УДК 681.142

БИНОМИАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КВАЗИРАВНОВЕСНЫХ КОДОВ

И.А. Кулик, *кандид.техн.наук, доцент;*
Е.М. Скордина, *аспирантка,*
Сумский государственный университет

В статье рассматриваются биномиальные преобразования квазиравновесных кодов, основанные на использовании двоичных биномиальных чисел. При этом наряду с прямым отображением биномиальных чисел в квазиравновесные комбинации исследуются особенности обратного преобразования. За счет свойств биномиальных коэффициентов выполняется расширение класса генерируемых квазиравновесных кодов. Приводятся примеры биномиальных преобразований квазиравновесных комбинаций.

Ключевые слова: *квазиравновесный код, биномиальное число, биномиальное преобразование.*

У статті розглядаються біноміальні перетворення квазірівноважних кодів, які основані на використанні двійкових біноміальних чисел. При цьому разом з прямим відображенням біноміальних чисел у квазірівновіжні комбінації досліджуються особливості оберненого перетворення. За рахунок властивостей біноміальних коефіцієнтів виконується розширення класу генерування квазірівноважних кодів. Наводяться приклади біноміальних перетворень квазірівноважних комбінацій.

Ключові слова: *квазірівноважний код, біноміальне число, біноміальне перетворення.*

ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Объектом исследования данной статьи являются биномиальные преобразования квазиравновесных кодов. Рассматриваемые преобразования играют значительную роль при решении задач перечисления и генерирования квазиравновесного комбинаций. Основу биномиальных преобразований составляет использование двоичных неравномерных биномиальных чисел, которые определяют структуру как равновесного, так и квазиравновесного кодов.

Квазиравновесные комбинации в отличие от равновесных допускают несколько значений чисел k единиц. Они представляют особый интерес не только как отдельный тип комбинаторных объектов – сочетаний с переменным числом k единиц, но и как коды, во-первых, обладающие существенно большей мощностью по сравнению с равновесными при том же количестве n разрядов, а, во-вторых, как коды, которые способны адаптироваться под уровень помех в канале связи за счет изменения количества k единиц в передаваемых последовательностях [1, 2].

Существенной проблемой в применении квазиравновесных комбинаций является сложность генерирования кодов большой мощности, но именно такие коды представляют наибольшую значимость как с точки зрения снижения информационной избыточности, так и с точки зрения решения комбинаторных задач большой размерности.

В настоящее время для формирования квазиравновесных кодов возможно использование следующих методов: табличного, поиска с возвращением и решета. Применение табличного способа при больших значениях параметров n и k квазиравновесных комбинаций приводит к значительным объемам аппаратных и программных затрат, связанных с необходимостью использования памяти большой емкости [3, 4]. Относительно методов поиска и решета следует отметить, что они представляют собой общие методы, к которым нужно относиться как к схемам, определяющим подходы к решению той или иной комбинаторной задачи. Непосредственное же их применение обычно ведет к алгоритмам, время работы которых недопустимо высоко для многих прикладных приложений. Кроме того, практика комбинаторных кодирования и оптимизации требует обеспечения возможностей генерирования комбинаторных конфигураций как в лексикографическом, так и в случайном порядке.

Следовательно, разработка методов генерирования и перечисления квазиравновесных комбинаций, которые отличались бы:

1) невысокими аппаратно-программными затратами при практической реализации;
2) возможностью порождения комбинаций в лексикографическом и случайном порядке;

представляет научный и практический интерес для построения адаптивных систем кодирования и эффективного решения комбинаторных задач. В качестве основы таких методов предлагается использовать биномиальные преобразования над двоичными биномиальными числами и квазиравновесными комбинациями при реализации прямого и обратного кодовых отображений.

В работах [5, 6] предлагаются метод и алгоритм формирования квазиравновесного кода $Y\left[n', k, k-1\right]$ на базе двоичных биномиальных чисел с параметрами n и k, где $n' = n-1$, т.е. решается задача прямого отображения, но в отрыве от обратной задачи, без более подробного анализа свойств получаемых комбинаций. Кроме того, дополнительную значимость будут иметь получаемые результаты, связанные с возможностью расширения класса генерируемых квазиравновесных кодов при заданных параметрах n и k.

Таким образом, основными целями данной статьи являются:

1) исследование свойств квазиравновесных комбинаций;
2) решение задачи обратного отображения квазиравновесных комбинаций в двоичные биномиальные числа;
3) расширение класса генерируемых квазиравновесных кодов на основе биномиальных преобразований.

1 БИНОМИАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОДОВ

Преобразования кодов, связанных с использованием биномиальных чисел, будем называть биномиальными преобразованиями. При этом, если применяются двоичные биномиальные числа, то биномиальные преобразования являются двоичными.

Модели процессов перечисления и генерирования квазиравновесных комбинаций, использующих двоичные биномиальные преобразования, приведены на рисунке 1.

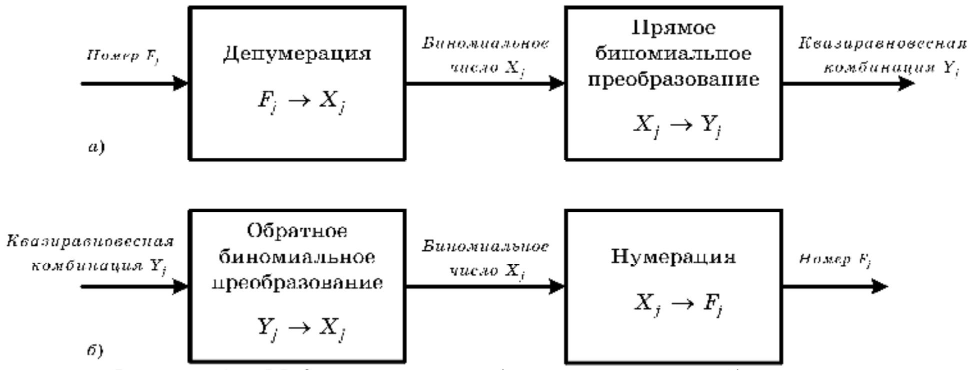

Рисунок 1 – Модели процессов а) генерирования и б) перечисления квазиравновесных комбинаций

Свойства биномиального преобразования $X_j \to Y_j$ и соответствующая теорема, обосновывающая прямое кодовое отображение $\varphi : X[n,k] \to Y[n',k,k-1]$ множества $X[n,k]$ двоичных неравномерных биномиальных чисел $X_j = (x_1x_2 \ldots x_i \ldots x_r)$ с параметрами n и k на множество $Y[n',k,k-1]$, содержащего квазиравновесные комбинации $Y_j = (y_1y_2 \ldots y_i \ldots y_{n-1})$, рассматриваются в работе [5].

С целью обоснования биномиального преобразования вида $Y_j \to X_j$ и обратного кодового отображения $\varphi^{-1} : Y[n',k,k-1] \to X[n,k]$ необходимо доказать лемму о разбиении множества квазиравновесных комбинаций $Y_j = (y_1y_2 \ldots y_i \ldots y_{n-1})$ на два непересекающихся подмножества по значению последнего разряда y_{n-1}.

Лемма 1. *Множество Y двоичных квазиравновесных комбинаций $Y_j = (y_1y_2 \ldots y_i \ldots y_{n-1})$ содержит два непересекающихся подмножества – классы эквивалентности Y^0 и Y^1, которые отличаются значением последнего разряда y_{n-1}:*

$$Y = Y^0 \cup Y^1,\ Y^0 \cap Y^1 = \varnothing .$$

Доказательство. Согласно теореме о прямом преобразовании [5], если длина r двоичного биномиального числа X_j меньше чем $(n-1)$, то множество Y квазиравновесных комбинаций формируется дополнением биномиальных чисел вида $X_j^{x_r=1} = (x_1x_2 \ldots x_i \ldots x_{r-1}1)$ двоичными нулями и дополнением двоичными единицами чисел вида $X_j^{x_r=0} = (x_1x_2 \ldots x_i \ldots x_{r-1}0)$. Таким образом, при $r < n-1$

$$\begin{aligned} Y_j^0 &= X_j^{x_r=1} + +(00\ldots0) = (y_1y_2 \ldots y_i \ldots y_{n-2}0),\ Y_j^0 \in Y^0; \\ Y_j^1 &= X_j^{x_r=0} + +(11\ldots1) = (y_1y_2 \ldots y_i \ldots y_{n-2}1),\ Y_j^1 \in Y^1; \end{aligned} \tag{1}$$

где $x_1 = y_1$, ..., $x_i = y_i$, ..., $x_{r-2} = y_{r-2}$, для Y_j^0 выполняется $x_r = y_r = 1$, $y_{r+1} = y_{r+2} = \ldots = y_{n-1} = 0$, для Y_j^1 – $x_r = y_r = 0$, $y_{r+1} = y_{r+2} = \ldots = y_{n-1} = 1$.

В случае $r = n-1$

$$\begin{aligned} Y_j^0 &= X_j^{x_{n-1}=0} = (y_1y_2 \ldots y_i \ldots y_{n-2}0),\ Y_j^0 \in Y^0; \\ Y_j^1 &= X_j^{x_{n-1}=1} = (y_1y_2 \ldots y_i \ldots y_{n-2}1),\ Y_j^1 \in Y^1. \end{aligned} \tag{2}$$

Из (1) и (2) следует, что

$$Y = Y^0 \cup Y^1 .$$

Очевидно, что подмножества Y^0 и Y^1 не будут пересекаться:

$$Y^1 \cap Y^0 = \varnothing ,$$

поскольку принадлежащие им комбинации отличаются значением последнего разряда y_{n-1}:

$$Y_j^0 = (y_1 y_2 \dots y_i \dots y_{n-2} 0) \in Y^0, \; Y_j^1 = (y_1 y_2 \dots y_i \dots y_{n-2} 1) \in Y^1.$$

Таким образом, $Y = Y^0 \cup Y^1$, $Y^0 \cap Y^1 = \varnothing$. **Лемма доказана.**

Лемма 2. *Множество* Y^0 *содержит два непересекающихся подмножества –* Y_{k-1}^0 *и* Y_k^0, *элементами которых являются квазиравновесные комбинации с числами* $(k-1)$ *и* k *единиц соответственно:*

$$Y^0 = Y_{k-1}^0 \cup Y_k^0, \; Y_{k-1}^0 \cap Y_k^0 = \varnothing.$$

Доказательство. Согласно лемме 1 элементы $Y_j^0 \in Y^0$ формируются на основании биномиальных чисел $X_j^{x_r=1} = (x_1 x_2 \dots x_i \dots x_{r-1} 1)$ и $X_j^{x_{n-1}=0} = (x_1 x_2 \dots x_i \dots x_{n-2} 0)$.

Очевидно, что комбинации $Y_j^0 = X_j^{x_r=1} + +(00\dots0) = (y_1 y_2 \dots y_i \dots y_{n-2} 0)$, будут содержать k единиц, поскольку согласно [7] биномиальные числа, у которых $x_r = 1$, содержат k единиц. При этом дополнение их нулями не влияет на количество единиц в комбинации. Таким образом, комбинации Y_j^0 с числом k единиц составляют множество Y_k^0.

Комбинации вида $Y_j^0 = X_j^{x_{n-1}=0} = (y_1 y_2 \dots y_i \dots y_{n-2} 0)$ длины $r = n-1$ будут содержать $(n-k)$ нулей, тогда число q содержащихся в них единиц будет равно:

$$q = r - (n-k) = n - 1 - (n-k) = k - 1.$$

Таким образом, комбинации Y_j^0 с числом $k-1$ единиц составляют множество Y_{k-1}^0.

Исходя из этого

$$Y^0 = Y_{k-1}^0 \cup Y_k^0.$$

Элементы множеств Y_{k-1}^0 и Y_k^0 представляют собой сочетания $k-1$ и k единиц из n' разрядов соответственно, следовательно, они будут отличаться между собой хотя бы в одном разряде. Отсюда,

$$Y^0 = Y_{k-1}^0 \cup Y_k^0, \; Y_{k-1}^0 \cap Y_k^0 = \varnothing.$$

Лемма доказана.

Лемма 3. *Множество* Y^1 *содержит два непересекающихся подмножества –* Y_{k-1}^1 *и* Y_k^1, *элементами которых являются квазиравновесные комбинации с числами* $(k-1)$ *и* k *единиц соответственно:*

$$Y^1 = Y_{k-1}^1 \cup Y_k^1,\ Y_{k-1}^1 \cap Y_k^1 = \varnothing .$$

Доказательство. Согласно лемме 1 элементы $Y_j^1 \in Y^1$ формируются на основании биномиальных чисел $X_j^{x_r=1} = (x_1x_2\ldots x_i\ldots x_{r-1}1)$ и $X_j^{x_{n-1}=0} = (x_1x_2\ldots x_i\ldots x_{n-2}0)$.

Комбинации вида $Y_j^1 = X_j^{x_r=0} + +(11\ldots1) = (y_1y_2\ldots y_i\ldots y_{n-2}1)$, будут содержать $(n-k)$ нулей, поскольку согласно [7] биномиальные числа, у которых $x_r = 0$, содержат $(n-k)$ нулей. Тогда, дополняя комбинации единицами до длины $r = n-1$ число q содержащихся в них единиц будет равно:

$$q = r-(n-k) = n-1-(n-k) = k-1 .$$

Таким образом, комбинации Y_j^1 с числом $k-1$ единиц составляют множество Y_{k-1}^1.

Комбинации вида $Y_j^1 = X_j^{x_{n-1}=1} = (y_1y_2\ldots y_i\ldots y_{n-2}1)$ длины $r = n-1$ будут содержать k единиц [7]. Таким образом, комбинации Y_j^1 с числом k единиц составляют множество Y_k^1.

Исходя из этого

$$Y^1 = Y_{k-1}^1 \cup Y_k^1 .$$

Элементы множеств Y_{k-1}^1 и Y_k^1 представляют собой сочетания $k-1$ и k единиц из n' разрядов соответственно, следовательно, они будут отличаться между собой хотя бы в одном разряде. Отсюда,

$$Y^1 = Y_{k-1}^1 \cup Y_k^1,\ Y_{k-1}^1 \cap Y_k^1 = \varnothing .$$

Лемма доказана.

В качестве примера на рисунке 2 приведем подмножества, на которые разбивается множество $Y[5,4,3]$ квазиравновесных комбинаций, имеющих длину $n' = 5$ разрядов и количества единиц $k = 4$, $k = 3$.

На основании лемм 2 и 3 докажем теорему об обратном кодовом отображении $\varphi^{-1} : Y[n',k,k-1] \to X[n,k]$ квазиравновесных комбинаций Y_j в двоичные неравномерные биномиальные числа X_j.

Теорема 1. *Если* $q = k$ *и* $y_{n-1} = 0$, *то*

$$X_j^{x_r=1} = Y_j^{y_{n-1}=0} --(00\ldots0) = (x_1x_2\ldots x_i\ldots x_{r-1}1). \quad (3)$$

Если $q = k-1$ *и* $y_{n-1} = 1$, *то*

$$X_j^{x_r=0} = Y_j^{y_{n-1}=1} --(11\ldots1) = (x_1x_2\ldots x_i\ldots x_{r-1}0). \quad (4)$$

В остальных случаях

$$X_j^{x_{n-1}=0} = Y_j^{y_{n-1}=0} = \left(x_1 x_2 \ldots x_i \ldots x_{n-2} 0\right), \tag{5}$$

$$X_j^{x_{n-1}=1} = Y_j^{y_{n-1}=1} = \left(x_1 x_2 \ldots x_i \ldots x_{n-2} 1\right), \tag{6}$$

где $j = \overline{1, C_n^k}$, *а* q *и* l *– количества двоичных единиц и нулей в* Y_j *соответственно.*

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{l=2}{q=3} & \begin{bmatrix} 0&0&1&1&1\\ 0&1&0&1&1\\ 0&1&1&0&1\\ 1&0&0&1&1\\ 1&0&1&0&1\\ 1&1&0&0&1 \end{bmatrix} Y_3^1 \\ \dfrac{l=1}{q=4} & \begin{bmatrix} 0&1&1&1&1\\ 1&0&1&1&1\\ 1&1&0&1&1\\ 1&1&1&0&1 \end{bmatrix} Y_4^1 \end{array}\right] Y^1 \qquad \left.\begin{array}{ll} \dfrac{l=2}{q=3} & \begin{bmatrix} 0&1&1&1&0\\ 1&0&1&1&0\\ 1&1&0&1&0\\ 1&1&1&0&0 \end{bmatrix} Y_3^0 \\ \dfrac{l=1}{q=4} & \begin{bmatrix} 1&1&1&1&0 \end{bmatrix} Y_4^0 \end{array}\right] Y^0$$

$$Y\left[5,4,3\right] = Y_3^1 \cup Y_4^1 \cup Y_3^0 \cup Y_4^0$$

Рисунок 2 – Подмножества множества $Y\left[5,4,3\right]$ *квазиравновесных комбинаций*

Доказательство. Получаемые X_j в результате преобразований (3-6) должны удовлетворять кодообразующим ограничениям биномиальной системы счисления с параметрами n и k [8]:

$$\begin{cases} l = n-k \\ x_r = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} q = k \\ x_r = 1 \end{cases}. \tag{7}$$

Согласно лемме 2 комбинации $Y_j^{y_{n-1}=0}$, у которых последний разряд $y_{n-1} = 0$, образуют два подмножества Y_k^0 и Y_{k-1}^0, $Y_{k-1}^0 \cap Y_k^0 = \varnothing$. При этом $Y_j^{y_{n-1}=0} \in Y_k^0$ содержат $q = k$ двоичных единиц. Отбрасывая последовательности $00\ldots0$ справа в $Y_j^{y_{n-1}=0}$ до появления первой 1, получаем X_j, содержащие $q = k$ единиц и $x_r = 1$, которые будут соответствовать второй из систем ограничений (7). Следовательно, преобразование (3) можно считать доказанным.

Комбинации $Y_j^{y_{n-1}=0} \in Y_{k-1}^0$ длиною $n' = n-1$ разрядов содержат $q = k-1$ единиц и $l = n' - q = (n-1) - (k-1) = n-k$ нулей. С учетом $y_{n-1} = x_{n-1} = 0$ такие $Y_j^{y_{n-1}=0}$ удовлетворяют первой из систем ограничений (7). Таким образом, равенство (5) можно также считать справедливым.

Согласно лемме 3 комбинации $Y_j^{y_{n-1}=1}$, у которых последний разряд $y_{n-1}=1$, образуют два подмножества Y_{k-1}^1 и Y_k^1, $Y_{k-1}^1 \cap Y_k^1 = \varnothing$. При этом $Y_j^{y_{n-1}=1} \in Y_{k-1}^1$ содержат $l = n' - q = (n-1)-(k-1) = n-k$ двоичных нулей. Отбрасывая последовательности 11...1 справа в $Y_j^{y_{n-1}=1}$ до появления первого нуля, получаем X_j, содержащие $l = n-k$ нулей и $x_r = 0$, которые будут соответствовать первой из систем ограничений (7). Следовательно, преобразование (4) можно считать доказанным.

Комбинации $Y_j^{y_{n-1}=1} \in Y_k^1$ длиною $n' = n-1$ разрядов содержат $q = k$ единиц и $y_{n-1} = x_{n-1} = 1$. Подобные $Y_j^{y_{n-1}=1}$ удовлетворяют второй из систем ограничений (7). Таким образом, равенство (6) можно также считать справедливым.

Преобразования (3) и (5) предназначены для $Y_j^{y_{n-1}=0} \in Y_k^0$ и $Y_j^{y_{n-1}=0} \in Y_{k-1}^0$, общее количество N^0 которых представляет собой сумму чисел сочетаний C_{n-2}^k и C_{n-2}^{k-1} соответственно. Таким образом,

$$N^0 = C_{n-2}^k + C_{n-2}^{k-1} = C_{n-1}^k .$$

Преобразования (4) и (6) предназначены для $Y_j^{y_{n-1}=1} \in Y_{k-1}^1$ и $Y_j^{y_{n-1}=1} \in Y_k^1$, общее количество N^1 которых представляет собой сумму чисел сочетаний C_{n-2}^{k-2} и C_{n-2}^{k-1} соответственно. Таким образом,

$$N^1 = C_{n-2}^{k-2} + C_{n-2}^{k-1} = C_{n-1}^{k-1} .$$

В результате

$$N = N^0 + N^1 = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1} = C_n^k .$$

Следовательно, $j = \overline{1, N} = \overline{1, C_n^k}$. **Теорема доказана.**

Биномиальные прямое φ и обратное φ^{-1} преобразования выполняют взаимно-однозначные кодовые отображения полных множеств X_j биномиальных чисел и Y_j квазиравновесных комбинаций. Практическая реализация указанных кодовых отображений в виде алгоритмов является достаточно простой, состоящей из весьма простых операций конкатенации, рассоединения и подсчета чисел единиц.

2 РАСШИРЕНИЕ КЛАССА КВАЗИРАВНОВЕСНЫХ КОДОВ

Рассмотренные биномиальные преобразования φ и φ^{-1} могут быть использованы не только для генерирования квазиравновесных комбинаций вида $Y[n', k, k-1]$, общее количество которых и параметры кода удовлетворяет равенству

$$C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1} . \tag{8}$$

Принимая во внимание свойства суммирования и симметрии биномиальных коэффициентов, можно заключить, что согласно равенству

$$C_n^k = C_{n-1}^{n-k-1} + C_{n-1}^{k-1}, \tag{9}$$

следующему из выражения (8), на основе биномиальных чисел возможно сгенерировать квазиравновесный код вида $Y\left[n', n-k-1, k-1\right]$. В свою очередь в соответствии с равенством

$$C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{n-k} \tag{10}$$

можно получить квазиравновесный код вида $Y\left[n', k, n-k\right]$, а согласно выражению

$$C_n^k = C_{n-1}^{n-k-1} + C_{n-1}^{n-k} \tag{11}$$

– квазиравновесный код вида $Y\left[n', n-k-1, n-k\right]$. Так, например, используя двоичные биномиальные числа с параметрами $n=6$ и $k=4$, согласно равенствам (9-11) наряду с квазиравновесными комбинациями вида $Y\left[5,4,3\right]$ возможно генерирование квазиравновесных кодов $Y\left[5,4,2\right]$, $Y\left[5,1,3\right]$ и $Y\left[5,1,2\right]$.

Преобразования верхних параметров биномиальных коэффициентов в выражениях (9-11) означают инверсию значений двоичных разрядов в квазиравновесных комбинациях Y_j соответствующей пары подмножеств Y_{k-1}^0, Y_{k-1}^1 или Y_k^0, Y_k^1 исходного кода $Y\left[n', k, k-1\right]$. В таблице 1 показано генерирование квазиравновесного кода вида $Y\left[5,4,2\right]$ из полученного с помощью прямого биномиального преобразования $X_j \to Y_j$ множества $Y\left[5,4,3\right]$. При этом операции инверсии подверглись квазиравновесные комбинации подмножеств Y_3^0 и Y_3^1 множества $Y\left[5,4,3\right]$ (затененными указаны преобразованные комбинации).

Таблица 1 – Коды $Y\left[5,4,3\right]$ *и* $Y\left[5,4,2\right]$

$Y\left[5,4,3\right]$					$Y\left[5,4,2\right]$				
0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
$C_6^4 = C_5^4 + C_5^3$					$C_6^4 = C_5^4 + C_5^2$				

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные прямое и обратное кодовые отображения квазиравновесных комбинаций на основе биномиальных преобразований позволяют достаточно эффективно решать задачи их генерирования и перечисления. Для практической реализации самих биномиальных преобразований не потребуется существенных затрат в связи с использованием весьма простых операций конкатенации и рассоединения, применяемых над квазиравновесными комбинациями и биномиальными числами. Данный факт имеет особое значение при генерировании квазиравновесных кодов большой мощности, когда использование традиционных комбинаторных методов порождения в этом случае является затруднительным с технической точки зрения.

Дальнейшее научное исследование в рамках данного направления заключается в решении задач перечисления и генерирования квазиравновесных комбинаций, используя полученные в работе прямое и обратное кодовые отображения квазиравновесных кодов на базе полученных биномиальных преобразований.

SUMMARY

BINOMIAL TRANSFORMATIONS OF QUASI-EQUILIBRIUM CODES

I.A. Kulyk, E.M. Skordina
Sumy State University

The binomial transformations of quasi-equilibrium codes on the basis of binary binomial numbers are considered in the paper. Thus, along with direct transformation of binomial numbers into quasi-equilibrium sequences the features of reverse transformation are researched. Taking into account the properties of binomial coefficients the expanding of the generated quasi-equilibrium codes classes is fulfilled. Examples of binomial transformations of quasi-equilibrium sequences are given.

Key words*: Quasi-equilibrium code, binomial number, binomial transformation*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. MacWilliams, F.J., Sloane, N.J. The Theory of Error-Correcting Codes. - Amsterdam, The Netherlands: North-Holland, 1977.
2. Цымбал В.П. Теория информации и кодирование / В.П. Цымбал. - К.: Вища шк., 1992. – 263 с.
3. Рейнгольд Э. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика/ Э. Рейнгольд, Ю. Нивергельд. – М.: Мир, 1980. – 476 с.
4. Brouwer A.E. A New Table of Constant Weight Codes / Brouwer, A.E., Shearer, J.B., Sloane, N.J., Smith, W.P., // IEEE Trans. Inform. Theory. - November 1990. -Vol. 36. - P. 1334-1380,.
5. Кулик И.А. Формирование квазиравновесных кодов на основе двоичных биномиальных чисел / Кулик И.А., Скордина Е.М, Костель С.В. // Вісник СумДУ. - 2010. - №1. – С. 134-142.
6. Алгоритм формирования квазиравновесных кодовых комбинаций / Кулик И.А., Скордина Е.М., Гапич В.Н., Чередниченко В.Б. // Друга міжнарод. наук.-техн. конф. "Інтелектуальні системи в промисловості і освіті (ІСПО) – 2009", СумДУ, Суми, 2009. – С. 40-41.
7. Борисенко А.А. Биномиальное кодирование: монография/ А.А. Борисенко, И.А. Кулик. - Сумы: Изд-во СумГУ, 2010. – 206 с.
8. Кулик И.А. Алгоритм генерирования двоичных биномиальных чисел на основе минимальных систем кодообразующих ограничений/ Кулик И.А., Чередниченко В.Б., Костель С.В. // Вісник СумДУ. – 2008. - №2. – С.45-52.

Поступила в редакцию 1 декабря 2010 г.