

УДК623. 467. 72

КП

№ держреєстрації 0115U000666

Інв. №

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет(СумДУ)
40007, Україна, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2, тел. (0542) 33 41 08

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи

д.ф.-м.н., професор

_____ А.М. Черноус

2015.11.26

ЗВІТ

ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

Розробка універсальної математичної моделі взаємодії мобільної пускової
установки ОТРК(ТРК) з ґрунтом під час стартового навантаження
(проміжний)

Начальник НДЧ,

к.ф.-м.н., с.н.с.

Д.І. Курбатов

Керівник НДР,

д. ф.-м.н., проф.

В.В. Калашніков

2015

Рукопис закінчено 26 листопада 2015 року

Результати роботи розглянуто науковою радою, протокол №3 від 2015.11.26

СПИСОК АВТОРІВ

Науковий керівник,
п.н.с. д.ф.-м.н., проф.

(підпис)

В.В.КАЛАШНІКОВ
(розділ 1)

(дата)

Відповідальний виконавець,
п.н.с. к.ф.-м.н, с.н.с

(підпис)

І.В.КОПЛИК
(вступ, розділи 1-4,
висновки)

(дата)

Виконавець
п.н.с. к.т.н., доц.

(підпис)

О.М.ШИЙКО
(вступ, розділи 1-4,
висновки)

(дата)

Виконавець,
г.н.с., к.т.н., проф.

(підпис)

А.В.ВАСИЛЬЄВ
(розділ 2)

(дата)

Виконавець,
п.н.с. к.т.н., доц.

(підпис)

П.В.ПОЛЕНИЦЯ
(розділи 1-4)

(дата)

Виконавець,
м.н.с.

(підпис)

О.П.ОСТАПОВА
(розділи 1-4)

(дата)

Виконавець,
н.с., д.т.н., проф.

(підпис)

А.М.ПАВЛЮЧЕНКО
(розділи 2)

(дата)

Виконавець,
н.с., к.ф.-м.н.

(підпис)

Н.М.МАНЬКО
(розділи 1, 2)

(дата)

Виконавець,
н.с.

(підпис)

А.М.ЗАСКОКА
(розділи 2-4)

(дата)

Виконавець,
н.с.

(підпис)

А.М.МЕЛЕШКО
(розділ 3)

(дата)

Виконавець,
лаборант

(підпис)

М.О.ФЕДЧЕНКО
(розділ 4)

(дата)

Виконавець,
лаборант

(підпис)

А.С.ТИХОНОВА
(розділ 4)

(дата)

РЕФЕРАТ

Звіт (проміжний) про НДР: 107 с., 24 рис., 4 табл., 39 джерел.

Об'єкт дослідження – процес старту літального апарату з мобільної пускової установки. Об'єктом розробки є система диференціальних рівнянь руху складових частин мобільної пускової установки та літального апарату.

Мета роботи – створення універсальної математичної моделі для визначення параметрів взаємодії мобільної пускової установки ОТРК (ТРК) із ґрунтом під час короткочасного динамічного навантаження.

Метод дослідження – класичні методи сучасної динаміки, а також методи моделювання.

Надано результати аналізу існуючих конструктивних схем старту ракет з мобільних пускових установок. Розроблені розрахункові моделі взаємодії мобільної пускової установки ОТРК (ТРК) з ґрунтом під час стартового навантаження. Створені математичні моделі мобільної пускової установки при мінометному старті. Розроблена модель динамічних переміщень ґрунту як пружної напівплощини. Досліджено рух системи ракета-контейнер під час мінометного старту ракети з транспортно-пускового контейнеру з урахуванням динамічної взаємодії контейнера з ґрунтом.

Прогнозні припущення щодо розвитку об'єкта дослідження – створення інформаційної технології, як сукупності методів розрахунку, процесу конструювання та програмно-технічного забезпечення, інтегрованих з метою отримання, опрацювання та використання інформації для покращення технічних і вартісних показників нових зразків техніки.

ПУСКОВА УСТАНОВКА, МІНОМЕТНИЙ СТАРТ, РАКЕТА, ТРАНСПОРТНО-ПУСКОВИЙ КОНТЕЙНЕР, ПРУЖНЯ ҐРУНТОВА ОСНОВА, ПАРАМЕТРИ РУХУ.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ	6
ВСТУП	7
1. РОЗРОБКА РОЗРАХУНКОВИХ МОДЕЛЕЙ ВЗАЄМОДІЇ МОБІЛЬНОЇ ПУСКОВОЇ УСТАНОВКИ ОТРК (ТРК) З ҐРУНТОМ ПІД ЧАС СТАРТОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ.....	9
1.1. Огляд конструкційних схем старту ракет	9
1.1.1. Мобільні пускові установки ОТРК з відкритими напрямними	15
1.1.2. Мобільні пускові установки ОТРК з транспортно-пусковими контейнерами	16
1.2 Деякі проблеми динаміки старту з мобільних ПУ	25
1.3 Розробка розрахункових моделей	36
2. ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ СИСТЕМИ РАКЕТА-КОНТЕЙНЕР ПІД ЧАС МІНОМЕТНОГО СТАРТУ РАКЕТИ З ТПК.....	44
2.1. Ділянка відносного поступального руху ракети в контейнері.....	45
2.2. Ділянка відносного складного руху ракети в контейнері.....	54
2.3. Ділянка вільних затухаючих коливань контейнера	77
2.4. Початкові умови руху та умова відриву контейнера від ґрунту.....	78
3. ДИНАМІЧНІ ПЕРЕМІЩЕННЯ ПРУЖНОЇ НАПІВПЛОЩІНИ	80
4. ДИНАМІЧНА ВЗАЄМОДІЯ З ҐРУНТОМ	91
4.1. Природа ґрунтів та їх фізичні властивості	92
4.2. Пружні деформації ґрунтів і методи їх визначення	94
4.3. Врахування динамічних властивостей ґрунтів при розрахунках на коливання	95
ВИСНОВКИ.....	102
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	104

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ,
СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ**

БРК	– Бойовий ракетний комплекс
ГЧ	– Головна частина
ЗРК	– Зенітний ракетний комплекс
ЛА	– Літальний апарат
МБР	– Міжконтинентальна балістична ракета
ОТРК	– Оперативно-тактичний ракетний комплекс
ПАТ	– Пороховий акумулятор тиску
ПРО	– Проти ракетна оборона
ПУ	– Пускова установка
РГЧ	– Розділююча головна частина
РРД	– Рідкісний реактивний двигун
РС	– Реактивний снаряд
РСЗВ	– Реактивна система залпового вогню
СПУ	– Стартова пускова установка
ТПК	– Транспортно-пусковий контейнер
ТРК	– Тактичний ракетний комплекс
ШПУ	– Шахтна пускова установка

ВСТУП

Дослідження динаміки старту по-перше необхідні для визначення початкових збурень, які отримує літальний апарат в момент втрати контакту з направляючою, а також динамічних навантажень на корпус літального апарату під час старту. Не менш важливою задачею є визначення навантажень на пускову установку під час старту. Вона передбачає визначення динамічних зусиль, виникаючих в елементах конструкції пускової установки, з наступним можливим визначення динамічних напружень та деформацій елементів конструкції.

Основним джерелом інформації на стадії конструкторської розробки, зокрема про динамічні навантаження під час старту, є розрахункові дослідження. Теоретичною основою для таких досліджень може бути тільки математична модель. Модель повинна уявляти систему диференціальних рівнянь руху складових частин мобільної пускової установки та літального апарату під час старту з урахуванням інерційних властивостей складових частин установки і літального апарату, а також пружних і демпфуючих властивостей внутрішніх зв'язків установки та ґрунтової основи.

Актуальність теми. Вирішення задачі взаємодії мобільної пускової установки із ґрунтом під час короткочасного динамічного навантаження є актуальною проблемою. Потреба збільшення маси літальних апаратів та початкових швидкостей при сході їх з пускових установок призводить до зростання динамічних навантажень на пускову установку при старті літального апарату. В такому разі питання динаміки набувають все більшого значення як при розрахунках пускової установки на міцність та жорсткість, так і з метою визначення збурень початкових умов старту. Ці збурення призводять до суттєвого технічного розсіювання кінцевих точок траєкторій літальних апаратів і повинні бути відомими при розв'язанні балістичних задач. Чисельне розв'язання системи диференціальних рівнянь руху системи пускова установка-літальний апарат дає можливість отримувати величини реакцій внутрішніх

зв'язків та параметрів руху складових системи, що дозволить вирішувати питання оптимізації конструкції пускової установки по жорсткості, вазі і вартості на стадії конструкторської розробки, що в свою чергу збільшить конкурентоздатність подібних виробів на ринку.

Мета роботи – створення універсальної математичної моделі для визначення параметрів взаємодії мобільної пускової установки ОТРК (ТРК) із ґрунтом під час короткочасного динамічного навантаження.

Задачі, які необхідно вирішити для досягнення мети. Необхідно проаналізувати існуючі конструкції мобільних пускових установок, взявши їх за основу для створення образу гіпотетичної мобільної пускової установки. Створивши базову гіпотетичну установку, її слід розділити на складові частини (носій, рухома направляюча, мости з колесами та ін.), з'єднані між собою і з ґрунтом лінійними та кутовими прижньо-демпфуючими зв'язками. Визначившись з узагальненими параметрами літального апарату та окремих складових пускової установки, необхідно скласти диференціальні рівняння руху складових пускової установки, залучивши для цього відомі закони теоретичної механіки.

1. РОЗРОБКА РОЗРАХУНКОВИХ МОДЕЛЕЙ ВЗАЄМОДІЇ МОБІЛЬНОЇ ПУСКОВОЇ УСТАНОВКИ ОТРК (ТРК) З ГРУНТОМ ПІД ЧАС СТАРТОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

1.1. Огляд конструкційних схем старту ракет

Ракетна пускова установка - комплекс спеціальних агрегатів і споруд, призначених для розміщення ракет, виконання всіх операцій в процесі їх експлуатації, підготовки і проведення пусків. Пускова установка (ПУ) займає центральне місце в наземному обладнанні, яке поряд з ракетою є другою, не менш важливою складовою частиною ракетного комплексу. Саме вдосконалення ПУ, які багато в чому визначають технічний вигляд ракетних комплексів, дозволило в основному вирішувати завдання забезпечення живучості. Існують різноманітні технічні рішення даних пристроїв: у вигляді напрямних профілів, порожнистих труб та ін.

Стаціонарні ПУ першого покоління представляли собою наземні незахищені групові старту і були уразливі для ракет, які склалися в цей час на озброєнні ймовірного противника. Наступне покоління стаціонарних стартів представляло захищені шахтні пускові установки (ШПУ) у складі групових стартових позицій. Великим кроком у забезпеченні живучості ракетних комплексів стало створення одиночних шахтних пускових установок, які розташовувалися на значній відстані одна від одної.

Еволюція стратегії ведення збройних конфліктів показала, що однією з істотних їх тенденцій є прагнення протидіючих сторін до максимального обмеження боротьби на передньому краї, в безпосередньому зіткненні військ з метою збереження живої сили для нанесення вирішального удару і перенесення основного обсягу операцій в другі ешелони, що може досягатися застосуванням авіації або ракетних комплексів різного призначення. Проте, враховуючи, що дії авіації не всепогодні і також пов'язані з людськими

втратами, ракетні комплекси залишаються найбільш ефективним засобом поразки різного типу об'єктів в будь-який час доби, року, в будь-яких кліматичних умовах.

Оперативно-тактичний ракетний комплекс (ОТРК) - вид ракетного озброєння, призначений для ураження цілей противника на оперативну глибину щодо лінії фронту. Він є проміжною сходинкою між тактичними і стратегічними ракетними озброєннями. Комплекс структурно складається з оперативно-тактичної ракети, системи наведення, зв'язку та обслуговуючої апаратури. ОТРК активно використовувалися в ході ряду локальних воєн кінця ХХ, початку ХХІ століття. Існує ряд міжнародних домовленостей, що обмежують характеристики оперативно-тактичних комплексів.

Сформована на початковий період розробки ТРК і ОТРК суспільно-політична ситуація зумовила створення комплексів, застосування яких передбачало тільки ядерна бойове оснащення, при цьому ракети мали низьку точність і малу ймовірністю подолання ПРО супротивника та іншими недоліками, обумовленими рівнем науково-технічного розвитку на період створення зазначених комплексів. Наступна зміна військово-політичної ситуації і перехід на звичайне (неядерна) оснащення ТРК і ОТРК вимагало принципової зміни ідеології побудови цих комплексів, основними напрямками якої на сучасному етапі є:

- висока ефективність застосування бойових частин звичайного спорядження за рахунок прецизійної точності стрільби;
- широка номенклатура бойових частин;
- автономність, мобільність, маневреність і висока прохідність бойових машин;
- скритність підготовки та нанесення ракетного удару;
- швидкість розгортання СПУ і мінімальний час підготовки пуску ракети;
- можливість використання непідготовлених в інженерному та

топогеодезичному відношенні стартових позицій;

- висока надійність і зручність в експлуатації;
- високий ступінь автоматизації процесу підготовки і проведення пуску;
- широкий температурний діапазон бойового застосування;
- тривалі терміни служби;
- висока ймовірність подолання ПРО супротивника.

Більшість перерахованих вище напрямків вдалося реалізувати за рахунок пересувних (мобільних) пускових установок.

Мінометний старт («холодний» старт) - спосіб запуску ракети, при якому ракета викидається з пускової установки (транспортно-пускового контейнера) за рахунок тиску, створюваного в замкнутому об'ємі яким-небудь джерелом, розташованим поза ракети. Таким джерелом може служити, наприклад, пороховий акумулятор тиску (ПАТ). Пороховий акумулятор тиску виконує приблизно ту ж функцію, що і пиж, викидаючи ракету з шахти на висоту, достатню для безпечного включення РРД ракети. Після виходу з шахти ПАТ відділяється пружинним штовхачем і відводиться убік пороховим ракетним двигуном, щоб не створювати перешкод реактивному струмені РРД.

Двигун ракети при цьому запускається вже після того, як ракета вийде з пускової установки.

Переваги мінометного старту перед звичайним (газодинамічним):

- поліпшуються енергетичні показники ракети, так як економиться запас палива на борту;
- газовий струмінь ракетного двигуна менше впливає на пускову установку і саму ракету;
- спрощується конструкція і зменшуються розміри пускової установки, так як відпадає потреба у відведенні газового струменя і захисту від неї обладнання ПУ.

Існує й інший варіант мінометного старту - із запуском двигуна ракети прямо в транспортно-пусковому контейнері (ТПК), але він менш вигідний в

порівнянні з описаним вище. Мінометний старт став єдиним рішенням, що дозволяв запускати ракети з борту підводного човна в підводному положенні. В даний час ця схема широко застосовується для бойових ракет різних класів.

Мінометна схема старту ракети з транспортно-пускового контейнера (ТПК) вперше у світовій практиці була розроблена і впроваджена для важкої рідинної МБР Р-36М. При старті тиск, створюваний пороховими акумуляторами тиску, виштовхував ракету з ТПК і тільки після покидання шахти запускався двигун ракети. Концепція важкої ракети холодного (мінометного) старту за допомогою порохового акумулятора тиску була розроблена Михайлом Янгелем в 1969 році. Р-36М - двоступенева міжконтинентальна балістична ракета. Оснащувалася моноблочною ГЧ і РГЧ ІН з десятьма бойовими блоками. Розроблено в КБ "Південне" під керівництвом Михайла Янгеля та Володимира Уткіна. Проектування розпочато в 1969 році. ЛКВ проводилися з 1972 року по жовтень 1975 року. Спосіб старту – мінометній (рис. 1.1)

На заводі-виробнику ракети поміщалися в транспортно-пусковий контейнер, на якому було розміщено і все необхідне для пуску обладнання, після чого на заводському контрольно-випробувальному стенді проводилися всі необхідні перевірки. При заміні Р-36, які відслужили свій термін, новими Р-36М в шахту вставлявся металевий силовий стакан з системою амортизації та обладнанням ПУ, а вся укрупнена збірка на полігоні, спрощено зводилася лише до трьох (оскільки пускова установка складалася з трьох частин) додатковим зварних швам на нульовій позначці стартового майданчика. При цьому викидалися з конструкції пускової установки газові канали та решітки, які стали непотрібними при мінометному старті.

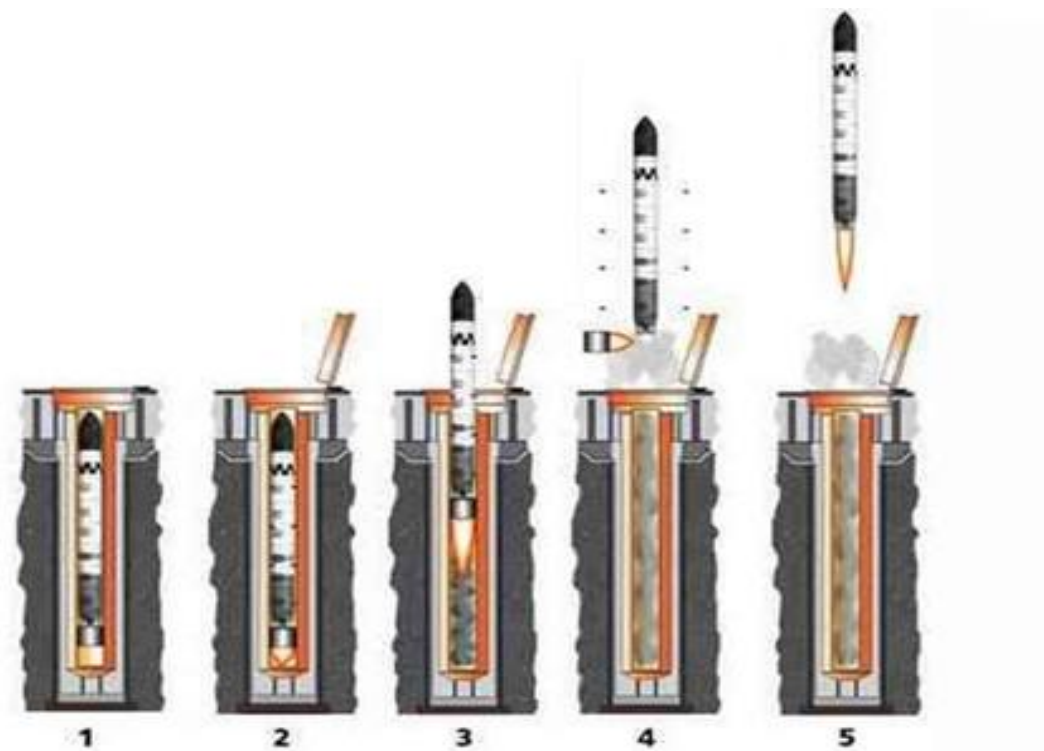


Рисунок 1.1 – Схема мінометного старту

У прийнятій схемі викидання ракети з шахти роль поршня виконував спеціальний піддон, який представляв досить складну просторову тонкостінну конструкцію з діаметром, рівним діаметру ракети, а довжина його складала декілька метрів. Вихідний об'єм, який починав заповнюватися газами, утворювали дві сферичних сегмента. Один з них, нижній, був, по суті, днищем контейнера, на ньому розташовувалися порохові акумулятори тиску. Відповідний сегмент, днище піддону, виконував роль поршня. Разом верхнє і нижнє днища представляли фігуру чечевицеподібних форми.

Робочим тілом, що виштовхує ракету з шахти, були гази, вироблювані пороховими акумуляторами тиску. Крім розробки їх конструкції, що саме по собі представляло окрему проблему, потрібно було забезпечити оптимальний режим наростання тиску. Розрахунки показали: одним акумулятором тиску це зробити неможливо. Тому довелося передбачити другий, який ввімкнувся через певний проміжок часу після початку роботи першого. Застосування двоступеневої схеми дозволило забезпечити прогресивну витрату, що стежила за збільшенням об'єму, заповнюваного газами в процесі виходу ракети з

шахти. Сумарна необхідна маса заряду ПАТів виявилася рівною 120 кілограмам.

Про ефективність роботи порохових акумуляторів тиску свідчить такий факт: знайдена сумарна вага заряду сумішевого твердого палива легко виштовхувала з контейнера масу в 210 тон зі швидкістю до 25м/с на висоту до 15-20 м. Величина максимального перевантаження, що виникає у процесі викиду ракети з контейнера складала 2,5. Це перевантаження вибиралося на основі оптимізації за багатьма параметрами: швидкості виходу з шахти, дальності польоту, потрібної маси для забезпечення несучої здатності конструкції.

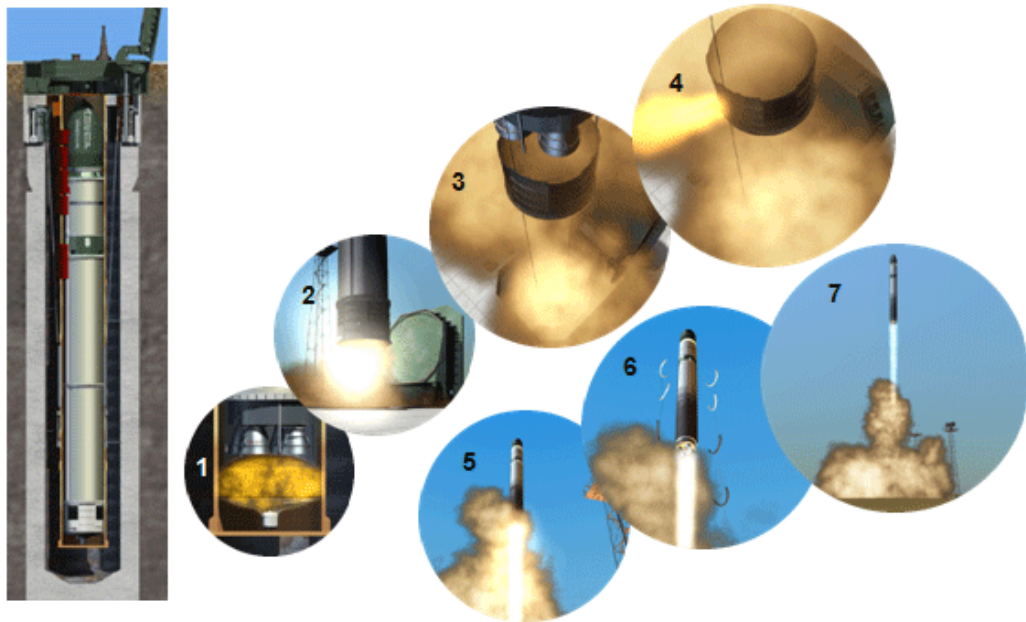


Рисунок 1.2 – Схема старту РН «Дніпро»:

- 1) Запуск порохового акумулятора тиску (ПАТ).
- 2) Вихід ракети з ШПУ.
- 3) Відділення ПАТ.
- 4) Відведення ПАТ.
- 5) Запуск ДУ 1-й ступені.
- 6) Скидання обтюраторних кілець.
- 7) Політ ракети.

При старті Р-36М виникали ударні навантаження, що діють на відсік двигуна першого ступеня. Причиною були гази ПАТів. Відбиваючись від стінок контейнера, вони наздоганяли ракету і створювали додаткові зусилля. Тому криву, що забезпечує прогресивну витрату газу, довелося вибрати з

урахуванням фактичних ударних навантажень. Інтенсивність наростання тиску повинна була підкорятися суперечливим вимогам: з одного боку з умов міцності її слід було вибрати мінімальною, але в той же час і такою, щоб забезпечити досягнення необхідної висоти в момент початку роботи двигунів.

«Дніпро» – конверсійна космічна ракета-носій, створена на базі міжконтинентальних балістичних ракет, що підлягають ліквідації, Р-36М УТТХ і Р-36М2 «Воевода» кооперацією російських і українських підприємств і призначена для виведення до 3,7 тон корисного навантаження (космічного апарату або групи супутників) на орбіти висотою 300-900 км. Спосіб старту – мінометний. Старт ракети-носія «Дніпро» показаний на рис.1.2. Зліва від хвостовій частині ракети видний відокремившийся від неї піддон, який захищає двигун від впливу порохових газів при мінометному старті. Старт ракети-носія з транспортно-пускового контейнера (ТПК) здійснюється по мінометній схемі за допомогою порохового акумулятора тиску. Схема старту РН «Дніпро» з описом етапів виведена на рис.1.2.

1.1.1. Мобільні пускові установки ОТРК з відкритими напрямними

Оперативно-тактичний ракетний комплекс "Іскандер".

Прикладом ОТРК, де застосовується пускова установка газодинамічного старту з відкритих напрямних є ракетний комплекс «Іскандер» (рис.1.3). Мобільний оперативно-тактичний ракетний комплекс (ОТРК) «Іскандер» призначений для ураження високоточними ракетами наземних цілей, таких як командні пункти, великі угруповання військ, засоби вогневого ураження, об'єкти ППО і ПРО, літаки і вертольоти на аеродромах. Комплекс має високу тактичну маневреність завдяки високій прохідності бойових машин.



Рисунок 1.3 – Оперативно-тактичний ракетний комплекс "Іскандер"

Комплекс випускається в двох варіантах - «Іскандер-М» (для Збройних Сил Росії) і «Іскандер-Е» (для експорту). Експортний варіант по бойових характеристиках дещо відрізняється, зокрема максимальною дальністю ураження цілі - до 280 км. Комплекс «Іскандер-М» має високу вогневу продуктивність, здатний вражати цілі на дальності до 500 км, причому з інтервалом в 1 хвилину може обстріляти 2 різні цілі. Траєкторія польоту ракети - не балістична, важкопрогнозована для противника, ракета керується протягом усього польоту.

1.1.2. Мобільні пускові установки ОТРК з транспортно-пусковими контейнерами

Невід'ємною приналежністю багатьох ракет ОТРК в даний час є транспортно-пусковий контейнер (ТПК), що забезпечує транспортування, перевантаження, зберігання, бойове чергування, підготовку до пуску і пуск ракети. ТПК забезпечує підтримку заданого температурно-вологісного режиму утримання ракети, підтримки всередині контейнера необхідних параметрів газового середовища і контроль цих параметрів на всіх етапах експлуатації ракети. Контейнер виключає шкідливий вплив на ракету

атмосферних умов, пилу, сонячної радіації; оберігає ракету від механічних пошкоджень в процесі транспортування; забезпечує бойове чергування і спрямований рух ракети в початковий період пуску при газодинамічному або мінометному старті. Конструктивна схема ТПК в значній мірі визначається типом ракети і бойового ракетного комплексу (БРК), транспортними засобами, а також типом старту.

На практиці використовуються дві основні схеми ТПК: схема ТПК ракети, що використовується для пуску з шахтної пускової установки (ШПУ); схема ТПК ракети, що використовується в рухомих ґрунтових ракетних комплексах. У першому випадку при газодинамічному старті ракета після включення двигунів в ТПК ковзає за допомогою розташованих в декількох площинах бугелів по напрямних, закріплених всередині ТПК по всій його довжині. При мінометному старті направляючою руху ракети є вся внутрішня поверхня ТПК, по якій ракета ковзає опорними поясами, що розташовані на певній відстані по її довжині і скидаються після виходу ракети з контейнера.

Для ракет шахтного базування, де необхідний температурний режим забезпечується ШПУ, ТПК виконуються у вигляді підкріпленої або гладкою циліндричної оболонки з алюмінієвого сплаву або зі склопластику. Для забезпечення герметичності внутрішнього об'єму верхній торець ТПК закривається еластичною плівкою, а нижній торець - еластичною плівкою при газодинамічному старті або жорстким днищем під час мінометного старті. Герметизація ТПК забезпечує в ньому необхідну вологість в процесі бойового чергування. ТПК для рухомих ОТРК виконуються багат шаровими (як правило тришаровими) циліндричними оболонками, де зовнішній і внутрішній шари є силовими, виконаними зі склопластику, а проміжний шар є теплоізолятором. Як утеплювач вибирається матеріал з невеликим значенням питомої щільності і низьким значенням теплопровідності (пінопласт). Така конструкція спільно з системою терморегулювання забезпечує підтримку усередині ТПК необхідного температурного режиму в будь-який час року. Другою особливістю цих ТПК є наявність у них нижнього телескопічного

днища, яке при старті ракети опускається на ґрунт і запобігає перекиданню пускової установки при виході ракети з ТПК за рахунок передачі більшої частини зусилля віддачі безпосередньо на ґрунт.

Зенітний ракетний комплекс С-300ПТ з ракетою В-500Р.

У 1981 році був прийнятий на озброєння зенітний ракетний комплекс С-300ПТ з ракетою В-500Р. Маса ракети становила 1665кг, включаючи бойову частину масою 130кг, довжина - 7,25 м, діаметр - 508мм. Комплекс С-300ПТ на початку вісімдесятих років був вдосконалений з доведенням можливостей до рівня самохідного, отримавши позначення С-300ПТ-1. Усі контейнери цього варіанту комплексу при бойовій роботі знаходилися на автомобільних шасі напівпричепів (рис.1.4). Застосовувалися напівпричепи ПУ 5П851А, для перезарядження яких використовувалися заряджають машини на шасі КраЗ-255 або самохідні кранові засоби.

При старті ракет комплексу використовувався їх викид з ТПК за допомогою катапультного пристрою, задіяного при подачі продуктів згоряння ПАТ. При цьому ударною хвилею вибивалася заздалегідь ослаблена радіальними канавками кришка контейнера, зроблена з композиційних матеріалів. При спрацьовуванні ще одного ПАТ газ надходив до 2-х розташованих уздовж контейнера циліндра катапульти, приводячи в рух розміщені в них штоки. Для виключення перекосу ЗУР штоки з'єднувалися розміщеною під хвостовим відсіком балкою. Ракета примусово катапультиувалися на висоту близько 20 метрів. Одночасно з виходом ракети з контейнера розкривалися аеродинамічні поверхні. Запуск двигуна ракети проводився з використанням блоку затримки через одну-півтори секунди після виходу ЗУР з контейнера і при досягненні практично нульової швидкості.

До складу дивізіону ЗРС С-300ПС (С-300ПМУ) входили чотири пускових комплекси 5П85СД, кожен з яких складався з однієї основної СПУ 5П85С з високою кабіною керування і автономним живленням і двох додаткових установок 5П85Д з живленням від зовнішньої мережі та управлінням від СПУ 5П85С по радіолінії або по кабелю. Кожна установка

забезпечувалася гідравлічними опорами і чотирма циліндричними герметизованими ТПК з керованими твердопаливними одноступінчастими ракетами 5В55Р зі стартовою масою 1665 кг, довжиною 7,25 м і осколково-фугасної бойовою частиною масою 133 кг. Таким чином, в дивізіоні С-300ПС в цілому знаходилося 48 ракет. Їх запуск здійснювався з ТПК за допомогою катапульти, а потім на висоті 20 м включалися двигуни ракет і системи управління, що дозволяло вести стрільбу в умовах складного рельєфу. Її темп становив 3 - 5 с.



Рисунок 1.4 – Додаткова пускова установка 5П85Д зенітної ракетної системи С-300ПС.

Зенітний ракетний комплекс С-400 «Тріумф».

Зенітний ракетний комплекс С-400 «Тріумф» (за класифікацією НАТО - SA-21 Growler) - зенітна ракетна система великої і середньої дальності, зенітний ракетний комплекс (ЗРК) нового покоління (рис.1.5). Призначений для ураження всіх сучасних і перспективних засобів повітряно-космічного нападу - літаків-розвідників, літаків стратегічної і тактичної авіації, тактичних, оперативно-тактичних балістичних ракет, балістичних ракет середньої дальності, гіперзвукових цілей, постановників перешкод, літаків

радіолокаційного дозору і наведення та інших.

Ракети зенітного ракетного комплексу С-400 використовують "холодний" старт - перед запуском маршового двигуна вони викидаються з контейнера на висоту більше 30 метрів. У процесі підйому на цю висоту ракета з непрацюючим маршовим двигуном схиляється в бік цілі за допомогою газодинамічної системи. Запуск маршового двигуна по завершенні схилення дозволяє збільшити досяжність і зменшити ближню границю зони ураження.



Рисунок 1.5 – Зенітний ракетний комплекс С-400 «Тріумф»

Комплекс МБР «Тополь-М».

В кінці 1980-х років було поставлено завдання створити два ракетних комплекси МБР з єдиною твердопаливною ракетою - стаціонарний шахтний і рухомий. Комплекс РТ-2ПМ2 «Тополь-М» створювався в розвиток вже поставленого на озброєння РТ-2ПМ «Тополя». Випробування ракети почалися в 1994 році, в 1997 році ракета була поставлена на серійне виробництво. Перші шахтні ракети були поставлені на бойове чергування в грудні 1997 року, перші мобільні – у листопаді 2006 року. Ракета комплексу 15Ж55 (15Ж65 для шахтної версії) триступенева твердопаливна, з мінометним («холодним») стартом з транспортно-пускового контейнера автономної пускової установки. На рис.1.6 видно закріплений в нижній частині ракети зовнішній піддон, призначений для забезпечення мінометного старту ракети.

Пускова установка з ракетою 15Ж65 мобільного базування розміщується в високоміцному склопластиковому ТПК на восьмивісному шасі МЗКТ-79221 (МАЗ-7922) Мінського заводу колісних тягачів високої прохідності і конструктивно практично не відрізняється від шахтного варіанту. Старт - мінометного типу: з вимкненим двигуном ракета виштовхується з контейнера пороховими газами на висоту в кілька метрів. У повітрі вона відхиляється за допомогою порохового прискорювача. І вже після цього включається маршовий двигун, щоб уникнути пошкодження пускової установки газовим струменем маршового двигуна.



Рисунок 1.6 – Ескіз мобільної пускової установки комплексу «Тополь-М»

Вага пускової установки - 120 тон, довжина - 22 метри, ширина - 3,4 метра. Шість пар коліс з восьми є поворотними, що забезпечує радіус повороту 18 метрів. Тиск на ґрунт установки в два рази менше, ніж звичайного вантажного автомобіля. При створенні систем і агрегатів БРК 15П165 "Тополь-М" використаний ряд принципово нових технічних рішень в порівнянні з комплексом "Тополь". Так, система неповного вивішування дає можливість розгортати ПУ "Тополь-М" навіть на м'яких ґрунтах.

Оперативно-тактичний ракетний комплекс "Іскандер-К".



Рисунок 1.7 – Можливий зовнішній вигляд СПУ 9П78-1 комплексу "Іскандер-К"



Рисунок 1.8 – Розкадрування пуску крилатої ракети Р-500 комплексу "Іскандер-К"

1.1.3. Мобільні пускові установки ОТРК з пакетами трубчастих напрямних

Реактивна система залпового вогню БМ-21 «Град-1А» (БелГрад).

Використання як шасі пускової установки автомобіля МАЗ-6317 дозволило конструкторам дещо змінити компоновальну схему установки (рис.1.9). МАЗ-6317 має майже вдвічі більшу довжину вантажної платформи в порівнянні з «Уралом-375Д» (6250 і 3900 мм відповідно). Збереження класичної компоновальної схеми з розміщенням артилерійської частини в кормі пускової установки дозволило встановити між кабіною і артилерійською частиною стелажі для 40 реактивних снарядів (розглядається також варіант стелажів на 80 снарядів), перезаряджати пускову установку без використання транспортно-заряджаючої машини і таким чином скоротити час підготовки до другого залпу.



Рисунок 1.9 – Реактивна системами залпового вогню БМ-21 «Град-1А» (БелГрад)

У зв'язку з відсутністю у МАЗ-6317 механізму вимикання ресор в кормовій частині шасі змонтовані дві опори з гвинтовими домкратами, які підвищують стійкість установки під час стрільби. РСЗВ «Белград» має таку ж артилерійську частину, що і БМ-21. Вона складається з пакету направляючих (сорок 122,4-мм стволів, розташованих в чотири ряди по десять стволів у кожному), люльки, поворотної основи, механізмів наведення, прицільних пристроїв, пневматичного та електротехнічного обладнання. Через більшу, ніж у БМ-21, висоту розташування артилерійської частини над рівнем землі для навідника на поворотній основі змонтована відкидна площадка. РСЗВ «БелГрад» може вести стрільбу некерованими реактивними снарядами всіх типів, розроблених для РСЗО БМ-21, включаючи і нові снаряди з касетної і відокремлюючоюся головною частиною з дальністю стрільби до 35 км. Стрільба ведеться одиночними пострілами або залпом.

Перспективний зенітний ракетний комплекс середньої дальності «Витязь».



Рисунок 1.10 – Перспективний зенітний ракетний комплекс середньої дальності «Витязь»

Пускові установки перспективного зенітного ракетного комплексу середньої дальності «Витязь» (рис.1.10) вперше продемонстровані широкій громадськості 19 червня 2013 на майданчику ВАТ «ДОЗ Обухівський завод» (Санкт-Петербург, підприємство входить до складу ВАТ «Концерн ППО «Алмаз-Антей»).

1.2 Деякі проблеми динаміки старту з мобільних ПУ

Об'єктом дослідження в даній роботі є процес старту літального апарату (ЛА) з мобільної пускової установки (ПУ). Під стартом ЛА розуміється сукупність взаємозв'язаних процесів в системі ЛА-ПУ, що протікають в період від моменту подання команди на запуск двигуна і закінчуючи моментом припинення механічної взаємодії ЛА (його газових струменів, полів і тому подібне) з елементами ПУ.

Дослідження динаміки старту по-перше необхідні для визначення початкових збурень, які отримує літальний апарат в момент втрати контакту з направляючою, а також динамічних навантажень на корпус літального апарату під час старту. Не менш важливою задачею є визначення навантажень на ПУ під час старту. Вона передбачає визначення динамічних зусиль, виникаючих в елементах конструкції ПУ, з наступним можливим визначення динамічних напружень та деформацій елементів конструкції.

Основним джерелом інформації на стадії конструкторської розробки, зокрема про динамічні навантаження під час старту, є розрахункові дослідження. Теоретичною основою для таких досліджень може бути тільки математична модель. Модель, як правило, уявляє систему диференціальних рівнянь руху складових частин системи ЛА-ПУ під час старту з урахуванням їх інерційних властивостей, пружних і демпфуючих властивостей внутрішніх зв'язків ПУ та ґрунтової основи, що доповнюється необхідними алгебраїчними рівняннями існуючих в системі внутрішніх зв'язків.

Актуальність проблеми забезпечення заданої точності ураження цілей при застосуванні ТРК і ОТРК, а також характеристик технічного розсіювання реактивних снарядів (РС) при стрільбі з мобільних ПУ реактивних систем залпового вогню (РСЗВ) вимагає розробки інженерних методик оцінки динамічних якостей мобільних ПУ, під якими розуміють сукупність властивостей ПУ як механічної системи, що визначають її здатність забезпечувати необхідні показники точності і характеристики розсіювання ракет і снарядів при заданих умовах стрільби. Проведення цих досліджень потрібне для виявлення гранично допустимих значень збурюючих чинників, а також розробки рекомендацій по зниженню їх впливу на рух ЛА при старті і на весь подальший його рух. Для цього потрібні теоретичні і розрахункові дослідження динаміки старту.

Аналіз літературних джерел показує, що в даний час для дослідження процесів, які супроводжують старт ЛА з мобільної ПУ, створюються методи, орієнтовані на вирішення питань, пов'язаних з вивченням параметрів руху ЛА та складових частин ПУ під час старту: 1) визначення початкових збурень траєкторії польоту, що отримує ЛА при сході з ПУ; 2) визначення перевантажень, діючих на ЛА на старті; 3) визначення параметрів коливань складових частин ПУ; 4) визначення динамічних зусиль, виникаючих в елементах конструкції ПУ [13].

При старті ЛА з мобільної ПУ на доданок до статичних навантажень виникають значні додаткові динамічні навантаження на ПУ. Ці навантаження призводять до появи додаткових динамічних напружень в елементах конструкцій ПУ і повинні бути враховані при розрахунках систем ЛА-ПУ на міцність, жорсткість і надійність. Динамічні навантаження призводять до переміщень частин ПУ і, як наслідок, до появи збурень початкових умов старту ЛА. В свою чергу збурення початкових умов старту визначають збурення початкових параметрів активної ділянки руху ЛА, що можуть призвести до суттєвого відхилення положень ЛА в кінці траєкторії, особливо некерованих. В зв'язку з цим, при розробці нових або модернізації існуючих

зразків ОТРК, ТРК і РСЗВ виникає необхідність створення математичних моделей руху ЛА як на траєкторії польоту, так і в межах ПУ, а також руху самої ПУ. Останнє особливо стосується мобільних ПУ, що змонтовані на транспортній автомобільній платформі і являють собою пружньо-інерційні коливні системи, яким притаманні всі особливості коливних систем, зокрема резонансні прояви. Близькість власної частоти коливань таких ПУ до частоти сходів ЛА з ПУ призводить до збільшення збурень траєкторій снарядів і динамічних навантажень на ПУ. І навпаки, відхилення частоти сходів від власної частоти коливань ПУ повинен зменшувати збурення початкових умов руху снарядів і, як наслідок, зменшувати збурення траєкторій, а також зменшувати динамічну складову навантажень на ПУ. Слід відмітити, що по мірі сходу ЛА з ПУ, які споряджені декількома ЛА, наприклад, в системах РСЗВ, суттєво зменшується маса направляючої ПУ, попередньо завантаженої ЛА, що призводить до зміни власних частот ПУ в порівнянні зі значеннями при початковому завантаженні. Це приводить до поступового зміщення резонансних частот ПУ, очікувано в бік їх збільшення. При цьому зменшується і статична складова навантаження на елементи ПУ, що призводить до зміни положення статичної рівноваги складових частин ПУ.

Вирішення задачі взаємодії мобільної ПУ з ґрунтом під час короткочасного динамічного навантаження є надзвичайно важливою проблемою. Потреба збільшення маси літальних апаратів та початкових швидкостей при сході їх з пускових установок призводить до зростання динамічних навантажень на пускову установку при старті літального апарату. В такому разі питання динаміки набувають все більшого значення як при розрахунках пускової установки на міцність та жорсткість, так і з метою визначення збурень початкових умов старту. Ці збурення призводять до суттєвого технічного розсіювання кінцевих точок траєкторій літальних апаратів і повинні бути відомими при розв'язанні балістичних задач. Чисельне розв'язання системи диференційних рівнянь руху системи ЛА-ПУ дає можливість отримувати величини реакцій внутрішніх зв'язків та параметрів

руху складових системи, що дозволить вирішувати питання оптимізації конструкції пускової установки по жорсткості, вазі і вартості на стадії конструкторської розробки, що в свою чергу збільшить конкурентоздатність подібних виробів на ринку.

Практика складання і інтегрування системи рівнянь руху ЛА при старті показують, що основними збурюючими чинниками при наземному старті з мобільних ПУ є сили і моменти від ексцентриситету сили тяги двигуна, відхилення вектору тяги від вертикалі, неточного встановлення ЛА на пусковому пристрої, відхилення геометричних розмірів від номінала, початкові розузгодження по тангажу, рисканню і крену, сила і момент від вітрового навантаження, від газодинамічних і ежекційних навантажень, неоднаковість передстартової деформації конструкції ЛА [12].

Складність фізичних явищ динаміки старту ракет і неповнота відомостей про діючі процеси примушує зазвичай вводити спрощення, проводити аналіз лише головних чинників і найбільш небезпечних випадків. Відносна малість складових інтервалів часу дозволяє у ряді випадків обмежитися лінеаризованими системами рівнянь, розглядати на цих інтервалах ЛА як систему постійної (середньої) маси і моменту інерції, вводити і інші спрощення, обмежуватися у ряді випадків аналізом плоского руху, підсумовуючи (алгебраїчно або геометрично) можливі збурення..

До числа успішно вирішених завдань динаміки старту слід віднести розробку статистичних методів розрахунку параметрів старту. Впродовж тривалого часу розрахунки параметрів старту, що характеризують стійкість, безударність і навантаження ракети, як правило, виконувалися для граничних умов бойового використання, параметрів ракети, двигуна, пускової установки і автомата стабілізації. Детермінована схема розрахунку, дозволяючи моделювати процес старту, не повністю виявляє реальні можливості ракетних комплексів. В процесі розвитку методів розрахунку старту ракет неодноразово робилися спроби імовірнісного опису процесів старту в основному аналітичними методами. Їх недолік полягає в тому, що вони припускають

обов'язкове істотне спрощення математичної моделі процесів старту, що призводить до неприпустимого погіршення точності обчислень, тому з урахуванням досвіду розробки і потужних можливостей сучасної обчислювальної техніки при розрахунку параметрів старту може бути використаний метод статистичних випробувань.

Старти ракет з відкритих направляючих характерні для ПУ комплексів ЗКРС, ракет ОТРК (ТРК), РСЗО та ін. Специфічною проблемою для відкритих ПУ являється проблема захисту ґрунту стартових позицій від руйнування струменями двигунів ракет. Процес утворення ґрунтових воронок в період пуску таїть ряд небезпек, обумовлених вибуховим характером викиду ґрунту струменем. Викид може призводити до ушкоджень ракет, порушення роботи опорних елементів носіїв, до необхідності зміни стартових позицій і так далі.

При взаємодії струменів з газовідбивними пристроями ПУ виникає відбита течія, яка розділяється на прямій і зворотній потоки. Внаслідок високих ежекційних характеристик витікаючих струменів і газових течій навколо ракети виникає повітряна індукційована течія. Що стосується течії в каналах, яка характерна для деяких схем старту контейнерних ПУ, то слід зазначити, що при старті ракети початковий контакт струменя може відбуватися із стінкою контейнера.

Вказані процеси об'єднані загальним явищем: взаємодією струменя з перешкодою (чи стінкою) в умовах індукційованої (чи супутної) течії. При старті ракет з рухливої ПУ на непідготовленій стартовій позиції струмінь впливає на стан ґрунту, що може привести до втрати стійкості установки. Дослідження взаємодії струменя з ґрунтом є складним завданням, для вирішення якого необхідно знати розподіл тиску по поверхні ґрунту в початковий момент часу, тобто розглядати його як плоску тверду стінку.

Суттєвий вплив на характеристики розсіювання снарядів чинять жорсткісні характеристики ґрунтової основи з якої здійснюється стрільба, а також хвильові процеси, що відбуваються в ґрунті при прикладенні до нього імпульсних стартових навантажень.

У загальному випадку ґрунти є природними утвореннями, що складаються з твердої, рідкої і газоподібної фаз. Механічні властивості рідкого і газоподібного компонентів порівняно легко і досить повно визначаються їх щільністю і швидкістю поширення в них звуку. Механічна поведінка твердого компонента при різного роду діях відрізняється складним характером, нестабільністю характеристик і залежить від безлічі чинників: мінералогічного і гранулометричного складів, структури і текстури ґрунту, характеру зв'язків між частками, залученості води в утворення зв'язків і ін.

Труднощі в математичному описанні поведінки ґрунту під навантаженнями збільшуються внаслідок його багатоконпонентності. Зважаючи на це у кожному конкретному випадку вимагається вибрати таку математичну модель, яка відповідає поставленій задачі. Наприклад, в динаміці ґрунтів, основ і фундаментів в різних задачах ґрунт представляється вінклеровською моделлю, поєднанням вінклеровської основи з приєднаною масою або з натягнутою мембраною, ідеально пружним матеріалом, суцільним середовищем, у тому числі багатоконпонентним, наділеним властивостями рідини або газу, пластичним, пружнопластичним, пружнов'язкопластичним середовищами з різними залежностями між напругою і деформаціями або швидкістю деформацій, іншими, ще більш складними середовищами, у тому числі анізотропними, неоднорідними, нелінійно-пружними, стохастичними і дискретними.

Проте результати, придатні для практичного використання в конкретних умовах, можна отримати далеко не для усіх цих моделей ґрунту. Призначення багатьох з них - теоретичне пояснення окремих фізичних явищ. Ще більше їх число розроблене для випадків опису сильних і надсильних динамічних дій на ґрунт, коли останній набуває властивість, близькі до властивостей рідини або газу. В таких задачах, що вирішуються методами газової динаміки, не розглядаються поперечні і релєєвські хвилі, що цілком виправдано при вивченні поширення в ґрунтах ударних, вибухових і інтенсивних подовжніх хвиль. Якщо ж розглядати слабкі коливання ґрунту від виробничих джерел, то

найчастіше основну долю енергії несуть саме поперечні і релєєвські хвилі, що внаслідок цього представляють небезпеку для навколишніх об'єктів. У таких випадках моделі, що використовують апарат газової динаміки, виявляються не придатними для досліджень, і виникає необхідність розглядати ґрунт як тверде тіло, що деформується.

Хвильовий характер руху середовища, будь то безмежне середовище або обмежена її частина, зазвичай описується рівняннями механіки суцільного середовища, які вирішуються за певних початкових або граничних умов. У тих задачах, де це можливо, намагаються вибрати ще простіші моделі середовища, відмовляючись від уявлень про її суцільність і від ряду інших властивостей. Більшість методів розрахунку ґрунтуються саме на таких уявленнях. Величина поширення коливань в ґрунті залежить від джерела коливань і стану середовища. Будь-який об'єкт, що потрапив в зону вібрації, починає сам вібрувати. Небезпечні резонансні явища, тобто збіг власних частот коливань з вимушеними коливаннями в ґрунтового середовищі.

Одним з значних є клас контейнерних установок, що розміщуються на рухливих носіях. До них відносяться установки для міжконтинентальних балістичних ракет, ПУ для зенітних керованих реактивних снарядів (ЗКРС), крилатих ракет, ракет тактичного (ТРК) і оперативно-тактичного призначення (ОТРК), протитанкових керованих реактивних снарядів. Вивчення процесів стартової газодинаміки по цій групі установок викликане необхідністю розробки заходів по забезпеченню міцності елементів і стійкості рухомих носіїв, зведення до мінімуму збурень при старті, так як останні впливають на вибір параметрів систем управління ракет і кучність бою некерованих снарядів.

Мінометний старт ("холодний" старт) - спосіб запуску ракети, при якому ракета викидається з транспортно-пускового контейнера (ТПК) установки за рахунок тиску, що створюється в замкнутому об'ємі яким-небудь джерелом, розташованим поза ракетою. Таким джерелом може служити, наприклад, пороховий акумулятор тиску (ПАТ), який викидає ракету з шахти на висоту,

достатню для безпечного включення РРД ракети. Після виходу з шахти ПАД відділяється пружинним штовхальником і відводиться убік порохом ракетним двигуном, щоб не створювати перешкод реактивному струменю РРД. Двигун ракети при цьому запускається вже після того, як ракета вийде з ПУ.

Переваги мінометного старту перед звичайним (газодинамічним) :

- покращуються енергетичні показники ракети, оскільки економиться запас палива на борту;
- газовий струмінь ракетного двигуна менше впливає на пускову установку і саму ракету;
- спрощується конструкція і зменшуються розміри пускової установки, оскільки відпадає потреба у відведенні газового струменя і захисті від неї устаткування ПУ.

Існує і інший варіант мінометного старту - із запуском двигуна ракети прямо в ТПК, але він менш вигідний в порівнянні з описаним вище. Мінометний старт став єдиним рішенням, що дозволяло запускати ракети з борту підводного човна в підводному положенні. Нині ця схема широко застосовується для бойових ракет різних класів.

Забезпечення безударного виходу ракети з ПУ досягалося різними шляхами. У перших конструкціях стартів з контейнера застосовувалась бугельна схема, в якій напрям руху здійснюється за допомогою двох пар бугелів, що рухаються по направляючих шахти. Ця схема забезпечує незначні кутові відхилення ракети і переміщення її відносно шахти. Проте ця схема не знайшла подальшого застосування, оскільки вимагала великих проміжків між ракетою і контейнером. Вирішення питань безударності було досягнуте застосуванням пружних схем направлення руху: за допомогою поясів резинометалічних амортизаторів, розміщених на ракеті, або за допомогою поясів резинометалічних амортизаторів, розміщених на стінці контейнера, і двох бугелів в хвостовій частині ракети.

Одним з головних завдань, що стоять при створенні пересувних ракетних комплексів, є забезпечення необхідних динамічних характеристик системи ЛА-ПУ. Для цього використовуються відповідуючі конструкціям, що розробляються, розрахункові динамічні моделі. За період використання контейнерів в стартових комплексах, склалася практика застосування розрахункових моделей різної розмірності. З одного боку, транспортно-пусковий контейнер в складі стартового комплексу дозволяє створити для ракети найбільш сприятливі умови зберігання, спростити багато технологічних операцій при підготовці до старту і старті ракети, перерозподілити різного роду навантаження: інерційні навантаження, навантаження від зовнішнього середовища в потрібні точки та ін. Це дає можливість оптимізувати конструкцію різного устаткування, задіяного при підготовці до старту і безпосередньо при старті ракети. З іншого боку, наявність контейнера створює додаткові навантаження при коливаннях системи ракета-контейнер-ПУ, оскільки контейнер, будучи пружним тілом, являється додатковою коливальною ланкою.

Схематично представити систему ракета-контейнер-ПУ досить просто, використовуючи плоскі схеми, і відповідно обійтися трьома ступенями свободи. Подібні схеми дозволяють досить добре описувати певний клас дій, що виникають при експлуатації стартового комплексу, і такий підхід цілком виправданий, якщо [15, 16]:

- ракету і контейнер можна вважати "жорсткою", тобто такими, що не піддаються згину;
- дія стартуючої ракети на стартовий комплекс невелика (чи нею можна нехтувати);
- рухом частин пускової установки, контейнера і ракети в інших напрямках можна нехтувати.

Існують стартові комплекси, які спочатку не вписуються в названі критерії. Як приклад можна привести комплекс "Повітряний старт", де передбачалося використати в якості літака-носія військово-транспортний

літак АН 125-100 "Руслан" із злітною масою близько 300 т. При цьому в якості ракети-носія планувалося використати нову ракету стартовою масою 100 т. Ракету передбачалося розміщувати усередині фюзеляжу літака на спеціальному стартовому пристрої. Вже найпростіший аналіз початкових даних виявляє, що ракета і літак-носії при старті ракети відрізняються по масі усього лише в 1,5-2 рази, що дозволяє зробити висновок про значну дію стартуючої ракети на літак-носії, що вимагає розробки просторової розрахункової моделі з розподіленими параметрами маси і жорсткості. Проте, розрахунок з використанням "жорстких" тіл дозволяє і в цьому випадку отримати кінематику руху системи.

Особливістю контейнерного старту ракети є дія ПАТа при "мінометному" способі старту, яка може бути описана, виходячи з балансу енергії диференціальним рівнянням для тиску в підракетному просторі контейнера. Вирішуючи це рівняння спільно з рівняннями руху ракети, можна визначити поточний тиск і відповідно рушійну силу а також зусилля на внутрішню поверхню контейнера.

Наявність зусиль від тиску на внутрішній поверхні контейнера призводить до прогину його оболонки, що в результаті дає зниження зусиль в опорно-ведучих поясах ракети. Врахування податливості конструкції ТК, зокрема направляючих і ракети, призводить до значного (до 6-8 разів) зниження розрахункових зусиль у бугелях ракети [17].

При цьому кінематика руху ракети по направляючих в цілому залишається практично такою ж, як при використанні моделі "жорстких" тіл.

Досвід практичного використання різних моделей показує, що застосування моделей в "жорстких" тілах дозволяє визначити з високою достовірністю кінематику руху і відповідно навантаження на ракету і пускову установку від сил, безпосередньо залежних від кінематики руху ракети, наприклад аеродинамічних [16]. Для визначення внутрішніх силових чинників необхідно застосовувати моделі з розвиненою структурою - балочні, а також

просторові оболонкові і твердотілі. Погрішність цих моделей можна проілюструвати даними, приведеними в табл.1.1 [16].

Таблиця 1.1 - Погрішність залежно від типу розрахункової моделі [16], %

Характеристика динамічного навантаження контейнера і ракети	Тип розрахункової моделі		
	«Жорсткі» тіла	Плоска	Просторова високої розмірності
Прискорення: • на блоках корисного навантаження ракети і ступенях • на контейнері в місцях встановлення обладнання і апаратури • на контейнері в місцях кріплення системи амортизації	По аперіодичній компоненті 10...20. По динамічній компоненті до 100...300	По аперіодичній компоненті 5...10. По динамічній компоненті до 30...100	По аперіодичній компоненті 2...3. По динамічній компоненті до 10...20
Внутрішні силові фактори (сили і моменти) в перетинах контейнера і ракети	–	30 ... 100	10 ... 20
Реакції в поясах взаємодії ракети і контейнера: • бугелі • опорно-ведучі пояси • опорні вузли ракети	–	30 ... 100	10 ... 20
Реакції в місцях встановлення на контейнері обладнання і апаратури	–	30 ... 100	10 ... 20
Реакції від системи амортизації в напрямку: • радіальному • тангенціальному • продольному	По аперіодичній компоненті 10...20. По динамічній компоненті до 0...200	30 ... 100	10 ... 20
Хід системи амортизації	5 ... 10	2 ... 3	1 ... 2

Таким чином, можна говорити про роль того або іншого типу моделей в розрахунках, а отже, і областях застосовності. Так, моделі в "жорстких" тілах можна застосовувати на етапах опрацювання обрису ракетного комплексу, коли вимагається швидко визначити найзагальніші параметри руху системи,

конфігурацію системи амортизації і т. д., а плоскі розрахункові схеми (балочні моделі) - на етапах ескізного проектування, оскільки при своїй простоті і швидкості рішення вони дозволяють визначити параметри руху і з прийнятною (для цього етапу проектування) точністю внутрішні зусилля в системі ракета-контейнер-ПУ. Розвинені ж просторові моделі доцільно застосовувати на етапах перевірки прийнятих конструктивних рішень, коли більшість проміжних рішень для вигляду ракетного комплексу, налаштування системи амортизації і вибору параметрів різних систем вже прийняті.

1.3 Розробка розрахункових моделей

Метою даної роботи є створення математичної моделі взаємодії мобільної пускової установки із ґрунтом під час короткочасного динамічного навантаження. Модель повинна уявляти систему диференціальних рівнянь взаємопов'язаних рухів складових частин системи пускова установка-літальний апарат відносно параметрів, що визначають ці рухи. Модель повинна надавати змогу враховувати як дію детерміністських сил, так і випадкове розсіювання жорсткосних та масових характеристик елементів конструкції пускової установки, а також ексцентриситету сили тяги двигуна літального апарату. Система диференціальних рівнянь повинна бути представлена рівняннями першого порядку з метою її чисельного розв'язання. На підставі математичної моделі повинна бути розроблена обчислювальна програма, за допомогою якої проведені чисельні дослідження впливу масових та пружньо-демпфуючих параметрів ПУ і ґрунту на величини динамічних реакцій внутрішніх зв'язків та ґрунтової основи, а також на збурення початкових умов старту літального апарату.

Для досягнення поставленої мети передбачається, провівши аналіз існуючих конструкцій мобільних пускових установок, створити образи гіпотетичних пускових установок з мінометним і газодинамічним типом старту. Створивши базову гіпотетичну установку, її слід розділити на складові

частини (носій, рухома направляюча або контейнер, мости з колесами та ін.), з'єднані між собою і з ґрунтом пружньо-демпфуючими зв'язками. Визначившись з узагальненими параметрами літального апарату та окремих складових частин пускової установки, необхідно створити математичну модель динаміки системи ПУ-ЛА, склавши диференційні рівняння руху ЛА та складових частин ПУ з залученням для цього відомих законів теоретичної механіки

Для створення математичної моделі насамперед створюється розрахункова модель об'єкту досліджень. При цьому складові частини мобільної пускової установки та літальний апарат розглядаються як тверді тіла, пов'язані між собою та з ґрунтом пружньо-демпфуючими зв'язками. Процес старту розглядається як послідовність чотирьох ділянок руху. Перша ділянка визначається інтервалом часу від початку дії сили тяги двигуна до зрушення літального апарату. Друга ділянка визначається інтервалом часу від моменту зрушення до моменту часу, коли залишається одна точка контакту між направляючою та літальним апаратом. Третя ділянка визначається інтервалом часу до повної втрати контакту літального апарату з направляючою. Четверта ділянка – процес затухання коливань пускової установки.

На всіх розглянутих ділянках руху для кожної складової частини пускової установки та для літального апарату на підставі відомих теорем динаміки записуються рівняння руху у формі диференційних рівнянь відносно параметрів, що визначають відхилення цих частин відносно положень їх статичної рівноваги. Отримана в результаті система диференційних рівнянь розв'язується чисельно при змінних масових та пружньо-демпфуючих параметрах системи ПУ-ЛА з метою дослідження впливу цих параметрів на величини динамічних реакцій внутрішніх зв'язків та ґрунтової основи, а також на збурення початкових умов старту літального апарату за рахунок коливань пускової установки.

Вибір розрахункової моделі динамічних процесів, протікаючих в системі

ПУ-ЛА є найбільш складною задачею при проектуванні системи [13]. Розрахункова схема повинна вірно відображати всі основні якості (як статичні, так і динамічні) реальної конструкції і бути найбільш простою з можливих варіантів схематизації, проте, дозволяючою отримати всю необхідну інформацію при розрахунках системи на міцність, жорсткість і ефективність роботи.

З позицій динамічного аналізу в механічній системі ЛА-ПУ, змонтованій на автомобільному шасі зазвичай виділяють три тіла, наділені значною масою: шасі, напрямну або контейнер і ЛА. Шасі включає раму автомобіля з розміщеними на ній механізмами переміщення напрямної або контейнера та кабіну водія [12]. До складу розрахункових динамічних моделей ЛА-ПУ можуть бути також включені автомобільні мости [21, 22]. Пружні і демпфуючі властивості підвіски, коліс та ґрунтової основи можуть бути враховані відповідними приведеними коефіцієнтами жорсткості та в'язкого тертя.

Конструкція в цілому і окремі її складові частини (наприклад, ЛА, контейнер чи направляюча) в залежності від конструктивної схеми можуть розглядатися або ж як система з розподіленими параметрами маси і жорсткості (з нескінченно великою або обмеженою кількістю ступенів вільності), або ж як система абсолютно жорстких тіл (з кінцевим числом ступенів вільності). В першому випадку математична модель динаміки системи буде містити диференціальні рівняння в часткових похідних, в другому випадку дослідження динаміки системи ЛА-ПУ на старті потребує рішення системи звичайних диференціальних рівнянь. Розрахункова модель, в якій ЛА, направляюча та носій розглядаються як абсолютно жорсткі тіла, являється найбільш простою.

У разі, коли власні частоти коливань для розрахункової моделі з абсолютно жорсткими тілами значно менше перших частот реальної системи, то остання розрахункова модель є виправданою [12, 20]. Коливання складових частин системи ЛА-ПУ можуть розглядатися в поздовжній площині [13, 15, 17], або ж досліджуватися як просторові у випадку, коли площина наведення ЛА не співпадає з площинами головних моментів інерції носія [12].

Метою даного етапу роботи є розробка розрахункових моделей, призначених для дослідження динамічних процесів, що відбуваються в змонтованій на базі автомобільного носія мобільній ПУ, і враховують як взаємодію між ЛА і ПУ та окремих частин ПУ між собою, так і взаємодію ПУ з ґрунтом під час стартового навантаження.

Проведений аналіз існуючих на теперішній час конструкцій мобільних ПУ, показав, що для запусків ЛА з мобільних ПУ що входять до складу ОТРК (ТРК) в більшості випадків застосовується газодинамічний старт з відкритих та трубчатих направляючих, або ж мінометний старт з викидом ракети з контейнера за допомогою порохового заряду (ПАТу) с послідуочим запуском реактивного двигуна.

В зв'язку з тим, що тема розробки пов'язана з галуззю технічних знань, яка має обмежений доступ, при створенні розрахункових моделей системи ЛА-ПУ можливо розглядати тільки їх гіпотетичні варіанти. Але при цьому важливо, щоб розрахункові схеми містили в собі всі складові можливих реальних конструкцій і відповідала сучасним технічним рішенням.

На рис.1.11 наводяться деякі конструктивні схеми сучасних мобільних ПУ для ОТРК. В даному випадку показані схеми ПУ з газодинамічним стартом. Основними складовими частинами всіх представлених ПУ є змонтована на автомобільному шасі транспортна платформа (носій), відкрита або трубчаста направляюча, автомобільні мости з пневматикою. Всі наведені ПУ мають механізми підйому направляючої та домкрати для виваження ПУ під час старту ЛА.

У відповідності з наведеними конструктивними схемами на рис.1.12 представлена розрахункова модель гіпотетичної мобільної ПУ з газодинамічним стартом, яку передбачається використати при створенні математичної моделі взаємодії системи ЛА-ПУ з ґрунтом під час стартового навантаження.

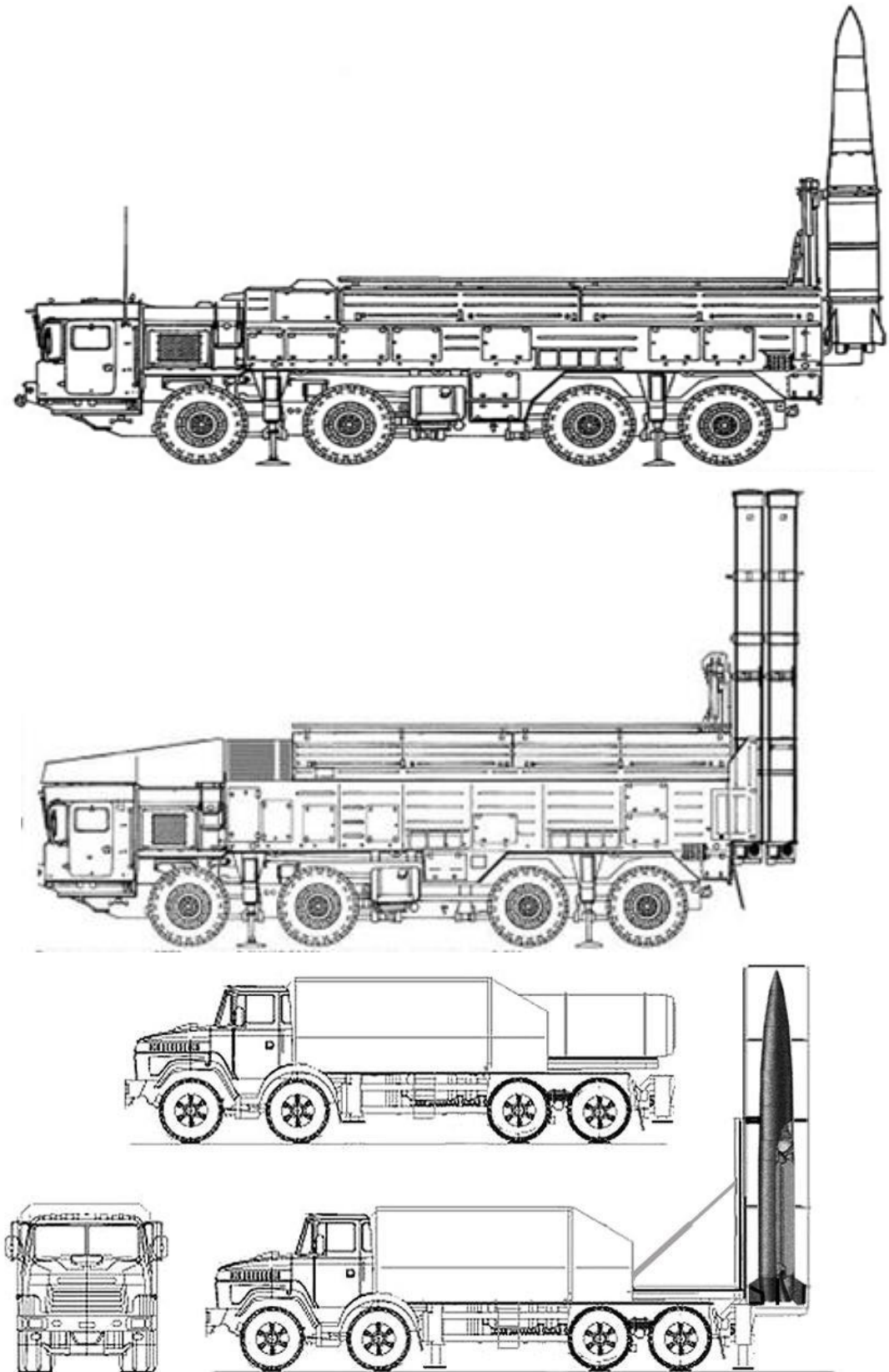


Рисунок 1.11 – Конструктивні схеми мобільних ПУ ОТРК (ТРК)

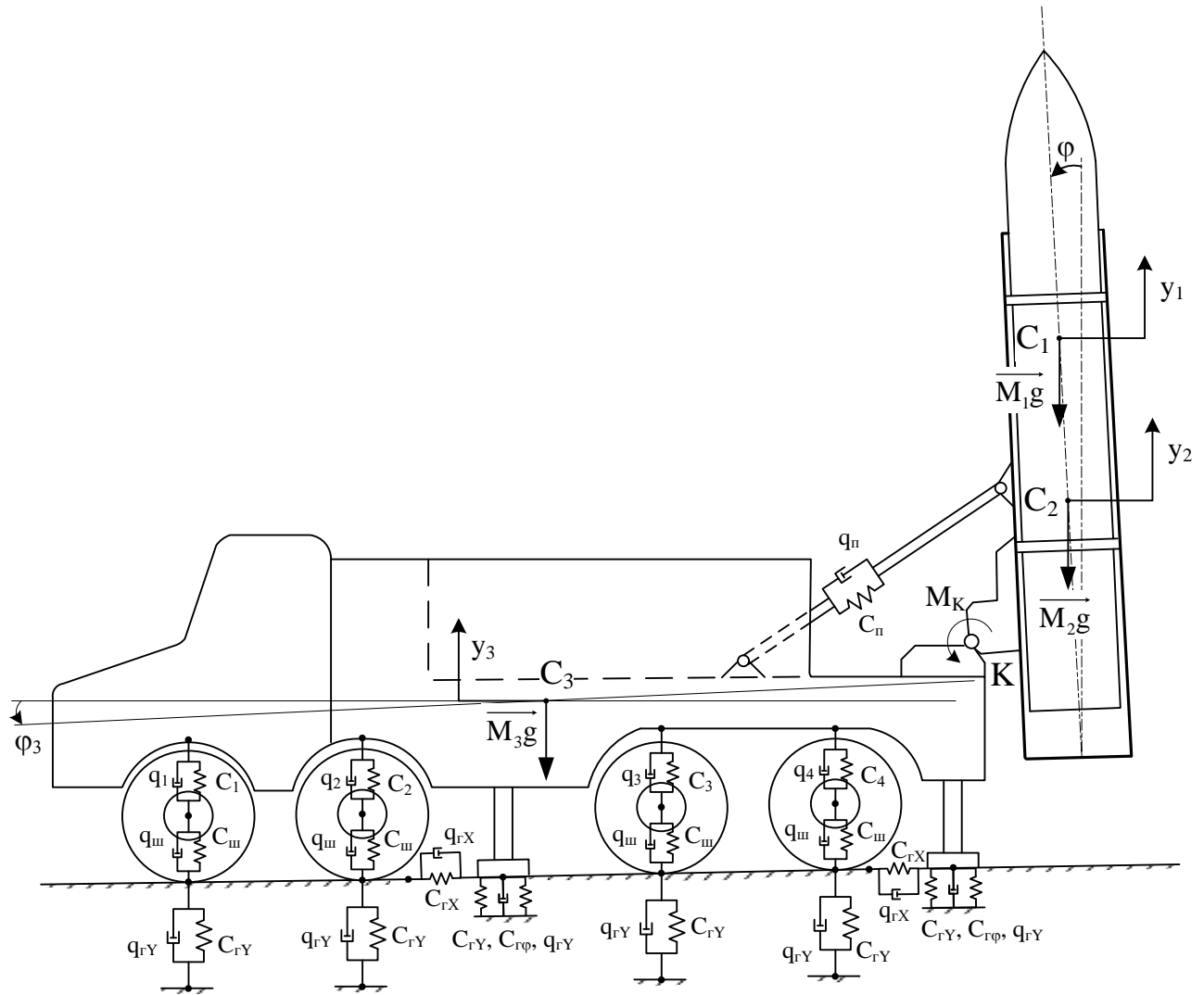


Рисунок 1.12 – Розрахункова модель мобільної ПУ з газодинамічним стартом

Дана розрахункова модель може бути застосована, коли система ЛА-ПУ має вертикальну площину симетрії. В такому разі рух системи ЛА-ПУ можна розглядати таким, що відбувається в вертикальній площині, співпадаючій з площиною головних моментів інерції носія, і як плоский [12-13]. Модель містить такі окремі складові частини: ЛА, напрямну, носій та колісні мости. Кожну з цих частин будемо вважати абсолютно твердим тілом, а її рух – плоским. Рух ЛА по напрямній починається після того, як сила тяги двигуна досягне значення сили зтяжки стопорного-замкового пристрою. В свою чергу цей рух поділяється на дві ділянки: ділянку відносного поступального руху та ділянку відносного складного руху ЛА по напрямній.

На рис.1.13, 1.14 представлені розрахункові моделі системи ЛА-ПУ для випадку мінометного старту, які розроблені на підставі аналізу розглянутих попередньо конструкцій мобільних ПУ існуючих ОТРК (ТРК). Модель на рис.1.13 відповідає повному виваженню ПУ. Модель, зображена на рис.1.14, відповідає частковому виваженню ПУ за допомогою домкратів, коли зберігається контакт між ґрунтом і колесами носія. Обидві розрахункові моделі передбачається використати при моделюванні мінометного старту з урахуванням взаємодії ПУ з ґрунтом під час короткочасного навантаження.

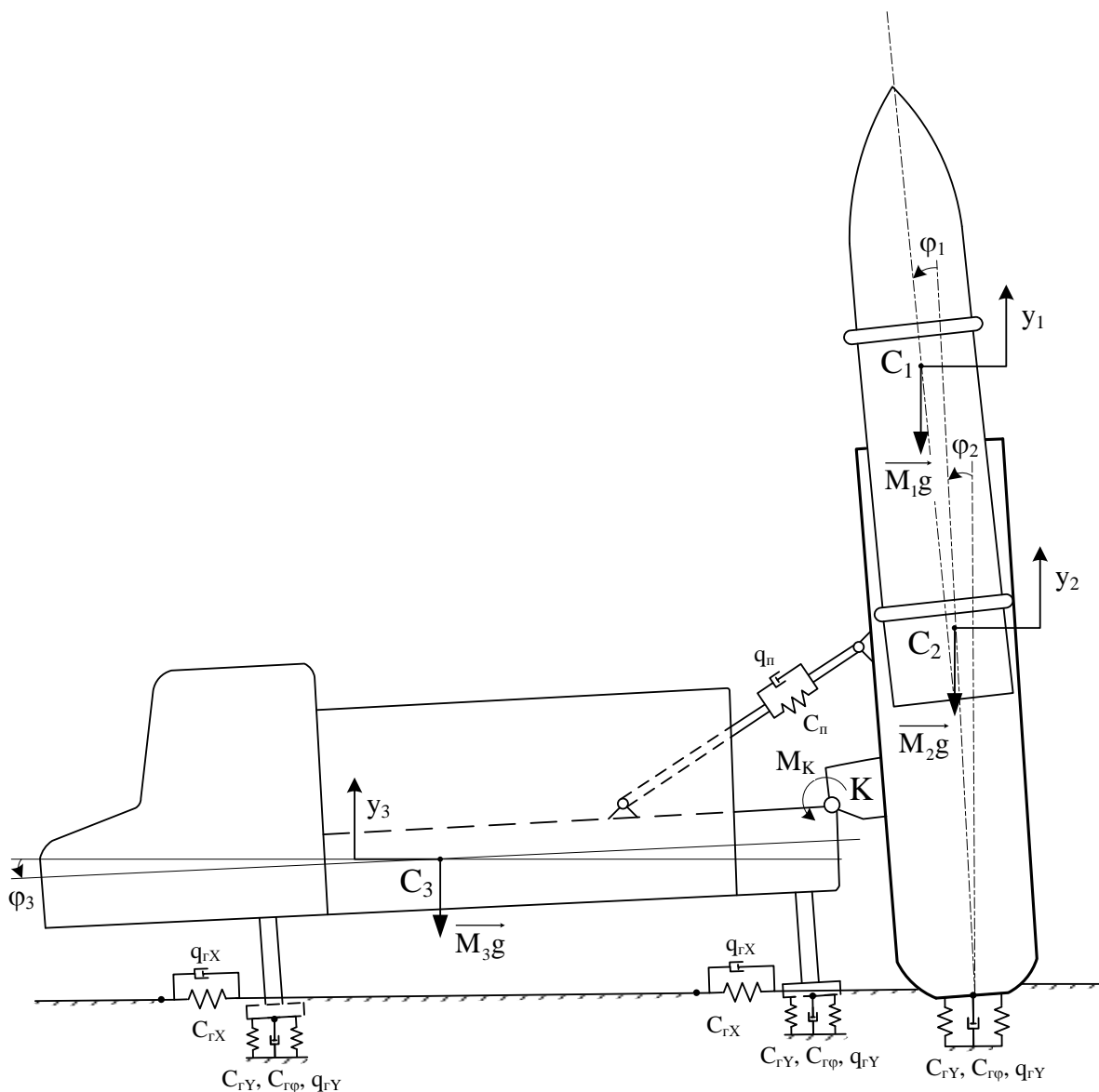


Рисунок 1.13. Розрахункова модель мінометному старту з повним виваженням ПУ

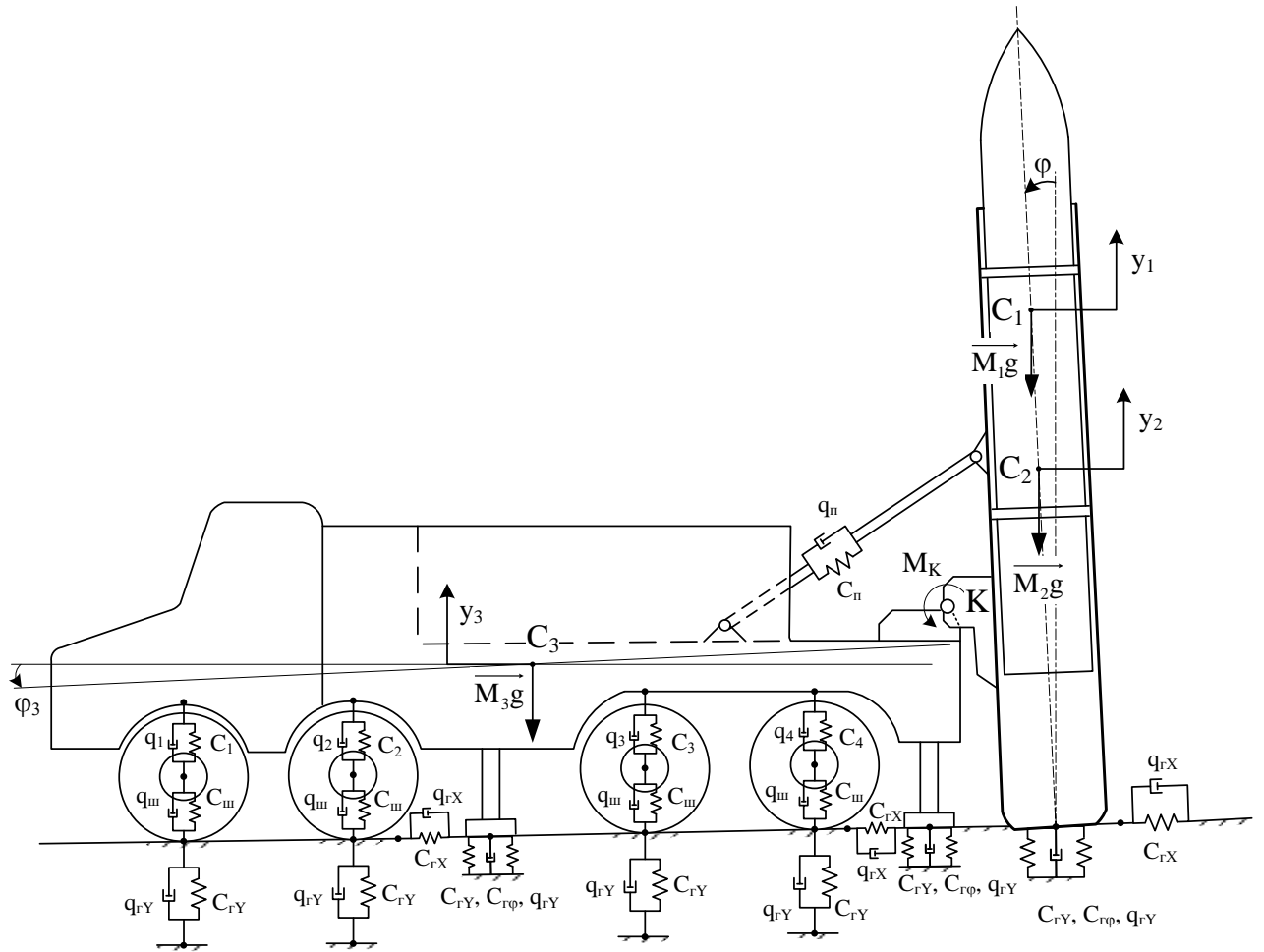


Рис. 1.14. Розрахункова модель мінометному старту з частковим виваженням ПУ

2. ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ СИСТЕМИ РАКЕТА-КОНТЕЙНЕР ПІД ЧАС МІНОМЕТНОГО СТАРТУ РАКЕТИ З ТПК

Мінометний старт ("холодний" старт) - спосіб запуску ракети, при якому ракета викидається з транспортно-пускового контейнера (ТПК) пускової установки за рахунок тиску, що створюється в замкнутому об'ємі яким-небудь джерелом, розташованим поза ракетою. Таким джерелом може служити, наприклад, пороховий акумулятор тиску (ПАТ), який викидає ракету з шахти на висоту, достатню для безпечного включення двигуна ракети. Рух в системі "ракета - контейнер" при такому старті слід в часі поділити на три ділянки. Перша ділянка – це ділянка відносного поступального руху ракети в контейнері. Існування цієї ділянки забезпечується наявністю центруючи опорних поясів (облютераторів) на корпусі ракети. Ділянка починається з моменту зрушення ракети і завершується в момент, коли передостанній облютератор втрачає контакт з контейнером. Друга ділянка – це ділянка відносного складного руху ракети в контейнері. Ця ділянка руху починається після втрати передостаннім облютератором контакту з внутрішньою поверхнею контейнера і закінчується в момент, коли останній нижній облютератор втратить контакт з поверхнею контейнера. Третя ділянка руху системи – це рух контейнера після повної втрати ракетою механічного контакту з контейнером, що уявляє вільні затухаючі коливання.

Розглянемо окремо кожну з ділянок та запишемо системи диференціальних рівнянь руху ракети та контейнера на цих ділянках. Для цього застосуємо відомі теореми динаміки матеріальної системи: теорему про рух центру мас та теорему про зміну моменту кількості руху системи. Рух складових частин системи будемо розглядати як плоский.

2.1. Ділянка відносного поступального руху ракети в контейнері

Рух ракети на цій ділянці розглядаємо як складний, що складається з поступального руху ракети відносно контейнера і переносного руху контейнера. Для дослідження відносного руху ракети застосуємо теорему про рух центру мас системи у відносному русі, додавши до діючих на ракету сил і реакцій її зв'язків головні вектори переносних і коріолісових сил інерції мас ракети. Якщо при розгляді руху контейнера як переносного для ракети, в якості полюса взяти точку O' - центр опорної поверхні контейнера і при цьому знехтувати поступальною складовою руху контейнера, то переносний рух контейнера буде уявляти обертання навколо точки O' .

Для запису рівнянь руху ракети і контейнера на ділянці відносного поступального руху ракети в контейнері запровадимо слідуєчі системи осей (рис.2.1): нерухому систему $Oxuz$ початком в точці O на поверхні недеформованої ґрунтової основи під центром опорної поверхні контейнера; незмінно пов'язану з контейнером систему рухомих осей $O_1x_1y_1$ з початком в точці O_1 на верхньому зрізі контейнера, вісь y_1 якої є головною центральною віссю інерції контейнера.

Положення рухомих осей Ox_1y_1 відносно нерухомої системи Oxu визначаємо кутом φ , який одночасно є кутом повороту контейнера разом з ракетою при її відносному поступальному русі.

На ракету діють такі сили: прикладена в центрі мас рівнодіюча сил тяжіння $\overrightarrow{M_2g}$; рівнодіюча \vec{P} сил тиску на донну поверхню ракети, лінія дії якої проходить через центр мас ракети; сили нормальної реакції \vec{N}_1 нижнього і \vec{N}_2 верхнього опорних поясів, прикладені відповідно в точках K_1 і K_2 рухомих контактів корпусу ракети з контейнером; сили тертя \vec{F}_{T1} і \vec{F}_{T2} корпусу ракети по поверхні контейнера, прикладені в тих же точках K_1 і K_2 .

дотичних переносних сил інерції $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^{\tau}$ та коріолісових сил інерції $\vec{\Phi}_{\text{кор}}$. Визначимося з цими складовими сил інерції. Для цього розглянемо кожен головний вектор сил інерції як додаток елементарних сил інерції ракети при її русі по відношенню до контейнера, який в свою чергу обертається навколо центру O' . Впливом поступальної складової руху контейнера на відносний рух ракети будемо нехтувати.

$$\begin{aligned}\vec{\Phi}_{\text{пер}} &= \sum_{k=1}^n (\vec{f}_{ke}^n + \vec{f}_{ke}^{\tau} + \vec{f}_{k\text{кор}}) = \sum_{k=1}^n -m_k \cdot (\vec{\varepsilon}_e \times \vec{r}_k) + m_k \cdot \omega_e^2 \cdot \vec{r}_k - \\ &- 2 \cdot \sum_{k=1}^n m_k \cdot (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_{rk}) = \\ &= -\vec{\varepsilon}_e \sum_{k=1}^n m_k \cdot \vec{r}_k + \omega_e^2 \cdot \sum_{k=1}^n m_k \cdot \vec{r}_k - 2\vec{\omega}_e \times \sum_{k=1}^n m_k \vec{V}_{rk} = \\ &-\vec{\varepsilon}_e \times M_2 \vec{R}_{C_2} + \omega^2 \cdot M_2 \cdot \vec{R}_{C_2} - 2\vec{\omega}_e \times M_2 \vec{V}_{rc_2} = -M_2 \cdot (\vec{\varepsilon}_e \times \vec{R}_{C_2}) + \\ &+ (M_2 \cdot \omega^2 \cdot \vec{R}_{C_2}) - 2M_2 \cdot (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_{rc_2})\end{aligned}$$

де: m_k, \vec{r}_k – відповідно маса та радіус-вектор k – ї точки ракети відносно початку координат пов'язаної з контейнером рухомої системи осей $O_1x_1y_1$; \vec{R}_{C_2} – радіус-вектор центру мас ракети відносно початку координат рухомої системи осей $O_1x_1y_1$; $\vec{V}_{rk}, \vec{V}_{rc_2}$ – відповідно швидкість k – ї точки ракети та швидкість центру мас ракети відносно початку координат пов'язаної з контейнером рухомої системи осей $O_1x_1y_1$; $\vec{\varepsilon}_e, \vec{\omega}_e$ – відповідно кутове прискорення та кутова швидкість ракети відносно контейнера; M_2 – маса ракети.

В такому разі:

$$\begin{aligned}\vec{\Phi}_{\text{пер}}^n &= M_2 \cdot \omega^2 \cdot \vec{R}_{C_2}; & \vec{\Phi}_{\text{пер}}^{\tau} &= -M_2 \cdot (\vec{\varepsilon}_e \times \vec{R}_{C_2}); \\ \vec{\Phi}_{\text{кор}} &= -2M_2 (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_{rc_2}).\end{aligned}$$

Визначившись з напрямками головних векторів сил інерції, покажемо їх на рис.2.1.

Чисельні значення головних векторів сил інерції:

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{пер}}^n &= M_2 \omega_e^2 \cdot R_{C_2} = M_2 \cdot \dot{\varphi}_1^2 \cdot O'C_2; \\ \Phi_{\text{пер}}^\tau &= M_2 \cdot \varepsilon_e \cdot R_{C_2} = M_2 \cdot \ddot{\varphi}_1 \cdot O'C_2; \\ \Phi_{\text{кор}} &= 2M_2 \cdot \omega_e \cdot V_{rC_2} = 2M_2 \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \vartheta_{rC_2}.\end{aligned}\quad (2.1)$$

Векторне рівняння руху центру мас ракети по відношенню до системи осей $O_1x_1y_1$, незмінно пов'язаних з контейнером, має вигляд:

$$M_2 \cdot \frac{d\vec{V}_{rC_2}}{dt} = \vec{M}_2 g + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{T1} + \vec{F}_{T2} + \vec{P} + \vec{\Phi}_{\text{кор}} + \vec{\Phi}_{\text{пер}}^n + \vec{\Phi}_{\text{пер}}^\tau \quad (2.2)$$

де \vec{V}_{rC_2} – вектор швидкості центру мас ракети відносно пов'язаної з контейнером системи осей Ox_1y_1 ; $\vec{M}_2 g$ – рівнодіюча сил тяжіння ракети; \vec{N} та \vec{F}_T – складові реакції внутрішньої поверхні контейнера; \vec{P} сила тиску на донну поверхню ракети, $\vec{\Phi}_{\text{кор}}$, $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^n$, $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^\tau$ – головні вектори коріолісових, переносних нормальних та переносних дотичних сил інерції ракети; \vec{N}_1 і \vec{N}_2 – реакції в точках рухомих контактів корпусу ракети з контейнером; \vec{F}_{T1} і \vec{F}_{T2} – сили тертя корпусу ракети по поверхні контейнера, прикладені в тих же точках і пов'язані з відповідними реакціями залежностями:

$$F_{T1} = f \cdot N_1; F_{T2} = f \cdot N_2; \quad (2.3)$$

Записуючи векторне рівняння (2.2) в проєкціях на вісь y_1 системи осей $O_1x_1y_1$, отримуємо диференціальне рівняння поступального руху ракети в напрямку вісі y_1 :

$$M_2 \cdot \dot{v}_{ry_1} = -M_2 \cdot g \cdot \cos\varphi - F_{T1} - F_{T2} + P + \Phi_{\text{пер}}^n \quad (2.4)$$

M_2 – маса ракети; v_{ry_1} – проекції вектора відносної швидкості \vec{V}_{rc_2} центра мас ракети відносно контейнера (відносно осей $O_1x_1y_1$, пов'язаних з контейнером) на вісь y_1 ; y_{1c_2} – координата центру мас ракети в осях $O_1x_1y_1$. Остання пов'язана з проекцією вектора \vec{V}_{rc_2} диференційною залежністю

$$\dot{y}_{1c_2} = v_{ry_1} \cdot \quad (2.5)$$

$$\Phi_{\text{пер}}^n = M_2 \cdot \dot{\varphi}_1^2 \cdot O'C_2; O'C_2 = H_0 + l_2 + \Delta y_{1c_2} \cdot$$

Геометричні розміри H , H_1 , l_2, l_{12} показані на рис.2.2 і визначаються конструктивними параметрами ТПК і ракети.

Початкове значення координати y_1 центру мас ракети в системі відносних координат $O_1x_1y_1$:

$$(y_{1c_2})_0 = H_0 + l_2 - H; \quad (2.6)$$

Кінцеве значення координати y_1 центру мас ракети в системі відносних координат $O_1x_1y_1$:

$$(y_{1c_2})_{\text{кінц}} = l_2 - l_{12}; \quad (2.7)$$

Записуючи векторне рівняння (2.2) в проекціях на вісь x_1 системи осей $O_1x_1y_1$, отримуємо рівняння відносного спокою центру мас ракети в напрямку вісі x_1 , перпендикулярної до внутрішньої поверхні контейнера у вигляді:

$$N_1 + N_2 - M_2 \cdot g \cdot \sin\varphi + \Phi_{\text{кор}} + \Phi_{\text{пер}}^{\tau} = 0, \quad (2.8)$$

де

$$\Phi_{\text{пер}}^{\tau} = M_2 \cdot \ddot{\varphi}_1 \cdot O'C_2; \Phi_{\text{кор}} = 2M_2 \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \vartheta_{rc_2} \cdot$$

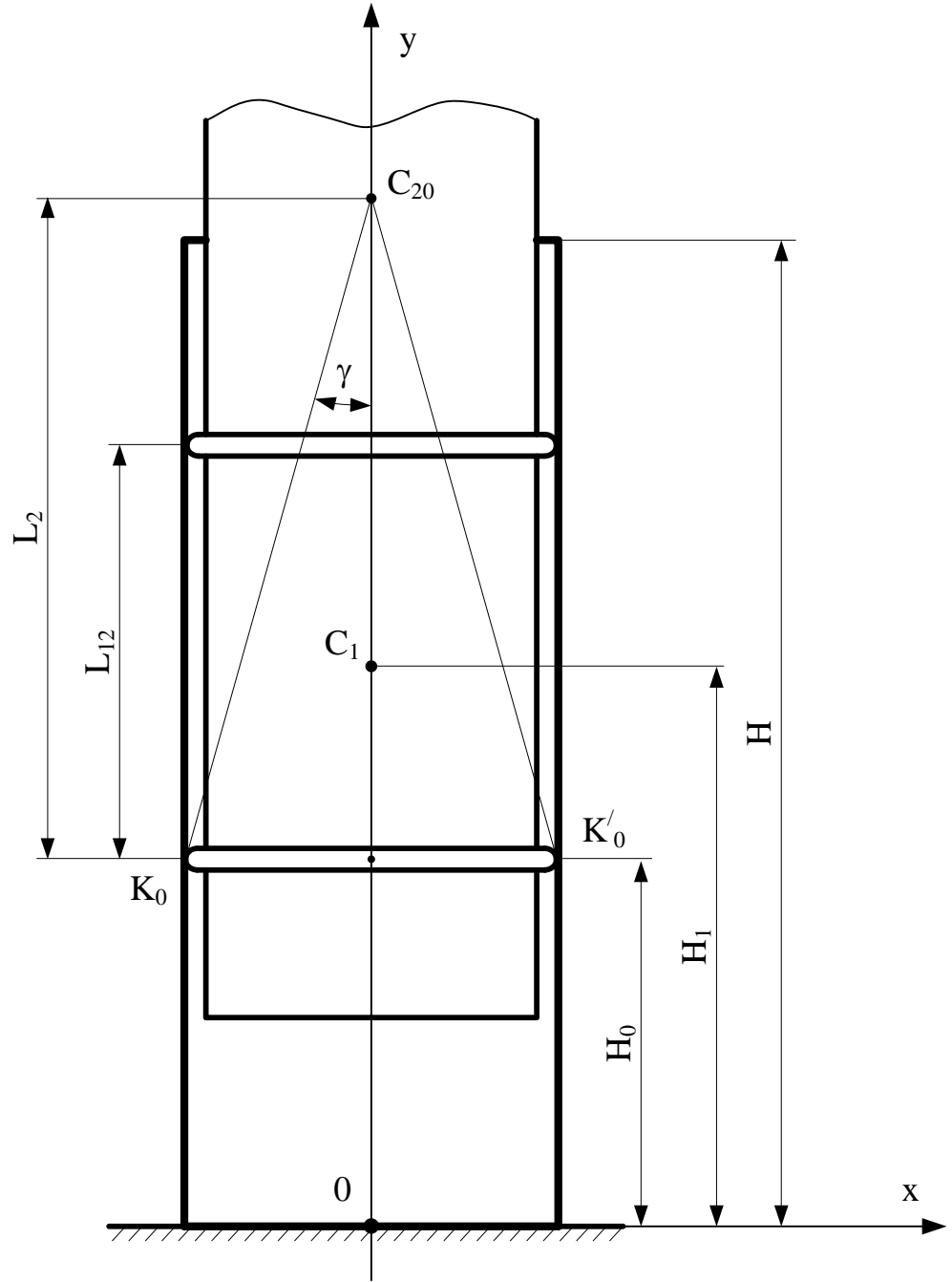


Рисунок 2.2 - Основні геометричні розміри системи ракета-контейнер у стартовому положенні

Умова відсутності відносних кутових переміщень ракети в контейнері запишеться таким чином (рис.2.1):

$$N_1 \cdot C_2 S_1 + N_2 \cdot C_2 S_2 = 0, \quad (2.9)$$

звідки

$$N_2 = -N_1 \cdot \frac{C_2 S_1}{C_2 S_2} = -N_1 \cdot \bar{l}, \quad (2.10)$$

де

$$\bar{l} = \frac{C_2 S_1}{C_2 S_2}; \quad C_2 S_1 = l_2; \quad C_2 S_2 = l_2 - l_{12}; \quad \bar{l} = \frac{l_2}{l_2 - l_{12}}$$

Розв'язуючи рівнянь рівняння (2.8) з урахуванням (2.10), будемо мати:

$$N_1 = (-M_2 \cdot g \cdot \sin \varphi + \Phi_{\text{кор}} + \Phi_{\text{пер}}^{\tau}) / (1 - \bar{l}); \quad N_2 = -N_1 \cdot \bar{l}. \quad (2.11)$$

Так як на ділянці відносного поступального руху ракети контейнер і ракета в кожен момент часу мають однакові кути повороту, то обертальний рух ракети і контейнера визначимо одним рівнянням обертального руху контейнера разом з ракетою навколо їх загального центру мас. Положення загального центру мас контейнера з ракетою визначимо змінною в часі відстанню

$$O'C = (M_1 \cdot O'C_1 + M_2 \cdot O'C_2) / (M_1 + M_2) \quad (2.12)$$

$$O'C_2 = H_0 + l_2 + \Delta y_{1C_2}; \quad O'C_1 = H_1; \quad \Delta y_{1C_2} = y_{1C_2} - (y_{1C_2})_0; \quad (2.13)$$

$$(y_{1C_2})_0 = H_0 + l_2 - H; \quad (y_{1C_2})_{\text{кінц}} = l_2 - l_{12}$$

Рівняння сумісного обертального руху контейнера і ракети по відношенню до їх загального центру мас (рис.2.1), записане на підставі теореми про зміну моменту кількості руху системи, в кожен момент часу має вигляд

$$I_C \cdot \ddot{\varphi} = -C_{\Gamma\varphi} \cdot \varphi - q_{\Gamma\varphi} \cdot \dot{\varphi} + M_2 g \cdot \sin \varphi \cdot (O'C_2 - O'C) -$$

$$- M_1 g \cdot \sin\varphi \cdot (O'C - O'C_1), \quad (2.14)$$

де $C_{г\varphi}$ - кутова жорсткість ґрунтової основи під контейнером; I_C - момент інерції контейнера з ракетою відносно їх загального центру мас, що у відповідності з теоремою Гюйгенса знаходиться за залежністю

$$I_C = I_{C_1} + I_{C_2} + M_1 \cdot (O'C - O'C_1)^2 + M_2 \cdot (O'C_2 - O'C)^2, \quad (2.15)$$

I_{C_1} і I_{C_2} – екваторіальні моменти інерції контейнера і ракети, а лінійні величини визначаються залежностями (2.13).

До попередньо записаних рівнянь відносного руху ракети в контейнері (2.4) та сумісного обертального руху контейнера і ракети (2.14) додаємо рівняння руху центру мас контейнера у вигляді:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{C_1} &= \frac{1}{M_1} \left[-c_{гх} \cdot (x_{c_1} - \xi) - q_{гх} \cdot (\dot{x}_{c_1} - \dot{\xi}) - M_1 g \cdot \sin\varphi + P_1 \cdot \sin\varphi \right. \\ &\quad \left. - (N'_1 + N'_2) \times \cos\varphi - (N'_1 + N'_2) \cdot f \cdot \sin\varphi \right]; \\ \ddot{y}_{C_1} &= \frac{1}{M_1} \left[-c_{гy} \cdot (y_{c_1} - H_1 + \Delta_{yщ} - z) - q_{гy} \cdot (\dot{y}_{c_1} - \dot{z}) - M_1 g \cdot \cos\varphi - P_1 \times \right. \\ &\quad \left. \times \cos\varphi - (N'_1 + N'_2) \cdot \sin\varphi - (N'_1 + N'_2) \cdot f \cdot \cos\varphi \right], \end{aligned} \quad (2.16)$$

де x_{c_1} , y_{c_1} - координати центру мас C_1 контейнера в нерухомій системі осей Oxy (рис.2.1); $\Delta_{yщ}$ - глибина ущільнення ґрунту під опорною поверхнею контейнера в статичному положенні; φ_1 - кут повороту контейнера; $P_1 = p \cdot S_k = \pi R^2 \cdot p$ - сила тиску на донну поверхню контейнера; S_k - площа внутрішньої донної поверхні контейнера; p – тиск в контейнері; R – внутрішній радіус контейнера; $N'_1 = N_1$; $N'_2 = N_2$ – нормальні складові сили дії корпусу ракети на внутрішню поверхню контейнера; f - коефіцієнт тертя поверхні облютератора по внутрішній поверхні контейнера; $c_{гх}$, $c_{гy}$ та $q_{гх}$, $q_{гy}$ -

коефіцієнти жорсткості і опору ґрунту в напрямку осей x та y ; ξ і z – горизонтальне та вертикальне переміщення ґрунтової основи під контейнером.

Об'єднуючи диференційні рівняння другого порядку (2.4), (2.5), (2.14) та (2.16) в систему рівнянь та понижаючи порядок рівнянь, шляхом введення проміжних величин, отримаємо таку систему диференційних рівнянь першого порядку:

$$1. \dot{y}_{1c_2} = v_{ry_1};$$

$$2. \dot{v}_{ry_1} = \frac{1}{M_2} (-M_2 \cdot g \cdot \cos\varphi - F_{T1} - F_{T2} + P + \Phi_{\text{пер}}^n);$$

$$3. \dot{\varphi} = \varepsilon;$$

$$4. \dot{\varepsilon} = [-C_{r\varphi} \cdot \varphi - q_{r\varphi} \cdot \dot{\varphi} + M_2 g \cdot \sin\varphi \cdot (O'C_2 - O'C) - M_1 g \cdot \sin\varphi \cdot (O'C - O'C_1)] / I_C;$$

$$5. \dot{x}_{c_1} = \eta;$$

$$6. \dot{\eta} = [-c_{r\eta} \cdot (x_{c_1} + H_1 \cdot \sin\varphi - \xi) - q_{r\eta} \cdot (\dot{x}_{c_1} - \dot{\xi}) - M_1 g \cdot \sin\varphi + P_1 \cdot \sin\varphi - (N'_1 + N'_2) \times \cos\varphi - (N'_1 + N'_2) \cdot f \cdot \sin\varphi] / M_1;$$

$$7. \dot{y}_{c_1} = \mu;$$

$$8. \dot{\mu} = [-c_{r\mu} \cdot (y_{c_1} - H_1 + \Delta_{\text{ущ}} - z) - q_{r\mu} \cdot (\dot{y}_{c_1} - \dot{z}) - M_1 g \cdot \cos\varphi - P_1 \cdot \cos\varphi - (N'_1 + N'_2) \cdot \sin\varphi - (N'_1 + N'_2) \cdot f \cdot \cos\varphi] / M_1, \quad (2.17)$$

де

$$\Phi_{\text{пер}}^n = M_2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot O'C_2; \quad \Phi_{\text{пер}}^\tau = M_2 \cdot \ddot{\varphi}_1 \cdot O'C_2; \quad \Phi_{\text{кор}} = 2M_2 \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \vartheta_{rC_2};$$

$$F_{T1} = f \cdot N_1; F_{T2} = f \cdot N_2; P = P_1 = p \cdot S_k = \pi R^2 \cdot p;$$

$$N_1 = (-M_2 \cdot g \cdot \sin \varphi + \Phi_{\text{кор}} + \Phi_{\text{пер}}^r) / (1 - \bar{l}); N_2 = -N_1 \cdot \bar{l};$$

$$\bar{l} = l_2 / (l_2 - l_{12}); \quad N'_1 = N_1; \quad N'_2 = N_2;$$

$$O'C = (M_1 \cdot O'C_1 + M_2 \cdot O'C_2) / (M_1 + M_2); \quad O'C_2 = H_0 + l_2 + \Delta y_{1C_2};$$

$$O'C_1 = H_1; \quad \Delta y_{1C_2} = y_{1C_2} - (y_{1C_2})_0; \quad (y_{1C_2})_0 = H_0 + l_2 - H.$$

2.2. Ділянка відносного складного руху ракети в контейнері

Будемо вважати, що після виходу з контейнера передостаннього опорного пояса (облютератора) ракети і до повної втрати зв'язку з контейнером, ракета певний проміжок часу контактує з контейнером в одній точці (точка К, рис.2.3). Будемо також вважати, що контейнер при цьому здійснює кутові переміщення, які уявляють повороти навколо точки O' його опорної поверхні.

Для запису рівнянь руху ракети і контейнера на цій ділянці запровадимо слідуєчі системи осей (рис.2.3): нерухому систему $Oxuz$ початком в точці O на поверхні недеформованої ґрунтової основи під центром опорної поверхні контейнера; незмінно пов'язану з контейнером систему рухомих осей $O_1x_1y_1$ з початком в точці O_1 на верхньому зрізі контейнера, вісь u_1 якої є головною центральною віссю інерції контейнера; пов'язану з ракетою систему її головних центральних осей $C_2x_2y_2$; систему допоміжних осей $C_2x_*y_*$, вісь u_* якої проходить через точку O' центру повороту контейнера. Положення рухомих осей $O_1x_1y_1$ відносно нерухомої системи Oxu визначаємо кутом φ_1 . Положення рухомої системи $C_2x_2y_2$ відносно системи нерухомих осей Oxu – кутом φ_2 . Кут Ψ_* визначає положення осей системи $C_2x_*y_*$ відносно осей $O_1x_1y_1$.

Положення вектора відносної швидкості \vec{V}_{rc_2} центру мас ракети відносно рухомих осей $O_1x_1y_1$ будемо визначати кутом Ψ_r .

На ракету діють такі сили: прикладена в центрі мас рівнодіюча сил тяжіння $\overline{M_2g}$; сила \vec{P} тиску на донну поверхню ракети, лінія дії якої проходить через центр мас ракети; сила \vec{N} нормальної реакції поверхні контейнера на тиск ракети в точці К рухомого контакту корпусу ракети з контейнером; сила тертя корпусу ракети по поверхні контейнера \vec{F}_T .

Для складання рівнянь руху центру мас ракети відносно пов'язаних з контейнером рухомих осей $O_1x_1y_1$, додамо до діючих сил прикладені в центрі мас ракети головні вектори її переносних нормальних сил інерції $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^n$, дотичних переносних сил інерції $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^\tau$ та коріолісових сил інерції $\vec{\Phi}_{\text{кор}}$. Визначимося з цими складовими сил інерції. Для цього розглянемо кожен головний вектор сил інерції як додаток елементарних сил інерції ракети при її русі по відношенню до контейнера, який в свою чергу обертається навколо центру O' . Впливом поступальної складової руху контейнера на відносний рух ракети будемо нехтувати.

$$\begin{aligned} \vec{\Phi}_{\text{пер}} &= \sum_{k=1}^n (\vec{f}_{ke}^n + \vec{f}_{ke}^\tau + \vec{f}_{k\text{кор}}) = \sum_{k=1}^n -m_k \cdot (\vec{\varepsilon}_e \times \vec{r}_k) + m_k \cdot \omega_e^2 \cdot \vec{r}_k - \\ &- 2 \cdot \sum_{k=1}^n m_k \cdot (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_{rk}) = \\ &= -\vec{\varepsilon}_e \sum_{k=1}^n m_k \cdot \vec{r}_k + \omega_e^2 \cdot \sum_{k=1}^n m_k \cdot \vec{r}_k - 2\vec{\omega}_e \times \sum_{k=1}^n m_k \vec{V}_{rk} = \\ &= -\vec{\varepsilon}_e \times M_2 \vec{R}_{c_2} + \omega^2 \cdot M_2 \cdot \vec{R}_{c_2} - 2\vec{\omega}_e \times M_2 \vec{V}_{rc_2} = -M_2 \cdot (\vec{\varepsilon}_e \times \vec{R}_{c_2}) + \\ &+ (M_2 \cdot \omega^2 \cdot \vec{R}_{c_2}) - 2M_2 \cdot (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_{rc_2}) \end{aligned}$$

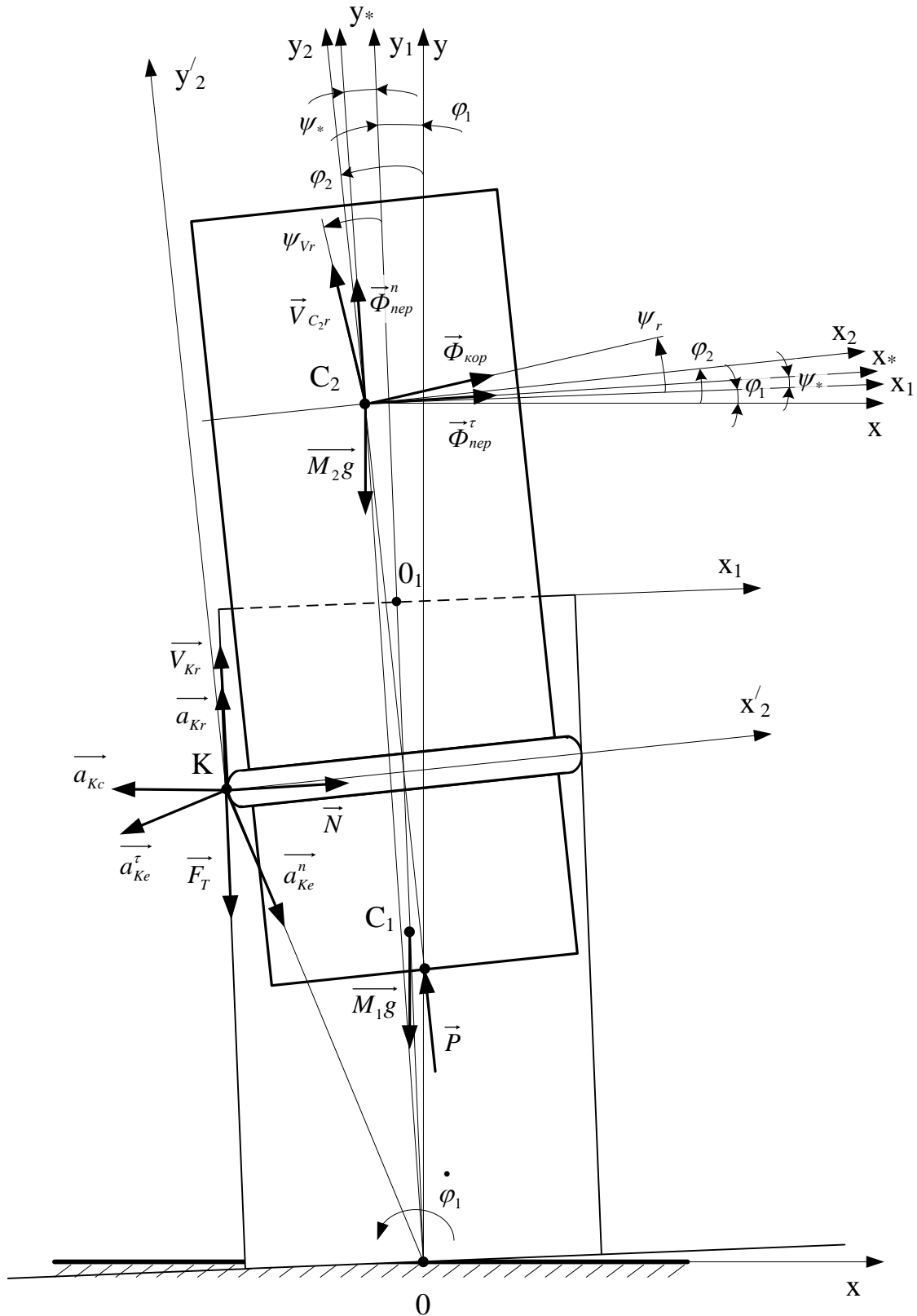


Рисунок 2.3 - Розрахункова модель системи ракета-контейнер на ділянці складного відносного руху ракети

де: m_k, \vec{r}_k – відповідно маса та радіус-вектор k – і точки ракети відносно початку координат пов'язаної з контейнером рухомої системи осей $O_1x_1y_1$; \vec{R}_{C_2} – радіус-вектор центру мас ракети відносно початку координат рухомої системи осей $O_1x_1y_1$; $\vec{V}_{rk}, \vec{V}_{rc_2}$ – відповідно швидкість k – і точки ракети та швидкість центру мас ракети відносно початку координат пов'язаної з контейнером рухомої системи осей $O_1x_1y_1$; $\vec{\varepsilon}_e, \vec{\omega}_e$ – відповідно кутове прискорення та кутова швидкість ракети відносно контейнера; M_2 – маса ракети.

В такому разі:

$$\begin{aligned}\vec{\Phi}_{\text{пер}}^n &= M_2 \cdot \omega^2 \cdot \vec{R}_{C_2}; \quad \vec{\Phi}_{\text{пер}}^\tau = -M_2 \cdot (\vec{\varepsilon}_e \times \vec{R}_{C_2}); \\ \vec{\Phi}_{\text{кор}} &= -2M_2 (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_{rc_2}).\end{aligned}$$

Визначившись з напрямками головних векторів сил інерції, покажемо їх на рис.2.1.

Чисельні значення головних векторів сил інерції:

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{пер}}^n &= M_2 \omega_e^2 \cdot R_{C_2} = M_2 \cdot \dot{\varphi}_1^2 \cdot O'C_2; \\ \Phi_{\text{пер}}^\tau &= M_2 \cdot \varepsilon_e \cdot R_{C_2} = M_2 \cdot \ddot{\varphi}_1 \cdot O'C_2; \\ \Phi_{\text{кор}} &= 2M_2 \cdot \omega_e \cdot V_{rc_2} = 2M_2 \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \vartheta_{rc_2}.\end{aligned}\tag{2.18}$$

Рівняння руху центру мас ракети по відношенню до системи осей $O_1x_1y_1$, пов'язаних з контейнером, має вигляд:

$$M_2 \cdot \frac{d\vec{V}_{rc_2}}{dt} = \vec{M}_2 g + \vec{N} + \vec{F}_T + \vec{P} + \vec{\Phi}_{\text{кор}} + \vec{\Phi}_{\text{пер}}^n + \vec{\Phi}_{\text{пер}}^\tau\tag{2.19}$$

де \vec{V}_{rc_2} – вектор швидкості центру мас ракети відносно пов'язаної з контейнером системи осей $O_1x_1y_1$; $\vec{M}_2 g$ – рівнодіюча сил тяжіння ракети; \vec{N} та

\vec{F}_T - складові реакції внутрішньої поверхні контейнера; \vec{P} сила тиску на донну поверхню ракети, $\vec{\Phi}_{\text{кор}}$, $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^n$, $\vec{\Phi}_{\text{пер}}^\tau$ - головні вектори коріолісових, переносних нормальних та переносних дотичних сил інерції ракети.

Записуючи рівняння (2.19) в проекціях на осі $O_1x_1y_1$, будемо мати такі два рівняння:

$$M_2 \cdot \dot{v}_{rx_1} = -M_2 \cdot g \cdot \sin\varphi_1 + N - \Phi_{\text{кор}} \cdot \cos\Psi_r - \\ - P \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \sin\Psi_* + \Phi_{\text{пер}}^\tau \cdot \cos\Psi_* \quad (2.20)$$

$$M_2 \cdot \dot{v}_{ry_1} = -M_2 \cdot g \cdot \cos\varphi_1 - F_T + P \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + \\ + \Phi_{\text{кор}} \cdot \sin\Psi_r + \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \cos\Psi_* + \Phi_{\text{пер}}^\tau \cdot \sin\Psi_*,$$

де

$$\operatorname{tg}\Psi_r = -\frac{v_{rx_1}}{v_{ry_1}}; \quad \operatorname{tg}\Psi_* = -\frac{X_{1c_2}}{Y_{1c_2}}$$

v_{rx_1}, v_{ry_1} - проекції вектора відносної швидкості \vec{V}_{rc_2} центра мас ракети відносно контейнера (відносно осей $O_1x_1y_1$, пов'язаних з контейнером) на вісі x_1 та y_1 ; X_{1c_2}, Y_{1c_2} - координати центра мас ракети в осях $O_1x_1y_1$. Останні зв'язані з проекціями швидкості вектора \vec{V}_{rc_2} диференціальними залежностями

$$\dot{X}_{1c_2} = v_{rx_1}; \quad \dot{Y}_{1c_2} = v_{ry_1} \quad (2.21)$$

Чисельне значення відносної швидкості

$$v_{rc_2} = \sqrt{v_{rx_1}^2 + v_{ry_1}^2} \quad (2.22)$$

Для визначення обертального руху ракети скористаємося теоремою про зміну моменту кількості руху матеріальної системи по відношенню до рухомого центру, що *не співпадає з її центром мас* [24]. У відповідності з цією теоремою залежність для моменту кількості руху твердого тіла відносно незмінно зв'язаного з тілом рухомого центру і позначеного, наприклад буквою O , має вигляд:

$$\frac{d'\vec{K}_O^\omega}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K}_O^\omega = \vec{M}_O^e - m \cdot \vec{\rho}_{CO} \times \vec{a}_O, \quad (2.23)$$

де \vec{K}_O^ω - момент кількості руху твердого тіла відносно рухомого центру O

тільки за рахунок обертання тіла навколо центру;

$\vec{\omega}$ - кутова швидкість обертання тіла відносно рухомого центру O ;

\vec{M}_O^e - головний момент зовнішніх сил відносно рухомого центру O ;

m - маса тіла;

$\vec{\rho}_{CO}$ - радіус - вектор центру мас тіла відносно рухомого центру O ;

\vec{a}_O - абсолютне прискорення рухомого центру O .

I_O - момент інерції ракети відносно центру O .

У випадку плоского руху залежність (2.23) приймає вигляд:

$$I_O \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_O^e - m \cdot (\rho_{Cx} \cdot a_{Oy} - \rho_{Cy} \cdot a_{Ox}), \quad (2.24)$$

де ρ_{Cx}, ρ_{Cy} - проекції вектора $\vec{\rho}_{CO}$ на незмінно зв'язані з тілом вісі Ox, Oy , що мають початок в рухомому центрі O ; a_{Ox}, a_{Oy} - проекції на ті ж самі вісі вектора абсолютного прискорення рухомого центру; I_O - момент інерції ракети відносно центру O .

В якості рухомого центру візьмемо точку K поверхні облютератора ракети, якою вона контактує з внутрішньою поверхнею контейнера (рис.2.1). Застосовуючи залежності (2.23) та (2.24) до тіла ракети при рухомому центрі K , будемо мати ці залежності у вигляді:

$$\frac{d' \vec{K}_K^\omega}{dt} + \vec{\omega}_2 \times \vec{K}_K^\omega = \vec{M}_K^e - M_2 \cdot \vec{\rho}_{C_2K} \times \vec{a}_K, \quad (2.25)$$

$$I_K \cdot \frac{d\omega_2}{dt} = M_K^e - M_2 \cdot (\rho_{C_2x'_2} \cdot a_{Ky'_2} - \rho_{C_2y'_2} \cdot a_{Kx'_2}), \quad (2.26)$$

де \vec{K}_K^ω - момент кількості руху ракети відносно рухомого центру K тільки за рахунок обертання ракети навколо цього центру;

$\vec{\omega}_2$ - кутова швидкість обертання ракети відносно рухомого центру K ;

\vec{M}_K^e - головний момент діючих на ракету зовнішніх сил відносно рухомого центру K ;

M_2 - маса ракети;

$\vec{\rho}_{C_2K} = \vec{KC}_2$ - радіус - вектор центру мас ракети відносно рухомого центру K ;

\vec{a}_K - абсолютне прискорення рухомого центру K ;

$\rho_{C_2x'_2}, \rho_{C_2y'_2}, a_{Kx'_2}, a_{Ky'_2}$ - проекції векторів $\vec{\rho}_{C_2K}$ і \vec{a}_K на незмінно зв'язані з ракетною віссю $Kx'_2y'_2$ що мають початок в рухомому центрі K і паралельні головним центральним осям $C_2x_2y_2$ ракети;

I_K - момент інерції ракети відносно центру K .

Прискорення точки K корпусу ракети знайдемо як прискорення точки при її складному русі:

$$\vec{a}_K = \vec{a}_{Kr} + \vec{a}_{Ke}^n + \vec{a}_{Ke}^t + \vec{a}_{Kc}, \quad (2.27)$$

де \vec{a}_{Kr} - відносне прискорення точки K в системі рухомих осей $O_1x_1y_1$, незмінно зв'язаної з контейнером; \vec{a}_{Ke}^n - нормальне переносне прискорення точки K при обертанні рухомих осей $O_1x_1y_1$ навколо точки O' ; \vec{a}_{Ke}^t - дотичне переносне прискорення точки K при обертанні рухомих осей $O_1x_1y_1$ навколо точки O' ; \vec{a}_{Kc} - коріолісове прискорення точки K при її складному русі, з урахуванням виразу для якого залежність (2.27) набуває вигляду

$$\vec{a}_K = \vec{a}_{Kr} + \vec{a}_{Ke}^n + \vec{a}_{Ke}^t + 2 \cdot (\vec{\omega}_1 \times \vec{V}_{Kr}), \quad (2.28)$$

де: $\vec{\omega}_1$ – кутова швидкість обертання пов'язаної з контейнером рухомої системи $O_1x_1y_1$ навколо точки O' ; \vec{V}_{Kr} – відносна швидкість точки K корпусу ракети в системі $O_1x_1y_1$. Вектори відносної швидкості \vec{V}_{Kr} та відносного прискорення \vec{a}_{Kr} точки K корпусу ракети спрямовані вздовж внутрішньої бокової стінки контейнера; переносне нормальне прискорення \vec{a}_{Ke}^n спрямовано вздовж відрізка $\overline{O'K}$, що з'єднує центр повороту O' контейнера з точкою K , в напрямку від точки K до центру O' ; переносне дотичне прискорення \vec{a}_{Ke}^t спрямовано перпендикулярно відрізку $\overline{O'K}$ в бік переносного кутового прискорення (кутового прискорення контейнера); вектор коріолісового прискорення \vec{a}_{Kc} спрямований перпендикулярно боковій стінці контейнера.

Чисельні значення складових абсолютного прискорення точки K :

$$\begin{aligned} a_{Ke}^n &= \omega_1^2 \cdot O'K = \dot{\varphi}_1^2 \cdot O'K; a_{Ke}^t = \varepsilon_1 \cdot O'K = \ddot{\varphi}_1 \cdot O'K, \\ a_{Kc} &= 2\omega_1 \cdot \vartheta_{Kr} = 2 \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \vartheta_{Kr}, \end{aligned} \quad (2.29)$$

Значення відносної швидкості точки K знайдемо за допомогою теореми про проекції швидкостей двох точок тіла на пряму, що з'єднує ці точки, застосувавши її для відносного руху ракети. Будемо мати (рис.2.4):

$$\begin{aligned} V_{Kr} \cdot \cos\gamma_1 &= V_{rc_2} \cdot \cos(\psi_r + \gamma_1), \text{ звідки} \\ V_{Kr} &= V_{rc_2} \cdot \frac{\cos(\psi_r + \gamma_1)}{\cos\gamma_1}, \end{aligned} \quad (2.30)$$

де:

$$\gamma_1 = \gamma - \Delta\varphi, \quad \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1, \quad \operatorname{tg}\gamma = \frac{R}{l_2},$$

R – внутрішній радіус контейнера; l_2 - відстань між серединою нижнього опорного поясу ракети та центром мас ракети (рис.2.2).

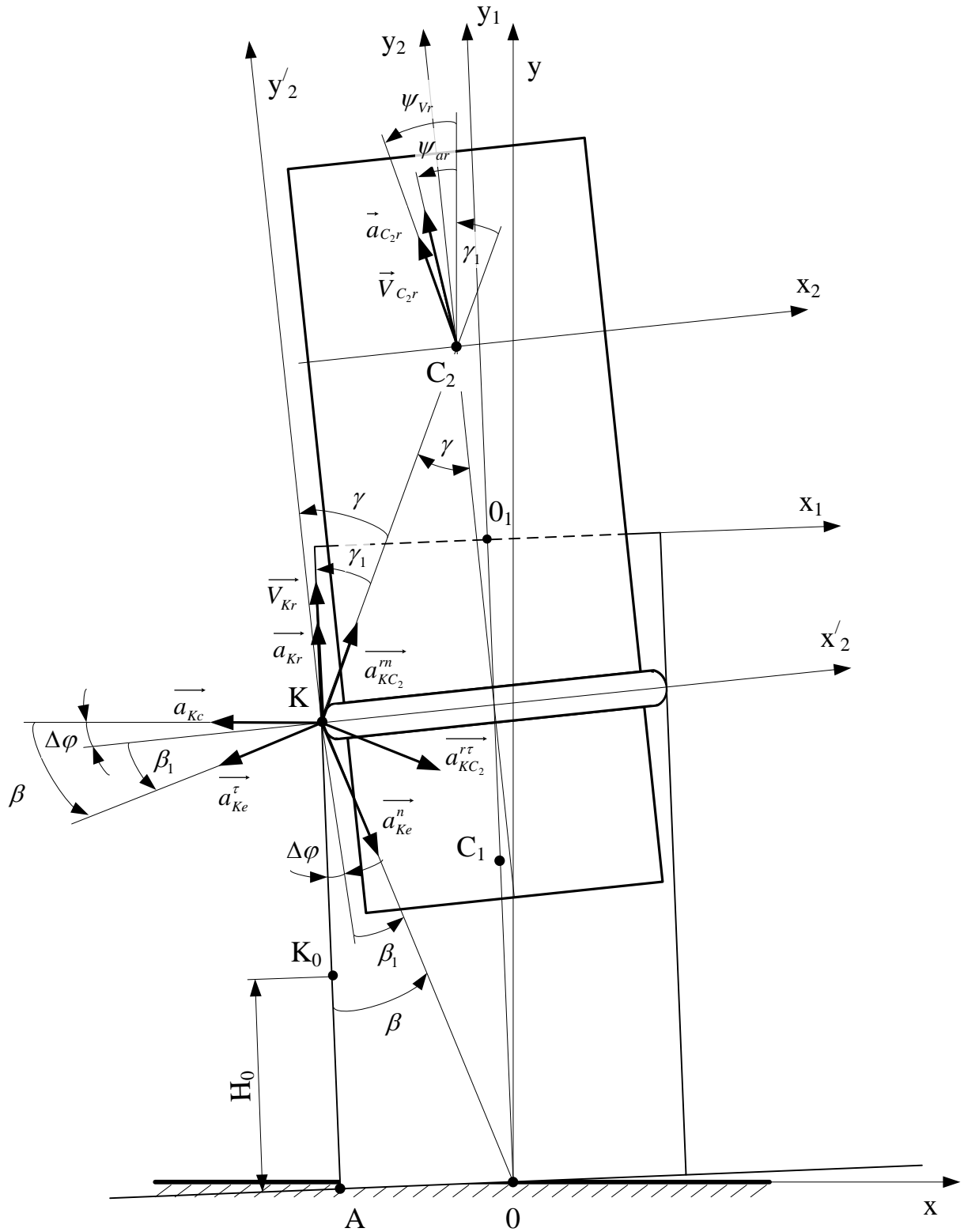


Рисунок 2.4 - Кінематична схема системи ракета-контейнер на ділянці складного відносного руху

Відстань від рухомої точки K до центру повороту контейнера

$$O'K = \sqrt{O'A^2 + AK^2}, \quad \text{де} \quad (2.31)$$

$$O'A = R; \quad AK = H - l_{12} + \Delta y_{1c_2},$$

l_{12} - відстань між серединами нижнього і передостаннього опорних поясів (рис.2.3); Δy_{1c_2} - приріст координата центру мас ракети на ділянці її відносного складного руху в системі $O_1x_1y_1$ з початком в точці O_1 на верхньому зрізі контейнера (рис.2.3); H – висота контейнеру.

Для знаходження значення відносного прискорення точки K в системі рухомих осей $O_1x_1y_1$ спочатку з рівнянь (2.19) знайдемо проекції вектора прискорення центру мас ракети \vec{a}_{rc_2} на вісі $O_1x_1y_1$, позначивши їх a_{rx_1} та a_{ry_1} :

$$a_{rx_1} = \dot{v}_{rx_1} = \frac{1}{M_2} [-M_2 g \cdot \sin \varphi_1 + N - \Phi_{\text{кор}} \cdot \cos \psi_r -$$

$$-P \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \sin \psi_* + \Phi_{\text{пер}}^{\tau} \cdot \cos \psi_*];$$

$$a_{ry_1} = \dot{v}_{ry_1} = \frac{1}{M_2} [-M_2 g \cdot \cos \varphi_1 - F_T + P \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) +$$

$$+ \Phi_{\text{кор}} \cdot \sin \psi_r + \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \cos \psi_* + \Phi_{\text{пер}}^{\tau} \cdot \sin \psi_*] \quad (3.32)$$

Напрямок вектора відносного прискорення центру мас ракети в системі рухомих осей $O_1x_1y_1$ визначається кутом ψ_{ar} (рис.2.4) за умови, що

$$\operatorname{tg} \psi_{ar} = \frac{a_{rx_1}}{a_{ry_1}} \quad (2.32)$$

Прийнявши точку C_2 за полюс, знайдемо відносне прискорення точки K корпусу ракети за теоремою про зв'язок прискорень двох точок тіла при плоскому русі:

$$\vec{a}_{rK} = \vec{a}_{rc_2} + \vec{a}_{KC_2}^{rn} + \vec{a}_{KC_2}^{r\tau}, \quad (2.33)$$

де $\vec{a}_{KC_2}^{rn}$ - нормальна складова прискорення точки K при її обертанні у відносному русі навколо точки C_2 ; $\vec{a}_{KC_2}^{r\tau}$ - дотична складова цього прискорення.

Чисельні значення складових вектора прискорення точки K при її обертанні у відносному русі навколо точки C_2 :

$$a_{KC_2}^{rn} = (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1)^2 \cdot KC_2; \quad a_{KC_2}^{r\tau} = (\ddot{\varphi}_2 - \ddot{\varphi}_1) \cdot KC_2, \quad (2.34)$$

де $KC_2 = \sqrt{R^2 + l_2^2}$; l_2 - відстань від середини нижнього опорного поясу до центру мас ракети (рис.2.3)

Визначившись з складовими виразу (2.27) для прискорення точки K , запишемо проекції \vec{a}_K на незмінно пов'язані з ракетою вісі $Kx'_2y'_2$, що мають початок в рухомому центрі K і паралельні головним центральним осям $C_2x_2y_2$ ракети. Ці проекції входять до залежності (2.26), див. рис.2.4.

$$\begin{aligned} a_{Kx'_2} &= (\vec{a}_{rc_2})_{x'_2} + a_{KC_2}^{rn} \cdot \sin\gamma + a_{KC_2}^{r\tau} \cdot \cos\gamma + \\ &+ a_{Ke}^n \cdot \sin\beta_1 - a_{Ke}^\tau \cdot \cos\beta_1 - a_{Kc} \cdot \cos\Delta\varphi, \\ a_{Ky'_2} &= (\vec{a}_{rc_2})_{y'_2} + a_{KC_2}^{rn} \cdot \cos\gamma - a_{KC_2}^{r\tau} \cdot \sin\gamma - \\ &- a_{Ke}^n \cdot \cos\beta_1 - a_{Ke}^\tau \cdot \sin\beta_1 + a_{Kc} \cdot \sin\Delta\varphi, \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\text{де } \beta_1 = \beta - \Delta\varphi; \quad \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1; \quad \text{tg}\beta = \frac{R}{AK}; \quad AK = H - l_{12} + \Delta y_{1c_2}$$

Залишилось визначити проекції вектора \vec{a}_{rc_2} на вісі $Kx'_2y'_2$, (рис.2.4) коли відомі його проекції на вісі $O_1x_1y_1$, представлені залежністю (2.32). Згадані вісі взаємно повернуті на кут $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Використовуючи відомі залежності для повороту осей, будемо мати:

$$\begin{cases} (\vec{a}_{rc_2})_{x'_2} = a_{rx_1} \cdot \cos\Delta\varphi + a_{ry_1} \cdot \sin\Delta\varphi \\ (\vec{a}_{rc_2})_{y'_2} = -a_{rx_1} \cdot \sin\Delta\varphi + a_{ry_1} \cdot \cos\Delta\varphi \end{cases} \quad (2.36)$$

Проекції радіуса-вектора $\vec{\rho}_{c_2}$ центру мас ракети відносно рухомого центру $K(\vec{\rho}_{c_2} = \overline{KC}_2)$ на незмінно пов'язані з ракетою вісі $Kx'_2y'_2$ знайдемо так (рис.2.3, 2.4):

$$\rho_{c_2x'_2} = R; \quad \rho_{c_2y'_2} = l_2 \quad (2.37)$$

Додаток моментів всіх зовнішніх сил, що діють на ракету відносно рухомого центру K .

$$M_K^e = M_k(\vec{M}_2g) + M_k(\vec{P}) - M_\Gamma$$

де $M_\Gamma = I_\Gamma \cdot \omega_\Gamma \cdot \dot{\varphi}_2$ - гіроскопічний стабілізуючий момент (рис.2.3), I_Γ - момент інерції стабілізуючого гіроскопа, ω_Γ - кутова швидкість стабілізуючого гіроскопа.

Підставляючи очевидні вирази для моментів сили тяжіння \vec{M}_2g та сили тиску на донну поверхню \vec{P} , будемо мати:

$$M_K^e = \rho_{c_2x'_2} \cdot (\vec{M}_2g)_{y'_2} - \rho_{c_2y'_2} \cdot (\vec{M}_2g)_{x'_2} + P \cdot R - M_\Gamma \quad (2.38)$$

Проекції вектора сили тяжіння на вісі $Kx'_2y'_2$ дорівнюють:

$$\begin{aligned} (\vec{M}_2g)_{x'_2} &= -M_2g \cdot \sin\varphi_2; \\ (\vec{M}_2g)_{y'_2} &= -M_2g \cdot \cos\varphi_2 \end{aligned} \quad (2.39)$$

Підставляючи (2.37) і (2.39) в (2.38), остаточно будемо мати:

$$M_K^e = P \cdot R - R \cdot M_2g \cdot \cos\varphi_2 + l_2 \cdot M_2g \cdot \sin\varphi_2 =$$

$$= R(P - M_2 g \cdot \cos \varphi_2) + l_2 \cdot M_2 g \cdot \sin \varphi_2 - M_\Gamma \quad (2.40)$$

Запишемо рівняння обертального руху ракети іншому вигляді, застосувавши для цього теорему про зміну моменту кількості руху матеріальної системи по відношенню *до її центру мас* (рис.2.3).

$$I_{c_2} \cdot \ddot{\varphi}_2 = M_{c_2}(\vec{N}) + M_{c_2}(\vec{F}_T) - M_\Gamma \quad (2.41)$$

де I_{c_2} - момент інерції ракети відносно її центру мас; $M_\Gamma = I_\Gamma \cdot \omega_\Gamma \cdot \dot{\varphi}_2$ - гіроскопічний стабілізуючий момент, I_Γ - момент інерції стабілізуючого гіроскопа, ω_Γ - кутова швидкість стабілізуючого гіроскопа.

Вектори моментів реакції \vec{N} та сили тертя \vec{F}_T відносно центру мас ракети визначаються так

$$\begin{aligned} \vec{M}_{c_2}(\vec{N}) &= \vec{C}_2 \vec{K} \times \vec{N} = -\vec{K} \vec{C}_2 \times \vec{N} = -\vec{\rho}_{c_2} \times \vec{N} \\ \vec{M}_{c_2}(\vec{F}_T) &= \vec{C}_2 \vec{K} \times \vec{F}_T = -\vec{K} \vec{C}_2 \times \vec{F}_T = -\vec{\rho}_{c_2} \times \vec{F}_T \end{aligned} \quad (2.42)$$

Їх алгебраїчні значення отримаємо, розкриваючи відповідний визначник векторного добутку:

$$\begin{aligned} \vec{M}_{c_2}(\vec{N}) &= -\left[\rho_{c_2 x'_2} \cdot (\vec{N})_{y'_2} - \rho_{c_2 y'_2} \cdot (\vec{N})_{x'_2} \right]; \\ \vec{M}_{c_2}(\vec{F}_T) &= -\left[\rho_{c_2 x'_2} \cdot (\vec{F}_T)_{y'_2} - \rho_{c_2 y'_2} \cdot (\vec{F}_T)_{x'_2} \right], \end{aligned} \quad (2.43)$$

де проекції радіуса-вектора $\vec{\rho}_{c_2}$ центру мас ракети відносно точки K на рухомі вісі $K_{x'_2 y'_2}$ визначаються залежностями (2.37), а проекції нормальної реакції \vec{N} та сили тертя \vec{F}_T на ті ж самі вісі мають значення

$$\begin{aligned}
 (\vec{N})_{x'_2} &= N \cdot \cos\Delta\varphi; & (\vec{N})_{y'_2} &= -N \cdot \sin\Delta\varphi \\
 (\vec{F}_T)_{x'_2} &= -F_T \cdot \sin\varphi = -Nf \cdot \sin\Delta\varphi; & (\vec{F}_T)_{y'_2} &= -Nf \cdot \cos\Delta\varphi, \quad (2.44)
 \end{aligned}$$

де $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, f - коефіцієнт тертя між поверхнею контейнера і контактною поверхнею облютератора ракети.

Підставляючи послідовно (2.44) в (2.43) і (2.37) та (2.43) в (2.41), будемо мати рівняння обертального руху ракети навколо центру мас у вигляді:

$$\begin{aligned}
 I_{c_2} \cdot \ddot{\varphi}_2 &= N \cdot [R \cdot (\sin\Delta\varphi + f \cdot \cos\Delta\varphi) + \\
 &+ l_2 \cdot (\cos\Delta\varphi - f \cdot \sin\Delta\varphi)] - M_r, \quad (2.45)
 \end{aligned}$$

Прирівнявши вирази для $\ddot{\varphi}_2$, отримані по черзі з рівнянь (2.26) та (2.45), будемо мати:

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{I_{c_2}}{I_k} \cdot \frac{(P - M_2 g \cdot \cos\varphi_2) \cdot R + M_2 g \cdot \sin\varphi_2 \times \\
 &\times l_2 - M_2 \cdot (R \cdot a_{Ky'_2} - l_2 \cdot a_{Kx'_2})}{R \cdot (\sin\Delta\varphi + f \cdot \cos\Delta\varphi) + l_2 \times \\
 &\times (\cos\Delta\varphi - f \cdot \sin\Delta\varphi)}, \quad (2.46)
 \end{aligned}$$

де $a_{Kx'_2}$, $a_{Ky'_2}$ - визначаються залежностями (2.35), (2.36), $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

Отримаємо величину динамічної реакції внутрішньої поверхні контейнера \vec{N} , використавши для цього рівняння зв'язків між параметрами, що характеризують рух складових частин системи ракета-контейнер.

Векторне рівняння зв'язку запишемо при цьому у вигляді (рис.2.1):

$$\overrightarrow{OC_2} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KN} + \overrightarrow{KC_2} \quad (2.47)$$

Запишемо рівняння (2.47) в проекціях на вісь x системи нерухомих осей Ox . В результаті отримаємо (рис.2.3):

$$x_{C_2} = -R \cdot \cos\varphi_1 - AK \cdot \sin\varphi_1 + R \cdot \cos\varphi_2 - l_2 \cdot \sin\varphi_2 \quad (2.48)$$

Двічі диференціюючи за часом вираз (2.48), будемо мати:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{C_2} = & \ddot{\varphi}_1 \cdot (R \cdot \sin\varphi_1 - AK \cdot \cos\varphi_1) + \dot{\varphi}_1^2 \cdot (R \cdot \cos\varphi_1 + AK \cdot \sin\varphi_1) - \\ & - 2 \cdot v_{Kr} \cdot \dot{\varphi}_1 \cdot \cos\varphi_1 - a_{Kr} \cdot \sin\varphi_1 - \ddot{\varphi}_2 \cdot (R \cdot \sin\varphi_2 + l_2 \cdot \cos\varphi_2) + \\ & + \dot{\varphi}_2^2 \cdot (R \cdot \cos\varphi_2 - l_2 \cdot \sin\varphi_2) \end{aligned} \quad (2.49)$$

При диференціюванні враховано, що $AK = v_{Kr}$.

Внаслідок малості кутів приймаємо:

$$\sin\varphi_1 \approx 0; \quad \cos\varphi_1 \approx 1;$$

$$\sin\varphi_2 \approx 0; \quad \cos\varphi_2 \approx 1$$

За такої умови вираз (2.49) набуває вигляду:

$$\ddot{x}_{C_2} = -\ddot{\varphi}_1 \cdot AK + \dot{\varphi}_1^2 \cdot R - 2 \cdot v_{Kr} \cdot \dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2^2 \cdot R - \ddot{\varphi}_2 \cdot l_2 \quad (2.50)$$

Рівняння абсолютного руху центру мас ракети в проекціях на вісь x системи нерухомих осей Ox має вигляд (рис.2.3):

$$M_2 \cdot \ddot{x}_{C_2} = -P \cdot \sin\varphi_2 + N \cdot \cos\varphi_1 + F_T \cdot \sin\varphi_1 ,$$

або ж

$$M_2 \cdot \ddot{x}_{C_2} = -P \cdot \sin\varphi_2 + N \cdot (\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1) \quad (2.51)$$

З останнього рівняння знаходимо реакцію N :

$$N = \frac{M_2 \cdot \ddot{x}_{C_2} + P \cdot \sin\varphi_2}{\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1} ,$$

де величина \ddot{x}_{C_2} знаходиться за залежністю (2.50).

Тепер розглянемо рух контейнера. На підставі теореми про рух центру мас системи, рівняння руху центру мас контейнера в проекціях на нерухомі вісі Oxy будуть мати вигляд (рис.2.5):

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{C_1} &= \frac{1}{M_1} [-c_{ГХ} \cdot (x_{C_1} - \xi) - q_{ГХ} \cdot (\dot{x}_{C_1} - \dot{\xi}) - M_1 g \cdot \sin\varphi_1 + P_1 \cdot \sin\varphi_1 - N' \times \\ &\quad \times \cos\varphi_1 - F'_T \times \sin\varphi_1]; \\ \ddot{y}_{C_1} &= \frac{1}{M_1} [-c_{ГУ} \cdot (y_{C_1} - H_1 + \Delta_{ущ} - z) - q_{ГУ} \cdot (\dot{y}_{C_1} - \dot{z}) - M_1 g \cdot \cos\varphi_1 - P_1 \times \\ &\quad \times \cos\varphi_1 - N' \cdot \sin\varphi_1 + F'_T \times \cos\varphi_1], \end{aligned} \quad (2.52)$$

де x_{C_1} , y_{C_1} - координати центру мас C_1 контейнера в нерухомій системі осей Oxy (рис.2.5); $\Delta_{ущ}$ - глибина ущільнення ґрунту під опорною поверхнею контейнера; φ_1 - кут повороту контейнера; $P_1 = p \cdot S_k = \pi R^2 \cdot p$ - сила тиску на донну поверхню контейнера; S_k - площа внутрішньої донної поверхні контейнера; p - тиск в контейнері; R - внутрішній радіус контейнера; $F'_T = N' \cdot f$ - сила тертя поверхні облютератора по внутрішній поверхні контейнера; N' - нормальна складова сили дії корпусу ракети на внутрішню поверхню контейнера; f - коефіцієнт тертя поверхні облютератора по внутрішній поверхні контейнера; $c_{ГХ}$, $c_{ГУ}$ та $q_{ГХ}$, $q_{ГУ}$ - коефіцієнти жорсткості і опору ґрунту в напрямку осей x та y ; ξ і z - горизонтальне та вертикальне переміщення ґрунтової основи під контейнером.

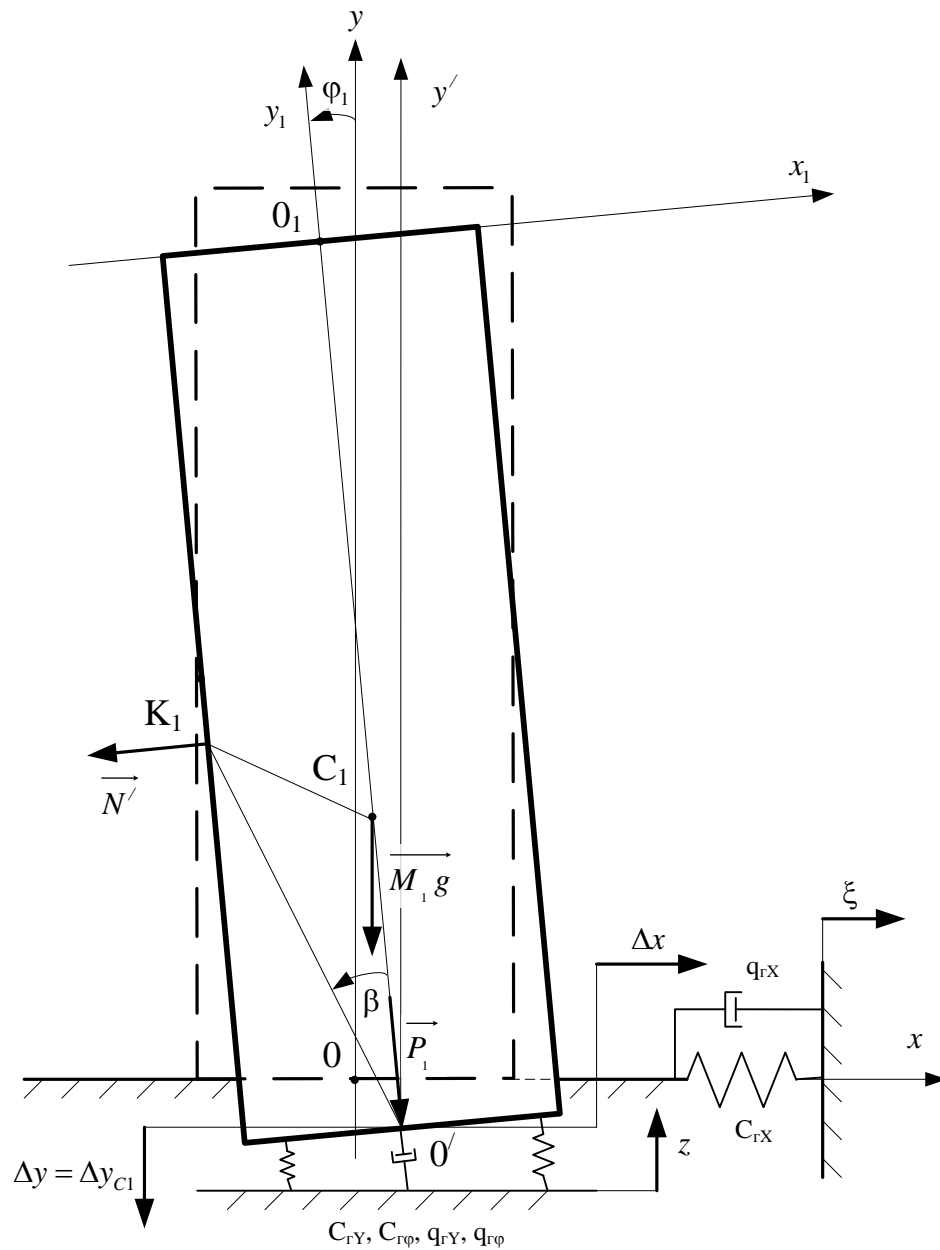


Рисунок 2.5 – Контейнер на пружній ґрунтовій основі

Рівняння обертального руху контейнера отримаємо за допомогою теореми про зміну кінетичного моменту системи по відношенню до її центру мас (рис.2.5):

$$I_{c_1} \cdot \ddot{\varphi}_1 = M_{c_1}(\vec{N}') + M_{c_1}(\vec{F}'_T) - C_{ГФ} \cdot \varphi_1 \quad (2.53)$$

де $C_{ГФ}$ - кутова жорсткість ґрунтової основи під контейнером.

Вектори моментів діючих сил знайдемо як відповідні векторні добутки:

$$\vec{M}_{c_1}(\vec{N}') = \overline{C_1K} \times \vec{N}'; \quad \vec{M}_{c_1}(\vec{F}'_T) = \overline{C_1K} \times \vec{F}'_T \quad (2.54)$$

Запишемо моменти (2.54) за допомогою відомого визначника векторного добутку:

$$\vec{M}_{c_1}(\vec{N}') = \begin{vmatrix} \vec{i}\vec{j}\vec{k} \\ (\overline{C_1K})_x (\overline{C_1K})_y & 0 \\ N'_x N'_y & 0 \end{vmatrix} \quad (2.55)$$

$$\vec{M}_{c_1}(\vec{F}'_T) = \begin{vmatrix} \vec{i}\vec{j}\vec{k} \\ (\overline{C_1K})_x (\overline{C_1K})_y & 0 \\ F'_{Tx} F'_{Ty} & 0 \end{vmatrix}$$

Розкриваючи визначники по останньому елементу першої строки, будемо мати вирази для моментів, що входять до правої частини (2.53):

$$\begin{aligned} M_{c_1}(\vec{N}') &= (\overline{C_1K})_x \cdot N'_y - (\overline{C_1K})_y \cdot N'_x, \\ M_{c_1}(\vec{F}'_T) &= (\overline{C_1K})_x \cdot F'_{Ty} - (\overline{C_1K})_y \cdot F'_{Tx} \end{aligned} \quad (2.56)$$

Відповідні проекції сил знайдемо таким чином ($N' = N$):

$$\begin{aligned} N'_x &= -N' \cdot \cos\varphi_1; & N'_y &= -N' \cdot \sin\varphi_1; \\ F'_{Tx} &= -F'_T \cdot \sin\varphi_1; & F'_{Ty} &= F'_T \cdot \cos\varphi_1 \end{aligned} \quad (2.57)$$

Проекції радіуса-вектора точки K прикладення сил відносно центру мас контейнера знайдемо, врахувавши, що

$$\overline{C_1K} = \overline{O'K} - \overline{O'C_1} \quad (2.58)$$

В такому разі

$$\begin{aligned} (\overline{C_1K})_x &= -O'K \cdot \sin(\beta + \varphi_1) - O'C_1 \cdot \sin\varphi_1 \\ (\overline{C_1K})_y &= -O'K \cdot \cos(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \cos\varphi_1 \end{aligned} \quad (2.59)$$

Підставляючи послідовно (2.59) та (2.57) в (2.56), а потім в (2.53), будемо мати:

$$\begin{aligned} I_{C_1} \cdot \ddot{\varphi}_1 &= N\{[O'K \cdot \sin(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \sin\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 - f \cdot \cos\varphi_1) + \\ &+ [O'K \cdot \cos(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \cos\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 + f \cdot \cos\varphi_1)\} - C_{r\varphi} \cdot \varphi_1, \end{aligned} \quad (2.60)$$

де $O'C_1 = H_1$ (рис.2.5).

Об'єднуючи диференційні рівняння руху центру мас ракети і рівняння руху ракети навколо центру мас з рівняннями руху центру мас контейнера і обертального руху контейнера та зводячи їх до диференційних рівнянь першого порядку, отримаємо наступну систему рівнянь:

$$1. \dot{x}_{1c_2} = v_{rx_1}; \quad (2.61)$$

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \varphi_2 - \varphi_1; \\ V_{Kr} &= V_{rc_2} \cdot \frac{\cos(\psi_r + \gamma_1)}{\cos\gamma_1}, \end{aligned}$$

$$\text{де } tg\gamma = \frac{R}{l_2}; \quad \gamma_1 = \gamma - \Delta\varphi;$$

$$tg\Psi_r = -\frac{v_{rx_1}}{v_{ry_1}}; \quad tg\Psi_* = -\frac{X_{1c_2}}{Y_{1c_2}};$$

$$N = (M_2 \cdot \ddot{x}_{c_2} + P \cdot \sin\varphi_2) / (\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1), \quad (2.62)$$

де P – сила тиску в контейнері.

Перетворюючи вираз (2.51) отримуємо:

$$\ddot{x}_{C_2} = -\dot{\varepsilon} \cdot AK + \varepsilon^2 \cdot R - 2 \cdot v_{Kr} \cdot \varepsilon + \omega_2^2 \cdot R - \dot{\omega}_2 \cdot l_2 ,$$

$$\text{де } AK = H - l_{12} + \Delta y_{1c_2}$$

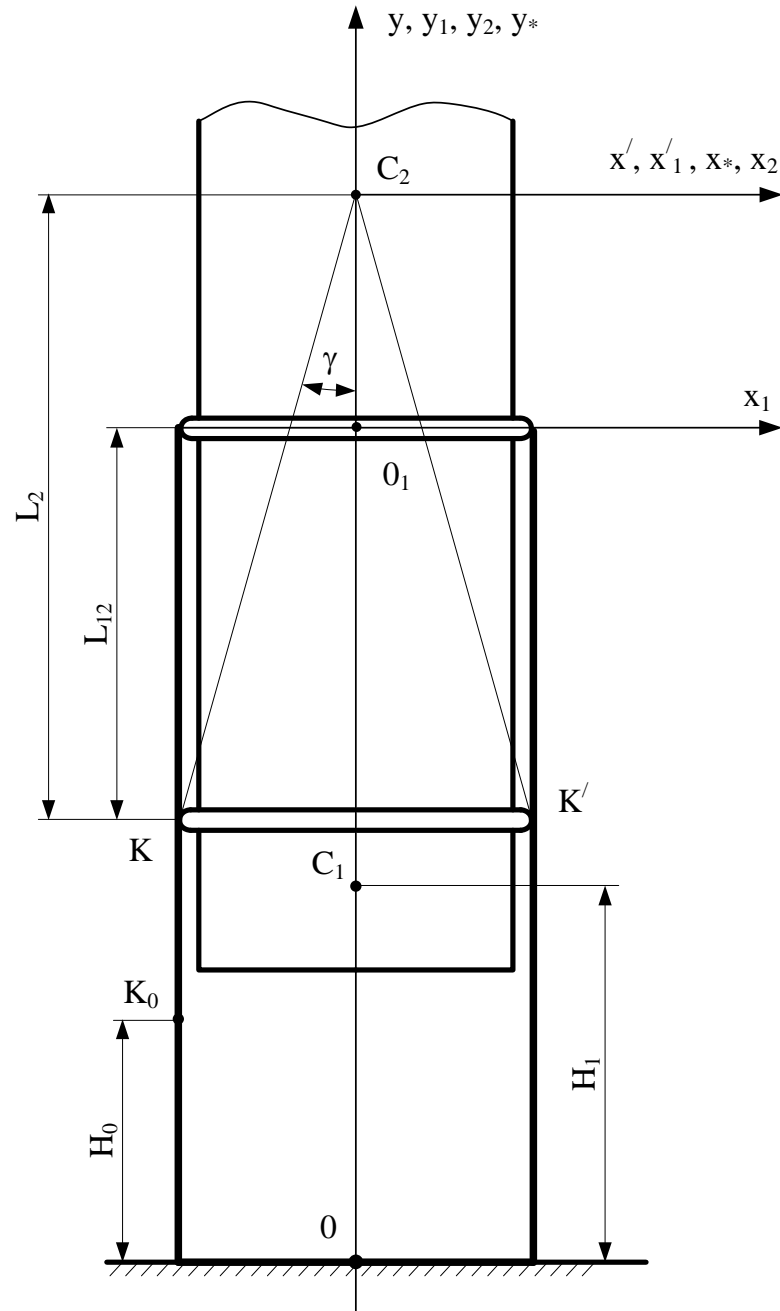


Рисунок 2.6 – До визначення початкових умов системи диференціальних рівнянь на ділянці відносного складного руху

Для отримання Δy_{1c_2} треба записати початкові значення y_{1c_2} (рис.2.6), а потім вилучати його з розрахункового значення y_{1c_2} на кожному кроці чисельного інтегрування.

$$O'C_2 = H + (l_2 - l_{12}) + \Delta y_{1c_2}; \quad v_{rc_2} = \sqrt{v_{rx_1}^2 + v_{ry_1}^2};$$

$$\Phi_{\text{пер}}^n = M_2 \cdot \varepsilon^2 \cdot O'C_2; \quad \Phi_{\text{пер}}^\tau = M_2 \cdot \dot{\varepsilon} \cdot O'C_2; \quad \Phi_{\text{кор}} = 2M_2 \cdot \varepsilon \cdot \vartheta_{rc_2};$$

$$2. \dot{v}_{rx_1} = \frac{1}{M_2} [-M_2 g \cdot \sin\varphi_1 + N - \Phi_{\text{кор}} \cdot \cos\psi_r - P \cdot \sin(\Delta\varphi) - \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \sin\psi_* + \Phi_{\text{пер}}^\tau \cdot \cos\psi_*]; \quad (2.63)$$

$$3. \dot{y}_{1c_2} = v_{ry_1}; \quad (2.64)$$

$$4. \dot{v}_{ry_1} = \frac{1}{M_2} [-M_2 g \cdot \cos\varphi_1 - F_T + P \cdot \cos(\Delta\varphi) + \Phi_{\text{кор}} \cdot \sin\psi_r + \Phi_{\text{пер}}^n \cdot \cos\psi_* + \Phi_{\text{пер}}^\tau \cdot \sin\psi_*]; \quad (2.65)$$

$$O'K = \sqrt{O'A^2 + AK^2}, \quad \text{де } O'A = R, \quad AK = H - l_{12} + \Delta y_{1c_2};$$

$$5. \dot{\varphi}_2 = \omega_2; \quad (2.66)$$

$$M_\Gamma = I_\Gamma \cdot \omega_\Gamma \cdot \omega_2$$

де $I_\Gamma \cdot \omega_\Gamma$ – константа, що є характеристикою гіроскопа (власний кінематичний момент гіроскопу).

$$6. \dot{\omega}_2 = \frac{\{N \cdot [R \cdot (\sin\Delta\varphi + f \cdot \cos\Delta\varphi) + l_2 \cdot (\cos\Delta\varphi - f \cdot \sin\Delta\varphi)]\} - M_\Gamma}{I_{c_2}} \quad (2.67)$$

$$7. \dot{\varphi}_1 = \varepsilon; \quad (2.68)$$

$$N' = N$$

$$8. \dot{\varepsilon} = \frac{N'}{I_{c_1}} \{ [O'K \cdot \sin(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \sin\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 - f \cdot \cos\varphi_1) + [O'K \cdot \cos(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \cos\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 + f \cdot \cos\varphi_1) \} - C_{\Gamma\varphi} \cdot \varphi_1 / I_{c_1} - q_{\Gamma\varphi} \varepsilon / I_{c_1}, \quad (2.69)$$

Для цього необхідно у явному вигляді підставити (2.62) у (2.67), (2.69) та розв'язати отриману систему лінійних рівнянь відносно змінних $\dot{\omega}_2$, $\dot{\varepsilon}$. У результаті диференціальні рівняння приймуть вигляд:

$$\dot{\omega}_2 = \{b_1 - a_{12} \cdot ((b_1 - b_2 k)/(a_{12} - a_{22} k))\}/a_{11} \quad (2.74)$$

$$\dot{\varepsilon} = (b_1 - b_2 k)/(a_{12} - a_{22} k) \quad (2.75)$$

де

$$k = a_{11}/a_{21} ; \quad a_{11} = 1 + S_6 S_7 ; \quad a_{12} = S_5 S_7 ;$$

$$a_{21} = S_6 S_9 ; \quad a_{22} = 1 + S_5 S_9 ; \quad b_1 = S_4 S_7 - S_8 ;$$

$$b_2 = S_4 S_9 - S_{10} ; \quad S_{10} = \frac{C_{r\varphi} \cdot \varphi_1 + q_{r\varphi} \varepsilon}{I_{C_1}} ;$$

$$S_9 = \{[O'K \cdot \sin(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \sin\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 - f \cdot \cos\varphi_1) + \\ + [O'K \cdot \cos(\beta + \varphi_1) + O'C_1 \cdot \cos\varphi_1] \cdot (\sin\varphi_1 + f \cdot \cos\varphi_1)\}/I_{C_1} ;$$

$$S_7 = [R \cdot (\sin\Delta\varphi + f \cdot \cos\Delta\varphi) + l_2 \cdot (\cos\Delta\varphi - f \cdot \sin\Delta\varphi)]/I_{C_2} ;$$

$$S_6 = l_2 S_1 ; \quad S_5 = AK \cdot S_1 ; \quad S_4 = S_1 S_3 + S_2 ; \quad S_8 = M_r/I_{C_2} ;$$

$$S_3 = \varepsilon^2 \cdot R - 2 \cdot v_{Kr} \cdot \varepsilon + \omega_2^2 \cdot R ;$$

$$S_2 = \frac{P \cdot \sin\varphi_2}{\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1} ; \quad S_1 = \frac{M_2}{\cos\varphi_1 + f \cdot \sin\varphi_1}$$

Рівняння (2.62) перетворюється до вигляду:

$$N = S_4 - \dot{\varepsilon} S_5 - \dot{\omega}_2 S_6 \quad (2.76)$$

2.3. Ділянка вільних затухаючих коливань контейнера

Рух контейнера після повної втрати ракетою механічного контакту з контейнером уявляє вільні згасаючі коливання, що відбуваються під дією пружних відновлюючих сил ґрунтової основи, на яку спирається контейнер. Цей рух будемо розглядати як поступальний рух контейнера разом з його центром мас і обертання контейнера навколо центру мас.

Поступальну складову руху контейнера опишемо за допомогою теореми про рух центру мас матеріальної системи в проекціях на осі нерухомої системи Охуз початком в точці О на поверхні недеформованої ґрунтової основи під центром опорної поверхні контейнера (рис.2.5). В результаті будемо мати два диференціальних рівняння:

$$\ddot{x}_{C_1} = [-c_{гх} \cdot (x_{C_1} + H_1 \cdot \sin\varphi_1 - \xi) - q_{гх} \cdot (\dot{x}_{C_1} - \dot{\xi}) - M_1 g \cdot \sin\varphi_1] / M_1 ; \quad (2.76)$$

$$\ddot{y}_{C_1} = [-c_{гу} \cdot \{y_{C_1} - H_1 + \Delta_{ущ} - z\} - q_{гу} \cdot (\dot{y}_{C_1} - \dot{z}) - M_1 g \cdot \cos\varphi_1] / M_1 .$$

Рівняння обертального руху контейнера по відношенню до його центру мас (рис.2.5), записане на підставі теореми про зміну моменту кількості руху системи має вигляд:

$$\ddot{\varphi}_1 = (-C_{г\varphi} \cdot \varphi_1 - q_{г\varphi} \cdot \dot{\varphi}_1) / I_{C_1} \quad (2.77)$$

Всі величини, що входять до правих частин рівнянь (2.76) та (2.77) описані в попередніх розділах.

Об'єднуючи диференціальні рівняння другого порядку (2.76) та (2.77) в систему рівнянь та понижаючи порядок рівнянь, шляхом введення додаткових проміжних величин, отримаємо таку систему диференціальних рівнянь першого порядку:

1. $\dot{\varphi}_1 = \varepsilon;$
2. $\dot{\varepsilon} = (-C_{\Gamma\varphi} \cdot \varphi_1 - q_{\Gamma\varphi} \cdot \dot{\varphi}_1) / I_{C_1};$
3. $\dot{x}_{c_1} = \eta;$
4. $\dot{\eta} = [-c_{\Gamma x} \cdot (x_{c_1} + H_1 \cdot \sin\varphi_1 - \xi) - q_{\Gamma x} \cdot (\eta - \dot{\xi}) - M_1 g \cdot \sin\varphi_1] / M_1;$
5. $\dot{y}_{c_1} = \mu;$
6. $\dot{\mu} = \left[\begin{array}{l} -c_{\Gamma y} \cdot \{y_{c_1} - H_1 + \Delta_{\text{ущ}} - z\} - q_{\Gamma y} \cdot (\dot{y}_{c_1} - \dot{z}) - \\ -M_1 g \cdot \cos\varphi_1 \end{array} \right] / M_1. \quad (2.78)$

2.4. Початкові умови руху та умова відриву контейнера від ґрунту

Системи диференційних рівнянь на послідовних ділянках руху системи ракета-контейнер розв'язуються чисельно методом Рунге – Кутта. При розв'язанні кінцеві результати розрахунків параметрів руху на попередній ділянці передаються в якості початкових умов руху для послідувочої ділянки. Виключення становить перша ділянка, для якої початкові умови задаються.

Рух системи ракета – контейнер на першій ділянці починається при таких значеннях параметрів(рис.2.6, 2.7):

1. $x_{1c_2} = 0;$
2. $v_{rx_1} = 0;$
3. $y_{1c_2} = H_0 + l_2 - H;$
4. $v_{ry_1} = 0;$
5. $\varphi_2 = 10^{-3};$
6. $\omega_2 = 0;$
7. $\varphi_1 = 10^{-3};$
8. $\varepsilon = 0;$
9. $x_{c_1} = -[H_1 - \Delta_{\text{ущ}} - \lambda_{\text{ст}}] \cdot \sin\varphi_1;$
10. $\eta = 0;$

$$11. y_{c_1} = [H_1 - \Delta_{y_{\text{щ}}} - \lambda_{\text{ст}}] \cdot \cos\varphi_1;$$

$$12. \mu = 0; \quad (2.79)$$

де $\lambda_{\text{ст}} = (M_1 + M_1) \cdot g / c_{\text{гУ}}$ – статична деформація пружної ґрунтової основи під контейнером (рис.2.7)

Рух контейнера починається з положення його статичної рівноваги, при якому (рис.2.7)

$$\Delta y_{c_1} = - (\Delta_{y_{\text{щ}}} + \lambda_{\text{ст}}).$$

Умова відриву контейнера від ґрунту (рис.2.5, 2.7): $y_{c_1} - H_1 \geq -\Delta_{y_{\text{щ}}}$,
або ж

$$y_{c_1} - H_1 + \Delta_{y_{\text{щ}}} \geq 0 .$$

3. ДИНАМІЧНІ ПЕРЕМІЩЕННЯ ПРУЖНОЇ НАПІВПЛОЩІНИ

При вирішенні ряду задач про дію динамічних навантажень на конструкції на пружній основі виникає необхідність у визначенні переміщень пружної основи, яке приймається у вигляді пружної напівплощини, під дією навантажень, прикладених на границі, і таких, що змінюються в залежності від часу і відстані за складними законами. Найбільш докладно досліджено [25-28] дію вертикальної зосередженої сили, що змінюється в залежності від часу у вигляді миттєвого імпульсу. Переміщення пружною напівплощини під дією навантаження, що змінюється за довільним законом, можуть бути визначені за допомогою інтегрування за координатами x і t (обчислення інтегралів типу згортки). Однак виконати таке інтегрування важко, оскільки під знаком інтеграла знаходиться розривна функція, яка відповідає фронтам хвиль, що розповсюджуються, і саме обчислення інтеграла типу згортки при складних навантаженнях є трудомісткою операцією, що вимагає великої пам'яті ЕОМ.

Розглянемо так звану задачу Лемба [27], тобто задачу про динамічні переміщення пружної напівплощини (плоска деформація) при заданих навантаженнях, що змінюються вздовж границі в залежності від часу. Нехай на кордоні пружної напівплощини (рис.3.1) прикладене вертикальне навантаження, закон зміни якого описується заданою функцією $p(x,t)$. Потрібно знайти вертикальні $v(x, y, t)$ і горизонтальні $u(x, y, t)$ переміщення точок напівплощини.

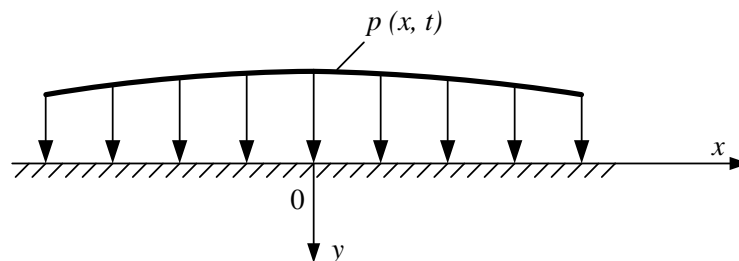


Рисунок 3.1 – Довільне вертикальне навантаження

Для вирішення задачі скористаємося диференціальними рівняннями руху напівплощини, які при запису їх в переміщеннях мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1 - \beta^2) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \\ \beta^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (1 - \beta^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} &= \beta^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

де

$$\beta = \frac{c_2}{c_1} = \sqrt{\frac{1(1 - 2\nu_0)}{2(1 - \nu_0)}}; \quad c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0}}; \quad c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_0}};$$

$$\lambda = \frac{E_0 \nu_0}{(1 + \nu_0)(1 - 2\nu_0)}; \quad \mu = \frac{E_0}{2(1 + \nu_0)};$$

c_1 і c_2 - швидкості поздовжньої і поперечної хвиль у пружному півпросторі; λ , μ , E_0 , ν_0 і ρ_0 – відповідно, постійні Ламе, модуль пружності, коефіцієнт Пуассона і щільність матеріалу півпростору; $x = \bar{x}/a, y = \bar{y}/a, t = c_2 \bar{t}/a$ – безрозмірні змінні; \bar{x} , \bar{y} , \bar{t} – дійсні змінні; a – довільний параметр, що має розмірність довжини (якщо навантаження прикладене на ділянці кінцевої довжини, то в якості параметра зручно прийняти напівдовжину цієї ділянки). Застосовуючи до рівнянь (3.1) перетворення Лапласа за часом [26], при нульових початкових умовах отримуємо

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + (1 - \beta^2) \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x \partial y} + \beta^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} &= \beta^2 s^2 \bar{u}; \\ \beta^2 \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + (1 - \beta^2) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} &= \beta^2 s^2 \bar{v}, \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

де перетворення Лапласа функцій $u(x, y, t)$ і $v(x, y, t)$ мають вигляд

$$\bar{u}(x, y, s) = \int_0^{\infty} u(x, y, t) e^{-st} dt; \quad \bar{v}(x, y, s) = \int_0^{\infty} v(x, y, t) e^{-st} dt \quad (3.3)$$

(s – безрозмірний параметр перетворення Лапласа). Функції по зображеннях Лапласа знаходяться за формулами обернення [26]

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, t) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i_{\infty}}^{c+i_{\infty}} \bar{u}(x, y, s) e^{ts} ds; \\ v(x, y, t) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i_{\infty}}^{c+i_{\infty}} \bar{v}(x, y, s) e^{ts} ds, \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

де інтегрування виконується в комплексній площині вздовж прямої, паралельної уявній осі і розташованої на відстані c від неї.

Для розв'язку рівнянь (3.2) введемо функції $\bar{\varphi}(x, y, s)$ і $\bar{\psi}(x, y, s)$:

$$\bar{u} = \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y}; \quad \bar{v} = \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial y} - \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x}. \quad (3.5)$$

Рівняння (3.2) задовольняються, якщо функції $\bar{\varphi}(x, y, s)$ і $\bar{\psi}(x, y, s)$ знаходяться з рішень хвильових рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial y^2} - \beta^2 s^2 \bar{\varphi} &= 0; \\ \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y^2} - s^2 \bar{\psi} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Застосовуючи до рівнянь (3.6) перетворення Фур'є по координаті x [26], отримуємо

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial y^2} - (\xi^2 + \beta^2 s^2) \bar{\varphi} &= 0; \\ \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y^2} - (\xi^2 + s^2) \bar{\psi} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

де перетворення Фур'є функцій $\bar{\varphi}(x, y, s)$ і $\bar{\psi}(x, y, s)$ мають вигляд

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}(\xi, y, s) &= \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\varphi}(x, y, s) e^{i\xi x} dx; \\ \bar{\psi}(\xi, y, s) &= \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\psi}(x, y, s) e^{i\xi x} dx; \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

(ξ – безрозмірний параметр перетворення Фур'є). Якщо відомі перетворення Фур'є, то самі функції знаходяться за наступними формулами обернення:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}(x, y, s) &= \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\varphi}(\xi, y, s) e^{-i\xi x} d\xi; \\ \bar{\psi}(x, y, s) &= \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\psi}(\xi, y, s) e^{-i\xi x} d\xi. \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Враховуючи умови на нескінченності, рішення рівнянь (3.7) вибираються у вигляді функцій

$$\bar{\varphi}(\xi, y, s) = A(\xi, s) e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}}; \quad \bar{\psi}(\xi, y, s) = B(\xi, s) e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}}, \quad (3.10)$$

де коефіцієнти $A(\xi, s)$ і $B(\xi, s)$ знаходяться з граничних умов для нормальних $\sigma_y(x, y, t)$ і дотичних $\tau_{xy}(x, y, t)$ напружень:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y(x, 0, t) = -p(x, t) \text{ или } \bar{\sigma}_y(x, 0, s) = -\bar{p}(x, s); \\ \tau_{xy}(x, 0, t) = 0 \text{ или } \bar{\tau}_{xy}(x, 0, s) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

Підставляючи функції (3.10) у формули (3.9), отримуємо

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}(x, y, s) = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\xi, s) e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} - ix\xi} d\xi; \\ \bar{\psi}(x, y, s) = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} B(\xi, s) e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2} - ix\xi} d\xi. \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Диференціюючи останні вирази по x і y і підставляючи результат в рівності (3.5), знаходимо:

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}(x, y, s) = \frac{-1}{a^2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[A(\xi, s)\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}} - \right. \\ \left. - i\xi B(\xi, s) e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}} \right] e^{-ix\xi} d\xi; \\ \bar{u}(x, y, s) = \frac{-1}{a^2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[i\xi A(\xi, s) e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}} + \right. \\ \left. + B(\xi, s)\sqrt{\xi^2 + s^2} e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}} \right] e^{-ix\xi} d\xi. \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

Напруги $\sigma_y(x, y, t)$ і $\tau_{xy}(x, y, t)$ визначаються залежностями:

$$\sigma_y = \frac{\lambda}{a} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2 \frac{\mu}{a} \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \tau_{xy} = \frac{\mu}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.14)$$

або в зображеннях Лапласа

$$\bar{\sigma}_y = \frac{\lambda}{a} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) + 2 \frac{\mu}{a} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y}; \quad \bar{\tau}_{xy} = \frac{\mu}{a} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \quad (3.15)$$

Похідні по x і y виразів (3.13) підставляємо у формули (3.15) і задовольняємо граничним умовам (3.11). У результаті отримуємо систему двох рівнянь для визначення невідомих $A(\xi, s)$ і $B(\xi, s)$:

$$\left. \begin{aligned} \left(\xi^2 + \frac{1}{2}s^2\right) A(\xi, s) - i\xi\sqrt{\xi^2 + s^2} B(\xi, s) &= -\frac{a^2}{2\mu} \bar{p}(\xi, s); \\ i\xi\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} A(\xi, s) + \left(\xi^2 + \frac{1}{2}s^2\right) B(\xi, s) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

де подвійне перетворення (Лапласа і Фур'є) заданої функції $p(x, t)$ має вигляд

$$\bar{p}(\xi, s) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} p(x, t) e^{i\xi x - st} dt dx. \quad (3.17)$$

Із системи (3.16) очевидно, що

$$A(\xi, s) = -\frac{a^2}{\mu} \frac{2\xi^2 + s^2}{F(\xi, s)} \bar{p}(\xi, s); \quad B(\xi, s) = \frac{2a^2}{\mu} \frac{i\xi \sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}}{F(\xi, s)} \bar{p}(\xi, s), \quad (3.18)$$

де

$$F(\xi, s) = (2\xi^2 + s^2)^2 - 4\xi^2 \sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} \sqrt{\xi^2 + s^2}. \quad (3.19)$$

Підстановка виразів (3.18) в (3.13) приводить до таких формул переміщень напівплощини в зображеннях Лапласа:

$$\begin{aligned} \bar{v}(x, y, s) &= \frac{1}{\mu\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}}{F(\xi, s)} [(2\xi^2 + \\ &+ s^2)e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}} - 2\xi^2 e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}}] \bar{p}(\xi, s) e^{-ix\xi} d\xi; \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\bar{u}(x, y, s) = \frac{1}{\mu\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi \bar{p}(\xi, s)}{F(\xi, s)} \left[(2\xi^2 + s^2) e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}} - \right. \\ \left. - 2\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} \sqrt{\xi^2 + s^2} e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}} \right] e^{-ix\xi} d\xi. \quad (3.21)$$

Переходячи до оригіналів, отримуємо

$$v(x, y, t) = \frac{1}{\mu\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}}{F(\xi, s)} \left[(2\xi^2 + s^2) e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}} - \right. \\ \left. - 2\xi^2 e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}} \right] \bar{p}(\xi, s) e^{-ix\xi + st} d\xi ds; \quad (3.22)$$

$$u(x, y, t) = \frac{i}{\mu\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi \bar{p}(\xi, s)}{F(\xi, s)} \left[(2\xi^2 + s^2) e^{-y\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}} - \right. \\ \left. - 2\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} \sqrt{\xi^2 + s^2} e^{-y\sqrt{\xi^2 + s^2}} \right] e^{-ix\xi + st} d\xi ds. \quad (3.23)$$

При $y = 0$

$$\bar{v}(x, 0, s) = \frac{s^2}{\mu\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}}{F(\xi, s)} \bar{p}(\xi, s) e^{-ix\xi} d\xi; \quad (3.24)$$

$$\bar{u}(x, 0, s) = \frac{i}{\mu\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi \bar{p}(\xi, s)}{F(\xi, s)} \left(2\xi^2 + s^2 - 2\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\xi^2 + s^2} \right) e^{-ix\xi} d\xi; \quad (3.25)$$

$$v(x, 0, t) = \frac{1}{\mu\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s^2 \sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2}}{F(\xi, s)} \bar{p}(\xi, s) e^{-ix\xi + st} d\xi ds; \quad (3.26)$$

$$u(x, 0, t) = \frac{i}{\mu\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi \bar{p}(\xi, s)}{F(\xi, s)} (2\xi^2 + s^2 - 2\sqrt{\xi^2 + \beta^2 s^2} \sqrt{\xi^2 + s^2}) e^{-ix\xi + st} d\xi ds. \quad (3.27)$$

Таким чином, завдання зводиться до обчислення подвійних інтегралів (3.22) і (3.23) або (3.26) і (3.27) (для границі) при відомій функції $p(x, t)$.

Нехай в момент часу $t = 0$ на ділянці границі пружної напівплощини шириною $2a$ (рис. 3.2) прикладено вертикальне навантаження вигляду

$$p(x, t) = \begin{cases} qH(t)(|x| \leq 1); \\ 0 & (|x| > 1). \end{cases} \quad (3.28)$$

де q – інтенсивність навантаження; $H(t)$ – функція Хевісайда. Потрібно знайти переміщення $v(x, 0, t)$ і $u(x, 0, t)$.

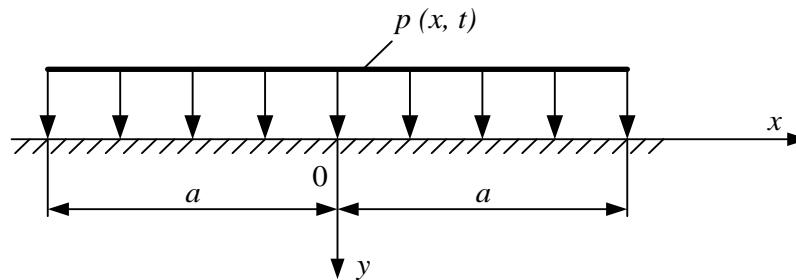


Рисунок 3.2 – Імпульсне навантаження

Провівши, описані вище, перетворення можна отримати формулу для вертикальних переміщень

$$v(x, 0, t) = \frac{4qa}{\pi^2 \mu} \left[-\pi \frac{\sqrt{\eta_1^2 - \beta^2}}{F'(\eta_1)} f_2 \left(x, \frac{t}{\eta_1} \right) + \right.$$

$$+ \int_0^\beta \frac{\sqrt{\beta^2 - \eta^2}}{F(\eta)} f_2 \left(x, \frac{t}{\eta} \right) d\eta + \int_\beta^1 \frac{4\eta^2(\eta^2 - \beta^2)\sqrt{1 - \eta^2}}{F(\eta) f(\eta)} f_2 \left(x, \frac{t}{\eta_1} \right) d\eta \Bigg], \quad (3.29)$$

де

$$f_2 \left(x, \frac{t}{\eta} \right) = \frac{1}{4} \left[(1+x) \ln \left| \frac{(1+x)^2 - t^2/\eta^2}{(1+x)^2} \right| + (1-x) \ln \left| \frac{(1-x)^2 - t^2/\eta^2}{(1-x)^2} \right| + \right. \\ \left. + \frac{t}{\eta} \ln \left| \frac{x^2 - (1+t/\eta)^2}{x^2 - (1-t/\eta)^2} \right| \right], \quad (3.30)$$

$$F(\eta) = (2\eta^2 - 1)^2 - 4\eta^2 \sqrt{\eta^2 - \beta^2} \sqrt{\eta^2 - 1},$$

$$f(\eta) = (2\eta^2 - 1)^2 + 4\eta^2 \sqrt{\eta^2 - \beta^2} \sqrt{\eta^2 - 1}.$$

Цей вираз є безперервною функцією змінних x і t . Для горизонтальних переміщень отримуємо вираз

$$u(x, 0, t) = - \frac{4qa}{\pi^2 \mu} \left[- \frac{\pi}{2} \frac{2\eta_1^2 - 1}{\eta_1 F'(\eta_1)} f_3 \left(x, \frac{t}{\eta_1} \right) + \right. \\ \left. + \int_\beta^1 \frac{2\eta (2\eta^2 - 1) \sqrt{\eta^2 - \beta^2} \sqrt{1 - \eta^2}}{F(\eta) f(\eta)} f_3 \left(x, \frac{t}{\eta} \right) d\eta \right], \quad (3.31)$$

де

$$f_3 \left(x, \frac{t}{\eta} \right) = \begin{cases} 0 & (0 < t/\eta \leq |1-x|); \\ \frac{\pi}{4} (t/\eta - |1-x|) & (|1-x| \leq t/\eta \leq 1+x); \\ \frac{\pi}{2} [xH(1-x) + H(x-1)] & (1+x \leq t/\eta, x > 0). \end{cases} \quad (3.32)$$

При обчисленні переміщень необхідно знати величини дійсних коренів η_1 рівняння

$$(2\eta^2 - 1)^2 - 4\eta^2 \sqrt{\eta^2 - \beta^2} \sqrt{\eta^2 - 1} = 0. \quad (3.33)$$

Це рівняння має два дійсних корені ($\eta = \pm \eta_1$) і чотири комплексних (при $\lambda \neq \mu$); якщо $\lambda = \mu$, то всі корені дійсні, де η_1 – найбільший дійсний позитивний корінь рівняння (3.33). Деякі окремі значення величини η_1 наведені у табл.3.1.

Таблиця 3.1 - Значення величини η_1 .

v_0	0	1/6	1/4	0,3	0,4	0,5
η_1	1,145	1,10475	1,08766	1,07827	1,06135	1,04678

При зростанні t переміщення повинні прагнути до статичних. Аналіз формули (3.29) показує, що вертикальні переміщення зростають за законом $\ln t (t \rightarrow \infty)$. З рішень статичних задач для пружної напівплощини відомо, що при рівнодіючій вертикальних навантажень, яка не дорівнює нулю, вертикальні переміщення визначаються з точністю до сталої. Перехід до статички на основі формули (3.29) може бути здійснений, якщо за цю сталу (незалежну від координати x) прийняти член, що містить $\ln t (t \rightarrow \infty)$, і виключити його, знайшовши відносні переміщення, як це робиться при вирішенні статичних задач.

При короткочасних навантаженнях труднощій у визначенні переміщень не виникає. Так, якщо навантаження має форму прямокутного імпульсу тривалістю T , то переміщення $v(x, 0, t)_T$ визначаються за формулою

$$v(x, 0, t)_T = \begin{cases} v(x, 0, t) & (0 \leq t \leq T); \\ v(x, 0, t) - v(x, 0, t - T) & (t > T) \end{cases} \quad (3.34)$$

(при $t \rightarrow \infty$ переміщення дорівнюють нулю). Однак, чим більше T , тим

більшого максимуму досягають вертикальні переміщення, в границі прагнучі до нескінченності. Фізично, зрозуміло, таке явище не спостерігається. Отже, математичний дефект моделі пружної основи у вигляді пружної півплощини, який проявляється в статичних задачах, є і в динамічних задачах, хоча і носить обмежений характер, так як при короткочасних навантаженнях за формулою (3.34) виходять вірні результати.

Горизонтальні переміщення, описувані формулою (3.31), при $t \rightarrow \infty$ прагнуть до статичних значень.

4. ДИНАМІЧНА ВЗАЄМОДІЯ З ҐРУНТОМ

Ґрунт являє собою дисперсну середу, в порах якої розміщені вода і газ. Тому механіка ґрунтів - наукова база проектування основ і фундаментів - являє собою один з найбільш складних розділів механіки [29].

Деформації ґрунту відбуваються не миттєво, а в часі. Властивості ґрунту змінюються в процесі його ущільнення. Закони деформації різних типів ґрунтів (піщаних, глинистих, мерзлих) зовсім різні. Внаслідок значної неоднорідності ґрунтів їх розрахункові характеристики визначаються тільки з деяким наближенням. Ґрунтова основа зазвичай буває шаруватою, часто з перемінним рівнем ґрунтових вод, схильна до дії гідродинамічних сил.

Механіка ґрунтів тісно пов'язана з деякими іншими, науками - фізикою, хімією, геологією, ґрунтознавством, теорією фільтрації. Намагатися побудувати яку-небудь єдину механічну модель ґрунту, яка, давала б відповідь на всі питання, пов'язані з розрахунком основ і фундаментів, свідомо неможливо. У той же час для плідного розвитку розрахункових методів по необхідності доводиться абстрагуватися від другорядних факторів, що впливають на роботу основи, і шукати найбільш близькі моделі - пружні, пластичні, пружно-в'язкі, пружно-пластичні. Перераховані моделі умовно розглядають не сукупність скелета ґрунту, води, газу (а в мерзлих ґрунтах і льоду), а деяке однорідне «однофазне середовище». На цій основі можна вирішувати завдання про кінцеві значення осадок, про розрахунок конструкції на пружній основі, застосовуючи рівняння механіки суцільного середовища (теорії пружності, пластичності, повзучості). Інші більш складні завдання, наприклад консолідації, тобто ущільнення ґрунту з часом в результаті витіснення з його пір води, вимагають враховувати співвідношення різних складових ґрунту, його «фаз» в одиниці об'єму та переходу до двофазного або багатофазного середовища.

При переході до моделі не можна ухилитися від постійного критичного аналізу, наскільки значну помилку може внести в розрахунок подібне

абстрагування. Механічну модель доводиться постійно вдосконалювати в напрямку кращого відображення реальних явищ, що відбуваються в ґрунтах.

Глибокі дослідження в галузі механіки ґрунтів і в розрахунку основ привели до розуміння про різні фази, через які проходить ґрунтова основа при зростанні навантажень на фундамент: фаза ущільнення, фаза зрушень і фаза втрати стійкості. Хоча ґрунт аж ніяк не є ідеально пружним середовищем, так як в ньому поряд з пружними деформаціями виникають залишкові, часто перевищують пружні, проте у фазі ущільнення і в початковій фазі зрушень деформації ґрунтової основи при завантаженні можуть визначатися з відомим наближенням формулами теорії пружності, або, якщо дотримуватися більш суворої термінології, теорії лінійно-деформуємого середовища. Щоб підкреслити, що при розрахунку основ мається на увазі визначення сумарної величини пружних і залишкових деформацій, модуль, що характеризує стисливість ґрунту, слід називати не модулем пружності, а модулем загальної деформації або просто модулем деформації. Можливість застосування до ґрунту формул теорії пружності дозволила розробити методи розрахунку осадок [31, 32] і розрахунку міцності конструкцій на пружній основі [33-35].

4.1. Природа ґрунтів та їх фізичні властивості

До складу природних ґрунтів входять найрізноманітніші елементи, які при розгляді можна об'єднати в наступні три групи: тверді мінеральні частинки; вода в різних видах і станах; газоподібні включення [18]. Крім того, до складу деяких ґрунтів входять органічні і орґано-мінеральні сполуки, що також впливають на фізичні властивості цих ґрунтів.

Тверді мінеральні частинки ґрунтів представляють систему різноманітних за формою, складу і розмірам (від декількох сантиметрів – галечники - до найдрібніших частинок колоїдного порядку, тобто, менше 1 мкм - дисперсні глини) твердих мінеральних зерен.

Вода в ґрунті, її види і властивості можуть бути дуже різними в

залежності від її змісту в ґрунті і величини сил взаємодії з мінеральними частинками, обумовлених, головним чином, гідрофільністю мінеральних часток.

Мінеральні частинки ґрунтів заряджені негативно, а молекули води являють диполі, заряджені позитивно на одному (атом кисню) і негативно на іншому (два атоми водню) кінці. При зіткненні твердої мінеральної частинки з водою виникають електромолекулярні сили взаємодії, які притягують диполі води до поверхні мінеральних часток з величезною силою (особливо перші шари), і чим більше питома поверхня частинок, тим більша кількість молекул води буде знаходитися у зв'язаному стані. Електромолекулярні сили взаємодії, за сучасними даними, дуже великі і у поверхні мінеральних часток (для першого ряду пов'язаних молекул води) складають величину порядку декількох сотень мегапаскалей. У міру ж віддалення від поверхні твердих частинок вони швидко зменшуються і на відстані, рівній приблизно 0,5мкм, стають близькими до нуля. Найближчі до мінеральної частки шари в 1-3 ряди молекул води, що стикаються з твердою поверхнею, настільки пов'язані електромолекулярними силами притягання з поверхнею, що їх не вдається видалити ні зовнішнім тиском у кілька атмосфер, ні дією напору води, і ці шари утворюють плівки так званої міцно зв'язаної адсорбованої води.

Наступні шари молекул води, яка оточує мінеральні частинки, будуть зв'язуватися і орієнтуватися граничної фази в міру віддалення від твердої поверхні ґрунтових частинок все меншими силами; вони утворюють шари рихлозв'язаної (ліосорбірованої) води, які піддаються видавлюванню з пір ґрунту зовнішнім тиском до декількох сотень кілопаскалей (іноді й до декількох мегапаскалей).

Нарешті, молекули води, що знаходяться поза сферою дії електромолекулярних сил взаємодії з поверхнею мінеральних часток, будуть утворювати вільну- гравітаційну воду, рух якої відбувається під дією різниці напору, і капілярну, підтягуватися на деяку висоту від рівня ґрунтових вод силами капілярного натягу води (капілярними менісками, що утворюються під

дією адсорбційних сил поверхні в тонких порах ґрунтів і обумовлюють капілярні сили в ґрунтах) [18].

Газоподібні включення (пари,гази) завжди в тій чи іншій кількості містяться в ґрунтах і можуть перебувати в наступних станах: замкнутому(або защемленому), розташовуючись в вакуолях (порожнечах) між твердими мінеральними частинками, оточеними плівками зв'язаної води, вільному, коли гази (повітря) з'єднуються з атмосферою, і, нарешті, розчиненими в поровій воді. Наявність бульбашок газів, як замкнутих, так і тих, що містяться в поровій воді, істотно позначається на деформованості ґрунтів, обумовлюючи стисливість порової води і збільшуючи пружність ґрунту. Вміст же вільних газів (повітря), що з'єднується з атмосферою, особливого значення в механіці ґрунтів не має, так як вони практично не беруть участь у розподілі тисків між частинками ґрунту.

4.2. Пружні деформації ґрунтів і методи їх визначення

Хоча пружність і є загальною властивістю всіх тіл природи, але ґрунти, що представляють собою складні дисперсні природні утворення, можна розглядати як пружні тіла лише за певних умов. При дії місцевого навантаження (більшої структурної міцності ґрунту) і одноразового завантаження та розвантаження в ґрунті будуть спостерігатися як залишкові, так і пружні деформації, причому залишкові деформації часто будуть у багато разів перевершувати за величиною пружні деформації; при багаторазовій ж дії навантаження і розвантаження ґрунт поступово буде приходити в пружно-ущільнений стан, що характеризується постійністю (для даних умов завантаження) його пружних властивостей.

Якщо ж збільшити навантаження на ґрунт понад того, при якому ґрунт прийняв пружно-ущільнений стан, то в ґрунті знову виникнуть значні залишкові деформації, що при досить великому числі циклів завантаження і розвантаження приведе ґрунт до нового пружно-ущільненого стану, але з

більшим модулем пружності (меншим нахилом до осі тисків кривої деформацій ґрунту при розвантаженні). Зрозуміло, що таке збільшення ступенів навантаження можна проводити лише до тих пір, поки не буде перевершена межа фази ущільнення ґрунту і не настане фаза розвитку зрушень.

Таким чином, ґрунти при певному режимі завантаження можуть приймати пружно-ущільнений стан. Якщо ґрунт володіє зв'язністю, то до навантаження, яке не руйнує структурних зв'язків, і при малих переміщеннях частинок і структурних елементів ґрунтів, він буде вести себе як пружне тіло, що підтверджується передачею через ґрунти пружних коливань: вібрацій, сейсмічних хвиль, струсів і т. і.; якщо ж при циклічному навантаженні структурні зв'язки будуть зруйновані, то ґрунт тільки після відповідних циклів навантаження і розвантаження прийде в новий пружно-ущільнений стан.

4.3. Врахування динамічних властивостей ґрунтів при розрахунках на коливання

Труднощі задачі розрахунку динамічних характеристик ґрунтів, особливо нескельних, обумовлена тим, що вони являють собою нелінійні середовища, у яких співвідношення між напругою і деформаціями залежить від шляху навантаження. Проблема ускладнюється ще тим, що при сейсмічних коливаннях в ґрунті створюється тривісний напружений стан. В принципі, є моделі динамічної поведінки ґрунтів, що дозволяють врахувати ці чинники, але в проектній практиці вони застосовуються досить рідко, так як використання точних, але дуже складних і трудомістких методів аналізу зазвичай недоцільне через наближеності вихідних даних про геологічну будову основи і характеристики ґрунтів.

За діючими нормами [36] допускається в динамічних розрахунках фундаментів під машини не враховувати вплив інерції ґрунту і розглядати основу як лінійно деформуєме і ідеально пружне середовище. Дійсно, при

багаторазовому повторюванню навантаження і розвантаження в ґрунті виникають чисто пружні деформації, і накопичення залишкових деформацій з плином часу майже не має місця. Крім того, при дії миттєвої навантаження залишкова деформація не встигає проявлятися. Тому при дії динамічних (вібраційних) навантажень від машин допускається розглядати ґрунти як пружні лінійно деформуємі тіла.

За побудованою на цих припущеннях теорією [37-39] опір вертикальним переміщенням, зрушенню і поворотам фундаменту характеризується коефіцієнтами жорсткості основи пружного рівномірного і нерівномірного стиснення C_z , C_x і зсуву C_φ , C_ψ , [18]:

$$\left. \begin{aligned} R_z &= C_z \cdot Fz; \\ R_x &= C_x \cdot Fx; \\ M_\varphi &= C_\varphi \cdot I\varphi; \\ M_\psi &= C_\psi \cdot I\psi, \end{aligned} \right\}$$

де R_x і R_z – відповідно вертикальна і горизонтальна складові рівнодіючої реакції пружної основи; M_φ і M_ψ – моменти реактивних пар, що діють відповідно в одній з головних вертикальних площин системи і в площині основи; z і x – відповідно вертикальне і горизонтальне зміщення центру ваги площі основи; φ і ψ – кути повороту фундаменту відповідно в одній з головних вертикальних площин фундаменту і в площині основи; F – площа подошви фундаменту; I , I_z – моменти інерції цієї площі відносно головних осей можливого обертання фундаменту.

Коефіцієнти C_z , C_x , C_φ , C_ψ залежать не тільки від пружних властивостей ґрунту, але також і від ряду інших факторів, у число яких входять розміри і форма подошви фундаменту, будова основи та ін. Ця обставина змушує розглядати дані коефіцієнти як деякі узагальнені характеристики основи.

Свого часу була зроблена спроба встановити залежності коефіцієнтів C_z , C_x , C_φ і C_ψ від розмірів площі подошви фундаменту на основі зіставлення

рішень з теорії загальних і теорії місцевих пружних деформацій. В результаті були отримані формули, згідно з якими коефіцієнти жорсткості основи C_r , C_x , C_φ обернено пропорційні кореню квадратному з площі.

Більш досконалі залежності коефіцієнтів жорсткості основи від площі подошви фундаментів отримані в [39], де розглядалася задача про рівновагу масивного (жорсткого) штампа на місцевій пружній (вінклеровській) основі з накладенням на нього всебічно розтягнутої мембрани, що забезпечує розподіл зовнішнього навантаження по поверхні ґрунту (по моделі пружної основи). В остаточному вигляді ці залежності визначаються виразами [18]:

$$\left. \begin{aligned} C_z &= C_0 \left[1 + \frac{2(l+b)}{\Delta_1 \cdot F} \right] \sqrt{\frac{p}{p_0}}; \\ C_x &= 0,7 C_0 \left[1 + \frac{2(l+b)}{\Delta_1 \cdot F} \right] \sqrt{\frac{p}{p_0}}; \\ C_\varphi &= C_0 \left[1 + \frac{2(l+3b)}{\Delta_1 \cdot F} \right] \sqrt{\frac{p}{p_0}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Що стосується коефіцієнта пружного нерівномірного зсуву (повороту), то, згідно [38], на підставі експериментальних даних його можна прийняти рівним

$$C_\varphi \approx 1,5 C_x. \quad (4.2)$$

У формулах (4.1), (4.2) прийняті наступні позначення; C_0 - постійна пружності основи, яка не залежить від розмірів фундаменту; l і b - відповідно довжина і ширина подошви прямокутного фундаменту; p - тиск, що передається на основу фундаменту; p_0 - тиск під дослідним штампом при визначенні коефіцієнта C_0 ; $\Delta_1=1 \text{ м}^{-1}$ - постійний коефіцієнт розмірності.

Чисельні значення коефіцієнта C_0 , які відповідають тиску дослідного штампа $p_0=20 \text{ кПа}$ (або $0,02 \text{ МПа}$), дорівнюють [18]:

*Для глин і суглинків текучепластичних (показник
консистенції $I_l > 0,75$)*

$$C_0 = 6-7 \text{ МН/м}^3$$

Те ж, для м'якопластичних ($0,5 < I_1 < 0,75$)	$C_0 = 8 \text{ МН/м}^3$
Для супісків пластичних ($0,5 < I_1 < 1$)	$C_0 = 10 \text{ МН/м}^3$
Для пісків водонасичених рихлих ($e > 0,80$)	$C_0 = 12 \text{ МН/м}^3$
Для глин і суглинків тугопластичних ($0,25 < I_1 < 0,5$)	$C_0 = 20 \text{ МН/м}^3$
Для супісків пластичних ($0 < I_1 < 0,5$)	$C_0 = 16 \text{ МН/м}^3$
Для пісків пилуватих середньої щільності ($e < 80$)	$C_0 = 14 \text{ МН/м}^3$
Для пісків незалежно від вологості і щільності	$C_0 = 18 \text{ МН/м}^3$
Для глин і суглинків твердих ($I_1 < 0$)	$C_0 = 30 \text{ МН/м}^3$
Для супісків твердих ($I_1 < 0$)	$C_0 = 22 \text{ МН/м}^3$
Для гравію, гальки, щебеню	$C_0 = 26 \text{ МН/м}^3$

Маючи коефіцієнти жорсткості основи, можна використовувати формули для розрахунку масивних фундаментів на коливання. Якщо знехтувати впливом пружності матеріалу фундаменту, розглядаючи його як тверде тіло, і мати на увазі випадок, коли одна з головних осей інерції тіла вертикальна і проходить через центр тяжіння площі подошви, а дві інші горизонтальні і паралельні головним осям цієї площі (рис.4.1), диференціальні рівняння коливань системи можуть бути записані у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{z} + K_z z &= P(z, t); \\ m\ddot{x} + K_x x - K_x h_0 \varphi &= P(x, t); \\ \Theta_0 \ddot{\varphi} + (K_\varphi + K_x h_0^2 - Q h_0) \varphi - K_x h_0 x &= M(\varphi, t); \\ \Theta_\psi \ddot{\psi} + K_\psi \psi &= M(\psi, t), \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

де m - маса фундаменту; z, x, φ, ψ - відповідні зміщення і кути повороту центра ваги фундаменту в даний момент часу; $K_z = C_z F$; $K_x = C_x F$; $K_\varphi = C_\varphi F$; $K_\psi = C_\psi I_z$; Q - вага фундаменту і машини; Θ_0, Θ_ψ - моменти інерції тіла фундаменту відповідно щодо однієї з головних горизонтальних осей O_1X і вертикальної OZ ; h_0 - відстань від подошви до центру ваги тіла фундаменту; $P(z, t), P(x, t)$ - складові рівнодіючої збурюючих сил, що діють на фундамент; $M(\varphi, t), M(\psi, t)$ - моменти цих сил відносно осей OY і OZ .

В даний час описана вище наближена методика розрахунку фундаментів на коливання широко використовується в проектній практиці.

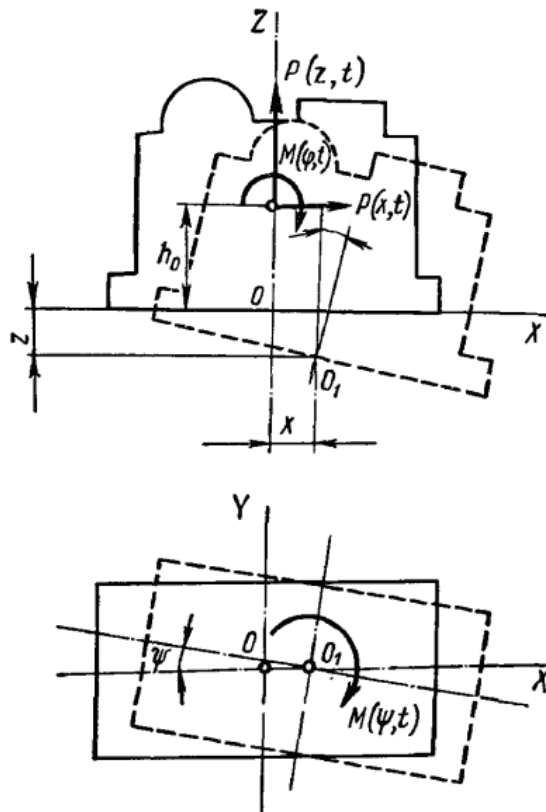


Рисунок 4.1 - Схема зовнішніх дій при розрахунку фундаменту на коливання

Згідно [34] при розрахунках конструкцій на сейсмостійкість розрахунковими динамічними характеристиками ґрунтів є: щільність ρ , кг/м^3 ; модуль пружності E , Па, що зв'язує нормальні напруження σ і відносні деформації ε при одноосній деформації; модуль зсуву G , Па, що зв'язує дотичні напруження τ і зсув γ ; коефіцієнт Пуассона ν ; коефіцієнт відносної дисипації енергії в ґрунті ζ . Ці характеристики визначають шляхом лабораторних і польових випробувань ґрунтів. Часто їх обчислюють через швидкості поширення пружних хвиль в основі - поздовжньої V_p і поперечної V_s , м/с за наступними формулами [34]:

$$E = \rho V_s^2 \frac{3\delta^2 - 4}{\delta^2 - 1}; \quad \nu = \frac{\delta^2 - 2}{2(\delta^2 - 1)}; \quad \delta = V_p / V_s; \quad G = \rho V_s^2$$

Між модулями пружності, зсуву і коефіцієнтом Пуассона є також залежність, що виражається відомою формулою $G = 0,5E/(1 + \nu)$.

В таблиці 4.1 надаються залежності для еквівалентних характеристик жорсткостей і розсіювання енергії у основи круглої в плані споруди [34]

Таблиця 4.1 - Еквівалентні характеристики жорсткостей і розсіювання енергії у основи круглої в плані споруди [34]

Напрямок коливань	Круглий фундамент	
	Еквівалентні жорсткості	Еквівалентні затухання
Горизонтальні	$K_x = \frac{32(1-\nu)GR}{7-8\nu}$, Н/м	$b_x = 0,576 K_x R \sqrt{\frac{g}{G}}$, Нс/м
Вертикальні	$K_z = \frac{4GR}{1-\nu}$, Н/м	$b_z = 0,85 K_z R \sqrt{\frac{g}{G}}$, Нс/м
Качання у вертикальній площині	$K_\varphi = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)}$, Н/м	$b_\varphi = \frac{0,30}{1+B_\varphi} K_\varphi R \sqrt{\frac{g}{G}}$, Нс/м
Поворот в горизонтальній площині	$K_\psi = \frac{16}{3} GR^3$, Н/м	$b_\psi = \frac{1}{1+B_\psi} \sqrt{K_\psi I_\psi}$, Нс/м

Позначення: $B_\varphi = \frac{3(1-\nu)I_{0m}}{8\rho R^5}$, $B_\psi = \frac{2I_{\psi m}}{\rho R^5}$, R – радіус фундаменту, м; I_{0m} – момент інерції споруди відносно горизонтальної осі качання, яка проходить через центр основи, кг м²; $I_{\psi m}$ – полярний момент інерції споруди відносно вертикальної осі симетрії, кг м².

Значення швидкості поширення пружних хвиль та модуля деформації наведені у табл. 4.2.

Таблиця 4.2 - Інженерно-геологічні характеристики ґрунтів [34]

Найменування ґрунтів	Щільність ρ , т/м ³	Швидкості поширення пружних хвиль, км/с		Модуль деформації $E_d \times 10^{-2}$, МПа
		V_p	V_s	
<i>М'які ґрунти</i>				
Насипні ґрунти рихлі (піски, супіски, суглинки та ін.), Неводонасичені	1.40-1.70	0.1-0.3	0.07-0.15	~0.1
Гравелісті-піщані ґрунти	1.60-1.90	0.2-0.5	0.10-0.25	0.05-1.3
Піщані ґрунти маловологі (сухі)	1.40-1.70	0.15-0.9	0.13-0.50	0.05-1.3
Піщані ґрунти середньої вологості	1.60-1.90	0.25-1.3	0.16-0.60	0.05-1.3
Піщані ґрунти водонасичені	1.70-2.20	0.3-1.6	0.20-0.80	0.03-1.0
Супіски	1.60-2.00	0.3-1.2	0.12-0.60	0.05-1.3
Суглинки	1.60-2.10	0.3-1.4	0.14-0.70	0.05-1.2
Глинисті ґрунти вологі, пластичні	1.70-2.20	0.5-2.8	0.13-1.20	0.05-2.0
Глинисті ґрунти щільні, напівтверді і тверді	1.90-2.60	2.0-3.5	1.10-2.00	0.05-2.0
Лес і лесовидні ґрунти	1.30-1.60	0.38-0.4	0.13-0.14	0.05-1.0
<i>Полускельні і скельні породи</i>				
Мергель	1.80-2.60	1.4-3.5	0.8-2.0	
Пісковик рихлий	1.80-2.20	1.5-2.5	0.8-1.7	
Пісковик щільний	2.00-2.60	2.0-4.3	1.1-2.5	
Пісковик сильно виветреною	1.70-2.20	1.0-3.0	0.6-1.8	
Вапняк міцний	2.00-3.00	3.0-6.5	1.5-3.7	
Глинисті сланці	2.00-2.80	2.0-5.0	1.2-3.0	
Вивержені і метаморфічні породи (граніт, гнейс, базальт, діабаз) тріщинуваті	2.40-3.00	3.0-5.0	1.7-3.0	
Вивержені і метаморфічні породи (граніт, гнейс та ін.) нетріщинуваті	2.70-3.30	4.0-6.5	2.7-4.3	

Примітка: Нижня межа швидкостей поширення пружних хвиль відноситься до ґрунтів і скельних порід з мінімальною об'ємною вагою, а верхній – з максимальною.

ВИСНОВКИ

У результаті виконання 1-го етапу НДР було проведено моделювання динаміки мінометного старту з розробкою розрахункової та математичної моделей взаємодії мобільної пускової установки із ґрунтом під час короткочасного динамічного навантаження.

Під час дослідження було виконано наступне:

1. Здійснено огляд схем старту літальних апаратів з мобільних пускових установок. Виявлено основні схеми старту оперативно-тактичних ракет: газодинамічний старт з відкритих або трубчастих направляючих та мінометна схема старту з пускового контейнера, коли літальний апарат виштовхується з контейнеру силою тиску газів порохового акумулятора тиску. Тому необхідно створювати математичні моделі для цих двох видів старту. Для цього були розроблені відповідні схеми старту, що враховують інерційні властивості основних складових частин пускової установки та пружні і демпфуючі властивості внутрішніх зв'язків пускової установки та ґрунту.
2. Здійснено аналіз існуючих теорій по динаміці пускової установки та взаємодії пускової установки з ґрунтом. Виявлено, що взаємодію пускової установки з ґрунтом можна привести до класу задач про дію динамічних навантажень на конструкції з пружною основою. При цьому виникає необхідність визначення переміщень пружної основи, яка приймається у вигляді пружної напівплощини, що знаходиться під впливом навантажень, які прикладені на границі і змінюються в залежності від часу та координати.
3. Розроблені розрахункові моделі мобільних пускових установок мінометного старту з частковим і повним виваженням пускової установки. Виявлено, що система яка досліджується є складною та має

окремі складові частини: літальний апарат, напрямну, носій та колісні мости. Моделі мінометного страту розроблені для випадків повного та часткового виваження пускової установки за допомогою домкратів. Розроблені розрахункові моделі передбачається використати при моделюванні процесів газодинамічного та мінометного стартів з урахуванням взаємодії пускової установки з ґрунтом під час короткочасного навантаження.

4. Побудовано математичні моделі мобільної пускової установки з мінометним стартом. Розроблено системи диференціальних рівнянь, які описують механічні процеси, що відбуваються при мінометному старті ракети. Виявлено, що старт ракети необхідно розподілити на три ділянки: ділянку поступального руху ракети, ділянку складного руху пускового контейнера і ракети, та коливань контейнера після виходу ракети з нього. Поведінка системи пусковий контейнер – ракета досліджується з урахуванням коливань ґрунтової основи після ударного навантаження.

Результати роботи можна використовувати у конструкторських бюро та підприємствах ракетно-космічної галузі. Створена модель дозволить підвищити якісно-експлуатаційні характеристики, скоротити час та зменшити вартість розробки новітніх зразків мобільних пускових установок, які будуть конкурентоспроможні як на вітчизняному, так і на міжнародному ринках.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Гудилин В. Е., Слабкий Л. И. Межконтинентальные ракеты с двигателями на твердом топливе (РТ-1, РТ-2) // Ракетно-космические системы (История. Развитие. Перспективы). — М., 1996. — 326 с.
2. К ракетным комплексам, не имеющим аналогов (1972—1990) // Призваны временем. Ракеты и космические аппараты конструкторского бюро «Южное» / Под общей редакцией С. Н. Конюхова. — Д.: Арт-Пресс, 2004. — 232 с.
3. Минометный старт жидкостных баллистических ракет дальнего действия // Ракетно-космическая техника. Серия 1, вып. 5, 1975; О критериях конструктивного совершенства современных баллистических ракет. Сигнальная информация "Поиск". Серия 1, вып. 4, 1977.
4. Шишков А. А., Румянцев Б. В. Газогенераторы ракетных систем, М.: Машиностроение, 1981.
5. Конюхов С.Н., Логачев П.П. Минометный старт межконтинентальных баллистических ракет. Днепропетровск, НАН, НКА Украины, Ин-т технической механики, ГКБ «Южное», 1997, 211 с.
6. Богомаз Г.И., Науменко Н.Е., Соболевская М.Б., Хижа И.Ю. Динамика старта жидкостных ракет-носителей космических аппаратов. — 2005. — 248 с.
7. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей. Москва, Машиностроение, 1989, 464 с.
8. Соркин Р.Е. Теория внутрикамерных процессов в ракетных системах на твердом топливе: внутренняя баллистика. Москва, Наука, 1983, 288 с.
9. Алемасов В. Е. Термодинамические и теплофизические свойства ракетных топлив и их продуктов сгорания. Москва, Изд-во МО СССР, 1977, 318 с.

10. Глушко В. П. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочник. В 4 т. Москва, Наука, 1978–1982.
11. Братчев А. В., Вартанов Т. Р., Плюснин А. В. Исследование некоторых свойств течения в замкнутом объеме при выталкивании поршня. Сб. тр. Четвертой конференции пользователей программного обеспечения САД-FEM GmbH. Москва, Полигон-пресс, 2004, с. 251–257.
12. Светлицкий В. А. Динамика старта летательных аппаратов. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1986. - 280 с.
13. Дегтярь В. Г., Пегов В. И. *Гидродинамика подводного старта ракет*. Москва, Машиностроение — Полет, 2009, 448 с.
14. Конюхов С. Н., Логачев П. П. *Минометный старт межконтинентальных баллистических ракет*. Днепропетровск, НАН, НКА Украины, Ин-т технической механики, ГКБ «Южное», 1997, 211 с.
15. Александров А. А., Драгун Д. К., Забегаев А. И., Ломакин В. В.. Механика контейнерного старта ракеты при действии поперечных нагрузок. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 3.
16. Абакумов В. С., Ломакин В. В., Люкевич Н. В. Моделирование динамических процессов в контейнерных пусковых установках в режимах дежурства и пуска ракет. *Оборонная техника*, 2003, № 1-2.
17. Ломакин В. В. Механика взаимодействия транспортно-пускового контейнера и ракеты при пуске. *Оборонная техника*, 2005, № 4-5.
18. Цытович Н. А. Механика грунтов (краткий курс): Учебник для строит. вузов. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. школа., 1983.—288 с. ил.
19. Плюснин А. В. Учет эффекта вторичного догорания при расчетах систем газодинамического выброса летательного аппарата. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 3, с. 55-73.

20. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. – М: Высшая школа. – 1980. – 408 с.
21. Ротенберг Р. В. Подвеска автомобиля: колебания и плавность хода. – М.: Машиностроение. – 1972. – 392 с.
22. Смирнов Г. А. Теория движения колесных машин. – М.: Машиностроение. – 1981. – 272с.
23. Шийко О. М., Телухін В. О. Математична модель руху реактивного снаряда та пускової установки після спрацьовування стопорно-замкового пристрою напрямної. // Системи обробки інформації.— Х.:ХВУ.— 2004. –Вип. 3. – с.220-226.
24. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики: В 2-х томах. Т.2. Динамика. - М.: Наука, 1982, - 420 с.
25. Петрашень Г. И., Марчук Г. И., Огурцов К. И. О задаче Лэмба в случае полупространства.— Уч. зап. ЛГУ, 1950, 135, 21, 71—118.
26. Снеддон И. Преобразования Фурье. ИЛ, М., 1955, 668 с.
27. Сеймов В.М. Динамические контактные задачи. «Наукова думка», Киев, 1976, 283 с.
28. Горбунов-Посадов М.И. Современное состояние научных основ фундаментостроения. «Наука», М., 1967, 68 с.
29. Цытович Н.А. и др. Основания и фундаменты. Госстройиздат, 1959.
30. Егоров К.Е. Методы расчета конечных осадок фундаментов. – Сб. «Физика и механика грунтов», №3, Машстройиздат, 1949.
31. Герсеванов Н.М., Польшин Д.Е. Теоретические основы механики грунтов. Стройиздат, 1948.
32. Жемочкин Б.Н., Сеницын А.П. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании без гипотезы Винклера. Стройиздат, 1963.
33. Гобунов-Посадов М.И. Расчет конструкций на упругом основании. Госстройиздат, 1953.

34. Бирбраер А.Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость. СПб.: Наука, 1998, - 255с.
35. Павлюк Н.П. О колебаниях твердого тела, опирающегося на упругое основание. – в кн. Вибрации фундаментов. Л., ОНТИ, 1933.
36. Баркан Д.Д. Динамика оснований и фундаментов. М.: 1948.
37. Савинов О.А. Современные конструкции фундаментов под машины и их расчет. М.: 1964.
38. Филоненко-Бородич М.М. Теория упругости. М.: Физматгиз, 1959 – 364с.
39. Методические рекомендации по определению динамических свойств грунтов, скальных пород и местных строительных материалов. П01-72. // ВНИИГ им. Веденеева, 1972.