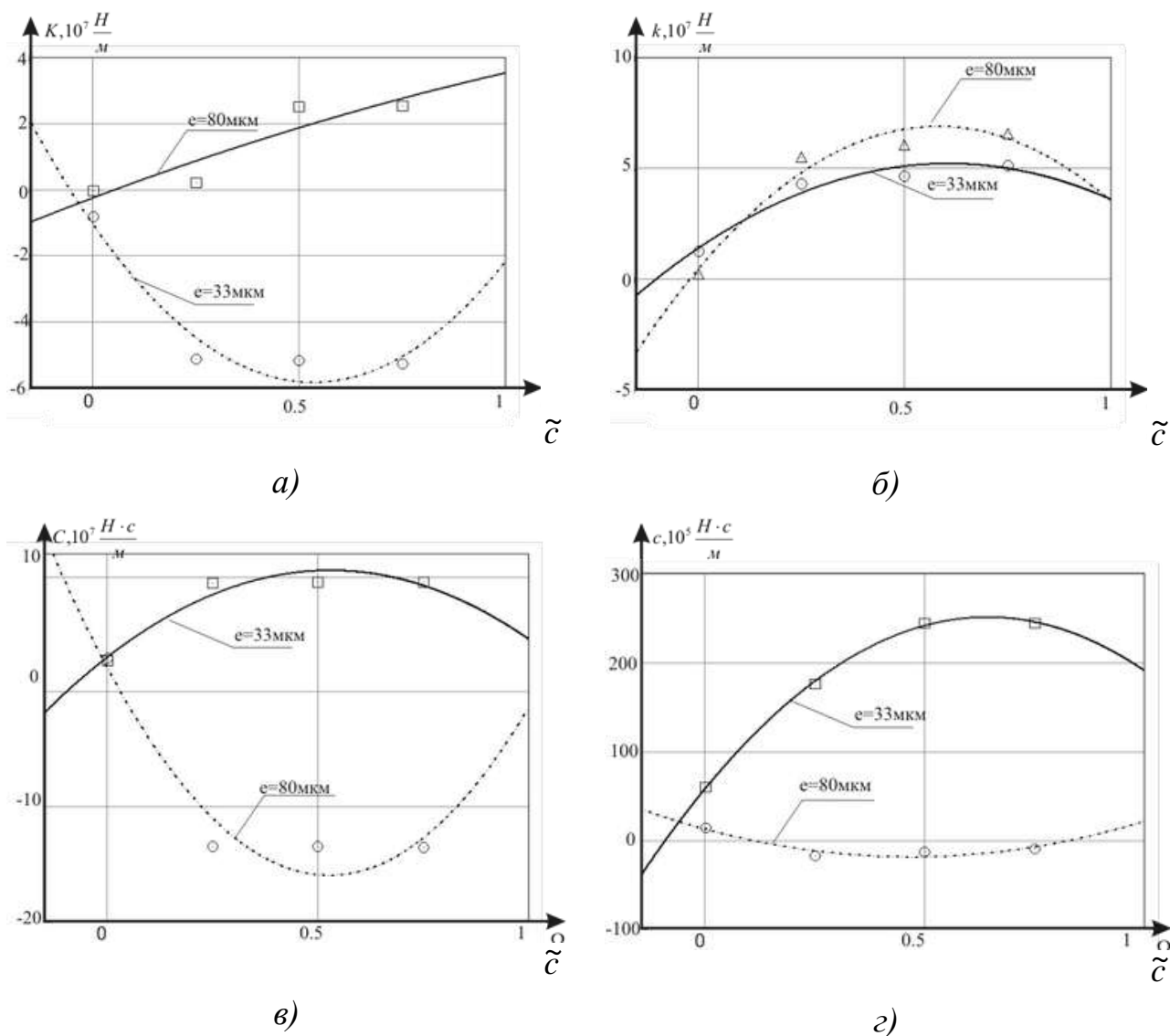


Рисунок 3.20 - Графічна залежність коефіцієнтів прямої і перехресної жорсткості а), б) та прямого і перехресного демпфірування в), з) від коефіцієнта відносної закрутки потоку на вході в ущільнення

3.5 Аналіз та оптимізація за допомогою методів обчислювальної гідродинаміки лабіринтних ущільнень

3.5.1 Визначення та оптимізація гідродинамічних характеристик лабіринтних і лункових ущільнень

Згідно з співвідношенням (3.6) та за допомогою програмного комплексу ANSYS-CFX 11 для лабіринтного ущільнення, геометрична і сіткова модель якого

представлена на рисунку 3.21, з наступними параметрами: зазор – 0,3 мм, ексцентриситет – 0,05 мм, перепад тиску – 3,52 МПа, отримані сили і моменти та жорсткості і демпфірування.

Для моделювання течії газу у лабиринтному ущільненні використовувалася стандартна $k-\varepsilon$ модель турбулентності з функцією стінки. Було виконано 4 розрахунки при різних кутових швидкостях прецесії.

У програмного комплексу ANSYS-CFX 11 при числах Маху $>0,3$ вибиралося робоче середовище, що стискається - повітря як ідеальний газ. Задавалася адіабатна гранична умова на стінках. Чисельно, методом скінченних об'ємів, розв'язувалися рівняння руху (рівняння Нав'є-Стокса, осереднені по Рейнольдсу), а також рівняння стану ідеального газу і енергії. Замикалася дана система рівнянь стандартною $k-\varepsilon$ моделлю турбулентності. Розв'язувалася нестационарна задача.

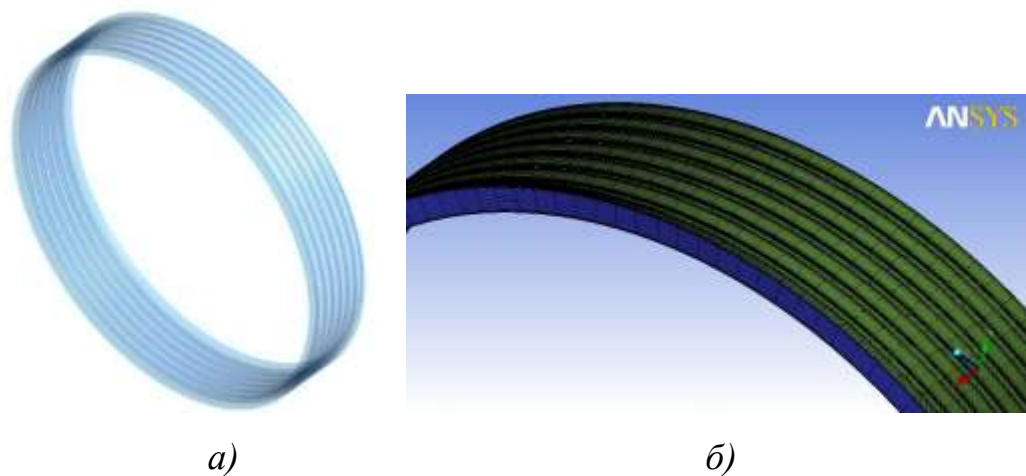
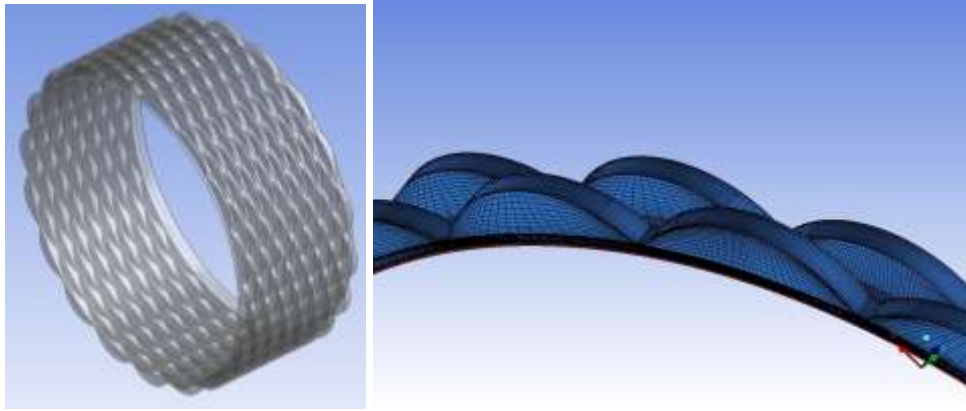


Рисунок 3.21 – Геометрична *a)* і сіткова *б)* моделі лабиринтного ущільнення

Геометрія і розрахункова сітка лункового ущільнення на аналогічні параметри компресора наведені на рисунку 3.22.



a)

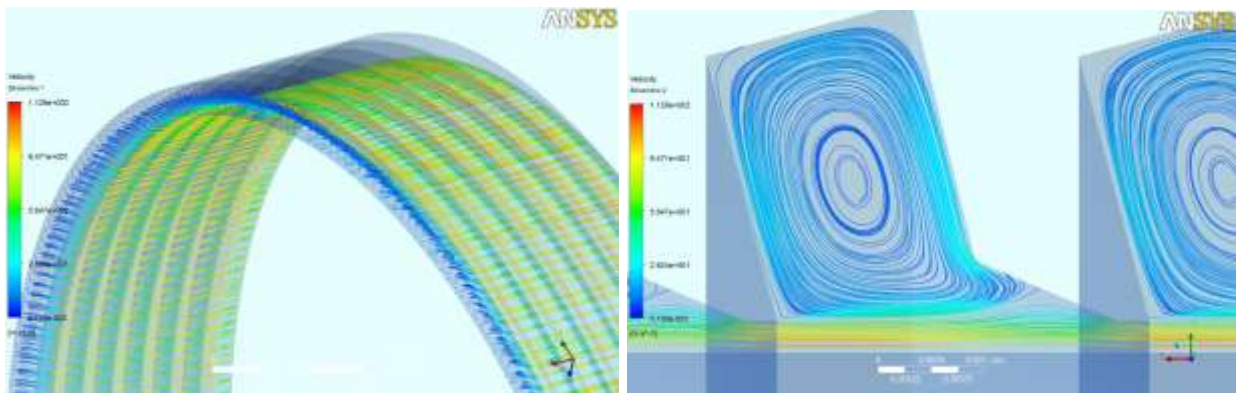
б)

Рисунок 3.22 – Геометрія *a)* і розрахункова сітка *б)* лункового ущільнення відцентрового компресора

Коефіцієнти жорсткості, демпфірування та приєднаної маси дорівнюють:

- коефіцієнт приєднаної маси $M = 24,28$ кг;
- коефіцієнт прямої жорсткості $K = 7 \cdot 10^6$ Н/м;
- коефіцієнт прямого демпфірування $C = 110$ Н с/м.

На рисунку 3.23 *a,б* показаний розподіл ліній току для повної моделі та для поперечного перетину лабіринтного ущільнення.



a)

б)

Рисунок 3.23 – Розподіл ліній току для повної моделі *a)* та для поперечного перетину *б)* лабіринтного ущільнення

Оптимізація гідродинамічних характеристик (витоків, жорсткостей та демпфірувань) лабіринтних і лункових ущільнень виконувалася за допомогою програми modeFrontier 4.1, яка, крім того, автоматизує процес розрахунку за допомогою програмного комплексу ANSYS-CFX.

На рисунку 3.24 наведена схема процесу оптимізації у програмі modeFrontier 4.1, яка складається з таких структурних одиниць:

- DOE (методи планування експерименту) – підготовка необхідних проектів,
- SIMPLEX – вибір алгоритму оптимізації,
- x_0 , y_0 – задавання вхідних параметрів (геометрії ущільнення),
- WB11 – створення геометричної моделі ущільнення та її експорт до сіткового генератору ICEM CFD (файл LabSeal_agdb),
- ICEM – за допомогою макросу LabSeal_rpl створення сіткової моделі та її експорт до препроцесора ANSYS-CFX (LabSeal_cfx5),
- CFX11 – задавання граничних умов, властивостей ущільнюваного середовища та типу аналізу, запис макросу препроцесора LabSeal_pre і постпроцесора LabSeal_cse,
- зчитування з постпроцесора необхідних результатів (P_{in} , P_{out}) розрахунку та запис їх до таблиці Excel,
- запис цільової функції C_p .

За допомогою методів оптимізації вишукається мінімум витоків та максимум жорсткостей та демпфірувань, або якщо такий розв'язок не можливий, то за фронтом Паретто знаходиться найкраще поєднання цих величин.

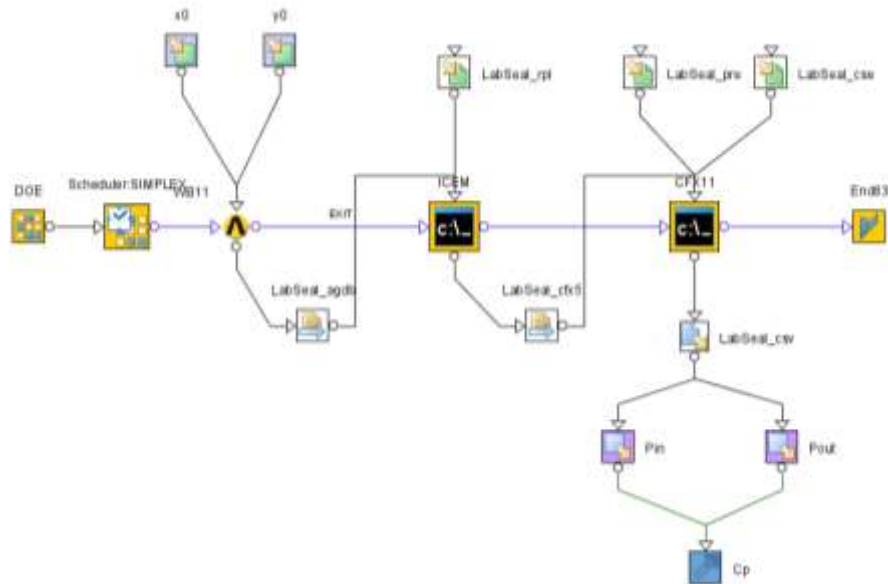


Рисунок 3.24 – Структурна схема процесу оптимізації у програмі modeFrontier 4.1

3.5.2 Чисельний аналіз ступені компресора з лабіринтними ущільненнями

Виконані розрахункові дослідження ступені відцентрового компресора з циліндричною лопаткою, початкові дані для якої отримані з бази даних модельних ступеней ВАТ «Сумське НВО ім. М.В. Фрунзе» для умовного числа Маху: $Mu_2=0,3940$ ($n=5305$ об/хв).

Для комп'ютерного моделювання в програмному комплексі ANSYS CFX вибирається геометричний сектор ступені компресора. Робоче колесо задається областю, що обертається, вся решта частин ступеня компресора задається нерухомими областями. Результати розрахунку течії в колесі автоматично відображаються в постпроцесорі ANSYS CFX Post в системі координат, що обертається. Можуть використовуватися два види інтерфейсу Frozen Rotor і Stage. Інтерфейс Stage – це циклічна постановка, виконується усереднення характеристик потоку в окружному напрямку. Інтерфейс Frozen Rotor («зупинений ротор») – картина течії відповідає окремо взятому окружному положенню міжлопаткового каналу робочого колеса. Цей інтерфейс не зовсім добре підходить

для областей з різним числом лопаток. В цьому випадку для аналізу картини течії необхідно розглядати декілька різних положень міжлопаткового каналу робочого колеса. Розмір розрахункової сітки сектора ступені компресора з лабіринтними ущільненнями дорівнював близько 1 млн. 500 тис. гекса комірок.

На рисунках 3.25,3.26 представлені безрозмірні характеристики ступені відцентрового компресора (залежності політропного к.к.д. і коефіцієнта напору від коефіцієнта витрати), які одержані експериментально і розрахунковим шляхом в програмі ANSYS CFX. Аналіз характеристик ступеня компресора показує, що з урахуванням лабіринтних ущільнень відмінність між експериментальними і розрахунковими характеристиками значно зменшується. Це пов'язано з тим, що враховані втрати дискового тертя і втрати на витоки в лабіринтних ущільненнях. Так витоки через лабіринтні ущільнення основного і покривного дисків (відповідні робочій точці характеристики ступеня компресора) відповідно рівні 0,0093 кг/с і 0,0258 кг/с. Що складає 0,83 % і 2,31 % від продуктивності ступеня компресора. Врахування шорсткості стінок дає ще кращий збіг розрахункових і експериментальних даних, відмінність між якими складає 1-2%. Задавалася пісочна шорсткість величиною рівною 10 мкм.

Для ступеня компресора досліджений характер течії газу в зазорі між основним, покривним диском і стінкою корпусу відцентрового компресорного ступеня (рис. 3.27). У поверхні диска, що обертається, потік рухається від центру до периферії, у нерухої стінки – від периферії до центру. У поверхні диска, що обертається, окружна складова швидкості потоку приблизно дорівнює окружній швидкості робочого колеса. На стінці корпусу потік практично не обертається – градієнт тиску переважає над відцентровою силою.

На рисунках 3.27,3.28 представлені поле тиску і векторів швидкостей в лабіринтних ущільненнях основного і покривного дисків, а також графік падіння тиску по довжині лабіринтного ущільнення покривного диска (рис. 3.29). Видно дві вихрові зони: перша – в камері за лабіринтним ущільненням, друга –

безпосереднього в камері лабіринтного ущільнення між гребенями. На графіку падіння тиску по довжині лабіринтного ущільнення покривного диска (рис. 3.30) видно різке падіння тиску на кожному гребені за рахунок вхідних втрат.

Аналіз графічної інформації для досліджуваної ступені компресора показує, що на робочій точці характеристики присутні вихрові втрати в поворотному каналі, а також неідеальне обтікання потоком лопаток зворотного направляючого апарату та колеса. Таким чином, застосування методів обчислювальної гідрогазодинаміки (CFD), реалізованих у програмному комплексі ANSYS CFX, дозволить виконувати чисельну оптимізацію проточної частини ступені компресора, форми зазора і конструкцій лабіринтних ущільнень, що, кінець кінцем, підвищить газодинамічну ефективність компресорів.

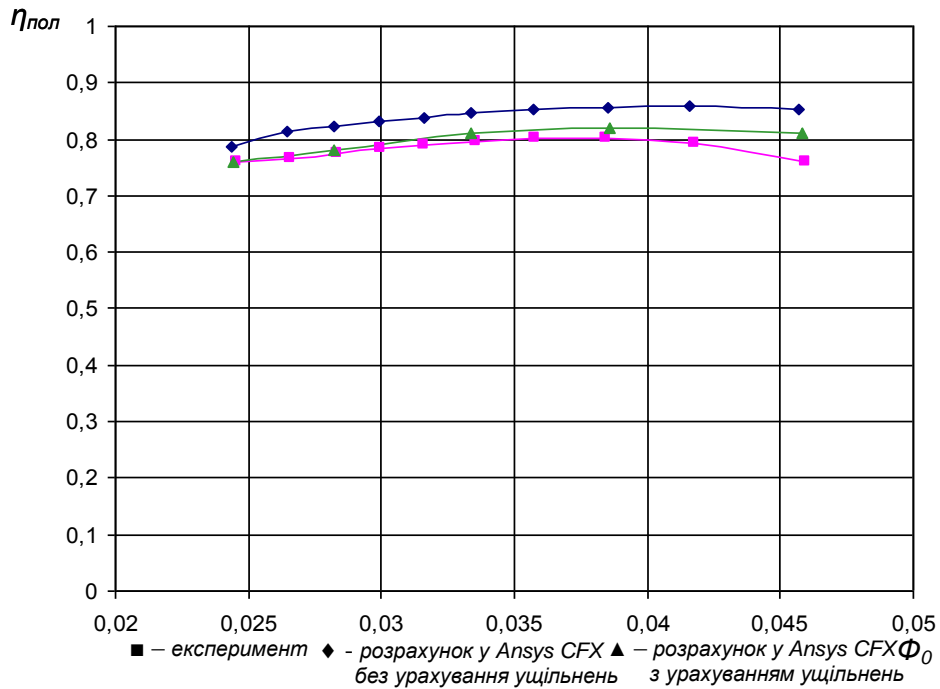


Рисунок 3.25 - Залежність політропного к.к.д. $\eta_{пол}$ від коефіцієнта витрати Φ_0

для ступені компресора з циліндричною лопаткою

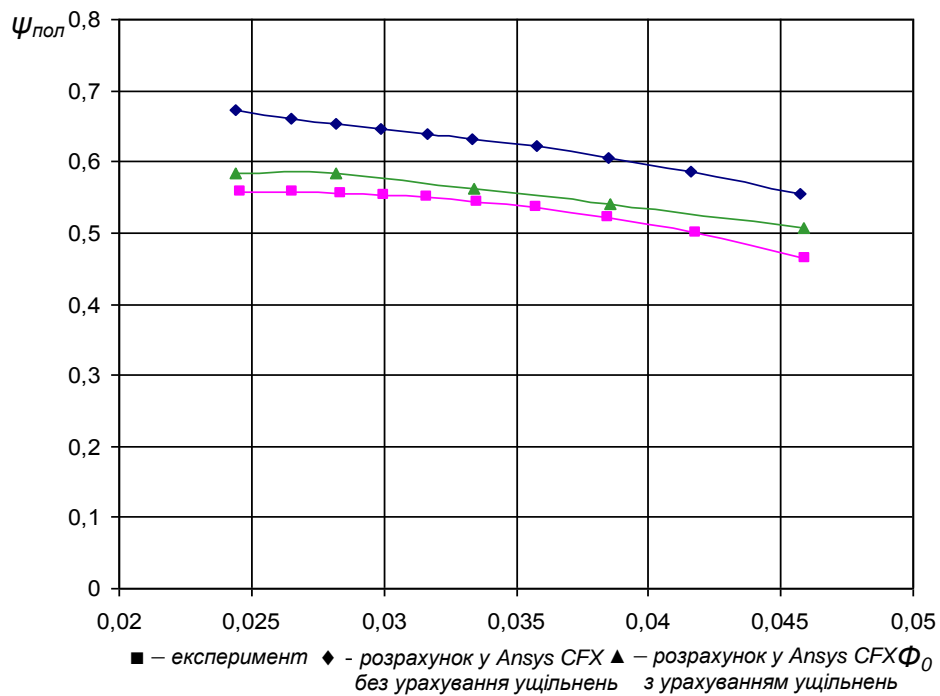
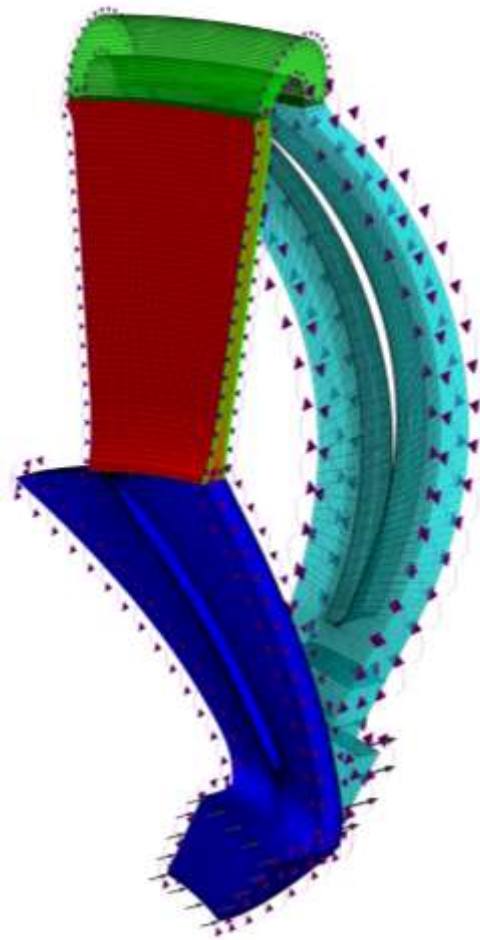
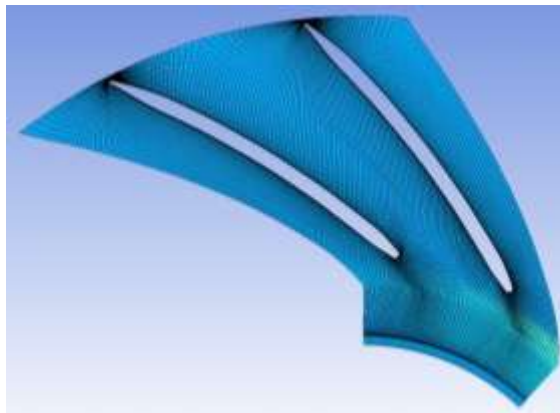


Рисунок 3.26 - Залежність коефіцієнта напору $\psi_{пол}$ від коефіцієнта витрати

Φ_0 для ступені компресора з циліндричною лопаткою

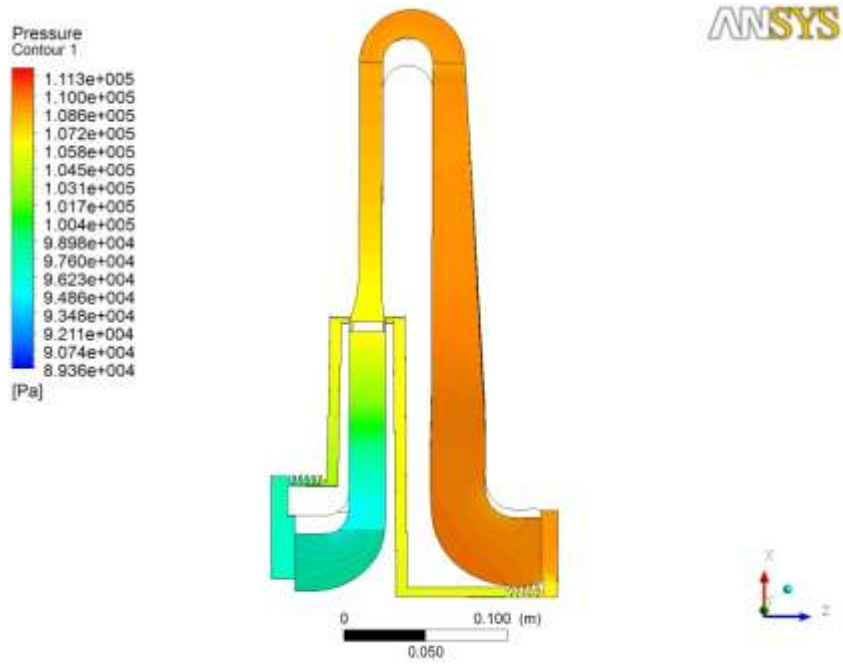


a)

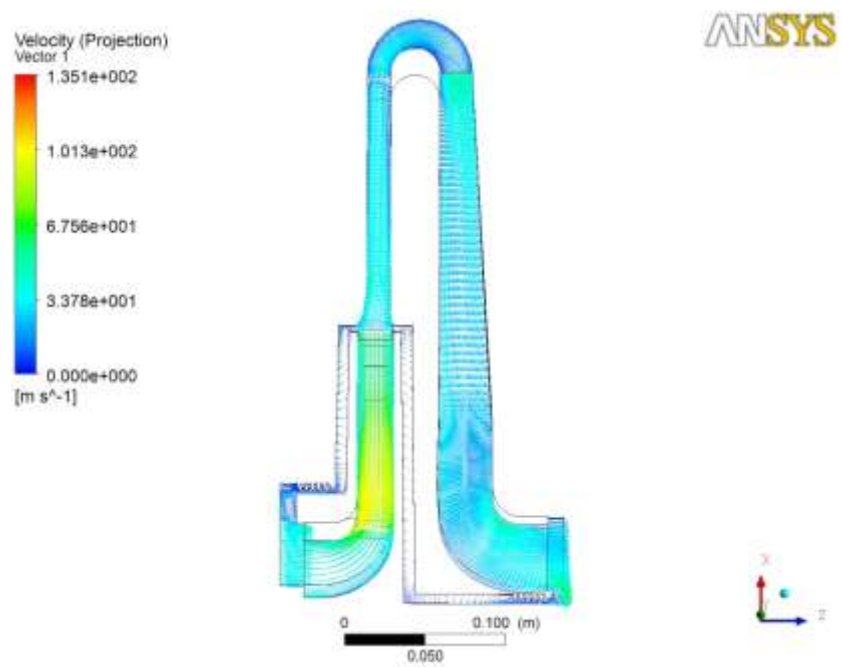


б)

Рисунок 3.27 – Геометрія і розрахункова сітка сектора ступені компресора *a)*
та колеса *б)*

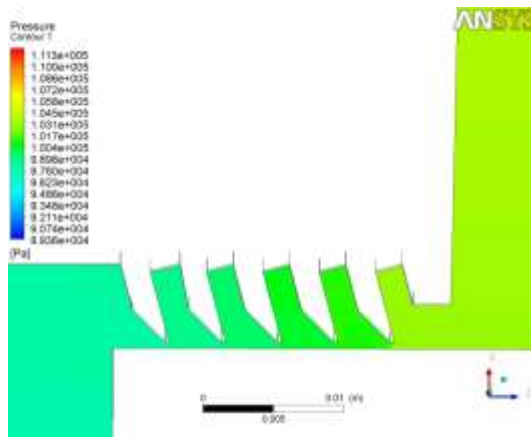


a)

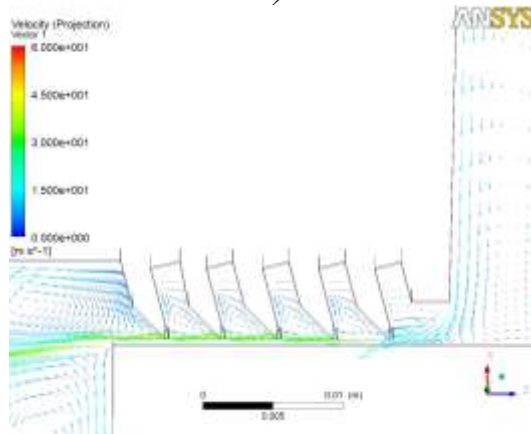


б)

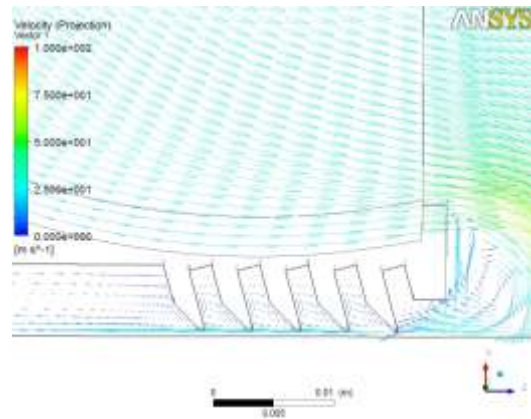
Рисунок 3.28 - Поле тиску *a)* та векторів швидкостей *б)* у меридіональному перетині ступені компресора з лабіринтними ущільненнями



a)



б)



в)

Рисунок 3.29 - Поле тиску *a)* та векторів швидкостей у перетині лабіринтного ущільнення покривного *б)* та основного дисків *в)* ступені компресора

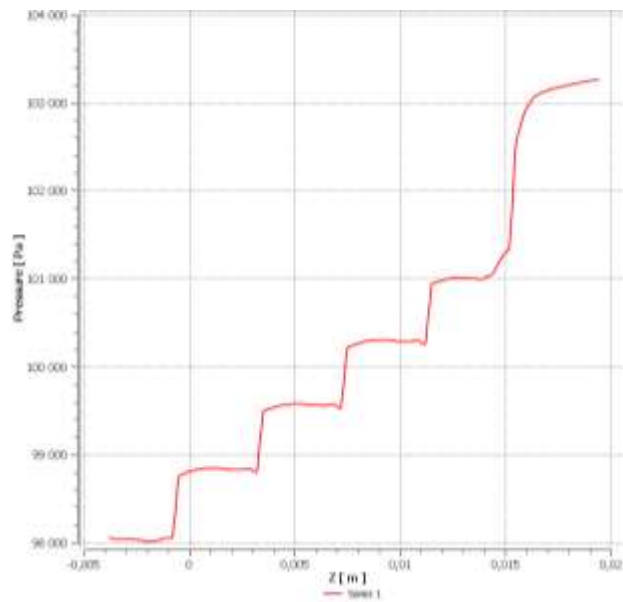


Рисунок 3.30 – Графік зміни тиску по довжині лабіринтного ущільнення покривного диску ступені компресора

3.6 Висновки

1. Проведено комп'ютерне моделювання складної просторової течії в кільцевому каналі шпаринного ущільнення-опори, лабіринтних і лункових ущільнень з циліндричною прецесією вала за допомогою програмного комплексу ANSYS CFX.

2. Визначено вплив геометричних співвідношень L/D , e/H і коефіцієнта відносної закрутки потоку \tilde{c} на вході на гідродинамічні сили і моменти, жорсткість і демпфірування та характер течії у шпаринному ущільненні-опорі. Ці фактори є суттєвими і їх необхідно враховувати при аналізі динаміки ротора відцентрових насосів з ущільненнями-опорами.

3. Виконана верифікація моделей ущільнень-опор за допомогою порівняння результатів розрахунків з існуючими експериментальними даними, порівняння різних моделей турбулентності ($k-\varepsilon$ і SST) та параметрів скінченно-об'ємної сітки ($Aspect\ ratio$ і y^+). Причому SST модель турбулентності більш точно описує течію рідини у ущільненні-опорі, однак потребує значно кращої сітки у приграничному шарі.

4. Визначено, що режими пуску і сталого режиму роботи ротора у ущільненнях-опорах суттєво відрізняються. Ущільнення мають різні гідродинамічні характеристики, а це необхідно враховувати при оцінці вібраційного стану відцентрового насоса.

5. Підтверджено, що у якості ущільнень-опор потрібно використовувати "довгі" шпаринні ущільнення, при розрахунку яких необхідно враховувати, як осьову, так і окружну течію.

6. Виконано чисельний аналіз ступені компресора з лабіринтними ущільненнями, який показав, що для маловитратних компресорів дискові втрати та витрати у лабіринтних ущільненнях основного та покривного дисків є суттєвими, тому їх треба враховувати. Співставлення результатів розрахунку та експериментальних даних дало достатньо добре співпадіння. Застосування методів обчислювальної гідрогазодинаміки (CFD), реалізованих у програмному комплексі ANSYS CFX, дозволить виконувати чисельну оптимізацію проточної частини ступені компресора, форми зазора і конструкцій лабіринтних ущільнень, що, кінець кінцем, підвищить газодинамічну ефективність компресорів.

7. Для оптимізації гідродинамічних характеристик лабіринтних і лункових ущільнень використовувався програмний комплекс modeFrontier 4.1, який містить цілий ряд методів оптимізації і планування експерименту та дозволяє використовувати у процесі оптимізації всі необхідні можливості програм обчислювальної гідрогазодинаміки.

4 ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ШПАРИННИХ І ЛАБІРИНТНИХ УЩІЛЬНЕНЬ НА ДИНАМІКУ РОТОРІВ ВІДЦЕНТРОВИХ НАСОСІВ І КОМПРЕСОРІВ

4.1 Аналіз впливу жорсткостей і демпфірувань на динаміку ротора відцентрового насоса ЦН 90 – 1900

Для комп'ютерного моделювання динаміки ротора з урахуванням динамічних жорсткостей та демпфірувань «довгих» шпаринних ущільнень, які були отримані у розділі 3, використовувався ротор модернізованого багатоступеневого насосу ЦН 90-1900 з вбудованими опорами-ущільненнями, розроблений ВАТ «ВНДІАЕН» (м. Суми). Конструкція насоса, який має 15 ступіней приведена на рисунку 4.1.

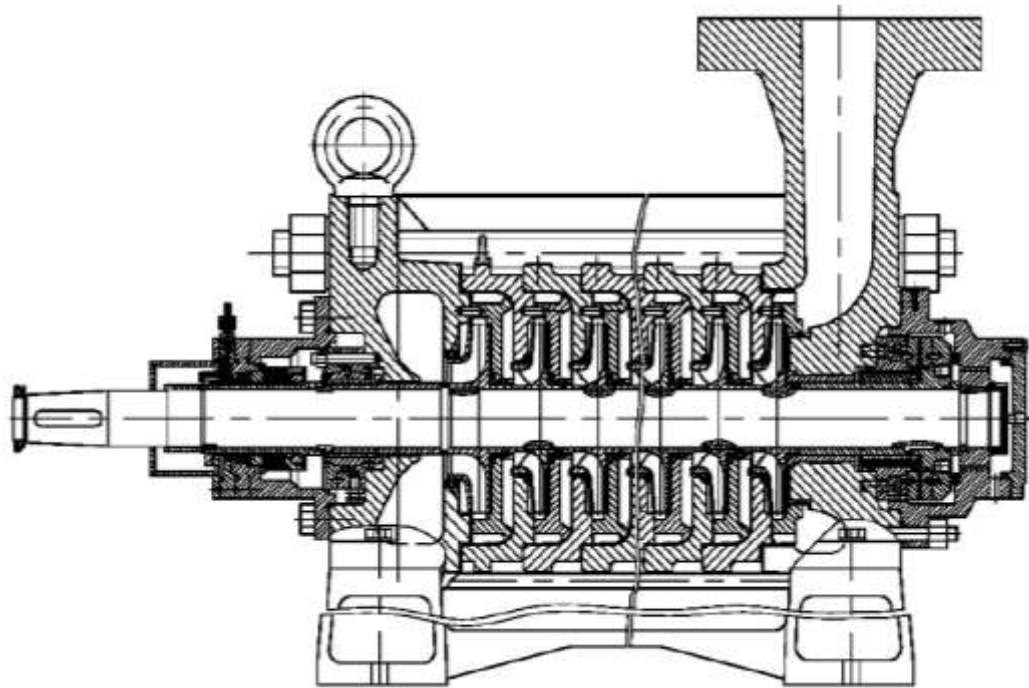


Рисунок 4.1 – Насос ЦН 90-1900

Для проведення аналізу динаміки ротора методом скінченних елементів у програмному комплексі ANSYS побудована балкова модель ротора відцентрового

насоса з урахуванням жорсткостних і демпфіруючих характеристик ущільнень робочих коліс, розвантажувального диску та ущільнень-опор (рис. 4.3). Для створення моделі ротора використовувались балкові двовимірні елементи типу BEAM 188, а для моделювання ущільнень-опор використовувався комбінований елемент типу COMBI 214 (рис. 4.2), який може враховувати як прямі, так і перехресні жорсткості і демпфірування, що дозволить проводити більш точний аналіз динаміки ротора.

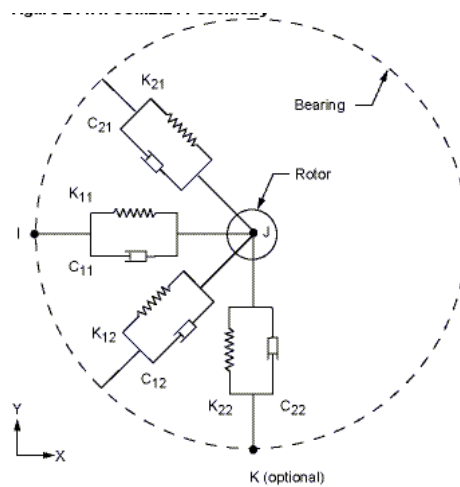


Рисунок 4.2 – Елемент COMBI214

Виконані статичний, модальний і гармонійний аналізи для моделі ротора, отримані величини статичного і динамічного прогинів, форми коливань, амплітудно-частотні характеристики, що дозволяє визначити критичні швидкості коливань та синхронні орбіти точок осі ротора (рис. 4.4).

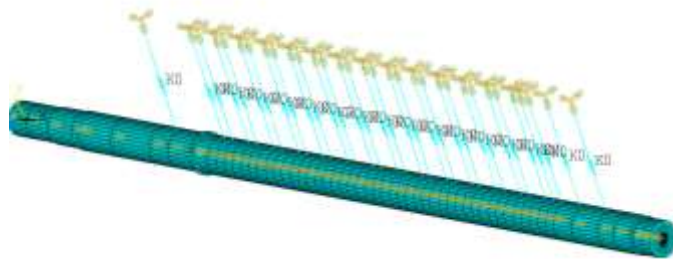


Рисунок 4.3 – Балкова модель ротора

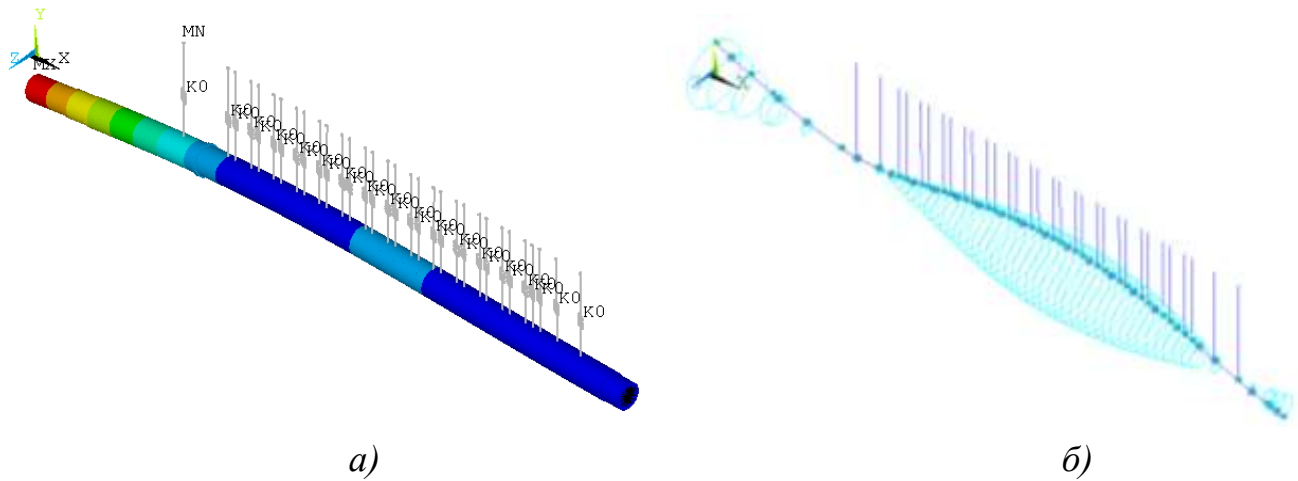


Рисунок 4.4 – Радіальні деформації ротора (а), синхронні орбіти точок осі ротора (б)

Для проведення гармонійного аналізу і побудови амплітудно-частотної характеристики необхідно прикласти в центрі мас робочих коліс ротора, відповідні вимушувальні навантаження. Амплітуда вимушувальної сили $F_{вим} = D \cdot \omega^2$; $D = m\varepsilon$ - величина дисбалансу, яка визначається за ГОСТ 22061-76 залежно від робочої частоти ω і класу відцентрової машини; m - маса ротора; e - ексцентриситет.

Виконана серія розрахунків з метою визначення впливу прямої і перехресної жорсткості та прямого демпфірування ущільнення-опори на власні частоти ротора відцентрового насоса (таблиця 4.1-4.4, рис. 4.5-4.8). При варіюванні однією змінною, інші не змінювалися і дорівнювали своїм розрахунковим параметрам для даного ротора.

У випадку спрощеного розрахунку пряма жорсткість ущільнення-опори визначалась з залежності для короткого шпаринного ущільнення [3].

Таблиця 4.1 – Власні частоти ротора в залежності від прямої жорсткості ущільнення опори

Частота				
<hr/>	$\omega_1,$	$\omega_2,$	$\omega_3,$	$\omega_4,$
Жорсткість,	Гц	Гц	Гц	Гц
$\frac{H}{m}$				
$K= 5.281 \cdot 10^3$	34.602	34.602	99.807	99.807
$K= 5.281 \cdot 10^4;$	34.659	34.659	99.820	99.820
$K= 5.281 \cdot 10^5$	35.221	35.221	99.953	99.953
$K= 5.281 \cdot 10^6$	40.101	40.101	101.22	101.22

Таблиця 4.2 – Власні частоти ротора в залежності від перехресної жорсткості ущільнення опори

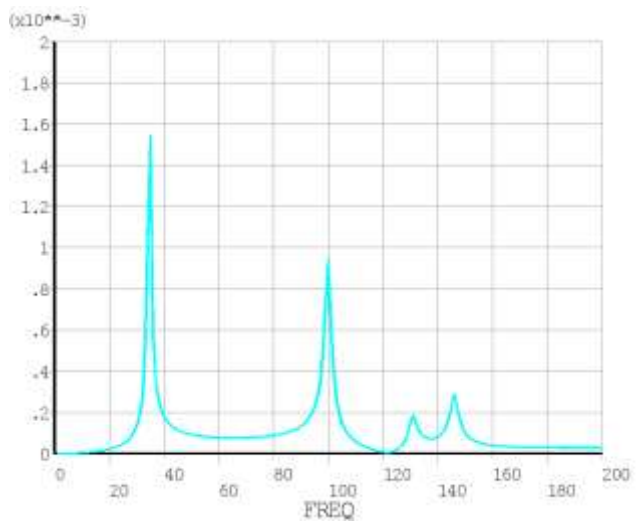
Частота				
<hr/>	$\omega_1,$	$\omega_2,$	$\omega_3,$	$\omega_4,$
Жорсткість,	Гц	Гц	Гц	Гц
$\frac{H}{m}$				
$k=2.22 \cdot 10^3$	40.077	40.124	101.21	101.22
$k=2.22 \cdot 10^5$	39.865	40.333	101.15	101.28
$k=2.22 \cdot 10^6$	37.601	42.304	100.54	101.86
$k=2.22 \cdot 10^7$	54.579	91.099	104.55	106.60

Таблиця 4.3 – Власні частоти ротора в залежності від прямого демпфірування ущільнення опори

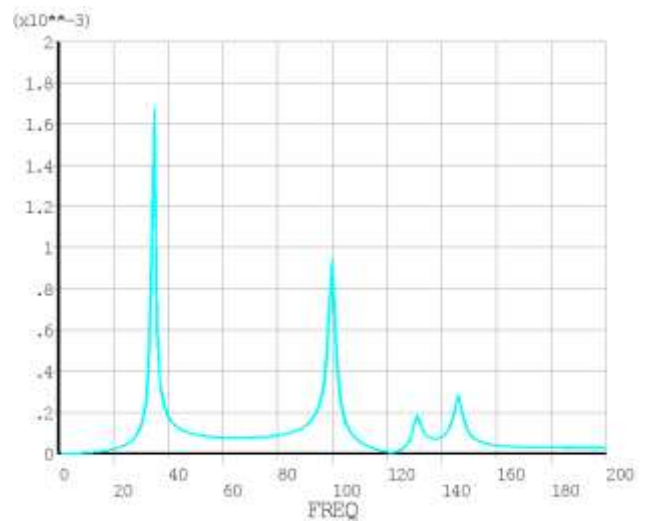
Частота	$\omega_1,$	$\omega_2,$	$\omega_3,$	$\omega_4,$
Демпфірування, $\frac{H \cdot c}{m}$	Гц	Гц	Гц	Гц
$C=-1.46 \cdot 10^2$	54.579	91.099	104.55	106.60
$C=-1.46 \cdot 10^3$	54.579	91.099	104.55	106.60
$C=-1.46 \cdot 10^4$	54.579	91.099	104.55	106.60
$C=-1.46 \cdot 10^5$	54.579	91.099	104.55	106.60

Таблиця 4.4 – Порівняння власних частот ротора для спрощеного розрахунку (враховані прямі жорсткості) і розрахунку з урахуванням перехресних жорсткостей і демпфірувань, отриманих з гідродинамічного аналізу в ANSYS CFX

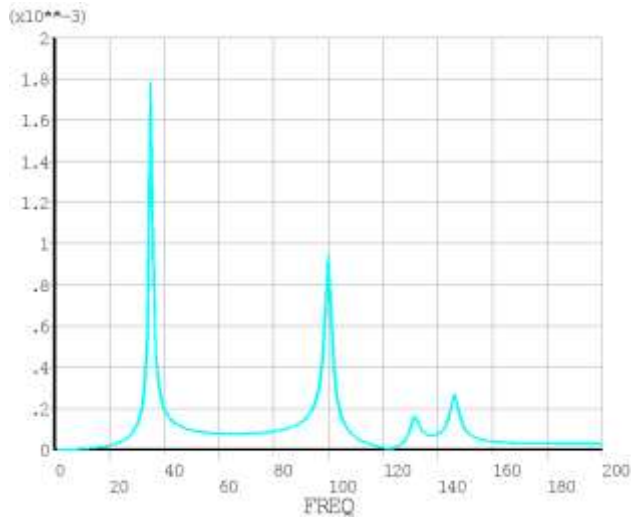
Частота	$\omega_1,$	$\omega_2,$	$\omega_3,$	$\omega_4,$
Модель	Гц	Гц	Гц	Гц
Спрощений розрахунок	38.220	38.220	100.71	100.71
Розрахунок з урахуванням перехресних жорсткостей і демпфірувань	54.579	91.099	104.55	106.60



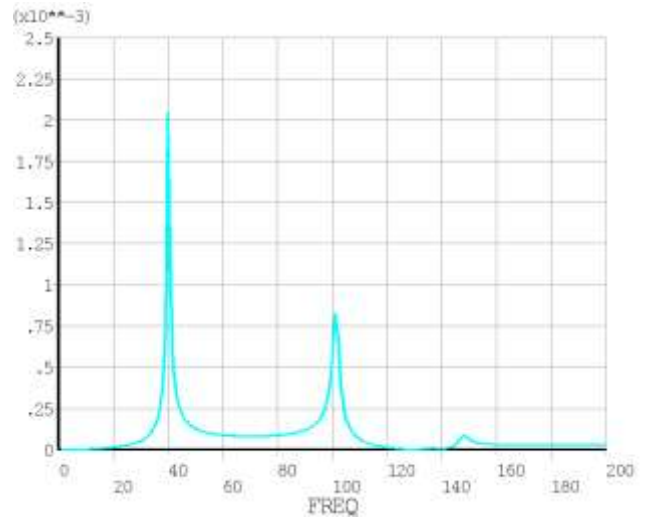
a)



б)

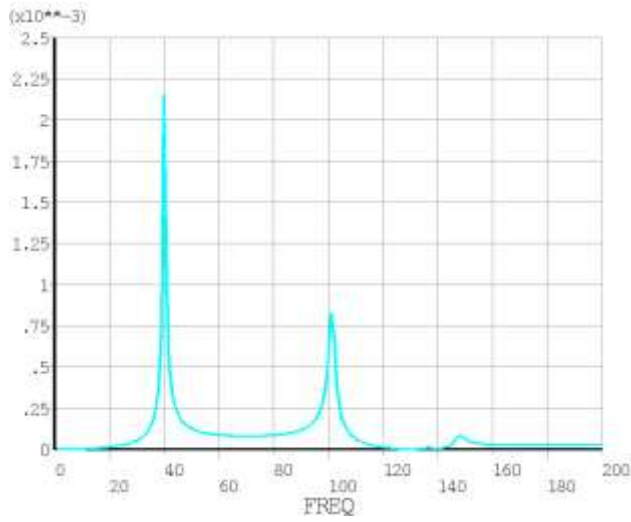


в)

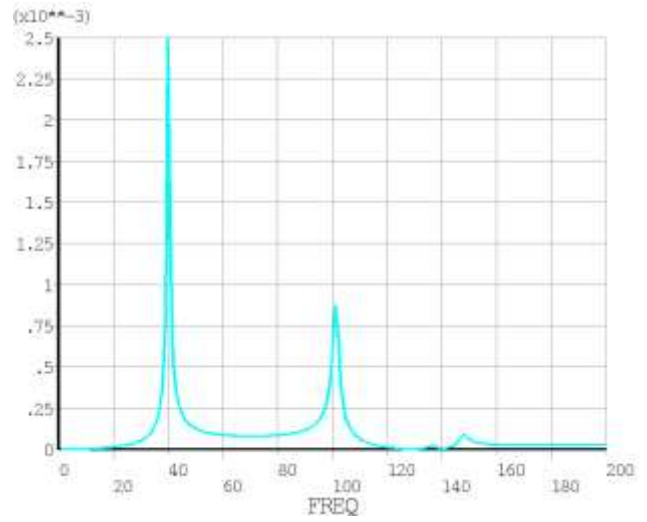


г)

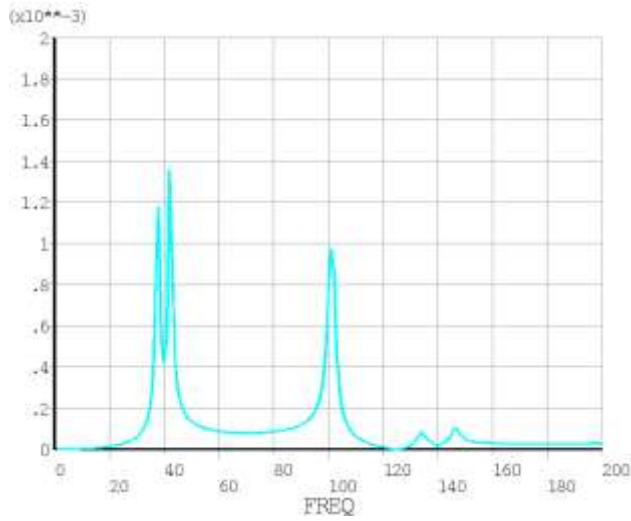
Рисунок 4.5 – Амплітудно-частотні характеристики при різних прямих жорсткостях ущільнення-опори: *a)* $K= 5.281 \cdot 10^3$, *б)* $K= 5.281 \cdot 10^4$,
в) $K= 5.281 \cdot 10^5$, *г)* $K= 5.281 \cdot 10^6$



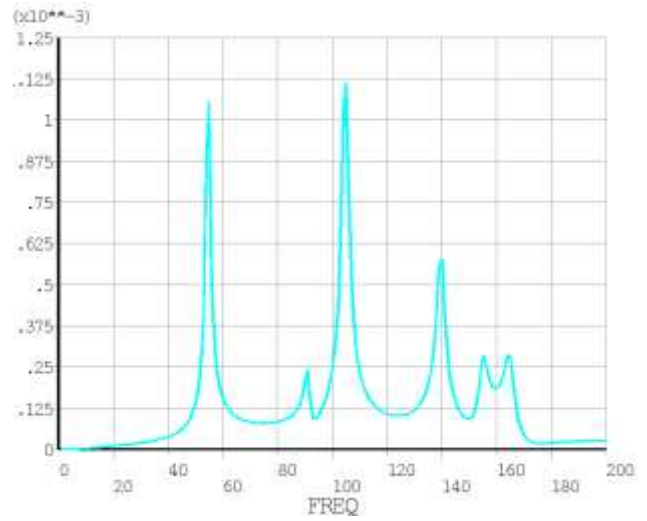
a)



б)

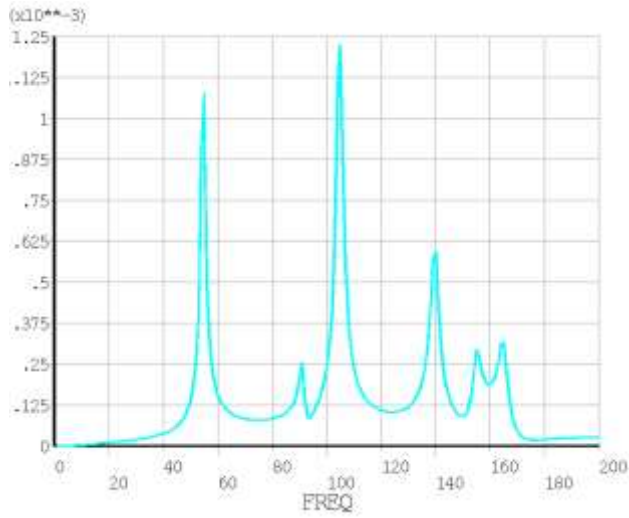


в)

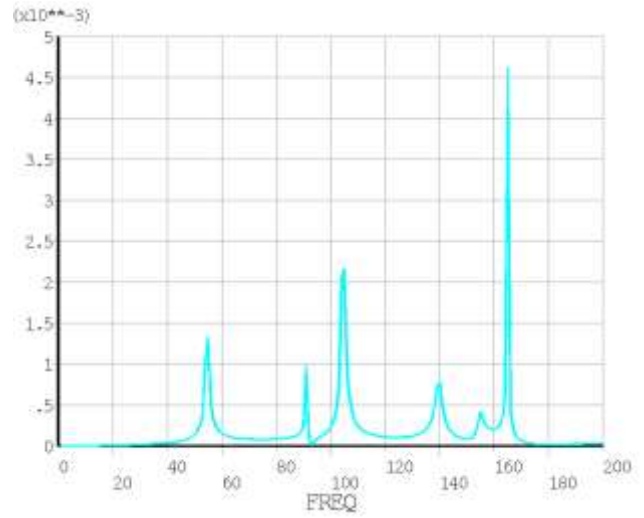


г)

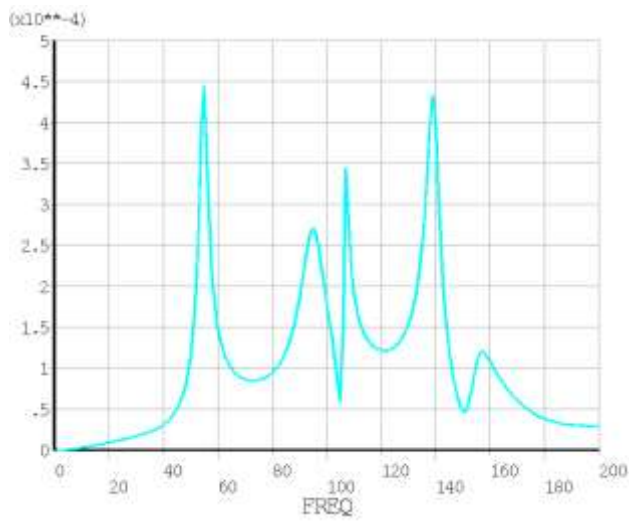
Рисунок 4.6 – Амплітудно-частотні характеристики при різних перехресних жорсткостях ущільнення-опори: *a)* $k= 2.22 \cdot 10^3$, *б)* $k= 2.22 \cdot 10^5$,
в) $k= 2.22 \cdot 10^6$, *г)* $k= 2.22 \cdot 10^7$



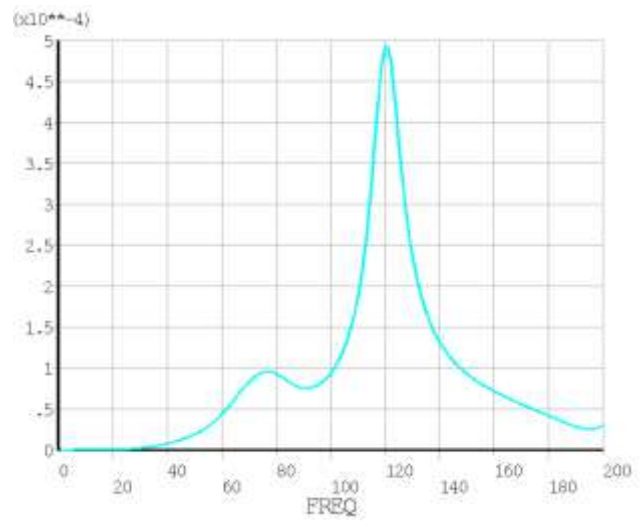
a)



б)

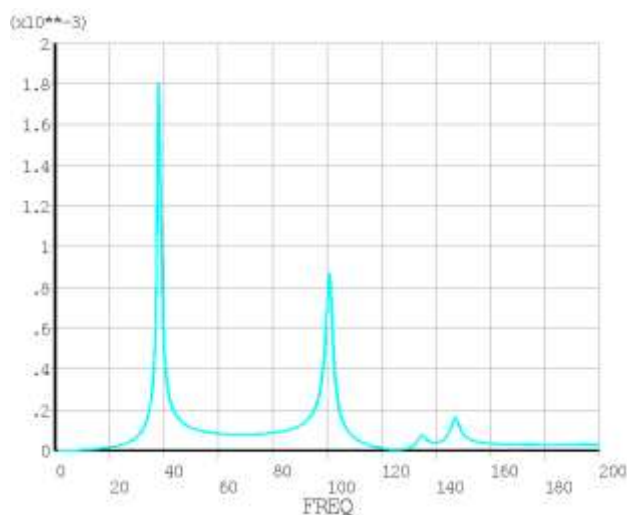


в)

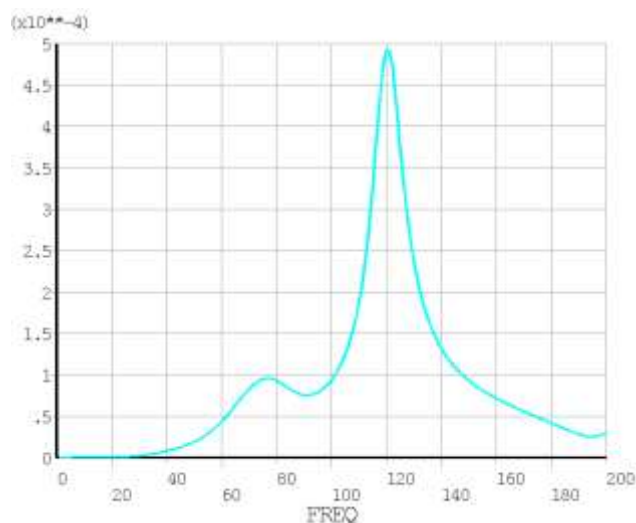


з)

Рисунок 4.7 – Амплітудно-частотні характеристики при різних прямих демпфівуваннях ущільнення-опори: *a)* $C = -1.46 \cdot 10^2$, *б)* $C = -1.46 \cdot 10^3$, *в)* $C = -1.46 \cdot 10^4$, *з)* $C = -1.46 \cdot 10^5$



a)



б)

Рисунок 4.8 – Амплітудно-частотна характеристика: для спрощеного розрахунку *a)*, для розрахунку з урахування жорсткостей і демпфірувань ущільнень-опор *б)*

Аналіз амплітудно-частотних характеристик показує, що перехресні жорсткості та прямі і перехресні демпфірування значно впливають на динаміку ротора багатоступеневого відцентрового насоса.

4.2 Врахування жорсткостей і демпфірувань лабіринтних ущільнень, отриманих з газодинамічного розрахунку, на динаміку ротора відцентрового компресора

Чисельний аналіз впливу жорсткостей і демпфірувань лабіринтних ущільнень був проведений для ротора відцентрового компресора високого тиску 16ГЦ-2 ОАО «Сумське НВО ім. Фрунзе» (рис. 4.9). Розрахункова схема балочної моделі

ротора приведена на рисунку 4.10. Напружено-деформований стан ротора, як без урахування, так і з урахуванням лабіринтних і лункових ущільнень показаний на рисунку 4.11 а,б.

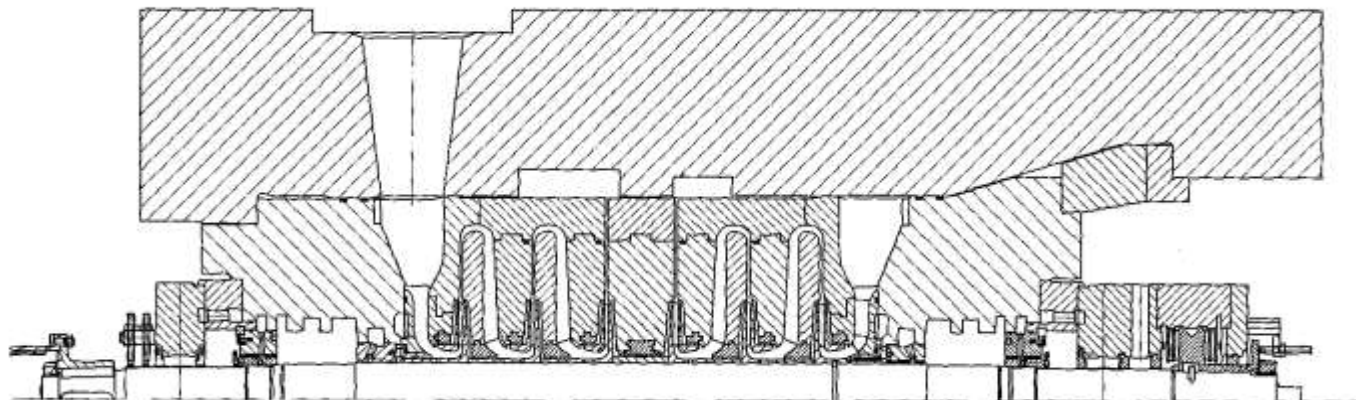


Рисунок 4.9 – Схема компресора високого тиску 16ГЦ–2

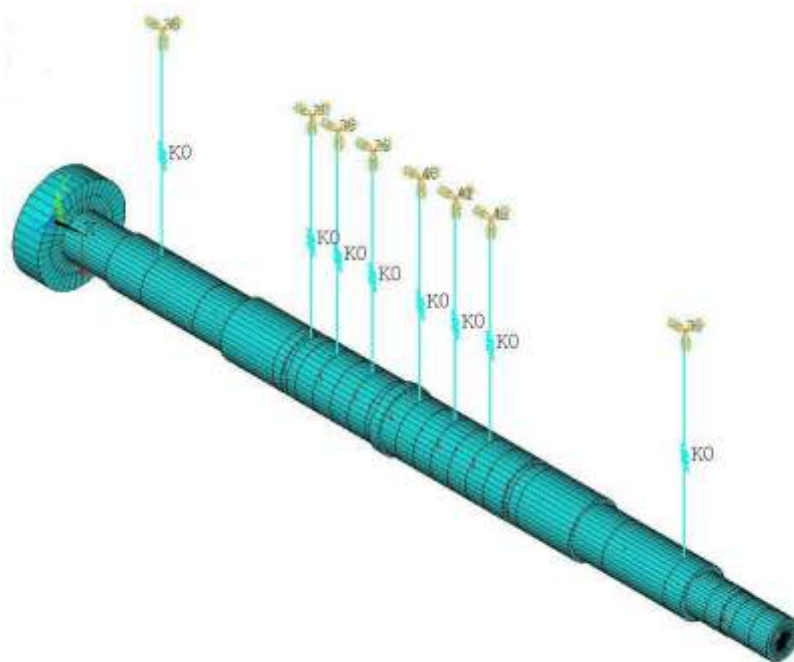
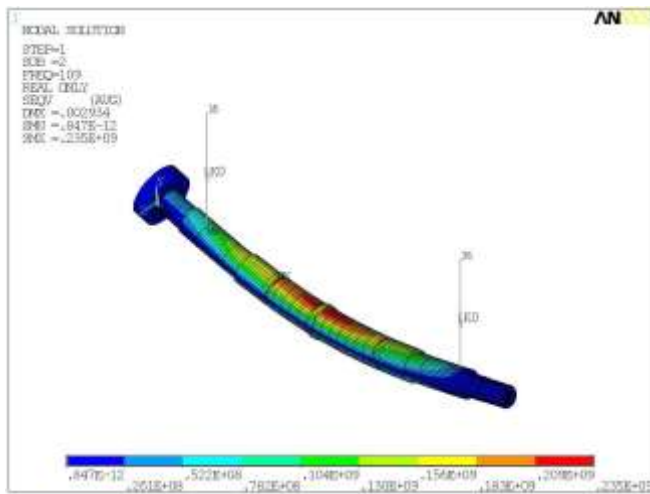
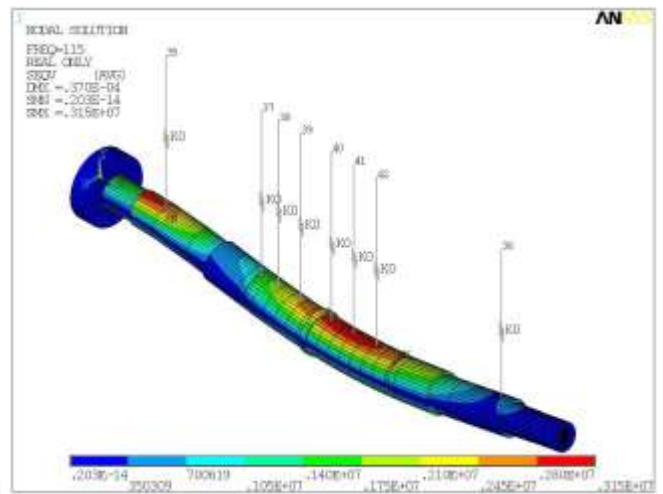


Рисунок 4.10 – Балкова модель ротора

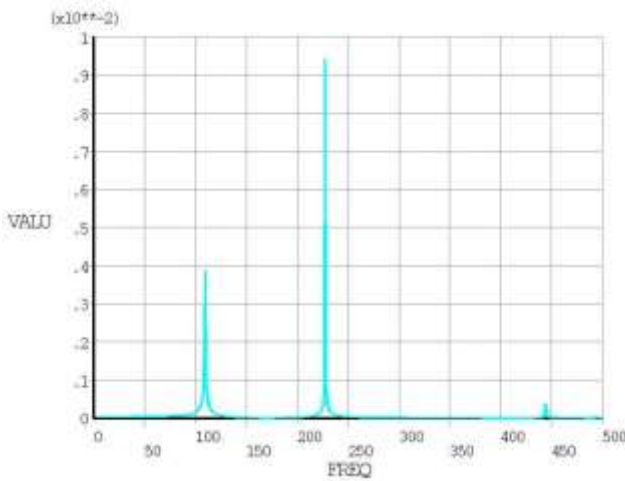


a)

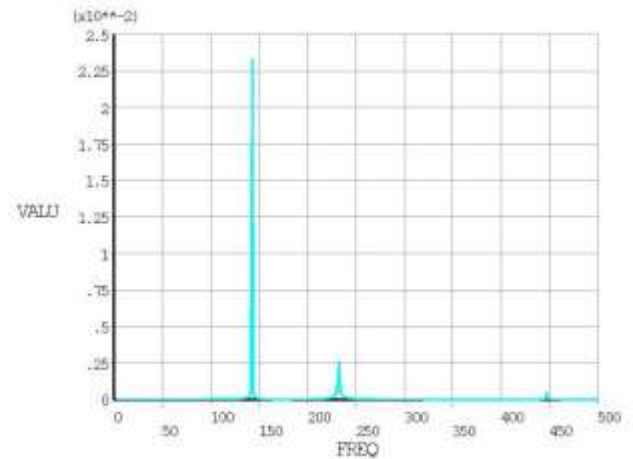


б)

Рисунок 4.11 – Напружено-деформований стан ротора без урахування а) та з урахуванням б) лабіринтних і лункових ущільнень



a)



б)

Рисунок 4.12 – Амплітудно-частотні характеристики коливань ротора без урахування а) та з урахуванням б) лабіринтних і лункових ущільнень

За результатами розрахунку (рис. 4.12) можемо зробити висновок, що врахування жорсткостей і демпфірувань лабіринтних і лункових ущільнень, отриманих з газодинамічного розрахунку, дозволяє отримувати більш точні дані по значенню і амплітуді першої критичної швидкості ротора відцентрового компресора високого тиску.

5 АВТОМАТИЗОВАНИЙ РОЗРАХУНОК І ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДИНАМІКИ РОТОРА З УРАХУВАННЯМ УЩІЛЬНЕНЬ

5.1 Автоматизований розрахунок динаміки ротора у програмному комплексі ANSYS

Задача аналізу динамічних характеристик роторів, яку необхідно вирішувати при розробленні і проектуванні відцентрових машин, є достатньо важливою. Доводиться визначати критичні швидкості і досліджувати реакцію роторної системи на можливі дисбаланси і навантаження. Така задача не завжди піддається точному аналітичному розв'язанню і вимагає величезних витрат на її експериментальну реалізацію.

На сьогодні найпоширенішим чисельним методом розв'язання задач динамічного розрахунку роторних систем є метод скінченних елементів (МСЕ), який практично повністю витіснив метод початкових параметрів. МСЕ дозволяє розв'язувати задачу моделювання динамічної поведінки реального ротора з урахуванням всіх можливих ефектів: пружних, інерційних властивостей і інерції обертання ротора; обертального моменту, гіроскопічних моментів дисків, деформації зсуву, осьових навантажень, внутрішнього тертя та ін.

Відомі вузькоспеціалізовані програмні комплекси, які застосовуються тільки для аналізу динаміки конкретних роторних систем, такі, як: ARMD, ROTECH, Dynamics, DyRoBes, NISA/ROTOR і багато інших. Ці програми не мають, як правило, вбудованої мови програмування і тому не дозволяють вносити які-небудь зміни і нові елементи в методику розрахунку, що обмежує їх застосування. Універсальні програмні комплекси МСЕ-аналізу (ANSYS, NASTRAN, COSMOS та ін.) дозволяють розв'язувати ряд задач динамічного аналізу роторних систем. Такі програмні комплекси надають користувачу достатньо обширну бібліотеку елементів, великий набір засобів і

інструментів. У них закладена загальна процедура методу скінченних елементів, але при цьому відсутні спеціальні модулі для автоматизованого розрахунку різних деталей, у тому числі і деталей відцентрових машин. Для створення окремого модуля для розрахунку динаміки ротора в таких програмах потрібне написання спеціальних підпрограм макросів, які забезпечують автоматизацію побудови розрахункової моделі, видачу результатів розрахунку, а також створення графічного інтерфейсу користувача. Істотні можливості для створення програмних додатків має в своєму розпорядженні макромова Tcl/Tk, інтерпретатор якої безпосередньо вбудований у програму ANSYS.

Для спрощення побудови моделі і автоматизації розрахунку динамічних характеристик відцентрових машин в програмі ANSYS розроблені алгоритм і програмний додаток (Dynrotor) на макромові Tcl/Tk (Додаток А). Блок-схема алгоритму розрахунку наведена на рис.5.1. Для ефективної взаємодії користувача з програмою Dynrotor був розроблений ергономічний інтерфейс на мові Tk. Вікно інтерфейсу користувача подане на рис. 5.2. У робоче вікно програми Dynrotor вводяться геометричні розміри (довжини і діаметри), кількість ділянок ротора, маси насаджених деталей, величини жорсткостей і демпфірування опор і ущільнень. Вибирається тип аналізу: модальний або гармонійний. Задається частота обертання і фізико-механічні властивості матеріалу вала.

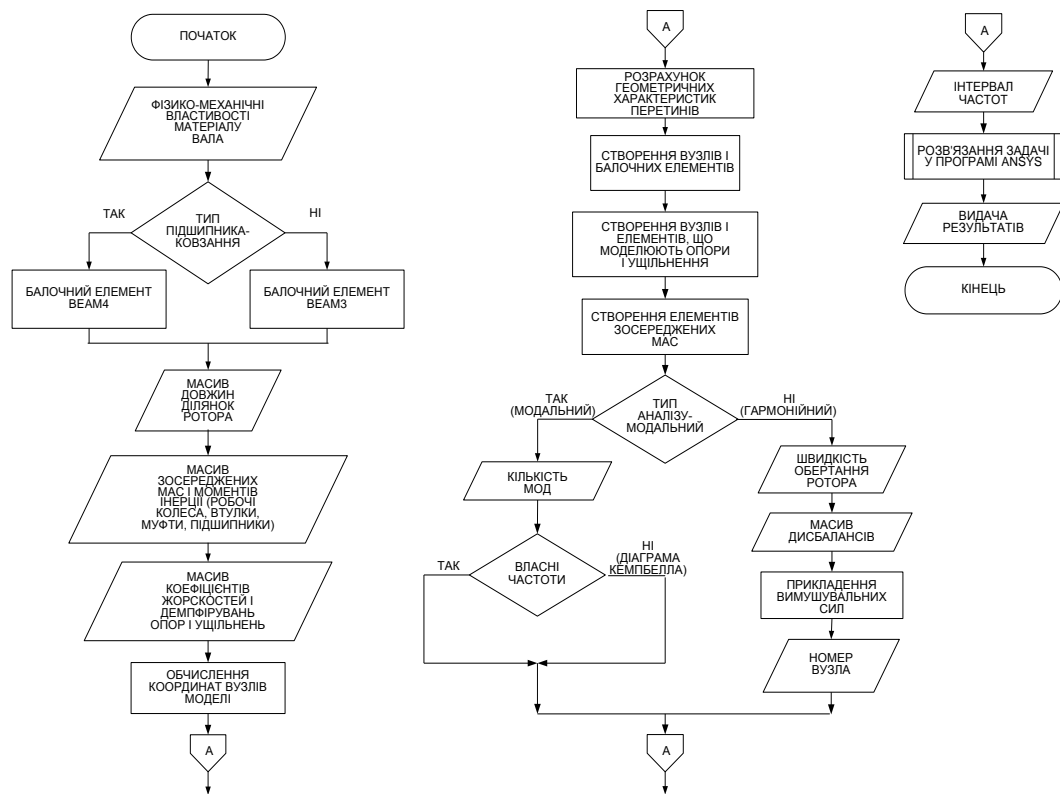


Рисунок 5.1 - Блок-схема алгоритму розрахунку

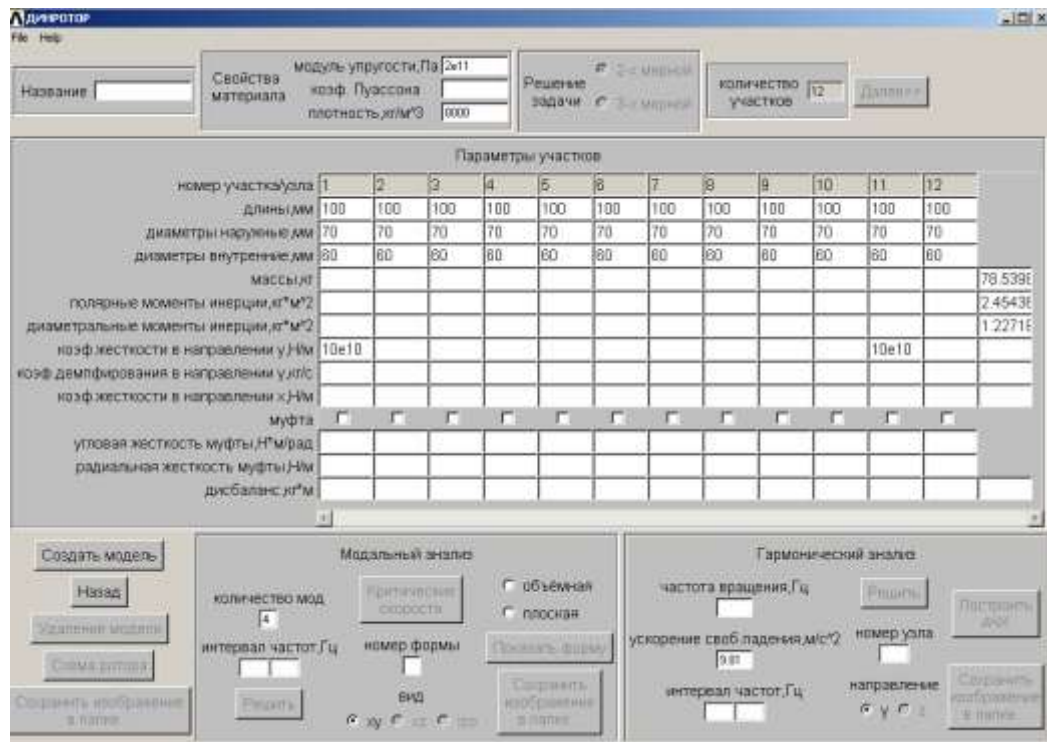


Рисунок 5.2 - Вікно інтерфейсу користувача програмного додатка

DYNROTOR

5.2 Методи розв'язання двовимірної задачі течії рідини в шпаринному ущільненні

Загальною математичною моделлю для опису руху суцільної в'язкої рідини є рівняння Нав'є-Стокса. У випадку турбулентної течії використовують рівняння Нав'є-Стокса, які усереднюються по Рейнольдсу. При розв'язанні задачі течії рідини в шпаринному ущільненні доводиться вводити припущення, яке засноване на тому, що радіальний зазор h набагато менше радіусу ущільнення і його довжини ($h \ll R_1$, $h \ll l$) (рис. 5.3 а). Передбачається, що густина ρ , в'язкість μ і температура рідини залишаються постійними величинами [13,29].

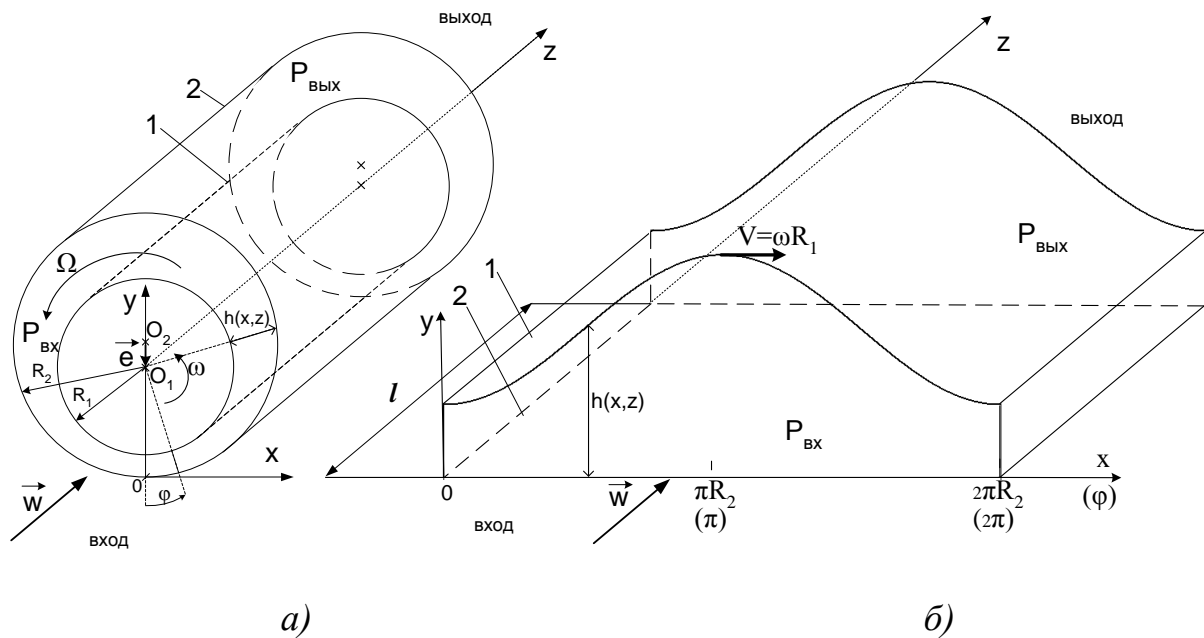


Рисунок 5.3 – Схема шпаринного ущільнення а);
розгортка зазору шпаринного ущільнення б)

Розглядається задача течії рідини в гладкій шпарині під дією заданого перепаду тиску Δp . Ротор зміщений відносно осі втулки на величину

ексцентриситету e і виконує прецесійний рух з частотою Ω , власна частота обертання ротора – ω (рис. 5.3, 5.4).

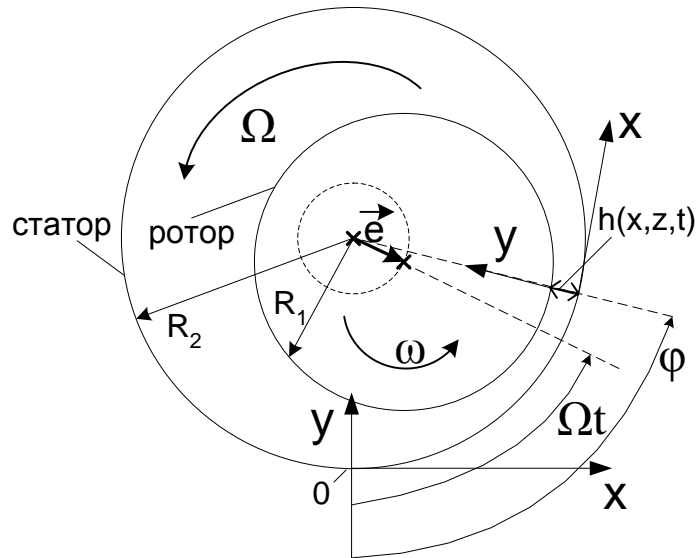


Рисунок 5.4 – Схема прецесійного руху ротора у шпаринному ущільненні

Для вирішення задачі використовується декартова система координат, яка пов'язана з нерухомим статором. Зазор ущільнення h розвертається на площині $((x = \varphi \cdot R_2))$ (рис 5.3 а,б, 5.4). Зазор шпаринного ущільнення у багато разів менше його радіусу, тому вплив кривизни можна вважати неістотним [13,29]. Тоді функцію зазору, а також функції x -их і y -их компонент швидкості на стінці ротора можна представити в наступній формі:

$$h = R_2 - R_1 - e \cdot \cos\left(\Omega t - \frac{x}{R_2}\right) \quad (5.1)$$

$$v_x = R_1 \omega + e \cdot \Omega \cdot \cos\left(\Omega t - \frac{x}{R_2}\right) \quad (5.2)$$

$$v_y = e \cdot \Omega \cdot \sin\left(\Omega t - \frac{x}{R_2}\right) \quad (5.3)$$

Рівняння Нав'є-Стокса, які усереднені по Рейнольдсу, після оцінки порядку членів, мають вигляд [13]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \rho \frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'}; \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = 0; \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \rho \frac{\partial}{\partial y} \overline{w'v'}. \end{array} \right. \quad (5.4)$$

Одержана система рівнянь доповнюється рівнянням нерозривності:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \quad (5.5)$$

Рівняння Рейнольдса і рівняння нерозривності усереднюють по зазору ущільнення і переходять до розв'язання двомірної задачі, оперуючи швидкостями і тиском осередненими по зазору. Для усереднення по зазору конвективних членів рівнянь, необхідно використовувати гіпотезу про профіль швидкості.

Функція профілю окружної швидкості складається з напірної і зсувної складових, а профіль осьової швидкості обумовлений тільки напірною складовою:

$$\begin{aligned} 0 \leq y' \leq \frac{h}{2} \quad u &= u_{p\max} \left[4 \frac{y'}{h} \left(1 - \frac{y'}{h} \right) \right]^m + 0.5v_x \cdot \left[2 \frac{y'}{h} \right]^m; \\ \frac{h}{2} \leq y' \leq h \quad u &= u_{p\max} \left[4 \frac{y'}{h} \left(1 - \frac{y'}{h} \right) \right]^m + v_x - 0.5v_x \cdot \left[2 \left(1 - \frac{y'}{h} \right) \right]^m; \\ u_{p\max} &= u_p \left(y' = \frac{h}{2} \right); \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$w = w_{\max} \left[4 \frac{y'}{h} \left(1 - \frac{y'}{h} \right) \right]^m ;$$

$$w_{\max} = w \left(y' = \frac{h}{2} \right).$$

З урахуванням цього, усереднені по зазору квадрати швидкостей можна представити у вигляді:

$$I_{xx} = \frac{1}{h} \int_0^h u^2 dy = a_1 \cdot \bar{u}_p^{-2} + b_1 \cdot \bar{u}_p \cdot v_x + c_1 \cdot v_x^2$$

$$I_{xz} = \frac{1}{h} \int_0^h u \cdot w \cdot dy = a_1 \cdot \bar{u}_p \cdot \bar{w} + d_1 \cdot v_x \cdot \bar{w} \quad (5.7)$$

$$I_{zz} = \frac{1}{h} \int_0^h w^2 dy = a_1 \cdot \bar{w}^{-2}$$

Значення коефіцієнтів в рівняннях (5.6), (5.7) наведені в Таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Значення коефіцієнтів у рівнянні (5.6), (5.7)

	m	a_1	b_1	c_1	d_1
ламінарна течія	1	1.2	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
турбулентна течія	$\frac{1}{7}$	1	1	0.25	0.5
автомодельна область	0	1	1	0.25	0.5

Рівняння Рейнольдса і рівняння нерозривності усереднені по зазору ущільнення представлені формулами:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (a_1 \cdot \bar{u}_p^2 + b_1 \cdot \bar{u}_p \cdot \kappa \cdot v_x + c_1 \cdot \kappa^2 \cdot v_x^2) + \frac{v_x \cdot v_y}{h} + \frac{\partial}{\partial z} (a_1 \cdot \bar{u}_p \cdot \bar{w} + d_1 \cdot \bar{w} \cdot \kappa \cdot v_x) \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{\mu \cdot k_x}{h^2} \cdot \bar{u}_p \cdot \text{Sign}\Phi$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (a_1 \cdot \bar{w}^2) + \frac{\partial}{\partial x} (a_1 \cdot \bar{u}_p \cdot \bar{w} + d_1 \cdot \bar{w} \cdot \kappa \cdot v_x) \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - \frac{\mu \cdot k_z}{h^2} \cdot \bar{w}$$

$$h \frac{\partial \bar{u}_p}{\partial x} + u_p \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + w \frac{\partial h}{\partial z} = -u_c \frac{\partial h}{\partial x} + v_x \frac{\partial h}{\partial x} - v_y$$

де \bar{u}_p – окружна напірна швидкість осереднена по зазору; \bar{u}_c – окружна зсувна швидкість осереднена по зазору (вважається, що $\bar{u}_c = 0.5 \cdot \omega \cdot R_1$); \bar{w} – осьова напірна швидкість осереднена по зазору; \bar{p} – тиск усереднений по зазору; v_x, v_y – x -а і y -а компоненти швидкості на стінці ротора; k_x, k_z – модифіковані коефіцієнти опору тертя [13,29].

Вирази, які використовуються для урахування місцевих втрат на вході і виході ущільнення, представлені формулами:

$$\text{На вході в ущільнення } z=0: P_1 = p_{\hat{a}\hat{o}} + \rho \frac{\zeta_{\hat{a}\hat{o}} W_{\hat{a}\hat{o}}^2}{2}, \quad (5.9, a)$$

$$\text{На виході з ущільнення } z=l: P_2 = p_{\hat{a}\hat{u}\hat{o}} + \rho \frac{\zeta_{\hat{a}\hat{u}\hat{o}} W_{\hat{a}\hat{u}\hat{o}}^2}{2}, \quad (5.9, б)$$

де P_1 – тиск в камері перед ущільненням, $p_{\hat{a}\hat{o}}$ – тиск усередині ущільнення на вхідній кромці; P_2 – тиск в камері за ущільненням, $p_{\hat{a}\hat{u}\hat{o}}$ – тиск усередині ущільнення на вихідній кромці.

До граничних умов (5.9) додається умова

$$\bar{u}_{p \hat{a}\hat{o}} = 0 \quad (5.9, в)$$

Урахування втрат на формування профілю швидкості на вхідній ділянці важливий в теоретичній моделі для визначення динамічних коефіцієнтів ущільнення. Але у разі, коли довжина кільцевого каналу в два рази більше його зазору, розвиток течії не має великого впливу для шпаринного ущільнення.

Математична модель течії рідини у шпаринному ущільненні описується рівнянням (5.8) з граничними умовами (5.9). Шуканими величинами є тиск $\bar{p} = f(x, z, t)$ і швидкості $\bar{u}_p = f(x, z, t)$, $\bar{w} = f(x, z, t)$. Дана система рівнянь відноситься до класу нелінійних диференціальних рівнянь, одержати аналітичне рішення для яких можливо лише в окремих випадках.

5.2.1 Розв'язання задачі течії в шпаринному ущільненні методом Ньютона

Для чисельного вирішення поставленої задачі необхідно виконати дискретизацію розрахункової області. У окружному напрямку (уздовж осі x) зазор розбивається на N_x рівномірних ділянок, а в осьовому напрямку z – на N_z ділянок (рис. 5.5).

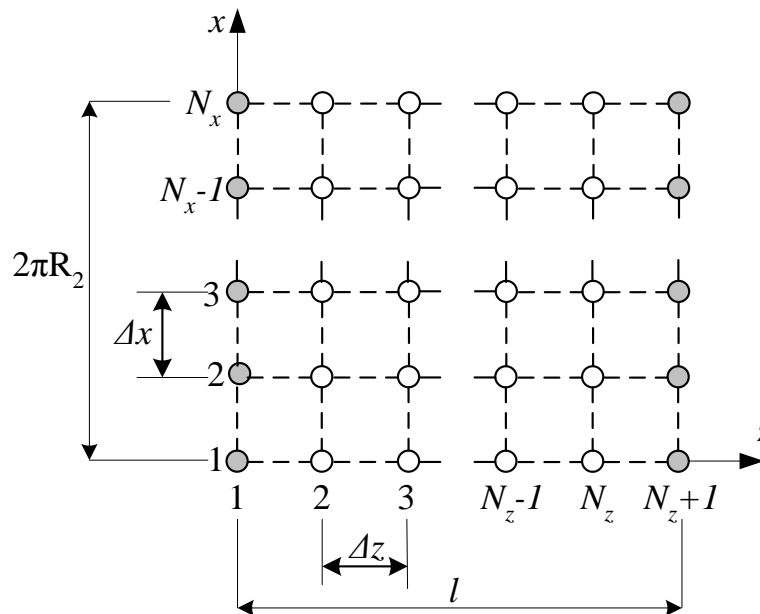


Рисунок 5.5 – Розрахункова сітка

Чисельний підхід полягає у покроковому розв'язанні дискретного аналога системи для кожного з $N_z + 1$ перетину, починаючи від вхідного перетину $z = 0$ до вихідного $z = l$. Для ініціалізації процедури розв'язання необхідно задати початкову гіпотезу для значень осьової швидкості на вході, і згідно з виразом (5.9, а) розрахувати значення тиску. В результаті розв'язання системи для дискретних точок розрахункової області отримують значення тиску і швидкостей на виході, які повинні відповідати рівнянню (5.9, б).

Алгоритм розв'язання приведений на рисунку 5.6 і зводиться до (Додаток Б):

1) Вводиться початкова гіпотеза.

1.1) Вводиться припущення про те, що величини швидкостей \bar{w} вже відомі для N_x дискретних точок в перетині $z=0$ (на вході в ущільнення). Величини швидкостей \bar{u}_p і тиску \bar{p} для цих розрахункових точок обчислюються згідно виразам (5.9).

1.2) Значення окружних градієнтів $\frac{\partial \bar{u}_p(x, z, t)}{\partial x}$, $\frac{\partial \bar{w}(x, z, t)}{\partial x}$, $\frac{\partial \bar{p}(x, z, t)}{\partial x}$

обчислюються використовуючи центральні скінченні різниці четвертого порядку:

$$\frac{\partial \bar{u}_p(x, z, t)}{\partial x} = \frac{1}{12\Delta x} \left[\bar{u}_p(x + 2\Delta x, z, t) - 8(\bar{u}_p(x - \Delta x, z, t) - \bar{u}_p(x + \Delta x, z, t)) - \bar{u}_p(x - 2\Delta x, z, t) \right]$$

$$\frac{\partial \bar{w}(x, z, t)}{\partial x} = \frac{1}{12\Delta x} \left[\bar{w}(x + 2\Delta x, z, t) - 8(\bar{w}(x - \Delta x, z, t) - \bar{w}(x + \Delta x, z, t)) - \bar{w}(x - 2\Delta x, z, t) \right]$$

$$\frac{\partial \bar{p}(x, z, t)}{\partial x} = \frac{1}{12\Delta x} \left[\bar{p}(x + 2\Delta x, z, t) - 8(\bar{p}(x - \Delta x, z, t) - \bar{p}(x + \Delta x, z, t)) - \bar{p}(x - 2\Delta x, z, t) \right]$$

1.3) Знаючи значення змінних і їх окружні похідні, осьові градієнти $\frac{\partial \bar{u}_{p0}(x, z, t)}{\partial z}$, $\frac{\partial \bar{w}_0(x, z, t)}{\partial z}$, $\frac{\partial \bar{p}_0(x, z, t)}{\partial z}$ можуть бути обчислені згідно рівнянням (5.8),

приведеним до вигляду:

$$\frac{\partial \bar{u}_p}{\partial z} = f(x, z, t, \bar{u}_p, \frac{\partial \bar{u}_p}{\partial x}, \bar{w}, \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}, \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}, \frac{\partial \bar{u}_p}{\partial t}),$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = f(x, z, t, \bar{u}_p, \frac{\partial \bar{u}_p}{\partial x}, \bar{w}, \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}),$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = f(x, z, t, \bar{u}_p, \frac{\partial \bar{u}_p}{\partial x}, \bar{w}, \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}, \frac{\partial \bar{w}}{\partial t}).$$

1.4) Для знаходження значень змінних в кожному подальшому перетині уздовж осі z , використовується метод Ньютона:

$$\bar{u}_p(x, z + dz, t) = \bar{u}_p(x, z, t) + \frac{\partial \bar{u}_p(x, z, t)}{\partial z} \cdot \Delta z,$$

$$\bar{w}(x, z + dz, t) = \bar{w}(x, z, t) + \frac{\partial \bar{w}(x, z, t)}{\partial z} \cdot \Delta z,$$

$$\bar{p}(x, z + dz, t) = \bar{p}(x, z, t) + \frac{\partial \bar{p}(x, z, t)}{\partial z} \cdot \Delta z.$$

Цей метод дозволяє змінювати локальний інтегральний крок Δz , який визначається необхідною точністю.

1.5) Визначивши дискретні значення швидкостей і тиску в осьовому напрямку $z + \Delta z$, згідно пунктам 1.2 – 1.4 для кожного подальшого перетину повторюється процедура розрахунку.

2) Значення швидкостей і тиску в кожній розрахунковій точці на вході і виході в ущільнення повинні задовольняти граничним умовам. Для цього потрібно одержати таку початкову гіпотезу для швидкостей, яка дозволить в результаті

розрахунку набути значення швидкостей і тиску в розрахункових точках вхідного перетину, які задовольняють умові (5.9, б). Ця задача може бути розв'язана за допомогою методу Ньютона, суть якого полягає в наступному: кожному з N_x початкових значень осьової швидкості додається малий приріст ε .

Потім рівняння (5.8) інтегруються в осьовому напрямку, щоб визначити вплив

приростів на кожне з N_x значень тиску $Pv = p_{\hat{a}\hat{a}\hat{o}} + \rho \frac{\xi_{\hat{a}\hat{a}\hat{o}} w_{\hat{a}\hat{a}\hat{o}}^2}{2}$, де Pv

розглядається як функція від значень осьової швидкості \bar{w} у вхідному перетині. За

результатами обчислень визначається матриця Якобі $[Pv']$, в якій тангенс

знаходять по формулах наближеного диференціювання:

$$Pv'_{i,j} = \frac{\partial Pv_j(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_i, \dots, \bar{w}_{N_x})}{\partial w_i} = \frac{Pv(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_i + \varepsilon, \dots, \bar{w}_{N_x}) - Pv(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_i, \dots, \bar{w}_{N_x})}{\varepsilon}$$

Після визначення матриці частинних похідних $[Pv']$ розв'язується рівняння щодо величин корекції $\Delta \bar{w}$:

$$\begin{bmatrix} Pv'_{11} & Pv'_{12} & \dots & Pv'_{1Nx} \\ Pv'_{21} & Pv'_{22} & \dots & Pv'_{2Nx} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Pv'_{Nx1} & Pv'_{Nx2} & \dots & Pv'_{NxNx} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \bar{w}_1 \\ \Delta \bar{w}_2 \\ \dots \\ \Delta \bar{w}_{Nx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_2 - Pv_1 \\ P_2 - Pv_2 \\ \dots \\ P_2 - Pv_{Nx} \end{bmatrix}.$$

Додаючи до значень осьової швидкості в кожній розрахунковій точці вхідного перетину корегуючі величини, отримують уточнені значення швидкостей:

$$\begin{bmatrix} \bar{w}_1^{new} \\ \bar{w}_2^{new} \\ \dots \\ \bar{w}_{Nx}^{new} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{w}_2 \\ \dots \\ \bar{w}_{Nx} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \bar{w}_1 \\ \Delta \bar{w}_2 \\ \dots \\ \Delta \bar{w}_{Nx} \end{bmatrix}$$

Цей процес повторюють до тих пір, поки значення тиску і швидкості на виході не задовольняють граничним умовам.

3) Частинні похідні за часом дискретизуються до вигляду:

$$\frac{\partial \bar{u}_p}{\partial t} = \frac{\bar{u}_p(x, z, t_i) - \bar{u}_p(x, z, t_{i-1})}{\Delta t}$$

На початковому етапі розглядається стаціонарна задача (нульова ітерація за часом), тобто у рівняннях (5.8) не враховуються члени $\frac{\partial \bar{u}_p}{\partial t}$, $\frac{\partial \bar{w}}{\partial t}$, а у формулах для зазору і швидкостей на стінках приймається, що $t = 0$. Одержані після розв'язання задачі величини швидкостей використовується в наступній ітерації за часом $\bar{u}_p(x, z, t_0)$.

Збіжність процесу розв'язання системи рівнянь має велику чутливість до вибору початкової гіпотези. Тому дуже важливо, щоб початкова гіпотеза була близька до кінцевого рішення. Добитися цього можливо використовуючи у якості початкових значення швидкостей на вході, значень які отримані у результаті розв'язання системи рівнянь для спрощеної моделі.

У якості спрощеної моделі можуть бути розглянуті рівняння, які описують стаціонарну течію у короткому шпаринному ущільненні з переважаючою осьовою течією:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{w}^2}{\partial z} \right) &= - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - \frac{\mu \cdot k_z}{h^2} \cdot \bar{w}, \\ \frac{\partial (h \cdot \bar{w})}{\partial z} &= -u_c \frac{\partial h}{\partial x} + v_x \frac{\partial h}{\partial x} - v_y. \end{aligned} \tag{5.10}$$

Оскільки в рівняннях відсутні похідні по x від швидкості і тиску, одержуємо задачу течії рідини в N_x незалежних один від одного плоских каналах.

Розв'язання рівнянь для спрощеної моделі проводиться згідно з вище описаним алгоритмом, з тією відмінністю, що немає необхідності розраховувати окружні градієнти, і матриця $[Pv']$ є діагональною.

5.2.2 Вирішення задачі течії в шпаринному ущільненні методом малих збуджень

Система рівнянь 5.8 лінеаризується за допомогою методу малих збуджень [13]. Величини, що залежні від координат і часу представляються у вигляді суми двох складових – основної (незбудженої) складової і малого збудження (відхилення від цього основного стану) (див. табл. 5.2). Вводиться параметр збудження $\epsilon = \frac{e}{R_2 - R_1}$.

$$\epsilon = \frac{e}{R_2 - R_1}.$$

Незбуджені складові відповідають стаціонарній течії в шпаринному ущільненні з центрованим положенням ротора. Збуджені складові характеризують змінення параметрів течії, які обумовлені прецесійним рухом ротора.

Змінні величини, що записані через збудження підставляють в початкову систему рівнянь і в вирази, що описують граничні умови, нехтуючи доданками другого порядку малості і вище, одержують дві задачі.

1. «Нульове наближення»

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_0}{\partial z} &= 0, \\ -\frac{\partial p_0}{\partial z} - \frac{\mu \cdot k_{z0}}{h_0^2} \cdot w_0 &= 0. \end{aligned} \quad (5.11)$$

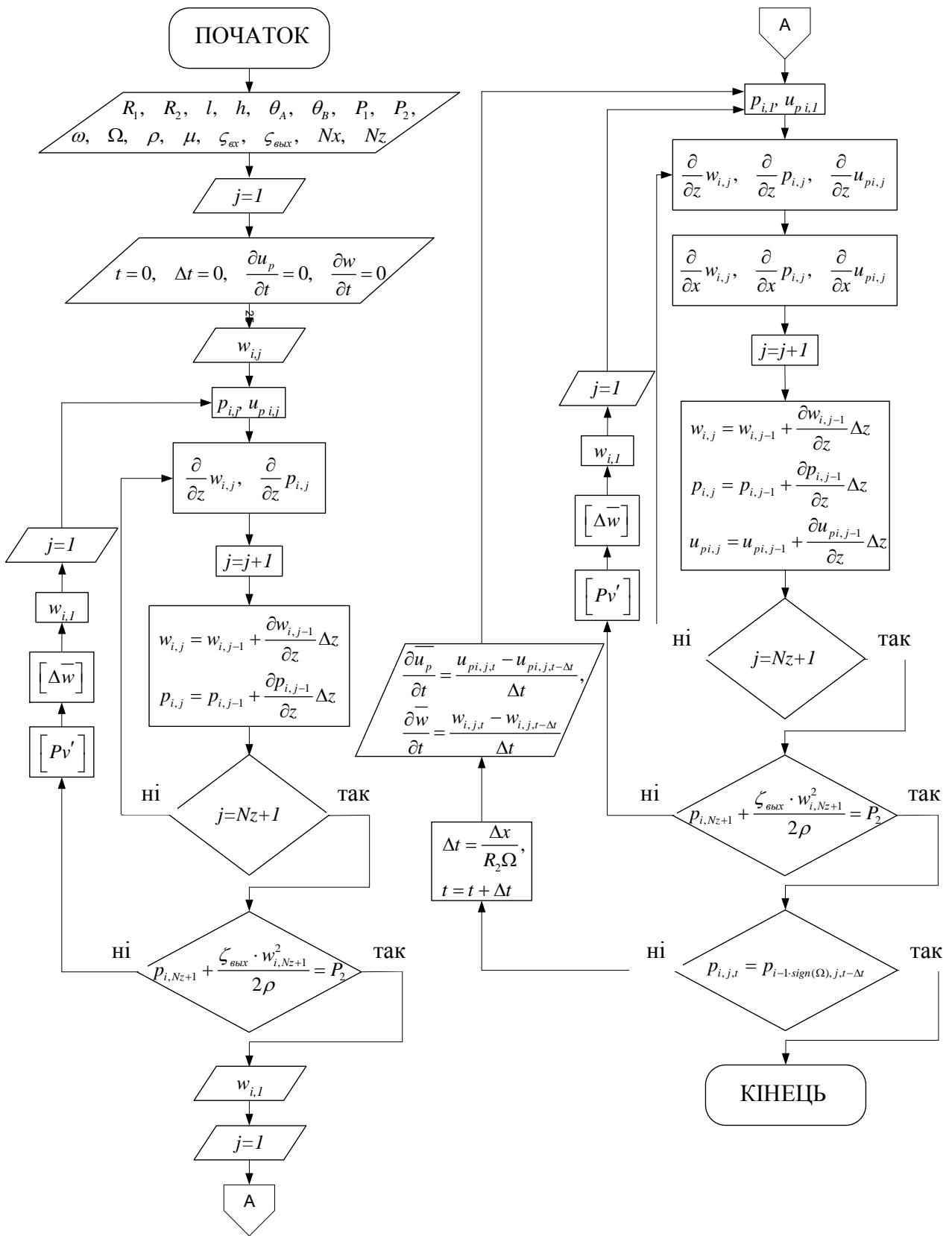


Рисунок 5.6 – Алгоритм розрахунку

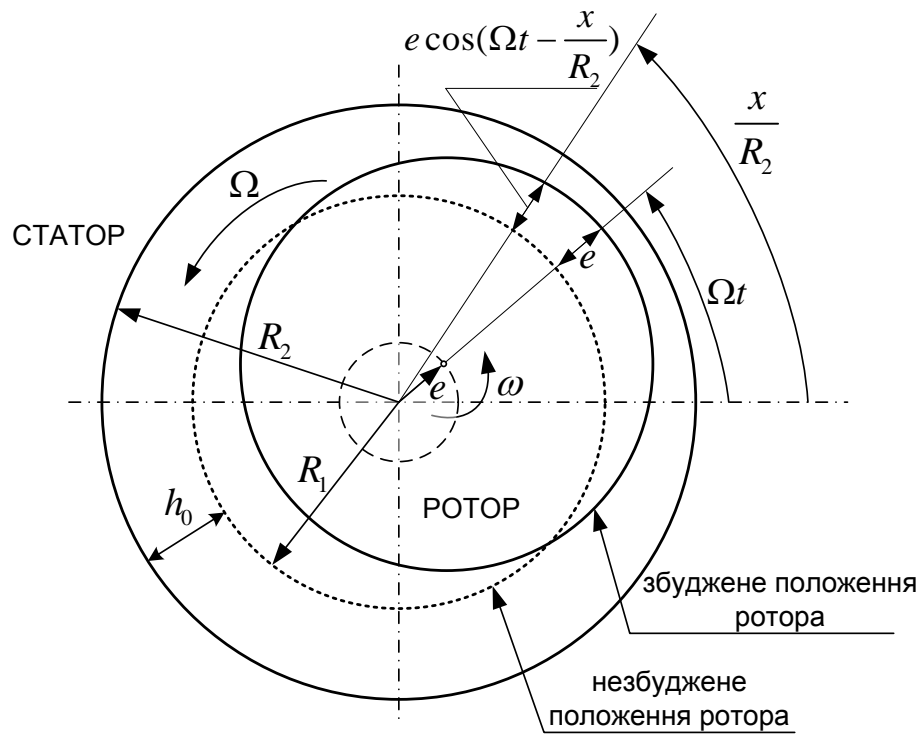


Рисунок 5.7 – Геометричні співвідношення в шпаринному ущільненні

Граничні умови:

$$z = 0: P_1 = p_0 + \rho \frac{\zeta_{\text{аа}} w_0^2}{2}, u_{p0} = 0; \quad (5.12)$$

$$z = l: P_2 = p_0 + \rho \frac{\zeta_{\text{аа}} w_0^2}{2}.$$

В результаті розв'язання системи (5.11) с урахуванням граничних умов (5.12) знаходиться нульове наближення величин – u_{p0} , w_0 , P_0 .

2. «Перше наближення»

$$\rho \left(\frac{\partial u_{p1}}{\partial t} + b_1 \cdot \kappa \cdot v_{x0} \cdot \frac{\partial u_{p1}}{\partial x} + 2c_1 \cdot \kappa^2 \cdot v_{x0} \frac{\partial v_{x1}}{\partial x} + \frac{v_{x0} v_{y1}}{h_0} + a_1 \cdot w_0 \cdot \frac{\partial u_{p1}}{\partial z} + \right. \quad (5.13)$$

$$\left. + d_1 \cdot \kappa \cdot v_{x0} \frac{\partial w_1}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p_1}{\partial x} - \mu \left(\frac{k_{x0}}{h_0^2} u_{p1} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w_1}{\partial t} + 2a_1 w_0 \frac{\partial w_1}{\partial z} + a_1 w_0 \frac{\partial u_{p1}}{\partial x} + d_1 \cdot \kappa \cdot v_{x0} \frac{\partial w_1}{\partial x} + d_1 \cdot \kappa \cdot w_0 \frac{\partial v_{x1}}{\partial x} \right) =$$

$$= -\frac{\partial p_1}{\partial z} - \mu \cdot \left(\frac{k_{z0}}{h_0^2} \cdot w_1 + \frac{k_{z1}}{h_0^2} \cdot w_0 - 2 \frac{k_{z0} \cdot h_1}{h_0^3} \cdot w_0 \right)$$

$$h_0 \frac{\partial u_{p1}}{\partial x} + u_{p0} \frac{\partial h_1}{\partial x} + h_0 \frac{\partial w_1}{\partial z} + = -u_{c0} \frac{\partial h_1}{\partial x} + v_{x0} \frac{\partial h_1}{\partial x} - v_{y1}$$

Таблиця 5.2 – Представлення функцій від координат і часу у вигляді двох складових

Початкова функція	Нульове наближення	Перше наближення
$\bar{u}_p = u_{p0} + {}^o u_{p1}$	u_{p0}	u_{p1}
$\bar{w} = w_0 + {}^o w_1$	w_0	w_1
$\bar{p} = p_0 + {}^o p_1$	p_0	p_1
$h = h_0 + {}^o h_1$	$h_0 = R_2 - R_1$	$h_1 = -h_0 \cdot \cos\left(\Omega t - \frac{x}{R_2}\right)$
$v_x = v_{x0} + {}^o v_{x1}$	$v_{x0} = R_1 \omega$	$v_{x1} = h_0 \cdot \Omega \cdot \cos\left(\Omega t - \frac{x}{R_2}\right)$
$v_y = v_{y0} + {}^o v_{y1}$	$v_{y0} = 0$	$v_{y1} = h_0 \cdot \Omega \cdot \sin\left(\Omega t - \frac{x}{R_2}\right)$
$\bar{u}_c = u_{c0} + {}^o u_{c1}$	$u_{c0} = \frac{1}{2} R_1 \omega$	$u_{c1} = \frac{1}{2} h_0 \cdot \Omega \cdot \cos\left(\Omega t - \frac{x}{R_2}\right)$
$k_x = k_{x0} + {}^o k_{x1}$	$k_{x0} = 12 + 0,0136 \left(\frac{\rho h_0^2 \bar{u}_{c0}}{\mu} \right)^{0,9}$	k_{x1} (у розрахунках не використовується)
$k_z = k_{z0} + {}^o k_{z1}$	$k_{z0} = \frac{1}{6,8} \left(\frac{\rho h_0^2 \bar{w}_0}{\mu} \right)^{0,681}$	$k_{z1} = 0,681 \cdot k_{z0} \left(\frac{h_1}{h_0} + \frac{w_1}{w_0} \right)$

Граничні умови:

$$z = 0: u_{p1} = 0, p_1 = -\rho \cdot \zeta_{\tilde{a}\tilde{b}} \cdot w_0 \cdot w_1, \quad (5.14)$$

$$z = l: p_1 = 0$$

Величини, які залежать від координат і часу представляють в комплексному вигляді

$$\Phi_1 = \text{Re} \left\{ \hat{\Phi}_1 e^{j\left(\Omega t - \frac{x}{R_2}\right)} \right\}, \quad (5.15)$$

де Φ_1 – кожна з залежних змінних (u_{p1} , w_1 , p_1 , h_1 , v_{x1} , v_{y1} , u_{c1} , k_{z1}), що входять до рівнянь (5.13).

Завдяки особливості рівнянь (5.13) комплексне представлення (5.15) дозволяє одержати лінійну систему диференціальних рівнянь, що виключає дві з трьох незалежних змінних – x , t :

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} \hat{u}_{p1} \\ \hat{w}_1 \\ \hat{p}_1 \end{pmatrix} + [A] \begin{pmatrix} \hat{u}_{p1} \\ \hat{w}_1 \\ \hat{p}_1 \end{pmatrix} = [G], \quad (5.16)$$

$$\text{де } [A] = \begin{pmatrix} Au1 + jBu1 & Aw1 + jBw1 & Ap1 + jBp1 \\ Au3 + jBu3 & Aw3 + jBw3 & Ap3 + jBp3 \\ Au2 + jBu2 & Aw2 + jBw2 & Ap2 + jBp2 \end{pmatrix}, [G] = \begin{pmatrix} A1 + jB1 \\ A3 + jB3 \\ A2 + jB2 \end{pmatrix}.$$

Таблиця 5.3 – Елементи матриці [A]

$Au1 = \frac{\mu k_{x0}}{\rho h_0^2 a_1 w_0}$	$Aw1 = 0$	$Ap1 = 0$
$Au2 = 0$	$Aw2 = \frac{\mu k_{z0}}{h_0^2} (1 + 0.681)$	$Ap2 = 0$
$Au3 = 0$	$Aw3 = 0$	$Ap3 = 0$
$Bu1 = \frac{1}{a_1 w_0} \left(\Omega + \frac{v_{x0}}{R_2} (d_1 - b_1) \right)$	$Bw1 = 0$	$Bp1 = \frac{-1}{\rho a_1 w_0 R_2}$
$Bu2 = \frac{\rho a_1 w_0}{R_2}$	$Bw2 = \rho \left(\Omega - \frac{d_1 v_{x0}}{R_2} \right)$	$Bp2 = 0$
$Bu3 = -\frac{1}{R_2}$	$Bw3 = 0$	$Bp3 = 0$

Таблиця 5.4 – Елементи матриці [G]

$A1 = 0$	$B1 = \frac{v_{x0}}{a_1 w_0} \left\{ \Omega \left(1 - d_1 + \frac{2c_1 h_0}{R_2} \right) - d_1 \frac{v_{x0}}{2R_2} \right\}$
$A2 = \frac{\mu w_0 k_{z0}}{h_0^2} (0.681 - 2)$	$B2 = \rho w_0 \left\{ \frac{d_1 h_0 \Omega - a_1 v_{x0}}{R_2} - 2a_1 \Omega \right\}$
$A3 = 0$	$B3 = \frac{v_{x0} - \kappa u_{c0}}{R_2} + \Omega$

Граничні умови для комплексних змінних:

$$z = 0: \hat{u}_{p1} = 0, \hat{p}_1 = -\rho \cdot \zeta_{\bar{\omega}} \cdot w_0 \cdot \hat{w}_1;$$

$$z = l: \hat{p}_1 = 0.$$

Розв'язання системи рівнянь у комплексних змінних (5.16) з урахуванням граничних умов (5.17) дозволяє розраховувати тиск «першого наближення»

$$p_1 = \operatorname{Re} \left\{ \hat{p}_1 e^{j \left(\Omega t - \frac{x}{R_2} \right)} \right\}, \text{ а потім знайти розподіл тиску в шпаринному ущільненні як}$$

$$\bar{p} = p_0 + {}^o p_1.$$

Для «короткої» щілини:

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} \hat{w}_1 \\ \hat{p}_1 \end{pmatrix} + [A_s] \begin{pmatrix} \hat{w}_1 \\ \hat{p}_1 \end{pmatrix} = [G_s]$$

$$[A_s] = \begin{pmatrix} A_{w_s 3} + jB_{w_s 3} & A_{p_s 3} + jB_{p_s 3} \\ A_{w_s 2} + jB_{w_s 2} & A_{p_s 2} + jB_{p_s 2} \end{pmatrix}$$

$$[G_s] = \begin{pmatrix} A_s 3 + jB_s 3 \\ A_s 2 + jB_s 2 \end{pmatrix}$$

Таблиця 5.5 – Елементи матриці $[A_s]$ і $[G_s]$

$A_{w_s 2} = \frac{\mu k_{z0}}{h_0^2} (1 + 0.681)$	$A_{p_s 2} = 0$	$A_s 2 = \frac{\mu w_0 k_{z0}}{h_0^2} (0.681 - 2)$
$A_{w_s 3} = 0$	$A_{p_s 3} = 0$	$A_s 3 = 0$
$B_{w_s 2} = \rho \Omega$	$B_{p_s 2} = 0$	$B_s 2 = \rho w_0 \left\{ \frac{d_1 h_0 \Omega - a_1 v_{x0}}{R_2} - 2a_1 \Omega \right\}$
$B_{w_s 3} = 0$	$B_{p_s 3} = 0$	$B_s 3 = \frac{v_{x0} - \kappa u_{c0}}{R_2} + \Omega$

5.3 Знаходження складових гідродинамічних сил, що виникають у шпаринному ущільненні

Метою розв'язання задачі про течію рідини у шпаринному ущільненні, є отримання розподілу тиску і швидкостей, що дозволяє визначити сили, які виникають в шпарині і знайти коефіцієнти жорсткості і демпфування, які необхідні для дослідження динаміки ротора відцентрової машини.

Радіальна і тангенціальна складові гідродинамічних сил, які діють у ущільненні, розраховуються наступним чином:

$$F_r = \int_0^{2\pi R_2} \int_0^l \bar{p} \cdot \cos\left(\Omega t - \frac{x}{R_2}\right) \cdot dx \cdot dz,$$

$$F_\tau = \int_0^{2\pi R_2} \int_0^l \bar{p} \cdot \sin\left(\Omega t - \frac{x}{R_2}\right) \cdot dx \cdot dz.$$

За дискретними значеннями тиску в кожному з $N_x \cdot (N_z + 1)$ вузлів розрахункової сітки, що отримуються при розв'язку методом Ньютона, складові рівнодіючої гідродинамічних сил в шпаринному зазорі, розраховуються таким чином:

$$F_r = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_z+1} \bar{p}_{i,j} \cdot \cos\left(\Omega t_k - \frac{x_i}{R_2}\right) \cdot \Delta x \cdot \Delta z,$$

$$F_\tau = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_z+1} \bar{p}_{i,j} \cdot \sin\left(\Omega t_k - \frac{x_i}{R_2}\right) \cdot \Delta x \cdot \Delta z.$$

5.4 Чисельні розрахунки та аналіз

Наведені вище алгоритми реалізовані у вигляді програм в математичному пакеті Maple 6.0, за допомогою яких були виконані чисельні розрахунки для ущільнення з наступними параметрами (таблиця 5.5) [13].

Таблиця 5.5 – Параметри кільцевого шпаринного ущільнення

Діаметр валу, мм	$D = 2 \cdot R_1$	152.4
Довжина, мм	l	30.48; 76,2
Середній зазор, мм	h	0.1905
Перепад тиску, МПа	ΔP	3.44
Частота обертання валу, Гц	ω	60
Густина, кг/м ³	ρ	1000
Динамічна в'язкість, Па·с	μ	0.001295
Коефіцієнт втрат на вході	$\xi_{\text{вх}}$	1.1
Коефіцієнт попередньої закрутки	κ	1; 1,5

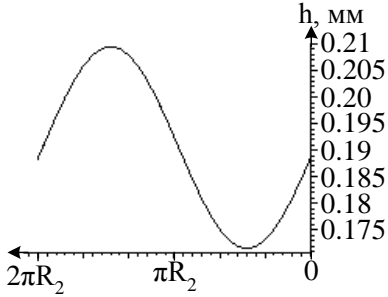
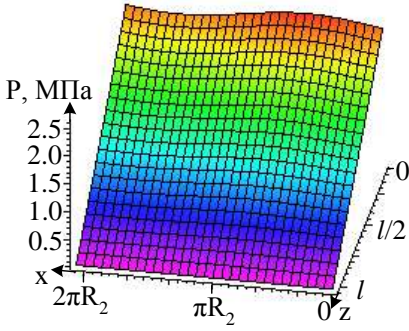
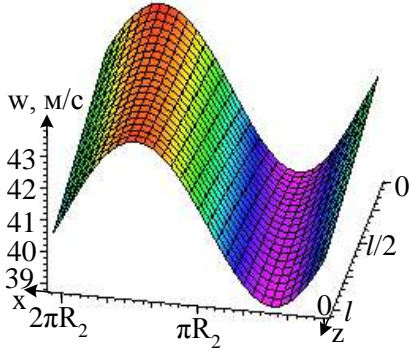
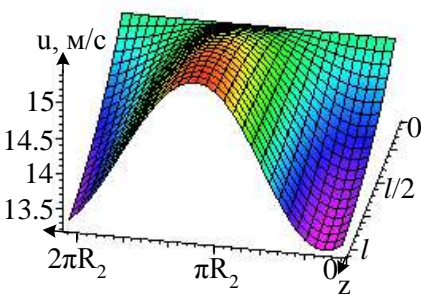
Для випадку, коли швидкість прецесійного обертання валу дорівнює $\Omega = 60$ Гц у момент часу $t = 0.03$ с в результаті розрахунків були отримані розподіли тиску, осьової і повної окружної швидкості у шпаринному ущільненні, які зведенні у таблицю 5.6.

Для визначення коефіцієнтів жорсткості і демпфірування необхідно провести серію розрахунків для щонайменш трьох значень швидкості прецесії. Як приклад, до таблиці 5.6 зведені значення радіальної і тангенціальної сил для ущільнення з параметрами $l/D = 0.2$, $\kappa = 1$.

По результатам проведених розрахунків виконується інтерполяція радіальної сили F_r – поліномом другого порядку відносно частоти прецесії і

дотичної сили F_z – поліномом першого порядку. Одержані рівняння приводяться до вигляду:

Таблиця 5.6 – Результати розрахунку

Рисунок	Описання
	Зміна зазору шпарини по колу
	Розподіл тиску в шпаринному ущільненні
	Розподіл осьової швидкості в шпаринному ущільненні
	Розподіл повної окружної швидкості в шпаринному ущільненні

$$\begin{cases} \frac{F_r}{e} = -K - \Omega c + \Omega^2 M \\ \frac{F_t}{e} = k - \Omega C \end{cases}$$

Таблиця 5.7 – Значення радіальної і тангенціальної сил

Ω , Гц	F_r , Н	F_t , Н
-60	352.2	66.7
0	343.2	-125.3
30	331.3	-221.9
60	316.9	-319.6

На рис. 5.8 наведені графіки залежності радіальної і окружної сил від частоти прецесії для ущільнення з параметрами $l/D = 0.2$, $\kappa = 1$.

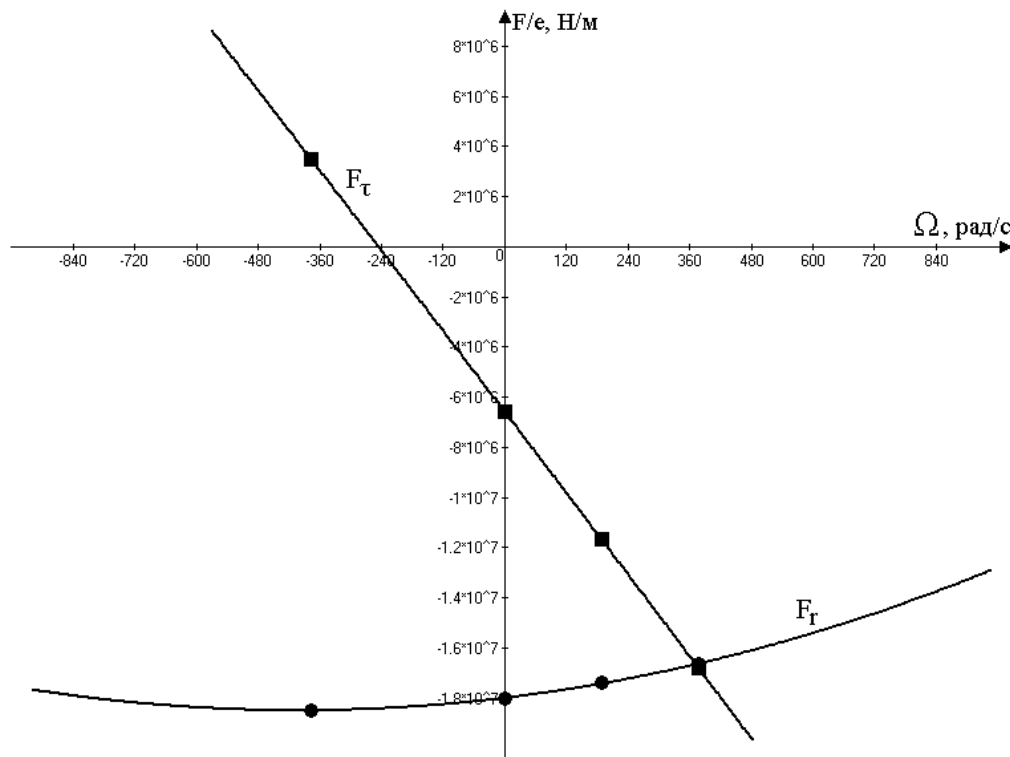


Рисунок 5.8 – Графіки залежності радіальної і окружної сил від частоти прецесії

При виконанні розрахунків були отримані результати, що свідчать про обмеженість використання методу Ньютона для розв'язання задачі течії в щілині з $l/D > 0.2$, яка обумовлена накопиченням похибки чисельних обчислень. Тому у якості основного методу розрахунку необхідно використовувати метод малих збуджень, який не дивлячись на простоту реалізації, дає необхідну точність розрахунків [13].

Таблиця 5.8 – Порівняльний аналіз

	K , МН/м	k , МН/м	C , кН·с/м	c , кН·с/м	M , кг
$l/D = 0.2, \kappa = 1$					
San Andres (1991)	19,35	-0,147	22,17	1,12	4,34
Childs (1983b) F-L	19.82	2.64	26.97	1.2	5.99
Метод Ньютона	18.0	-6.57	26.886	-2.477	3.08
Метод малих збуджень	20.38	7.27	30.1	1.238	1.36
$l/D = 0.2, \kappa = 1.5$					
San Andres (1991)	19.42	4.13	22.19	1.19	4.27
Childs (1983b) F-L	18.65	4.21	22.35	1.20	3.20
Метод малих збуджень	19.31	6.92	29.11	-1.253	1.69
$l/D = 0.5, \kappa = 1$					
San Andres (1991)	22.82	16.38	136.9	13.62	42.49
Childs (1983b) F-L	22.92	10.41	136.9	14.47	46.77
Метод малих збуджень	26.14	30.65	148.7	15.82	43.14
$l/D = 0.5, \kappa = 1.5$					

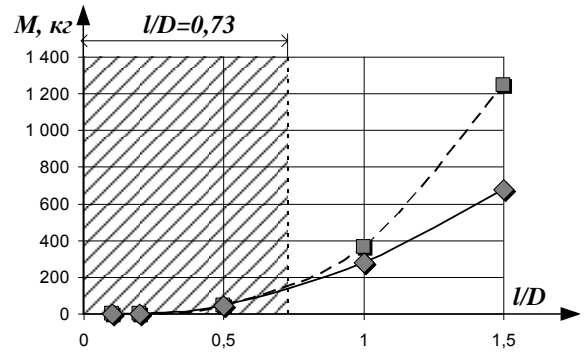
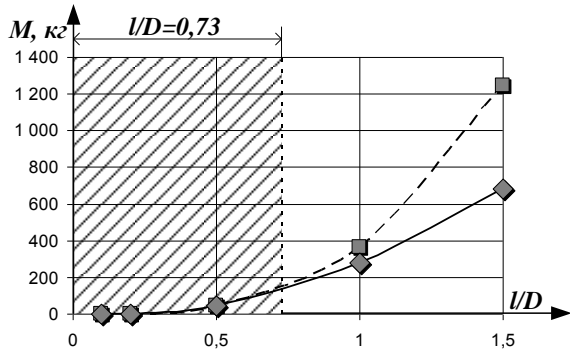
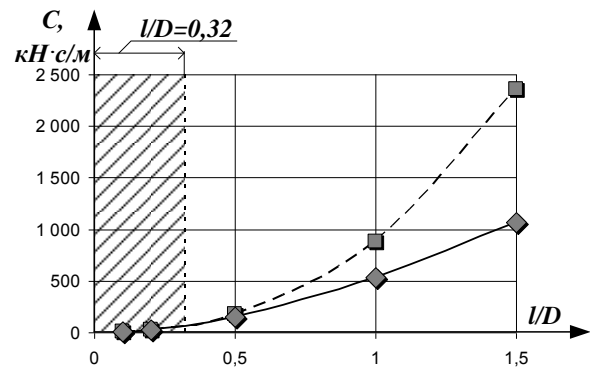
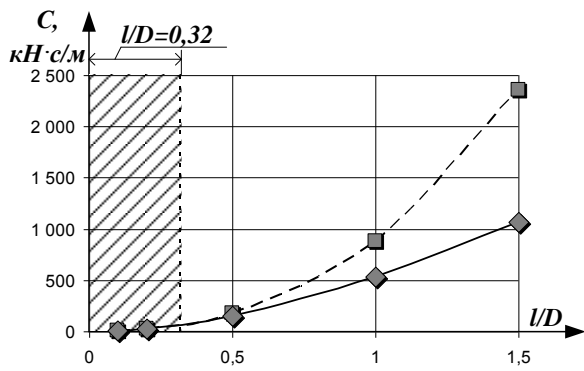
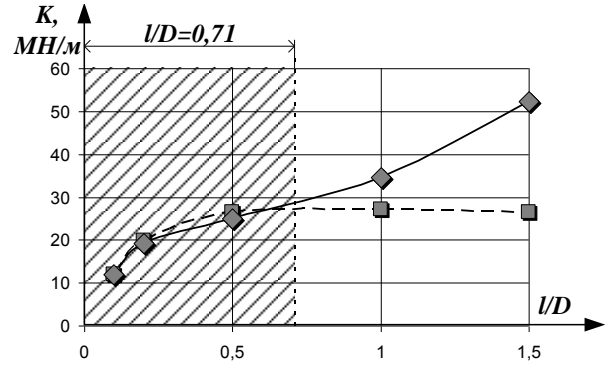
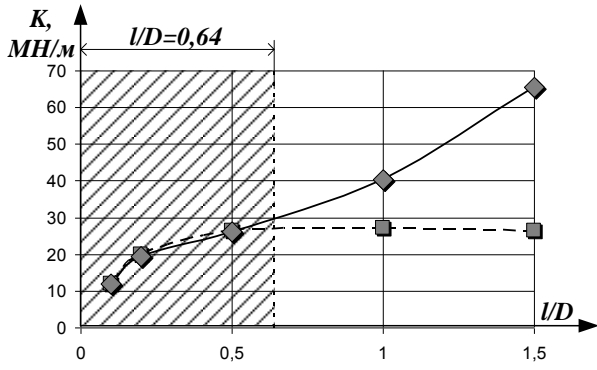
San Andres (1991)	22.20	25.51	136.90	15.95	42.23
Childs (1983b) F-L	22.08	25.70	136.20	17.61	46.73
Метод малих збуджень	24.19	16.55	149.1	342	42.9

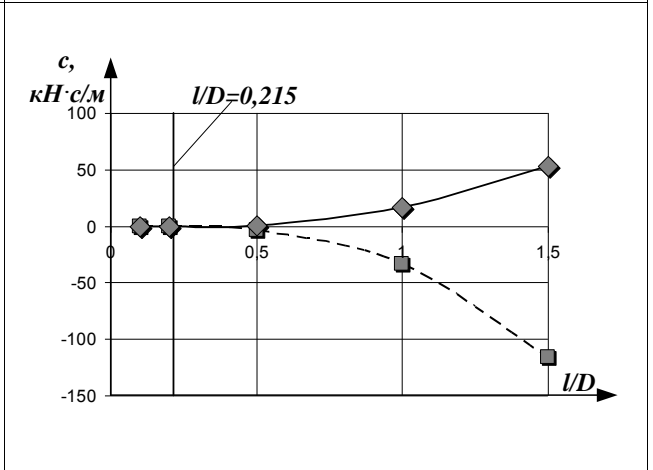
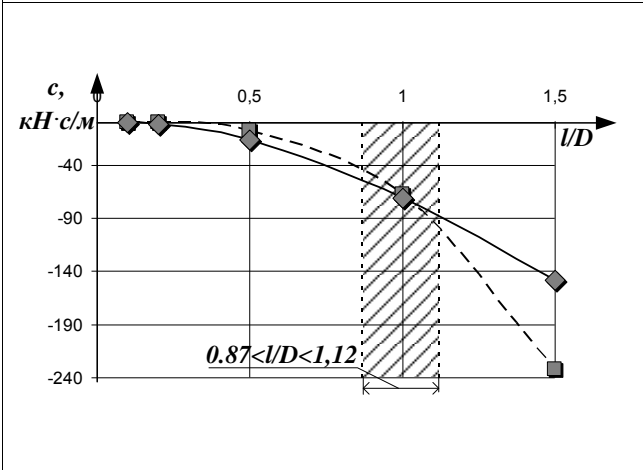
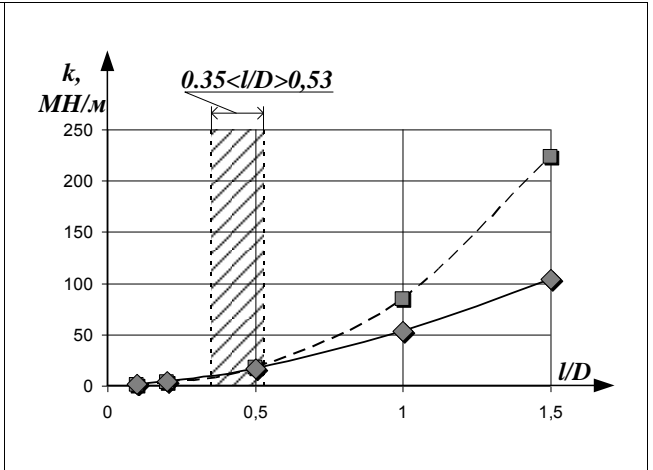
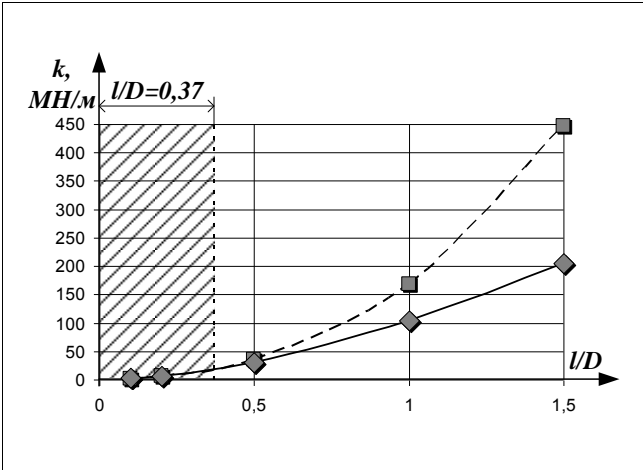
Розрахункові значення коефіцієнтів прямої K та перехресної жорсткості k , прямого C та перехресного демпфування c , приєднаної маси рідини M представлені в таблиці 5.7. Також для порівняння приведені результати розрахунків, які виконані Сан Андерсом і Чайлдсом для тієї ж геометрії ущільнення.

Метод малих збуджень дозволяє вирішувати задачу як для моделі «короткої» (5.10), так і «довгої» щілини (5.8), і дає можливість дослідити межі застосування спрощеної моделі. В таблиці 5.9 наведені графіки залежності динамічних коефіцієнтів від довжини ущільнення. Суцільна лінія відповідає коефіцієнтам розрахованим за моделлю «довгої» щілини, штрихова – «короткої». Заштрихованим прямокутником позначена зона де розбіжність величин коефіцієнтів не перевищує 10%.

Таблиця 5.9 – Графіки залежностей динамічних коефіцієнтів від довжини ущільнення

$\kappa = 1$	$\kappa = 1.5$
--------------	----------------





6 РАДІАЛЬНО-ОСЬОВІ КОЛИВАННЯ РОТОРА ВІДЦЕНТРОВОГО НАСОСА З АВТОМАТИЧНИМ ВРІВНОВАЖУЮЧИМ ПРИСТРОЄМ

6.1 Вступні зауваження

До теперішнього часу вібраційний стан роторів багатоступневих відцентрових насосів оцінюється по змушеним коливанням під дією сил інерції неврівноважених мас з урахуванням радіальних гідродинамічних сил, що виникають в опорах ковзання і у шпаринних ущільненнях. Тим часом, поряд з радіальними силами на ротор діють незрівнянно більші по величині осьові сили. Ці сили вимірюються десятками тонн, а їхнє врівноважування найчастіше здійснюється за допомогою автоматичних врівноважуючих пристроїв (рис. 6.1).

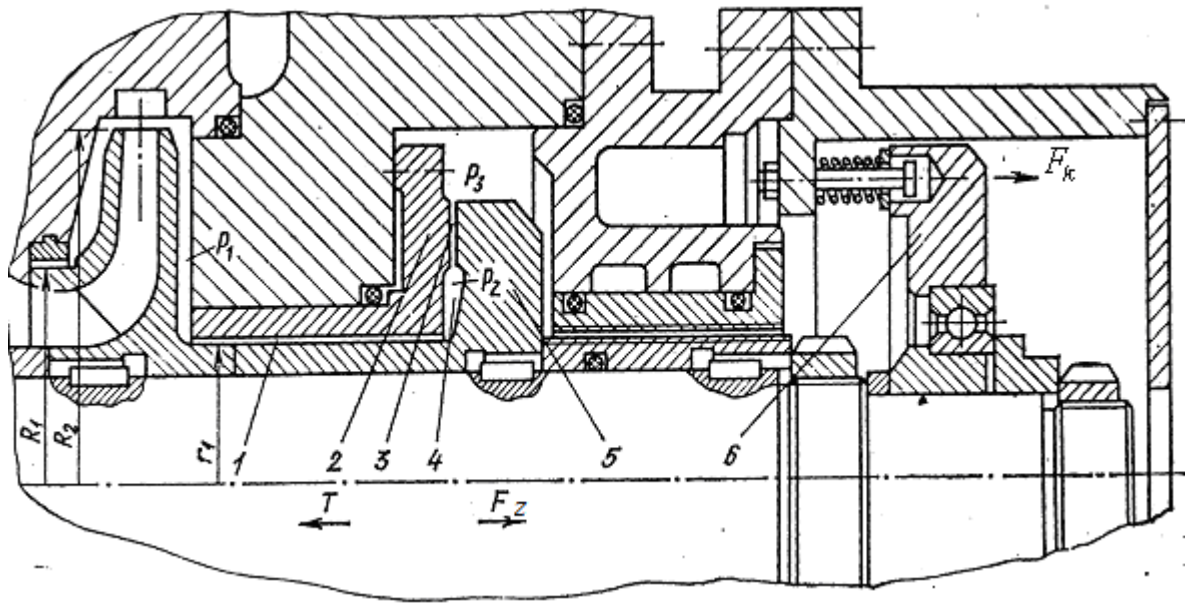


Рисунок 6.1 - Гідроп'ята з віджимним пристроєм

Їх називають також автоматами розвантаження, системами авторозвантаження, гідроп'ятами. На них дроселюється майже повний напір насоса, тому вони здатні виконувати функції важко навантажених радіально-упорних гідростатичних підшипників [31,32,33,43] і, головне, істотно впливати на динаміку ротора. Останнім часом здатність врівноважуючих пристроїв, виконувати функції опор все частіше використовується в конструкціях насосів без виносних підшипників (рис. 6.2-6.4) [34,35]. Для таких конструкцій прогнозування вібраційного стану стає особливо актуальним.

Приклад комбінованого опорно-ущільнювального вузла [35] показаний на рис. 6.2. Шпаринне ущільнення 1 виконує роль радіального підшипника. Система дроселів 1 та 7 разом з розвантажувальним диском 6 і камерою 5 виконують роль саморегульованого гідростатичного упорного підшипника. Втулка 2 зі зносостійкого матеріалу встановлена із зазором 4, меншим, чим радіальний зазор шпаринного ущільнення 1 ($H_1 \approx 0,2$, $H_2 \approx 0,12 - 0,15\text{мм}$). Зазор 4 є обмежувачем, який попереджає можливий контакт у шпаринному ущільненні 1 у періоди пуску-

зупинення насоса. Гідравлічний опір зазору 4 завдяки поздовжнім каналам 3 малий в порівнянні з опором ущільнення 1, так що перепад $p_1 - p_2$ дроселюється на зазорі 1, забезпечуючи необхідну несучу здатність радіального підшипника.

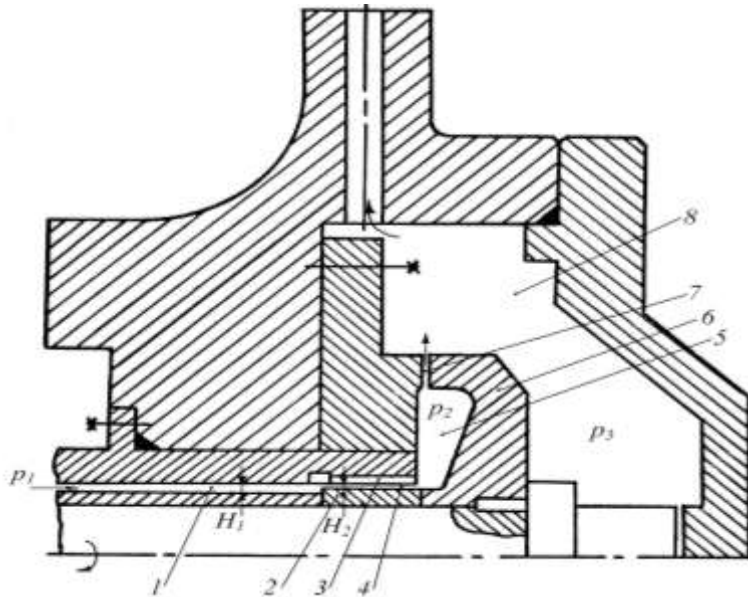


Рисунок 6.2 - Система врівноважування з функціями кінцевого ущільнення й радіально-упорного підшипника

Така конструкція не вимагає вузла кінцевого ущільнення та додаткового виносного підшипника, який встановлюється на більшості насосів. У той же час, неминуча неспіввісність цього виносного підшипника та шпаринного ущільнення гідроп'яти приводить до змушеного вигину валу й погіршує його вібраційний стан, а виникаючі при обертанні знакозмінні згинні напруження часто призводять до втомних поломок валу. Це підтверджується тим, що поломки відбуваються із зовнішнього боку розвантажувального диска, де діючий на вал скрутний момент майже дорівнює нулю.

Ще одним прикладом використання системи авторозвантаження в якості опор можуть служити так звані *безвальні насоси* [34]. На рис. 6.3 наведена схема одноступеневого відцентрового насоса, робоче колесо 2 якого пов'язане із гнучким приводним валом 3 сферичним шліцьовим з'єднанням 4. Діаметр валу вибирається лише за умови міцності під дією переданого їм від двигуна крутного моменту.

Переднє 5 і елемент 6 заднього шпаринних ущільнень виконують роль радіальних гідростатичних підшипників, а система авторозвантаження у вигляді кільцевого 6 і торцевого 8 дроселів разом з камерою 7 – роль саморегульованого упорного гідростатичного підшипника. Радіальні лопатки 9 у корпусі 1 гальмують окружний потік у задній пазусі 10, при цьому в ній підвищується статичний тиск, що дроселюється на заднім ущільненні, підвищуючи несучу здатність радіальної опори 6. Оскільки вал гнучкий, колесо має волю радіальних, кутових й осьових переміщень. Завдяки цьому в процесі роботи під дією гідродинамічних сил і моментів у шпаринних ущільненнях, а також гіроскопічного моменту колесо самоцентрується, займає найбільш вигідне, нейтральне стосовно зовнішніх збурювань, положення. У результаті, істотно зменшуються амплітуди його змушених коливань. На кінцевому ущільненні з боку привода дроселюється малий тиск входу, а завдяки малому діаметру торсіона ущільнення працює при низьких колових швидкостях. Експериментальні дослідження і досвід експлуатації таких насосів [6] підтвердили їхні істотні переваги у порівнянні із традиційними конструкціями, що полягають у наступному:

- знижені масогабаритні показники за рахунок усунення виносних підшипникових опор;
- поліпшені віброакустичні характеристики агрегату;
- підвищена надійність і ресурс;
- спрощене технічне обслуговування, монтаж і наладка.

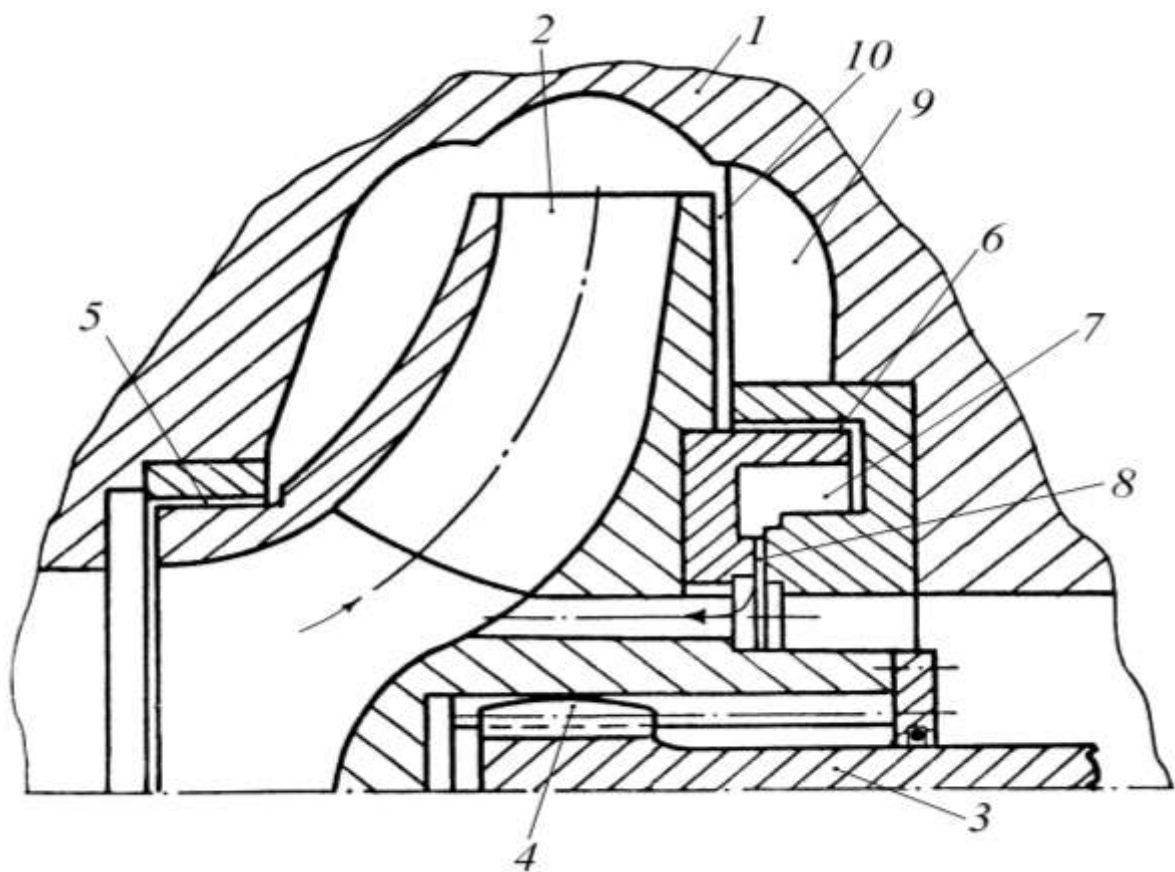


Рисунок 6.3 - Схема консольного безвального насоса

Конструкція багатоступеневого насоса, у якому система авторозвантаження одночасно виконує роль заднього виносного підшипника наведена на рис.6.4.

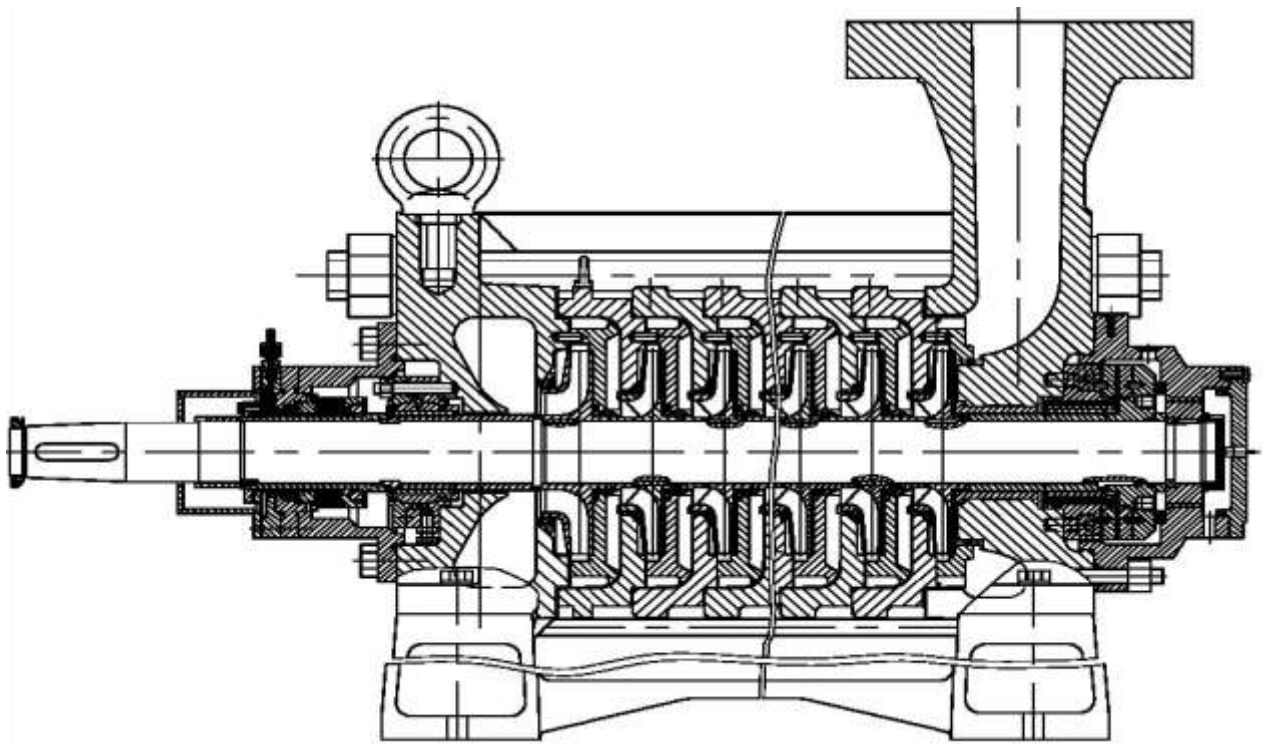


Рисунок 6.4 - Багатосекційний насос високого тиску
без зовнішнього підшипника

Основними елементами автоматів розвантаження є циліндричний *I* і торцевий *II* дроселі, які розділені камерою *III* (рис. 6.5). Тиск p_2 у камері діє на розвантажувальний диск *3* і створює врівноважуючу силу F_z . Тиск у камері залежить від гідравлічних проводимостей циліндричного й торцевого дроселів (розглядається конструкція без зовнішнього циліндричного дроселя). У свою чергу проводимість циліндричного дроселя з постійним середнім радіальним зазором H_1 залежить від ексцентриситету e_1 , тобто від радіальних зсувів ротора щодо співвісного положення, від його радіальних коливань. Проводимість торцевого дроселя при відсутності кутових коливань диска визначається величиною торцевого зазору z , тобто осьовими коливаннями ротора.

У циліндричному дроселі виникають гідродинамічні радіальні сили [31,41], які визначають характер радіальних коливань ротора. Одна із цих сил – сила

гідростатичної жорсткості, - пропорційна дроселюючому перепаду тиску $\Delta p_1 = p_1 - p_2$, тобто прямо залежить від тиску p_2 в камері, а значить і від осьових коливань. Таким чином, радіальні й осьові коливання виявляються взаємопов'язаними, що підтверджується результатами вимірювань [8,10].

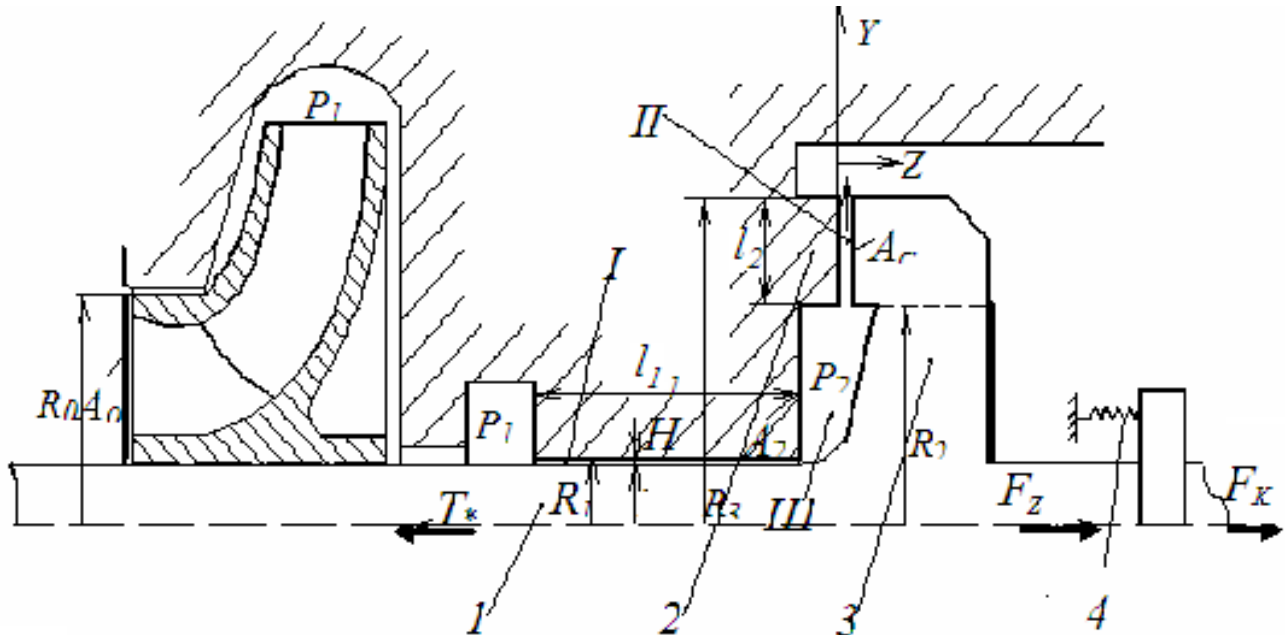


Рисунок 6.5 - Розрахункова схема системи авторозвантаження ротора

Експерименти проводилися на насосі шахтного водовідливу з номінальною подачею $Q_n = 490 \text{ м}^3/\text{год}$ і номінальним тиском нагнітання $2,8 \text{ МПа}$. Насос має чотири ступені, частота обертання ротора $n = 1480 \text{ об/хв}$. Дослідження велися в умовах експлуатації на одній з кам'яновугільних шахт Силезького вугільного басейну (Польща). Вузол врівноважуючого пристрою має особливість: опорний диск 2 (рис.6.6) кріпиться в корпусі через пружну еластомірну подложку 1. Завдяки цьому пристрій надійно працює на менших ($\sim 0,05 \text{ мм}$), чим звичайно прийнятих ($0,1-0,15 \text{ мм}$), торцевих зазорах. На валу 5 закріплений розвантажувальний диск 3. На режимах пуска-зупинки й на сталому

перевантажувальному режимі ($Q=1,25Q_n$, $p_1 = 2,15\text{МПа}$) тензометричними датчиками записувався тиск нагнітання й тиск у камері *A* гідроп'яти. Для відбору тиску з камери використовувалася імпульсна трубка 4. Струмовихрові датчики 6 реєстрували радіальні коливання вала, а датчик 7 – осьові коливання.

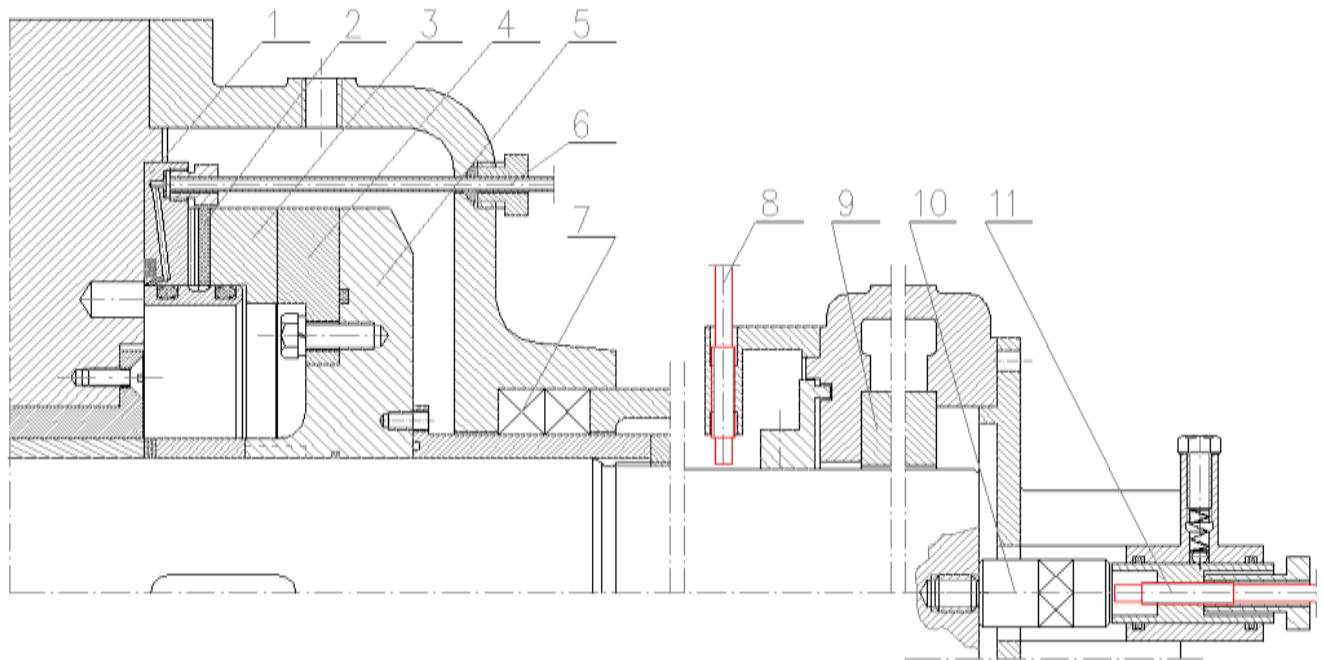


Рисунок 6.6 - Вузол авторозвантаження досліджуваного насоса

Характерні результати вимірювань показані на рис. 6.7. З осцилограм видно, що частота основної гармоніки всіх коливань дорівнює частоті обертання ротора. Фази коливань тиску в камері *III* і радіальних коливань вала збігаються, а осьові коливання трохи відстають по фазі, що більш чітко видно на рис. 6.8. Амплітуда радіальних коливань близько $0,035\text{ мм}$, осьових – $0,01\text{ мм}$, а тиску в камері – $0,03\text{ МПа}$. Потрібно відзначити, що в розглянутому насосі, що перекачує забруднену воду, радіальний зазор H_1 у кільцевому дроселі становив $0,45\text{ мм}$. Через це амплітуда відносного ексцентриситету $\varepsilon_a = e_a/H_1$, яке визвано радіальними коливаннями вала з амплітудою $e_a < 0,04\text{ мм}$, не перевищувала значення $0,1$.

Такий малий ексцентриситет не міг викликати досить великих коливань тиску в камері та, відповідно, великих осьових коливань. Проте, виміри підтвердили, що радіальні й осьові коливання зв'язані через тиск у камері *III* гідропр'яти.

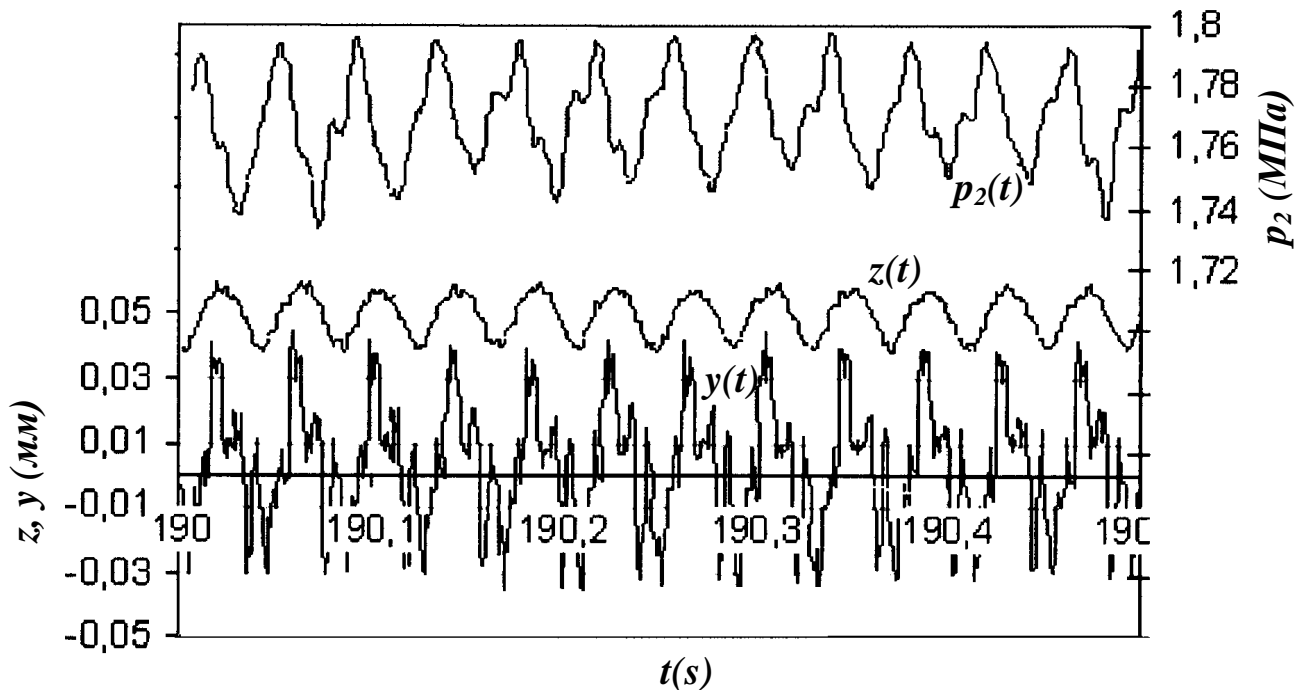


Рисунок 6.7 - Результати вимірювання радіальних й осьових коливань, а також тиску в камері на сталому режимі роботи насоса

Оскільки вузол авторозвантаження високо навантажений, забезпечення його надійності вимагає ретельного аналізу на стадії проектування процесів, особливо динамічних, супроводжуючих його роботу. Першим кроком на цьому шляху і є представлений тут аналіз спільних радіально-осьових коливань моделі ротора відцентрового насоса із системою авторозвантаження.

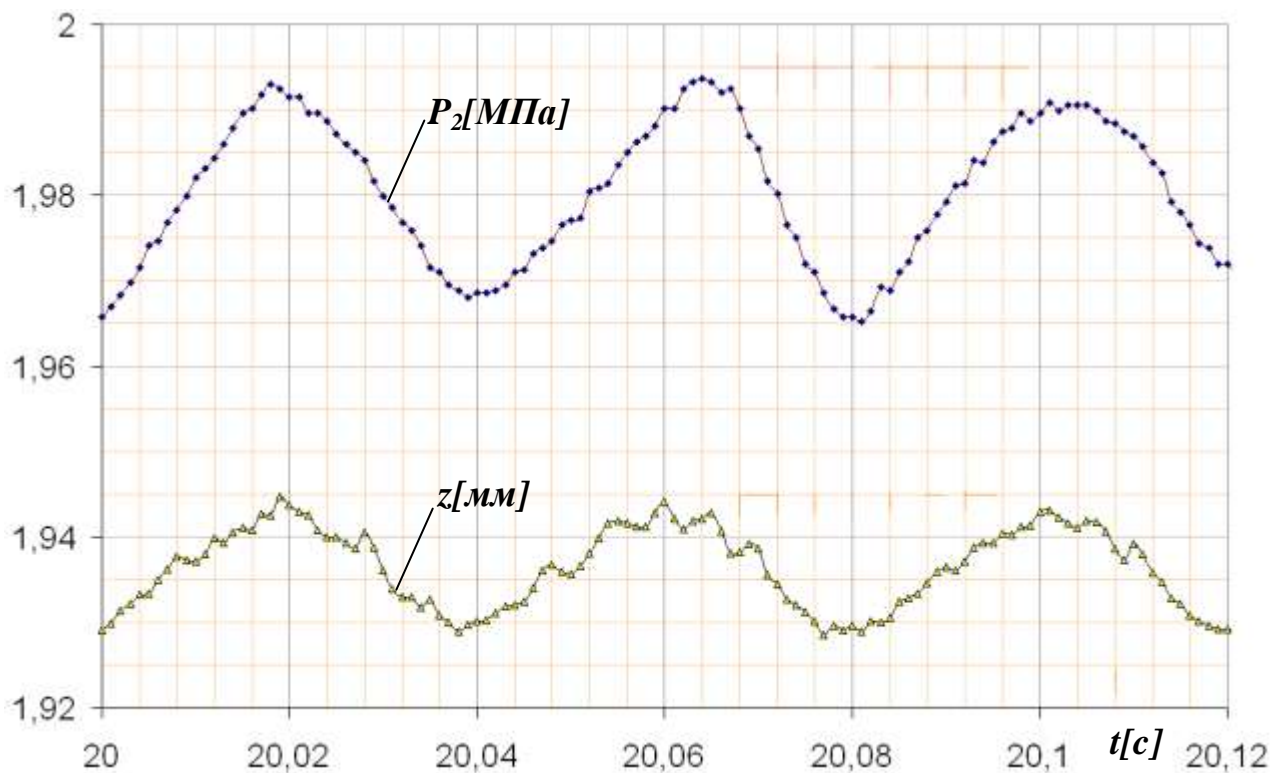


Рисунок 6.8 - Осцилограмма осьових коливань ротора і коливань тиску в камері гідроп'яти

6.2 Постановка задачі

У роботі [39] розглянуті осьові коливання ротора, обумовлені його радіальними коливаннями, що представляють наперед задані зовнішні кінематичні впливи. Тут же виводяться лінеаризовані рівняння спільних радіально-осьових коливань найпростішої одномасової моделі жорсткого ротора з автоматичним врівноважуючим пристроєм (рис. 9). Диск має статичну невірноваженість: його центр мас зміщений щодо геометричного центра на величину a . Досліджуються змушені коливання системи під дією відцентрової сили невірноваженої маси $\Phi_{\text{ц}} = ma\omega^2 e^{i\omega t}$ і врівноважуючої осьової сили T , яка діє на ротор насоса та залежної від тиску нагнітання p_1 . У процесі роботи насоса пульсації тиску нагнітання відбуваються із частотою, кратною частоті обертання ротора, тому

$T = T_a e^{ik_f \omega t}$, де k_f - коефіцієнт кратності. Надалі будемо розглядати тільки основну гармоніку: $k_f = 1$. Кутові коливання диска не враховуються через їхню порівняльну малість. Наприклад, довжина вала багатоступеневого відцентрового насоса $L \sim 2\text{ м}$, а можливий прогин обмежується радіальними зазорами в шпаринних ущільненнях, величина яких $H_1 \sim 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$. При цьому кут повороту перетину вала на опорі має порядок $\vartheta \sim 2H_1/L \sim 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад}^{-1}$. Такі кути повороту не виходять за межі точності виготовлення й зборки машини.

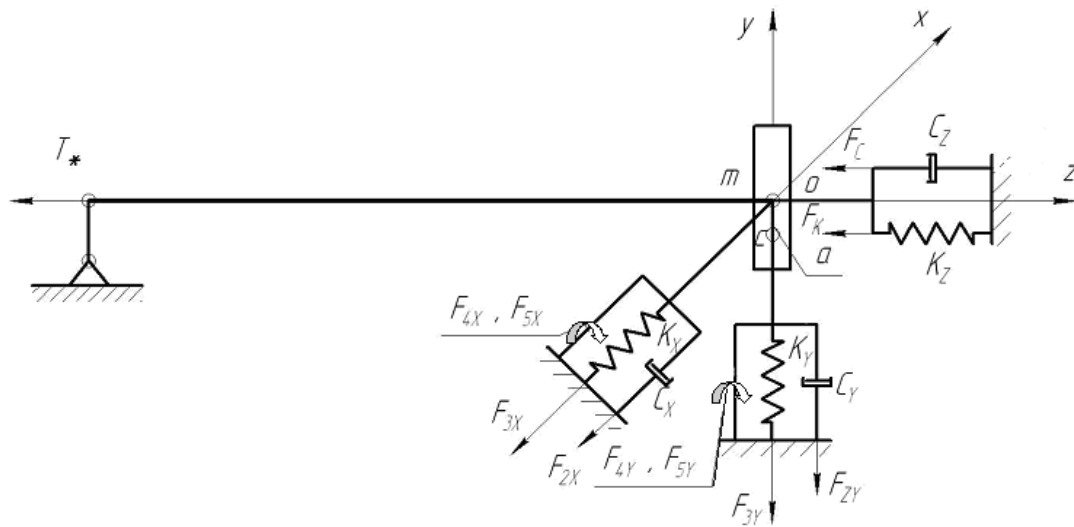


Рисунок 6.9 - Одномасова модель жорсткого ротора з автоматичним врівноважуючим пристроєм

Гармонічні зовнішні сили Φ_u , T викликають відповідні гармонічні коливання ексцентриситету: $e_1 = e_0 + e_a e^{i\omega t}$ і провідність кільцевого дроселя (e_0 - початкове, статичне відхилення осі вала від осі втулки, e_a - амплітуда коливань осі вала щодо початкового ексцентриситету). Залежність провідності кільцевого дроселя від ексцентриситету, тобто від радіальних коливань вала найбільше проявляється на ламінарних режимах течії рідини: при максимальному

ексцентриситеті $e_1 = H_1$ провідність збільшується в 2,5 рази в порівнянні із провідністю концентричного дроселя ($e_1 = 0$). На турбулентних режимах це збільшення не перевищує 20% [1]. Високонапірні багатоступеневі відцентрові насоси розвивають тиск нагнітання до 30 МПа і вище. Майже весь цей тиск дроселюється, як правило, на циліндричному й торцевому каналах системи автоматичного врівноважування осьових сил, що діють на ротор насоса. При такому тиску навіть у вузьких (0,3 – 0,1 мм) каналах числа Рейнольдса набагато перевищують критичне значення, і режим течії відповідає автомодельній турбулентній області. Лише у порівняно низьконапірних насосах режим течії в каналах системи авторозвантаження може зберігатися ламінарним. Нижче проводиться аналіз динаміки системи ротор-авторозвантаження, як для ламінарного режиму, на якому особливо проявляється зв'язок радіальних й осьових коливань, так і для більш розповсюдженої автомодельної турбулентної течії.

Система врівноважування розглядається як система автоматичного регулювання, для якої торцевий зазор z і витрата - регульовані величини, осьова сила тиску на врівноважуючий диск F_z , - регулюючий вплив. В якості зовнішніх впливів прийняті три гармонійні сили. Перша - сила, що залежить від тиску нагнітання p_1 , яка може змінюватися за гармонійним законом. Друга - осьова врівноважуюча сила T , діюча на ротор насоса, і третя - відцентрова сила неврівноваженої $\Phi_{\text{ц}} = ma\omega^2 e^{i\alpha t}$ маси, обумовлена статичною неврівноваженістю - зміщенням центра мас диска щодо його геометричного центра на величину a . Тиск на виході – задана постійна величина: $p_3 = \text{const}$.

Осьова сила віджимного пристрою 4 (рис. 5) $F_k = k(\Delta - z)$, спрямована у бік збільшення торцевого зазору; k - жорсткість пружних елементів, Δ - їх попередня деформація. Силу попереднього стиску пружних елементів $k\Delta$ можна розглядати як, ту що задає вплив; будемо вважати $k\Delta = \text{const}$.

Таким чином, в осьовому напрямку (рис. 6.5) на ротор діють врівноважуюча сила $T = T_a e^{ik_t \omega t}$, сила жорсткості віджимного пристрою F_k й врівноважуюча сила тиску F_z , що діє на врівноважуючий диск 3. Зовнішня сила в'язкого опору осьовим коливанням приймається лінійною, тобто пропорційною осьовій віброшвидкості: $F_c = -c\dot{z}$.

У кільцевому ексцентричному зазорі з малою конусністю ϑ між нерухомою втулкою й обертовим внутрішнім циліндром при радіальних коливаннях внутрішнього циліндра щодо осі втулки і при дроселюванні осьового перепаду тиску $\Delta\delta_1 = \delta_1 - \delta_2$ виникають радіальні сили різної природи. Завдяки цьому вузол авторозвантаження виконує функції радіально-упорного гідростатичного підшипника [31,32,40]. Напірна течія породжує силу гідростатичної жорсткості або консервативну силу F_3 , пропорційну радіальному зсуву вала. Потіку витиснення, обумовленому радіальними коливаннями вала, відповідають сила в'язкого опору або демпфуюча сила F_2 , пропорційна радіальній швидкості центра вала, і неконсервативна позиційна або циркуляційна сила F_5 , що залежить від частоти обертання ротора. Інерція нестационарного спірального потоку викликає появу сили інерції F_1 приєднаної маси рідини, її відцентрову, кориолісову й гіроскопічну складові. З них переважаюче значення має гіроскопічна складова F_4 [42].

Природно, що запропонована модель далека від реальної конструкції багатоопорного ротора з розподіленими параметрами. Однак, результати її аналізу дають досить адекватну якісну картину динамічних процесів, що супроводжують роботу ротора насоса із системою авторозвантаження, що підтверджується наведеними вище експериментальними дослідженнями.

6.3 Статичний розрахунок

Статичний розрахунок зводиться до побудови статичних характеристик, тобто сталих залежностей торцевого зазору та витрат від осьової сили й ексцентриситету. Ці характеристики можна знайти з рівняння осьової рівноваги ротора і рівняння балансу витрат.

Для турбулентних режимів течії рідини в дроселюючих каналах статичний розрахунок не відрізняється від викладеного в [44] розрахунку системи врівноважування без додаткового дроселя: $g_3 = \infty$, $p_3 = const$, $p_4 = 0$ тому тут він не повторюється. Лише в кінцевих формулах статичних і витратних характеристик відображається залежність провідності турбулентного циліндричного дроселя від відносного ексцентриситету: $g_{1\delta} = g_{1\delta_0} (1 + 0,19\varepsilon_0^2)$, $\varepsilon_0 = e_0/H_1$. На ламінарних режимах течії у зв'язку з лінійною залежністю витрати від перепаду тиску трохи зміняться рівняння балансу витрат, тому розрахунок для ламінарних течій викладається більш докладно.

Рівняння осьової рівноваги ротора $T = F_z + F_k$. Як видно з рис. 5, для лінійної зміни тиску по радіусу торцевого зазору стали значення регулюючого впливу визначається виразом

$$F_z = A_2 p_2 + 0,5 A_c (\delta_2 + \delta_3) = A_a (\delta_2 - \delta_3), \quad (6.1)$$

де ефективна площа диска $A_a = A_2 + 0,5 A_c$.

Приведемо сили до безрозмірного виду:

$$\varphi = \frac{F_z}{A_n p_n} = \sigma(\psi_2 - \psi_3), \quad \tau = \frac{T}{A_n p_n}, \quad \chi = \frac{F_k}{A_n p_n} \approx \frac{k\Delta}{A_n p_n}, \quad (z \ll \Delta),$$

$$\sigma = \frac{A_{\dot{a}}}{A_n}, \quad \psi_2 = \frac{p_2}{p_n}, \quad \psi_3 = \frac{p_3}{p_n}$$
(6.2)

A_n, p_n - номінальні значення площі й тиску. У якості A_n , будемо, приймати площу A_0 (рис. 6.5) вхідної воронки робочого колеса; у якості $p_n = p_{1n}$ - тиск нагнітання насоса на номінальному режимі. Рівняння осьової рівноваги в безрозмірному виді

$$\tau = \varphi + \chi. \quad (6.3)$$

Вираз для осьової сили тиску F_z містить невідомий поки тиск p_2 у камері III гідроп'яти. Він знаходиться з рівняння балансу витрат, яке в положенні рівноваги зводиться до рівності витрат через послідовно з'єднані кільцевий (Q_1) і торцевий (Q_2) дроселі. У динаміці рівняння балансу витрат включає додаткові витрати витиснення і стиснення, тому тиск ψ_2 у динаміці відрізняється від тиску в статиці. Відповідно відрізняються сили φ - регулюючі впливи.

На ламінарних режимах витрати пропорційні дроселюючим перепадам тиску:

$$Q_1 = g_1(p_1 - p_2) = Q_2 = g_2(\delta_2 - \delta_3) = Q = g_e(p_1 - p_3), \quad (6.4)$$

де

$$g_1 = g_{1n}(1 + 1,5\varepsilon^2), \quad g_2 = g_{2n}u_z^3, \quad g_e = \frac{g_1 g_2}{g_1 + g_2}, \quad \varepsilon = \frac{e_1}{H_1}, \quad u_z = \frac{z}{H_2}, \quad (6.5)$$

g_e - еквівалентна провідність двох послідовно з'єднаних ламінарних дроселів, H_1 - середній радіальний зазор циліндричного дроселя I , e_0 - початковий ексцентриситет осі вала щодо осі втулки, $H_2 = z_n$, z - відповідно бажане (оптимальне) і стале (поточне) значення торцевого зазору.

З рівності (4) знаходимо

$$\psi_2 = \frac{g_1\psi_1 + g_2\psi_3}{g_1 + g_2},$$

а після підстановки в (2) знайдемо безрозмірний регулюючий вплив

$$\varphi = \frac{(1 + 1,5\varepsilon_0^2)\sigma\Delta\psi}{(1 + 1,5\varepsilon_0^2) + \alpha_{21}u_z^3}, \quad \Delta\psi = \psi_1 - \psi_3. \quad (6.6)$$

Безрозмірна статична жорсткість регулятора

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u_z} = -3 \frac{\sigma\Delta\psi}{u_z} \cdot \frac{g_1g_2}{(g_1 + g_2)^2} = -3 \frac{\sigma\Delta\psi}{u_z} \cdot \frac{(1 + 1,5\varepsilon_0^2)u_z^3}{[(1 + 1,5\varepsilon_0^2) + \alpha_{21}u_z^3]^2} = -k. \quad (6.7)$$

На відміну від турбулентних течій, де $\alpha_{ij\delta} = g_{in\delta}^2 / g_{jn\delta}^2$, на ламінарних течіях $\alpha_{ij} = g_{in} / g_{jn}$, тобто дорівнює відношенню перших ступенів відповідних базових провідностей: $\alpha_{21} = g_{2n} / g_{1n}$. Негативне значення жорсткості (монотонно убуваючі криві $\varphi(u)$) є ознакою статичної стійкості системи врівноважування. На рис. 6.10 показаний вплив початкового відносного ексцентриситету на вид функції (6.6) –

залежності регулюючого впливу від величини торцевого зазору для ламінарного режиму течії в каналах ($\sigma = 3$, $\Delta\psi = 1$, $\alpha_{21} = 1$).

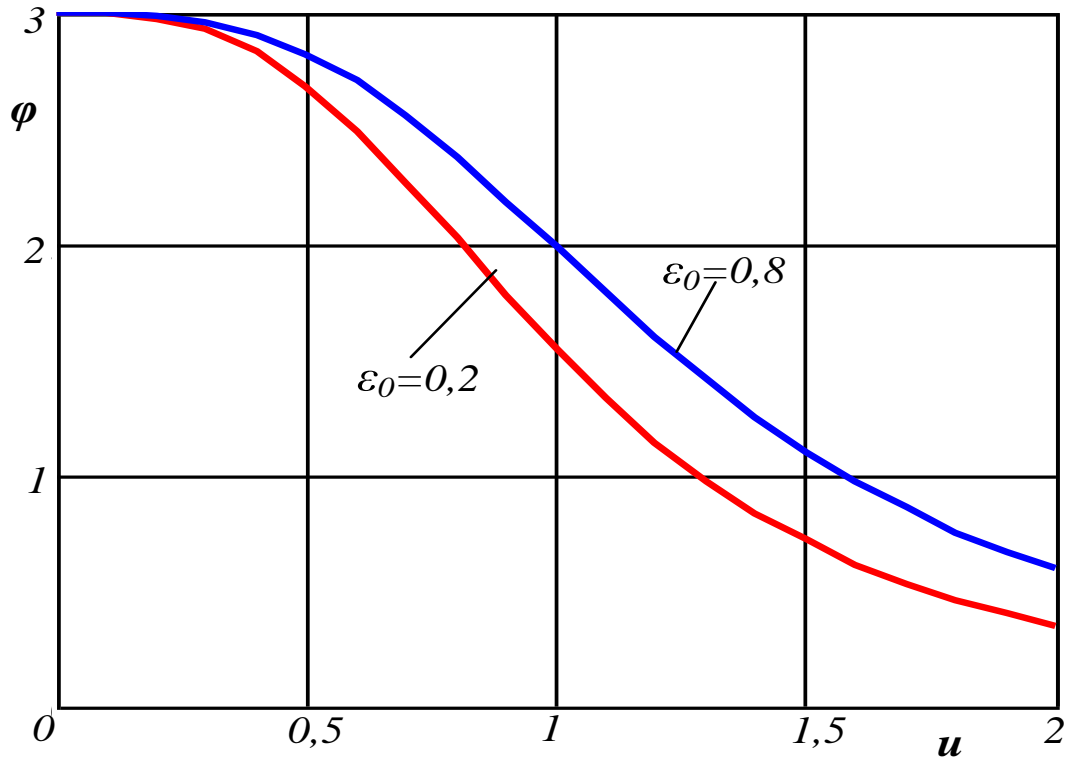


Рисунок 6.10 - Графіки зміння регулюючого впливу

Скориставшись рівнянням рівноваги (6.3) з урахуванням (6.5), одержимо вираження сталого безрозмірного торцевого зазору, як функції врівноважуючої осьової сили, дроселюючого перепаду тиску й ексцентриситету:

$$u_z = \left[\alpha_{12} \left(\sigma \frac{\Delta\psi}{\tau - \chi} - 1 \right) (1 + 1,5\varepsilon_0^2) \right]^{1/3}. \quad (6.8)$$

Безрозмірне зусилля χ віджимного пристрою служить задаючим впливом, за допомогою якого відбувається налаштування системи врівноважування. Формула (6.8) дозволяє побудувати статичні характеристики по кожному із зовнішніх впливів. Позитивні значення торцевого зазору можливі за умови $\tau < \chi + \sigma\Delta\psi$. Зазор приймає оптимальне значення $z = z_n$, $u_z = 1$, якщо

$$\alpha_{12}^* = 1 / \left(\sigma \frac{\Delta\psi}{\tau - \chi} - 1 \right) (1 + 1,5\varepsilon_0^2).$$

Як правило врівноважуюча сила T прямо пропорційна тиску нагнітання p_1 : $\tau \sim \psi_1$, $\psi_1/\tau = b = const$. У цьому випадку формула (6.8) трохи змінюється:

$$u_z = \left[\alpha_{12} \left(\sigma b \frac{\Delta\psi}{\psi_1 - b\chi} - 1 \right) (1 + 1,5\varepsilon_0^2) \right]^{1/3}, \quad (6.9)$$

$$u > 0, \text{ якщо } \psi_1 < b \frac{\chi - \sigma\psi_3}{1 - b\sigma}.$$

Витрата через врівноважуючий пристрій, визначається по одному з рівнянь (6.4) з урахуванням (6.5):

$$Q = g_e (p_1 - p_3); \quad g_e = g_{2n} \frac{(1 + 1,5\varepsilon_0^2) u_z^3}{(1 + 1,5\varepsilon_0^2) + \alpha_{21} u_z^3},$$

$$Q_0 = g_{e0} \Delta p_0, \quad \Delta p_0 = p_{10} - p_{30}.$$

Приведемо вирази для витрати до безрозмірного виду, як масштаб використовуємо витрату на базовому режимі $Q_* = g_{en} p_n$, а також формули (6.5) і (6.8):

$$q = \frac{Q}{Q_*} = \frac{g_e}{g_{en}} \Delta\psi = \frac{g_{2n}}{g_{en}} \Delta\psi \frac{(1+1,5\varepsilon_0^2)u_z^3}{(1+1,5\varepsilon_0^2) + \alpha_{21}u_z^3} =$$

$$= \alpha_{1\dot{a}} \left(\Delta\psi - \frac{\tau - \chi}{\sigma} \right) (1+1,5\varepsilon_0^2); \quad \alpha_{1\dot{a}} = \frac{g_{1n}}{g_{\dot{a}n}}. \quad (6.10)$$

Статична характеристика для турбулентних режимів відрізняється від (6.8) додатковим множником, що враховує ексцентриситет вала щодо втулки:

$$u_{zm} = \left[\alpha_{12\dot{o}} \left(\sigma \frac{\Delta\psi}{\tau - \chi} - 1 \right) (1+0,19\varepsilon_0^2)^2 \right]^{1/3}, \quad (6.11)$$

а також замінами $g_{\dot{c}i} = g_{1\dot{o}}$, $\Delta\psi = \psi_1 - \psi_3$, $\alpha_{12\dot{o}} = g_{1n\dot{o}}^2 / g_{2n\dot{o}}^2$. Надалі величини, що ставляться до турбулентної течії, відмічаються додатковим нижнім індексом m .

Подібним чином формулу (6.10) відносної витрати для турбулентної течії потрібно замінити формулою:

$$q_{\dot{o}} = \left[\alpha_{1\dot{a}\dot{o}} \left(\Delta\psi - \frac{\tau - \chi}{\sigma} \right) (1+0,19\varepsilon_0^2)^2 \right]^{0,5}, \quad (6.12)$$

$$\alpha_{1\dot{a}\dot{o}} = \frac{g_{1n\dot{o}}^2}{g_{en\dot{o}}^2}, \quad g_{en\dot{o}}^2 = \frac{g_{1n\dot{o}}^2 g_{2n\dot{o}}^2}{g_{1n\dot{o}}^2 + g_{2n\dot{o}}^2}.$$

У цих виразах гідравлічні провідності ламінарного й турбулентного кільцевого й торцевого дроселів без урахування місцевих опорів визначаються за формулами

$$g_1 = g_{1r} (1 + 1,5\varepsilon^2), \quad g_2 = g_{2r} u_z^3, \quad g_{1r} = \frac{\pi R_1 H_1^3}{6\mu l_1}, \quad g_{2r} = \frac{\pi R_2 H_2^3}{6\mu l_2}, \quad (6.13)$$

$$g_{1\delta} = g_{1\delta n} (1 + 0,19\varepsilon^2), \quad g_{2\delta} = g_{2\delta n} u_z^{1,5}, \quad g_{1\delta n} = 4 \frac{\pi R_1 H_1^{1,5}}{\sqrt{\rho l_1 \lambda_1}}, \quad g_{2\delta n} = 4 \frac{\pi R_2 H_2^{1,5}}{\sqrt{\rho l_2 \lambda_2}};$$

l_1 - довжина кільцевого зазору, $l_2 = R_3 - R_2$ - радіальна довжина торцевого зазору,
 μ - динамічна в'язкість робочої рідини;

$$\varepsilon = \frac{e_1}{H_1} = \varepsilon_0 + \varepsilon_a e^{i\omega t}, \quad e_1 = e_0 + e_a e^{i\omega t}, \quad \varepsilon_0 = \frac{e_0}{H_1}, \quad \varepsilon_a = \frac{e_{1a}}{H_1}, \quad (6.14)$$

e_0 - початковий ексцентриситет осі вала щодо осі втулки, e_a - амплітуда змінення ексцентриситету із частотою ω щодо його початкового значення. Турбулентні провідності з урахуванням місцевих опорів представлені формулами:

$$g_1 = 2\pi R_1 H_1 [0,5\rho(\zeta_1 + \lambda_1 / 2H_1)]^{-0,5},$$

$$g_3 = 2\pi R_4 H_3 [0,5\rho(\zeta_1 + \lambda_3 / 2H_3)]^{-0,5},$$

$$g_2 = \pi(R_2 + R_3)z [0,5\rho(\zeta_2 + \lambda_2 l_2 / 2z)]^{-0,5};$$

На рис. 6.11 і рис. 6.12 приведені статичні й витратні характеристики для ламінарних і турбулентних режимів течії, побудовані за формулами (6.8), (6.10) – (6.12). Для простоти прийнято: $\sigma = 3$, $\Delta\psi = \alpha_{12} = 1$, $\alpha_{1a} = 2$; $\varepsilon_0 = 0.2; 0.8$.

6.4 Рівняння осьових коливань ротора

Рівняння руху ротора уздовж осі Oz має вигляд

$$m\ddot{z} = -c\dot{z} + k(\Delta - z) + F_z - T. \quad (6.15)$$

Щоб знайти силу тиску (6.1), що розкриває торцевий зазор (регулюючий вплив), обчислимо тиск p_2 у камері з рівняння балансу витрат у динаміці:

$$Q_1 = Q_2 + Q_v + Q_p. \quad (6.16)$$

Це рівняння включає додатково витрату витиснення й витрату стиснення, які обумовлені осьовими коливаннями ротора:

$$Q_v = A_a \dot{z}, \quad Q_p = V \dot{p}_2 / E, \quad (6.17)$$

E - адіабатичний модуль пружності рідини, V - об'єм камери *III*. Витрати Q_1, Q_2 через кільцевий і торцевий дроселі на ламінарній і турбулентній течіях

$$Q_1 = g_{1n} (1 + 1.5\varepsilon^2) (p_1 - p_2), \quad Q_2 = g_{2n} u_z^3 (p_2 - p_3), \quad (6.18)$$

$$Q_{1\dot{o}} = g_{1nm} (1 + 0,19\varepsilon^2) \sqrt{(p_1 - p_2)}, \quad Q_{2\dot{o}} = g_{2n\dot{o}} u_z^{1,5} \sqrt{p_2 - \delta_3}.$$

Оскільки витрати (6.18) - нелінійні функції, то рівняння балансу витрат потрібно лінеаризувати, тобто перейти до рівнянь у варіаціях. У постановці завдання прийнято $p_{1n} = p_n$; $p_3 = const$, тому $\delta p_3 = 0$, а варіація сили (6.2) - $\delta F_z = A_e \delta p_2$, або в безрозмірному виді

$$\delta \varphi = \sigma \delta \psi_2. \quad (6.19)$$

Таким чином, варіація регулюючого впливу відрізняється від варіації тиску в камері лише постійним множником σ .

Обчислимо попередньо варіації нелінійних витрат:

$$\delta Q_1 = \delta g_1 \Delta \delta_{10} + g_{10} (\delta \delta_1 - \delta p_2) = \frac{3\varepsilon_0}{1 + 1,5\varepsilon_0^2} g_{10} \Delta \delta_{10} \delta \varepsilon + g_{10} (\delta \delta_1 - \delta p_2),$$

$$\delta Q_2 = \delta g_2 \Delta \delta_{20} + g_{20} \delta p_2 = \frac{3}{u_{z0}} g_{20} \Delta \delta_{20} \delta u_z + g_{20} \delta p_2;$$

$$\delta Q_{1m} = \frac{0,38\varepsilon_0}{1 + 0,19\varepsilon_0^2} g_{10m} \sqrt{\Delta \delta_{10}} \delta \varepsilon + \frac{g_{10m} \sqrt{\Delta \delta_{10}}}{2\Delta \delta_{10}} (\delta p_1 - \delta p_2),$$

$$\delta Q_{2m} = \frac{1,5}{u_{z0}} g_{20m} \sqrt{\Delta \delta_{20}} \delta u_z + \frac{g_{20} \sqrt{\Delta \delta_{20}}}{2\Delta \delta_{20}} \delta p_2.$$

Варіації витрат витиснення та стиску (6.17) для обох режимів течії однакові:

$$\delta Q_v = A_e H_2 \delta \dot{u}_z, \quad \delta Q_p = \frac{V}{E} \delta \dot{p}_2.$$

Підставимо отримані вирази варіацій у рівняння (6.16):

$$\begin{aligned} \frac{V}{E} \delta \ddot{\delta}_2 + (g_{10} + g_{20}) \delta \ddot{\delta}_2 &= g_{10} \delta p_1 - A_e H_2 \dot{u}_z - \frac{3g_{20}}{u_{z0}} \Delta p_{20} u_z + \varepsilon_* g_{10} \Delta p_{10} \varepsilon; \\ \frac{V}{E} \delta \ddot{\delta}_{2m} + \frac{1}{2} \left(\frac{g_{10\delta} \sqrt{\Delta p_{10}}}{\Delta p_{10}} + \frac{g_{20\delta} \sqrt{\Delta p_{20}}}{\Delta p_{20}} \right) \delta \ddot{\delta}_{2m} &= \frac{g_{10\delta} \sqrt{\Delta p_{10}}}{2\Delta p_{10}} \delta p_1 - A_e H_2 \dot{u}_z - \\ &\quad - \frac{3g_{20\delta} \sqrt{\Delta p_{20}}}{2u_{z0}} u_z + \varepsilon_{*m} g_{10\delta} \sqrt{\Delta p_{10}} \varepsilon. \end{aligned}$$

Як видно з (6.13)

$$g_{10} = g_{1n} (1 + 1,5\varepsilon_0^2), \quad g_{20} = g_{2n} u_{z0}^3, \quad g_{10m} = g_{1nm} (1 + 0,19\varepsilon_0^2), \quad g_{20m} = g_{2nm} u_{z0}^{1,5}.$$

Прийmemo також до уваги вираз для витрат у стані рівноваги

$$\begin{aligned} Q_{10} &= g_{10} \Delta \check{\delta}_{10} = Q_{20} = g_{20} \Delta \check{\delta}_{20} = g_e \Delta p_0 = Q_0, \\ Q_{10m} &= g_{10m} \sqrt{\Delta \check{\delta}_{10}} = Q_{20m} = g_{20m} \sqrt{\Delta \check{\delta}_{20}} = g_{em} \sqrt{\Delta p_0} = Q_{0m}, \quad (6.20) \\ \Delta \check{\delta}_{10} &= p_{10} - p_{20}, \quad \Delta \check{\delta}_{20} = p_{20} - p_{30}, \quad \Delta \check{\delta}_0 = p_{10} - p_{30}. \end{aligned}$$

Використаємо ці співвідношення й перейдемо до безрозмірних тисків (знаки варіацій для стислості опускаємо, зберігаючи їх у пам'яті). У результаті прийдемо до рівнянь

$$\frac{V}{E} \dot{\psi}_2 + (g_{10} + g_{20}) \psi_2 = g_{10} \psi_1 - \frac{A_e H_2}{p_n} \dot{u}_z - \frac{3Q_0}{p_n u_{z0}} u_z + \frac{\varepsilon_* Q_0}{p_n} \varepsilon, \quad (6.21)$$

$$\frac{V}{E} \dot{\psi}_{2m} + \frac{1}{2Q_{0m}} (g_{10m}^2 + g_{20m}^2) \psi_{2m} = \frac{Q_{0m}}{2\Delta p_{10}} \psi_1 - \frac{A_e H_2}{p_n} \dot{u}_z - \frac{3Q_{0m}}{2p_n u_{z0}} u_z + \frac{\varepsilon_{*m} Q_{0m}}{p_n} \varepsilon,$$

де

$$\varepsilon_* = \frac{3\varepsilon_0}{1 + 1,5\varepsilon_0^2}, \quad \varepsilon_{*m} = \frac{0,38\varepsilon_0}{1 + 0,19\varepsilon_0^2}; \quad (6.22)$$

Сталі значення змінних величин, щодо яких виконується лінеаризація, визначаються статичним розрахунком і позначені додатковими нульовими індексами.

Помножимо рівняння (6.21) на σ і з урахуванням (6.19) приведемо їх до нормалізованої операторної форми ($p = d/dt$):

$$(T_2 p + 1) \varphi = -\kappa_0 (\tau_2 p + 1) u_z + k_1 \psi_1 + k_2 \varepsilon; \quad (6.23)$$

$$(T_{2\delta} p + 1) \varphi_\delta = -\kappa_{0\delta} (\tau_{2\delta} p + 1) u_z + k_{1m} \psi_1 + k_{2\delta} \varepsilon;$$

$$T_2 = \frac{V}{Eg_s}, \quad \tau_2 = \frac{A_e H_2 u_{z0}}{3Q_0},$$

$$\kappa_0 = \frac{3Q_0 \sigma}{g_s p_n u_{z0}}, \quad k_1 = \frac{g_{10}}{g_s} \sigma, \quad k_2 = \frac{Q_0 \varepsilon_* \sigma}{g_s p_n}, \quad g_s = g_{10} + g_{20};$$

(6.24)

$$T_{2m} = \frac{2VQ_{0m}}{Eg_{sm}^2}, \quad \tau_{2m} = \frac{2A_e H_2 \dot{e}_{z0}}{3Q_{0m}},$$

$$\kappa_{0m} = \frac{3Q_{0m}^2 \sigma}{g_{sm}^2 p_n u_{z0}}, \quad k_{1m} = \frac{g_{10}^2}{g_{sm}^2} \sigma, \quad k_{2m} = \frac{2\varepsilon_* Q_{0m}^2 \sigma}{g_{sm}^2 p_n}, \quad g_{sm}^2 = g_{10m}^2 + g_{20m}^2.$$

Використовуючи рівняння (6.23) виразимо безрозмірну врівноважуючу силу для ламінарних і турбулентних течій:

$$\varphi = -\kappa_0 \frac{\tau_2 p + 1}{T_2 p + 1} u_z + \frac{k_1}{T_2 p + 1} \psi_1 + \frac{k_2}{T_2 p + 1} \varepsilon,$$

(6.25)

$$\varphi_{\dot{\delta}} = -\kappa_{0\dot{\delta}} \frac{\tau_{2\dot{\delta}} p + 1}{T_{2\dot{\delta}} p + 1} u_z + \frac{k_{1m}}{T_{2m} p + 1} \psi_1 + \frac{k_{2\dot{\delta}}}{T_{2\dot{\delta}} p + 1} \varepsilon.$$

З останніх виразів можна одержати передаточні функції регулятора по зовнішнім впливам. Зокрема, передаточна функція (динамічна жорсткість регулятора):

$$W_{\varphi u}(p) = \frac{\varphi_u}{u_z} = -\kappa_0 \frac{\tau_2 p + 1}{T_2 p + 1}.$$

Рівняння (6.15) осьових коливань при переході до варіацій і до безрозмірної осьової координати $u_z = z/H_2$ в нормалізованій операторній формі має однаковий вигляд як для ламінарної, так і для турбулентної течій. Змінюється тільки регулюючий вплив, який входить у праву частину:

$$(T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1)u_z = K(\varphi - \tau), \quad (6.26)$$

$$(T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1)u_z = K(\varphi_\delta - \tau);$$

$$T_1^2 = m/k, \quad 2\zeta = c/\sqrt{km}, \quad K = A_n p_n / H_2 k; \quad \tau = T / A_n p_n = \tau_a e^{i\omega t},$$

T_1 і ζ - відповідно період і показник згасання вільних осьових коливань ротора без гідроп'яти. Рівняння осьових коливань (6.26) приведені до стандартної нормалізованої форми.

Якщо немає віджимного пристрою ($k=0$) і якщо можна знехтувати зовнішнім демпфіруванням ($c = \zeta = 0$), то після ділення рівняння (15) на mH_2 , одержимо

$$\frac{H_2 m}{A_n p_n} \ddot{u}_z = \varphi - \tau, \quad \frac{H_2 m}{A_n p_n} \ddot{u}_{zr} = \varphi_m - \tau.$$

Підставивши регулюючі впливи (6.25) у рівняння (6.26), прийдемо до рівнянь осьового руху системи ротор - врівноважуючий пристрій:

$$\begin{aligned} [(T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1)(T_2 p + 1) + K\kappa_0(\tau_2 p + 1)]u_z = \\ = K[k_1\psi_1 + k_2\varepsilon - (T_2 p + 1)\tau], \end{aligned} \quad (6.27)$$

$$\begin{aligned} [(T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1)(T_{2\delta} p + 1) + K\kappa_{0\delta}(\tau_{2\delta} p + 1)]u_z = \\ = K[k_{1m}\psi_1 + k_{2m}\varepsilon - (T_{2m} p + 1)\tau]. \end{aligned}$$

Осьовий зсув $u_z = z/H_2$ віднесений до базового торцевого зазору H_2 , тому й вектор радіального зсуву потрібно віднести до цього зазору:

$$e_1 = x + iy, \quad \frac{e_1}{H_2} = u_r = u_x + iu_y, \quad u_x = \frac{x}{H_2}, \quad u_y = \frac{y}{H_2}. \quad (6.28)$$

При цьому

$$\varepsilon = \frac{e_1}{H_1} = \frac{e_1}{H_2} \frac{H_2}{H_1} = u_r \bar{H}, \quad \bar{H} = \frac{H_2}{H_1},$$

а рівняння осьових коливань (6.27) можна представити у вигляді

$$D_z(p)u_z = K[k_1\psi_{1a} - (T_2 p + 1)\tau_a]e^{i\omega t} + \bar{H}Kk_2u_r, \quad (6.29)$$

$$D_{zm}(p)u_z = K[k_{1m}\psi_{1a} - (T_{2m} p + 1)\tau_a]e^{i\omega t} + \bar{H}Kk_{2m}u_r,$$

де власні оператори системи, які здійснюють тільки осьові коливання для ламінарних і турбулентних течій

$$D_z(p) = \tilde{n}_0 p^3 + \tilde{n}_1 p^2 + \tilde{n}_2 p + \tilde{n}_3, \quad (30)$$

$$D_{z\delta}(p) = \tilde{n}_{0\delta} p^3 + \tilde{n}_{1\delta} p^2 + \tilde{n}_{2\delta} p + \tilde{n}_{3\delta},$$

і їхні коефіцієнти

$$\tilde{n}_0 = T_1^2 T_2, \quad \tilde{n}_1 = T_1^2 + 2\zeta T_1 T_2, \quad \tilde{n}_2 = 2\zeta T_1 + T_2 + K\kappa_0 \tau_2, \quad \tilde{n}_3 = K\kappa_0 + 1, \quad (31)$$

$$\tilde{n}_{0\delta} = T_1^2 T_{2\delta}, \quad \tilde{n}_{1\delta} = T_1^2 + 2\zeta T_1 T_{2\delta}, \quad \tilde{n}_{2\delta} = 2\zeta T_1 + T_{2\delta} + K\kappa_{0\delta} \tau_{2\delta}, \quad \tilde{n}_{3\delta} = K\kappa_{0\delta} + 1.$$

Таким чином, система не пов'язана з радіальними коливаннями і описується диференціальним рівнянням третього порядку.

Якщо радіальні зсуви розглядати як незалежні задані коливання $u_r = u_{ra} e^{i\omega t}$, то в рівняннях (6.29) вони будуть виступати в якості зовнішніх збуджень поряд з осьовою силою $\tau = \tau_a e^{i\omega t}$ й тиском нагнітання $\psi_1 = \psi_{1a} e^{i\omega t}$. Розв'язання такої більш простої задачі наведено в роботі [39].

Незалежні вільні осьові коливання описуються рівняннями (6.29) без правих частин: $D_z(p)u_z = 0$, $D_{zm}(p)u_z = 0$. Розв'язання таких однорідних рівнянь має вигляд $u_z = u_a e^{\lambda t}$, а $\dot{u}_z = pu_z = \lambda u_z$, $p = \lambda$. Запроваджуючи цю заміну, з виразів (6.30) одержимо відповідні характеристичні рівняння

$$D_z(\lambda) = \tilde{n}_0 \lambda^3 + \tilde{n}_1 \lambda^2 + \tilde{n}_2 \lambda + \tilde{n}_3 = 0, \quad D_{z\delta}(\lambda) = \tilde{n}_{0\delta} \lambda^3 + \tilde{n}_{1\delta} \lambda^2 + \tilde{n}_{2\delta} \lambda + \tilde{n}_{3\delta} = 0,$$

за коефіцієнтами яких, користуючись алгебраїчним критерієм стійкості Гурвіца, можна оцінити стійкість осьових коливань. Для систем третього порядку умови стійкості

$$\tilde{n}_1 \tilde{n}_2 > \tilde{n}_0 \tilde{n}_3, \quad \tilde{n}_{1m} \tilde{n}_{2m} > \tilde{n}_{0m} \tilde{n}_{3m}.$$

Використовуючи вирази для коефіцієнтів (6.31) і нехтуючи зовнішнім демпфіруванням ($\zeta = 0$), одержимо нерівності $\tau_2 > T_2$, $\tau_{2m} > T_{2m}$, а після підстановки значень сталих часу (6.24), нерівності

$$\left(\frac{V}{A_e H_2} \right)_{\text{ламинарний режим}} < \frac{E g_s u_{z0}}{3Q_0}, \quad \left(\frac{V}{A_e H_2} \right)_{\text{турбулентний режим}} < \frac{E g_{sm}^2 u_{z0}}{3Q_{0m}^2}, \quad (6.32)$$

обмежуючий обсяг камери гідроп'яти, при якому зберігається стійкість незалежних осьових коливань ротора.

6.5 Виведення рівняння спільних радіально-осьових коливань

У праву частину рівнянь (6.29) входить вектор радіального зсуву u_r , що залежить від радіальних сил у кільцевому зазорі, які, у свою чергу, залежать від тиску p_2 в камері гідроп'яти, а отже й від осьових коливань ротора. Для встановлення цієї залежності, розглянемо рівняння радіальних коливань.

На підставі теореми про зміну кількості руху рівняння змущених радіальних коливань статично невірноваженого жорсткого ротора в проєкціях на осі нерухомої системи координат мають вигляд [42]

$$m\ddot{x} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} + F_{5x} + m\omega^2 \cos \omega t, \quad (6.33)$$

$$m\ddot{y} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} + F_{5y} + m\omega^2 \sin \omega t.$$

До рівнянь третього порядку (6.29) додається система диференціальних рівнянь четвертого порядку, тому розглянута модель ротора описується системою

рівнянь сьомого порядку з речовинними коефіцієнтами. Проекції радіальних гідродинамічних сил виражаються формулами [31,41,42]:

$$\begin{aligned}
 F_{1x} &= -k_g \ddot{x}, & F_{1y} &= -k_g \ddot{y} \\
 F_{2x} &= -(k_d + k_g K_i \theta) \dot{x}, & F_{2y} &= -(k_d + k_g K_i \theta) \dot{y}, \\
 F_{3x} &= -k_p (\theta + N \chi_s) x, & F_{3y} &= -k_p (\theta + N \chi_s) y, \\
 F_{4x} &= -0,5 k_g \kappa \omega \dot{y}, & F_{4y} &= 0,5 k_g \kappa \omega \dot{x}, \\
 F_{5x} &= -0,5 k_d \kappa \omega y, & F_{5y} &= 0,5 k_d \kappa \omega x.
 \end{aligned} \tag{6.34}$$

Формули для силових коефіцієнтів мають вигляд

$$k_g = \rho \frac{\pi R l_1^3}{12 H_1}, [k\mathcal{Z}], \quad k_d = \mu \frac{\pi R l_1^3}{H_1^3}, \left[\frac{\kappa \mathcal{Z}}{c} \right], \quad k_p = \Delta p_1 \frac{\pi R l_1}{2 H_1}, \left[\frac{H}{m} \right], \tag{6.35}$$

а інші параметри для ламінарного режиму течії

$$K_i = \frac{12q}{H_1 l_1}, [c^{-1}], \quad q = \frac{\Delta p_1 H_1^3}{12 \mu l_1}, \left[\frac{m^2}{c} \right], \quad N = 4, \quad \theta = \frac{\mathcal{A}_1}{2 H_1}. \tag{6.36}$$

Для автономної області турбулентної течії коефіцієнти сил в'язкого опору та гідростатичної жорсткості трохи змінюються:

$$N_r = 1, \quad K_{rr} = 6q_m / H_1 l_1, \quad q_m = 10 (\Delta p_1 H_1^3 / \rho l_1)^{0,5}. \tag{6.37}$$

Коефіцієнти (6.35) залишаються незмінними. У наведених формулах Q - витрата через елемент одиничної ширини концентричного кільцевого каналу; $\vartheta > 0$ - кут конфузорності, $\vartheta < 0$ - кут дифузорності; $\kappa \approx 0,3$ - коефіцієнт початкового закручення потоку на вході в кільцевий канал; $\chi_s = \chi_1 + \chi_2$, $\chi_1 = \zeta_{11}/\zeta$, $\chi_2 = \zeta_{12}/\zeta$, - коефіцієнти відносних місцевих втрат на вході в канал і на виході з нього, $\zeta = \zeta_{11} - \zeta_{12} + \zeta_2$, $\zeta_2 = \lambda_1/2H_1$. Коефіцієнт опору тертя кільцевого каналу на ламінарному режимі течії $\lambda = 96/Re$, на автомодельному турбулентному - $\lambda_{\vartheta} \approx 0,04$; $Re = 2\rho q/\mu$, μ - коефіцієнт динамічної в'язкості рідини, що перекачується, ρ - її питома густина.

Рівняння (6.33) розділимо почленно на mH_2 і надамо їм вигляд

$$\begin{aligned} a_1 \ddot{u}_x + a_2 \dot{u}_x + a_3 u_x + a_4 \dot{u}_y + a_5 u_y &= \frac{a}{H_2} \omega^2 \cos \omega t, \\ a_1 \ddot{u}_y + a_2 \dot{u}_y + a_3 u_y - a_4 \dot{u}_x - a_5 u_x &= \frac{a}{H_2} \omega^2 \sin \omega t. \end{aligned} \quad (6.38)$$

Розмірність усіх доданків цих рівнянь c^{-2} , а коефіцієнти мають наступні значення:

$$\begin{aligned} a_1 = 1 + \frac{k_g}{m}, \quad a_2 = \frac{1}{m} (k_d + k_g K_i \theta), \quad a_3 = \frac{1}{m} k_p (\theta + 4\chi_s), \\ a_4 = a_4(\omega) = \frac{1}{m} 0,5k_g \kappa \omega, \quad a_5 = a_5(\omega) = \frac{1}{m} 0,5k_d \kappa \omega. \end{aligned} \quad (6.39)$$

Для турбулентних течій змінюються тільки коефіцієнти демпфування й гідростатичної жорсткості:

$$a_{2m} = \frac{1}{m} (k_d + k_g K_{im} \theta), \quad a_{3m} = \frac{1}{m} k_p (\theta + \chi_{sm}). \quad (6.40)$$

Помножимо друге рівняння (6.38) на мниму одиницю, складемо обидва рівняння почленно та введемо комплексну змінну $u_r = u_x + iu_y$. У результаті замість системи четвертого порядку одержимо спресовану систему другого порядку з комплексними коефіцієнтами

$$a_1 \ddot{u}_r + a_2 \dot{u}_r + a_3 u_r - i(a_4 \dot{u}_r + a_5 u_r) = \frac{a}{H_2} \omega^2 e^{i\omega t}$$

або в операторній формі ($\Phi = \Phi_u / H_2 m = \Phi_a e^{i\omega t}$, $\Phi_a = a \omega^2 / H_2$)

$$D_r(p) u_r = \Phi_a e^{i\omega t}, \quad D_{rr}(p) u_r = \Phi_a e^{i\omega t}, \quad (6.41)$$

де власні оператори радіальних коливань

$$D_r(p) = a_1 p^2 + a_2 p + a_3 - i(a_4 p + a_5), \quad (6.42)$$

$$D_{r\delta}(p) = a_1 p^2 + a_{2\delta} p + a_{3\delta} - i(a_4 p + a_5).$$

Будемо мати на увазі, що

$$ia_4(\omega) = \frac{k_g \mathcal{K}}{2m} i\omega, \quad a_4(0) = 0; \quad ia_5(\omega) = \frac{k_d \mathcal{K}}{2m} i\omega, \quad a_5(0) = 0. \quad (6.43)$$

Коефіцієнти a_2 , a_3 власних операторів (6.42) залежать від тиску p_2 в камері гідроп'яти, що, у свою чергу, залежить від торцевого зазору. У цьому випадку

рівняння радіальних коливань (6.41) стають нелінійними, і їх потрібно лінеаризувати. Лінеаризуємо нелінійні сили в'язкого опору та гідростатичної жорсткості, переходячи до їхніх варіацій:

$$\delta(a_2 \dot{u}_r) = a_{20} \delta \dot{u}_r + \dot{u}_{r0} \delta a_2 = a_{20} \delta \dot{u}_r, \quad (\dot{u}_{r0} = 0), \quad a_{20} = a_2(\Delta p_1 = \Delta p_{10}),$$

$$\delta(a_3 u_r) = a_{30} \delta u_r + u_{r0} \delta a_3, \quad a_{30} = a_3(\Delta p_1 = \Delta p_{10});$$

$$\delta(a_{2m} \dot{u}_r) = a_{2m0} \delta \dot{u}_r + \dot{u}_{r0} \delta a_{2m} = a_{2m0} \delta \dot{u}_r, \quad (\dot{u}_{r0} = 0), \quad a_{2m0} = a_{2m}(\Delta p_1 = \Delta p_{10}),$$

$$\delta(a_{3m} u_r) = a_{3m0} \delta u_r + u_{r0} \delta a_{3m}, \quad a_{3m0} = a_{3m}(\Delta p_1 = \Delta p_{10});$$

u_{r0} - початкове безрозмірне радіальне відхилення диска

$$u_{r0} = \frac{e_0}{H_2} = \varepsilon_0 \frac{H_1}{H_2} = \frac{\varepsilon_0}{H}.$$

Варіації коефіцієнтів жорсткості з урахуванням (6.19)

$$\delta a_3 = \delta \left[\frac{p_1 - p_2}{m} \frac{\pi R_1 l_1}{2H_1} (\theta + 4\chi_s) \right] = \frac{a_{30}}{p_{10} - p_{20}} (\delta p_1 - \delta p_2) = \frac{a_{30}}{\sigma \Delta \psi_{10}} (\sigma \delta \psi_1 - \delta \varphi),$$

$$\delta a_{3m} = \delta \left[\frac{p_1 - p_{2m}}{m} \cdot \frac{\pi R_1 l_1}{2H_1} (\theta + \chi_{sm}) \right] = \frac{a_{3m0}}{\sigma \Delta \psi_{10}} (\sigma \delta \psi_1 - \delta \varphi_m),$$

тобто варіації коефіцієнтів радіальної жорсткості залежать від регулюючого впливу, який, у свою чергу, залежить від осевого положення ротора.

Тепер рівняння (6.41) у варіаціях (знаки варіацій опущені) приймають вигляд

$$a_1 \ddot{u}_r + a_{20} \dot{u}_r + a_{30} u_r - i(a_4 \dot{u}_r + a_5 u_r) + \frac{a_{30} u_{r0}}{\sigma \Delta \psi_{10}} (\sigma \psi_1 - \varphi) = \Phi_a e^{i\alpha t}, \quad (6.45)$$

$$a_1 \ddot{u}_r + a_{2m0} \dot{u}_r + a_{3m0} u_r - i(a_4 \dot{u}_r + a_5 u_r) - \frac{a_{3m0} u_{rm0}}{\sigma \Delta \psi_{10}} (\sigma \psi_1 - \varphi_m) = \Phi_a e^{i\alpha t}.$$

Запишемо їх в операторній формі, використавши вираз (6.25), що зв'язує радіальні та осьові коливання. У результаті одержимо

$$\begin{aligned} & [D_{r0}(p)(T_2 p + 1) - \beta k_2 \bar{H}] u_r + \beta \kappa_0 (\tau_2 p + 1) u_z = \\ & = \beta [k_1 - \sigma(T_2 p + 1)] \psi_1 + (T_2 p + 1) \Phi; \end{aligned} \quad (6.46)$$

$$\begin{aligned} & [D_{r0m}(p)(T_{2m} p + 1) - \beta k_{2m} \bar{H}] u_r + \beta_m \kappa_{0m} (\tau_{2m} p + 1) u_z = \\ & \beta_m [k_{1m} - \sigma(T_{2m} p + 1)] \psi_1 + (T_{2m} p + 1) \Phi \end{aligned}$$

На відміну від (6.42), лінеаризовані оператори містять сталі значення коефіцієнтів демпфування та жорсткості a_{20} , a_{30} кільцевого дроселя:

$$D_{r0}(p) = a_1 p^2 + a_{20} p + a_{30} - i(a_4 p + a_5), \quad (6.47)$$

$$D_{r0m}(p) = a_1 p^2 + a_{2m0} p + a_{3m0} - i(a_4 p + a_5);$$

$$\beta = \frac{a_{30} u_{r0}}{\sigma \Delta \psi_{10}}, \quad \beta_m = \frac{a_{3m0} u_{rm0}}{\sigma \Delta \psi_{10}}.$$

Спільно вирішуючи рівняння (6.29) і (6.46), знайдемо

$$\begin{aligned}
D(p)u_r &= k_1 \beta \left\{ \left[1 - \frac{\sigma}{k_1} (T_2 p + 1) \right] D_z - K \kappa_0 (\tau_2 p + 1) \right\} \psi_{1a} e^{i\omega t} + \\
&+ \beta K \kappa_0 (T_2 p + 1) (\tau_2 p + 1) \tau_a e^{i\omega t} + (T_2 p + 1) D_z(p) \Phi_a e^{i\omega t};
\end{aligned} \tag{6.48}$$

$$\begin{aligned}
D(p)u_z &= K k_1 (T_2 p + 1) \left(D_{r0} - \frac{\sigma}{k_1} k_2 \bar{H} \beta \right) \psi_{1a} e^{i\omega t} - \\
&- K (T_2 p + 1) [D_{r0}(p)(T_2 p + 1) - \beta k_2 \bar{H}] \tau_a e^{i\omega t} + (T_2 p + 1) \bar{H} K k_2 \Phi_a e^{i\omega t},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_m(p)u_r &= k_{1m} \beta_m \left\{ \left[1 - \frac{\sigma}{k_{1m}} (T_{2m} p + 1) \right] D_{zm} - K \kappa_{0m} (\tau_{2m} p + 1) \right\} \psi_{1a} e^{i\omega t} + \\
&+ \beta_m K \kappa_{0m} (T_{2m} p + 1) (\tau_{2m} p + 1) \tau_a e^{i\omega t} + (T_{2m} p + 1) D_{zm}(p) \Phi_a e^{i\omega t};
\end{aligned} \tag{6.49}$$

$$\begin{aligned}
D_m(p)u_z &= K k_{1m} (T_{2m} p + 1) \left(D_{r0m} - \frac{\sigma}{k_{1m}} k_{2m} \bar{H} \beta_m \right) \psi_{1a} e^{i\omega t} - \\
&- K (T_{2m} p + 1) [D_{r0m}(p)(T_{2m} p + 1) - \beta k_{2m} \bar{H}] \tau_a e^{i\omega t} + (T_{2m} p + 1) \bar{H} K k_{2m} \Phi_a e^{i\omega t};
\end{aligned}$$

де

$$D(p) = D_z(p) [D_{r0}(p)(T_2 p + 1) - \beta k_2 \bar{H}] + \beta k_2 \bar{H} K \kappa_0 (\tau_2 p + 1) = U_D + iV_D, \tag{6.50}$$

$$\begin{aligned}
D_r(p) &= D_{zm}(p) [D_{r0m}(p)(T_{2m} p + 1) - \beta k_{2m} \bar{H}] + \beta k_{2m} \bar{H} K \kappa_{0m} (\tau_{2m} p + 1) = \\
&= U_{Dr} + iV_{Dm}
\end{aligned}$$

- власні оператори системи ротор – врівноважуючий пристрій, які враховують зв'язаність осьових і радіальних коливань. Оператори $D_z, D_{zm}, D_{r0}, D_{r0m}$ задані формулами (6.30) і (6.47).

Згрупуємо зовнішні впливи, які входять до правих частин (6.48), (6.49):

$$D(p)u_r = (M_{r1}\psi_{1a} + M_{r2}\tau_a + M_{r3}\Phi_a)e^{i\omega t}, \quad (6.51)$$

$$D(p)u_z = (M_{z1}\psi_{1a} + M_{z2}\tau_a + M_{z3}\Phi_a)e^{i\omega t};$$

$$D_m(p)u_r = (M_{r1m}\psi_{1a} + M_{r2m}\tau_a + M_{r3m}\Phi_a)e^{i\omega t}, \quad (6.52)$$

$$D_m(p)u_z = (M_{z1m}\psi_{1a} + M_{z2m}\tau_a + M_{z3m}\Phi_a)e^{i\omega t},$$

де оператори зовнішніх впливів

$$M_{r1} = k_1\beta \left\{ \left[1 - \frac{\sigma}{k_1}(T_2p + 1) \right] D_z - K\kappa_0(\tau_2p + 1) \right\}, \quad (6.53)$$

$$M_{r2} = K\kappa_0\beta(\tau_2p + 1)(T_2p + 1), \quad M_{r3} = (T_2p + 1)D_z;$$

$$M_{z1} = Kk_1(T_2p + 1) \left(D_{r0} - \frac{\sigma}{k_1}k_2\bar{H}\beta \right), \quad (6.54)$$

$$M_{z2} = -K(T_2p + 1)[(T_2p + 1)D_{r0} - \bar{H}k_2\beta], \quad M_{z3} = \bar{H}Kk_2(T_2p + 1).$$

Для турбулентних течії структура цих виразів залишається незмінною, необхідно тільки додати нижній індекс m операторам D_z , D_{r_0} , постійним часу T_2 , τ_2 й коефіцієнтам k_1 , k_2 , κ_0 , β .

Виконавши операції множення, приведемо речовинні й мнимі частини власних операторів (6.50) до вигляду:

$$U_D = m_0 p^6 + m_1 p^5 + m_2 p^4 + m_3 p^3 + m_4 p^2 + m_5 p + m_6, \quad (6.55)$$

$$V_D = n_0 p^5 + n_1 p^4 + n_2 p^3 + n_3 p^2 + n_4 p + n_5;$$

$$m_0 = a_1 c_0 T_2, \quad m_1 = a_1 c_0 + (a_1 c_1 + a_{20} c_0) T_2,$$

$$m_2 = a_1 c_1 + a_{20} c_0 + (a_1 c_2 + a_{20} c_1 + a_{30} c_0) T_2, \quad (6.56)$$

$$m_3 = a_1 c_2 + a_{20} c_1 + (a_{30} - \bar{H} k_2 \beta) c_0 + (a_1 c_3 + a_{20} c_2 + a_{30} c_1) T_2,$$

$$m_4 = a_1 c_3 + a_{20} c_2 + (a_{30} - \bar{H} k_2 \beta) c_1 + (a_{20} c_3 + a_{30} c_2) T_2,$$

$$m_5 = a_{20} c_3 + (a_{30} - \bar{H} k_2 \beta) c_2 + a_{30} c_3 T_2 + \bar{H} k_2 \beta \kappa_0 \tau_2,$$

$$m_6 = a_{30} c_3 + \bar{H} k_2 \beta (\kappa_0 - c_3);$$

$$n_0 = a_4 c_0 T_2, \quad n_1 = a_4 c_0 + (a_4 c_1 + a_5 c_0) T_2,$$

$$n_2 = a_4 c_1 + a_5 c_0 + (a_4 c_2 + a_5 c_1) T_2, \quad n_3 = a_4 c_2 + a_5 c_1 + (a_4 c_3 + a_5 c_2) T_2, \quad (6.57)$$

$$n_4 = a_4 c_3 + a_5 c_2 + a_5 c_3 T_2, \quad n_5 = a_5 c_3.$$

Подібний вигляд мають формули для турбулентної течії:

$$U_{Dr} = m_{0m} p^6 + m_{1m} p^5 + m_{2m} p^4 + m_{3m} p^3 + m_{4m} p^2 + m_{5m} p + m_{6m}, \quad (6.58)$$

$$V_{Dm} = n_{0m} p^5 + n_{1m} p^4 + n_{2m} p^3 + n_{3m} p^2 + n_{4m} p + n_{5m};$$

$$m_{0r} = a_1 c_{0m} T_{2m}, \quad m_{1m} = a_1 c_{0m} + (a_1 c_{1m} + a_{20m} c_{0m}) T_{2m},$$

$$m_{2m} = a_1 c_{1m} + a_{20m} c_{0m} + (a_1 c_{2m} + a_{20m} c_{1m} + a_{30m} c_{0m}) T_{2m},$$

$$m_{3m} = a_1 c_{2m} + a_{20m} c_{1m} + (a_{30m} - \bar{H}k_{2m} \beta_m) c_{0m} + (a_1 c_{3m} + a_{20m} c_{2m} + a_{30m} c_{1m}) T_{2m}, \quad (6.59)$$

$$m_{4m} = a_1 c_{3m} + a_{20m} c_{2m} + (a_{30m} - \bar{H}k_{2m} \beta_m) c_{1m} + (a_{20m} c_{3m} + a_{30m} c_{2m}) T_{2m}$$

$$m_{5m} = a_{20m} c_{3m} + (a_{30m} - \bar{H}k_{2m} \beta_m) c_{2m} + a_{30m} c_{3m} T_{2m} + \bar{H}k_{2m} \beta_m K \kappa_{0m} \tau_m,$$

$$m_{6m} = (a_{30m} - \bar{H}k_{2m} \beta_m) c_{3m} + \bar{H}k_{2m} \beta_m K \kappa_{0m};$$

$$n_{0m} = a_4 c_{0m} T_{2m}, \quad n_{1m} = a_4 c_{0m} + (a_4 c_{1m} + a_5 c_{0m}) T_{2m},$$

$$n_{2m} = a_4 c_{1m} + a_5 c_{0m} + (a_4 c_{2m} + a_5 c_{1m}) T_{2m},$$

(6.60)

$$n_{3m} = a_4 c_{2m} + a_5 c_{1m} + (a_4 c_{3m} + a_5 c_{2m}) T_{2m},$$

$$n_{4m} = a_4 c_{3m} + a_5 c_{2m} + a_5 c_{3m} T_{2m}, \quad n_{5m} = a_5 c_{3m}.$$

Праві частини (зовнішній вплив) рівнянь (6.51), (6.52) змінюються за гармонічним законом із частотою обертання ротора ω , тому реакції розглянутої лінійної системи теж гармонічні функції з тією ж частотою:

$$u_z = u_{za} e^{i(\omega t + \gamma_z)}, \quad u_r = u_{ra} e^{i(\omega t + \gamma_r)} \quad (6.61)$$

де u_{za} , u_{ra} - амплітуди реакцій, γ_z , γ_r - зсув фаз реакцій щодо фази зовнішнього впливу. Для гармонічних коливань оператор диференціювання за часом $p = i\omega$. Зробивши таку заміну, одержимо нові вирази речовинних і мнимих частин власних операторів (6.50):

$$D(i\omega) = U(\omega) + iV(\omega), \quad D_r(i\omega) = U_m(\omega) + iV_m(\omega), \quad (6.62)$$

$$U(\omega) = -m_0\omega^6 + n_0\omega^5 + m_2\omega^4 - n_2\omega^3 - m_4\omega^2 + n_4\omega + m_6, \quad (6.63)$$

$$V(\omega) = -m_1\omega^5 + n_1\omega^4 + m_3\omega^3 + n_3\omega^2 - m_5\omega + n_5;$$

$$U_m(\omega) = -m_{0m}\omega^6 + n_{0m}\omega^5 + m_{2m}\omega^4 - n_{2m}\omega^3 - m_{4m}\omega^2 + n_{4m}\omega + m_{6m}, \quad (6.64)$$

$$V_m(\omega) = -m_{1m}\omega^5 + n_{1m}\omega^4 + m_{3m}\omega^3 + n_{3m}\omega^2 - m_{5m}\omega + n_{5m}.$$

Використовуючи коефіцієнти (6.63), (6.64) за допомогою модифікованого критерію Рауса-Гурвіца для поліномів з комплексними коефіцієнтами можна досліджувати стійкість системи. Частоти обертання, при яких власні оператори (6.62) звертаються в нуль, є власними частотами системи.

6.6 Амплітудні та фазові частотні характеристики

Частотні передаточні функції дорівнюють відношенням реакцій до гармонійних впливів. Для їхньої побудови представимо оператори зовнішніх

впливів (6.53) і (6.54) у вигляді комплексних чисел. Вводячи заміну $p = i\omega$, одержимо

$$\begin{aligned}
 M_{r1} &= k_1 \beta (U_{r1} + iV_{r1}), & M_{z1} &= Kk_1 (U_{z1} + iV_{z1}), \\
 M_{r2} &= K\kappa_0 \beta (U_{r2} + iV_{r2}), & M_{z2} &= -K (U_{z2} + iV_{z2}), \\
 M_{r3} &= U_{r3} + iV_{r3}, & M_{z3} &= \bar{H}Kk_2 (U_{z3} + iV_{z3});
 \end{aligned} \tag{6.65}$$

Речовинні й мнимі частини операторів впливу на радіальні (з індексами rj) і осьові (з індексами zj , $j=1,2,3$) коливання ротора мають вигляд

$$\begin{aligned}
 U_{r1} &= -c_0 \frac{\sigma}{k_1} T_2 \omega^4 - \left[c_1 \left(1 - \frac{\sigma}{k_1} \right) - c_2 \frac{\sigma}{k_1} T_2 \right] \omega^2 - c_3 \frac{\sigma}{k_1} + 1, \\
 V_{r1} &= - \left[c_0 \left(1 - \frac{\sigma}{k_1} \right) - c_1 \frac{\sigma}{k_1} T_2 \right] \omega^3 + \left[c_2 \left(1 - \frac{\sigma}{k_1} \right) - c_3 \frac{\sigma}{k_1} T_2 - K\kappa_0 \tau_2 \right] \omega; \\
 U_{r2} &= -T_2 \tau_2 \omega^2 + 1, & V_{r2} &= (T_2 + \tau_2) \omega;
 \end{aligned} \tag{6.66}$$

$$U_{r3} = c_0 T_2 \omega^4 - (c_1 + c_2 T_2) \omega^2 + c_3, \quad V_{r3} = -(c_0 + c_1 T_2) \omega^3 + (c_2 + c_3 T_2) \omega;$$

$$U_{z1} = -(a_1 + a_{20} T_2) \omega^2 + (a_4 + a_5 T_2) \omega + a_{30} - \frac{\sigma}{k_1} k_2 \bar{H} \beta,$$

$$V_{z1} = -a_1 T_2 \omega^3 + a_4 T_2 \omega^2 + \left(a_{20} + a_{30} T_2 - \frac{\sigma}{k_1} k_2 \bar{H} \beta \right) \omega - a_5;$$

(6.67)

$$U_{z_2} = a_1 T_2^2 \omega^4 - a_4 T_2^2 \omega^3 - (a_1 + 2a_{20} T_2 + a_{30} T_2^2) \omega^2 + [a_4 + (2a_5 - \bar{H} k_2 \beta) T_2] \omega + a_{30},$$

$$V_{z_2} = -(2a_1 + a_{20} T_2) T_2 \omega^3 + (2a_4 + a_5 T_2) T_2 \omega^2 + (a_{20} + 2a_{30} T_2) \omega - a_5 + \bar{H} k_2 \beta;$$

$$U_{z_3} = 1, \quad V_{z_3} = T_2 \omega.$$

Для турбулентних течій структура цих виразів знову залишається незмінною, необхідно тільки додати нижній індекс m постійним часу T_2 , τ_2 й коефіцієнтам k_1 , k_2 , κ_0 , β , a_{20} , a_{30} , c_0, \dots, c_3 . Це зауваження відноситься й до всіх наступних формул.

З першого рівняння (6.51), використовуючи вирази (6.61), (6.62) і (6.65) виразимо радіальну реакцію u_{r1} на гармонійну зміну тиску нагнітання ψ_1 :

$$(U + iV) u_{r1} e^{i(\omega t + \gamma_{r1})} = (U_{r1} + iV_{r1}) k_1 \beta \psi_{1a} e^{i\omega t},$$

звідки відповідна частотна передаточна функція

$$W_{r1}(i\omega) = \frac{u_{r1}}{\psi_{1a}} e^{i\gamma_{r1}} = A_{r1}(\omega) e^{i\gamma_{r1}(\omega)} = k_1 \beta \frac{U_{r1} + iV_{r1}}{U + iV}; \quad (6.68)$$

$A_{r1}(\omega)$, $\gamma_{r1}(\omega)$ - амплітудні й фазова частотні характеристики. Для їхнього визначення виділимо речовинну й мниму частини дробу (6.68). Помноживши чисельник і знаменник на сполучене знаменнику комплексне число, одержимо

$$W_{r1} = k_1 \beta \left(\frac{UU_{r1} + VV_{r1}}{U^2 + V^2} + i \frac{UV_{r1} - VU_{r1}}{U^2 + V^2} \right).$$

Амплітуда й фаза цього комплексного числа

$$A_{r1}(\omega) = \frac{u_{ra1}}{\psi_{1a}} = k_1 \beta \sqrt{\frac{U_{r1}^2 + V_{r1}^2}{U^2 + V^2}}, \quad \gamma_{r1}(\omega) = \arctg \frac{UV_{r1} - VU_{r1}}{UU_{r1} + VV_{r1}}. \quad (6.69)$$

Подібним чином визначаються частотні характеристики по інших зовнішніх впливах:

$$A_{r2}(\omega) = \frac{u_{ra2}}{\tau_a} = K \kappa_0 \beta \sqrt{\frac{U_{r2}^2 + V_{r2}^2}{U^2 + V^2}}, \quad \gamma_{r2}(\omega) = \arctg \frac{UV_{r2} - VU_{r2}}{UU_{r2} + VV_{r2}}, \quad (6.70)$$

$$A_{r3}(\omega) = \frac{u_{ra3}}{\Phi_a} = \sqrt{\frac{U_{r3}^2 + V_{r3}^2}{U^2 + V^2}}, \quad \gamma_{r3}(\omega) = \arctg \frac{UV_{r3} - VU_{r3}}{UU_{r3} + VV_{r3}};$$

$$A_{z1}(\omega) = \frac{u_{za1}}{\psi_{1a}} = K k_1 \sqrt{\frac{U_{z1}^2 + V_{z1}^2}{U^2 + V^2}}, \quad \gamma_{z1}(\omega) = \arctg \frac{UV_{z1} - VU_{z1}}{UU_{z1} + VV_{z1}};$$

$$A_{z2}(\omega) = \frac{u_{za2}}{\tau_a} = K \sqrt{\frac{U_{z2}^2 + V_{z2}^2}{U^2 + V^2}}, \quad \gamma_{z2}(\omega) = -\arctg \frac{UV_{z2} - VU_{z2}}{UU_{z2} + VV_{z2}}; \quad (6.71)$$

$$A_{z3}(\omega) = \frac{u_{za3}}{\Phi_a} = \bar{H} K k_2 \sqrt{\frac{U_{z3}^2 + V_{z3}^2}{U^2 + V^2}}, \quad \gamma_{z3}(\omega) = \arctg \frac{UV_{z3} - VU_{z3}}{UU_{z3} + VV_{z3}}.$$

6.7 Чисельний приклад

У якості прикладу розглянемо систему ротор - врівноважуючий пристрій багатоступінчатого відцентрового насоса з параметрами:

$$R_1 = 0,07 \text{ м}, \quad R_2 = 0,127 \text{ м}, \quad R_3 = 0,17 \text{ м}, \quad l_1 = 0,13 \text{ м}, \quad l_2 = 0,043 \text{ м},$$

$$H_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \quad H_2 = 0,6 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \quad A_n = A_0 = 0,048 \text{ м}^2, \quad \varepsilon_0 = 0,2; 0,8,$$

$$m = 120 \text{ кг}, \quad p_n = p_{10} = 2,8 \text{ МПа}, \quad p_3 = 0, \quad k = 3 \cdot 10^4 \text{ Н/м}, \quad \Delta = 0,022 \text{ м},$$

$$\zeta = 0,1, \quad c = 1,14 \cdot 10^3 \text{ Нс/м}, \quad E = 2 \cdot 10^9 \text{ Па}, \quad \mu = 10^{-3} \text{ Нс/м}^2, \quad \rho = 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

На рис. 6.11 показані статичні характеристики для двох значень початкового ексцентриситету, для ламінарного режиму течії. Постійне значення тиску в камері гідроп'яти $p_{20} = 0,122 p_{10}$, $p_{20m} = 0, \dots p_{10}$.

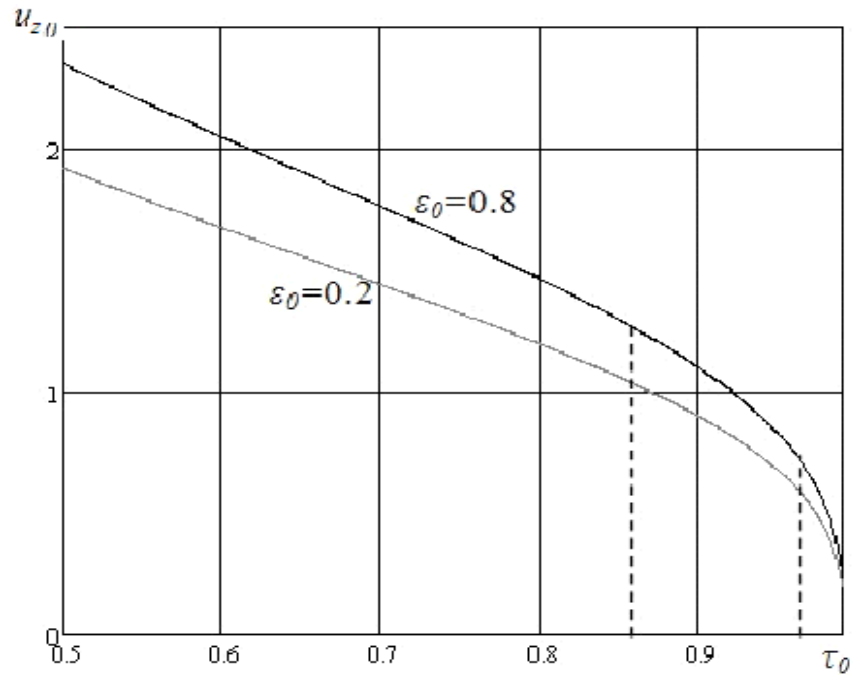
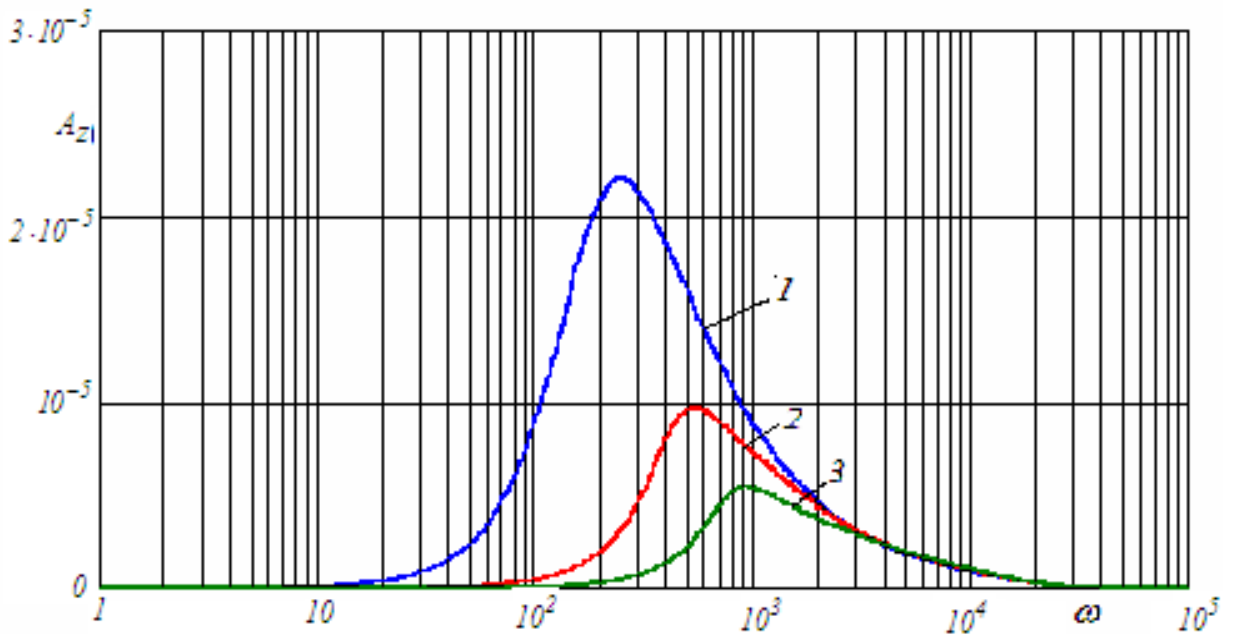
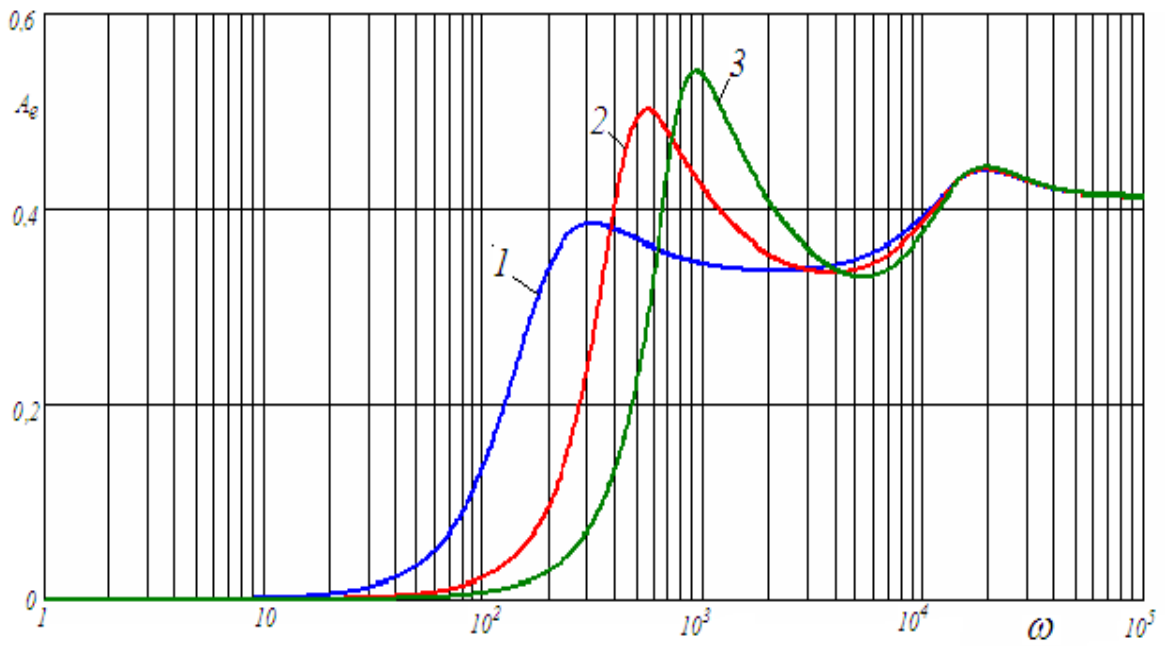


Рисунок 6.11 – Статичні характеристики: ламінарна течія, $p_{10} = 2,4 \text{ МПа}$.

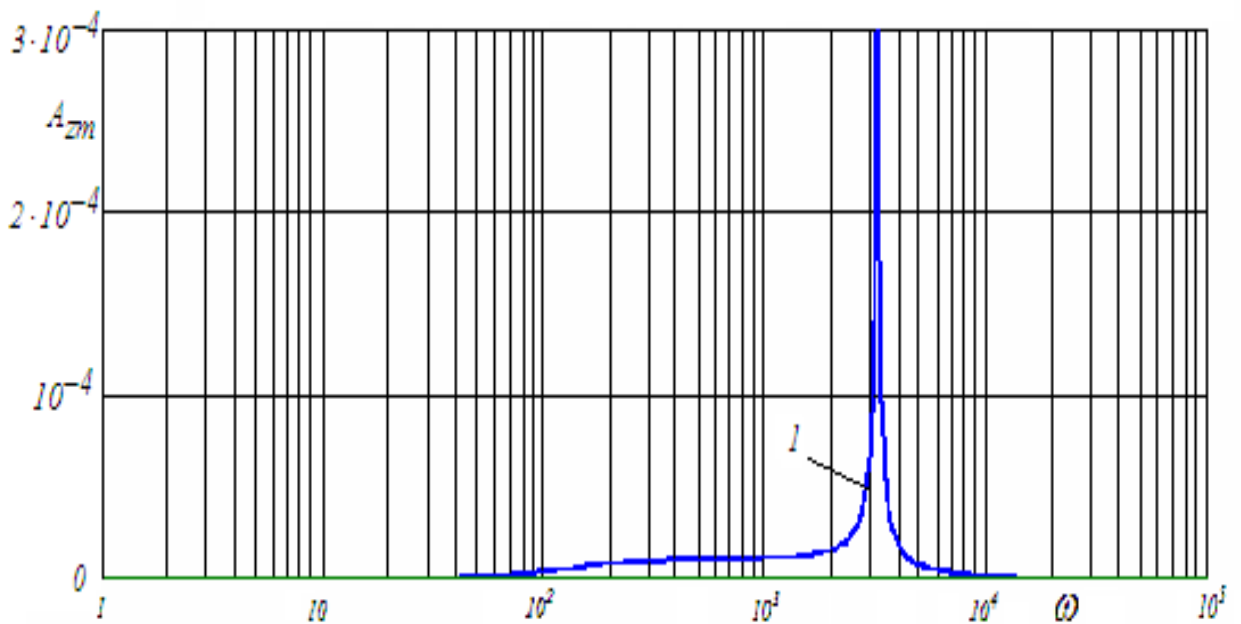


a

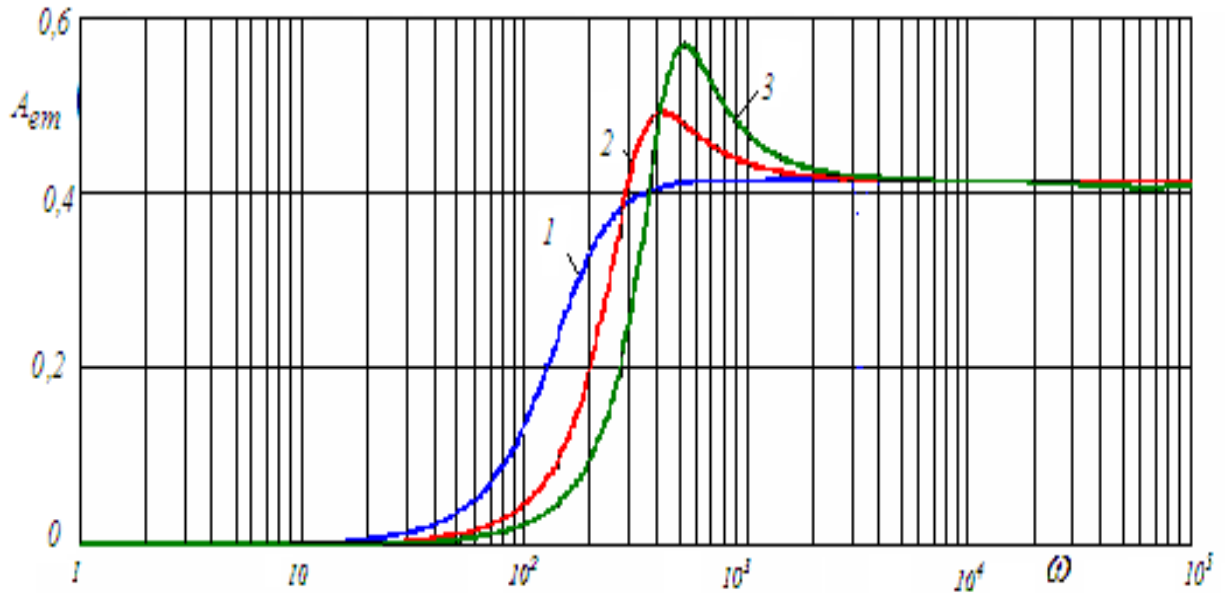


b

Рисунок 6.12 – Амплітудні частотні характеристики осьових (а) і радіальних (b) коливань при ламінарній течії в каналах



a



b

Рисунок 6.13 - Амплітудні частотні характеристики осьових (*a*) і радіальних (*b*) коливань при турбулентній течії в каналах

6.8 Висновки

Системи автоматичного врівноважування осьових сил, що діють на ротор багатоступеневого відцентрового насоса, виконують одночасно функції саморегульованого безконтактного кінцевого ущільнення і радіально-упорного важко навантаженого гідростатичного підшипника. Такі системи багато в чому визначають вібраційний стан ротора.

Осьові і радіальні гідродинамічні сили, які виникають в дроселючих зазорах врівноважувача, взаємопов'язані. У результаті система ротор-

авторозвантаження під дією радіальної статичної неврівноваженості здійснює взаємопов'язані вимушені радіально-осьові коливання.

Результати, які отримані на спрощеній моделі, можуть служити основою для подальшого уточнення розрахункової моделі, так і для більш поглибленого аналізу динаміки системи.

7 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИЙ СТЕНД ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ШПАРИННИХ І ЛАБІРИНТНИХ УЩІЛЬНЕНЬ

7.1 Основні передумови створення експериментального стенду

Для перевірки адекватності одержаних результатів і розроблених теоретичних моделей гідродинамічних процесів, які відбуваються в дросельних каналах ущільнень, необхідне проведення відповідних досліджень на спеціальних експериментальних установках. Подальший порівняльний аналіз одержаних теоретичних і експериментальних даних дає можливість ефективно удосконалювати теоретичні моделі розрахунків.

Виходячи з можливостей існуючої дослідницької бази проблемної лабораторії вібронадежності і герметичності відцентрових машин кафедри загальної механіки і динаміки машин Сумського державного університету і наявних матеріальних ресурсів, а також з метою отримання повніших результатів був створений експериментальний стенд для дослідження гідродинаміки шпаринних дроселів.

Необхідні умови для роботи установки забезпечуються спеціальною системою підготовки і підведення ущільнюваного середовища: рідини (води) або газу (повітря).

Для забезпечення ефективності експериментальних досліджень, враховуючи необхідність реєстрації швидкоплинних процесів і виходячи з можливостей сучасної електронно-обчислювальної техніки, стенд оснащений спеціально створеною універсальною автоматизованою вимірювальною системою на базі ПЕВМ. Це дозволяє автоматично реєструвати і накопичувати результати вимірювань всіх контрольованих в процесі досліджень параметрів: тиску, величини зазору, температури, частоти обертання ротора та інших, необхідних для

подальшого виконання порівняльного аналізу результатів експериментальних і теоретичних досліджень.

7.2 Конструкція і принцип дії експериментальної установки

7.2.1 Типи установок для аналізу динаміки ротора. Схема даної установки

Аналіз динаміки ротора в шпаринних ущільненнях багатьма дослідниками проводиться на експериментальній установці з симетричним двохопорним валом. Така конструкція має ряд переваг, зокрема, симетрія ротора забезпечує плоскопаралельний рух втулки ущільнення, що обертається, і відсутність у зв'язку з цим гіроскопічних моментів, а також сил і моментів, що викликані перекосом осей поверхонь ущільнення. Разом з тим, перемонтаж установки для заміни випробовуваних втулок ущільнень складний, вимагає розбирання принаймні одного опорного вузла, до якого також виставляються особливі вимоги по точності центрування і радіальному люфту. Крім того, проведення динамічних досліджень на такій установці вимагає застосування одночасно двох екземплярів ідентичних ущільнень, що ускладнює підготовку досліджуваних зразків, особливо для ущільнень з складною технологією виготовлення.

Інша можлива схема – консольний вал з диском – має значні переваги: процедура заміни роторних і статорних втулок ущільнення не вимагає демонтажу опорного вузла ротора, зразки досліджуваних ущільнень виготовляються в одиничному екземплярі. Проте при такій схемі унаслідок асиметрії ротора неминуче виникатимуть кутові коливання втулки ущільнення, що веде до появи додаткових гідродинамічних сил в шпаринному зазорі, а також до появи гіроскопічних моментів.

У роботі розглядається експериментальна установка з консольним валом для дослідження динаміки ротора в ущільненнях (рис. 7.1), яка була розроблена в проблемній лабораторії «Вібронадійності і герметичності відцентрових машин»

Сумського державного університету. На рисунку умовно показано: досліджуване шпаринне ущільнення 1; корпусна втулка 2; роторна втулка 3; вал 4; електродвигун 5; редуктор-мультиплікатор 6; корпус 7; захисна кришка 8; регулювальний вентиль 9; токовихровий датчик коливань 10; токовихровий датчик коливань 11; токовихровий датчик опорного сигналу 12; токовихровий датчик опорного сигналу 13; ексцентрична втулка 14; датчик обертів 15; зубчате колесо 16; датчик, який реєструє температуру перекачуваного середовища перед ущільненням 17; датчик, який реєструє температуру перекачуваного середовища після ущільнення 18; витратомірний бак 19; вагомірний датчик 20; електромагнітний клапан 21.

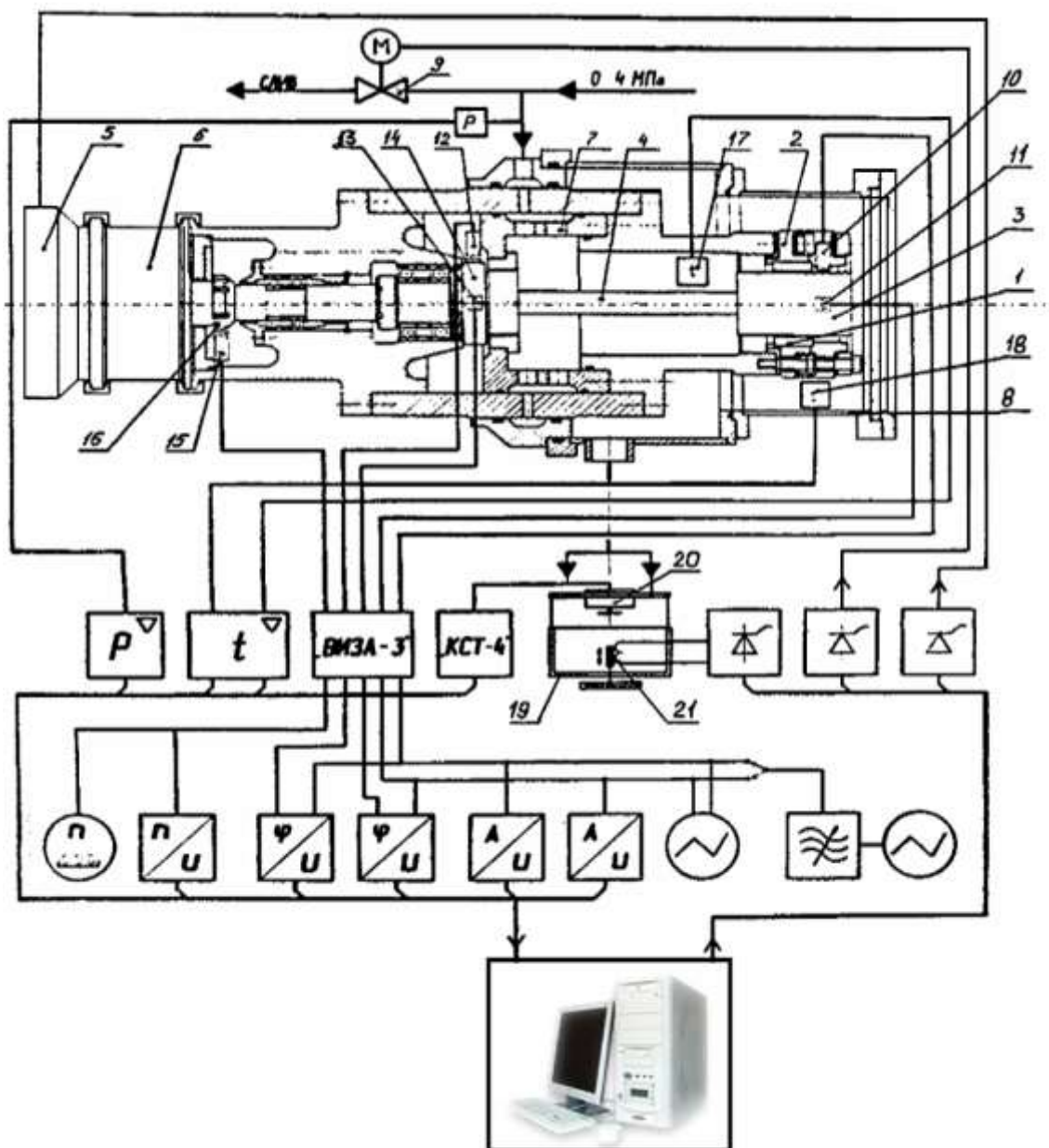


Рисунок 7.1 – Схема експериментальної установки

Експериментальна установка має наступні основні параметри:

- діаметр випробовуваного ущільнення – 70 мм;
- частота обертання ротора – 0...1600 рад/с;
- робочий тиск – 0...4 МПа;
- максимальна витрата через ущільнення - $2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$;
- робоче середовище – вода.

Під час проведення експериментів ведеться контроль за зміною наступних параметрів: тиску робочого середовища; витрат через ущільнення; частоти обертання ротора; ексцентриситету, амплітуди і фази коливань роторної втулки ущільнення.

7.2.2 Конструкція експериментальної установки

Експериментальна установка складається з випробувальної головки, яка управляється інформаційно-вимірювальною системою, системи гідравлічного забезпечення, маслосистеми і блоку живлення приводного двигуна. Центральним вузлом установки є випробувальна головка ущільнення. Схема якої приведена у верхній частині рисунка 7.2.

Пару ущільнення утворюють втулка статора 37, нерухомо закріплена в циліндрі випробувальної головки, і роторна втулка 54, закріплена гайкою на валу 41. Роторна втулка має на торцях різьбові отвори для закріплення вантажів, що дозволяють створювати штучний дисбаланс, для забезпечення зсунення центру мас ротора в межах $0 \div 150$ мкм. Консольний вал, який має вигинальну жорсткість $0.29 \cdot 10^6$ Н/м, обертається в двох опорних вузлах, що є здвоєними радіально-опорними підшипниками, які з метою виключення люфту, зібрані з осьовим натягом, що досягається шляхом підгонки дистанційних кілець. Перша власна частота ротора на повітрі складає 310 рад/с (замірне значення); друга - 1800 рад/с – лежить поза межами робочих частот обертання. Опори ротора розвантажені від осьових сил за допомогою розвантажувального поршня і лабіринтового ущільнення, які встановлені у першому підшипнику.

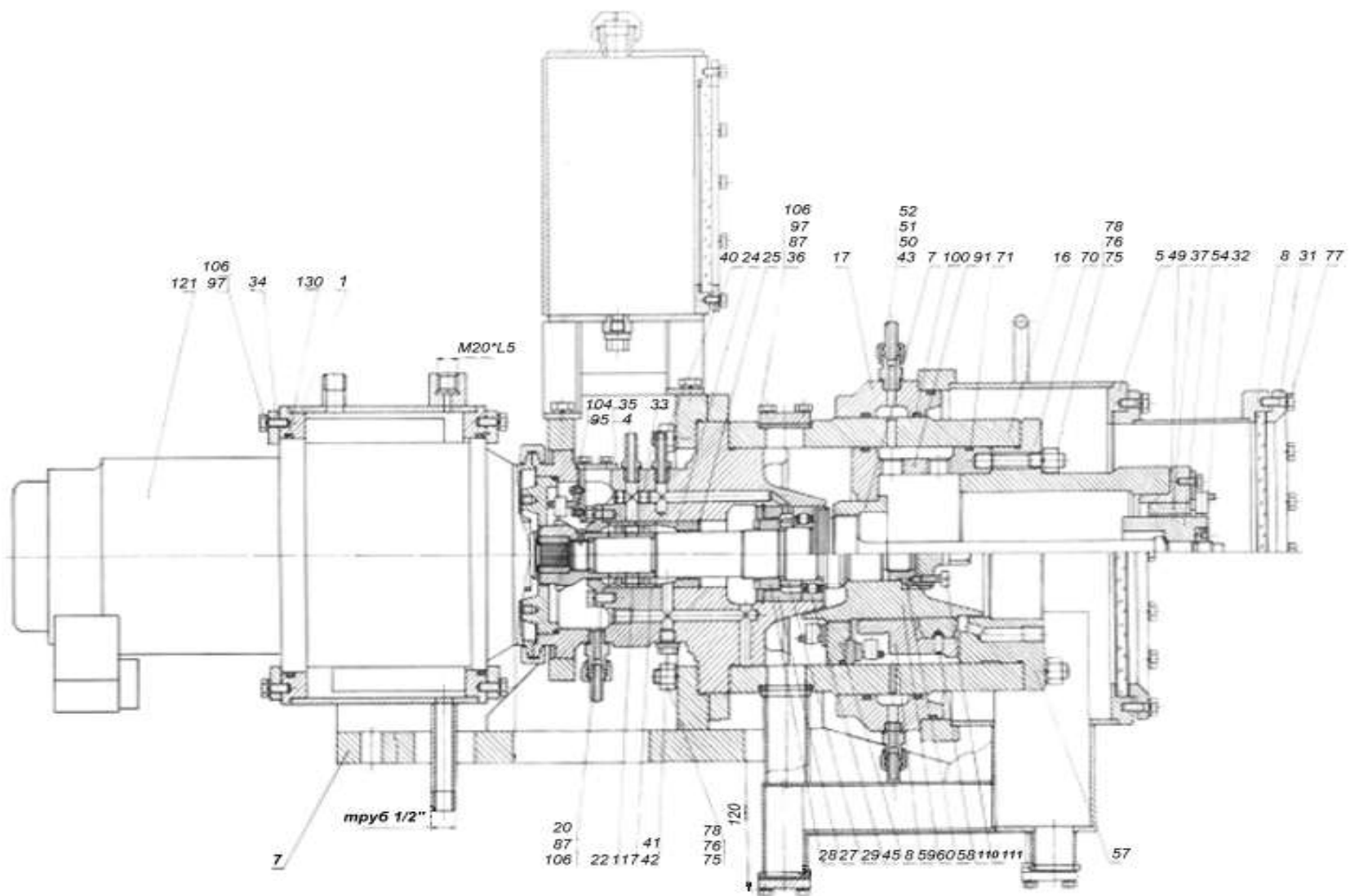


Рисунок 7.2 – Конструкція експериментальної установки

Вал приводиться в обертання електродвигуном постійного струму типа ГС-24А потужністю 16 кВт через мультиплікатор, що має передавальне співвідношення 1:3. Приводний двигун обладнаний системою водяного охолодження. Мاستило мультиплікатора і шарикопідшипників – примусове, здійснюється за допомогою циркуляційної маслосистеми. Живлення двигуна здійснюється від трісторного перетворювача частоти з системою електронного регулювання і стабілізації частоти обертання.

Для запобігання вібраціям корпусу, що знижують точність вимірювань, випробувальна головка жорстко встановлена на масивній чавунній плиті, яка знаходиться на бетонному фундаменті.

Основу гідравлічної системи стенду складає трьохплунжерний електронасосний агрегат ПТ1-10/40, що забезпечує подачу води до $2.8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ при максимальному тиску 4 МПа. Для зниження пульсацій тиску рідини застосований гаситель, виконаний у вигляді повітряного ковпака. Тиск перед ущільненням регулюється за допомогою клапана, що перепускає частину витрати робочого середовища через байпасний трубопровід.

Для вимірювання параметрів коливань використовуються перетворювачі зазор-напруження з струмовихровими датчиками переміщення. струмовихрова апаратура, що знайшла широке розповсюдження останнім часом, на відміну від ємкості, нечутлива до діелектричної проникності робочого середовища, що заповнює зазор між датчиком і ротором і має високу стабільність і широкий діапазон частот вимірюваних вібрацій. Переміщення роторної втулки 54 реєструються двома взаємно перпендикулярно розташованими датчиками. Така ж пара датчиків розташована на валу у підшипника 115, де знаходиться ексцентрикова втулка, яка задає опорний синусоїдальний сигнал, по відношенню до якого відлічується фазове зрушення коливань роторної втулки.

Ексцентриситет ротора в розточуванні статора виділяється за допомогою фільтрів нижніх частот, амплітуда і фазове зрушення коливань визначаються за

допомогою спеціальних амплітудних і фазових детекторів. Їх форму у вигляді часової розгортки і фазового портрета можна спостерігати на екрані ПЕВМ. Роздільна здатність каналів вібропереміщень складає 1 мкм по амплітуді і ексцентриситету і 10 по фазі, діапазони вимірювань відповідно ± 500 мкм і ± 1800 , частотний діапазон каналів переміщень, амплітуди і фази – 2-2000 Гц.

У каналі частоти обертання використовується струмовихровий датчик, що виробляє імпульси при обертанні муфти з шістьма прорізами-мітками. Інформація про частоту обертання ротора відображається цифровим частотоміром типа ЧЗ-33 і вводиться в ЕОМ і пристрій стабілізації через перетворювач частота-напруга.

У каналі тиску робочого середовища задіяний датчик тиску типу 2ДТ-40С. Вихідний сигнал датчика подається на АЦП через фільтр нижніх частот, що знімає вплив пульсацій на вимірювання тиску.

Принцип вимірювання витрати заснований на визначенні приросту ваги мірного бака в одиницю часу. Для цього бак підвішений на датчику вагомінного пристрою. Вторинним приладом пристрою є потенціометр КСТ-4, зв'язаний з АЦП ЕОМ. Магніт клапана мірного бака управляється ЕОМ. Від ЕОМ також управляється тиристорний блок живлення приводного двигуна, що забезпечує напругу на виході до 60 В при струмі навантаження до 300 А.

Електронно-обчислювальний комплекс установки дозволяє здійснювати наступні операції:

- вимірювання, індикацію і виведення на друк будь-якого з контрольованих параметрів;
- реєстрація залежностей витрати через ущільнення від частоти обертання ротора;
- отримання АФЧХ вимушених коливань ротора у всьому діапазоні частот обертання ротора;
- аварійний режим зупинення експериментальної установки по команді оператора або у разі неприпустимого зниження тиску води або масла, неприпустимого

підвищення амплітуди коливань ротора, перегріву приводного двигуна і мультиплікатора. Зовнішній вигляд експериментальної установки приведений на рис. 7.3.

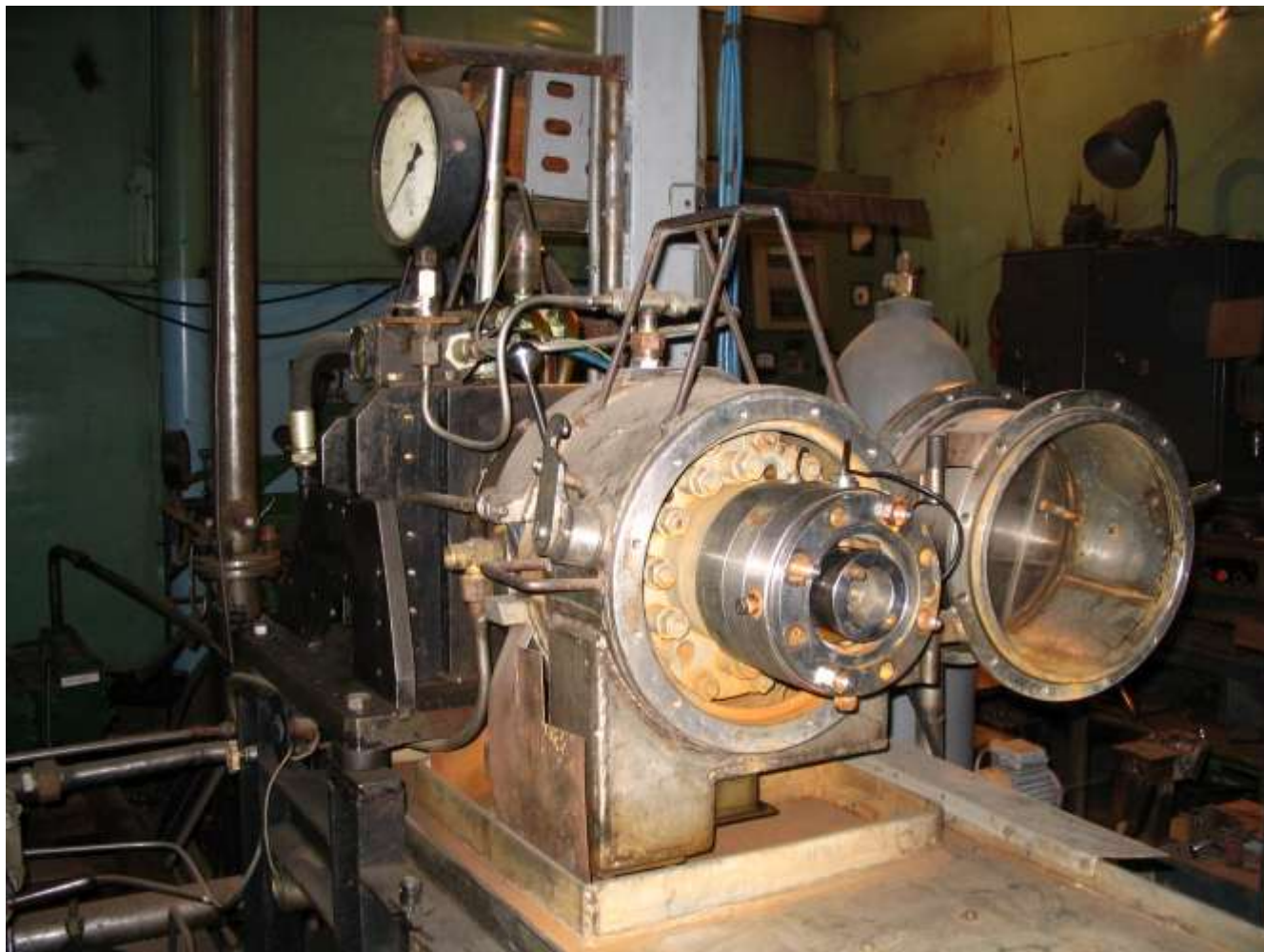


Рисунок 7.3 – Зовнішній вигляд експериментальної установки

7.3 Оцінювання динамічних параметрів ущільнень по АФЧХ вимушених коливань пружного ротора

Для оцінювання гідродинамічних параметрів ущільнень по АФЧХ вимушених коливань пружного ротора необхідно скористатися його комплексною частотною передавальною функцією.

Ротор експериментальної установки для дослідження динаміки ущільнень, може мати (у відмінності від роторів відцентрових насосів і компресорів) відносно невелику масу, і тоді неврахування приєднаних мас рідини і гіроскопічних сил приведе до помилки результатів ідентифікації, оскільки модель передавальної функції не відповідатиме реальному об'єкту. Тому необхідно ввести в математичну модель коефіцієнти приєднаних мас M і гіроскопічних сил g , навіть у тому випадку, коли задача їх оцінювання не ставиться.

Комплексну частотну передавальну функцію приймають у вигляді:

$$W(i\omega) = \frac{\bar{\alpha}_0 + \bar{\alpha}_2(i\omega)^2}{\bar{\beta}_0 + \bar{\beta}_1(i\omega) + \bar{\beta}_2(i\omega)^2 + \bar{\beta}_3(i\omega)^3},$$

$$\bar{\alpha}_0 = \alpha_{0R} + i\alpha_{0I}, \quad \sqrt{\alpha_{0R}^2 + \alpha_{0I}^2} = \frac{\eta k_0}{\xi M_{\partial i \partial i \partial a}}, \quad \text{arctg} \frac{\alpha_{0I}}{\alpha_{0R}} = \varphi_n,$$

$$\bar{\alpha}_2 = \alpha_{2R} = -1,$$

$$\bar{\beta}_0 = \beta_{0R} = \omega_0^2, \tag{7.1}$$

$$\bar{\beta}_1 = \beta_{1R} = C(1 - \gamma),$$

$$\bar{\beta}_2 = \beta_{2R} + i\beta_{2I}, \quad \beta_{2R} = a - \gamma_{g0}(a - 1), \quad \beta_{2I} = C\gamma_1$$

$$\bar{\beta}_3 = \beta_{3R} + i\beta_{3I}, \quad \beta_{3R} = C\gamma_2, \quad \beta_{3I} = \gamma_{g1}(a - 1),$$

де a – коефіцієнт інерційної сили; η – початковий прогин; ξ – ексцентриситет центру мас ротору; k_0 – вигинальна жорсткість валу; φ_n – сдвиг фаз між дисбалансом і початковим прогином; ω_0 – власна частота одномасового ротора в ущільненнях; C – коефіцієнт демпфірування; γ – коефіцієнт, який встановлює зв'язок між коефіцієнтом демпфірування і циркуляційною силою.

Система рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів має вигляд:

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & S_0 & T_1 & S_2 & -T_2 & -T_3 & -S_3 \\ 0 & \lambda_0 & -T_0 & -S_1 & T_2 & S_1 & S_3 & -T_3 \\ -S_0 & -T_0 & V_0 & 0 & -V_2 & 0 & 0 & V_3 \\ T_1 & -S_1 & 0 & V_2 & 0 & -V_3 & -V_4 & 0 \\ S_2 & T_2 & -V_2 & 0 & V_4 & 0 & 0 & -V_5 \\ -T_2 & S_2 & 0 & -V_3 & 0 & V_4 & -V_5 & 0 \\ -T_3 & S_3 & 0 & -V_4 & 0 & V_5 & V_6 & 0 \\ -S_3 & -T_3 & V_3 & 0 & -V_5 & 0 & 0 & V_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{0R} \\ \alpha_{0I} \\ \beta_{0R} \\ \beta_{1R} \\ \beta_{2R} \\ \beta_{2I} \\ \beta_{3R} \\ \beta_{3I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_2 \\ 0 \\ -S_2 \\ T_3 \\ S_4 \\ -T_4 \\ -T_5 \\ -S_5 \end{bmatrix},$$

$$\lambda_h = \sum_{k=1}^n \omega_k^h; \quad S_h = \sum_{k=1}^n f_R(\omega_k) \omega_k^h;$$

$$T_h = \sum_{k=1}^n f_I(\omega_k) \omega_k^h;$$

$$V_h = \sum_{k=1}^n \left\{ (f_R(\omega_k))^2 + (f_I(\omega_k))^2 \right\} \omega_k^h;$$

$$f_r(\omega_k) = \frac{A_k}{\xi} \cos(\varphi_k),$$

$$f_I(\omega_k) = \frac{A_k}{\xi} \sin(\varphi_k).$$

де A_k , φ_k – амплітуда коливань ротору і їх фазове зрушення відносно вектора дисбалансу, які змірювались на частоті ω_k .

Оскільки зміряна АФЧХ має неминучу похибку, яка пов'язана як з відмінностями реального об'єкту дослідження від використовуваної математичної моделі, так і з похибками вимірювань, математичний апарат ідентифікації повинен мати високу точність. Одним з шляхів досягнення цієї мети є граничне зменшення числа змінних, які ідентифікуються, шляхом їх попереднього оцінювання у всіх можливих випадках в спеціальних умовах, які забезпечують максимальну точність. Так, наприклад, параметри, що характеризують початкове прогинання валу, не залежать від типу досліджуваних ущільнень і режимів їх роботи, що дозволяє оцінити їх один раз і використати надалі як задані. Оцінювання можна провести на короткому ущільненні з відносно великим зазором і на малих

перепадах тиску (ущільнення в цьому випадку необхідне лише для нормальної роботи ротора), внаслідок чого точність експериментальних даних підвищиться, оскільки жорсткість і демпфірування такого ущільнення невисокі, а це зменшує вплив не передбачуваних математичною моделлю чинників, таких як податливість корпусу експериментальної установки, коливання ротора по другій і вищим власним формам. Крім того, зниження власної частоти ротора в даному випадку призводить до того, що діапазон зміни частот охоплює її і перекриває у декілька разів, що також підвищує точність оцінювання.

Для короткого шпаринного ущільнення властивий визначальний вплив початкового вхідного закручування потоку на середню окружну швидкість в зазорі, яка в даному випадку майже не зазнає змін по довжині. Забезпечивши за допомогою випрямляючого апарату відсутність закручування на вході, можна добитися усунення окружної частини швидкості в зазорі, що приведе до усунення циркуляційних сил і, отже, до справедливості виразів для даної моделі $\beta_{2I} \approx 0$, $\beta_{3R} \approx 0$.

Крім того, оскільки коефіцієнт приєднаних мас $M = \frac{I^3}{H_0}$, відповідним вибором довжини ущільнення можна добитися $a = \frac{M}{M_{\delta \dot{\delta} \dot{\delta} \dot{\delta}}} \approx 1$, що додатково знижує кількість невідомих коефіцієнтів, оскільки в цьому випадку $\beta_{3I} \approx 0$; $\beta_{2R} \approx 1$. Остання обставина дозволяє використовувати даний апарат ідентифікації для визначення величини початкового фазового зрушення ексцентриситету центру мас ротора шляхом наступного перетворення передавальної функції:

$$G(i\omega) = \xi e^{-i\varphi_0} W(i\omega) = z_0 e^{i(\varphi + \varphi_0)}.$$

З урахуванням перерахованих перетворень

$$G(i\omega) = z_0 e^{i(\varphi + \varphi_0)} = \frac{\bar{\alpha}_0 + \bar{\alpha}_2(i\omega)^2}{\bar{\beta}_0 + \bar{\beta}_1(i\omega) + (i\omega)^2},$$

$$\begin{aligned}
\sqrt{\alpha_{0R}^2 + \alpha_{0I}^2} &= \eta \frac{k_0}{M_{\delta i \delta i \delta \dot{a}}}, \quad \arctg \frac{\alpha_{0I}}{\alpha_{0R}} = (\varphi_n + \varphi_0), \\
\sqrt{\alpha_{2R}^2 + \alpha_{2I}^2} &= \xi, \quad \arctg \frac{\alpha_{2I}}{\alpha_{2R}} = \varphi_0, \\
\bar{\beta}_0 &= \omega_0^2, \\
\bar{\beta}_1 &= C.
\end{aligned} \tag{7.2}$$

Система рівнянь для ідентифікації невідомих коефіцієнтів матиме вигляд:

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & -\lambda_2 & 0 & -S_0 & T_1 \\ 0 & \lambda_0 & 0 & -\lambda_2 & -T_0 & -S_1 \\ -\lambda_2 & 0 & \lambda_4 & 0 & S_2 & -T_3 \\ 0 & -\lambda_2 & 0 & \lambda_4 & T_2 & S_3 \\ -S_0 & -T_0 & S_2 & T_2 & V_0 & 0 \\ T_1 & -S_0 & -T_3 & S_3 & 0 & V_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_{0R} \\ \alpha_{0I} \\ \alpha_{2R} \\ \alpha_{2I} \\ \beta_{0R} \\ \beta_{1R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_2 \\ -T_2 \\ -S_4 \\ -T_4 \\ -V_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

У якості вхідної інформації в даному випадку виступатимуть істинні заміряні значення амплітуди коливань ротора і їх фазового зрушення по відношенню до синхронізованої ротором мітки, що має щодо дисбалансу довільне фазове зрушення, що полегшує вимірювання ФЧХ коливань ротора, оскільки не вимагається точного взаємного позиціонування мітки і дисбалансу. Замість $f_I(\omega_k)$ в розрахунках у разі ідентифікації коефіцієнтів передавальної функції використовуються:

$$\begin{aligned}
\bar{f}_R &= A_k \cos(\varphi_k + \varphi_0), \\
\bar{f}_I &= A_k \sin(\varphi_k + \varphi_0).
\end{aligned}$$

Позначивши експериментально оцінені коефіцієнти $\alpha_{0R} = A$, одержимо наступну систему рівнянь для уточненої ідентифікації динамічних параметрів ущільнень:

$$\begin{bmatrix} V_0 & 0 & -V_2 & 0 & 0 & V_3 \\ 0 & V_2 & 0 & -V_3 & -V_5 & 0 \\ -V_2 & 0 & V_4 & 0 & 0 & -V_1 \\ 0 & -V_3 & 0 & V_4 & V_5 & 0 \\ 0 & -V_4 & 0 & V_5 & V_6 & 0 \\ V_3 & 0 & -V_5 & 0 & 0 & V_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_{0R} \\ \beta_{1R} \\ \beta_{2R} \\ \beta_{2I} \\ \beta_{3R} \\ \beta_{3I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_2 + A \cdot S_0 + B \cdot T_0 \\ T_3 - A \cdot T_1 + B \cdot S_1 \\ S_4 - A \cdot S_2 - B \cdot T_2 \\ -T_4 + A \cdot T_2 - B \cdot S_2 \\ -T_5 + A \cdot T_3 - B \cdot S_3 \\ -S_5 + A \cdot S_3 + B \cdot T_3 \end{bmatrix}$$

В ході експериментальних досліджень безконтактних ущільнень з метою досягнення гранично можливої точності було виконано перетворення, яке пов'язане з відомим фактом незалежності коефіцієнта приєднаних мас від перепаду тиску. Це дає можливість, провести його оцінювання на малих перепадах, при яких похибка вимірювання АФЧХ ротора нижча, а потім використовувати набуте значення як заданого при роботі на великих перепадах тиску. Тоді коефіцієнт $\beta_{2R} = M_{\delta i \delta i \delta a}$.

Для процедури оцінювання гідродинамічних параметрів ущільнень необхідно виконати наступні дії:

- 1) Оцінювання параметрів початкового прогинання і дисбалансу ротора.
- 2) Оцінювання гідродинамічних параметрів досліджуваного ущільнення при малих перепадах тиску.
- 3) Оцінювання параметрів ущільнень в решті діапазону перепадів тиску з використанням заздалегідь одержаних даних про коефіцієнт приєднаних мас.

Обчислення динамічних параметрів ущільнень по ідентифікованих коефіцієнтах передавальної функції виконується згідно з формулами 7.1, 7.2.

7.4 Висновки

Виходячи з можливостей існуючої дослідницької бази проблемної лабораторії вібронадежності і герметичності відцентрових машин кафедри загальної механіки і динаміки машин Сумського державного університету і

наявних матеріальних ресурсів, а також з метою отримання повніших результатів був створений експериментальний стенд для дослідження гідродинаміки шпаринних дроселів.

Конструкція установки у вигляді консольного валу має значні переваги: процедура зміни роторних і статорних втулок ущільнювачів не вимагає демонтажу опорного вузла ротора, зразки досліджуваних ущільнень виготовляються в одиничному екземплярі. Проте при такій схемі унаслідок асиметрії ротора неминуче виникатимуть кутові коливання втулки ущільнення, що веде до появи додаткових гідродинамічних сил в щілині, а також до появи гіроскопічних моментів.

Для забезпечення ефективності експериментальних досліджень, враховуючи необхідність реєстрації швидкоплинних процесів і виходячи з можливостей сучасної електронно-обчислювальної техніки, стенд оснащений спеціально створеною універсальною автоматизованою вимірювальною системою на базі ПЕВМ. Це дозволяє автоматично реєструвати і накопичувати результати вимірювань всіх контрольованих в процесі досліджень параметрів: тиск, величини зазору, температури, частоти обертання ротора та інших, необхідних для подальшого виконання порівняльного аналізу результатів експериментальних і теоретичних досліджень.

ВИСНОВКИ

1. Аналіз методів розрахунку гідродинамічних характеристик шпаринних ущільнень показав, що для більш надійного прогнозування вібраційного стану турбомашин та розробки принципово нових конструкцій, що забезпечують економію енергії та перекачування продуктів, а також екологічну безпеку насосного і компресорного обладнання необхідно застосування сучасних методів обчислювальної гідродинаміки та оптимізації технічних систем.

2. Проведено комп'ютерне моделювання складної просторової течії в кільцевому каналі шпаринного ущільнення-опори, лабіринтних і лункових ущільнень з циліндричною прецесією вала за допомогою програмного комплексу ANSYS CFX. За допомогою методу ідентифікації за значеннями гідродинамічних сил і моментів отримані жорсткості і демпфірування ущільнень.

3. Проведено аналіз впливу гідродинамічних характеристик ущільнень на динаміку роторів відцентрових насосів і компресорів. Значний вплив на динаміку ротора мають перехресні жорсткості та прямі і перехресні демпфірування. Їх урахування дозволяє отримувати більш точні дані по величині і амплітуді першої критичної швидкості роторів насосів і компресорів.

4. Виконано чисельний аналіз ступені компресора з лабіринтними ущільненнями, який показав, що для маловитратних компресорів дискові втрати та витрати у лабіринтних ущільненнях основного та покривного дисків є суттєвими, тому їх треба враховувати. Співставлення результатів розрахунку та експериментальних даних дало достатньо добре співпадіння. Застосування методів обчислювальної гідрогазодинаміки (CFD), реалізованих у програмному комплексі ANSYS CFX, дозволить виконувати чисельну оптимізацію проточної частини ступені компресора, форми зазора і конструкцій лабіринтних ущільнень, що, кінець кінцем, підвищить газодинамічну ефективність компресорів.

5. Для оптимізації гідродинамічних характеристик лабіринтних і лункових ущільнень використовувався програмний комплекс modeFrontier 4.1, який містить

цілий ряд методів оптимізації і планування експерименту та дозволяє використовувати у процесі оптимізації всі необхідні можливості методів обчислювальної гідрогазодинаміки.

6. Розроблено комп'ютерні програми для автоматизованого розрахунку динаміки ротора та чисельного аналізу шпаринних ущільнень-опор та виконано їх верифікацію.

7. Системи автоматичного врівноважування осьових сил, що діють на ротор багатоступеневого відцентрового насоса, виконують одночасно функції саморегульованого безконтактного кінцевого ущільнення і радіально-упорного важко навантаженого гідростатичного підшипника. Такі системи багато в чому визначають вібраційний стан ротора.

8. Видані рекомендації по розрахунку і проектуванню шпаринних і лабіринтних ущільнень з урахуванням їх впливу на динаміку ротора відцентрових машин.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Давиденко А.К., Боярко Н.Н., Кацов С.Н., Цвык Н.И., Жидкова В.И., Обозный С.Г. Совершенствование насосов типа ЦНС для систем ППД с применением встроенных опорных подшипников скольжения, работающих на перекачиваемой среде // Труды 11-й Международной научно-технической конференции "Герметичность, виброненадежность и экологическая безопасность насосного и компрессорного оборудования" - "ГЕРВИКОН-2005". - Сумы: Изд-во СумГУ. - 2005. - Т 1. - С.59 - 69.
2. Марцинковский В.А. Вычисление упругих и демпфирующих сил в щелевых уплотнениях гидромашин // Энергомашиностроение, 1961, №11, с. 25-26.
3. Марцинковский В.А. Бесконтактные уплотнения роторных машин. – М.: Машиностроение, 1980, 200 с.
4. Марцинковский В.А. Радиально – угловые колебания ротора центробежной машины в щелевых опорах-уплотнениях// Zeszyty naukowe politechniki Swietokrzyskiej. Mechanika, 54. Kielce, 1995, s.247-259.
5. Марцинковский В.А., и др. Центробежный насос. Патент №1771248 Российской Федерации на изобретение. БИ, №2, 1995.
6. Марцинковский В.А. Щелевые уплотнения: теория и практика.– Сумы: Изд-во СумГУ, 2005.– 416 с.
7. Університетська ліцензія на програмний комплекс ANSYS Academic Research CFD, 2008 р.
8. Athavale M.M., Hendricks R.C., Steinetz B.M., Numerical Simulation of Flow in a Whirling Annular Seal and Comparison With Experiments// NASA Technical Memorandum 107117.
9. Black H.F. Effects of Hydraulic Forces in Annular Pressure Seals on the Vibration of Centrifugal Pump Rotors// JMES, T.11, № 2, 1969, pp. – 206-213.

10. Brennen C.E. Hydrodynamics of pumps. Published by Concepts NREC and Oxford University, 1994.
11. Childs D.W., Rotordynamic Moment Coefficients for Finite Length Turbulent Seals// Proceedings of the IFToMM Conference, Rome, Sept. 1982, pp.– 371-378.
12. Childs D.W. Dynamic Analysis of Turbulent Annular Seal Based on Hirs' Lubrication Equation// ASME Journal of Lubrication Technology, T.105, № 3, 1983, pp.– 429-436.
13. Childs D.W. Finite-Length Solution for Rotordynamic Coefficients of Turbulent Annular Seals// ASME Journal of Lubrication Technology, T.105, № 3, 1983, pp.– 437-444.
14. Childs D.W. Finite-Length Solution for Rotordynamic Coefficients of Constant Clearance and Convergent-Tapered Annular Seals// Third International Conference on Vibration and Rotating Machinery, York, England, 1984, Sept. 10-12.
15. Childs D.W., Kim C.H. Analysis and Testing for Rotordynamic Coefficients of Turbulent Annular Seals with Different, Directionally-Homogeneous Surface-Roughness Treatment for Rotor and Stator Elements// ASME Journal of Tribology, T.107, № 3, 1985, pp. – 296-306.
16. Fritz R.J. The Effects of Annular Fluid on Vibrations of a Long Rotor, Part 1 – Theory// ASME Journal of Basic Engineering, T.92, 1970, pp.–923-929.
17. Fritz R.J. The Effects of Annular Fluid on Vibrations of a Long Rotor, Part 2 – Test// ASME Journal of Basic Engineering, T.92, 1970, pp.–930-937.
18. Iwatsobo T., Yang B.S., Ibaraki R. Static and Dynamic Characteristics of Parallel-Grooved Seals// NASA CP-2443, 1986, pp. – 99-127.
19. Kanemori Y., Iwatsobo T. Experimental Study of Dynamic Fluid Forces and Moments for a Long Annular seals// ASME Journal of Tribology, 1992, T.114, Oct., pp. – 773-778.
20. KSB product introduction. High-pressure centrifugal pump. 1852.1/7-90. 18.01.2002.

21. Morrison G.L., Johnson M.C., Thames III H.D. Comparison of the Flow Inside Whirling and Non-Whirling Smooth Annular Seals at 50% Eccentricity// International Journal of Rotating Machinery, 8(2), 2002, pp. – 141-152.
22. Nelson C.C. Rotordynamic Coefficients for Compressible Flow in Tapered Annular Seal// ASME Journal of Tribology, T.107, № 3, 1985, pp.– 318-315.
23. Nelson C.C., Nguyen D.T. Comparison of Hirs' Equation with Moody's Equation for Determining Rotordynamic Coefficients of Annular Pressure Seals// ASME Journal of Tribology, 1987, T.109, Jan., pp. - 144-148.
24. Nelson C.C., Nguyen D.T., Analysis of Eccentric Annular Incompressible Seals: Part 1 – A New Solution Using Fast Fourier Transforms for Determining Hydrodynamic Coefficients// ASME Journal of Tribology, 1988, Vol. 110, Apr., pp. – 354-360.
25. Nelson C.C., Nguyen D.T., 1988, Analysis of Eccentric Annular Incompressible Seals: Part 2 – Effects of Eccentricity on Rotordynamic Coefficients// ASME Journal of Tribology, 1985, Vol. 110, Apr., pp. – 361-366.
26. Nordmann R., Dietzen F.J., Janson W., Frei A., Florjancic S. Rotordynamic Coefficients and Leakage Flow of Parallel Grooved Seals and Smooth Seals// NASA CP-2443, 1986, pp.– 129-153.
27. San Andres L. Effect of Shaft Misalignment on the Dynamic Force Response of Annular Pressure Seals, STLE Tribology Transactions, 36, 2, 1993, pp. 173-182.
28. Staubli T., Bissig M., Numerically calculated rotor dynamic coefficients of a pump rotor side space// Int. Symp. on Stability Control of Rotating Machinery (ISCORMA), South Lake Tahoe, August 2001.
29. Frêne J., Arghira M., Constantinescu V. Combined Thin-Film and Navier–Stokes Analysis in Reynolds Number Lubrication// Tribology International, 2006, Vol. 39, pp. – 734–747.
30. San Andres L. Dynamic Force and Moment Coefficients for Short Length of Annular Seals// ASME Journal of Tribology, 1993, Vol.115, Jan., pp. - 61-69.

31. Марцинковский В.А. Щелевые уплотнения: теория и практика. – Сумы: Изд-во СумГУ, 2005. – 416 с.
32. Корчак А. Статический расчет радиально-упорных гидростатических саморегулируемых подшипников/ Корчак А, Марцинковский В.А., Чурилова В.Е. //Вісник Технологічного університету Поділля. Ч.1, т.1.Технічні науки. Хмельницький, 2003. С. 196-201.
33. Korczak A. Marcinkowski W.A. Peczkis G.: Tarcza odciążająca siłę osiową w sprężarce wirnikowej. P-365432. 2010.
34. Марцинковский В.А., Демин С.И., Гулый А.Н., Башкина А.А. Центробежный насос. Патент №1771248 Российской Федерации. БИ, №2, 1993.
35. Марцинковский В.А., Бережной И.С., Демин С.И., Башкина А.А. Опорный узел центробежного насоса. А.с. 1504371 (СССР). БИ, №2, 1989.
36. Горовой С.А. Разработка и исследование конструкций безвальных центробежных насосов / Труды 8-й международной н.-т. конф. «Насосы – 96». Том 2. Сумы, 1996, с. 232-241.
37. Корчак А., Печкис Г., Марцинковский В. Использование гидропяты в качестве затворно-уравновешивающего устройства ротора. // Вісник Сумського державного університету, №1(73), 2005. – С.68-76.
38. Korczak A. „Badania układów równoważących napór osiowy w wielostopniowych pompach odśrodkowych”. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej. Zeszyt Naukowy nr 1679, seria Energetyka nr 141, Gliwice 2005, s.161.
39. W.Marcinkowski, A.Korczak. Szczeliny tarczy odciążającej napór osiowy i ich wpływ na dynamikę zespołu wirującego pompy odśrodkowej wielostopniowej //Proc.X Int. Conf. Seals and Sealing Technology in Machines and Dewices. Wroclaw, 2004.- P.318-328.
40. W.Marcinkowski, A.Korczak, G.Peczkis. Dynamika zespołu wirującego z tarczą odciążającą pompy odśrodkowej welostopniowej. Zeszyty naukowe, Nauki techniczne, NR 13, s.245-263. Politechnika Świętokrzyska, Kielce , 2009.

41. Marcinkowski W., Kundera Cz. Teoria konstrukcji uszczelnien bezstykowych.- Kielce: Wyd-wo Politechniki Świętokrzyskiej, 2008. – 443 s.
42. Марцинковский В.А. Основы динамики роторов.- Сумы: Изд-во СумГУ, 2009. – 307 с.
43. A.Korczak, W. Marcinkowski, G.Peczki. *Wpływ szczelin uszczelniających na dynamikę zespołu wirującego pompy odśrodkowej*. Politechnika śląska. Prace naukowe, 2007, Z.18, s. 161-170.
44. Марцинковский В.А. Насосы атомных электростанций / Марцинковский В.А, Ворона П.Н. – М.: Энергоатомиздат, 1987. -256 с.

ДОДАТОК А.

Лістинг програми автоматизованого розрахунку динаміки ротора у програмному комплексі ANSYS (язик програмування Tcl/Tk)

```
destroy [.encoding convertfrom cp1251 "ДИПРОТОР"]
set k [toplevel [.encoding convertfrom cp1251 "ДИПРОТОР"]]
ans_sendcommand "finish"
  menu $k.menubar
  $k config -menu $k.menubar
  foreach men {File Help} {
    set $men [menu $k.menubar.m$men -tearoff 0]
    $k.menubar add cascade -label $men -menu $k.menubar.m$men
  }
$Help add command -label [encoding convertfrom cp1251 "Справка"] -command { \
ans_loadhelp DYNHELP
}
$Help add command -label [encoding convertfrom cp1251 "О программе"] -command { \
toplevel .z
wm title .z [encoding convertfrom cp1251 "О программе ДИПРОТОР"]
  label .z.1 -text [encoding convertfrom cp1251 " ДИПРОТОР "] -font { Helvetica 13 }
  pack .z.1 -pady 2
  label .z.2 -text [encoding convertfrom cp1251 " Версия 3.0 "] -font { Helvetica 10 }
  pack .z.2
  pack .z.3 -pady 2 -padx 10
  label .z.4 -text 2006 -font { Helvetica 11 }
  pack .z.4
  button .z.ok -text ОК -command { destroy .z}
  pack .z.ok -ipadx 7 -pady 9
}
$File add command -label [encoding convertfrom cp1251 "Открыть"] -command { \
  set types {
    {"files"          { .idb } }
  }
  set file [tk_getOpenFile -filetypes $types]
  if {$file > 0} {
    set inputfile [open "$file"]
    set name [gets $inputfile ]
    set E [gets $inputfile ]
    set Prxy [gets $inputfile ]
    set Dens [gets $inputfile ]
    set podsh [gets $inputfile ]
    set n [gets $inputfile ]
    for {set i 1} {$i < 500} {incr i} {
      set l($i) " "
    }
    for {set i 1} {$i < 500} {incr i} {
```

```

set d($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set dv($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set m($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set Ip($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set Id($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set kc(ky,$i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set kc(cy,$i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set kc(kz,$i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set kc(cz,$i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set kx($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set muft($i) 0
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set dis($i) " "
}
}
set length [gets $inputfile ]
set length [split $length ?]
set i 1
foreach entry $length {
set l($i) $entry
incr i 1
}
set diam [gets $inputfile ]
set diam [split $diam ?]
set i 1
foreach entry $diam {
set d($i) $entry
incr i 1
}
}

```

```
set diamv [gets $inputfile ]
set diamv [split $diamv ?]
set i 1
foreach entry $diamv {
set dv($i) $entry
incr i 1
}
set mass [gets $inputfile ]
set mass [split $mass ?]
set i 1
foreach entry $mass {
set m($i) $entry
incr i 1
}
set ipol [gets $inputfile ]
set ipol [split $ipol ?]
set i 1
foreach entry $ipol {
set Ip($i) $entry
incr i 1
}
set idiam [gets $inputfile ]
set idiam [split $idiam ?]
set i 1
foreach entry $idiam {
set Id($i) $entry
incr i 1
}
set ky [gets $inputfile ]
set ky [split $ky ?]
set i 1
foreach entry $ky {
set kc(ky,$i) $entry
incr i 1
}
set cy [gets $inputfile ]
set cy [split $cy ?]
set i 1
foreach entry $cy {
set kc(cy,$i) $entry
incr i 1
}
if { $podsh == 0 } {
set kz [gets $inputfile ]
set kz [split $kz ?]
set i 1
foreach entry $kz {
set kc(kz,$i) $entry
incr i 1
}
```

```
}
set cz [gets $inputfile ]
set cz [split $cz ?]
set i 1
foreach entry $cz {
set kc(cz,$i) $entry
incr i 1
}
}
set koefx [gets $inputfile ]
set koefx [split $koefx ?]
set i 1
foreach entry $koefx {
set kx($i) $entry
incr i 1
}
set sharnir [gets $inputfile ]
set sharnir [split $sharnir ?]
set i 1
foreach entry $sharnir {
set muft($i) $entry
puts $muft($i)
incr i 1
}
set uglmuft [gets $inputfile ]
set uglmuft [split $uglmuft ?]
set i 1
foreach entry $uglmuft {
set muftugl($i) $entry
incr i 1
}
}
set radmuft [gets $inputfile ]
set radmuft [split $radmuft ?]
set i 1
foreach entry $radmuft {
set muftrad($i) $entry
incr i 1
}
}
set disb [gets $inputfile ]
set disb [split $disb ?]
set i 1
foreach entry $disb {
set dis($i) $entry
incr i 1
}
}
close $inputfile
destroy $k.3
destroy $k.4
$k.1.buttons.next configure -state normal
```

```

$k.1.fright2.en configure -state normal
$k.1.podsh.skol configure -state normal
$k.1.podsh.kach configure -state normal
}
}
$File add command -label [encoding convertfrom cp1251 "Сохранить исходные данные"] -
command { \
    set types {
        {"files"           { .idb } }
    }
    set file [tk_getSaveFile -filetypes $types \
        -initialfile Untitled -defaultextension .txt]
    if {$file > 0} {
        set outfile [ open "$file" w ]
        puts $outfile $name
        puts $outfile $E
        puts $outfile $Prxy
        puts $outfile $Dens
        puts $outfile $podsh
        puts $outfile $n
        set length $l(1)?
        for {set j 2} {$j <[expr ($n + 1)]} {incr j} {
            append length $l($j)?
        }
        puts $outfile $length
        set diam $d(1)?
        for {set j 2} {$j <[expr ($n + 1)]} {incr j} {
            append diam $d($j)?
        }
        puts $outfile $diam
        set diamv $dv(1)?
        for {set j 2} {$j <[expr ($n + 1)]} {incr j} {
            append diamv $dv($j)?
        }
        puts $outfile $diamv
        set mass $m(1)?
        for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
            append mass $m($j)?
        }
        puts $outfile $mass
        set ipol $Ip(1)?
        for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
            append ipol $Ip($j)?
        }
        puts $outfile $ipol
        set idiam $Id(1)?
        for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
            append idiam $Id($j)?
        }
    }
}

```



```

    puts $outfile $diam
    set ky $kc(ky,1)?
    for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
    append ky $kc(ky,$j)?
    }
    puts $outfile $ky
    set cy $kc(cy,1)?
    for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
    append cy $kc(cy,$j)?
    }
    puts $outfile $cy
    if { $podsh == 0 } {
    set kz $kc(kz,1)?
    for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
    append kz $kc(kz,$j)?
    }
    puts $outfile $kz
    set cz $kc(cz,1)?
    for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
    append cz $kc(cz,$j)?
    }
    puts $outfile $cz

}
set koefx $kx(1)?
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append koefx $kx($j)?
}
puts $outfile $koefx
set sharnir $muft(1)?
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 1)]} {incr j} {
append sharnir $muft($j)?
}
puts $outfile $sharnir
set uglmuft $muftugl(1)?
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 1)]} {incr j} {
append uglmuft $muftugl($j)?
}
puts $outfile $uglmuft
set radmuft $muftrad(1)?
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 1)]} {incr j} {
append radmuft $muftrad($j)?
}
puts $outfile $radmuft
set disbalance $dis(1)?
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append disbalance $dis($j)?
}
puts $outfile $disbalance

```

```

close $outfile
}
}
$File add command -label [encoding convertfrom cp1251 "Сохранить db"] -command { \
toplevel .namefile
set i save
    set f [frame .namefile.$i]
    label $f.lab1 -text [encoding convertfrom cp1251 "Сохранить в db файл:"] -anchor e
    entry $f.ent -textvariable dbfile -width 20
    button $f.but -text [encoding convertfrom cp1251 "в директории:..."] -command { \
set dir [tk_chooseDirectory ]
ans_sendcommand "SAVE,$dbfile,db,$dir "
destroy .namefile
}
    pack $f.lab1 -side left
    pack $f.ent -side left -expand yes -fill x
    pack $f.but -side left
    pack $f -fill x -padx 1c -pady 3
}
$File add command -label [encoding convertfrom cp1251 "Стереть предыдущее"] -command
{ \
ans_sendcommand "finish "
ans_sendcommand "/CLEAR,NOSTART "
destroy $k.3
destroy $k.4
$k.1.buttons.next configure -state normal
$k.1.fright2.en configure -state normal
$k.1.podsh.skol configure -state normal
$k.1.podsh.kach configure -state normal
$k.1.svo.sboystva.eE configure -state normal
$k.1.svo.sboystva.emu configure -state normal
$k.1.svo.sboystva.ero configure -state normal
set sumelem 0
set sumelemf 0
}
$File add command -label [encoding convertfrom cp1251 "Сохранить исходные данные в
текстовом файле"] -command { \
    set types {
        {"Text files"          { .txt } }
    }
    set file [tk_getSaveFile -filetypes $types \
        -initialfile Untitled -defaultextension .txt]
    if {$file > 0} {
        set outfile [ open "$file" w ]
        puts $outfile "Название ротора $name"
        puts $outfile "Свойства материала"
        puts $outfile "модуль упругости,Па $E"
        puts $outfile "коэффициент Пуассона $Prxy"
        puts $outfile "плотность,кг/м^3 $Dens"
    }
}

```

```

if { $podsh==0 } {
puts $outfile "Задача решается в трехмерной постановке"
}
if { $podsh==1 } {
puts $outfile "Задача решается в двумерной постановке"
}
puts $outfile "Количество участков $n"
puts $outfile "Длины участков,мм"
set length " l(1) = $l(1) "
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 1)]} {incr j} {
append length " l($j) = $l($j) "
}
puts $outfile $length
puts $outfile "Диаметры участков,мм"
set diam " d(1) = $d(1) "
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 1)]} {incr j} {
append diam " d($j) = $d($j) "
}
puts $outfile $diam
puts $outfile "Диаметры внутренние участков,мм"
set diamv " dv(1) = $dv(1) "
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 1)]} {incr j} {
append diamv " dv($j) = $dv($j) "
}
puts $outfile $diamv
puts $outfile "Массы,кг"
set mass " m(1) = $m(1) "
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append mass " m($j) = $m($j) "
}
puts $outfile $mass
puts $outfile "Полярные моменты инерции,кг*м^2"
set ipol " Ip(1) = $Ip(1) "
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append ipol " Ip($j) = $Ip($j) "
}
puts $outfile $ipol
puts $outfile "Диаметральные моменты инерции,кг*м^2"
set idiam " Id(1) = $Id(1) "
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append idiam " Id($j) = $Id($j) "
}
puts $outfile $idiam
puts $outfile "Коэффициенты жесткости в направлении y,Н/м"
set ky " ky(1) = $kc(ky,1)"
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append ky " ky($j) = $kc(ky,$j)"
}
puts $outfile $ky

```

```

puts $outfile "Коэффициенты демпфирования в направлении y,кг/с"
set cy "cy(1) = $kc(cy,1)"
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append cy " cy($j) = $kc(cy,$j)"
}
puts $outfile $cy
if { $podsh == 0} {
puts $outfile "Коэффициенты жесткости в направлении z,Н/м"
set kz " kz(1) = $kc(kz,1)"
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append kz " kz($j) = $kc(kz,$j)"
}
puts $outfile $kz
puts $outfile "Коэффициенты демпфирования в направлении z,кг/с"
set cz "cz(1) = $kc(cz,1)"
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append cz " cz($j) = $kc(cz,$j)"
}
puts $outfile $cz
}
puts $outfile "Коэффициенты жесткости в направлении x,Н/м"
set koefx " kx(1) = $kx(1)"
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append koefx " kx($j) = $kx($j)"
}
puts $outfile $koefx
puts $outfile "Фиктивные участки:"
set sharnir "fictivnyu uchastokj=$muft(1)"
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 1)]} {incr j} {
append sharnir " fictivnyu uchastok$j=$muft($j) "
}
puts $outfile $sharnir
puts $outfile "коэф.угловой жесткости муфт,Н*м/рад"
set muftaugl " kmuftugl(1) = $muftugl(1) "
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append muftaugl " kmuftugl($j) = $muftugl($j) "
}
puts $outfile $muftaugl
puts $outfile "коэф.радиальной жесткости муфт,Н/м"
set muftarad " kmuftrad(1) = $muftrad(1) "
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append muftarad " kmuftrad($j) = $muftrad($j) "
}
puts $outfile $muftarad
puts $outfile "Дисбалансы,кг*м"
set disb " dis(1) = $dis(1) "
for {set j 2} {$j <[expr ($n + 2)]} {incr j} {
append disb " dis($j) = $dis($j) "
}
}

```

```

    puts $outfile $disb
close $outfile
}
}
$File add command -label [encoding convertfrom cp1251 "Очистить данные"] -command { \
ans_sendcommand "finish "
destroy frame $k.3
destroy frame $k.4
$k.1.buttons.next configure -state normal
$k.1.fright2.en configure -state normal
$k.1.podsh.skol configure -state normal
$k.1.podsh.kach configure -state normal
$k.1.svo.sboystva.eE configure -state normal
$k.1.svo.sboystva.emu configure -state normal
$k.1.svo.sboystva.ero configure -state normal
set name " "
set E " "
set Prxy " "
set Dens " "
set podsh 1
set n " "
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set l($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set d($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set dv($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set m($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set Ip($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set Id($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set kc(ky,$i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set kc(cy,$i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set kc(kz,$i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {

```

```

set kc(cz,$i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set kx($i) " "
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set muft($i) 0
}
for {set i 1} {$i <500} {incr i} {
set dis($i) " "
}
set nmodes " "
set startfreq " "
set endfreq " "
set nform " "
set omega " "
set g 9.81
set startfreqh " "
set endfreqh " "
set nnode " "
}
$File add command -label [encoding convertfrom cp1251 "Выход"] -command { \
destroy $k
}
frame $k.1
frame $k.1.1 -width 80 -height 40 -borderwidth 3 -relief groove -bg grey75
label $k.1.1.lname -text [encoding convertfrom cp1251 "Название "] -bg grey75 -font {
Helvetica 11 }
entry $k.1.1.ename -textvariable name -bg white -width 15
grid $k.1.1.lname -column 1 -row 1
grid $k.1.1.ename -column 2 -row 1
pack $k.1.1 -side left -ipady 10 -ipadx 2 -padx 2
frame $k.1.svo -borderwidth 3 -relief groove -bg grey75
frame $k.1.svo.fname -bg grey75
label $k.1.svo.fname.lproper -text [encoding convertfrom cp1251 "Свойства
материала"] -bg grey75 -relief flat -font { Helvetica 11 }
pack $k.1.svo.fname.lproper
pack $k.1.svo.fname -side left -ipady 4
frame $k.1.svo.sboystva -bg grey75
label $k.1.svo.sboystva.lE -text [encoding convertfrom cp1251 "модуль упругости,Па"] -bg
grey75 -font { Helvetica 11 }
entry $k.1.svo.sboystva.eE -textvariable E -bg white -width 10
grid $k.1.svo.sboystva.lE -row 1 -column 1
grid $k.1.svo.sboystva.eE -row 1 -column 2
label $k.1.svo.sboystva.lmu -text [encoding convertfrom cp1251 "коэф. Пуассона"] -bg grey75
-font { Helvetica 11 }
entry $k.1.svo.sboystva.emu -textvariable Prxy -bg white -width 10
grid $k.1.svo.sboystva.lmu -row 2 -column 1
grid $k.1.svo.sboystva.emu -row 2 -column 2

```

```

label $k.1.svo.sboystva.lro -text [encoding convertfrom cp1251 "плотность,кг/м^3"] -bg
grey75 -font { Helvetica 11 }
entry $k.1.svo.sboystva.ero -textvariable Dens -bg white -width 10
grid $k.1.svo.sboystva.lro -row 3 -column 1
grid $k.1.svo.sboystva.ero -row 3 -column 2
pack $k.1.svo.sboystva
pack $k.1.svo -side left -ipady 2 -ipadx 2 -padx 2
frame $k.1.podsh -borderwidth 3 -relief groove -bg grey75
frame $k.1.podsh.fname
label $k.1.podsh.fname.lname -text [encoding convertfrom cp1251 "Решение
задачи"] -font { Helvetica 11 } -bg grey75
pack $k.1.podsh.fname.lname
pack $k.1.podsh.fname -side left -pady 3
radiobutton $k.1.podsh.kach -variable podsh\
    -text [encoding convertfrom cp1251 "2-х мерной"] -bg grey75 -font {
Helvetica 11 } -value 1
    pack $k.1.podsh.kach -side top -pady 3
radiobutton $k.1.podsh.skol -variable podsh\
    -text [encoding convertfrom cp1251 "3-х мерной"] -bg grey75 -font {
Helvetica 11 } -value 0
    pack $k.1.podsh.skol -side top -pady 3
pack $k.1.podsh -side left -ipady 5 -ipadx 2 -padx 2
set podsh 1
frame $k.1.fright2 -width 80 -height 40 -bg grey75 -borderwidth 3 -relief groove
label $k.1.fright2.lname -text [encoding convertfrom cp1251 "количество
участков "] -font { Helvetica 11 } -bg grey75
grid $k.1.fright2.lname -column 1 -row 1
entry $k.1.fright2.en -textvariable n -bg white -width 5
grid $k.1.fright2.en -column 2 -row 1
pack $k.1.fright2 -side top -ipady 5 -ipadx 5
pack $k.1.fright2 -side left -ipadx 2 -padx 2
frame $k.1.buttons
button $k.1.buttons.next -text [encoding convertfrom cp1251 "Далее>>"] -font { Helvetica 11 }
-bg grey75 -command { \
    if {$n > 0} {
        $k.1.buttons.next configure -state disabled
        $k.1.fright2.en configure -state readonly
        $k.1.podsh.skol configure -state disabled
        $k.1.podsh.kach configure -state disabled
        for {set i 1} {$i <[expr ($n + 1)]} {incr i} {
            set nom($i) $i
        }
        frame $k.3 -borderwidth 3 -relief groove -bg grey75
        pack $k.3 -fill x -pady 1 -ipadx 5 -ipady 2 -padx 5
        PROCEDURA $k.3
        frame $k.4
        frame $k.4.left
        button $k.4.left.back -text [encoding convertfrom cp1251 "Назад"] -font { Helvetica 11 } -bg
grey75 -command { \

```

```

destroy $k.3
destroy $k.4
$k.1.buttons.next configure -state normal
$k.1.fright2.en configure -state normal
$k.1.podsh.skol configure -state normal
$k.1.podsh.kach configure -state normal
$k.1.svo.sboystva.eE configure -state normal
$k.1.svo.sboystva.emu configure -state normal
$k.1.svo.sboystva.ero configure -state normal
}
grid $k.4.left.back -column 1 -row 2 -pady 3
button $k.4.left.destroy -text [encoding convertfrom cp1251 "Удаление модели"] -font {
Helvetica 11 } -bg grey75 -command { \
destroy $k.3
destroy $k.4
$k.1.buttons.next configure -state normal
$k.1.fright2.en configure -state normal
$k.1.podsh.skol configure -state normal
$k.1.podsh.kach configure -state normal
$k.1.svo.sboystva.eE configure -state normal
$k.1.svo.sboystva.emu configure -state normal
$k.1.svo.sboystva.ero configure -state normal
ans_sendcommand "/Prep7"
ans_sendcommand "ddelete,all,all"
ans_sendcommand "edele,all,all"
ans_sendcommand "ndelete,all,all"
ans_sendcommand "rdelete,all,all"
ans_sendcommand "fdelete,all,all"
ans_sendcommand "acel,,"
ans_sendcommand "MPDE,ALL,all"
ans_sendcommand "TBDE,ALL,all"
}
grid $k.4.left.destroy -column 1 -row 3 -pady 3
$k.4.left.destroy configure -state disable
button $k.4.left.ok -text [encoding convertfrom cp1251 "Создать модель"] -font { Helvetica
11 } -bg grey75 -command { \
$k.4.left.ok configure -state disabled
$k.4.left.back configure -state disable
$k.1.svo.sboystva.eE configure -state readonly
$k.1.svo.sboystva.emu configure -state readonly
$k.1.svo.sboystva.ero configure -state readonly
for {set i 0} {$i < $n} {incr i} {
    $k.3.c.canvas.f.length$i configure -state readonly
    $k.3.c.canvas.f.ediametr$i configure -state readonly
    $k.3.c.canvas.f.ediametrv$i configure -state readonly
    $k.3.c.canvas.f.mufta$i configure -state disable
    $k.3.c.canvas.f.muftugl$i configure -state readonly
    $k.3.c.canvas.f.mufttrad$i configure -state readonly
}
}

```



```

for {set i 0} {$i < [expr ($n + 1)]} {incr i} {
    $k.3.c.canvas.f.emass$i configure -state readonly
    $k.3.c.canvas.f.eId$i configure -state readonly
    $k.3.c.canvas.f.eIp$i configure -state readonly
    $k.3.c.canvas.f.ekx$i configure -state readonly
    $k.3.c.canvas.f.eky$i configure -state readonly
    $k.3.c.canvas.f.ecy$i configure -state readonly
    if {$podsh == 0} {
        $k.3.c.canvas.f.ekz$i configure -state readonly
        $k.3.c.canvas.f.ecz$i configure -state readonly
    }
}
ans_sendcommand "/ESHAPE,0.0"
set d2(1) [expr ($d(1)*0.001)]
if {$dv(1) > 0} {
    set dv2(1) [expr ($dv(1)*0.001)]
} else {
    set dv2(1) 0
}
set dd(1) $d2(1)
set ddv(1) $dv2(1)
for {set i 2} {$i < [expr ($n + 1)]} {incr i} {
    set d2($i) [expr ($d($i)*0.001)]
    if {$dv($i)>0} {
        set dv2($i) [expr ($dv($i)*0.001)]
    } else {
        set dv2($i) 0
    }
}
set ndtype 1
set d(ntype,1) 1
for {set i 2} {$i < [expr ($n + 1)]} {incr i} {
    set d(ntype,$i) 0
    for {set ii 1} {$ii < [expr ($ndtype + 1)]} {incr ii} {
        if { ($d2($i) == $dd($ii)) && ($dv2($i) == $ddv($ii)) && ($muft($i)<1)} {
            set d(ntype,$i) $ii
        }
    }
    if {($d(ntype,$i) == 0) } {
        incr ndtype
    }
    if {$muft($i)<1} {
        set dd($ndtype) $d2($i)
        set ddv($ndtype) $dv2($i)
        set d(ntype,$i) $ndtype
    } else {
        set dd($ndtype) 0
        set ddv($ndtype) 0
    }
}
}

```

```

}
ans_sendcommand "/Prep7"
ans_sendcommand "ET,1,BEAM4"
ans_sendcommand "KEYOPT,1,6,1"
ans_sendcommand "MP,EX,1,$E"
ans_sendcommand "MP,PRXY,1,$Prxy"
ans_sendcommand "MP,DENS,1,$Dens"
set muft(0) 0
for {set i 1} {$i < [expr ($ndtype + 1)]} {incr i} {
if {$dd($i)>0} {
set r($i) [expr ( $dd($i) * 0.5 )]
set rv($i) [expr ( $ddv($i) * 0.5 )]
set RC(area,$i) [expr (3.14159265358979 * ( $r($i) * $r($i) - $rv($i) * $rv($i) ) )]
set RC(moment,$i) [expr (3.14159265358979 * 0.25 * ( $r($i) * $r($i) * $r($i) * $r($i)- $rv($i)-
* $rv($i) * $rv($i) * $rv($i) ) )]
ans_sendcommand "R,$i,$RC(area,$i),$RC(moment,$i),$RC(moment,$i), [expr ( $dd($i)-
$ddv($i))],[expr ( $dd($i)- $ddv($i))]"
if {$rv($i) > 0} {
ans_sendcommand "SECTYPE,$i, BEAM, CTUBE, B$i,0"
ans_sendcommand "SECOFFSET, CENT "
ans_sendcommand "SECDATA,$rv($i),$r($i),30,0,0,0,0,0,0,0,0 "
} else {
ans_sendcommand "SECTYPE,$i, BEAM, CSOLID, B$i,0"
ans_sendcommand "SECOFFSET, CENT "
ans_sendcommand "SECDATA,$r($i),30,0,0,0,0,0,0,0,0 "
}
}
}
}
set dmax $dd(1)
for {set i 2} {$i < [expr ($ndtype + 1)]} {incr i} {
if {$dmax < $dd($i)} {
set dmax $dd($i)
}
}
for {set i 1} {$i < [expr ($n + 1)]} {incr i} {
set l2($i) [expr ($l($i)*0.001)]
}
set muf 0
for {set i 1} {$i < [expr ($n + 1)]} {incr i} {
if {$muft($i)>0} {
incr muf
set mufta(nuzl,$muf) $i
}
}
if {$muf>0} {
ans_sendcommand "ET,4,COMBIN40 "
ans_sendcommand "R,900,1e20"
ans_sendcommand "ET,5,COMBIN40 "
ans_sendcommand "KEYOPT,5,3,2"
}

```

```

ans_sendcommand "ET,6,COMBIN40 "
ans_sendcommand "KEYOPT,6,3,3"
ans_sendcommand "ET,7,COMBIN40 "
ans_sendcommand "KEYOPT,7,3,5"
ans_sendcommand "ET,8,COMBIN40 "
ans_sendcommand "KEYOPT,8,3,6"
}
set l2(0) 0
set x(0) 0
set vv 1
for {set i 1} {$i < [expr ($n +2)]} {incr i} {
set j [expr ($i - 1)]
set x($i) [expr ($x($j) + $l2($j))]
ans_sendcommand "n,$i,$x($i),0,0"
if {$i > 1} {
if {$muft($j)<1} {
ans_sendcommand "TYPE,1"
ans_sendcommand "MAT,1"
ans_sendcommand "REAL,$d(ntype,$j) "
ans_sendcommand "ESYS, 0"
ans_sendcommand "SECNUM,$d(ntype,$j) "
ans_sendcommand "TSHAP,LINE"
ans_sendcommand "E,$j,$i"
}
if {$muft($j)==1} {
ans_sendcommand "TYPE,4"
ans_sendcommand "REAL,900 "
ans_sendcommand "E,$j,$i"
if {$mufttrad($j)>0} {
ans_sendcommand "R,[expr (900+$vv)],$mufttrad($j)"
ans_sendcommand "TYPE,5"
ans_sendcommand "REAL,[expr (900+$vv)] "
ans_sendcommand "E,$j,$i"
ans_sendcommand "TYPE,6"
ans_sendcommand "REAL,[expr (900+$vv)] "
ans_sendcommand "E,$j,$i"
}
incr vv
} else {
ans_sendcommand "TYPE,5"
ans_sendcommand "REAL,900 "
ans_sendcommand "E,$j,$i"
ans_sendcommand "TYPE,6"
ans_sendcommand "REAL,900 "
ans_sendcommand "E,$j,$i"
}
ans_sendcommand "TYPE,7"
ans_sendcommand "R,[expr (900+$vv)],$muftugl($j)"
ans_sendcommand "REAL,[expr (900+$vv)] "
ans_sendcommand "E,$j,$i"
}

```

```

ans_sendcommand "TYPE,8"
ans_sendcommand "REAL,[expr (900+$vv)] "
ans_sendcommand "E,$j,$i"
incr vv
}
}
}
set lmax $x([expr ($n+1) ])
puts $x([expr ($n+1) ])
set 2d [expr (0.015*$lmax/$dmax)]
set nm 0
ans_sendcommand "ET,2,MASS21 "
for {set i 1} {$i < [expr ($n + 2)]} {incr i} {
  if {$m($i) > 0} {
    incr nm
    set m(nuzl,$nm) $i
    set m(mass,$nm) $m($i)
    set m(Ip,$nm) $Ip($i)
    set m(Id,$nm) $Id($i)
  }
}
set nRC $ndtype
if {$nm > 0} {
  ans_sendcommand "ET,2,MASS21"
  set nRC [expr ($ndtype + 1)]
  set RC($nRC) $m(mass,1)
  set RCp($nRC) $m(Ip,1)
  set RCd($nRC) $m(Id,1)
  ans_sendcommand "R,$nRC,$RC($nRC), $RC($nRC),$RC($nRC) ,,$RCp($nRC)
,$RCd($nRC) ,,$RCd($nRC) ,"
  for {set i 1} {$i < [expr ($nm + 1)]} {incr i} {
    set m(nRC,$i) 0
    for {set ii [expr ($ndtype + 1)]} {$ii < [expr ($nRC + 1)]} {incr ii} {
      if {$m(mass,$i) == $RC($ii)} {
        set m(nRC,$i) $ii
      }
    }
    if {$m(nRC,$i) == 0} {
      incr nRC
      set RC($nRC) $m(mass,$i)
      set RCp($nRC) $m(Ip,$i)
      set RCd($nRC) $m(Id,$i)
      set m(nRC,$i) $nRC
      ans_sendcommand "R,$nRC,$RC($nRC), $RC($nRC),$RC($nRC) ,,$RCp($nRC)
,$RCd($nRC) ,,$RCd($nRC),"
    }
  }
  ans_sendcommand "TYPE, 2"
  ans_sendcommand "MAT, "
  ans_sendcommand "REAL, $m(nRC,$i)"
}

```

```

ans_sendcommand "ESYS, 0"
ans_sendcommand "SECNUM, "
ans_sendcommand "TSHAP,LINE"
ans_sendcommand "E,$m(nuzl,$i) "
}
}
if { $podsh == 0 } {
set nc 0
set uzl [expr ($n+1)]
for {set i 1} {$i < [expr ($n+2)]} {incr i} {
if {($kc(cy,$i) > 0) || ($kc(ky,$i) > 0) || ($kc(cz,$i) > 0) || ($kc(kz,$i) > 0)} {
incr nc
set c(nuzl,$nc) $i
set c(cy,$nc) $kc(cy,$i)
set c(ky,$nc) $kc(ky,$i)
set c(cz,$nc) $kc(cz,$i)
set c(kz,$nc) $kc(kz,$i)
incr uzl 1
set c(nuzly,$nc) $uzl
ans_sendcommand "n,$uzl,$x($i),$2d,0"
incr uzl 1
set c(nuzlz,$nc) $uzl
ans_sendcommand "n,$uzl,$x($i),0,$2d"
}
}
if {$nc > 0} {
incr nRC
set N $nRC
set RC(c,$nRC) $c(cy,1)
set RC(k,$nRC) $c(ky,1)
ans_sendcommand "R,$nRC,$RC(k,$nRC),$RC(c,$nRC), , , , "
ans_sendcommand "ET,3,COMBIN14"
ans_sendcommand "TYPE, 3"
ans_sendcommand "MAT, " 1
ans_sendcommand "ESYS, 0 "
ans_sendcommand "SECNUM, , "
ans_sendcommand "TSHAP,LINE"

for {set i 1} {$i < [expr ($nc + 1)]} {incr i} {
set c(nRCy,$i) 0
set c(nRCz,$i) 0
for {set ii $N} {$ii < [expr ($nRC + 1)]} {incr ii 1} {
if {$RC(c,$ii) == $c(cy,$i)} {
if {$RC(k,$ii) == $c(ky,$i)} {
set c(nRCy,$i) $ii
}
}
if {$RC(c,$ii) == $c(cz,$i)} {
if {$RC(k,$ii) == $c(kz,$i)} {

```

```

        set c(nRCz,$i) $ii
    }
}
}
if { $c(nRCy,$i) == 0 } {
incr nRC 1
set c(nRCy,$i) $nRC
set RC(c,$nRC) $c(cy,$i)
set RC(k,$nRC) $c(ky,$i)
ans_sendcommand "R,$c(nRCy,$i),$RC(k,$nRC),$RC(c,$nRC), , , , "
}
ans_sendcommand "REAL,$c(nRCy,$i) "
ans_sendcommand "E,$c(nuzl,$i),$c(nuzly,$i) "
for {set ii $N} {$ii < [expr ($nRC + 1)]} {incr ii 1} {
    if { $RC(c,$ii) == $c(cz,$i) } {
        if { $RC(k,$ii) == $c(kz,$i) } {
            set c(nRCz,$i) $ii
        }
    }
}
if { $c(nRCz,$i) == 0 } {
incr nRC 1
set c(nRCz,$i) $nRC
set RC(c,$nRC) $c(cz,$i)
set RC(k,$nRC) $c(kz,$i)
ans_sendcommand "R,$c(nRCz,$i),$RC(k,$nRC),$RC(c,$nRC), , , , "
}
ans_sendcommand "REAL,$c(nRCz,$i) "
ans_sendcommand "E,$c(nuzl,$i),$c(nuzlz,$i) "
}
}
for {set i [expr ($n + 2)]} {$i < [expr ($uzl + 1)]} {incr i} {
ans_sendcommand "D,$i,All,0 "
}
} else {
ans_sendcommand "D,all, , , , ,UZ, , , , "
ans_sendcommand "D,all, , , , ,ROTY, , , , , "
set nc 0
set uzl [expr ($n+1)]
for {set i 1} {$i < [expr ($n+2)]} {incr i} {
    if { ($kc(cy,$i) > 0) || ($kc(ky,$i) > 0) } {
        incr nc
        set c(nuzl,$nc) $i
        set c(cy,$nc) $kc(cy,$i)
        set c(ky,$nc) $kc(ky,$i)
    }
    incr uzl 1
    set c(nuzly,$nc) $uzl
}
}
}
}

```

```

if {$nc > 0} {
incr nRC
set N $nRC
set RC(k,$nRC) $c(ky,1)
set RC(c,$nRC) $c(cy,1)
ans_sendcommand "R,$nRC,$RC(k,$nRC),$RC(c,$nRC), , , , "
ans_sendcommand "ET,3,COMBIN14"
ans_sendcommand "TYPE, 3"
ans_sendcommand "MAT, " 1
ans_sendcommand "ESYS, 0 "
ans_sendcommand "SECNUM, , "
ans_sendcommand "TSHAP,LINE"
for {set i 1} {$i < [expr ($nc + 1)]} {incr i} {
set c(nRCy,$i) 0
for {set ii $N} {$ii < [expr ($nRC + 1)]} {incr ii 1} {
if {$RC(c,$ii) == $c(cy,$i)} {
if {$RC(k,$ii) == $c(ky,$i)} {
set c(nRCy,$i) $ii
}
}
}
}
if {$c(nRCy,$i) == 0} {
incr nRC 1
set c(nRCy,$i) $nRC
set RC(c,$nRC) $c(cy,$i)
set RC(k,$nRC) $c(ky,$i)
ans_sendcommand "R,$c(nRCy,$i),$RC(k,$nRC),$RC(c,$nRC), , , , "
}
ans_sendcommand "REAL,$c(nRCy,$i) "
ans_sendcommand "E,$c(nuzl,$i),$c(nuzly,$i) "
}
for {set i [expr ($n + 2)]} {$i < [expr ($suzl + 1)]} {incr i} {
ans_sendcommand "D,$i,All,0 "
}
}
set uzlx [expr ($suzl+1)]
set nck 0
for {set i 1} {$i < [expr ($n+2)]} {incr i} {
if {($kx($i) > 0)} {
incr nck
set kx(nuzl,$nck) $i
set kx2($nck) $kx($i)
incr uzl 1
set kx(nuzlx,$nck) $suzl
ans_sendcommand "n,$suzl,[expr ($x($i) + 0.1*$2d)],,0"
}
}
}
if {$nck > 0} {

```

```

incr nRC
set N $nRC
set RC(kx,$nRC) $kx2(1)
ans_sendcommand "nrc1=$nRC "
ans_sendcommand "R,$nRC,$RC(kx,$nRC),, , , ,,"
for {set i 1} {$i < [expr ($nck + 1)]} {incr i} {
    set kx(nRC,$i) 0
    for {set ii $N} {$ii < [expr ($nRC + 1)]} {incr ii 1} {
        if {$RC(kx,$ii) == $kx2($i)} {
            set kx(nRC,$i) $ii
        }
    }
    if {$kx(nRC,$i) == 0} {
        incr nRC 1
        set kx(nRC,$i) $nRC
        set RC(kx,$nRC) $kx2($i)
        ans_sendcommand "R,$kx(nRC,$i),$RC(kx,$nRC),, , , ,,"
    }
ans_sendcommand "REAL,$kx(nRC,$i) "
ans_sendcommand "E,$kx(nuzl,$i),$kx(nuzlx,$i) "
}
}
for {set i $uzlx} {$i < [expr ($uzl + 1)]} {incr i} {
ans_sendcommand "D,$i,All,0 "
}
ans_sendcommand "E PLOT "
if {$podsh == 0} {
ans_sendcommand "/VIEW,1,1,1,1 "
ans_sendcommand "/ANG,1 "
ans_sendcommand "/REP,FAST "
ans_sendcommand "FINISH "
} else {
ans_sendcommand "/VIEW,1,,1 "
ans_sendcommand "/ANG,1 "
ans_sendcommand "/REP,FAST "
}
$k4.left.destroy configure -state normal
$k4.left.shema configure -state normal
# $k4.left.saveshema configure -state
$k4.modan.1.solve config -state normal
$k4.harmonic.2.solve config -state normal
ans_sendcommand "*get,sumelem,elem,0,num,max"
set sumelem [ans_getvalue PARM,sumelem,VALUE]
set sumelemf 0
}
grid $k4.left.ok -column 1 -row 1 -pady 3
set shema 0
button $k4.left.shema -text [encoding convertfrom cp1251 "Схема порота"] -state disable -font
{ Helvetica 11 } -bg grey75 -command { \

```



```

set shema 1
ans_sendcommand "/PREP7 "
ans_sendcommand "ET,800,LINK180"
ans_sendcommand "R,800, 0.001, , "
ans_sendcommand "MP,EX,800,, "
ans_sendcommand "MP,PRXY,800,, "
ans_sendcommand "MP,DENS,800,, "
ans_sendcommand "TYPE, 800 "
ans_sendcommand "MAT, 800"
ans_sendcommand "REAL, 800 "
ans_sendcommand "ESYS, 0"
ans_sendcommand "SECNUM, , "
ans_sendcommand "TSHAP,LINE "
for {set i 1} {$i < [expr ($nm + 1)]} {incr i} {
ans_sendcommand "TYPE, 800 "
ans_sendcommand "N,[expr (800+$i)],$x($m(nuzl,$i)),[expr ($2d)]"
ans_sendcommand "E,[expr (800+$i)],$m(nuzl,$i), "
ans_sendcommand "TYPE, 2 "
ans_sendcommand "E,[expr (800 + $i)]"
}
ans_sendcommand "EPLOT "
ans_sendcommand "/PBC,ALL, ,0"
ans_sendcommand "/ESHAPE,1.0 "
ans_sendcommand "/REPLOT "
ans_sendcommand "/AUTO,1 "
ans_sendcommand "/VIEW,1,,1 "
ans_sendcommand "/ANG,1 "
ans_sendcommand "/REP,FAST "
$k.4.left.saveshema configure -state normal
$k.4.modan.3.form configure -state disable
$k.4.modan.2.krit configure -state disable
$k.4.modan.3.saveform configure -state disable
$k.4.harmonic.3.saveachh configure -state disable
if {$sumelemf == 0} {
set sumelemf [expr ($sumelem + 2*$nm)]
} else {
set sumelemf [expr ($sumelemf + 2*$nm)]
}
puts $sumelemf
}
grid $k.4.left.shema -column 1 -row 4 -pady 3
button $k.4.left.saveshema -text [encoding convertfrom cp1251 "Сохранить изображение
в папке..." ] -font { Helvetica 11 } -bg grey75 -state disabled -command { \
set dir [tk_chooseDirectory ]
ans_sendcommand " ~eui,'package require ansys' "
ans_sendcommand " ~eui,'ansys::report::setdirectory $dir ' "
ans_sendcommand " ~eui,'ansys::report::imagecapture 555 ' "
ans_sendcommand " ~eui,'ansys::report::finished' "
}

```

```

grid $k.4.left.savesHEMA -column 1 -row 5 -pady 3
pack $k.4.left -side left -padx 2 -fill y
frame $k.4.modan -bg grey75 -borderwidth 3 -relief groove
label $k.4.modan.name -text [encoding convertfrom cp1251 "Модальный анализ"] -font {
Helvetica 11} -bg grey75
pack $k.4.modan.name -side top -fill x -pady 6
frame $k.4.modan.1 -bg grey75
frame $k.4.modan.1.1 -bg grey75
label $k.4.modan.1.1.lnumber -text [encoding convertfrom cp1251 "количество мод"] -font {
Helvetica 11} -bg grey75
pack $k.4.modan.1.1.lnumber -side top
entry $k.4.modan.1.1.enunder -textvariable nmoder -width 2
pack $k.4.modan.1.1.enunder -side top
pack $k.4.modan.1.1 -pady 3
frame $k.4.modan.1.freq -bg grey75
label $k.4.modan.1.freq.interval -text [encoding convertfrom cp1251 "интервал частот,Гц"] -
font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $k.4.modan.1.freq.interval -side top
frame $k.4.modan.1.freq.1
entry $k.4.modan.1.freq.1.start -textvariable startfreq -width 4
entry $k.4.modan.1.freq.1.end -textvariable endfreq -width 4
pack $k.4.modan.1.freq.1.start -side left
pack $k.4.modan.1.freq.1.end -side left
pack $k.4.modan.1.freq.1 -side top
pack $k.4.modan.1.freq -side top -pady 3
button $k.4.modan.1.solve -text [encoding convertfrom cp1251 "Решить"] -font { Helvetica
11} -bg grey75 -state disabled -command { \
$k.4.left.savesHEMA configure -state disable
$k.4.harmonic.3.achh configure -state disable
$k.4.harmonic.3.saveachh configure -state disable
if { $shema > 0 } {
ans_sendcommand "/prep7"
for {set i [expr ($sumelem + 1)]} {$i < [expr ($sumelemf + 1)]} {incr i} {
ans_sendcommand "edele,$i"
}
for {set i 801} {$i < [expr ($nm + 800 + 1)]} {incr i} {
ans_sendcommand "ndelet,$i"
}
ans_sendcommand "rdelet,800"
ans_sendcommand "MPDE,all,800"
ans_sendcommand "TBDE,all,800"
set shema 0
}
if { $nmoder > 0 } {
$k.4.modan.2.krit config -state normal
$k.4.modan.3.form config -state normal
ans_sendcommand "FINISH "
ans_sendcommand "/SOL"
ans_sendcommand "ANTYPE,2"
}
}

```

```

ans_sendcommand "MSAVE,0 "
ans_sendcommand "MODOPT,LANB,$nmodes"
ans_sendcommand "EQSLV,SPAR "
ans_sendcommand "MXPAND,$nmodes, , ,0 "
ans_sendcommand "LUMPM,0 "
ans_sendcommand "PSTRES,0"
ans_sendcommand "MODOPT,LANB,$nmodes,$startfreq,$sendfreq, ,OFF "
ans_sendcommand "SOLVE "
ans_sendcommand "FINISH "
}
}
pack $k.4.modan.1.solve -side top -pady 8
pack $k.4.modan.1 -side left
frame $k.4.modan.2 -bg grey75
button $k.4.modan.2.krit -text [encoding convertfrom cp1251 "Критические
скорости"] -font { Helvetica 11} -bg grey75 -state disabled -command { \
ans_sendcommand "FINISH "
ans_sendcommand "/post1 "
ans_sendcommand "set,list "
}
pack $k.4.modan.2.krit -side top -pady 4
frame $k.4.modan.2.nform -bg grey75
label $k.4.modan.2.nform.lnform -text [encoding convertfrom cp1251 "номер формы"] -font {
Helvetica 11} -bg grey75
pack $k.4.modan.2.nform.lnform -side top
entry $k.4.modan.2.nform.enform -textvariable nform -bg white -width 2
pack $k.4.modan.2.nform.enform -side top
pack $k.4.modan.2.nform -side top -pady 5
frame $k.4.modan.2.direction -bg grey75
label $k.4.modan.2.direction.ldirection -text [encoding convertfrom cp1251 "вид"] -font {
Helvetica 11} -bg grey75
pack $k.4.modan.2.direction.ldirection -side top
frame $k.4.modan.2.direction.1
radiobutton $k.4.modan.2.direction.1.y -variable view\
-text [encoding convertfrom cp1251 "xy"] -bg grey75 -font { Helvetica 11}
-value 0
pack $k.4.modan.2.direction.1.y -side left
radiobutton $k.4.modan.2.direction.1.z -variable view\
-text [encoding convertfrom cp1251 "xz"] -bg grey75 -font { Helvetica 11}
-value 1
pack $k.4.modan.2.direction.1.z -side left
radiobutton $k.4.modan.2.direction.1.izo -variable view\
-text [encoding convertfrom cp1251 "izo"] -bg grey75 -font { Helvetica 11}
-value 2
pack $k.4.modan.2.direction.1.izo -side left
pack $k.4.modan.2.direction.1 -side top
pack $k.4.modan.2.direction -side top -pady 3
set view 0
if { $podsh==1} {

```

```

set view 0
$k.4.modan.2.direction.1.z configure -state disable
$k.4.modan.2.direction.1.izo configure -state disable
}
if { $podsh==0 } {
set view 2
$k.4.modan.2.direction.1.z configure -state normal
$k.4.modan.2.direction.1.izo configure -state normal
}
pack $k.4.modan.2 -side left -fill y -padx 1
frame $k.4.modan.3 -bg grey75
frame $k.4.modan.3.direction
frame $k.4.modan.3.direction.1 -bg grey75
radiobutton $k.4.modan.3.direction.1.ob -variable volume\
    -text [encoding convertfrom cp1251 "объёмная "] -bg grey75 -font {
Helvetica 11} -value 0
    pack $k.4.modan.3.direction.1.ob -side top
    radiobutton $k.4.modan.3.direction.1.pl -variable volume\
        -text [encoding convertfrom cp1251 "плоская "] -bg grey75 -font {
Helvetica 11} -value 1
        pack $k.4.modan.3.direction.1.pl -side top
        pack $k.4.modan.3.direction.1 -side top
        pack $k.4.modan.3.direction -side top
        button $k.4.modan.3.form -text [encoding convertfrom cp1251 "Показать форму"] -font {
Helvetica 11} -bg grey75 -state disabled -command { \
    if { $volume == 0 } {
        ans_sendcommand "E PLOT "
        ans_sendcommand "/PBC,ALL, ,0"
        ans_sendcommand "/ESHAPE,1.0 "
        ans_sendcommand "/RE PLOT "
    } else {
        ans_sendcommand "E PLOT "
        ans_sendcommand "/PBC,ALL, ,0"
        ans_sendcommand "/ESHAPE,0.0 "
        ans_sendcommand "/RE PLOT "
    }
}
    if { $nform > 0 } {
        $k.4.modan.3.saveform configure -state normal
        ans_sendcommand "FINISH "
        ans_sendcommand "/post1 "
        ans_sendcommand "SET, , ,1, , , , $nform, "
        ans_sendcommand "PLDISP,0 "
        if { $view==2 } {
            ans_sendcommand "/VIEW,1,1,1,1 "
            ans_sendcommand "/ANG,1"
            ans_sendcommand "/REP,FAST "
        }
    }
    if { $view==0 } {
        ans_sendcommand "/VIEW,1,,1 "
    }
}

```

```

ans_sendcommand "/ANG,1"
ans_sendcommand "/REP,FAST "
}
if {$view==1 } {
ans_sendcommand "/VIEW,1,-1 "
ans_sendcommand "/ANG,1"
ans_sendcommand "/REP,FAST "
}
}
}
pack $k.4.modan.3.form -side top -pady 6
$k.4.modan.3.form configure -state disable
$k.4.modan.2.krit configure -state disable
button $k.4.modan.3.saveform -text [encoding convertfrom cp1251 "Сохранить
изображение
в папке..." ] -font { Helvetica 11} -bg grey75 -state disabled -command { \
set dir [tk_chooseDirectory ]
ans_sendcommand " ~eui,'package require ansys' "
ans_sendcommand " ~eui,'ansys::report::setdirectory $dir/modal ' "
ans_sendcommand " ~eui,'ansys::report::imagecapture 555 ' "
ans_sendcommand " ~eui,'ansys::report::finished' "
}
pack $k.4.modan.3.saveform -side top
pack $k.4.modan.3 -side left -fill y -padx 3
pack $k.4.modan -side left -padx 2 -ipady 1
frame $k.4.harmonic -bg grey75 -borderwidth 3 -relief groove
label $k.4.harmonic.name -text [encoding convertfrom cp1251 "Гармонический анализ"] -
font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $k.4.harmonic.name -side top -fill x -pady 6
frame $k.4.harmonic.1 -bg grey75
frame $k.4.harmonic.1.1 -bg grey75
label $k.4.harmonic.1.1.lname1 -text [encoding convertfrom cp1251 "частота вращения,Гц"]
-font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $k.4.harmonic.1.1.lname1 -side top
entry $k.4.harmonic.1.1.en1 -textvariable omega -bg white -width 5
pack $k.4.harmonic.1.1.en1 -side top
pack $k.4.harmonic.1.1 -side top -pady 3
frame $k.4.harmonic.1.2 -bg grey75
label $k.4.harmonic.1.2.lname2 -text [encoding convertfrom cp1251 "ускорение
своб.падения,м/с^2"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $k.4.harmonic.1.2.lname2 -side top
entry $k.4.harmonic.1.2.en2 -textvariable g -bg white -width 5
pack $k.4.harmonic.1.2.en2 -side top
pack $k.4.harmonic.1.2 -side top -pady 6
frame $k.4.harmonic.1.3 -bg grey75
frame $k.4.harmonic.1.3.freq -bg grey75
label $k.4.harmonic.1.3.freq.interval -text [encoding convertfrom cp1251 "интервал
частот,Гц"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $k.4.harmonic.1.3.freq.interval -side top

```

```

frame $k.4.harmonic.1.3.freq.2
entry $k.4.harmonic.1.3.freq.2.start -textvariable startfreqh -width 4
entry $k.4.harmonic.1.3.freq.2.end -textvariable endfreqh -width 4
pack $k.4.harmonic.1.3.freq.2.start -side left
pack $k.4.harmonic.1.3.freq.2.end -side left
pack $k.4.harmonic.1.3.freq.2 -side top
pack $k.4.harmonic.1.3.freq -side top
pack $k.4.harmonic.1.3 -side top -pady 3
pack $k.4.harmonic.1 -side left -fill y
set g 9.81
frame $k.4.harmonic.2 -bg grey75
button $k.4.harmonic.2.solve -text [encoding convertfrom cp1251 "Решить"] -font { Helvetica
11} -bg grey75 -state disabled -command { \
    $k.4.modan.3.form configure -state disable
    $k.4.modan.2.krit configure -state disable
    $k.4.modan.3.saveform configure -state disable
    $k.4.left.saveshema configure -state disable
    if {$shema > 0} {
        ans_sendcommand "/prep7"
        for {set i [expr ($sumelem + 1)]} {$i < [expr ($sumelemf + 1)]} {incr i} {
            ans_sendcommand "edele,$i"
        }
        for {set i 801} {$i < [expr ($nm + 800 + 1)]} {incr i} {
            ans_sendcommand "ndelet,$i"
        }
        ans_sendcommand "rdelet,800"
        ans_sendcommand "MPDE,all,800"
        ans_sendcommand "TBDE,all,800"
        set shema 0
    }
    ans_sendcommand "FINISH "
    ans_sendcommand "/SOL"
    if {$sendfreqh > 0} {
        ans_sendcommand "/Sol"
        ans_sendcommand "ACEL,0,0,0 "
        ans_sendcommand "fdelet,all"
        ans_sendcommand "ACEL,0,$g,0, "
        for {set i 1} {$i < [expr ($n + 2)]} {incr i} {
            if {$dis($i) > 0} {
                set omegarad [expr ($omega*3.14159265358979*2)]
                set fdis [expr ($omegarad*$omegarad*$dis($i))]
                ans_sendcommand "f,$i,fy,$fdis"
                if {$podsh==0} {
                    ans_sendcommand "f,$i,fz,$fdis"
                }
            }
        }
    }
    ans_sendcommand "ANTYPE,3"
    ans_sendcommand "HROPT,FULL "

```

```

ans_sendcommand "HROUT,OFF "
ans_sendcommand "LUMPM,0 "
ans_sendcommand "EQSLV,FRONT,1e-008, "
ans_sendcommand "PSTRES,0"
ans_sendcommand "HARFRQ,$startfreqh,$endfreqh,"
ans_sendcommand "NSUBST,30, "
ans_sendcommand "KBC,1 "
ans_sendcommand "SOLVE "
ans_sendcommand "FINISH "
ans_sendcommand "/POST26 "
ans_sendcommand "NUMVAR, 200 "
ans_sendcommand "SOLU,191,NCMIT "
ans_sendcommand "STORE,MERGE "
ans_sendcommand "PLCPLX,0"
ans_sendcommand "PRCPLX,1"
ans_sendcommand "FILLDATA,191,,,1,1 "
ans_sendcommand "REALVAR,191,191 "
$k.4.harmonic.3.achh config -state normal
}
}
pack $k.4.harmonic.2.solve -side top -pady 6
frame $k.4.harmonic.2.1 -bg grey75
label $k.4.harmonic.2.1.lnumber -text [encoding convertfrom cp1251 "номер узла"] -font {
Helvetica 11} -bg grey75
pack $k.4.harmonic.2.1.lnumber -side top
entry $k.4.harmonic.2.1.enunder -textvariable nnode -width 4
pack $k.4.harmonic.2.1.enunder -side top
pack $k.4.harmonic.2.1 -side top -pady 6
frame $k.4.harmonic.2.2 -bg grey75
frame $k.4.harmonic.2.2.direction -bg grey75
label $k.4.harmonic.2.2.direction.ldirection -text [encoding convertfrom cp1251
"направление"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $k.4.harmonic.2.2.direction.ldirection -side top
frame $k.4.harmonic.2.2.direction.1
radiobutton $k.4.harmonic.2.2.direction.1.y -variable y\
-text [encoding convertfrom cp1251 "y"] -bg grey75 -font { Helvetica 11} -
value 0
pack $k.4.harmonic.2.2.direction.1.y -side left
radiobutton $k.4.harmonic.2.2.direction.1.z -variable y\
-text [encoding convertfrom cp1251 "z"] -bg grey75 -font { Helvetica 11} -
value 1
pack $k.4.harmonic.2.2.direction.1.z -side left
pack $k.4.harmonic.2.2.direction.1 -side top
pack $k.4.harmonic.2.2.direction -side top
pack $k.4.harmonic.2.2 -side top -pady 3
pack $k.4.harmonic.2 -side left -fill y -padx 3
set y 0
if {$podsh == 1} {
$k.4.harmonic.2.2.direction.1.z configure -state disable

```

```

} else {
$k.4.harmonic.2.2.direction.1.z configure -state normal
}
set de 1
frame $k.4.harmonic.3 -bg grey75
button $k.4.harmonic.3.achh -text [encoding convertfrom cp1251 "Построить
АЧХ"] -font { Helvetica 11 } -bg grey75 -state disabled -command { \
if { $nnode > 0 } {
$k.4.harmonic.3.saveachh configure -state normal
if { $y == 0 } {
set de $nnode
ans_sendcommand "/POST26 "
ans_sendcommand "NSOL,[expr ($de+1) ],$de,U,Y, UY_$de "
ans_sendcommand "STORE,MERGE "
ans_sendcommand "XVAR,1 "
ans_sendcommand "PLVAR,[expr ($de+1) ],"
} else {
set de $nnode
ans_sendcommand "/POST26 "
ans_sendcommand "NSOL,[expr ($de+1) ],$de,U,Z, UZ_$de "
ans_sendcommand "STORE,MERGE "
ans_sendcommand "XVAR,1 "
ans_sendcommand "PLVAR,[expr ($de+1) ],"
}
}
}
pack $k.4.harmonic.3.achh -pady 18
button $k.4.harmonic.3.saveachh -text [encoding convertfrom cp1251 "Сохранить
изображение
в папке..."] -font { Helvetica 11 } -bg grey75 -state disabled -command { \
set dir [tk_chooseDirectory ]
ans_sendcommand " ~eui,'package require ansys' "
ans_sendcommand " ~eui,'ansys::report::setdirectory $dir/harmonic ' "
ans_sendcommand " ~eui,'ansys::report::imagecapture 555 ' "
ans_sendcommand " ~eui,'ansys::report::finished' "
}
pack $k.4.harmonic.3.saveachh -pady 8 -fill y
pack $k.4.harmonic.3 -side left -fill y -padx 3
pack $k.4.harmonic -side left -padx 2 -ipady 1
pack $k.4 -side top -fill x -pady 2
}
}
pack $k.1.buttons.next -side top -pady 3
pack $k.1.buttons -side left -padx 2
pack $k.1 -side top -ipady 2 -padx 5 -fill x
proc PROCEDURA { top } {
global n podsh
set f [frame $top.fname -bd 4 -bg grey75]

```



```

        label $f.lname -text [encoding convertfrom cp1251 "Параметры участков"] -font {
Helvetica 11} -bg grey75
        pack $f.lname -side top -padx 60
        pack $f -side top -fill x
        frame $top.s -bg grey75
        frame $top.s.1 -bg grey75
        label $top.s.1.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "номер участка/узла"] -font {
Helvetica 11} -bg grey75
        pack $top.s.1.lablenunder -side right
        pack $top.s.1 -fill x -side top
        frame $top.s.2 -bg grey75
        label $top.s.2.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "длины,мм"] -font { Helvetica
11} -bg grey75
        pack $top.s.2.lablenunder -side right
        pack $top.s.2 -fill x -side top
        frame $top.s.3 -bg grey75
        label $top.s.3.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "диаметры наружные,мм"] -
font { Helvetica 11} -bg grey75
        pack $top.s.3.lablenunder -side right
        pack $top.s.3 -fill x -side top
        frame $top.s.4 -bg grey75
        label $top.s.4.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "диаметры внутренние,мм"]
-font { Helvetica 11} -bg grey75
        pack $top.s.4.lablenunder -side right
        pack $top.s.4 -fill x -side top
        frame $top.s.5 -bg grey75
        label $top.s.5.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "массы,кг"] -font { Helvetica
11} -bg grey75
        pack $top.s.5.lablenunder -side right
        pack $top.s.5 -fill x -side top
        frame $top.s.6 -bg grey75
        label $top.s.6.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "полярные моменты
инерции,кг*м^2"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
        pack $top.s.6.lablenunder -side right
        pack $top.s.6 -fill x -side top
        frame $top.s.7 -bg grey75
        label $top.s.7.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "диаметральные моменты
инерции,кг*м^2"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
        pack $top.s.7.lablenunder -side right
        pack $top.s.7 -fill x -side top
        frame $top.s.8 -bg grey75
        label $top.s.8.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "коэф.жесткости в
направлении у,Н/м"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
        pack $top.s.8.lablenunder -side right
        pack $top.s.8 -fill x -side top
        frame $top.s.9 -bg grey75
        label $top.s.9.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "коэф.демпфирования в
направлении у,кг/с"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
        pack $top.s.9.lablenunder -side right

```

```

pack $top.s.9 -fill x -side top
if {$podsh==0} {
frame $top.s.10 -bg grey75
label $top.s.10.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "коэф.жесткости в
направлении z,Н/м"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $top.s.10.lablenunder -side right
pack $top.s.10 -fill x -side top
frame $top.s.11 -bg grey75
label $top.s.11.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "коэф.демпфирования в
направлении z,кг/с"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $top.s.11.lablenunder -side right
pack $top.s.11 -fill x -side top
frame $top.s.12 -bg grey75
label $top.s.12.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "коэф.жесткости в
направлении x,Н/м"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $top.s.12.lablenunder -side right
pack $top.s.12 -fill x -side top
frame $top.s.13 -bg grey75
label $top.s.13.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "муфта"] -font { Helvetica
11} -bg grey75
pack $top.s.13.lablenunder -side right
pack $top.s.13 -fill x -side top
frame $top.s.14 -bg grey75
label $top.s.14.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "угловая жесткотсь
муфты,Н*м/рад"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $top.s.14.lablenunder -side right
pack $top.s.14 -fill x -side top
frame $top.s.15 -bg grey75
label $top.s.15.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "радиальная жесткотсь
муфты,Н/м"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $top.s.15.lablenunder -side right
pack $top.s.15 -fill x -side top
frame $top.s.16 -bg grey75
label $top.s.16.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "дисбаланс,кг*м"] -font {
Helvetica 11} -bg grey75
pack $top.s.16.lablenunder -side right
pack $top.s.16 -fill x -side top
label $top.s.lablex -text [encoding convertfrom cp1251 " "] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $top.s.lablex -fill x -side top
} else {
frame $top.s.10 -bg grey75
label $top.s.10.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "коэф.жесткости в
направлении x,Н/м"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $top.s.10.lablenunder -side right
pack $top.s.10 -fill x -side top
frame $top.s.11 -bg grey75
label $top.s.11.lablenunder -text [encoding convertfrom cp1251 "муфта"] -font { Helvetica
11} -bg grey75
pack $top.s.11.lablenunder -side right

```

```

pack $top.s.11 -fill x -side top
frame $top.s.12 -bg grey75
label $top.s.12.lablenumber -text [encoding convertfrom cp1251 "угловая жесткость
муфты,Н*м/рад"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $top.s.12.lablenumber -side right
pack $top.s.12 -fill x -side top
frame $top.s.13 -bg grey75
label $top.s.13.lablenumber -text [encoding convertfrom cp1251 "радиальная жесткость
муфты,Н/м"] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $top.s.13.lablenumber -side right
pack $top.s.13 -fill x -side top
frame $top.s.14 -bg grey75
label $top.s.14.lablenumber -text [encoding convertfrom cp1251 "дисбаланс,кг*м"] -font {
Helvetica 11} -bg grey75
pack $top.s.14.lablenumber -side right
pack $top.s.14 -fill x -side top
label $top.s.lablex -text [encoding convertfrom cp1251 " "] -font { Helvetica 11} -bg grey75
pack $top.s.lablex -fill x -side top
}
pack $top.s -side left -fill x
frame $top.c
canvas $top.c.canvas\
-xscrollcommand [list $top.c.xscroll set]
scrollbar $top.c.xscroll -orient horizontal \
-command [list $top.c.canvas xview]
pack $top.c.canvas -side top -expand true -fill both
pack $top.c.xscroll -side top -fill x

pack $top.c -side left -fill both -expand true
Scrolled_EntrySet $top.c.canvas
for {set i 1} { $i < [expr ($n +1)]} {incr i} {
return l($i)
return d($i)
return dv($i)
}
for {set i 1} { $i < [expr ($n +2)]} {incr i} {
return m($i)
return Ip($i)
return Id($i)
if {$podsh == 0} {
return kc(ky,$i)
return kc(cy,$i)
return kc(kz,$i)
return kc(cz,$i)
}
if {$podsh == 1} {
return kc(ky,$i)
return kc(cy,$i)
}
}

```

```

    }
}
proc Scrolled_EntrySet { canvas } {
global n podsh
    # Create one frame to hold everything
    # and position it on the canvas
    set f [frame $canvas.f -bd 0 -bg grey75]
    $canvas create window 0 0 -anchor nw -window $f
    if { $podsh == 0 } {
        for {set i 0} {$i < $n} {incr i} {
            entry $f.en$i -textvariable nom([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -state readonly -font {
Helvetica 11}
            entry $f.length$i -textvariable l([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
            entry $f.ediametr$i -textvariable d([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
            entry $f.ediametrv$i -textvariable dv([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
            checkbox $f.mufta$i -variable muft([expr ($i + 1)]) -bg grey75 -command { \
for {set i 0} {$i < $n} {incr i} {
if {$muft([expr ($i + 1)])==1} {
#f.length$i configure -state disable
#f.ediametr$i configure -state disable
#f.ediametrv$i configure -state disable
#f.emass$i configure -state disable
#f.eIp$i configure -state disable
#f.eId$i configure -state disable
#f.eky$i configure -state disable
#f.ecy$i configure -state disable
#f.ekz$i configure -state disable
#f.ecz$i configure -state disable
#f.ekx$i configure -state disable
#f.dis$i configure -state disable
set l([expr ($i + 1)]) 0
set d([expr ($i + 1)]) 0
set dv([expr ($i + 1)]) ""
set kc(ky,[expr ($i + 1)]) ""
set kc(cy,[expr ($i + 1)]) ""
set kc(kz,[expr ($i + 1)]) ""
set kc(cz,[expr ($i + 1)]) ""
set kx([expr ($i + 1)]) ""
} else {
#f.length configure -state normal
#f.ediametr$i configure -state normal
#f.ediametrv$i configure -state normal
#f.emass$i configure -state normal
#f.eIp$i configure -state normal
#f.eId$i configure -state normal
#f.eky$i configure -state normal
#f.ecy$i configure -state normal
#f.ekz$i configure -state normal
#f.ecz$i configure -state normal

```

```

#f.ekx$ configure -state normal
#f.dis$ configure -state normal
}
}
}
11) entry $f.muftugl$ -textvariable muftugl([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica
11) entry $f.mufrad$ -textvariable mufrad([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica

grid $f.en$ -row 0 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.elength$ -row 1 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.ediametr$ -row 2 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.ediametrv$ -row 3 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.mufta$ -row 12 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.muftugl$ -row 13 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.mufrad$ -row 14 -column [expr ($i + 1)]
}
for {set i 0} {$i < [expr ($n + 1)]} {incr i} {
entry $f.emass$ -textvariable m([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.eIp$ -textvariable Ip([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.eId$ -textvariable Id([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.eky$ -textvariable kc(ky,[expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.ecy$ -textvariable kc(cy,[expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.ekz$ -textvariable kc(kz,[expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.ecz$ -textvariable kc(cz,[expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.ekx$ -textvariable kx([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.dis$ -textvariable dis([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
grid $f.emass$ -row 4 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.eIp$ -row 5 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.eId$ -row 6 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.eky$ -row 7 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.ecy$ -row 8 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.ekz$ -row 9 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.ecz$ -row 10 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.ekx$ -row 11 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.dis$ -row 15 -column [expr ($i + 1)]
}
}
if {$podsh == 1} {
for {set i 0} {$i < $n } {incr i} {
entry $f.en$ -textvariable nom([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -state readonly -font {
Helvetica 11}
entry $f.elength$ -textvariable l([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.ediametr$ -textvariable d([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.ediametrv$ -textvariable dv([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
checkboxbutton $f.mufta$ -variable muft([expr ($i + 1)]) -bg grey75 -command {\
for {set i 0} {$i < $n } {incr i} {
if {$muft([expr ($i + 1)])==1 } {
#f.elength$ configure -state disable

```

```

#f.ediametr$i configure -state disable
#f.ediametrv$i configure -state disable
#f.emass$i configure -state disable
#f.eIp$i configure -state disable
#f.eId$i configure -state disable
#f.eky$i configure -state disable
#f.ecy$i configure -state disable
#f.ekz$i configure -state disable
#f.ecz$i configure -state disable
#f.ekx$i configure -state disable
#f.dis$i configure -state disable
set l([expr ($i + 1)]) 0
set d([expr ($i + 1)]) 0
set dv([expr ($i + 1)]) ""
set kc(ky,[expr ($i + 1)]) ""
set kc(cy,[expr ($i + 1)]) ""
set kc(kz,[expr ($i + 1)]) ""
set kc(cz,[expr ($i + 1)]) ""
set kx([expr ($i + 1)]) ""
}
}
}
11} entry $f.muftugl$i -textvariable muftugl([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica
11} entry $f.mufttrad$i -textvariable mufttrad([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica

grid $f.en$i -row 0 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.ength$i -row 1 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.ediametr$i -row 2 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.ediametrv$i -row 3 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.mufta$i -row 10 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.muftugl$i -row 11 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.mufttrad$i -row 12 -column [expr ($i + 1)]
}
for {set i 0} {$i < [expr ($n + 1)]} {incr i} {
entry $f.emass$i -textvariable m([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.eIp$i -textvariable Ip([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.eId$i -textvariable Id([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.eky$i -textvariable kc(ky,[expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.ecy$i -textvariable kc(cy,[expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.ekx$i -textvariable kx([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
entry $f.dis$i -textvariable dis([expr ($i + 1)]) -bg white -width 6 -font { Helvetica 11}
grid $f.emass$i -row 4 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.eIp$i -row 5 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.eId$i -row 6 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.eky$i -row 7 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.ecy$i -row 8 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.ekx$i -row 9 -column [expr ($i + 1)]
grid $f.dis$i -row 13 -column [expr ($i + 1)]
}

```

```

}
}

set child $f.en0
tkwait visibility $child
set bbox [grid bbox $f 0 0]
set incr [lindex $bbox 3]
set width [winfo reqwidth $f]
set height [winfo reqheight $f]
$canvas config -scrollregion "0 0 $width $height"
$canvas config -xscrollincrement $incr
if {$podsh == 0} {
set max 13
} else {
set max 11
}
set height [expr $incr * $max]
$canvas config -width $width -height $height -bg grey75
for {set i 1} { $i < [expr ($n +1)]} {incr i} {
return l($i)
return d($i)
return dv($i)
}
for {set i 1} { $i < [expr ($n +2)]} {incr i} {
return m($i)
return Ip($i)
return Id($i)
if {$podsh == 0} {
return kc(ky,$i)
return kc(cy,$i)
return kc(kz,$i)
return kc(cz,$i)
}
return muft($i)
return dis($i)
}
if {$podsh == 1} {
return kc(ky,$i)
return kc(cy,$i)
return dis($i)
}
return muft($i)
}
}
}
proc fileDialog {w ent operation} {
set types {
{"Text files"      {.idb } }
}
if {$operation == "open"} {
set file [tk_getOpenFile -filetypes $types -parent $w]
} else {

```

```
set file [tk_getSaveFile -filetypes $types -parent $w \  
-initialfile Untitled -defaultextension .txt]  
}  
if [string compare $file ""] {  
    $ent delete 0 end  
    $ent insert 0 $file  
    $ent xview end  
}  
}
```


ДОДАТОК Б.

Лістинг програми для чисельного розв'язання двовимірної задачі течії рідини в шпаринному ущільненні за методом Ньютона (Maple 6.0)

```
restart;
Digits:= ;
Nx:= :
Nz:= :
ro:= :
mu:= :
H:= :
R1:= :
R2:=R1+H:
l:= :
e:= :
tetaA:= ;
tetaB:= ;
pv:= :
p2:= :
dz_in:= :
dz_out:= :
omg_v:= : "скорость вращения вала":
omg_pr:= :
kapa:= :
a1:=1.0:
b1:=1.0:
c1:=0.25:
d1:=0.5:
C:=0.04;
n:=0;
dx:=2*evalf(Pi)*R2/Nx;
dfi:=2*evalf(Pi)/Nx;
dz:=1/Nz;
delta_z:=2*dz;
delta_x:=2*dx;
t:=0;#время
for j from 1 to Nz+1 do
z[j]:=(j-1)*1/Nz;
end do:
for i from -1 to (Nx+2) do
x[i]:=(i-1)*2*evalf(Pi)*R2/Nx;
fii[i]:=(i-1)*2*evalf(Pi)/Nx;
for j from 1 to (Nz+2) do
h[i,j,t]:= R2-R1+e*cos(fii[i]+omg_pr*t)+(tetaA-tetaB)*(z[j]-0.5*1);
dh_dx[i,j,t]:=-(e/R2)*sin(fii[i]+omg_pr*t);
dh_dz[i,j,t]:=tetaA-tetaB;
```

```

vx[i,j,t]:=e*cos(fii[i]+omg_pr*t)*omg_pr+R1*omg_v;
vy[i,j,t]:=-e*sin(fii[i]+omg_pr*t)*omg_pr;
uc[i,j,t]:=vx[i,j,t]/2;
dvx_dx[i,j,t]:=-e/R2*sin(fii[i]+omg_pr*t)*omg_pr;
dvy_dx[i,j,t]:=-e/R2*cos(fii[i]+omg_pr*t)*omg_pr;
duc_dx[i,j,t]:=dvx_dx[i,j,t]/2;
dvx_dz[i,j,t]:=0;
end do
end do:
for y from 1 to Nx do
dpp:=0.0001*pv:
p0:=0.7*pv:
w0:=( 2*(pv-p0)/(dz_in)/ro )^0.5:
kz0:=C/8*(ro*2*h[y,1,t]*w0/mu)^(1-n):
dw0_dz:=1/h[y,1,t]*(dh_dx[y,1,t]*0.5*vx[y,1,t]-vy[y,1,t]-w0*dh_dz[y,1,t]);
dp0_dz:=w0*(-mu*kz0/h[y,1,t]^2-ro*2*a1*dw0_dz):
pex0:=p0+dp0_dz*1:
p1:=p0+dpp:
w1:=( 2*(pv-p1)/(dz_in)/ro )^0.5:
kz1:=C/8*(ro*2*h[y,1,t]*w1/mu)^(1-n):
dw1_dz:=1/h[y,1,t]*(dh_dx[y,1,t]*0.5*vx[y,1,t]-vy[y,1,t]-w1*dh_dz[y,1,t]);
dp1_dz:=w1*(-mu*kz1/h[y,1,t]^2-ro*2*a1*dw1_dz):
pex1:=p1+dp1_dz*1:
pp:=-pex0*dpp/(pex1-pex0):
for i from 1 to 50 do
p0:=p0+0.5*pp:
w0:=( 2*(pv-p0)/(dz_in)/ro )^0.5:
kz0:=C/8*(ro*2*h[y,1,t]*w0/mu)^(1-n):
dw0_dz:=1/h[y,1,t]*(dh_dx[y,1,t]*0.5*vx[y,1,t]-vy[y,1,t]-w0*dh_dz[y,1,t]);
dp0_dz:=w0*(-mu*kz0/h[y,1,t]^2-ro*2*a1*dw0_dz):
pex0:=p0+dp0_dz*1;
p1:=p0+dpp:
w1:=( 2*(pv-p1)/(dz_in)/ro )^0.5:
kz1:=C/8*(ro*2*h[y,1,t]*w1/mu)^(1-n):
dw1_dz:=1/h[y,1,t]*(dh_dx[y,1,t]*0.5*vx[y,1,t]-vy[y,1,t]-w1*dh_dz[y,1,t]);
dp1_dz:=w1*(-mu*kz1/h[y,1,t]^2-ro*2*a1*dw1_dz):
pex1:=p1+dp1_dz*1:
pp:=-pex0*dpp/(pex1-pex0):
end do:
pex0;
pg[y,1]:=p0;
wg[y,1]:=w0;
end do:
for i from 1 to Nx do
p[i,1,t]:=pg[i,1];
w[i,1,t]:=wg[i,1];
u[i,1,t]:=u0;
end do:
for j from 1 to Nz+1 do

```

```

p[Nx+1,j,t]:=p[1,j,t]:
p[Nx+2,j,t]:=p[2,j,t]:
p[0,j,t]:=p[Nx,j,t]:
p[-1,j,t]:=p[Nx-1,j,t]:
w[Nx+1,j,t]:=w[1,j,t]:
w[Nx+2,j,t]:=w[2,j,t]:
w[0,j,t]:=w[Nx,j,t]:
w[-1,j,t]:=w[Nx-1,j,t]:
u[Nx+1,j,t]:=u[1,j,t]:
u[Nx+2,j,t]:=u[2,j,t]:
u[0,j,t]:=u[Nx,j,t]:
u[-1,j,t]:=u[Nx-1,j,t]:
for i from 1 to Nx do
dp_dx[i,j,t]:=(p[i+2,j,t]-8*p[i-1,j,t]+8*p[i+1,j,t]-p[i-2,j,t])/12/dx;
dw_dx[i,j,t]:=(w[i+2,j,t]-8*w[i-1,j,t]+8*w[i+1,j,t]-w[i-2,j,t])/12/dx;
du_dx[i,j,t]:=(u[i+2,j,t]-8*u[i-1,j,t]+8*u[i+1,j,t]-u[i-2,j,t])/12/dx;
end do;
for i from 1 to Nx do
dw_dz[i,j,t]:=-du_dx[i,j,t]+1/h[i,j,t]*dh_dx[i,j,t]*(-uc[i,j,t]+vx[i,j,t]-u[i,j,t])-
1/h[i,j,t]*(vy[i,j,t]+w[i,j,t]*dh_dz[i,j,t]);
kz[i,j,t]:=C/8*abs(ro*2*h[i,j,t]*w[i,j,t]/mu)^(1-n);
dp_dz[i,j,t]:=-mu*kz[i,j,t]*w[i,j,t]/h[i,j,t]^2-
ro*(2*a1*w[i,j,t]*dw_dz[i,j,t]+a1*u[i,j,t]*dw_dx[i,j,t]+a1*w[i,j,t]*du_dx[i,j,t]+d1*w[i,j,t]*dvx_dx[i,j,t]
]+d1*vx[i,j,t]*dw_dx[i,j,t]);
kx[i,j,t]:=C/8*abs(ro*2*h[i,j,t]*u[i,j,t]/mu)^(1-n);
du_dz[i,j,t]:=1/a1/w[i,j,t]/ro*(-dp_dx[i,j,t]-mu*kx[i,j,t]*u[i,j,t]/h[i,j,t])-
1/a1/w[i,j,t]*(b1*u[i,j,t]*dvx_dx[i,j,t]+b1*vx[i,j,t]*du_dx[i,j,t]+2*c1*vx[i,j,t]*dvx_dx[i,j,t]+vx[i,j,t]*v
y[i,j,t]/h[i,j,t]+d1*vx[i,j,t]*dw_dz[i,j,t])-1/w[i,j,t]*(2*u[i,j,t]*du_dx[i,j,t]+u[i,j,t]*dw_dz[i,j,t])-
d1/a1*w[i,j,t]*dvx_dz[i,j,t];
p[i,j+1,t]:=p[i,j,t]+dz*dp_dz[i,j,t];
w[i,j+1,t]:=w[i,j,t]+dz*dw_dz[i,j,t];
u[i,j+1,t]:=u[i,j,t]+dz*du_dz[i,j,t];
end do;
end do;
ee:=0.0001*pv;
relax:=0.5;
for i from 1 to Nx do
p[i,1,t]:=pg[i,1]:
w[i,1,t]:=(2*(pv-p[i,1,t])/(dz_in/ro))^0.5;
u[i,1,t]:=0;
end do;
for j from 1 to Nz+1 do
p[Nx+1,j,t]:=p[1,j,t]:
p[Nx+2,j,t]:=p[2,j,t]:
p[0,j,t]:=p[Nx,j,t]:
p[-1,j,t]:=p[Nx-1,j,t]:
w[Nx+1,j,t]:=w[1,j,t]:
w[Nx+2,j,t]:=w[2,j,t]:
w[0,j,t]:=w[Nx,j,t]:

```

```

w[-1,j,t]:=w[Nx-1,j,t]:
u[Nx+1,j,t]:=u[1,j,t]:
u[Nx+2,j,t]:=u[2,j,t]:
u[0,j,t]:=u[Nx,j,t]:
u[-1,j,t]:=u[Nx-1,j,t]:
for i from 1 to Nx do
dp_dx[i,j,t]:=(p[i+2,j,t]-8*p[i-1,j,t]+8*p[i+1,j,t]-p[i-2,j,t])/12/dx;
dw_dx[i,j,t]:=(w[i+2,j,t]-8*w[i-1,j,t]+8*w[i+1,j,t]-w[i-2,j,t])/12/dx;
du_dx[i,j,t]:=(u[i+2,j,t]-8*u[i-1,j,t]+8*u[i+1,j,t]-u[i-2,j,t])/12/dx;
end do;
for i from 1 to Nx do
dw_dz[i,j,t]:=-du_dx[i,j,t]+1/h[i,j,t]*dh_dx[i,j,t]*(-uc[i,j,t]+vx[i,j,t]-u[i,j,t])-
1/h[i,j,t]*(vy[i,j,t]+w[i,j,t]*dh_dz[i,j,t]);
kz[i,j,t]:=C/8*abs(ro*2*h[i,j,t]*w[i,j,t]/mu)^(1-n):
dp_dz[i,j,t]:=-mu*kz[i,j,t]*w[i,j,t]/h[i,j,t]^2-
ro*(2*a1*w[i,j,t]*dw_dz[i,j,t]+a1*u[i,j,t]*dw_dx[i,j,t]+a1*w[i,j,t]*du_dx[i,j,t]+d1*w[i,j,t]*dvx_dx[i,j,t]
)+d1*vx[i,j,t]*dw_dx[i,j,t]);
kx[i,j,t]:=C/8*abs(ro*2*h[i,j,t]*u[i,j,t]/mu)^(1-n):
du_dz[i,j,t]:=1/a1/w[i,j,t]/ro*(-dp_dx[i,j,t]-mu*kx[i,j,t]*u[i,j,t]/h[i,j,t])-
1/a1/w[i,j,t]*(b1*u[i,j,t]*dvx_dx[i,j,t]+b1*vx[i,j,t]*du_dx[i,j,t]+2*c1*vx[i,j,t]*dvx_dx[i,j,t]+vx[i,j,t]*v
y[i,j,t]/h[i,j,t]+d1*vx[i,j,t]*dw_dz[i,j,t])-1/w[i,j,t]*(2*u[i,j,t]*du_dx[i,j,t]+u[i,j,t]*dw_dz[i,j,t])-
d1/a1*w[i,j,t]*dvx_dz[i,j,t];
p[i,j+1,t]:=p[i,j,t]+dz*dp_dz[i,j,t];
w[i,j+1,t]:=w[i,j,t]+dz*dw_dz[i,j,t];
u[i,j+1,t]:=u[i,j,t]+dz*du_dz[i,j,t];
end do;
end do;
dp_ee := Matrix(Nx,Nx):
for k from 1 to Nx do
for i from 1 to Nx do
pe[i,1]:=p[i,1,t]:
we[i,1]:=w[i,1,t]:
ue[i,1]:=u[i,1,t]:
end do;
pe[k,1]:=pe[k,1]+ee;
we[k,1]:=( 2*(pv-pe[k,1])/(dz_in)/ro )^0.5:
kze[k,1]:=C/8*(ro*2*h[k,1,t]*we[k,1]/mu)^(1-n):
for j from 1 to Nz+1 do
pe[Nx+1,j]:=pe[1,j]:
pe[Nx+2,j]:=pe[2,j]:
pe[0,j]:=pe[Nx,j]:
pe[-1,j]:=pe[Nx-1,j]:
we[Nx+1,j]:=we[1,j]:
we[Nx+2,j]:=we[2,j]:
we[0,j]:=we[Nx,j]:
we[-1,j]:=we[Nx-1,j]:
ue[Nx+1,j]:=ue[1,j]:
ue[Nx+2,j]:=ue[2,j]:
ue[0,j]:=ue[Nx,j]:

```

```

ue[-1,j]:=ue[Nx-1,j]:
for i from 1 to Nx do
dpe_dx[i,j]:=(pe[i+2,j]-8*pe[i-1,j]+8*pe[i+1,j]-pe[i-2,j])/12/dx;
dwe_dx[i,j]:=(we[i+2,j]-8*we[i-1,j]+8*we[i+1,j]-we[i-2,j])/12/dx;
due_dx[i,j]:=(ue[i+2,j]-8*ue[i-1,j]+8*ue[i+1,j]-ue[i-2,j])/12/dx;
end do;
for i from 1 to Nx do
dwe_dz[i,j]:=-due_dx[i,j]+1/h[i,j,t]*dh_dx[i,j,t]*(-uc[i,j,t]+vx[i,j,t]-ue[i,j])-
1/h[i,j,t]*(vy[i,j,t]+we[i,j]*dh_dz[i,j,t]);
kze[i,j]:=C/8*abs(ro*2*h[i,j,t]*we[i,j]/mu)^(1-n):
dpe_dz[i,j]:=-mu*kze[i,j]*we[i,j]/h[i,j,t]^2-
ro*(2*a1*we[i,j]*dwe_dz[i,j]+a1*ue[i,j]*dwe_dx[i,j]+a1*we[i,j]*due_dx[i,j]+d1*we[i,j]*dvx_dx[i,j,t]
+d1*vx[i,j,t]*dwe_dx[i,j]);
kxe[i,j]:=C/8*abs(ro*2*h[i,j,t]*ue[i,j]/mu)^(1-n):
due_dz[i,j]:=1/a1/we[i,j]/ro*(-dpe_dx[i,j]-mu*kxe[i,j]*ue[i,j]/h[i,j,t])-
1/a1/we[i,j]*(b1*ue[i,j]*dvx_dx[i,j,t]+b1*vx[i,j,t]*due_dx[i,j]+2*c1*vx[i,j,t]*dvx_dx[i,j,t]+vx[i,j,t]*vy
[i,j,t]/h[i,j,t]+d1*vx[i,j,t]*dwe_dz[i,j])-1/we[i,j]*(2*ue[i,j]*due_dx[i,j]+ue[i,j]*dwe_dz[i,j])-
d1/a1*we[i,j]*dvx_dz[i,j,t];
pe[i,j+1]:=pe[i,j]+dz*dpe_dz[i,j];
we[i,j+1]:=we[i,j]+dz*dwe_dz[i,j];
ue[i,j+1]:=ue[i,j]+dz*due_dz[i,j];
end do;
end do;
for i from 1 to Nx do
dp_ee[i,k]:=((pe[i,Nz+1]+dz_out*ro*we[i,Nz+1]^2/2)-
(p[i,Nz+1,t]+dz_out*ro*w[i,Nz+1,t]^2/2))/ee;
end do;
end do;
P:=Matrix(Nx,1, (i,j) -> -(p[i,Nz+1,t]+dz_out*ro*w[i,Nz+1,t]^2/2)):
with(LinearAlgebra):
Pk:=evalm(LinearSolve(dp_ee, P, method='LU')):
for i from 1 to Nx do
pg[i,1]:=p[i,1,t]+relax*Pk[i,1]
end do;
for i from 1 to Nx do
p[i,1,t]:=pg[i,1]:
w[i,1,t]:=(2*(pv-p[i,1,t])/(dz_in)/ro)^0.5:
u[i,1,t]:=0;
end do;
for j from 1 to Nz+1 do
p[Nx+1,j,t]:=p[1,j,t]:
p[Nx+2,j,t]:=p[2,j,t]:
p[0,j,t]:=p[Nx,j,t]:
p[-1,j,t]:=p[Nx-1,j,t]:
w[Nx+1,j,t]:=w[1,j,t]:
w[Nx+2,j,t]:=w[2,j,t]:
w[0,j,t]:=w[Nx,j,t]:
w[-1,j,t]:=w[Nx-1,j,t]:
u[Nx+1,j,t]:=u[1,j,t]:

```

```

u[Nx+2,j,t]:=u[2,j,t]:
u[0,j,t]:=u[Nx,j,t]:
u[-1,j,t]:=u[Nx-1,j,t]:
for i from 1 to Nx do
dp_dx[i,j,t]:=(p[i+2,j,t]-8*p[i-1,j,t]+8*p[i+1,j,t]-p[i-2,j,t])/12/dx;
dw_dx[i,j,t]:=(w[i+2,j,t]-8*w[i-1,j,t]+8*w[i+1,j,t]-w[i-2,j,t])/12/dx;
du_dx[i,j,t]:=(u[i+2,j,t]-8*u[i-1,j,t]+8*u[i+1,j,t]-u[i-2,j,t])/12/dx;
end do;
for i from 1 to Nx do
dw_dz[i,j,t]:=-du_dx[i,j,t]+1/h[i,j,t]*dh_dx[i,j,t]*(-uc[i,j,t]+vx[i,j,t]-u[i,j,t])-
1/h[i,j,t]*(vy[i,j,t]+w[i,j,t]*dh_dz[i,j,t]);
kz[i,j,t]:=C/8*abs(ro*2*h[i,j,t]*w[i,j,t]/mu)^(1-n):
dp_dz[i,j,t]:=-mu*kz[i,j,t]*w[i,j,t]/h[i,j,t]^2-
ro*(2*a1*w[i,j,t]*dw_dz[i,j,t]+a1*u[i,j,t]*dw_dx[i,j,t]+a1*w[i,j,t]*du_dx[i,j,t]+d1*w[i,j,t]*dvx_dx[i,j,t]
]+d1*vx[i,j,t]*dw_dx[i,j,t]);
kx[i,j,t]:=C/8*abs(ro*2*h[i,j,t]*u[i,j,t]/mu)^(1-n):
du_dz[i,j,t]:=1/a1/w[i,j,t]/ro*(-dp_dx[i,j,t]-mu*kx[i,j,t]*u[i,j,t]/h[i,j,t])-
1/a1/w[i,j,t]*(b1*u[i,j,t]*dvx_dx[i,j,t]+b1*vx[i,j,t]*du_dx[i,j,t]+2*c1*vx[i,j,t]*dvx_dx[i,j,t]+vx[i,j,t]*v
y[i,j,t]/h[i,j,t]+d1*vx[i,j,t]*dw_dz[i,j,t])-1/w[i,j,t]*(2*u[i,j,t]*du_dx[i,j,t]+u[i,j,t]*dw_dz[i,j,t])-
d1/a1*w[i,j,t]*dvx_dz[i,j,t];
p[i,j+1,t]:=p[i,j,t]+dz*dp_dz[i,j,t];
w[i,j+1,t]:=w[i,j,t]+dz*dw_dz[i,j,t];
u[i,j+1,t]:=u[i,j,t]+dz*du_dz[i,j,t];
end do;
end do:lst:= [seq([seq( [i,j,u[i,j,t]], i=1..Nx+1)],j=1..Nz+1)]:
with(plots):
surfdata(lst,axes = framed,labels= ['xx`,`zz`,`h`],orientation=[0,0], style=patch,
title='',shading=ZHUE);

```

ДОДАТОК В.

Лістинг програми для чисельного розв'язання двовимірної задачі течії рідини в шпаринному ущільненні за методом малого параметру (Maple 6.0)

```
restart;
Digits:= :
Nx:= :
Nz:= :
ro:= :
mu:= ;
HH:= ;
R1:= :
R2:=R1+HH:
l:= :
e:= :
tetaA:= :
tetaB:= :
pv:= :
p2:=0:
dz_in:= :
dz_out:= :
omg_v:= :
kapa:= :
a1:=1:
b1:=1:
c1:=0.25:
d1:=0.5:
aa:=0.681: CC:=1/6.8*(ro/mu)^aa:
u0:=0:vy0:=0:
du0_dx:=0:
dw0_dz:=0:
dvx0_dx:=0:
dvx0_dz:=0:
du0_dz:=0:
dh0_dz:=0:
dh0_dx:=0:
dw0_dx:=0:
h0:= R2-R1:
vx0:=R1*omg_v:
uc0:=vx0/2:
kx0:=12+0.0136*(ro/mu)^0.9*(h0*vx0)^0.9:
dpp:=0.0001*pv:
```

```

p0:=0.7*pv:
w0:=( 2*(pv-p0)/(dz_in)/ro )^0.5:
kz0:=CC*(h0*w0)^aa:
dp0_dz:=-mu*kz0/h0^2*w0:
pex0:=p0+dp0_dz*1:
pk:=p0+dpp:
wk:=( 2*(pv-pk)/(dz_in)/ro )^0.5:
kzk:=CC*(h0*wk)^aa:
dpk_dz:=wk*(-mu*kzk/h0^2):
pexk:=pk+dpk_dz*1:
pp:=- (pex0+dz_out*ro*w0^2/2)*dpp/(pexk+dz_out*ro*wk^2/2-(pex0+dz_out*ro*w0^2/2)):
for i from 1 to 50 do
p0:=p0+0.5*pp:
w0:=( 2*(pv-p0)/(dz_in)/ro )^0.5:
kz0:=CC*(h0*w0)^aa:
dp0_dz:=-mu*kz0/h0^2*w0:
pex0:=p0+dp0_dz*1:
pk:=p0+dpp:
wk:=( 2*(pv-pk)/(dz_in)/ro )^0.5:
kzk:=CC*(h0*wk)^aa:
dpk_dz:=wk*(-mu*kzk/h0^2):
pexk:=pk+dpk_dz*1:
pp:=- (pex0+dz_out*ro*w0^2/2)*dpp/(pexk+dz_out*ro*wk^2/2-(pex0+dz_out*ro*w0^2/2)):
end do:
p2:=pex0+dz_out*ro*w0^2/2;
p0:=p0+0.5*pp:
w0:=( 2*(pv-p0)/(dz_in)/ro )^0.5:
kz0:=CC*(h0*w0)^aa:
dp0_dz:=-mu*kz0/h0^2*w0:
#1:
omg_pr:=omg_v:
Au3:=0:
Bu3:=-1/R2:
Aw3:=0:
Bw3:=0:
Ap3:=0:
Bp3:=0:
A3:=0:
B3:=vx0/R2*(1-0.5*kapa)+omg_pr:
Au1:=mu*kx0/(h0^2*ro*a1*w0):
Bu1:=1/(a1*w0)*(omg_pr-b1*kapa*vx0/R2-d1*kapa*vx0*B3):
Aw1:=0:
Bw1:=0:
Ap1:=0:

```



```

Bp1:=-1/(ro*a1*w0*R2):
A1:=0:
B1:=vx0/(a1*w0)*(omg_pr+2*c1*kapa^2*h0*omg_pr/R2-d1*kapa*B3):
Au2:=0:
Bu2:=-ro*a1*w0*(2*Bu3+1/R2):
Aw2:=mu*kz0/h0^2*(1+aa):
Bw2:=ro*(omg_pr-d1*kapa*vx0/R2):
Ap2:=0:
Bp2:=0:
A2:=mu*kz0*w0/h0^2*(aa-2):
B2:=ro*w0*(d1*kapa*h0*omg_pr/R2-2*a1*B3):
sys:={u1F1(p)*(p+Au1+I*Bu1)+w1F1(p)*Aw1+p1F1(p)*I*Bp1=(A1+I*B1)/p+Xu1_0,w1F1(p)
)*(p+Aw3)+u1F1(p)*(Au3+I*Bu3)=(A3+I*B3)/p+Xw1_0,
p1F1(p)*(0+p)+u1F1(p)*(Au2+I*Bu2)+w1F1(p)*(Aw2+I*Bw2)=(A2+I*B2)/p+Xp1_0}:
res:=solve(sys,{u1F1(p),w1F1(p),p1F1(p)}):
u1F1(p):=subs(res,u1F1(p)):
w1F1(p):=subs(res,w1F1(p)):
p1F1(p):=subs(res,p1F1(p)):
with(inttrans):u1F1(z):=invlaplace(u1F1(p), p, z):
w1F1(z):=invlaplace(w1F1(p), p, z):
p1F1(z):=invlaplace(p1F1(p), p, z):
u1_0:=eval(u1F1(z),z=0):
p1_1:=eval(p1F1(z),z=1):
p1_0:=eval(p1F1(z),z=0):
w1_0:=eval(w1F1(z),z=0):
sys1:={u1_0=0,p1_1=0,p1_0=-ro*dz_in*w0*w1_0}:
res1:=solve(sys1,{Xu1_0,Xw1_0,Xp1_0}):
tmp_u1_0:=subs(res1,Xu1_0):
tmp_w1_0:=subs(res1,Xw1_0):
tmp_p1_0:=subs(res1,Xp1_0):
u1(z):=eval(u1F1(z),[Xu1_0=tmp_u1_0,Xw1_0=tmp_w1_0,Xp1_0=tmp_p1_0])
w1(z):=eval(w1F1(z),[Xu1_0=tmp_u1_0,Xw1_0=tmp_w1_0,Xp1_0=tmp_p1_0])p1(z):=eval(p
1F1(z),[Xu1_0=tmp_u1_0,Xw1_0=tmp_w1_0,Xp1_0=tmp_p1_0]) dx:=2*evalf(Pi)*R2/Nx:
dz:=1/Nz:
tt:=4:
t:=dt*tt:
for i from 1 to Nx+1 do
for j from 1 to Nz+1 do
p[i,j]:=p0+dp0_dz*(dz*(j-1))+e/h0*Re(eval(p1(z),z=dz*(j-1))*eval(exp(I*(omg_pr*t-dx*(i-
1)/R2)))));
w[i,j]:=w0+e/h0*Re(eval(w1(z),z=dz*(j-1))*eval(exp(I*(omg_pr*t-dx*(i-1)/R2)))));
end do;
end do;
Fr[tt]:=0:

```

```

Fc[tt]:=0:
for i from 1 to Nx do
for j from 1 to (Nz+1) do
Fr[tt]:=Fr[tt]+p[i,j]*cos(omg_pr*tt*dt-dx*(i-1)/R2)*dx*dz;
Fc[tt]:=Fc[tt]+p[i,j]*sin(omg_pr*tt*dt-dx*(i-1)/R2)*dx*dz;
end do;
end do;

FFr[1]:=Fr[tt]/e;
FFc[1]:=Fc[tt]/e;
#2:
omg_pr:=0:
Au3:=0:
Bu3:=-1/R2:
Aw3:=0:
Bw3:=0:
Ap3:=0:
Bp3:=0:
A3:=0:
B3:=(vx0/R2)*(1-0.5*kapa)+omg_pr:
Au1:=mu*kx0/(h0^2*ro*a1*w0):
Bu1:=1/(a1*w0)*(omg_pr-b1*kapa*vx0/R2-d1*kapa*vx0*B3):
Aw1:=0:
Bw1:=0:
Ap1:=0:
Bp1:=-1/(ro*a1*w0*R2):
A1:=0:
B1:=vx0/(a1*w0)*(omg_pr+2*c1*kapa^2*h0*omg_pr/R2-d1*kapa*B3):
Au2:=0:
Bu2:=-ro*a1*w0*(2*B3+1/R2):
Aw2:=mu*kz0/h0^2*(1+aa):
Bw2:=ro*(omg_pr-d1*kapa*vx0/R2):
Ap2:=0:
Bp2:=0:
A2:=mu*kz0*w0/h0^2*(aa-2):
B2:=ro*w0*(d1*kapa*h0*omg_pr/R2-2*a1*B3):
sys:={u1F2(p)*(p+Au1+I*B1)+w1F2(p)*Aw1+p1F2(p)*I*Bp1=(A1+I*B1)/p+Xu1_0,w1F2(p)
)*(p+Aw3)+u1F2(p)*(Au3+I*B3)=(A3+I*B3)/p+Xw1_0,
p1F2(p)*(0+p)+u1F2(p)*(Au2+I*B2)+w1F2(p)*(Aw2+I*Bw2)=(A2+I*B2)/p+Xp1_0}:
res:=solve(sys,{u1F2(p),w1F2(p),p1F2(p)}):
u1F2(p):=subs(res,u1F2(p)):
w1F2(p):=subs(res,w1F2(p)):
p1F2(p):=subs(res,p1F2(p)):
with(inttrans):u1F2(z):=invlaplace(u1F2(p), p, z):

```

```

w1F2(z):=invlaplace(w1F2(p), p, z):
p1F2(z):=invlaplace(p1F2(p), p, z):
u1_0:=eval(u1F2(z),z=0):
p1_1:=eval(p1F2(z),z=1):
p1_0:=eval(p1F2(z),z=0):
w1_0:=eval(w1F2(z),z=0):
sys1:={u1_0=0,p1_1=0,p1_0=-ro*dz_in*w0*w1_0}:
res1:=solve(sys1,{Xu1_0,Xw1_0,Xp1_0}):
tmp_u1_0:=subs(res1,Xu1_0):
tmp_w1_0:=subs(res1,Xw1_0):
tmp_p1_0:=subs(res1,Xp1_0):
u1(z):=eval(u1F2(z),[Xu1_0=tmp_u1_0,Xw1_0=tmp_w1_0,Xp1_0=tmp_p1_0])
w1(z):=eval(w1F2(z),[Xu1_0=tmp_u1_0,Xw1_0=tmp_w1_0,Xp1_0=tmp_p1_0])
p1(z):=eval(p1F2(z),[Xu1_0=tmp_u1_0,Xw1_0=tmp_w1_0,Xp1_0=tmp_p1_0])
dx:=2*evalf(Pi)*R2/Nx:
dz:=l/Nz:
tt:=4:
t:=dt*tt:
for i from 1 to Nx+1 do
for j from 1 to Nz+1 do
p[i,j]:=p0+dp0_dz*(dz*(j-1))+e/h0*Re(eval(p1(z),z=dz*(j-1))*eval(exp(I*(omg_pr*t-dx*(i-1)/R2)))));w[i,j]:=w0+e/h0*Re(eval(w1(z),z=dz*(j-1))*eval(exp(I*(omg_pr*t-dx*(i-1)/R2)))));
end do;
end do;
Fr[tt]:=0:
Fc[tt]:=0:
for i from 1 to Nx do
for j from 1 to (Nz+1) do
Fr[tt]:=Fr[tt]+p[i,j]*cos(omg_pr*tt*dt-dx*(i-1)/R2)*dx*dz;
Fc[tt]:=Fc[tt]+p[i,j]*sin(omg_pr*tt*dt-dx*(i-1)/R2)*dx*dz;
end do;
end do;
FFr[2]:=Fr[tt]/e;
FFc[2]:=Fc[tt]/e;
#3:
omg_pr:=-omg_v:
Au3:=0:
Bu3:=-1/R2:
Aw3:=0:
Bw3:=0:
Ap3:=0:
Bp3:=0:
A3:=0:
B3:=(vx0/R2)*(1-0.5*kapa)+omg_pr:

```

```

Au1:=mu*kx0/(h0^2*ro*a1*w0):
Bu1:=1/(a1*w0)*(omg_pr-b1*kapa*vx0/R2-d1*kapa*vx0*Bu3):
Aw1:=0:
Bw1:=0:
Ap1:=0:
Bp1:=-1/(ro*a1*w0*R2):
A1:=0:
B1:=vx0/(a1*w0)*(omg_pr+2*c1*kapa^2*h0*omg_pr/R2-d1*kapa*B3):
Au2:=0:
Bu2:=-ro*a1*w0*(2*Bu3+1/R2):
Aw2:=mu*kz0/h0^2*(1+aa):
Bw2:=ro*(omg_pr-d1*kapa*vx0/R2):
Ap2:=0:
Bp2:=0:
A2:=mu*kz0*w0/h0^2*(aa-2):
B2:=ro*w0*(d1*kapa*h0*omg_pr/R2-2*a1*B3):
sys:={u1F3(p)*(p+Au1+I*Bu1)+w1F3(p)*Aw1+p1F3(p)*I*Bp1=(A1+I*B1)/p+Xu1_0,w1F3(p)
)*(p+Aw3)+u1F3(p)*(Au3+I*Bu3)=(A3+I*B3)/p+Xw1_0,
p1F3(p)*(0+p)+u1F3(p)*(Au2+I*Bu2)+w1F3(p)*(Aw2+I*Bw2)=(A2+I*B2)/p+Xp1_0}:
res:=solve(sys,{u1F3(p),w1F3(p),p1F3(p)}):
u1F3(p):=subs(res,u1F3(p)):
w1F3(p):=subs(res,w1F3(p)):
p1F3(p):=subs(res,p1F3(p)):
with(inttrans):u1F3(z):=invlaplace(u1F3(p), p, z):
w1F3(z):=invlaplace(w1F3(p), p, z):
p1F3(z):=invlaplace(p1F3(p), p, z):
u1_0:=eval(u1F3(z),z=0):
p1_1:=eval(p1F3(z),z=1):
p1_0:=eval(p1F3(z),z=0):
w1_0:=eval(w1F3(z),z=0):
sys1:={u1_0=0,p1_1=0,p1_0=-ro*dz_in*w0*w1_0}:
res1:=solve(sys1,{Xu1_0,Xw1_0,Xp1_0}):
tmp_u1_0:=subs(res1,Xu1_0):
tmp_w1_0:=subs(res1,Xw1_0):
tmp_p1_0:=subs(res1,Xp1_0):
u1(z):=eval(u1F3(z),[Xu1_0=tmp_u1_0,Xw1_0=tmp_w1_0,Xp1_0=tmp_p1_0])
w1(z):=eval(w1F3(z),[Xu1_0=tmp_u1_0,Xw1_0=tmp_w1_0,Xp1_0=tmp_p1_0])
p1(z):=eval(p1F3(z),[Xu1_0=tmp_u1_0,Xw1_0=tmp_w1_0,Xp1_0=tmp_p1_0])
dx:=2*evalf(Pi)*R2/Nx:
dz:=l/Nz:
tt:=4:
t:=dt*tt:
for i from 1 to Nx+1 do
for j from 1 to Nz+1 do

```

```

    p[i,j]:=p0+dp0_dz*(dz*(j-1))+e/h0*Re(eval(p1(z),z=dz*(j-1))*eval(exp(I*(omg_pr*t-dx*(i-1)/R2))));w[i,j]:=w0+e/h0*Re(eval(w1(z),z=dz*(j-1))*eval(exp(I*(omg_pr*t-dx*(i-1)/R2))));
    end do;
    end do;
    Fr[tt]:=0;
    Fc[tt]:=0;
    for i from 1 to Nx do
    for j from 1 to (Nz+1) do
    Fr[tt]:=Fr[tt]+p[i,j]*cos(omg_pr*tt*dt-dx*(i-1)/R2)*dx*dz;
    Fc[tt]:=Fc[tt]+p[i,j]*sin(omg_pr*tt*dt-dx*(i-1)/R2)*dx*dz;
    end do;
    end do;
    FFr[3]:=Fr[tt]/e;
    FFc[3]:=Fc[tt]/e;

```

```

    sys:={ST+dmp*omg_v-MASS*omg_v^2=FFr[1],ST=FFr[2],
    MASS*omg_v^2=FFr[3]}:
    res:=solve(sys,{ST,dmp,MASS});
    sys:={st+DMP*omg_v-mass*omg_v^2=FFc[1],st=FFc[2],
    mass*omg_v^2=FFc[3]}:
    res:=solve(sys,{st,DMP,mass});

```

ST-dmp*omg_v-

st-DMP*omg_v-