УДК 621.3.037.37

ГЕНЕРАЦІЯ РІВНОВАЖНИХ КОДІВ НА ОСНОВІ НЕРІВНОМІРНИХ БІНОМІАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

О.А. Борисенко, *д-р техн. наук, професор;*
Д.В. Гутенко, *аспірант,*
Сумський державний університет, м. Суми

У статті розглянутий метод перетворення біноміальних чисел у рівноважні кодові комбінації. Доведена теорема, що обґрунтовує цей метод. Наведений приклад перетворення, який відповідає даному методу.

Ключові слова*: біноміальні числа, рівноважні коди, алгоритм, кодові комбінації.*

В статье рассмотрен метод преобразования биномиальных чисел в равновесные кодовые комбинации. Доказана теорема, которая обосновывает этот метод. Приведён пример преобразования, который соответствует данному методу.

Ключевые слова*: биномиальные числа, равновесные коды, алгоритм, кодовые комбинации.*

ВСТУП

На практиці досить часто зустрічається задача генерації комбінацій рівноважних кодів (кодів з постійною вагою) у випадковому чи заданому порядку [1-4]. Під рівноважним кодом розуміється код, до складу якого входять комбінації з однаковою кількістю одиниць. Це можуть бути, наприклад, комбінації 0011, 0101, 0110, 1001, 1010, 1100. Досить детально задача генерування рівноважних кодів у теоретичному плані розглянута в роботі [4], але наведений там метод дозволяє генерувати рівноважні комбінації тільки у випадковому порядку і, крім того, при отриманні рівноважних кодових комбінацій великої довжини не є достатньо ефективним. Рівноважні коди використовуються при побудові завадостійких систем зв'язку, систем захисту інформації, цифрових пристроїв з підвищеною надійністю роботи, систем телеавтоматики тощо. Їх можна будувати різними способами – програмуванням комп'ютерів і мікропроцесорів, синтезом логічних функцій із подальшою їх реалізацією на програмно-логічних матрицях (ПЛМ) і програмно-логічних інтегральних схемах (ПЛІС), побудовою за схемою дешифратор-шифратор, у вигляді постійних запам'ятовувальних пристроїв (ПЗП).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Задача генерування рівноважних комбінацій у випадковому чи заданому порядку, коли кожна рівноважна комбінація спричиняє появу наступної комбінації, є досить поширеною, оскільки з її допомогою розв'язуються більш складні задачі, серед яких є, наприклад, задача з перебору розв'язки комбінаторних задач або задача побудови завадостійких лічильників [3,4]. Використання для цієї мети програмованих цифрових пристроїв, наприклад, комп'ютерів, знижує швидкодію і надійність генераторів рівноважних кодів, а також збільшує їх апаратурні витрати і відповідно ціну. Побудова схем генераторів на основі синтезованих відповідним чином логічних функціях, реалізованих на ПЛМ, дає можливість робити їх досить надійними, швидкодіючими з мінімальними апаратурними затратами. Однак уже при кількості номерів, що генеруються, більше 1000 оптимальний синтез логічних функцій може виявитися досить складним, а структура синтезованого генератора втрачає однорідність, що технологічно ускладнює його виготовлення. Використання ж схем у вигляді дешифратор-шифратор підвищує однорідність структури генераторів, однак при цьому знижуються їх швидкодія і надійність, а також збільшуються апаратурні витрати порівняно з оптимальним логічним синтезом. Також збільшуються їх енергоємність і габарити. Названі недоліки призводять до необхідності пошуку більш ефективних алгоритмів, в яких ці недоліки були б усунуті. Тому у загальному вигляді в електронній техніці залишається задача пошуку методів і алгоритмів ефективного синтезу надійних та швидкодіючих генераторів рівноважних кодів, що генерують кодові комбінації у заданому порядку з невеликими апаратурними затратами і однорідною структурою.

У ряді випадків для побудови рівноважних комбінацій, особливо при великій їх кількості, можуть бути ефективно застосовані методи, які використовують рівномірні і нерівномірні біноміальні числа [5-8]. Біноміальні числа – це числа, які утворюються біноміальними двійковими і біноміальними багатозначними системами числення. Біноміальні числа продовжують ряд складних завадостійких чисел, таких, наприклад, як фібоначієві [10]. Вперше біноміальні числа були запропоновані одним із авторів даної статті ще у 1982 році [5]. Тоді ж був запропонований метод побудови на їх основі рівноважних кодів. Однак використання біноміальних чисел на практиці в повній мірі стало можливим лише після розроблення відповідної теорії, в якій теоретично обґрунтовувалися методи і алгоритми біноміальної лічби і біноміального кодування [8,9].

Методи, які генерують рівноважні комбінації, використовують як рівномірні, так і нерівномірні біноміальні числа. У даній роботі розглядається вже раніше відомий, але ще в недостатній мірі теоретично обґрунтований і деталізований метод, який використовує нерівномірні біноміальні числа, тому що він найбільш просто вирішує задачу генерування рівноважних комбінацій для систем кодування інформації під час їх зберігання і передачі. Особливо добре він реалізується з допомогою мікропроцесорних пристроїв за умови, що задача отримання біноміальних чисел вже є розв’язаною. Однак цей метод ще далекий від досконалості, тому що він достатньою мірою не є теоретично обґрунтований і потребує подальшої деталізації й аналізу. Виходячи з вищенаведеного, в даній роботі ставиться задача теоретичного обґрунтування і модифікації методу генерування впорядкованих рівноважних комбінацій великої довжини на основі двійкових нерівномірних біноміальних чисел як у заданому, так і випадковому порядку з можливістю його подальшої практичної реалізації на основі програмованих цифрових пристроїв.

НЕРІВНОМІРНІ БІНОМІАЛЬНІ ЧИСЛА

Біноміальні числа - це є числа біноміальних систем числення, які поділяються на системи з двома і багатьма цифрами. Один із можливих методів побудови кодових комбінацій, які відповідають нерівномірним біноміальним числам, був наданий ще в роботі [11], але в ньому ці комбінації не розглядались як числа, і тому не розв’язувалась задача їх нумерації, як це було зроблено в [5], також вони не використовувались для побудови рівноважних комбінацій. Характерною властивістю біноміальних чисел є те, що їх діапазон дорівнює числу сполучень з n за k. За своєю природою ці числа є нерівномірними, тобто мають різну довжину (кількість розрядів), яка не перевищує $n \geq 1$, але на базі цих чисел можуть бути отримані також, за необхідності, і рівномірні біноміальні числа, які мають довжину n розрядів. Для цього їх треба лише доповнити нулями справа таким чином, щоб їх довжина стала дорівнювати n. Кількість одиниць q в нерівномірних і рівномірних біноміальних числах не може перевищувати параметр k, $n \geq k \geq 1$, а максимальна кількість нулів у нерівномірних біноміальних числах не може бути більшою значення $n - k + 1$, а в рівномірних $n - q$. Також у тих й інших біноміальних числах кількість нулів до останньої одиниці справа не може бути більшою $n - k$.

Усі рівномірні й нерівномірні біноміальні числа поділяються на два класи – числа яких закінчуються на 1 і числа яких закінчуються на 0. У той самий час нерівномірні біноміальні числа, які закінчуються на 1, мають довжину в n розрядів, а які на 0, - в діапазоні між $n - k + 1$ і n розрядами включно, і при цьому кожне з цих біноміальних чисел має $n - k + 1$ нулів. Наприклад, при $k = 4$ і $n = 5$ нерівномірними біноміальними числами будуть такі числа:

00	100	11010
010	1010	11011
0110	10110	11100
01110	10111	11101
01111	1100	1111

Серед цих 15 нерівномірних біноміальних чисел 10 закінчуються на нуль, а 5 чисел – на одиницю. Звернемо увагу на те, що ні одне з цих 15 чисел не може бути початком іншого біноміального числа, тобто всі вони є префіксними. Це означає, що ці числа розпізнаються як самостійні кодові комбінації, тому що вони не є початками (префіксами) інших біноміальних чисел, що розглядаються. Слід при цьому відзначити, що до префіксного коду належить і будь-який рівномірний код, тому що ніяка його комбінація не може бути початком іншої.

Нерівномірні біноміальні числа будуються у випадковому й заданому порядку. У випадковому порядку ці числа можна отримати, якщо на кожному кроці генерувати цифри 0 і 1 з деякою ймовірністю до того часу, поки в послідовності, що створюється, не буде отримано якесь нерівномірне біноміальне число. А те, що воно обов'язково буде створено, виходить із того, що нерівномірні біноміальні числа, довжина яких менша n, є початками більше ніж одного двійкового числа довжини n. У сукупності вони покривають усі можливі двійкові числа цієї довжини. Тому завжди при випадковому генеруванні двійкових цифр з'явиться ситуація, коли буде отримане нерівномірне біноміальне число.

ПОБУДОВА НЕРІВНОМІРНИХ БІНОМІАЛЬНИХ ЧИСЕЛ У ЗРОСТАЮЧОМУ ПОРЯДКУ

Більш складною від випадкового генерування буде задача побудови нерівномірних біноміальних чисел У заданому порядку. Серед усіх можливих порядків виберемо як найбільш простий, зростаючий порядок генерування біноміальних чисел. Нерівномірні біноміальні числа в зростаючому порядку можна отримати за методом, який, як і його модифікації, розкритий у [5-8]. Він виходить з того, що біноміальні числа належать до одного з двох основних класів: або до класу, в якому біноміальні числа закінчуються на 0, або до класу, в якому ці числа закінчуються на 1. Відповідно до цих класів формування чисел, що входять до них, відбувається за різними правилами. Сам метод працює так. Спочатку формується біноміальне число першого класу, яке закінчується на 0 і має $n - k + 1$ нулів. Друге число отримують із першого занесенням в останній молодший його розряд замість нуля 1 і дописуванням після цієї 1 ще одного 0. Аналогічно відбувається процес побудови наступних нерівномірних біноміальних чисел до того часу, поки кількість одиниць в останньому числі не стане дорівнювати k і відповідно не з'явиться число другого класу, яке закінчується на 1. Якщо в цьому числі будуть зайняті k старших розрядів, то це означає, що отримано останнє біноміальне число. Кінець. В протилежному разі побудова біноміальних чисел продовжується. При побудові наступного числа всі одиниці в останньому числі другого класу зникають і замість останнього молодшого його нуля з'являється одиниця, а за нею йде $n - k + 1$ нулів. Це буде наступне біноміальне число, тепер уже першого класу. Далі описана вище процедура отримання нерівномірних біноміальних чисел першого класу повторюється, поки не з'явиться число другого класу, яке аналізується на те, що воно не є останнім, за аналогією з уже описаним вище. Якщо ж воно не є останнім, то далі відбувається процедура побудови нерівномірних біноміальних чисел першого класу, так відбувається далі, поки не буде отримане останнє біноміальне число.

ГЕНЕРАЦІЯ РІВНОВАЖНИХ КОМБІНАЦІЙ НА ОСНОВІ НЕРІВНОМІРНИХ БІНОМІАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

В основі методу побудови рівноважних комбінацій на основі нерівномірних біноміальних чисел як у випадковому, так і заданому порядку лежать твердження, що діапазон біноміальних чисел довжини n з параметром k збігається з діапазоном рівноважних комбінацій, які мають k одиниць і $n+1$ розрядів (5-9). Це означає, що кожному біноміальному числу із заданого діапазону біноміальних чисел можна поставити у відповідність рівноважну комбінацію з такого самого діапазону рівноважних комбінацій.

Метод побудови рівноважних комбінацій на основі нерівномірних біноміальних чисел має такий вигляд:

1. Вибрати нерівномірне біноміальне число.
2. Якщо число закінчується на 1, то далі проставляються нулі до $n + 1$-го розряду, який вважається допоміжним. Отримана комбінація буде рівноважною з 0 у кінці.
3. Якщо число закінчується на 0, то далі в молодших розрядах включно з допоміжним розрядом проставляються одиниці. Побудована комбінація буде рівноважною з 1 у кінці.
4. Перевірити, що отримана комбінація є рівноважною, підрахувавши кількість одиниць у ній. Якщо ця кількість дорівнює k, то ця комбінація є рівноважною. В іншому випадку помилка. Звернутися до пункту 1.
5. Повторити пункти 1, 2, 3 для інших біноміальних чисел з заданого діапазону. Кінець.

Цей метод застосовується з відповідними модифікаціями як для формування рівноважних кодів у випадковому порядку, так і в заданому. Впевнимося, що отриманий метод достовірний, тобто що він, коли працює без завад, завжди видає необхідний результат - рівноважну комбінацію.

Теорема 1. Якщо для нерівномірної біноміальної комбінації довжини n з параметром k виконати наведені вище правила, то буде отримана відповідна їй одна і тільки одна рівноважна комбінація з k одиницями довжини $n + 1$.

Доведення. Дійсно, якщо біноміальне число, що розглядається, закінчується на 1, то воно вже має у своєму складі k одиниць. Залишилось відповідно до методу лише в допоміжному розряді поставити 0, і рівноважна комбінація з k одиницями буде отримана. Будь-яке інше нерівномірне біноміальне число відрізняється від нерівномірного біноміального числа, що розглядається, тому що воно має властивість префіксності, і відповідно отримана на ньому рівноважна комбінація буде відрізнятися від будь-якої іншої, що свідчить про однозначність її перетворення і відповідно нерівномірних біноміальних чисел з одиницею у кінці в рівноважні комбінації.

Якщо ж біноміальна комбінація в кінці має розряд з 0, то у відповідності до наведеного методу, достовірність якого доводиться, після цього 0 повинні йти одиниці до допоміжного $n + 1$ розряду включно. Цих одиниць у нерівномірному біноміальному числі буде $n - (n - k + 1) = k - 1$. Якщо до цих одиниць додати ще одну одиницю, яка стоїть у допоміжному розряді, то отримаємо загальну кількість одиниць – $(k - 1) + 1 = k$. Це означає, що з допомогою пункту 3 методу отримана рівноважна комбінація з k одиницями і одиницею в кінці, що і треба було довести. Те, що ця комбінація єдина, доводиться за аналогією з доведенням методу для пункту 2.

Таким чином, пункти 2 і 3 методу породжують рівноважні біноміальні комбінації на основі нерівномірних біноміальних чисел. Пункти 1, 4, 5 не потребують доведення через їх очевидність.

Теорема доведена.

За допомогою наведеного вище методу можна отримати алгоритми, які будують рівноважні комбінації. Один з таких алгоритмів проілюстрований на рис. 1. Він може бути використаний при завадостійкій передачі інформації з допомогою рівноважних кодів.

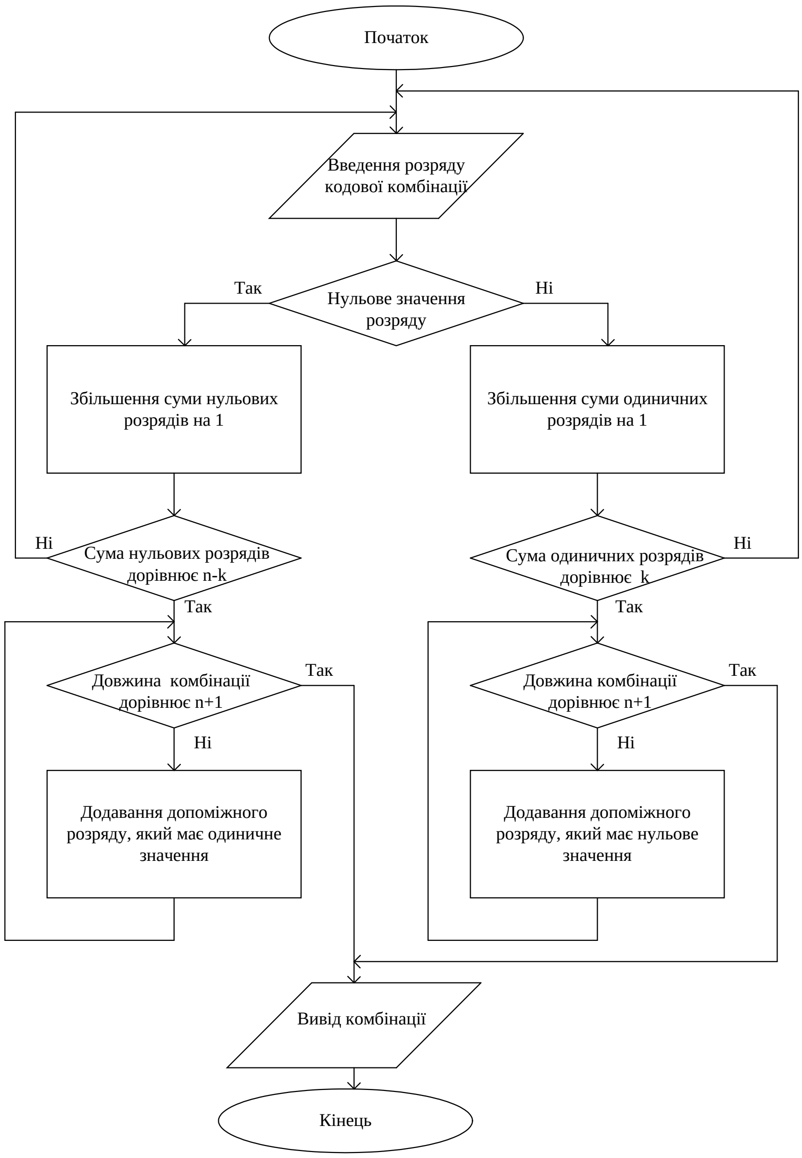

Рисунок 1 – Алгоритм перетворення нерівномірної кодової комбінації у рівноважну

Цей алгоритм має такі кроки:

1. Завдання значень n, k; суми одиничних та нульових розрядів дорівнюють нулю.

2. Введення розряду кодової комбінації.

3. Якщо введений розряд має одиничне значення, то суму одиничних розрядів збільшуємо на 1 та переходимо до п. 4., якщо ні – переходимо до п. 6.

4. Якщо сума одиничних розрядів дорівнює k, то переходимо до п. 5, у протилежному разі переходимо до п. 2

5. Якщо довжина введеної кодової комбінації дорівнює n+1, то переходимо до п. 9, якщо ні – додавання допоміжного розряду, який має нульове значення та повторення п. 5.

6. Збільшення суми нульових розрядів та перехід до п. 7.

7. Якщо сума нульових розрядів дорівнює n-k, то переходимо до п. 8, у протилежному разі переходимо до п. 2

8. Якщо довжина введеної кодової комбінації дорівнює n+1, то перехід до п.9, якщо ні – додавання допоміжного розряду, який має одиничне значення та повторення п. 8.

9. Кінець.

За даним алгоритмом була розроблена програма, яка підтвердила працездатність даного алгоритму відповідно до методу.

ВИСНОВКИ

Наведені методи побудови рівноважних кодів у випадковому і зростаючому порядку дозволяють синтезувати алгоритми генерації послідовностей у вигляді рівноважних кодів, що дозволяє будувати за їх допомогою ефективні перетворювачі двійкових чисел у рівноважні комбінації і тим самим розв'язувати задачі їх побудови, наприклад, для систем завадостійкої передачі інформації, діагностування або для задач комбінаторної діагностики. Цей метод є досить універсальний і може застосовуватися при розв'язанні задач великої розмірності. Він також досить ефективно може бути використаний при реалізації генераторів рівноважних кодів в апаратному вигляді, що дозволяє будувати відповідні цифрові пристрої з підвищеною швидкодією і надійністю.

SUMMARY

GENERATION OF EQUILIBRIUM CODES BASED ON NON-UNIFORM BINOMIAL NUMBERS

O.A. Borisenko, D.V.Gutenko,
Sumy State University, Sumy

In the article the method of converting binomial numbers in equilibrium code was considered. Also the theorem was proved, on which this method is justified. An example of converting, based on this method, was given.

Keywords: *binomial numbers, equilibrium codes, algorithm, code combination.*

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Амелькин В.А. Методы нумерационного кодирования / В.А. Амелькин. – Новосибирск: Наука, 1986. – 155 с.
2. Березюк И.Т. и др. Кодирование информации (двоичные коды). – Харьков: Вища школа, 1978. - 252 с.
3. Рейнгольд Э. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика/ Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н.; пер. с англ.– М.: Мир, 1980. – 476 с.
4. Оберман Р. М. Счет и счетчики; пер. с англ. - М.: Радио и связь, 1984. - 173 с.
5. Борисенко А. А. Система счисления с биномиальным основанием и двоичным алфавитом. – Деп. рук. № 909-82. – 6 с.
6. Борисенко А. А. Алгоритмы построения кодов с постоянным весом на основе биномиальных чисел / Борисенко А. А., Губарев С. И., Куно Г.В. // АСУ и приборы автоматики. - 1985. – Вып. 74. – С. 77-81.

7. Борисенко А.А. Биномиальные микропроцессорные устройства для перебора равновесных кодов / Борисенко А.А., Верхоробин А.Л., Кузнецов В.Н. // АСУ и приборы автоматики. - 1990. – Вып. 96.
8. Борисенко А. А. Биномиальный счет. Теория и практика: монография. - Сумы: ИТД «Университетская книга», 2004. – 170 с.
9. Борисенко А. А. Биномиальное кодирование/ А. А. Борисенко, И. А. Кулик. - Сумы: Изд-во СумГУ, 2010. - 206 с.
10. Стахов А.П. Введение в алгоритмическую теорию измерения/ А.П.Стахов. - М.: Сов. радио, 1977. - 288 с.; рус.
11. Кувырков П. П. Комбинаторные системы/ П. П. Кувырков, Ф. Е. Темников. - М.: Энергия, 1975. – 152 с.

Надійшла до редакції 25 жовтня 2010 р.