

УДК 621.385.6

КП

№ госрегистрации 0109U001378

Инв. №

Министерство образования и науки Украины  
Сумский государственный университет  
(СумГУ)

40007, г. Сумы, ул. Римского-Корсакова, 2  
тел.: (0542) 39-23-72, факс: (0542) 33-40-58

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по  
научной работе СумГУ  
докт. физ.-мат. наук, проф.  
\_\_\_\_\_ А.Н. Чёрноус

2009.12.25

## ОТЧЕТ

о научно-исследовательской работе

# ФИЗИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПОТОКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПРИБОРАХ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ МАТЕРИАЛОВ АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

(промежуточный)

Начальник НИЧ

канд. техн. наук, доц.

В.А. Осипов

Руководитель НИР

докт. физ.-мат. наук, проф.

Г.С. Воробьев

2009

Рукопись закончена 25 декабря 2009г.

Результаты этой работы рассмотрены научным советом СумГУ,  
протокол от 2009.11.27 № 5

**СПИСОК АВТОРОВ**

Руководитель НИР: докт. физ.-мат. наук, проф.	(2009.12.25)	Г.С. Воробьев Введение, выводы, раздел 1, 2
Старший научный сотрудник, докт. физ.-мат. наук, доц.	(2009.12.25)	А.В. Хоменко раздел 4
Доцент, канд. физ.-мат. наук	(2009.12.25)	А.В. Лысенко раздел 3
Инженер II категории	(2009.12.25)	Л.В. Победина подраздел 2.3
Доцент, канд. физ.-мат. наук	(2009.12.25)	А.С. Кривец подраздел 2.5
Научный сотрудник, канд. физ.-мат. наук	(2009.12.25)	М.В. Петровский подраздел 2.1
Научный сотрудник, канд. физ.-мат. наук	(2009.12.25)	А.А. Дрозденко раздел 1
Ассистент, канд. физ.-мат. наук	(2009.12.25)	В.О. Журба подраздел 2.4
Младший научный сотрудник	(2009.12.25)	А.А. Рыбалко раздел 2
Ассистент	(2009.12.25)	М.Ю. Ромбовский раздел 3
Ассистент	(2009.12.25)	В.В. Коваль раздел 3
Инженер II категории	(2009.12.25)	Ю.В. Шульга подраздел 2.2
Лаборант	(2009.12.25)	А.А. Пономарева подраздел 2.2

Старший преподаватель, канд. физ.-мат. наук	(2009.12.25)	Я.А. Ляшенко подраздел 4.2
Аспирант	(2009.12.25)	Н. В. Проданов подраздел 4.2
Студент	(2009.12.25)	И.В. Барсук подразделы 1.3 и 1.4
Студент	(2009.12.25)	И.Е. Еськов раздел 3
Студент	(2009.12.25)	Ю.В. Щербак подраздел 4.2

## РЕФЕРАТ

Промежуточный отчёт о НИР: 98 стр., 33 рис., 3 табл., 64 источника.

Объект исследований – формирование и взаимодействия потоков заряженных частиц с электромагнитными полями в электрофизических установках атомной энергетики.

Цель работы – установление общих физических закономерностей формирования потоков заряженных частиц и взаимодействия их с материалами атомной энергетики.

Методы исследований – метод зарядовой плотности, метод коллокаций, метод Эверхарта, метод иерархических асимптотических колебаний и волн, метод Верле и метод классической молекулярной динамики.

В работе построены модели физических полей систем формирования электронных и ионных пучков и их взаимодействия с электромагнитными полями нерегулярных квазиоптических и плазма-пучковых электродинамических систем. Построена мультигармоническая нелинейная теория формирования волн с широким мультигармоническим спектром при развитии двухпоточковой неустойчивости, на базе которой определены режимы формирования волны с широким аномальным спектром. Рассмотрена самоподобная фазовая динамика граничного трения, и численно исследовано облучение пластинки графена пучком атомов углерода, который может быть использованным при производстве новых материалов атомной энергетики.

ВОЛНА, ГРАФЕН, ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ЛАЗЕР, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ДИНАМИКА, ОБЛУЧЕНИЕ, РАЗРУШЕНИЕ, ЭЛЕКТРОННЫЙ ПОТОК.

## СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ .....	7
ВВЕДЕНИЕ.....	8
РАЗДЕЛ 1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПОТОКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ТРЕХМЕРНЫХ СИСТЕМАХ.....	9
1.1 Построение трехмерной математической модели .....	9
1.2 Вычисление электрического поля.....	12
1.3 Вычисление фокусирующего магнитного поля .....	18
1.4 Траекторные уравнения для декартовой системы координат .....	24
1.5 Результаты численного анализа движения электронов.....	27
Выводы к разделу 1 .....	30
РАЗДЕЛ 2 ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В УСИЛИТЕЛЕ НА ЭФФЕКТЕ СМИТА-ПАРСЕЛЛА .....	33
2.1 Классификация электронных волн .....	34
2.2 Постановка задачи и методы исследований .....	35
2.3 Самосогласованное решение задачи .....	42
2.4 Анализ электронно-волновых процессов.....	51
2.5 Приближенный анализ КПД.....	58
Выводы к разделу 2 .....	60
РАЗДЕЛ 3 ФОРМИРОВАНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН С ШИРОКИМ МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИМ СПЕКТРОМ В РЕЛЯТИВИСТСКИХ ДВУХСКОРОСТНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКАХ .....	61
3.1 Модель.....	62
3.2 Основные уравнения .....	63
3.3 Множественные параметрические резонансы.....	65
3.4 Анализ .....	67
Выводы к разделу 3 .....	73
РАЗДЕЛ 4 МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГРАФЕНОВОЙ ПЛАСТИНЫ С ПОТОКОМ АТОМОВ ВОДОРОДА .....	74

	6
4.1 Модель.....	76
4.2 Результаты и обсуждение .....	81
4.2.1 Микроканонический ансамбль.....	81
4.2.2 Канонический ансамбль.....	88
Выводы к разделу 4 .....	90
ВЫВОДЫ.....	92
ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК .....	93

## ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ

- БВПЗ – быстрая волна пространственного заряда
- БЦВ – быстрая циклотронная волна
- ВПЗ – волна пространственного заряда
- ГДИ – генератор дифракционного излучения
- ДИ – дифракционное излучение
- ДР – дифракционная решетка
- ЛБВ – лампа бегущей волны
- ЛОВ – лампа обратной волны
- ЛСЭ – лазер на свободных электронах
- МВПЗ – медленная волна пространственного заряда
- МД – молекулярная динамика
- МДС – металлодиэлектрическая структура
- МСМ – миллиметровые и субмиллиметровые волны
- МЦВ – медленная циклотронная волна
- ОВ – открытый волновод
- ОР – открытый резонатор
- РПЭМ – растровый просвечивающий электронный микроскоп
- СЭВ – собственная электронная волна
- ЭП – электронный поток

## ВВЕДЕНИЕ

В наше время потоки заряженных частиц являются неотъемлемой составляющей многих электрофизических приборов, используемых как в промышленных технологических установках при обработке разнообразных материалов, так и при проведении научных исследований, дефектоскопии и при не разрушающем контроле качества материалов для потребностей атомной энергетики. К таким приборам в первую очередь относятся высококогерентные источники электромагнитных колебаний миллиметрового и субмиллиметрового (МСМ) диапазонов волн, которые построены на основе эффекта Смита-Парселла и плазма-пучковых релятивистских электродинамических системах, а также ионные микронзонды и электронные микроскопы.

**Актуальность темы.** Практически все важные характеристики электровакуумных приборов и установок, которые используются при изготовлении и диагностике материалов атомной энергетики, зависят от качества формирования, пространственной конфигурации и микроструктуры потоков заряженных частиц, а также физики волновых процессов при взаимодействии их с электромагнитными полями, которые распространяются в разнообразных материалах. Такие исследования позволяют разрабатывать новые электрофизические устройства для диагностики и изготовления материалов, усовершенствовать существующие численные и экспериментальные методы формирования и диагностики потоков заряженных частиц.

**Цель работы.** Установление общих физических закономерностей формирования и взаимодействия потоков заряженных частиц в неоднородных статических электрических и магнитных фокусирующих полях, с учетом влияния переменных во времени внешних электромагнитных полей является основной целью работы, а также анализа взаимодействия новых материалов, типа графен, с потоками заряженных частиц, как приложение.



## РАЗДЕЛ 1

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПОТОКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ТРЕХМЕРНЫХ СИСТЕМАХ

Ленточный электронный пучок (ЭП), как основной инструмент преобразования энергии, нашел широкое применение в электронных приборах СВЧ типа ЛОВ, ГДИ [1-5]. Поэтому исследование параметров ленточных ЭП представляет значительный интерес при проектировании таких приборов. Опыт, наработанный ранее, в создании математических моделей систем с аксиальной симметрией позволяет приступить сразу к построению трехмерной математической модели с последующей корректировкой основных расчетных уравнений. В данном разделе построен и апробирован алгоритм для численного анализа процессов формирования электронного пучка в неоднородном электрическом поле, созданном электродами трехмерной конфигурации. Разработанный алгоритм учитывает тепловой разброс скоростей, угловое отклонение, оседание электронов на электродах с последующим пересчетом тока пучка.

Основные результаты данного раздела опубликованы в работах [6-9].

#### 1.1 Построение трехмерной математической модели

Объектом исследования в данной работе является ленточный ЭП, который формируется двухэлектродной диодной пушкой [10], модифицированной для применения в ЭВП миллиметрового диапазона волн [1-4]. Пушки такого типа позволяют формировать ленточные электронные пучки шириной 3-10 мм и толщиной 0.1-0.25 мм, током пучка  $I = 10-200$  мА при ускоряющих напряжениях 1000-5000 В [5].

В общем случае, при численном моделировании, как и для аксиально-симметричных систем, известными считаются геометрия электродов, величины их потенциалов, значения тока пучка, распределения плотности

эмиссии, максимальный разброс электронов по энергиям, средняя энергия вылета электронов и их предельные угловые характеристики.

На фотографии (рис. 1.1а) представлен общий вид диодной электронной пушки и схематично основные элементы такой пушки (рис. 1.1б), состоящей из термо-катода 1, выполненного в виде таблетки, и фокусирующего электрода (анода) 2. Эмитирующая поверхность катода представляет собой узкую прямоугольную щель 3. Анод выполнен в виде медной пластины малой толщины ( $\sim 2$  мм) с отверстием прямоугольной формы и расположен за катодом таким образом, что нормали к поверхностям электродов, проведенные через их геометрические центры, совпадают. Анод находится под положительным потенциалом относительно катода, величина которого зависит от заданного режима работы пушки.

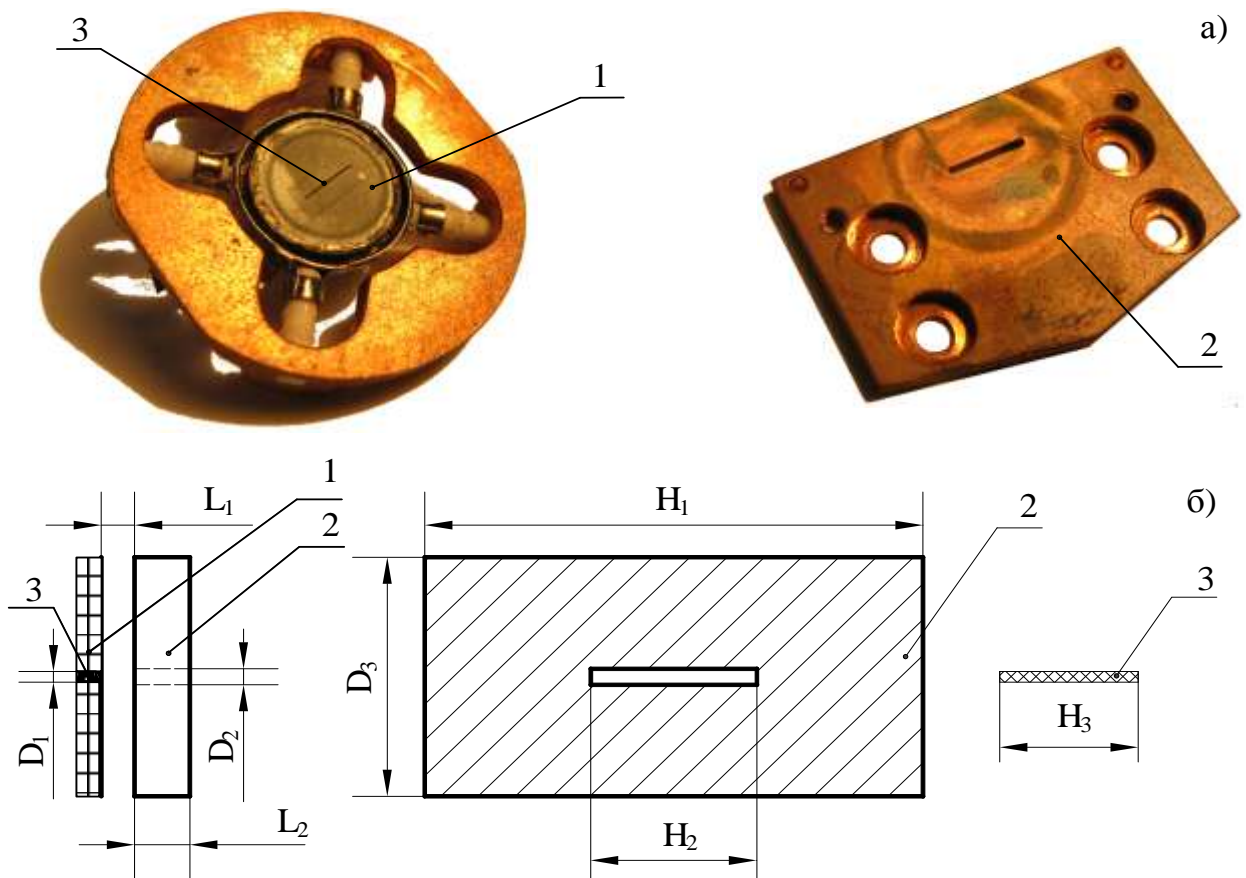


Рисунок 1.1 – Общий вид диодной электронно-оптической системы и ее схема

На первом этапе моделирования проводится создание трехмерной

модели диодной электронно-оптической системы. Такую модель наиболее удобно представлять в виде набора элементарных заряженных областей – треугольников, охватывающих контур электродов. Следует отметить, что плотность треугольников необходимо увеличивать в области пролетного канала анода и эмиссионной части катода. Такое нанесение сетки повышает точность определения электростатического поля в этих областях. При этом, что всю поверхность электродов не целесообразно разбивать плотной сеткой мелких треугольников, т.к. увеличение их количества приводит к существенному увеличению времени расчета структуры электрического поля. Такой способ использования треугольной сетки аналогичен методике разбиения контура электродов двумерной модели на элементарные участки.

Треугольная ячейка обладает явным преимуществом, перед зачастую используемой прямоугольной ячейкой, т.к. из треугольников можно создать поверхность любой конфигурации с требуемым приближением и, следовательно, написать универсальный алгоритм для поверхностей электродов произвольных форм.

Для создания модели электронной пушки предлагается использовать компьютерную программу типа 3D Studio Max [7], которая обладает наибольшим набором инструментов для решения поставленной задачи. 3D Studio Max позволяет максимально точно моделировать трехмерные объекты любой сложности при удобном визуальном контроле и проводить их дальнейшую обработку. Пример создания трехмерной модели представлен на рис. 1.2 (для наглядности представления треугольной сетки катодной щели проведен криволинейный срез).

После завершения создания трехмерной модели с оптимальной сеткой на электродах 3D Studio Max позволяет экспортировать в файл наборы вершин треугольников, используемые далее при определении структуры электрического поля.

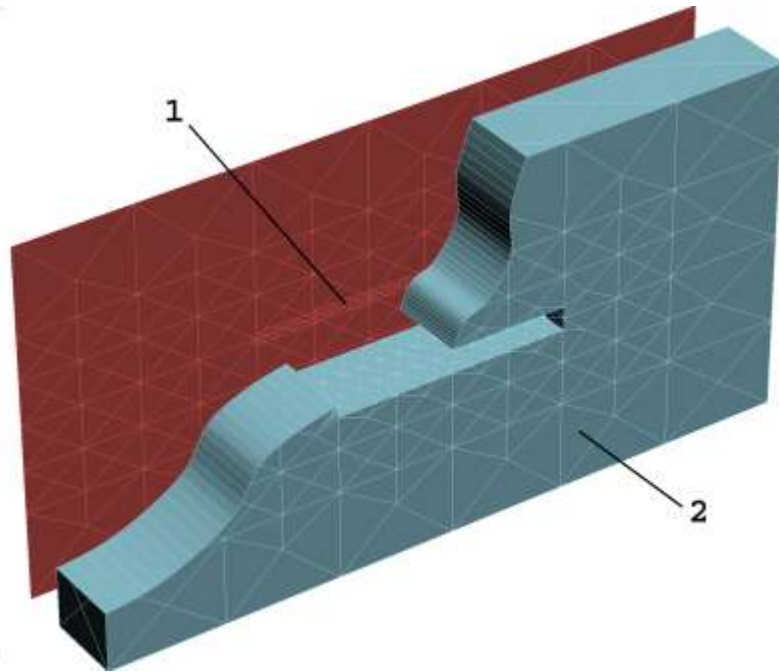


Рисунок 1.2 – Представление диодной электронной пушки сеточными поверхностями: 1 – катод; 2 – анод

## 1.2 Вычисление электрического поля

После задания набора вершин треугольников рассчитывается плотность зарядов на их поверхностях методом зарядовой плотности, который предполагает отыскание решения задачи, удовлетворяющего граничным условиям не во всей области, а лишь в конечном наборе точек (в вершинах треугольников, определенных ранее).

В данной реализации метода зарядовой плотности применяется кусочно-линейная аппроксимация распределения плотности поверхностного заряда на электродах (поверхностная плотность заряда в пределах треугольника – линейная функция), при этом на границах отдельных участков функция плотности зарядов должна быть непрерывна, но допускаются разрывы ее производных.

Введем прямоугольную систему координат, начало которой лежит на поверхности треугольника и ее ось  $Oz$  перпендикулярна этой поверхности. Тогда, в такой системе координат плотность зарядов на треугольнике, с

учетом сделанного выше допущения о ее кусочно-линейном виде, описывается зависимостью:

$$\begin{aligned} \mu(x, y) = & \frac{\mu_1 \left[ \begin{vmatrix} x & y_2 & 1 \\ & y_3 & 1 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} x_2 & 1 \\ x_3 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} \right]}{\Delta} + \\ & + \frac{\mu_2 \left[ \begin{vmatrix} -x & y_1 & 1 \\ & y_3 & 1 \end{vmatrix} + y \begin{vmatrix} x_1 & 1 \\ x_3 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} \right]}{\Delta} + \\ & + \frac{\mu_3 \left[ \begin{vmatrix} x & y_1 & 1 \\ & y_2 & 1 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right]}{\Delta} = \\ = & \frac{\mu_1 [xk_{11} + yk_{12} + k_{13}] + \mu_2 [xk_{21} + yk_{22} + k_{23}] + \mu_3 [xk_{31} + yk_{32} + k_{33}]}{d}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$ ;

$\mu(x, y)$  – плотность зарядов на поверхности треугольника;

$x_i, y_i$  – координаты соответствующих вершин треугольника в системе координат с осью  $Oz$  нормальной поверхности треугольника;

$\mu_i$  – поверхностные плотности зарядов в соответствующих вершинах треугольника;

$i = 1...3$  – номер вершины треугольника;

$k_{11}, k_{12} \dots$  и  $d$  – соответствующие определители матриц,

Потенциал в произвольной точке  $P$  с координатами  $(x_p, y_p, z_p)$ , создаваемый треугольником с распределением плотности поверхностных зарядов  $\mu(x, y)$  имеет вид:

$$U(x_p, y_p, z_p) = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint_S \frac{\mu(x, y)}{\sqrt{(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 + z_p^2}} dS, \quad (1.2)$$

где  $S$  – поверхность треугольника.

Выражение (1.2) с учетом (1.1) можно переписать в виде:

$$U(x_p, y_p, z_p) = \frac{\mu_1 I(k_{11}, k_{12}, k_{13}) + \mu_2 I(k_{21}, k_{22}, k_{23}) + \mu_3 I(k_{31}, k_{32}, k_{33})}{d}, \quad (1.3)$$

где интегралы  $I(k_{11}, k_{12}, k_{13})$  определяются как:

$$I(k_1, k_2, k_3) = \iint_s \frac{k_1 x + k_2 y + k_3}{\sqrt{(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 + z_p^2}} dS. \quad (1.4)$$

Следует отметить, что  $\mu_i$  входит в (1.3) линейным образом, а интегралы (1.4) зависят лишь от геометрии задачи. В случае группы треугольников, потенциал в любой точке будет определяться суперпозицией потенциалов, создаваемых каждым треугольником в отдельности.

Пусть имеется  $N$  вершин, для каждой из которых задан потенциал  $U_i$  (из краевых условий). Тогда для  $i$ -ой вершины воспользовавшись принципом суперпозиции и (1.3) можно записать:

$$U_i = \sum_{j=1}^N \mu_j a_{ij}, i = 1 \dots N, \quad (1.5)$$

Таким образом имеем систему из  $N$  уравнений с  $N$  неизвестными:

$$A\mu = U, \quad (1.6)$$

где  $A$  – квадратная матрица  $[N \times N]$ ;

$\mu$  – вектор-столбец из  $N$  строк, содержащий неизвестные значения поверхностной плотности зарядов в точках-вершинах треугольников.

Отметим, что значение матрицы  $A$  зависит лишь от геометрии, а  $U$  – от краевых условий. Решив эту систему и найдя значения плотности поверхностных зарядов в каждой вершине треугольника, можно вычислить значения потенциалов и их производных в любой точке пространства воспользовавшись (1.3) и принципом суперпозиции. Производные потенциала находятся дифференцированием подынтегральной части уравнения (1.4).

Одной из особенностей используемого метода является нахождение квадратной матрицы  $A$  системы линейных уравнений, решением которой является вектор-столбец, описывающий плотность зарядов на поверхности электродов. Для решения системы линейных уравнений используется LU-

преобразование, что позволяет при изменении потенциалов на электродах (для заданной их конфигурации) не производить это преобразование повторно, что в значительной степени экономит время вычислений.

При вычислении полей в трехмерных декартовых координатах в силу используемого параксиального приближения необходимо выбирать ось координат  $Oz$  вдоль направления движения ЭП. Тогда для определения потенциала поля в точке пространства, достаточно приближенной к выбранной оси  $Oz$  системы, применяется его разложение в ряд Фурье, по формуле [11]:

$$\begin{aligned} \tilde{U}(x, y, z) = & U_0(z) + U_1(z)x + W_1(z)y + [U_2(z) - U_0''(z)/4]x^2 - \\ & - [U_2(z) + U_0''(z)/4]y^2 + 2W_2(z)xy + [U_3(z) - U_1''(z)/8]x^3 + \\ & + [3W_3(z) - W_1''(z)/8]x^2y - [3U_3(z) + U_1''(z)/8]xy^2 - \\ & - [W_3(z) + W_1''(z)/8]y^3 + [U_4(z) - U_2''(z)/12 + U_0^{IV}(z)/64]x^4 + \\ & + [4W_4(z) - W_2''(z)/6]x^3y + [U_0^{IV}(z)/32 - 6U_4(z)]x^2y^2 - \\ & - [4W_4(z) - W_2''(z)/6]xy^3 + [U_0^{IV}(z)/64 + U_2''/12 + U_4]y^4 + \dots, \end{aligned} \quad (1.7)$$

где  $U_1(z)$ ,  $U_2(z)$ ,  $U_3(z)$ ,  $U_4(z)$  – мультипольные компоненты электрического поля;

$U_0''$  и  $U_0^{IV}$  – производные от потенциала электрического поля на оси системы;

$W_1(z)$ ,  $W_2(z)$ ,  $W_3(z)$ ,  $W_4(z)$  – мультипольные компоненты магнитного поля;

$W_1''$ ,  $W_2''$  – производные от мультипольных компонент магнитного поля.

При решении уравнений движения заряженных частиц необходимы компоненты напряженности, которые можно получить частным дифференцированием потенциалов (1.7):

$$\begin{aligned}
E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = & -U_1(z) - 2[U_2(z) - U_0''(z)/4]x - \\
& -3[U_3(z) - U_1''(z)/8]x^2 + [3U_3(z) + U_1''(z)/8]y^2 - \\
& -4[U_4(z) - U_2''(z)/12 + U_0^{IV}(z)/64]x^3 - \\
& -2[U_0^{IV}(z)/32 - 6U_4(z)]xy^2 + \dots
\end{aligned} \tag{1.8}$$

$$\begin{aligned}
E_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = & +2[U_2(z) + U_0''(z)/4]y + 2[3U_3(z) + U_1''(z)/8]xy + \\
& -2[U_0^{IV}(z)/32 - 6U_4(z)]x^2y - 4[U_0^{IV}(z)/64 + U_2''/12 + U_4]y^3 + \dots;
\end{aligned} \tag{1.9}$$

$$\begin{aligned}
E_z = \frac{\partial U}{\partial z} = & U_0'(z) + U_1'(z)x + [U_2'(z) - U_0'''(z)/4]x^2 - \\
& -[U_2'(z) + U_0'''(z)/4]y^2 + [U_3'(z) - U_1'''(z)/8]x^3 - \\
& -[3U_3'(z) + U_1'''(z)/8]xy^2 + \dots
\end{aligned} \tag{1.10}$$

При взятии частной производной от потенциала (1.7) по координате  $z$ , не удовлетворяющие условию  $i + j \leq 3$  произведениями типа  $x^i y^j$  можно пренебречь в силу их порядка малости. Соответственно, для потенциала достаточно выполнение условия  $i + j \leq 4$ .

Определение мультипольных компонент  $U_1(z)$ ,  $U_2(z)$ ,  $U_3(z)$ ,  $U_4(z)$  и их производных проводится методом коллокаций, после определения поверхностной плотности зарядов. Вычисленные компоненты напряженности по формулам (1.8)-(1.10) далее используются при решении траекторных уравнений.

Пример реализации описанной выше методики вычисления электрического поля для реальной ЭОС, общий вид и конфигурация электродов которой представлены на рис. 1.1. В таблице 1.1 приведены основные геометрические размеры электродов, формирующих электрические поля, при потенциале катода  $U = 4000$  В относительно анода пушки.



Таблица 1.1 - Основные геометрические размеры моделируемой ЭОС

Параметр	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$L_1$	$L_2$
Величина, мм	0.4	0.6	9.0	18.0	6.0	5.0	1.2	2.0

Однако трехмерное представление структуры электрического поля в виде эквипотенциальных поверхностей достаточно затруднено. Поэтому в качестве примера апробации методики вычисления структуры электрического поля на рис. 1.3 представлено его распределение на оси исследуемой диодной ЭОС.

Как видно из рис. 1.3 участок 0-1 мм (внутреннее пространство ЭОС) характеризуется равномерно-возрастающим потенциалом 1 (постоянная напряженность), который ускоряет электроны до 3500 эВ. Далее, в прианодной области 1.0-1.2 мм появляется неоднородность поля 2, обусловленная эффектом анодной линзы. На участке 2 электроны дополнительно получают энергию в 500 эВ, после чего в пролетном канале анода 1.2-2.0 мм дрейфуют в практически эквипотенциальном пространстве 3 за пределы ЭОС. Заанодная область 4 характеризуется небольшим спадом потенциала на оси системы, что объясняется «проникновением» катодного потенциала через пролетный канал анода.

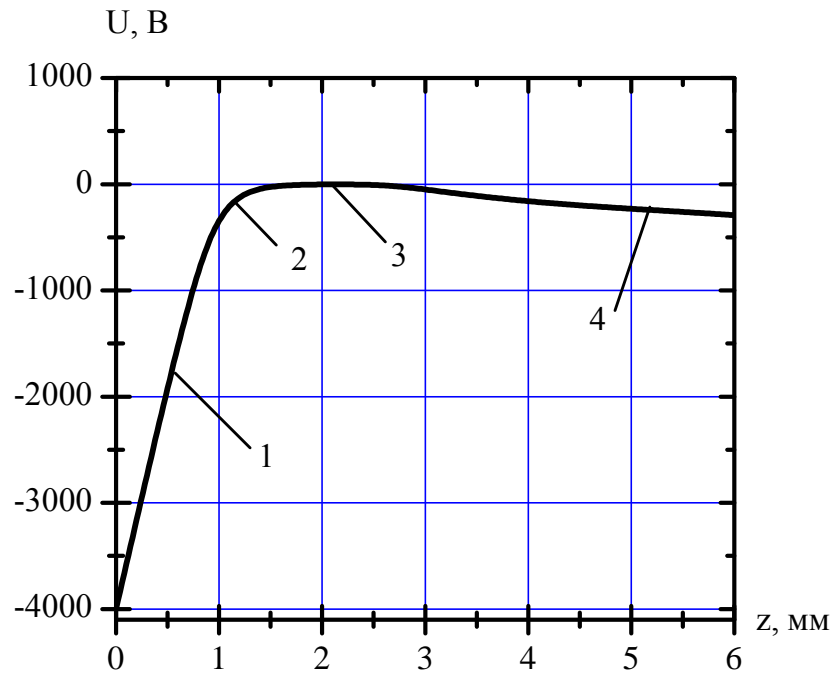


Рисунок 1.3 – Распределение потенциала на оси диодной пушки

### 1.3 Вычисление фокусирующего магнитного поля

Фокусирующее магнитное поле в пространстве движения ленточного ЭП создается электромагнитами, которые состоят из магнитопровода и двух катушек с коническими полюсными наконечниками, либо постоянными самарий-кобальтовыми магнитами аналогичной конфигурации [5]. Геометрия полюсных наконечников, представленная на рис. 1.4, играет ключевую роль в создании максимально-равномерного магнитного поля в центральной области системы.

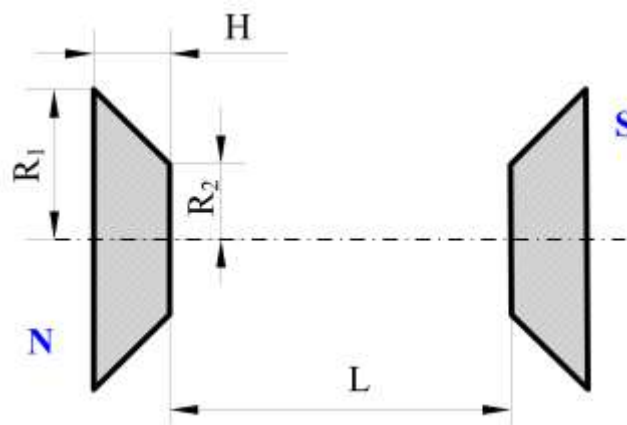


Рисунок 1.4 – Геометрия магнитных полюсных наконечников

Максимальная индукция магнитного поля, которую создаёт электромагнит, достигает 1 Тл при токах порядка 15 А, поэтому в катушки электромагнита для избегания их перегрева заведено водяное охлаждение.

Наряду с использованием электромагнитов широко известны случаи использования постоянных магнитов в качестве МФС в приборах СВЧ [12]. Существенного снижения массы и габаритов МФС достигают за счет применения энергоемких редкоземельных материалов (например: самарий-кобальт, неодим-железо-бор) с постоянной намагниченностью [13].

Для определения магнитных полей возможно использование метода зарядовой плотности, если применить закон Гаусса, в котором электростатическое поле  $\vec{E}$  формально заменить вектором намагниченности  $\vec{M}$ , а плотность электрического заряда заменить фиктивной «плотностью магнитного заряда»  $\zeta$ :

$$\operatorname{div} \vec{M} = \zeta / \mu_0. \quad (1.11)$$

Напряженность магнитного поля  $\vec{H}$  связана с индукцией  $\vec{B}$  известным соотношением:

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (1.12)$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость среды (для вакуума  $\mu = 1$ );

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная.

Тогда, частным дифференцированием ряда для электростатического потенциала [11], с учетом соотношения (1.12), получаем выражения для определения компонент индукции магнитного поля:

$$\begin{aligned} B_r(r, z) &= \mu_0 \left[ A_0''(z) \cdot \frac{r}{2} - A_0^{IV}(z) \cdot \frac{r^3}{16} + \dots \right], \\ B_z(r, z) &= \mu_0 \left[ -A_0^I(z) + A_0^{III}(z) \cdot \frac{r^2}{4} - \dots \right], \end{aligned} \quad (1.13)$$

где  $A$  – скалярный магнитный потенциал.

Следует отметить, что использование метода зарядовой плотности теории электрических потенциалов для вычисления магнитного поля

подразумевает выполнение следующих условий и допущений:

- магнитное поле создается постоянным током, поэтому отсутствуют индукционные токи;

- пренебрегается влияние тока ЭП на магнитное поле системы в силу его малости;

- относительная проницаемость магнитного материала стремиться к бесконечности (магнитный сердечник выполнен из магнитомягкой высоконикелевой стали с относительной магнитной проницаемостью  $\mu \approx (5 \div 6) \cdot 10^4$ ;

- материал магнитного сердечника не доводится до состояния насыщения.

При выполнении этих условий скалярный электростатический потенциал, задающий начальные условия, заменяется на скалярный магнитный потенциал, а контур электродов на контур полюсов МФС. Таким образом необходимо использовать магнитный потенциал как потенциал наконечников МФС. После чего вычисление магнитного поля ничем не отличается от вычисления электрического [11, 14, 15, -16].

Пример реализации описанной выше методики расчета магнитного поля приводится для реальной МФС, конфигурация полюсных наконечников которой представлена на рис. 1.4. В таблице 1.2 приведены основные геометрические размеры полюсных наконечников, создающих магнитное поле.

Таблица 1.2 - Основные геометрические размеры МФС

Параметр	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	L	H
Величина, мм	62	22	70	25

Поскольку потенциалы полюсных наконечников магнитов изначально неизвестны, то они определяются путем численного перебора и сравнения с экспериментальными значениями. Так, например, на рис. 1.5 показаны

распределения индукции магнитного поля вдоль оси системы для магнитных потенциалов, соответствующих различным значениям тока в катушках электромагнита: 10 А, 6 А и 3 А.

Из графиков видно, что для заданной геометрии полюсных наконечников магнитное поле в пространстве формирования ЭП может быть существенно неоднородным. Появление радиальных компонент в распределении магнитного поля будет оказывать влияние на траектории движения электронов в пространстве фокусировки. Хорошая корреляция расчетных графиков и с экспериментальными позволяет использовать предложенную методику при решении уравнений движения электронов с учетом магнитного поля. Поэтому когда определены магнитные потенциалы полюсов и рассчитаны продольные и радиальные компоненты индукции магнитного поля  $B_z$  и  $B_r$  становится возможным вычисления траекторных уравнений и проведения численного анализа движения электронов.

В качестве примера использования метода расчета структуры пространственных электростатических полей для задачи вычисления произвольного магнитного поля проведен расчет трехмерной конфигурации МФС, применяемой в пакетированных ГДИ [5].

Так, на рис. 1.6 представлены схема такой МФС и распределение индукции магнитного поля на оси системы. Для сравнения здесь же приведено распределение индукции магнитного поля, полученное экспериментально [5]. При расчете величины магнитных потенциалов полюсов составляли  $A_{N,S} = \pm 10\,000$ .

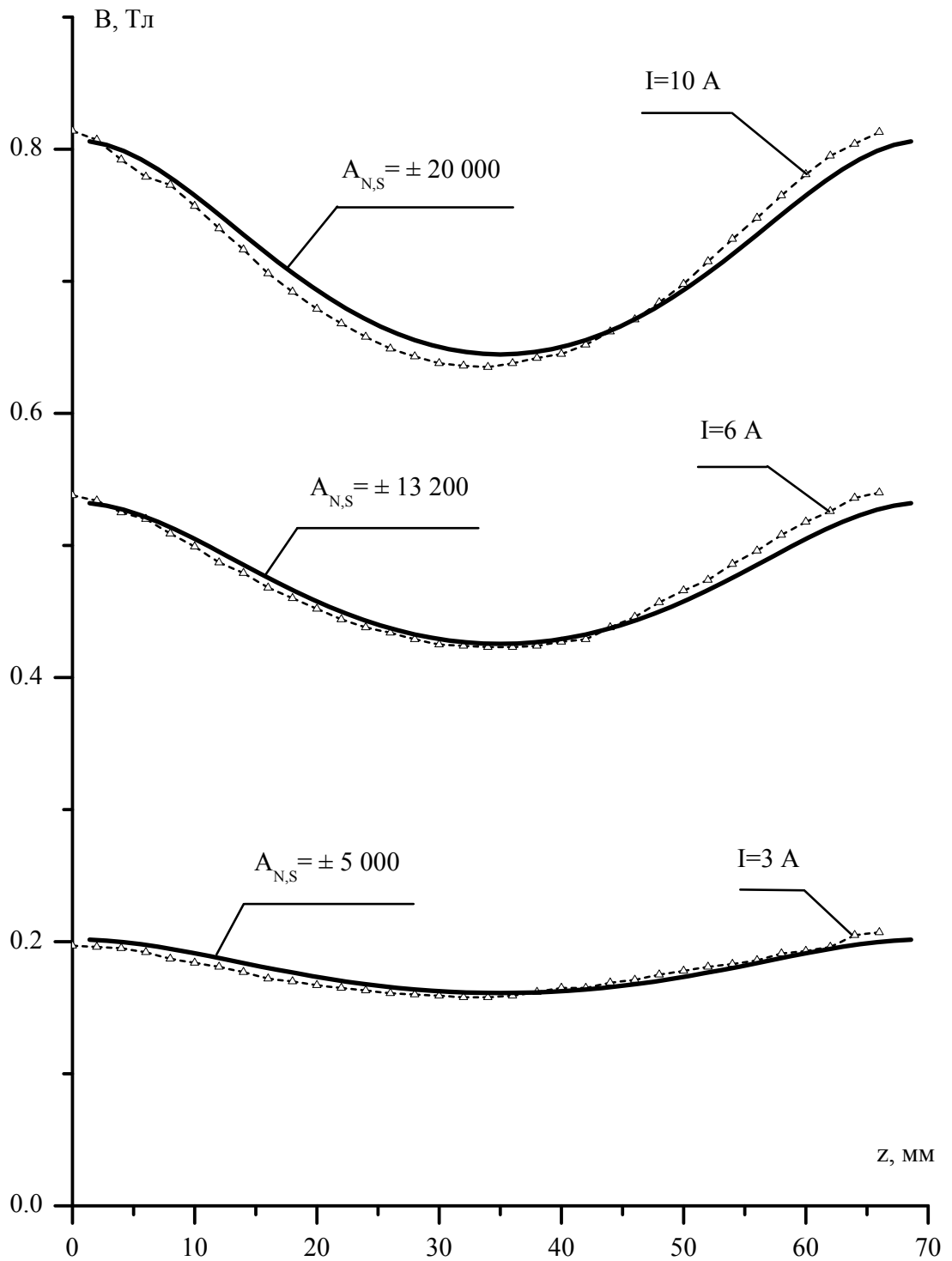


Рисунок 1.5 – Распределение индукции магнитного поля вдоль оси МФС:  
(сплошная линия) – рассчитанная индукция; (пунктирная линия) – индукция,  
измеренная экспериментально

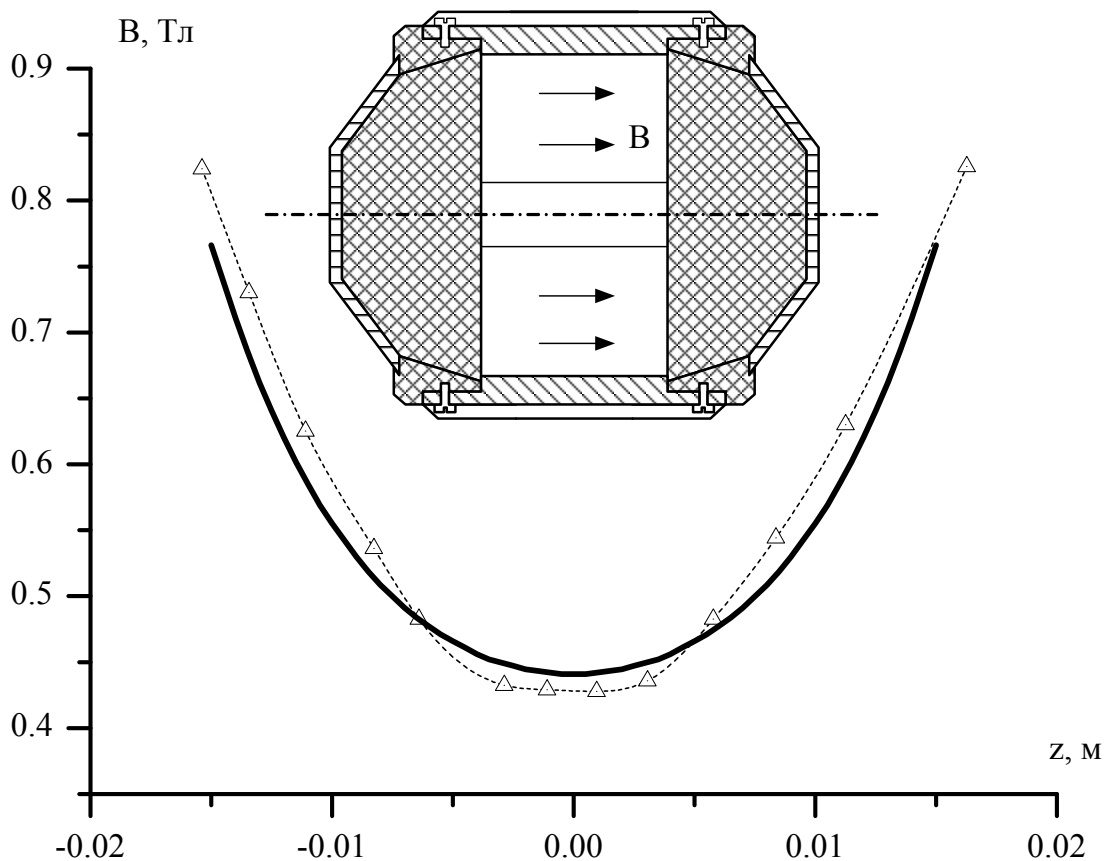


Рисунок 1.6 – Распределение индукции магнитного поля на оси МФС на основе соединения SmCo: рассчитанная индукция – сплошная линия; индукция, измеренная экспериментально [5] – пунктирная линия

Сравнение представленного на рис. 1.6 расчетного и измеренного экспериментально распределения индукции магнитного поля на оси показывает удовлетворительную корреляцию результатов. Однако следует помнить о том, что при изготовлении пакетированных ГДИ для МФС используют магнитотвердые материалы, максимальная магнитная проницаемость которых не превышает нескольких тысяч единиц, что значительно меньше условия применения метода зарядовой плотности для расчета магнитных систем. Поэтому данный метод пригоден, как правило, только для качественной оценки МФС из магнитотвердого материала.

Тем не менее, из рис. 1.5-1.6 видно, что МФС обеспечивают неоднородность индукции магнитного поля не более 2% в рабочей области

зазора фокусирующей системы 10-15 мм, что дает возможность их применения в СВЧ аппаратуре.

#### 1.4 Траекторные уравнения для декартовой системы координат

Для декартовой системы координат можно получить нерелятивистские уравнения движения:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{Q}{m} \left( E_x + B_z \frac{dy}{dt} - B_y \frac{dz}{dt} \right), \\ \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{Q}{m} \left( E_y + B_x \frac{dz}{dt} - B_z \frac{dx}{dt} \right), \\ \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{Q}{m} \left( E_z + B_y \frac{dx}{dt} - B_x \frac{dy}{dt} \right). \end{cases} \quad (1.14)$$

Соответствующие траекторные уравнения в декартовой системы координат будут иметь вид:

$$\begin{cases} x'' = (Q/m_0V) [1 + x'^2 + y'^2]^{1/2} \times \\ \times \left[ (1 + x'^2 + y'^2)^{1/2} (E_x - x'E_z)/V - (1 + x'^2)B_y + y'(x'B_x + B_z) \right], \\ y'' = (Q/m_0V) [1 + x'^2 + y'^2]^{1/2} \times \\ \times \left[ (1 + x'^2 + y'^2)^{1/2} (E_y - y'E_z)/V - (1 + y'^2)B_x + x'(y'B_y + B_z) \right], \end{cases} \quad (1.15)$$

где штрих так же обозначает дифференцирование по независимой переменной  $z$ .

Делая замену  $V = \sqrt{\frac{2q \cdot \Delta U}{m}}$ , в уравнениях (1.15), что следует из закона

сохранения энергии, получаем следующие уравнения движения:



$$\left\{ \begin{array}{l} x'' = \left( \frac{Q}{m_0} \sqrt{\frac{2q \cdot \Delta U}{m}} \right) [1 + x'^2 + y'^2]^{\frac{1}{2}} \times \\ \times \left[ (1 + x'^2 + y'^2)^{\frac{1}{2}} (E_x - x' E_z) / \sqrt{\frac{2q \cdot \Delta U}{m}} - (1 + x'^2) B_y + y' (x' B_x + B_z) \right], \\ y'' = \left( \frac{Q}{m_0} \sqrt{\frac{2q \cdot \Delta U}{m}} \right) [1 + x'^2 + y'^2]^{\frac{1}{2}} \times \\ \times \left[ (1 + x'^2 + y'^2)^{\frac{1}{2}} (E_y - y' E_z) / \sqrt{\frac{2q \cdot \Delta U}{m}} - (1 + y'^2) B_x + x' (y' B_y + B_z) \right], \end{array} \right. \quad (1.16)$$

где  $\Delta U$  – энергия в электрон-вольтах, состоящая из начальной тепловой энергии вылета  $U_T$  и энергии  $\tilde{U}$ , полученной электроном при прохождении разности потенциалов:  $\Delta U = U_\phi + \tilde{U}$ .

Система (1.16) является основной для расчета траекторий движения электронов в трехмерных координатах.

Поскольку МФС (рис. 1.4) обладает аксиальной симметрией, то при вычислении уравнения (1.16) возможно использовать упрощение  $B_x = B_y = B_r$ , где  $B_r$  – радиальная компонента магнитного поля, определенная численным путем.

При условии, что катод имеет нулевой потенциал, а потенциалы в системе электродов задаются относительно него, можно утверждать, что энергия  $\tilde{U}$  электрона, вылетевшего из катода и находящегося в рассматриваемой точке пространства, равна начальной тепловой энергии вылета, определяемой случайным образом из заданного диапазона энергетического разброса.

При вычислении траекторных уравнениях (1.16) необходимо учитывать влияние пространственного заряда. Компоненты поля  $E_x$  и  $E_y$  из системы (1.16) должны содержать слагаемые, обусловленные кулоновским отталкиванием:

$$E_x = E_{\ddot{e},x} + E_{\dot{i},x}, \quad E_y = E_{\ddot{e},y} + E_{\dot{i},y}. \quad (1.17)$$

где  $E_{\tilde{e},x}, E_{\tilde{e},y}$  – компоненты электрического поля, созданного линзами;  
 $E_{\tilde{i},x}, E_{\tilde{i},y}$  – созданного силами кулоновского отталкивания электронов.

В рамках параксиального приближения считается, что силы пространственного заряда в продольном направлении движения не оказывают воздействия на электроны. Это объясняется компенсированием отталкивания частиц в силу их равного количества вдоль продольной оси относительно рассматриваемого электрона. Однако такое приближение справедливо только для монохроматического ЭП, что может иметь несоответствие с практически используемыми ЭОС.

Поперечные компоненты поля  $E_x$  и  $E_y$  определяются из соотношений:

$$E_{\tilde{i},x} = \pm \frac{I \cdot x}{2 \cdot X_{\max}^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot [2 \cdot |Q| \cdot (U - \tilde{U}) / m_0]^{1/2}}, \quad (1.18)$$

$$E_{\tilde{i},y} = \pm \frac{I \cdot y}{2 \cdot Y_{\max}^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot [2 \cdot |Q| \cdot (U - \tilde{U}) / m_0]^{1/2}}, \quad (1.19)$$

где  $X_{\max}$  и  $Y_{\max}$  – максимальные координаты частиц данного сечения, т.е. его полуширина и полувысота; знак  $\pm$  определяет направление действия кулоновской силы, учитывая выталкивание электронов из середины ЭП к его границам.

Следует отметить, что изначально  $X_{\max}$  и  $Y_{\max}$  являются неизвестными, поэтому первый этап расчета траекторий проводится без учета пространственного заряда с целью определения примерных границ пучка.

Для вычисления уравнений (1.16), с учетом соотношений (1.18)-(1.19), также используется пошаговый метод Эверхарта [17].

## 1.5 Результаты численного анализа движения электронов

При траекторном анализе, как и в случае аксиально-симметричной системы, электроны помещаются («вбрасываются») в область катода с некоторой начальной кинетической энергией. Для описанного выше катода, с учетом разброса электронов по скоростям, начальная энергия при моделировании составляла  $20 \pm 5 \text{ эВ}$ . Учет разброса электронов по направлениям предполагает, что их максимальное начальное отклонение, относительно оси ЭП, составляет  $\pm 15^\circ$ .

Пример реализации описанной выше методики приводится для реальной ЭОС, конфигурация электродов которой представлена на рис. 1.1 (основные геометрические размеры электродов, формирующих электрические поля, приведены в таблице 1.1).

В качестве примера апробации методики расчета движения частиц на рис. 1.7 представлена траектория движения электрона в сложном электрическом поле исследуемой диодной ЭОС в прикатодной области с учетом продольного фокусирующего магнитного поля. Как показывают результаты построения, представление ленточного ЭП в виде набора винтовых траекторий сильно затрудняет визуальное восприятие пучка, а при рассмотрении уже более 100 частиц делает невозможным визуальный анализ его микроструктуры, которую следует формировать минимум из  $10^4$  частиц на сечение. В качестве подтверждения сложности визуального анализа траекторий электронов в пучке на рис. 1.8 представлено семейство траекторий для 25 электронов.

Таким образом, на первом этапе, без учета пространственного заряда, рассчитываются траектории порядка 1000 частиц, эмитируемых различными участками катода, и формируется информация о приблизительной границе и структуре ЭП. Далее проводится серия пересчетов с большим количеством

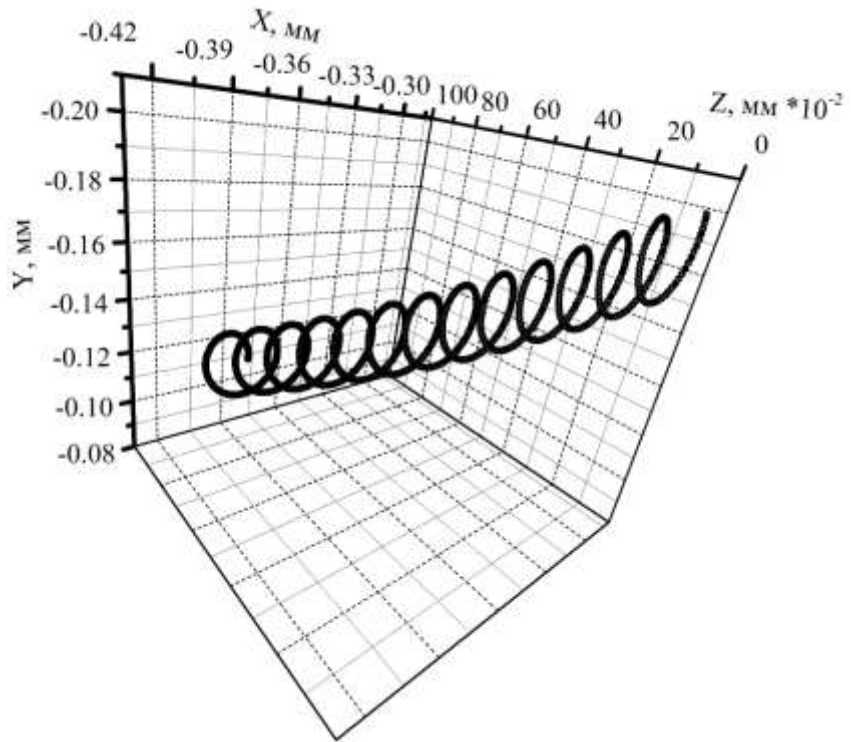


Рисунок 1.7 – Траектория движения одного электрона в прикатодной области диодной ЭОС

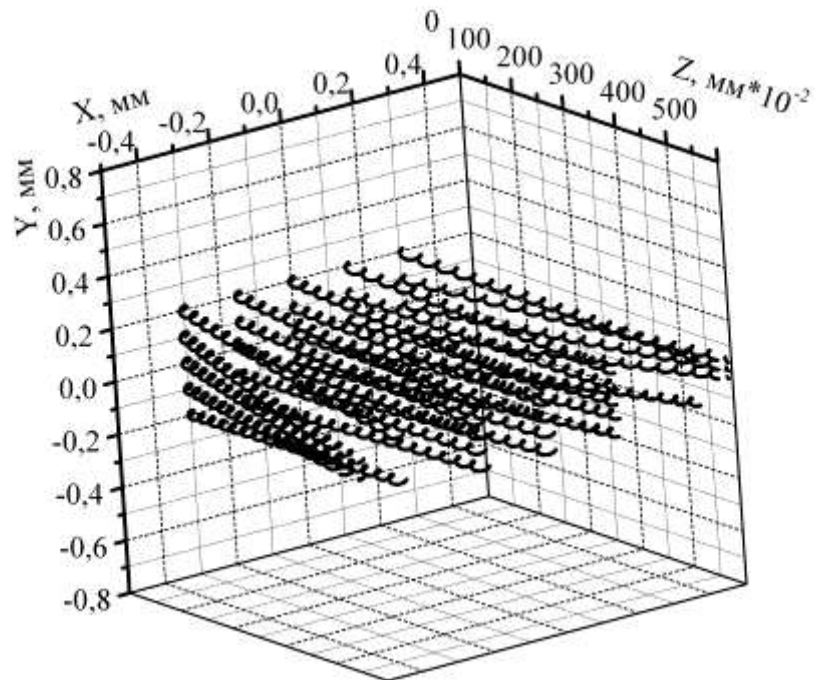


Рисунок 1.8 – Траектории движения 25 электронов в прикатодной области диодной ЭОС

частиц (до  $2 \cdot 10^4$  частиц/сечение), что позволяет получить реальную картину распределения плотности тока в поперечных сечениях. Условие окончания пересчетов обуславливается достижением достаточной точности вычисления границ пучка. Для этого проводится как минимум два расчета, после чего сравнивается отличие огибающих  $R_{n+1}(z) - R_n(z)$  с заданной точностью  $\varepsilon$ . Следовательно, расчет траекторий проводится до тех пор, пока не выполнится соотношение:

$$\begin{cases} \max_z \| X_{\max, n+1}(z) - X_{\max, n}(z) \| < \varepsilon \\ \max_z \| Y_{\max, n+1}(z) - Y_{\max, n}(z) \| < \varepsilon \end{cases} . \quad (1.20)$$

Путем серии численных экспериментов установлено, что практическая реализация алгоритма вычисления позволяет проводить расчеты с минимальной погрешностью  $\varepsilon \approx 10^{-6} - 10^{-8}$ . Однако целесообразными в плане экономии времени являются расчеты с погрешностью  $\varepsilon < 10^{-3}$ .

Для определения микроструктуры ЭП предлагается использовать метод сеточной ловушки частиц, суть которого состоит в следующем: продольное направление движения пучка пересекается сеткой в указанном положении; сетка имеет заданные размеры ячеек и их количество; компьютерный алгоритм, анализируя координаты каждого электрона при пересечении сетки, определяет в какую ячейку он попадает и инкрементирует ее значение на 1; после перебора и анализа всех частиц в каждой ячейке сетки остается информация о количестве частиц, прошедших через нее. Т.о. сетка, после прохождения ЭП через нее, представляет собой матрицу с информацией о распределении плотности тока в указанном сечении.

Следует отметить, что сетка обязательно должна быть равномерной, а количество и размер ячеек определяют разрешающую способность метода и контрастность матрицы распределения плотности тока: чем выше разрешающая способность, тем меньше контрастность, однако есть другой

способ повышения контрастности – увеличение количества частиц.

В качестве примера методики численного анализа микроструктуры пучка на рис.1.9 представлен результат «слежения» за наиболее заметным изменением распределения плотности ЭП в поперечном сечении во внутреннем пространстве электронной пушки (катод-анод) при  $U_A = 4000$  В.

Из рис.1.9а следует, что распределение плотности тока в поперечном сечении на расстоянии 0.2 мм от катода практически равномерное с небольшим градиентом по вертикали, что обусловлено в большей степени начальными условиями: плотность эмиссии равномерна по всей поверхности катода, максимальное угловое отклонение эмитированных электронов от оси системы – не более  $15^\circ$ . Дальнейшее формирование структуры ЭП в пространстве пушки, вплоть до входа в анодную щель на расстоянии 1.0 мм от катода (рис.1.9б), происходит без существенных изменений. Однако, при вхождении в анодную щель заметно значительное воздействие на ЭП фокусирующей линзы анода, которое проявляется в сильном сжатии по вертикали и растяжении по горизонтали ЭП (рис.1.9в), т.е. окончательном формировании ленточного ЭП перед вхождением в фокусирующее магнитное поле.

### **Выводы к разделу 1**

1. Путем использования методики анализа аксиально-симметричных пучков построены численные алгоритмы для вычисления электрических полей и огибающих траекторий движения пучков заряженных частиц в произвольных трехмерных системах с относительной погрешностью  $\varepsilon < 0.001$ .

2. На основании методики определения аксиальных электрических полей предложен метод расчета аксиально-симметричной МФС. Показана удовлетворительная корреляция расчетных и экспериментальных

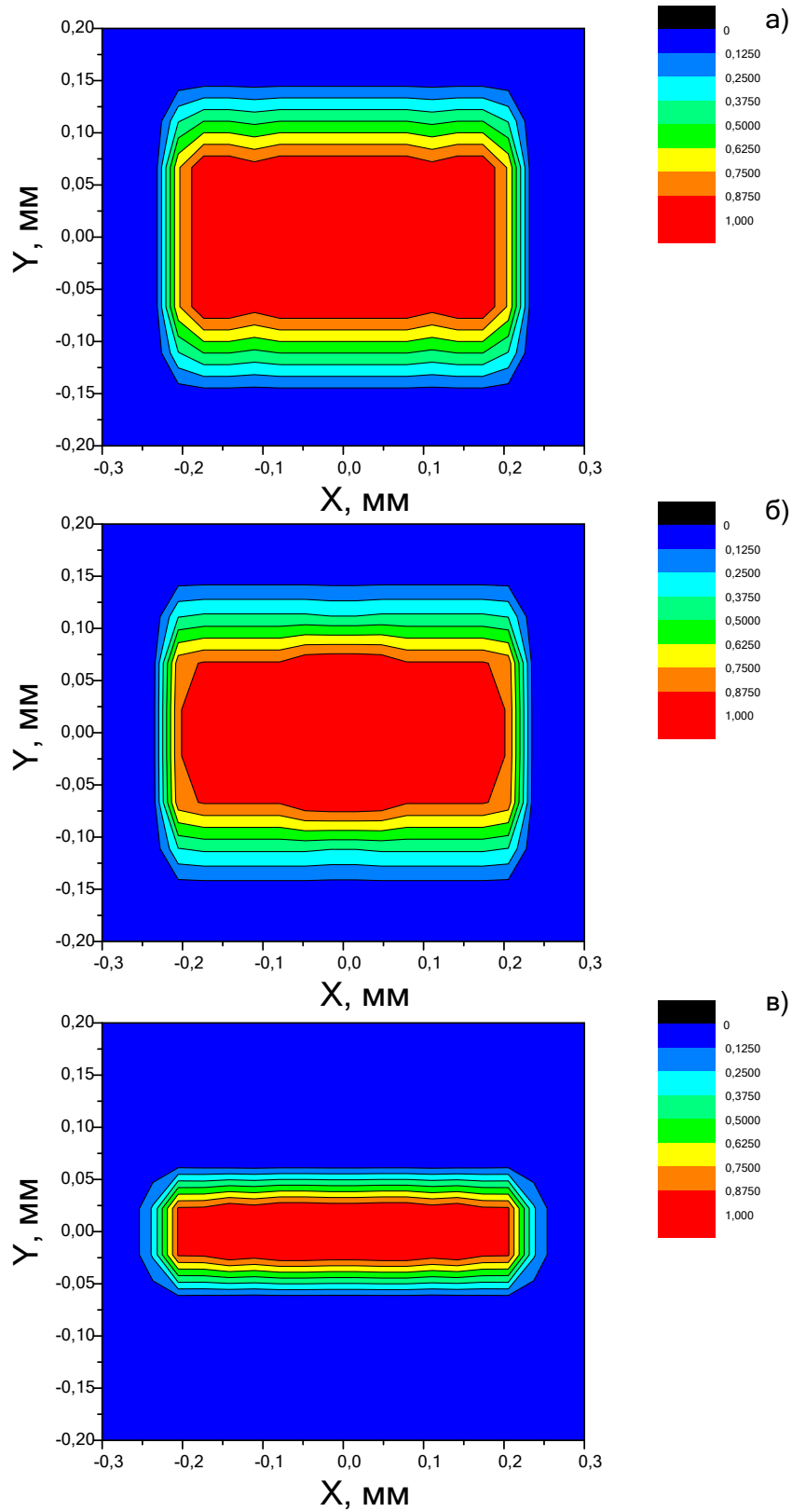


Рисунок 1.9 – Микроструктура ЭП в поперечных сечениях: а) 0.2 мм от катода – начало формирования пучка; б) 1.0 мм от катода – формирование пучка перед анодной щелью; в) 1.4 мм от катода – пучок после прохождения анодной щели

результатов определения индукции магнитного поля при правильном нахождении магнитных потенциалов. Проведен качественный расчет МФС, используемой в пакетированных приборах МСМ диапазона волн.

3. На конкретной геометрии диодной ЭОС показана работоспособность предложенных алгоритмов численного счета полей и траекторий движения электронов. Расчитано распределение потенциала на оси исследуемой ЭОС. В ходе траекторного анализа, с помощью предложенного метода сеточной ловушки частиц, проанализировано изменение микроструктуры ЭП при прохождении участка катод-анод. Показано, что основным элементом, формирующим ленточный ЭП на входе в пространство фокусировки является анодная щель.



## РАЗДЕЛ 2

### ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В УСИЛИТЕЛЕ НА ЭФФЕКТЕ СМИТА-ПАРСЕЛЛА

Расширение областей применения источников электромагнитных колебаний СВЧ диапазона волн предопределило дальнейшее развитие вакуумных усилительных и генераторных устройств. Ухудшение выходных характеристик классических приборов типа ЛБВ, ЛОВ, магнетрон и клистрон [18-21], при продвижении их в миллиметровый и субмиллиметровый диапазоны, стало причиной появления нового класса электровакуумных приборов, использующих открытые электродинамические системы и объемные волны, возбуждаемые протяженными источниками излучения [5, 22, 23].

В последнее время активно обсуждаются вопросы усиления электромагнитных колебаний на пространственных гармониках дифракционного излучения (когерентного излучения Смита-Парселла), возбуждаемого при движении нерелятивистского ЭП вдоль дифракционной решетки (ДР). На данный момент, уже показана возможность взаимодействия ЭП с дифрагированным на периодической структуре полем [5], построена линейная самосогласованная теория при возбуждении плоско-параллельного ОВ одномерным электронным потоком [24-26] и проведен цикл исследований для случая моделирования волны тока пространственного заряда ЭП поверхностной волной диэлектрического планарного волновода [27, 28]. Однако в реальных устройствах дифракционной электроники используются высокоинтенсивные ЭП, сопровождаемые продольным магнитным полем конечной величины, что не учитывается в одномерной теории. Поэтому вопросы дальнейшего развития линейной теории усилителя на эффекте Смита-Парселла, учитывающей влияние магнитного поля и других факторов на электронно-волновые процессы, являются актуальными.

В данной работе проведена классификация электронных волн, кратко

проанализированы результаты решения задач в приближениях заданного тока и поля, а также поставлена и решена двумерная самосогласованная линейная задача.

## 2.1 Классификация электронных волн

В общем случае при взаимодействии электронного потока с электромагнитным полем образуется пространственно-временной спектр продольных и поперечных электронных волн [5, 29, 30].

К продольным волнам относятся медленные волны пространственного заряда (МВПЗ) и быстрые волны пространственного заряда (БВПЗ), распространяющиеся с разными фазовыми скоростями:

$$v_{\delta_I} = \frac{v_0}{1 \pm \omega_R / \omega}, \quad (2.1)$$

где  $v_0$  - постоянная составляющая скорости невозмущенных электронов,  $\omega$  - частота модуляции ЭП;  $\omega_R = R\omega_p$  - эффективная (редуцированная) плазменная частота;  $R$  - коэффициент редукции;  $\omega_p$  - плазменная частота; знаки «+» и «-» относятся к скоростям БВПЗ и МВПЗ, соответственно.

К поперечным относятся медленные циклотронные волны (МЦВ) и быстрые циклотронные (БЦВ), которые возбуждаются в ЭП при фокусировке его магнитным полем. Фазовые скорости этих волн определяются соотношением:

$$v_{\delta_N} = \frac{v_0}{1 \pm s \frac{\omega_c}{\omega}}, \quad (2.2)$$

где  $s = 0, 1, 2, \dots$  - номер циклотронной волны;  $\omega_c = \eta B_0$  - циклотронная частота;  $B_0$  - индукция фокусирующего магнитного поля;  $\eta = \frac{e}{m_e}$ ,  $e, m_e$  - заряд и масса электрона; знаки «+», «-» относятся к скоростям МЦВ и БЦВ, соответственно.

В отличие от продольных волн поперечные обладают поляризационными свойствами: БЦВ являются правополяризованными, а МЦВ – левополяризованными. В классических приборах с длительным взаимодействием эффективность энергообмена определяется условием квазисинхронизма одной или нескольких электронных волн с полем поверхностной волны замедляющей системы [30].

В приборах дифракционной электроники, кроме условия квазисинхронизма электронов с полем дифракционного излучения, должно выполняться условие когерентного излучения [5].

## 2.2 Постановка задачи и методы исследований

Теоретическая модель усилителя на эффекте Смита-Парселла схематично представлена на рис.2.1.

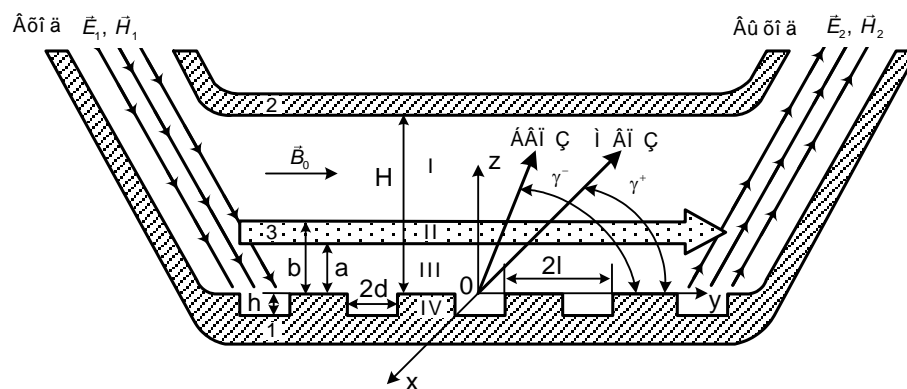


Рисунок 2.1 – Теоретическая модель самосогласованной задачи возбуждения усилителя на эффекте Смита-Парселла

Открытый волновод образован параллельно расположенными, на расстоянии  $H$ , металлическим зеркалом 1 и дифракционной решеткой 2 типа «гребенка» с периодом  $2l$ , шириной и глубиной щелей, соответственно,  $2d$  и  $h$ . Над решеткой движется фокусируемый магнитным полем  $\vec{B}_0$ , плоский электронный поток 3. Вся система открытого волновода может быть условно

разбита на четыре области, поля в которых описываются различными уравнениями: I – область между электронным потоком и металлическим зеркалом; II – область движения электронного потока; III – область между электронным потоком и дифракционной решеткой; IV – область поля, формируемого периодической структурой.

Принцип действия усилителя, как и других устройств дифракционной электроники, основан на эффекте излучения когерентных сгустков плотностей заряда электронов, которые образуют продольную (поперечную или суперпозицию продольной и поперечной) электронную волну конвекционного тока, распространяющуюся вдоль системы решетка - ЭП, с постоянной фазовой скоростью, удовлетворяющей условию возбуждения дифракционного излучения. Такие волны возбуждаются в потоке электронов, при взаимодействии их с полем медленной пространственной дифракционной гармоники, которая образуется при дифракции электромагнитной волны на периодической структуре. Оптимальную плотность энергии дифракционного излучения ЭП возбуждает при синхронизме МВПЗ с полем медленной дифракционной гармоники. В этом случае при взаимодействии с дифрагированным на решетке падающим полем можно реализовать режим усиления электромагнитных волн.

При анализе электронно-волновых процессов в приборах дифракционной электроники обычно используются три метода решения задач: приближение заданного тока, модулированного по плотности заряда ЭП; приближение заданного поля, дифрагированного на решетке; самосогласованное решение задачи дифракционной электроники, практически объединяющее два первых метода.

**Метод заданного тока.** Этот метод достаточно хорошо развит в работах [5, 22, 31] и основывается на решении уравнений Маквелла в приближении заданного источника (плотности заряда или конвекционного тока). В этом случае, при движении модулированного ЭП вблизи решетки, полное электромагнитное поле состоит из суммы собственного поля ЭП в свободном

пространстве и рассеянного дифракционной решеткой поля. Находя поля ЭП и решая дифракционную задачу рассеяния собственных полей пучка решеткой, определяют основные характеристики дифракционного излучения: условия излучения, электромагнитное поле, плотность излучения.

С помощью данного метода, без учета влияния дифрагированного на решетке падающего поля  $\vec{E}_1, \vec{H}_1$ , можно проанализировать электронно-волновые процессы, протекающие в областях II – IV усилителя (рис.2.1).

Предположим, что в модулированном электронном потоке, движущимся вблизи дифракционной решетки, образуются преимущественно продольные волны пространственного заряда. Тогда плотность конвекционного тока всего пучка можно представить в виде суммы парциальных монохроматических потоков.

Из анализа условий излучения следует, что МВПЗ и БВПЗ возбуждают дифракционное излучение при скоростях электронов [5]:

$$\left(1 \pm \frac{\omega_R}{\omega}\right) \frac{\kappa c}{|n| + \kappa} \leq v_0 \leq \left(1 \pm \frac{\omega_R}{\omega}\right) \frac{\kappa c}{|n| - \kappa}, \quad (2.3)$$

а потоки энергии этого излучения направлены под углами

$$\gamma_n^\pm = \arccos\left(\frac{1}{\beta_e} - \frac{|n|}{\kappa} \pm \frac{\omega_R}{\omega}\right), \quad (2.4)$$

где углы  $\gamma_n^\pm$  отсчитываются против часовой стрелки, относительно положительного направления движения электронов;  $\kappa = \frac{2l}{\lambda}$ ;  $n = 0, -1, -2, \dots$  - номер пространственной гармоники дифракционного излучения;  $\beta_e = \frac{v_0}{c}$ ,  $c$  - скорость света.

Из соотношения (2.4) видно, что образовавшиеся в потоке электронные волны возбуждают дифракционное излучение под различными углами. При этом, изменив период решетки, скорость электронов и частоту модуляции, можно обеспечить условия излучения одной или одновременно несколькими электронными волнами. Разница между углами излучения значительно

зависит от плотности тока пучка.

Поперечные электронные волны в потоке возникают под воздействием различных факторов, связанных с динамическими и статическими смещениями траекторий электронов пучка.

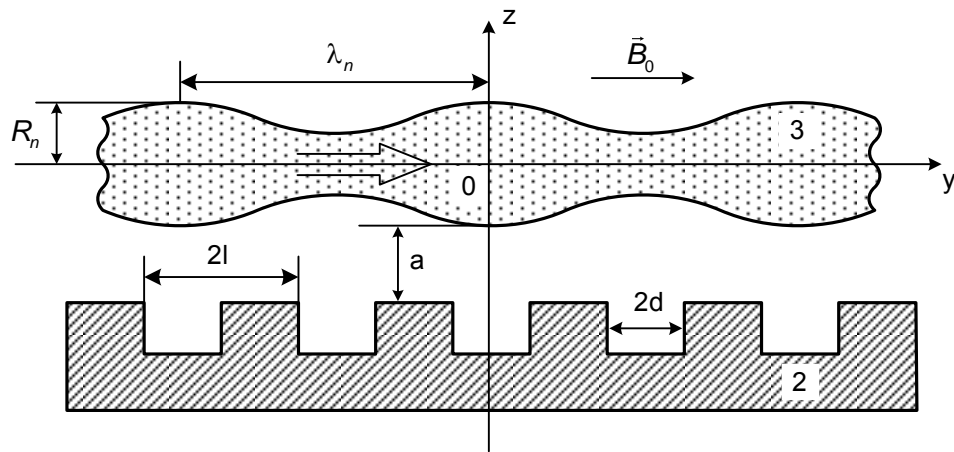


Рисунок 2.2 – Теоретическая модель задачи возбуждения дифракционного излучения поперечными электронными волнами пульсирующего электронного потока:  $\lambda_n$  - длина волны пульсаций,  $R_n$  - радиус пульсаций

Подобные электронные потоки в большинстве случаев присутствуют в пространстве взаимодействия приборов типа «О», где расчет статической формы пучка для заданных электрических и геометрических параметров электронной пушки и электродинамической структуры сводится к преобразованию и интегрированию уравнений движения электронов в статических магнитных или электрических полях. В этом случае, из условия излучения вытекает, что дифракционное излучение возбуждается циклотронными волнами при скоростях электронов [5]

$$\left(1 \pm s \frac{\omega_c}{\omega}\right) \frac{\kappa c}{|n| + \kappa} \leq v_0 \leq \left(1 \pm s \frac{\omega_c}{\omega}\right) \frac{\kappa c}{|n| - \kappa}, \quad (2.5)$$

а направления излучения этих волн определяются углами

$$\gamma_{s,n} = \arccos \frac{\left(1 \pm s \frac{\omega_c}{\omega}\right) \eta + n}{\kappa}, \quad (2.6)$$

где  $\eta = \frac{\kappa}{\beta_e}$ , знаки « $\pm$ » относятся к дифракционному излучению МЦВ

и БЦВ, соответственно; если  $s=0$ , то дифракционное излучение возбуждается собственными электронными волнами (СЭВ).

Согласно (2.6) БЦВ и МЦВ возбуждают дифракционное излучение только при определенном значении фокусирующего магнитного поля на постоянной частоте, но под различными углами относительно направления движения потока.

Выделим параметры электронного потока и периодической структуры, при которых дифракционное излучение возбуждается продольными и поперечными электронными волнами. Области изменения этих параметров продемонстрированы на диаграмме Бриллюэна рис.2.3 [5].

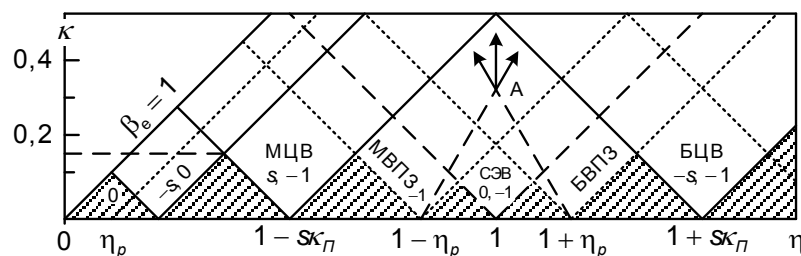


Рисунок 2.3 – Диаграмма Бриллюэна областей возбуждения дифракционного излучения продольными и поперечными электронными волнами

Условиям излучения МВПЗ и БВПЗ соответствуют параметры, попавшие в незаштрихованные области, которые ограничены прямыми  $\beta_e = 1$  и лучами углов секторов с вершинами  $\eta = \eta_p ; 1 \pm \eta_p$  (точечные линии); МЦВ и БЦВ наблюдаются в областях секторов с вершинами  $\eta = s\kappa_T , \eta = 1 \pm s\kappa_T$ . По диаграмме легко определить условия для дифракционного излучения возбуждаемого одной ( $\kappa < \kappa_1$ ) или одновременно несколькими продольными и поперечными электронными волнами. В частности точка А соответствует одновременному возбуждению дифракционного излучения МВПЗ, БВПЗ и СЭВ. В данном случае МВПЗ возбуждает излучение под острым углом,

БВПЗ – под углом больше  $90^\circ$ , а СЭВ – по нормали к поверхности решетки.

**Приближение заданного поля** применяется для исследования линейных процессов энергообмена потока электронов с дифрагированным на решетке электромагнитным полем, а также для изучения начальной стадии возбуждения колебаний и определения стартовых характеристик приборов СВЧ.

Данный метод заключается в последовательном решении трех взаимосвязанных частных задач: дифракции электромагнитной волны на решетке; взаимодействия электронного потока с дифрагированным полем; возбуждения дифракционного излучения конвекционным током, образовавшимся при взаимодействии с полем дифракционной решетки [5, 31].

На рис. 2.4 представлена теоретическая модель исследуемой системы, которая описывает электронно-волновые процессы при падении электромагнитной волны  $\vec{E}, \vec{H}$ , на дифракционную решетку, что соответствует описанию полей в пространстве взаимодействия усилителя I – IV (рис. 2.1), без учета обратной связи ЭП с отраженной от верхнего зеркала волной.

Если решетка с электронным потоком облучается полем под произвольным углом  $\alpha' = 90^\circ + \alpha$  (например,  $H$  - поляризованной волной, то задача решается аналогично приведенной в [32]). В этом случае при периоде решетки  $2l < \frac{\lambda}{1 + \sin \alpha}$  отражаться под углом  $\alpha_0 = 90^\circ - \alpha$  будет только нулевая ( $m = 0$ ) пространственная гармоника; остальное поле является суперпозицией поверхностных дифракционных гармоник, распространяющихся в направлении оси  $Oy$  с фазовыми скоростями

$$v_\delta = \frac{\kappa c}{m + \kappa \sin \alpha}, \quad (2.7)$$



где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

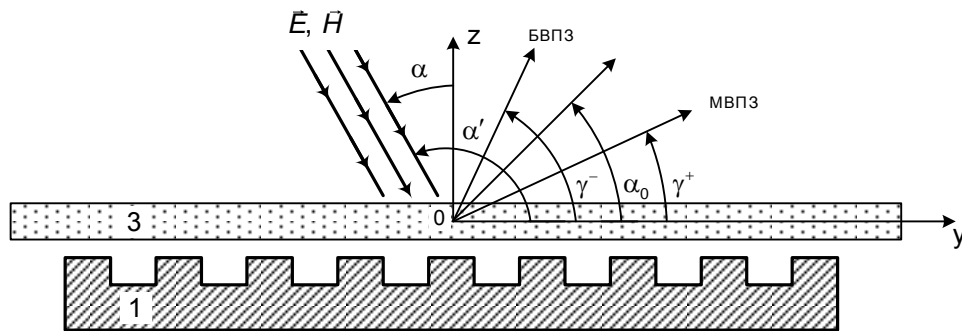


Рисунок 2.4 – Теоретическая модель формирования дифракционного излучения при заданном дифрагированном на решетке электромагнитном поле

В общем случае, из совместного анализа условий излучения и плотности энергии следует ряд свойств и эффектов, представляющих научный и практический интерес [33, 34]:

1. В электронном потоке, взаимодействующем с дифрагированным на периодической структуре полем, при  $\nu_0 = \nu_0$  возбуждается спектр электронных волн, распространяющихся с различными фазовыми скоростями. Это приводит к возбуждению дифракционного излучения в различных направлениях (рис. 2.4) симметрично направлению распространения отраженного от решетки поля (угол  $\alpha_0$ ).

2. В процессе взаимодействия электронного потока с дифрагированным полем МВПЗ отдает, а БВПЗ поглощает энергию поля поверхностной гармоники, что приводит к эффектам усиления и поглощения дифрагированного поля электронным потоком. При заданных углах  $\alpha$  падения поля на решетку максимальное усиление и поглощение его обеспечиваются путем увеличения и уменьшения скорости электронов до значений

$$v_0^\pm = v_\delta \left( 1 \pm \frac{\omega_R}{\omega} \right). \quad (2.8)$$

3. Путем изменения угла  $\alpha$  и фазы падающего на решетку электромагнитного поля обеспечивается управление процессом взаимодействия электронного потока с дифрагированным полем, при котором можно максимально усилить или ослабить дифракционное излучение ЭП. Этот эффект указывает на возможность реализации фазовой фокусировки ЭП в устройствах дифракционной электроники, если соответствующим образом изменить конфигурацию отражающего зеркала открытой электродинамической системы усилителя (рис. 2.1). В частности верхнее зеркало 2 может быть выполнено в виде цилиндрической дифракционной решетки, вдоль образующей которой расположен планарный диэлектрический волновод [34].

Описанные выше свойства дифракционного излучения волн пространственного заряда подтверждаются теоретическими зависимостями мощности взаимодействия МВПЗ и БВПЗ, а также экспериментальными данными [33, 34].

**Решение задач в самосогласованной постановке** основывается на применении классических уравнений возбуждения резонансных автогенераторов с длительным взаимодействием [30]. При совместном решении уравнений движения и поля получается система нелинейных нестационарных уравнений, анализ которых возможен лишь в некоторых случаях. Если же решать самосогласованную задачу в малосигнальном приближении [24, 30], исходную систему нелинейных дифференциальных уравнений электроники в частных производных удастся линеаризовать и получить линейную систему уравнений. Решая краевую задачу, можно найти условия возбуждения колебаний.

### 2.3 Самосогласованное решение задачи

В рамках вышеизложенного подхода рассмотрены электронно-волновые процессы в открытом волноводе (рис. 2.1) с учетом конечной величины фокусирующего магнитного поля. Решение электродинамической задачи проводится методом частичных областей [24, 25]. Поле в каждой области определялось исходя из уравнений Максвелла и необходимых граничных условий. Учитывая требования непрерывности компонент поля на границах областей, получаем самосогласованную систему уравнений, позволяющую определить дисперсионное уравнение.

Согласно теоретической модели, вдоль дифракционной решетки 1 движется ленточный электронный пучок 2 конечной толщины, фокусируемый продольным магнитным полем  $\vec{B}_0$  (рис. 1). В потоке электронов, в общем случае, будут наблюдаться пульсации границ (рис. 2.2). В нашем приближении считаем начальные скорости электронов вдоль осей  $Oz$  и  $Ox$  равными нулю, что позволит не учитывать амплитуду пульсаций потока. По оси  $Ox$  пучок бесконечен, то есть  $\frac{\ddot{a}}{\ddot{a}x} = 0$ . Предположим, что электроны ускорены электрическим полем до вхождения в пространство взаимодействия и имеют постоянную составляющую скорости вдоль оси  $Oy$ , которая считается намного меньше скорости света. Все параметры, характеризующие область движения ЭП представим в виде суммы постоянных и малых переменных величин, гармонически зависящих от времени (фактор  $e^{-i\omega t}$ ):  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \tilde{v}$ ,  $\rho = \rho_0 + \tilde{\rho}$ ,  $j = j_0 + \tilde{j}$ ,  $E_y = E_0 + \tilde{E} + \tilde{E}_{i\zeta}$ , где  $\vec{v}_0$ ,  $\tilde{v}$ ,  $\rho$ ,  $\tilde{\rho}$ ,  $j$ ,  $\tilde{j}$ , – постоянная и переменная составляющие скорости электронов, плотности заряда и плотности тока, соответственно;  $E_0$ ,  $\tilde{E}$ ,  $\tilde{E}_{i\zeta}$  – кулоновская, продольная и потенциальная части электрического поля, причем,  $\tilde{v} \ll v_0$ ;  $\tilde{\rho} \ll \rho_0$ ;  $\tilde{j} \ll j_0$ ;  $E_0 = 0$ ;  $\omega_p = \sqrt{e\rho_0 / m_e \varepsilon_0}$  – плазменная частота, тогда параметр пространственного заряда  $q = \omega_p / \omega$ , для нашего случая  $q \approx 0,01$ .

Учет влияния фокусирующего магнитного поля на электронно-волновые процессы в усилителе, проведем путем включения в уравнение движения электронов дополнительных слагаемых вида  $(\omega_c \frac{d\tilde{x}}{dt})$  и  $(-\omega_c \frac{d\tilde{z}}{dt})$ . Следует отметить, что исходная система уравнений движения описывает также и высокочастотные смещения электронов  $\tilde{y}$  и  $\tilde{z}$ . Особенностью нахождения поля электромагнитной волны в области электронного потока является переход от системы уравнения движения в проекциях на оси координат к двум дифференциальным уравнениям для ВЧ-смещений электронов. Используя теорему Флоке и представляя ВЧ смещения в виде разложения по собственным функциям периодической структуры получим связь между компонентами ВЧ-смещений и компонентами электрического поля волны. Далее из уравнений Максвелла и с учетом соотношения компонент поля получим волновое уравнение, путем решения которого можно найти все составляющие ТМ-волны в области электронного потока. Совместно решая уравнения, описывающие электромагнитные поля в каждой из областей (рис. 2.1), с учетом граничных условий, применяя метод перераспределения системы функций полной на одном интервале по системе функций полной на другом интервале получаем дисперсионное уравнение общего вида.

Уравнение движения в области II.

Рассматривая ТМ-волну ( $E_x = H_y = H_z = 0$ ) и полагая  $\ddot{a}/\dot{a}x = 0$ , в рамках линейной теории, запишем векторное уравнение движения электронов:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e}{m_e} \vec{E}. \quad (2.9)$$

Тогда из (9), учитывая то, что  $\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega$ , приходим к выражению:

$$\frac{\ddot{a}^2 \tilde{y}}{\ddot{a}y^2} - 2i\beta \frac{\ddot{a}\tilde{y}}{\ddot{a}y} - \beta \tilde{y} = \frac{E_y}{2U_0}, \quad (2.10)a$$

где  $\beta = \frac{\omega}{v_0}$ ;  $U_0 = \frac{v_0^2}{2\eta}$  - ускоряющее напряжение.

Учитывая, что  $\frac{d\tilde{x}}{dt} = -\omega_c \tilde{z}$  окончательно получаем:

$$\frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial y^2} - 2i\beta \frac{\partial \tilde{z}}{\partial y} - (\beta^2 - \beta_c^2) \tilde{z} = \frac{E_z}{2U_0}, \quad (2.10б)$$

где  $\beta_c = \frac{\omega_c}{v_0}$ .

Далее используя теорему Флоке [35], высокочастотные компоненты представим в виде разложения по собственным функциям. Таким образом, преобразуя ((2.10)а, б) приходим к выражению  $n$ -х компонент высокочастотных смещений:

$$y_n(z) = -\frac{e E_{yn}(z)}{m_e (\omega - v_0 \alpha_n)^2}, \quad (2.11)$$

$$z_n(z) = -\frac{e E_{zi}(z)}{m_e ((\omega - v_0 \alpha_n)^2 - \omega_c^2)},$$

где  $\alpha_n = \alpha_0 - \frac{\pi n}{l}$  - коэффициент распространения пространственных гармоник.

Воспользовавшись системой уравнений Максвелла – Лоренца и продифференцировав каждое из них получим выражения для ВЧ-составляющих компонент вектора конвекционного тока:

$$\tilde{j}_y = \rho_0 \frac{d\tilde{y}}{dt} + v_0 \tilde{\rho} = \rho_0 \frac{d\tilde{y}}{dt} + v_0 \rho_0 \frac{d\tilde{y}}{dy} + v_0 \tilde{\rho}, \quad (2.12)$$

$$\tilde{j}_z = \rho_0 \frac{d\tilde{z}}{dt} = \rho_0 \frac{d\tilde{z}}{dt} + v_0 \rho_0 \frac{d\tilde{z}}{dy}.$$

Подставив (2.12) в уравнения, решенные относительно компонент электрического поля, а также учитывая уравнение (2.11) и зависимость  $e^{-i\omega t}$  получим связь между  $n$ -ми,  $z$ -ми,  $y$ -ми компонентами электрического поля. Продифференцировав по  $z$  приходим к окончательному выражению для  $E$  компонент ВЧ поля:

$$E_{zn}(z) = \frac{i\alpha_n \ddot{a}^2 E_{ny}(z)}{k^2 - \alpha_n^2 + k^2 \tilde{A}_n^z \left[ 1 - \frac{v_0 \alpha_n}{\omega} \right]}, \quad (2.13)$$

$$\text{где } \tilde{A}_n^z = -\frac{\omega_p^2}{(\omega - v_0 \alpha_n)^2 - \omega_c^2}.$$

Из выражения (2.13) получим соотношение, которое позволяет разделить компоненты поля, связанные смешанными производными и получить волновое уравнение относительно  $E_{yn}$ :

$$\frac{\partial^2 E_{yn}(z)}{\partial z^2} + \xi_{cn}^2 \tilde{A}_{cn}^2 \tilde{A}_{ci} \dot{A}_{ci}(z) = 0, \quad (2.14)$$

где

$$\xi_{cn} = \left[ k^2 - \alpha_n^2 - k^2 \left( 1 - \frac{v_0 \alpha_n}{\omega} \right) \frac{\omega_p^2}{(\omega - v_0 \alpha_n)^2 - \omega_c^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \tilde{A}_{ci} = \left[ \frac{1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - v_0 \alpha_n)^2}}{1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - v_0 \alpha_n)^2 - \omega_c^2}} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Произведение  $\xi_{cn}^2 \tilde{A}_{ci}^2$ , как видно из (2.14), является эффективной диэлектрической проницаемостью электронного пучка в продольном магнитном поле конечной величины. При стремлении величины магнитного поля  $B_0$  к бесконечности ( $\omega_n \rightarrow \infty$ ), уравнение (2.14) переходит в волновое уравнение поля, для пучка с одномерным характером движения электронов [24, 25]. Из (2.13) и (2.14) полные выражения для компонент электрического и магнитного полей в области II будут иметь следующий вид:

$$E_y^II = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha_n y} (C_n e^{i\xi_{cn} \tilde{A}_{cn}(z-c)} + D_n e^{-i\xi_{cn} \tilde{A}_{cn}(z-c)}), \quad (2.15)$$

$$E_z^II = -\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha_n \tilde{A}_{cn}}{\xi_{cn}} e^{i\alpha_n y} (C_n e^{i\xi_{cn} \tilde{A}_{cn}(z-c)} - D_n e^{-i\xi_{cn} \tilde{A}_{cn}(z-c)}), \quad (2.16)$$

$$H_{xn}^II = -\left( \frac{(\alpha_n^2 + \xi_{cn}^2) \tilde{A}_{cn}}{(\xi_{cn}^2 + \alpha_n^2) \xi_{cn}} \right) \varepsilon_0 \omega (C_n e^{i\xi_{cn} \tilde{A}_{cn}(z-c)} - D_n e^{-i\xi_{cn} \tilde{A}_{cn}(z-c)}), \quad (2.17)$$

где  $\xi_n = \sqrt{k^2 - \alpha_n^2}$ , а  $C_n$  и  $D_n$  - постоянные интегрирования.

**Нахождение полей в областях I, III, IV.** Аналогично решению поля для области II, находим напряженности электрического ( $\vec{A}$ ) и магнитного ( $\vec{I}$ ) полей в III, IV и I областях. Из уравнений Максвелла, представляя решения электрического поля через вектор Герца  $\vec{I}$ , имеем:

$$\frac{\partial^2 \vec{I}_n(z)}{\partial z^2} + (k^2 - \alpha_n^2) \vec{I}_n(z) = 0. \quad (2.18)$$

Решением задачи в областях III и IV является собственное поле открытой замедляющей системы без активной среды. Решение уравнения (18) ищем в виде:

$$\vec{I}_n(z) = (A_n e^{i\xi_n(z-b)} + B_n e^{-i\xi_n(z-b)}).$$

Таким образом, для компонент поля в области IV с учетом граничных условий  $E_y = 0$  при  $z = -h$  получаем следующие уравнения:

$$, \quad (2.19)$$

$$\vec{A}_o^{IV} = -\frac{i}{\omega \varepsilon_0} e^{i\pi \alpha_0 N l} \sum_{m=0}^{\infty} D_m \eta_m \sin \eta_m (z+h) \cos \frac{\pi m}{2d} (y - 2Nl + d), \quad (2.20)$$

$$\text{где } p_m^2 = \left( \frac{\pi m}{2d} \right)^2, \quad \eta_m = \sqrt{k^2 - p_m^2}.$$

Для нахождения полей в I области воспользуемся выражениями для компонент поля следующего вида:

$$\begin{cases} E_y^I = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \xi_n^2 e^{i\alpha_n y} E_n (e^{i\xi_n(z-t)} + e^{-i\xi_n(z-t)}), \\ H_x^I = -\omega \varepsilon_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \xi_n e^{i\alpha_n y} E_n (e^{i\xi_n(z-b)} + e^{-i\xi_n(z-b)}). \end{cases} \quad (2.21)$$

Совместное решение для III и IV областей, с учетом граничных условий относительно коэффициента  $B_n / A_n$  ( $B_n \in A_n$  - коэффициенты Фурье-амплитуды дифрагированного поля), проводилось методом переразложения функции полной на одном интервале, по системе функций полной на другом интервале.

Исходя из условия непрерывности тангенциальных компонент поля на

границе областей, можно записать:

$$\mathring{A}_\sigma^{\text{III}} = \begin{cases} \mathring{A}_\sigma^{\text{IV}}, 2Nl - d \leq y \leq 2Nl + d - \text{à àëü,} \\ 0 \text{ àí à ôéàçáí í í é í áéàñðè - ì àðàèë,} \\ \mathring{I}_\sigma^{\text{III}} = \mathring{I}_\sigma^{\text{IV}} \text{ à í ááèð í áéàñðöõ.} \end{cases} \quad (2.22)$$

Умножив (2.22) на ортогональные функции  $\bar{a}^{-i\alpha_n y} \text{ è } \cos \frac{\pi m}{2d}(y+d)$ , затем проинтегрировав от  $-1$  до  $1$  и от  $-d$  до  $d$  с множителями  $\frac{1}{2l} \text{ è } \frac{1}{2d}$ , соответственно, а также учитывая (2.20) и полагая  $z=0, n=0$ , получим искомое дисперсионное уравнение:

$$1 + \frac{1}{ld} \text{ktg}(kh) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 \alpha_n d}{\alpha_n^2} \frac{\hat{O}_n(0)}{\hat{O}'_n(0)} = 0, \quad (2.23)$$

где

$$\frac{\hat{O}_n(0)}{\hat{O}'_n(0)} = \frac{-\omega \varepsilon_0 \xi_n (e^{-i\xi_n b} - \frac{B_n}{A_n} e^{i\xi_n b})}{-i\omega \varepsilon_0 \xi_n^2 (e^{-i\xi_n b} + \frac{B_n}{A_n} e^{i\xi_n b})} = -\frac{i}{\xi_n} \frac{(e^{-i\xi_n b} - \frac{B_n}{A_n} e^{i\xi_n b})}{(e^{-i\xi_n b} + \frac{B_n}{A_n} e^{i\xi_n b})}. \quad (2.24)$$

Уравнение (2.24) является дисперсионным уравнением открытой замедляющей системы без активной среды. Через неопределенные коэффициенты  $B_n/A_n$ , входящие в  $\hat{O}_n(z)$  и  $\hat{O}'_n(z)$ , используя условия непрерывности  $E_x$  и  $H_x$  компонент, получаем конечное трансцендентное дисперсионное уравнение следующего вида:

$$1 + \frac{1}{ld} \text{ktg}(kh) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 \alpha_n d}{\alpha_n^2 \xi_n} \left[ \frac{\left( \frac{(\alpha_n^2 + \xi_n^2) S_n}{(\alpha_n^2 + \xi_n^2)} \left[ 1 - \frac{(\alpha_n^2 + \xi_n^2) S_n}{(\alpha_n^2 + \xi_n^2)} \text{tg} \xi_n (t-c) \text{tg} \xi_{cn} \tilde{A}_{\text{ñí}}(c-b) \right] \right)}{\left( \frac{(\alpha_n^2 + \xi_n^2) S_n}{(\alpha_n^2 + \xi_n^2)} \left[ 1 - \frac{(\alpha_n^2 + \xi_n^2) S_n}{(\alpha_n^2 + \xi_n^2)} \text{tg} \xi_n (t-c) \text{tg} \xi_{cn} \tilde{A}_{\text{ñí}}(c-b) \right] \right)} \right] \times$$

$$\times \frac{\cos \xi_n b - \left[ \frac{(\alpha_n^2 + \xi_n^2) S_n}{(\alpha_n^2 + \xi_n^2)} \text{tg} \xi_n (t-c) + \text{tg} \xi_{cn} \tilde{A}_{\text{ñí}}(c-b) \right] \sin \xi_n b}{\cos \xi_n b + \left[ \frac{(\alpha_n^2 + \xi_n^2) S_n}{(\alpha_n^2 + \xi_n^2)} \text{tg} \xi_n (t-c) + \text{tg} \xi_{cn} \tilde{A}_{\text{ñí}}(c-b) \right] \cos \xi_n b} = 0. \quad (2.25)$$



**Приближенные дисперсионные уравнения.** Введем ряд предположений, которые позволяют упростить уравнение (2.25): связь поля решетки и ЭП – максимальна ( $b = 0$ ), электронный поток взаимодействует с первой пространственной гармоникой, а излучение объемных волн происходит на нулевой гармонике. Учитывая малый порядок величин пространственного заряда  $q$  и циклотронного параметра  $\Omega_c = \omega_c / \omega$ , обезразмеривая волновые числа и геометрические параметры, получаем упрощенное дисперсионное уравнение:

$${}^2\Omega(\kappa, \mu) = \Delta_0(\kappa, \mu), \quad (2.26)$$

где:

$${}^2\Omega(\kappa, \mu) = \left( \frac{\frac{\Gamma_{\tilde{n}1}}{\xi_{\tilde{n}1}} \left( 1 + \frac{\Gamma_{\tilde{n}1}}{\xi_{\tilde{n}1}} th(\pi \varepsilon \Gamma_{\tilde{n}1} \xi_{\tilde{n}1}) \right)}{\frac{\Gamma_{\tilde{n}1}}{\xi_{\tilde{n}1}} + th(\pi \varepsilon \Gamma_{\tilde{n}1} \xi_{\tilde{n}1})} - 1 \right),$$

$$\xi_{c1} = \left[ \left( 1 + (q^2 (\kappa - \beta_e (\mu + 1)) \kappa^3) / \left( 1 - \Omega_c^2 \right) \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu + 1)}{(1 - \Omega_c)} \right) \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu + 1)}{(1 + \Omega_c)} \right) \right) \right]^{1/2},$$

$$\tilde{A}_{\tilde{n}1} = \left( 1 - \frac{q^2 \kappa^2}{(\kappa - \beta_e (\mu + 1))^2} \right)^{1/2} / \left( 1 - \frac{q^2 \kappa^2}{(1 - \Omega_c^2) \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu + 1)}{(1 - \Omega_c)} \right) \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu + 1)}{(1 + \Omega_c)} \right)} \right)^{1/2}.$$

В правой части (2.26) присутствует уравнение холодной структуры, которое получается при  $q = 0$ :

$$\Delta_0(\kappa, \mu) = \frac{ctg(\pi \kappa \delta)}{\theta \kappa} + \left\{ 2 \ln \sin \frac{\pi \theta}{2} + \frac{ctg \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu^2}}{\sqrt{\kappa^2 - \mu^2}} \right\}, \quad (2.27)$$

где  $\theta = \frac{d}{l}$ ,  $\chi = \frac{H}{l}$ ,  $\delta = \frac{h}{l}$  - безразмерные геометрические параметры системы,  $\mu = \mu_0 + \delta \mu$  - по абсолютному значению не превышает 0.5, причем  $\mu_0 \gg \delta \mu$ .

Разложив  $\Delta_0(k, \mu)$  в ряд Тейлора по степеням относительно  $\delta \mu$  и

отбросив все члены степени выше первой, имеем:

$${}^2\Omega(\kappa_0, \mu_0 + \delta\mu) = \Delta'_{o\mu}(\mu_0) \cdot \delta\mu,$$

$$\text{где } \Delta'_{o\mu}(\mu_0) = \frac{\mu_0 \pi \chi \cdot \cos ec^2 \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2} + \frac{\mu_0}{\sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}} ctg \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}}{(\kappa^2 - \mu_0^2)}.$$

Для получения аналитического вида функции  ${}^2\Omega$  можно воспользоваться методом графической аппроксимации. Произведя замену  ${}^2\Omega$  на  $\frac{\tilde{A}_{c1}^2(\kappa_0, \mu_0 + \delta\mu)}{\xi_{c1}^2(\kappa_0, \mu_0 + \delta\mu)} - 1$  мы преобразуем трансцендентное уравнение в степенное уравнение седьмого порядка, относительно добавки к волновому числу  $\delta\mu$ .

$$\frac{\tilde{A}_{c1}^2(\kappa_0, \mu_0 + \delta\mu)}{\xi_{c1}^2(\kappa_0, \mu_0 + \delta\mu)} - 1 = \frac{\mu_0 \pi \chi \cdot \cos ec^2 \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2} + \frac{\mu_0}{\sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}} ctg \pi \chi \sqrt{\kappa^2 - \mu_0^2}}{(\kappa^2 - \mu_0^2)} \delta\mu \quad (2.28)$$

Без учета влияния магнитного поля на волновые процессы ( $B_0 \rightarrow \infty$ ) (2.28) преобразуется в уравнение третьей степени, относительно  $\delta\mu$  [24]:

$$-\beta_e^2 \delta\mu^3 + 2\beta_e (\kappa - \beta_e (\mu_0 + 1)) \delta\mu^2 - \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu_0 + 1)}{1 + q} \right) \times$$

$$\times \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu_0 + 1)}{1 - q} \right) \delta\mu - \frac{q^2 \kappa^2}{\Delta'_{o\mu}} = 0. \quad (2.29)$$

При введении в электродинамическую систему усилителя дополнительной области в виде диэлектрического слоя (на рис. 1 не показано), по методике изложенной выше получаем дисперсионное уравнение, описывающее влияние диэлектрика на волны пространственного заряда в усилителе [26]:

$$\begin{aligned}
& -\beta_e^2 \delta\mu^3 + 2\beta_e (\kappa - \beta_e (\mu_0 + 1)) \delta\mu^2 - \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu_0 + 1)}{1 + q} \right) \times \\
& \times \left( \kappa - \frac{\beta_e (\mu_0 + 1)}{1 - q} \right) \delta\mu - \frac{q^2 \kappa^2 \Lambda}{\Delta'_{0\mu}} = 0,
\end{aligned} \tag{2.30}$$

где

$$\Lambda = \begin{cases} 1, \operatorname{Re}(\tilde{A}_1) \gg \operatorname{Im}(\tilde{A}_1), & \text{аппроксимационная} \\ 1, \tilde{A}_1 = 0, & \text{функция учета дисперсионных} \\ 1, \zeta \tilde{A}_1 \leq 1/2, & \text{характеристик ЭП.} \\ \sin(\zeta \tilde{A}_1), \zeta \tilde{A}_1 > 1/2. \end{cases}$$

Степенные уравнения (2.28), (2.29), (2.30) позволяют достаточно подробно проанализировать физику волновых процессов для различных моделей усилителя на эффекте Смита-Парселла.

## 2.4 Анализ электронно-волновых процессов

Основная цель анализа трансцендентных дисперсионных уравнений типа (2.26) состоит в определении комплексного коэффициента распространения  $\mu$ , и установлении областей значений скорости электронного потока и других параметров электродинамической системы усилителя, при которых  $|\operatorname{Im} \mu|$  будет иметь оптимальные значения. Мнимость  $\mu$  соответствует условию взаимодействия волн ОВ с волнами пространственного заряда ЭП. Учитывая то, что электрические и магнитные компоненты поля экспоненциально зависят от множителя  $e^{i\alpha_n y}$ , а  $\alpha_n = \frac{\mu + m}{\kappa}$ , то очевидно, что при  $\operatorname{Im} \mu < 0$  мы будем иметь экспоненциально нарастающие волны, отбирающие энергию у электронного потока (режим усиления волн), а при  $\operatorname{Im} \mu > 0$  электроны будут увеличивать свою скорость за счет энергии электромагнитной волны (режим поглощения волн). В общем

случае возможно распространение волн нескольких типов. Первый тип – это поверхностные волны периодической структуры, присутствие которых определяется мнимыми значениями поперечных волновых чисел. Второй тип – объемные волны, соответствующие режимам дифракционного излучения [5, 31]. Третий тип волн – волны пространственного заряда ЭП.

В силу отсутствия стандартных подходов решения трансцендентных уравнений такого типа, как правило применяются итерационные методы, позволяющие эффективно оперировать комплексными числами и достигать хорошей сходимости решений.

Численный анализ дисперсионных уравнений (2.26) позволил выяснить, что в объеме волновода распространяются волны с собственными волновыми числами  $\mu$ , определяющими направление, величину фазовой скорости, а также угол дифракционного излучения. Фазовые скорости некоторых из волн совпадают по направлению со скоростью электронного потока, а некоторые противоположны. Данные волны относятся к гармоникам периодической структуры без ЭП. Также в системе присутствуют медленные и быстрые волны пространственного заряда. Четыре корня дисперсионного уравнения имеют отрицательные и положительные мнимые части коэффициента распространения  $\mu$  при различных значениях параметра  $\beta_e$ , что говорит о возможности усиления, как распространяющихся в ОВ волн, так и волн пространственного заряда ЭП в четырех областях. Кроме того в системе распространяются продольные и поперечные волны пространственного заряда электронного потока. При условии синхронизма их скорости со скоростью волн электродинамической структуры, происходит энергообмен приводящий или к усилению распространяющейся по волноводу волны или к ее ослаблению. Данное взаимодействие проявляется в наличии мнимых корней волнового числа  $\mu$ . В частности на рис. 2.5 представлено графическое решение уравнения (2.26) при  $B_0 \rightarrow \infty$ .

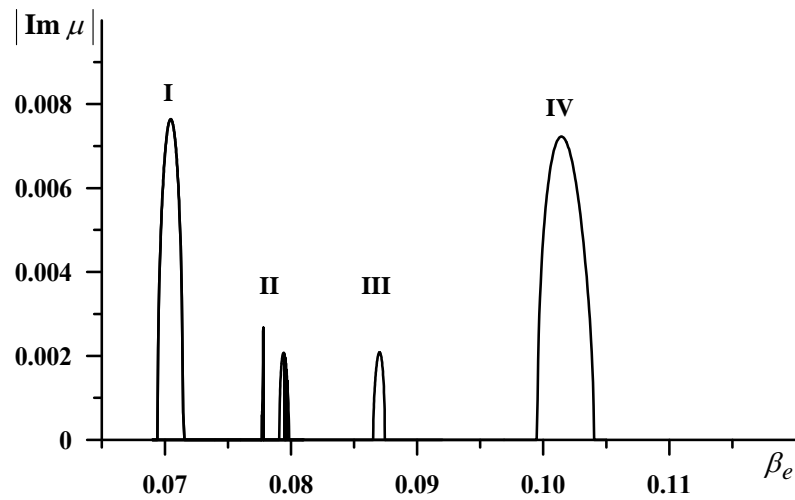


Рисунок 2.5 – Решение дисперсионного уравнения (2.26) при  $\kappa = 0,083, \chi = 10, B_0 \rightarrow \infty$

Области I и IV – соответствует режиму усиления поверхностных волн с максимальным значением  $|\text{Im } \mu|$  при их синхронизме с МВПЗ и БВПЗ, соответственно (аналог ЛБВ и ЛОВ). Области II и III соответствуют условию возбуждения объемных волн дифракционного излучения под углами меньшими и большими  $\pi/2$  относительно плоскости гребенки.

В некоторых случаях решение трансцендентного уравнения типа (2.26) весьма затруднительно даже при использовании итерационного метода. Кроме того, для физического анализа полученных аналитических результатов гораздо удобнее пользоваться дисперсионными уравнениями, преобразованными в степенные полиномы. В этом случае важную роль играет сопоставительный анализ решений трансцендентных и полиномиальных дисперсионных уравнений типа (2.28) – (2.30), позволяющий определить влияние упрощений на конечные результаты. Так, расхождения в ряде Тейлора вблизи волнового числа, соответствующего дифракционной гармонике, позволяют проанализировать электронно-волновые процессы только с этой волной. В частности на рис. 2.6 представлены результаты решения кубического дисперсионного уравнения (2.29).

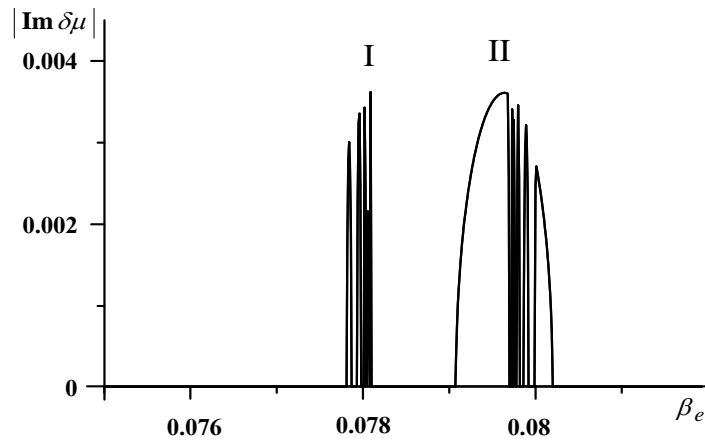


Рисунок 2.6 – Решение кубического дисперсионного уравнения (2.29)(29) при  $\kappa = 0,083$ ,  $\chi = 10$ ,  $\zeta = 3$ ,  $\mu_0 = 0,0524$

Видно, что данное приближение позволяет описать три волны с волновыми числами близкими к волновым числам медленной волны пространственного заряда  $\mu$  МВПЗ, быстрой волны пространственного заряда  $\mu$  БВПЗ и волны периодической структуры  $\mu_0$ . Причем в областях I и II волна периодической структуры взаимодействует с волнами пространственного заряда ЭП (с БВПЗ – область I и с МВПЗ – область II), что выражается в сопряженных мнимых добавках, одни из которых со знаком “–” соответствуют экспоненциально нарастающей вдоль оси  $0y$  объемной волне, другие – убывающей. При этом наблюдается "тонкая" структура дифракционного излучения (ДИ), обусловленная влиянием дисперсионных свойств ЭП при конечной его толщине. Это качественно согласуется с результатами экспериментальных исследований взаимодействия ЭП с дифрагированным на периодической структуре полем [33].

В отличие от модели с  $B_0 \rightarrow \infty$ , численный анализ дисперсионного уравнения (2.28) позволяет выявить 5 волн (из семи корней – 2 комплексно сопряженные). Кроме волн с волновыми числами, соответствующими фазовым скоростям БВПЗ и МВПЗ (1), появляются медленная и быстрая циклотронные волны (2). Быстрая волна пространственного заряда электронного потока и поперечные циклотронные волны не участвуют в

энергообмене с волной ОВ, однако они могут оказывать существенное влияние на амплитуду инкремента нарастания волны, возбуждаемой в системе. Так при уменьшении величины магнитного поля (параметра  $\Omega_c$ ) значения волновых чисел циклотронных волн стремятся к  $\mu_0$ , что приводит к существенному уменьшению амплитуды инкремента нарастания и области взаимодействия медленной волны пространственного заряда электронного потока с дифракционной гармоникой. В области значений  $\Omega_c \approx 0,1$  возбуждение ОВ электронным потоком практически прекращается.

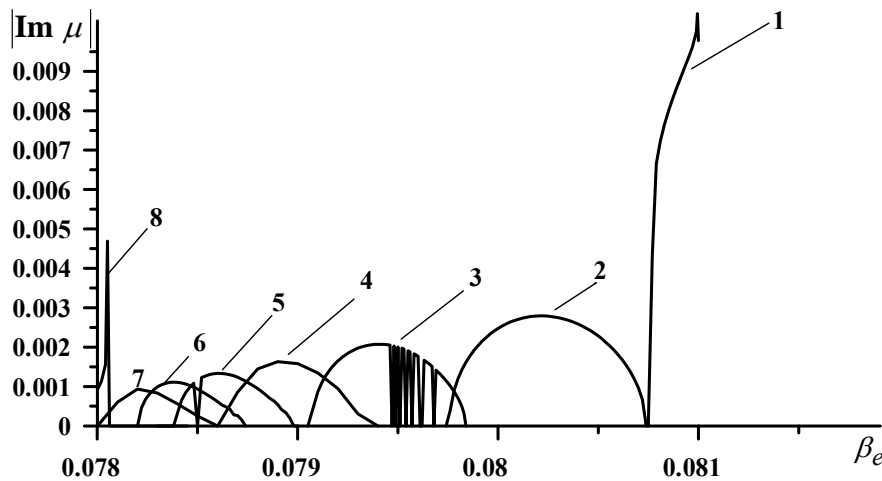


Рисунок 2.7 – Графические зависимости мнимой части коэффициента распространения  $\mu$  от параметра  $\beta_e$  при различных расстояниях между периодической структурой и металлическим экраном:  $\chi = 8$  (1),  $\chi = 9$  (2),  $\chi = 10$  (3),  $\chi = 11$  (4),  $\chi = 12$  (5),  $\chi = 13$  (6),  $\chi = 14$  (7),  $\chi = 25$  (8)

**Особенности влияния параметров электродинамической системы усилителя на электронно-волновые процессы.** Существенное влияние на условия распространения волн в волноводе оказывает параметр  $\chi$  (нормированное к периоду решетки расстояние между зеркалами ОВ). В частности, на рис. 2.7 представлено решение трансцендентного уравнения (2.26) для случая идеальной фокусировки ЭП.

Из графиков видно, что изменение расстояния между решеткой и металлическим зеркалом приводит к изменению углов излучения и фазовой скорости волны. Как следствие этого, нарушается условие синхронизма МВПЗ электронного потока с дифракционной гармоникой, проявляющееся, при увеличении значения  $\chi$ , в смещении областей возбуждения колебаний в сторону меньших  $\beta_e$  и уменьшении максимального значения инкремента нарастания. Физически это может объясняться уменьшением амплитуды отраженного от зеркала излучения, что влияет на эффективность группировки ЭП, в поле бегущей вдоль оси ОВ волны.

Путем выбора параметров периодической структуры, в частности ее периода, можно реализовать режимы, как объемных, так и поверхностных волн. Первый режим при углах излучения близких к  $\pi/2$  характеризуется значительным ростом инкремента нарастания амплитуды волны, связанным с максимальным преобразованием энергии ЭП в дифракционное излучение. При этом анализируемая система становится резонансной и не позволяет обеспечить широкополосное усиление сигнала, имея склонность к самовозбуждению. Второй режим характерен для приборов типа ЛОВ и ЛБВ.

Установлено, что толщина электронного потока, в заданном приближении, оказывает влияние лишь на величину амплитуды инкремента нарастания и на ширину области взаимодействия по параметру  $\beta_e$  волн ОВ с ЭП. Поэтому при расчете необходимо учитывать, что математическая модель усилителя предполагает равномерное распределение поля периодической структуры по толщине ЭП и позволяет увеличивать ее до размеров расстояния между зеркалами. Вместе с тем известна обратно пропорциональная зависимость глубины проникновения электромагнитного поля в ЭП от частоты. Реально с электромагнитным полем будет взаимодействовать только нижний слой электронного потока. Оптимальное значение толщины ЭП, согласно [5], определяется по формуле  $r = 0,19\beta_e\lambda$ , что соответствует в миллиметровом диапазоне значениям  $r = 0,1 - 0,2$  мм.



**Влияние диэлектрического слоя на электронно-волновые процессы.** Для определения влияния диэлектрического слоя на условия распространения волн в волноводе и их взаимодействия с волнами пространственного заряда ЭП проводился численный анализ модифицированного трансцендентного уравнения (2.26), учитывающего влияние диэлектрического слоя расположенного между ЭП и верхним зеркалом [26], в случае идеальной фокусировки ЭП. Данное трансцендентное уравнение анализировалось для значений диэлектрической проницаемости в интервале  $\varepsilon = 3 - 210$ . Максимальное значение  $\varepsilon$  определялось из условия возбуждения черенковского излучения в диэлектрике при  $\beta_e > 0,07$ . Установлено, что введение диэлектрического слоя между ЭП и металлическим экраном с малыми  $\varepsilon$  приводит к появлению дополнительных волн с близкими к  $\varepsilon = 1$  значениями коэффициента распространения  $\mu$ . В частности на рис. 2.8а приведены графические зависимости решения такого дисперсионного уравнения, для  $\varepsilon = 3$  (взаимодействие ЭП рассматривается только для прямых волн периодической структуры).

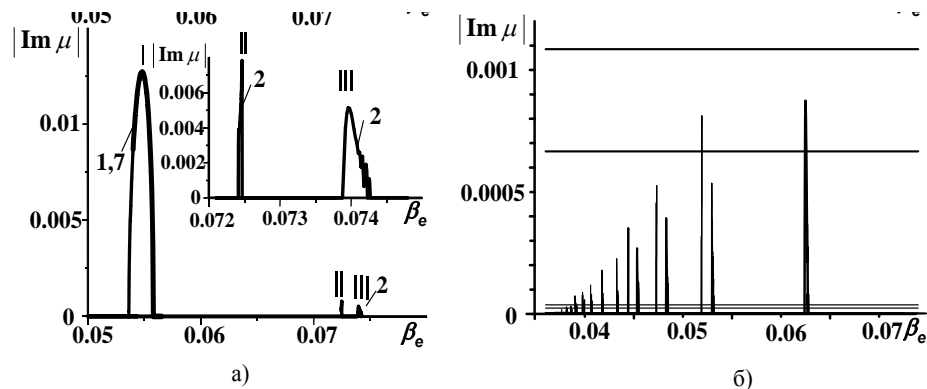


Рисунок 2.8 – Решения дисперсионного уравнения (2.26) при наличии диэлектрического слоя:  $\kappa = 0,083$ ,  $\chi = 10$  (рис. а:  $\varepsilon = 3$ , рис. б:  $\varepsilon = 210$ )

Волны I, II являются «медленными» волнами с фазовыми скоростями меньшими скорости света, как в свободном пространстве, так и в

диэлектрической среде. Волна III соответствует дифракционным гармоникам периодической структуры, распространяющимся в диэлектрическом слое.

Дальнейший рост значений  $\varepsilon$  приводит к увеличению количества волн, распространяющихся в ОВ, изменению их фазовых скоростей и углов излучения. Так на рис. 2.8б представлено графическое решение дисперсионного уравнения при  $\varepsilon = 210$ . Все волны удовлетворяют условию распространения объемных волн в диэлектрическом слое. Увеличение количества волн в ОВ приводит к перераспределению энергии между ними, что выражается в значительном уменьшении значений амплитуд инкремента нарастания отдельных волн.

## 2.5 Приближенный анализ КПД

Если в уравнении (2.30) пренебречь первым слагаемым, то с учетом  $|\delta\mu| \ll 1$ , для случая синхронизма электронов с медленной волной пространственного заряда при  $\kappa \approx \beta_e (\mu_0 + 1)/(1 + q)$ , получим:

$$\text{Im} \delta\mu'_{\max} = \pm \sqrt{\frac{q(\mu_0 + 1)}{2(1 + q)\Delta'_{0\mu}}}.$$

Согласно [35] формула для максимальных значений коэффициента усиления будет иметь следующий вид:

$$K_y = \exp\left(\frac{\text{Im}(\delta\mu'_{\max})y}{l/\pi}\right). \quad (2.31)$$

Трехмерные решения (2.31) в виде зависимостей  $K_y(y, \varepsilon, \kappa, \chi, \mu_0)$  представлены на рис. 2.9.

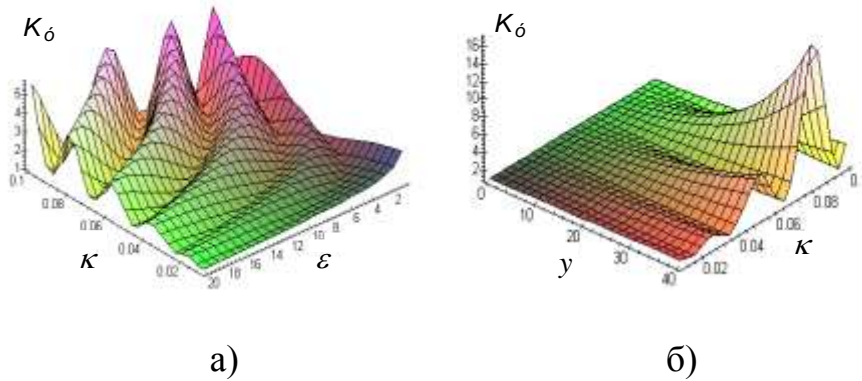


Рисунок 2.9 – Трехмерные графические решения (31) как функции основных параметров ОВ: а) –  $K_y(\varepsilon, \kappa)$  при  $\chi = 10$ ,  $\mu_0 = 0,052$ ,  $y = 20$ ; б) –  $K_y(y, \kappa)$  при  $\chi = 10$ ,  $\mu_0 = 0,052$ ,  $\varepsilon = 10$

Данное представление зависимостей дает возможность (в рамках рассматриваемой теоретической модели) качественно оценить интервалы значений параметров ОВ, в которых происходит усиление объемных электромагнитных волн. Общим является то, что увеличение длины системы (параметр  $y$ ) приводит к экспоненциальному возрастанию  $K_y$ . Неограниченный рост коэффициента усиления с увеличением длины системы обусловлен приближенностью соотношения (2.31): не учтены нелинейные эффекты, характерные для реального усилителя; не проведен анализ влияния на поля ОВ неоднородности распределения плотности тока в поперечном сечении электронного пучка и т.д. [29]. Увеличение  $\varepsilon$  приводит к уменьшению фазовой скорости распространяющейся по диэлектрическому слою быстрой волны и к изменению угла ее излучения. Изменение  $\kappa$  влияет на фазовую скорость поверхностной волны, взаимодействующей с ЭП, и на условия излучения.

Оценки электронного КПД [35] для исследованных интервалов значений  $\beta_e$  показали, что его величина составляет несколько процентов и соответствует значениям КПД действующих ГДИ с периодической структурой типа "гребенка" [5].

## Выводы к разделу 2

1. На основании анализа электронно-волновых процессов, описываемых задачами дифракционной электроники в приближениях заданного тока и заданного поля, построена линейная двумерная самосогласованная теория усилителя на эффекте Смита-Парселла.

2. Получены и проанализированы общее трансцендентное дисперсионное уравнение, учитывающее влияние продольных и поперечных электронных волн на характеристики усилителя, и приближенные дисперсионные уравнения аналитического вида, позволяющие наглядно проанализировать физику волновых процессов. Установлено, что для анализируемой модели усилителя, быстрая волна пространственного заряда электронного потока и поперечные циклотронные волны непосредственно не участвуют в энергообмене с объемной волной открытого волновода.

3. Проанализировано влияние электродинамических параметров открытого волновода на электронно-волновые процессы: параметров периодической структуры, расстояния между зеркалами, проницаемости диэлектрического слоя и дисперсионных свойств электронного потока. Установлено, что путем изменения электродинамических параметров открытого волновода возможна реализация различных режимов возбуждения колебаний: резонансного режима; режима объемной бегущей волны и режима поверхностных волн. Показана возможность вывода энергии из объема волновода через поверхностную волну диэлектрического слоя, расположенного на верхнем зеркале.

4. Проведен качественный анализ влияния основных электродинамических параметров открытого волновода на коэффициент усиления исследуемой системы. Показано, что значения электронного КПД усилителя близки к значениям КПД ранее созданных приборов на объемных волнах с периодической структурой типа «гребенка».

### РАЗДЕЛ 3

## ФОРМИРОВАНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН С ШИРОКИМ МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИМ СПЕКТРОМ В РЕЛЯТИВИСТСКИХ ДВУХСКОРОСТНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКАХ

Интерес к исследованию двухпотоковой неустойчивости обусловлен, прежде всего, возможностью ее использования в двухпотоковых лазерах на свободных электронах (ЛСЭ) [36-41]. Одной из особенностей двухпотоковой неустойчивости является то, что здесь возбуждается достаточно большое количество гармоник (десятки, сотни). Причем здесь можно осуществить ситуацию, когда высшие гармоники продольных волн пространственного заряда (ВПЗ) имеют более высокую амплитуду, чем низшие. О таких спектрах будем говорить как об аномальных. Благодаря возбуждению волн с такими спектрами появляется возможность реализовать в двухпотоковом ЛСЭ мультигармонические режимы работы, формировать ультракороткие (в том числе и фемтосекундные) волновые пакеты электромагнитных волн [42, 43]. Поэтому изучение мультигармонических особенностей двухпотоковой неустойчивости, поиск режимов, при которых формируется широкий аномальный спектр волн ВПЗ, исследование таких спектров является задачей актуальной.

В представленном разделе построена мультигармоническая нелинейная теория формирования волн с широким мультигармоническим спектром при развитии двухпотоковой неустойчивости. На базе этой теории определены режимы, при которых формируются волны с широким аномальным спектром. При этом произведен учет как гармоник, которые возбуждаются при развитии двухпотоковой неустойчивости и частота которых меньше критической частоты, так и гармоник, частота которых выше критической. Изучены спектральные особенности волн, частота которых превышает критическую.

### 3.1 Модель

Рассматриваем физические процессы в двухскоростном электронном пучке, который характеризуется близкими по значению парциальными скоростями  $v_1, v_2$  ( $v_1 - v_2 \ll v_1, v_2$ ) направленными вдоль оси системы  $Z$  и одинаковыми парциальными плазменными частотами  $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$ . Пространственный заряд пучка считаем скомпенсированным неподвижным ионным фоном, в поперечной плоскости пучок принимаем однородным.

Электрическое поле волны ВПЗ, которая определяет динамику двухпоточковой неустойчивости, считаем мультигармоническим

$$\vec{E} = \sum_{m=1}^N [E_m \exp(ip_m) + c.c.] \vec{e}_z, \quad (3.1)$$

где  $N$  – количество гармоник, которые учитываются при решении задачи;  $p_m = \omega_m - k_m z$  – фаза,  $\omega_m$  – частота,  $k_m$  – волновое число  $m$ -й гармоники волны ВПЗ.

Рассматриваем ситуацию, когда в релятивистской двухпоточковой электронной системе возбуждается двухпоточковая неустойчивость. Для этого, как известно, см. например [38], необходимо, чтобы частота волны ВПЗ была меньше критической частоты

$$\omega_{cr} = \sqrt{2} \omega_p / (\delta \gamma_0^{3/2}), \quad (3.2)$$

где  $\delta = (v_{01,z} - v_{02,z}) / (v_{01,z} + v_{02,z})$ ,  $\gamma_0 = (\gamma_1 + \gamma_2) / 2$ ,  $\gamma_q = 1 / \sqrt{1 - v_q^2 / c^2}$  – релятивистский фактор парциального  $q$ -го пучка ( $q=1,2$ );  $c$  – скорость света в вакууме. При этом максимальный инкремент нарастания будет у волны, для которой частота совпадает с оптимальной частотой [36-41]:

$$\omega_{opt} = \sqrt{3} \omega_p / (2 \delta \gamma_0^{3/2}) = \sqrt{3/8} \cdot \omega_{cr}. \quad (3.3)$$

При изучении двухпоточковых лазеров на свободных электронах, практически во всех случаях рассматриваются режимы работы, когда частота первой гармоники ВПЗ совпадает с оптимальной частотой  $\omega_{opt}$  [36-41]. Мы

же в этом разделе будем рассматривать иную ситуацию, когда частота первой гармоники будет намного меньше оптимальной, а значит и критической частоты

$$\omega_1 \ll \omega_{cr}. \quad (3.4)$$

В этом случае, как показывает соответствующий анализ (детали см. выше), связь между волновым числом и частотой оказывается квазилинейной [38]. Это приводит к тому, что в двухпотоковой системе для множества гармоник волн ВПЗ, удовлетворяющих условию  $\omega < \omega_{cr}$ , выполняются условия трехволнового параметрического резонанса

$$P_{m_1} = P_{m_2} + P_{m_3}$$

или

$$\omega_{m_1} = \omega_{m_2} + \omega_{m_3}, \quad k_{m_1} = k_{m_2} + k_{m_3}. \quad (3.5)$$

В результате множества трехволновых параметрических резонансных взаимодействий происходит формирование волны ВПЗ с широким мультигармоническим спектром, в котором высшие гармоники имеют более высокие амплитуды, чем низшие гармоники. Исследованию мультигармонической динамики волн ВПЗ в этих условиях и посвящена данная статья.

### 3.2 Основные уравнения

В качестве исходных используем релятивистское квазигидродинамическое уравнение (см., например, [38])

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_q \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + \frac{v}{\gamma_q^2} \right) \vec{v}_q = \frac{e}{m_e \gamma_q} \times \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_q \vec{B}] - \frac{\vec{v}_q}{c^2} (\vec{v}_q \vec{E}) \right\} - \frac{v_T^2}{n_q \gamma_q} \left[ \frac{\partial n_q}{\partial \vec{r}} - \frac{\vec{v}_q}{c^2} \left( \vec{v}_q \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \right) n_q \right]. \quad (3.6)$$

уравнение непрерывности

$$\frac{\partial n_q}{\partial t} + \frac{\partial (n_q \vec{v}_q)}{\partial \vec{r}} = 0, \quad (3.7)$$

и уравнения Максвелла

$$\operatorname{div}(\vec{D}) = 4\pi \sum_{q=1}^2 (en_q). \quad (3.8)$$

В этих уравнениях  $\vec{v}_q$  - вектор скорости  $q$ -той компоненты пучка ( $q=1,2$ );  $\nu$  - частота столкновений частиц;  $\vec{E}$ , - напряженность электрического поля;  $\vec{B}$  - индукция магнитного поля;  $\gamma_q = 1/\sqrt{1-v_q^2/c^2}$  - релятивистский фактор парциального  $q$ -го пучка;  $n_q$  - концентрация частиц  $q$ -той компоненты пучка;  $v_T$  - среднеквадратичная скорость теплового движения частиц;  $\vec{r}$  - пространственная координата точки наблюдения;  $c$  - скорость света в вакууме;  $e = -|e|$ ,  $m_e$  - заряд и масса электрона, соответственно. Далее в этом разделе будем считать, что столкновениями частиц между собой и тепловым разбросом электронов можно пренебречь, т.е.  $v_T=0$ ,  $\nu=0$ .

Для решения задачи движения и нахождения концентрации электронов пучка и плазмы, используем методы теории иерархических колебаний и волн [44]. Задачу о возбуждении электромагнитных полей решаем с помощью метода медленно меняющихся амплитуд.

В результате получаем для амплитуд гармоник напряженности электрического поля нарастающей волны пространственного заряда систему дифференциальных уравнений в кубически-нелинейном приближении. Считаем, что здесь реализуется квазистационарный режим взаимодействия, когда амплитуды полей зависят лишь от координаты  $z$  и не зависят от времени  $t$ . Проводим преобразования, в результате которых получаем систему дифференциальных уравнений для амплитуд гармоник напряженности электрического поля волны ВПЗ в кубическом приближении

$$C_{2,m} \frac{d^2 E_m}{dz^2} + C_{1,m} \frac{dE_m}{dz} + D(\omega_m, k_m) \cdot E_m = F_m. \quad (3.9)$$

Напомним, что в этой системе  $N$  уравнений (индекс номера гармоники  $m$  принимает значения от 1 до  $N$ ). Здесь



$$D(\omega_m, k_m) \equiv -ik_m \left( 1 - \sum_{q=1,2} \frac{\omega_p^2 (1 - (v_{q,z} / c)^2)}{(\omega_m - k_m v_{q,z})^2 \gamma_q} \right), \quad (3.10)$$

является дисперсионной функцией для  $m$ -ой гармоники ВПЗ,  $C_{1,m} = \partial D(\omega_m, k_m) / \partial(-ik_m)$ ,  $C_{2,m} = \partial^2 D(\omega_m, k_m) / \partial(-ik_m)^2 / 2$ ,  $F_m = F_m(E_1, E_2, \dots, E_N)$  – функции, учитывающие нелинейные добавки и зависящие от гармоник взаимодействующих волн (эту функцию в явном виде не записываем из-за ее громоздкости).

Система уравнений (3.9) позволяет исследовать в кубически-нелинейном приближении мультигармонические процессы в исследуемой системе.

### 3.3 Множественные параметрические резонансы

Известно, при частоте волны ВПЗ, которая меньше критической частоты ( $\omega < \omega_{cr}$ ), реализуется эффект двухпотоковой неустойчивости (см., например, [38]). С математической точки зрения это значит, что при этих условиях дисперсионное уравнение

$$D(\omega, k) = 0 \quad (3.11)$$

допускает комплексные решения (здесь и далее, если это возможно, индекс « $m$ » опущен, функция  $D(\omega, k)$  определяется соотношением (3.10)). Как показывает соответствующий анализ дисперсионного уравнения (3.11) (см., например, [38]), эти комплексные решения будут иметь следующий вид

$$k = \omega / v_{0z} \pm i\Gamma, \quad (3.12)$$

где  $v_{0z} = (v_{1z} + v_{2z}) / 2$ ,  $v_{1,2}$  – парциальные скорости электронных пучков;  $i\Gamma$  – мнимая нелинейная добавка к волновому числу ВПЗ. Таким образом, среди решений уравнения (3.11) имеется две волны, которые характеризуются комплексным волновым числом  $k$ . Одна из этих волн будет экспоненциально нарастать (называют эту волну нарастающей), для нее величина  $\Gamma$  имеет физический смысл инкремента нарастания. Другая волна

будет экспоненциально затухать (затухающая волна). Так как амплитуда затухающей волны будет быстро уменьшаться, то эту волну далее не учитываем. Следует также сказать, что уравнение (3.11) помимо двух комплексных решений при  $\omega < \omega_{cr}$  допускает еще два действительных решения, которые соответствуют медленной и быстрой волнам. Считаем, что на входе в исследуемую систему амплитуды медленной и быстрой волн ВПЗ малы, влиянием этих волн на процессы развития двухпотоковой неустойчивости можно пренебречь.

Как следует из (3.12) для нарастающей (убывающей) волны связь между действительной частью волнового числа и частотой является линейной

$$\operatorname{Re}(k) = \omega / v_{0z}. \quad (3.13)$$

Это значит, что если для  $m$ -й гармоники частота будет  $\omega_m = m \cdot \omega_1$  в  $m$  раз больше частоты первой гармоники  $\omega_1$ , то и действительная часть волнового числа  $m$ -й гармоники  $\operatorname{Re}(k_m)$  тоже будет в  $m$  раз больше действительной части волнового числа первой гармоники  $\operatorname{Re}(k_1)$ :

$$\operatorname{Re}(k_m) = \omega_m / v_0 = m\omega_1 / v_0 = m\operatorname{Re}(k_1).$$

Таким образом, фаза  $m$ -й гармоники (она определяется действительной частью волнового числа)

$$p_m = \omega_m - \operatorname{Re}(k_m)v_z = m \cdot \omega_1 - m \cdot \operatorname{Re}(k_1)v_z = m \cdot p_1$$

в  $m$  раз больше фазы первой гармоники, то есть имеется линейная связь между гармониками. Поэтому условия параметрического резонанса между гармониками (3.5) сводятся к следующему виду

$$m_1 = m_2 + m_3, \quad (3.14)$$

где  $m_1, m_2, m_3$  – целые числа. Условие (3.14) реализуется с участием огромного количества гармоник, например,  $3=2+1$ ,  $3=5-2$ ,  $3=7-4$ ,  $6=3+3$  и так далее. Поэтому о создавшейся ситуации говорим как о такой, в которой реализуются множественные резонансы.

Таким образом, благодаря линейной дисперсионной зависимости при  $\omega < \omega_{cr}$  в системе реализуются множественные параметрические резонансы

между гармониками волны ВПЗ.

### 3.4 Анализ

Как уже упоминалось выше, ключевой особенностью изучаемой модели является то, что частота первой гармоники ВПЗ  $\omega_1$  не совпадает с оптимальной частотой двухпотоковой неустойчивости  $\omega_{opt}$  и удовлетворяет условию  $\omega_{3,1} \ll \omega_{cr}$ . Поэтому выбираем частоту первой гармоники как  $\omega_1 = \omega_{cr} / 20$ . Физические процессы в релятивистской двухпотоковой системе будем исследовать, учитывая 50 гармоник. Другие параметры исследуемой системы представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1

Параметр	Значение
Парциальная ленгмюровская частота пучка ( $\omega_p$ )	$1,5 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$
Среднее значение релятивистского фактора пучков ( $\gamma_0$ )	4,5
Разность релятивистских факторов пучков	0,6

Рассмотрим зависимость инкремента нарастания  $\Gamma$  от частоты  $\omega$  (см. рис. 4.1). Эту зависимость несложно получить, решая уравнение (4.11) численно или аналитически (см., например, [3]). Из рис. 4.1 следует, что инкремент нарастания  $\Gamma$  принимает максимальное значение при оптимальной частоте  $\omega_{opt}$ , а при частотах превышающих критическую частоту  $\omega > \omega_{cr}$  двухпотоковая неустойчивость не реализуется и  $\Gamma = 0$ . Поэтому, если частота первой гармоники будет совпадать с оптимальной, то вторая гармоника уже будет превышать критическую частоту  $\omega_{cr}$ , и в этом случае за счет двухпотоковой неустойчивости можно усиливать только одну гармонику. Если же частота первой гармоники будет много меньше оптимальной, а значит и критической, то за счет двухпотоковой неустойчивости будут усиливаться все гармоники, для которых выполняется

условие  $\omega < \omega_{cr}$ . Именно эту ситуацию мы и исследуем в данной статье. При этом, как следует из рис. 3.1, для гармоник, частота которых меньше оптимальной, инкремент нарастания более высокой гармоники будет больше. Это позволяет надеяться, что вследствие множественных параметрических резонансов будут возбуждаться высшие гармоники с аномальным спектром, в котором амплитуды гармоник будут возрастать с увеличением номера (частоты) гармоники.

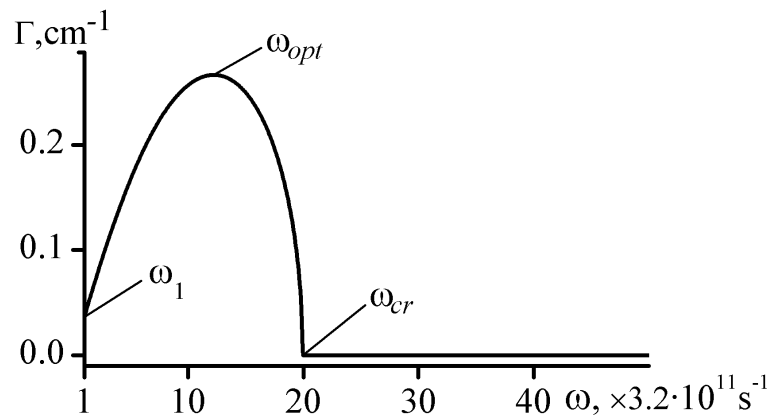


Рисунок 3.1 – Зависимость инкремента нарастания  $\Gamma$  от частоты  $\omega$ . Здесь:

$\omega_{opt}$  оптимальная частота двухпотоковой неустойчивости, которая соответствует максимуму  $\Gamma$ ,  $\omega_1 = 3.2 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$  – частота первой гармоники ВПЗ,  $\omega_{cr}$  – критическая частота (в случае  $\omega > \omega_{cr}$  двухпотоковая неустойчивость не реализуется и  $\Gamma = 0$ ). Вычисления проведены при параметрах, которые представлены в таблице

На рис. 3.2а представлен спектр при  $z = 50$  см, на рис. 3.2б – при  $z = 90$  см, на рис. 3.2в – при  $z = 100$  см. На входе в систему ( $z = 0$ ) амплитуда первой гармоники равна  $10 \text{ V/cm}$ , остальные гармоники равны нулю. Частота первой гармоники  $\omega_1 = 3.2 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$ .  $\omega_{min}$  – частота, которая соответствует первому спектральному минимуму. Остальные параметры системы, при которых проводились вычисления, представлены в таблице.

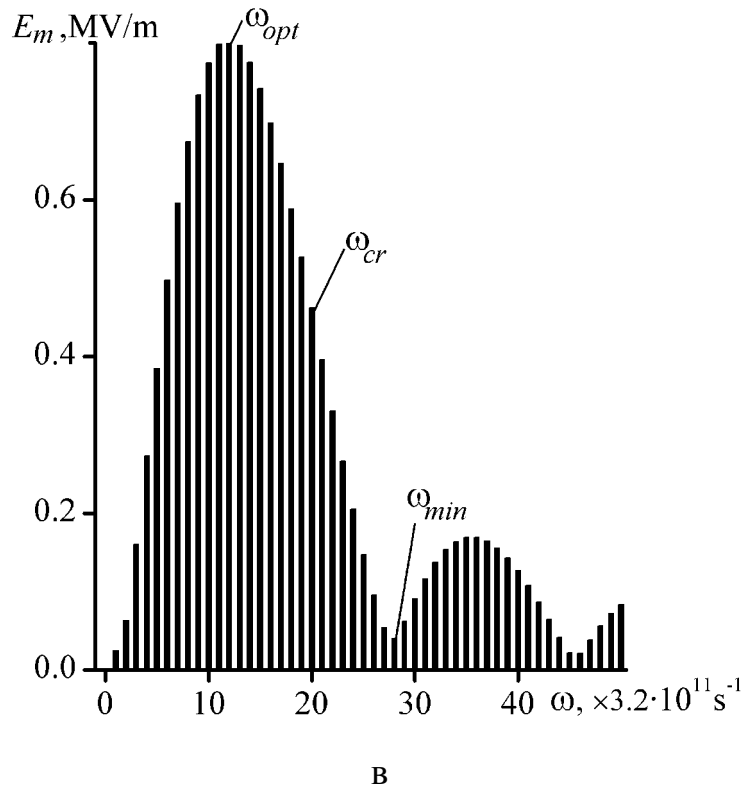
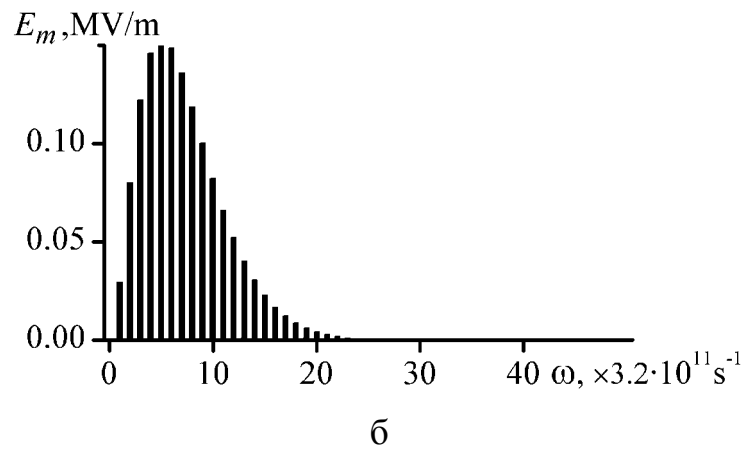
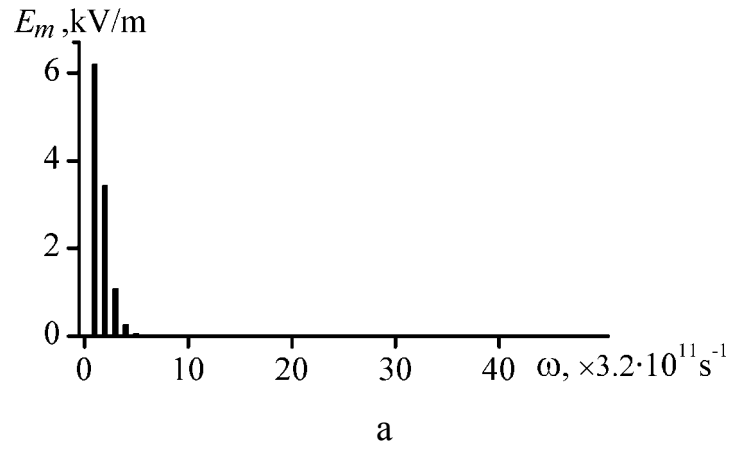


Рисунок 3.2 – Зависимость амплитуд гармоник  $E_m$  волны ВПЗ от частоты  $\omega$

Результаты численного анализа, проведенные на основе системы (3.9), подтверждают выше изложенные рассуждения. На рис. 3.2а–3.2в представлена динамика спектров волны ВПЗ.

На входе в систему ( $z = 0$ ) амплитуда первой гармоники равна  $10 \text{ V/cm}$ , остальные гармоники равны нулю. Как видим, на начальном этапе формирования мультигармонического спектра (рис. 3.2а) за счет множественных параметрических резонансов возбуждаются высшие гармоники, амплитуда которых по мере увеличения номера гармоники уменьшается. Далее (рис. 3.2б) за счет аномального инкремента (см. рис. 3.1) нарастания при реализации двухпотоковой неустойчивости формируется аномальный спектр. При этом максимальной является уже не первая гармоника как в случае рис. 3.2а, а пятая гармоника. И наконец, на рис. 3.2в широкий спектр волны ВПЗ сформирован. Частота гармоники с максимальной амплитудой равна оптимальной частоте  $\omega_{opt}$ , что вполне логично, так как этой частоте соответствует максимальный инкремент нарастания двухпотоковой неустойчивости. С другой стороны, как видим на рис. 3.2в, в системе возбуждаются также гармоники, частота которых превышает критическую частоту  $\omega_{cr}$  (инкремент нарастания для этих гармоник, как следует из рис. 3.1, равен нулю). Минимум амплитуды соответствует не критической частоте (20-я гармоника), а частоте  $\omega_{min}$  (28 гармоника). Также имеются и ненулевые гармоники, с частотой превышающей  $\omega_{min}$ . Выясним, какие процессы определяют формирование этих гармоник.

Прежде всего, следует отметить, что исследуемые волны ВПЗ с частотами меньшими и большими критической частоты имеют разные законы дисперсии. Более того, при этом происходит изменение режима взаимодействия. Если при частотах  $\omega < \omega_{cr}$  реализуется рамановский режим взаимодействия [38], то при  $\omega_{cr} < \omega < \omega_{min}$ , как показывает анализ, имеет

место квазикомптоновский режим взаимодействия [38]. Далее об этом несколько подробнее.

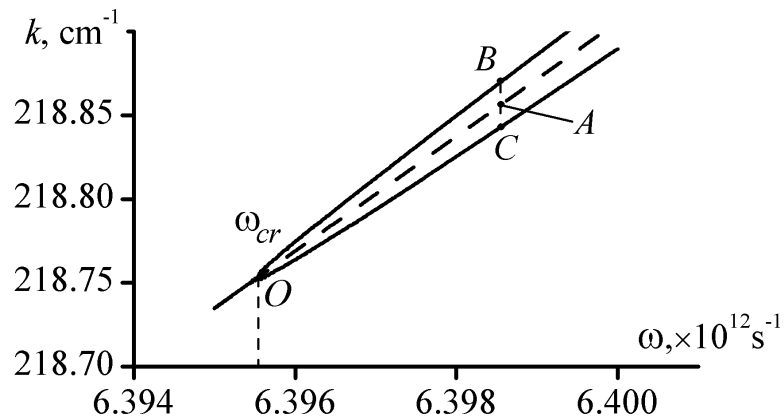


Рисунок 3.3 – Зависимость волнового числа  $k$  от частоты  $\omega$  волны ВПЗ в области критической частоты  $\omega_{cr}$

При частотах превышающих критическую частоту  $\omega_{cr}$  (точка  $O$ ) из одной ветви возникает две ветви:  $OB$  и  $OC$ . Штриховая кривая  $OA$  соответствует закону дисперсии (3.13). После критической частоты кривая  $OA$  не совпадает ни с одной из ветвей собственных волн. Вычисления проведены при параметрах, которые представлены в таблице

Как известно (см., например, [38]), при частотах превышающих критическую частоту имеет место иной закон дисперсии по сравнению (4.13). На рис. 3.3 изображена зависимость волнового числа  $k$  от частоты  $\omega$  волны ВПЗ в области критической частоты  $\omega_{cr}$ . Изменение закона дисперсии проявляется в том, что при частотах превышающих критическую частоту  $\omega_{cr}$  (точка  $O$ ) происходит раздвоение дисперсионной ветви: вместо одной ветви до точки  $O$  возникает две ветви  $OB$  и  $OC$ . В результате этого закон дисперсии (3.13), который отображается кривой  $OA$ , не совпадает ни с одной из ветвей собственных волн  $OB$  и  $OC$ . То есть при частотах  $\omega > \omega_{cr}$  гармоники с фазами  $m \cdot p_1$  формально перестают быть собственными для данной системы. Это утверждение является справедливым только для

модели, когда ширину спектральной линии можно принять равной нулю. В реальной же ситуации гармоники при  $\omega > \omega_{cr}$  не являются константами, они растут и поэтому необходимо принять во внимание их конечную спектральную ширину  $\Delta k$ . Если спектральные расстояния между ветвями  $OB$  и  $OA$ ,  $OC$  и  $OA$  будут меньше или соизмеримым со спектральной шириной линий  $\Delta k$ , то говорить об отдельных спектральных линиях  $OA$ ,  $OB$  или же  $OC$  не имеет смысла. Будет иметь место суперпозиция колебательно-волновых движений, о которой мы говорим как о квазикомптоновском режиме [38]. При этом волны, которые характеризуются ветвями  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  будут неразличимыми и их можно считать собственными для данной системы. Таким образом, в области частот  $\omega_{cr} < \omega < \omega_{min}$  реализуется квазикомптоновский режим взаимодействия, в результате чего поведение гармоник в этом диапазоне подобно поведению гармоник с частотой  $\omega < \omega_{cr}$ .

Исходя из выше изложенного, проведем оценку частоты  $\omega_{min}$ . Будем считать, что динамика волн с частотами  $\omega_{cr} < \omega < \omega_{min}$  определяется множественными параметрическими резонансами с гармониками, частота которых  $\omega < \omega_{cr}$ , инкременты которых имеют значения, представленные на рис. 3.1. Анализируя зависимость инкремента нарастания от частоты (см. рис. 3.1), можно получить оценку среднего значения инкремента нарастания как  $\Gamma_{aver} \sim 0.2$  см<sup>-1</sup> и полагать, что полуширина спектральной линии волн в области квазикомптоновского режима взаимодействия  $\omega_{cr} < \omega < \omega_{min}$  равна  $(\Delta k / 2) \sim \Gamma_{aver} \sim 0.2$  см<sup>-1</sup>. Тогда частота  $\omega_{min}$  будет определяться как частота  $\omega_A$  (см. рис. 3.3), при которой  $(k_B - k_A) \sim (k_A - k_C) \sim \Delta k \sim 2\Gamma_{aver} \sim 0.4$  см<sup>-1</sup> ( $\omega_A$ ,  $k_A$ ,  $k_B$ ,  $k_C$  частоты и волновые числа волн, которые на рис. 3.3 изображены соответствующими точками). Исходя из этого критерия несложно найти частоту  $\omega_{min}$ . Она для исследуемой системы оказывается равной  $\sim 8.95 \cdot 10^{12}$  с<sup>-1</sup> и совпадает с частотой  $\omega_{min}$ , которая определена из рис. 3.2в



как соответствующая первому спектральному минимуму.

При частотах превышающих  $\omega_{\min}$  также имеются ненулевые гармоники ВПЗ (см. рис. 3.2в). Эти гармоники в данной области частот являются несобственными, возникают благодаря параметрическому резонансу (интерференции) продольных волн. В результате взаимодействия продольных волн форма этой части спектра  $\omega > \omega_{\min}$  напоминает интерференционные картины, по своей сути имеет интерференционный характер. Интенсивность этих гармоник гораздо меньше тех, которые входят в основную часть спектра ( $\omega < \omega_{\min}$ ), но, тем не менее, совокупный вклад этих гармоник в ряде случаев может оказаться ощутимым.

### Выводы к разделу 3

В данном разделе построена мультигармоническая теория двухпотоковой неустойчивости, позволяющая исследовать режимы, при которых реализуются множественные резонансы. Выяснено, что при наличии на входе в систему ВПЗ с частотой первой гармоники намного меньшей критической имеет место формирование продольных волн с широким мультигармоническим спектром, в котором высшие гармоники имеют более высокие амплитуды, чем низшие гармоники. Рассмотрены механизмы формирования волнового спектра как с частотами меньшими критической частоты, так и частотами, которые превышают критическую частоту. Так при частоте меньшей критической формирование спектра обусловлено эффектом двухпотоковой неустойчивости, в области частот  $\omega_{cr} < \omega < \omega_{\min}$  имеет место квазикомптоновский режим взаимодействия, а при  $\omega > \omega_{\min}$  спектр имеет интерференционный характер.

## РАЗДЕЛ 4

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГРАФЕНОВОЙ ПЛАСТИНЫ С ПОТОКОМ АТОМОВ ВОДОРОДА

Недавнее открытие графена вызвало и продолжает привлекать значительный интерес, главным образом сфокусированный на особенные электронные свойства этого материала, в котором носители заряда напоминают безмассовые релятивистские частицы [45-48]. Однако структура графена – одного слоя атомов углерода, плотно упакованных в гексагональную кристаллическую решетку, – является также не до конца понятной. С одной стороны, графен оказывается строго двумерным материалом, проявляющим такое высокое качество кристаллической структуры, что электроны могут перемещаться на субмикрометровые расстояния без рассеивания при комнатной температуре. С другой стороны, теоретически показано, что идеальные двумерные кристаллы не могут существовать в свободном состоянии, и долгое время это подтверждалось экспериментально [49-51].

Эксперименты с использованием растрового просвечивающего электронного микроскопа (РПЭМ) указывают на существование в графене изолированных точечных дефектов, в частности вакансий [52]. Их наличие связывается с повреждением кристаллической структуры в результате облучения или бомбардировки ионами, а также вследствие взаимодействия с электронным пучком РПЭМ. Всестороннее понимание условий формирования дефектной структуры графена имеет большое значение при построении электронных приборов на его основе, поскольку качество кристаллической решетки значительно влияет на электронные свойства данного материала.

Изучение образования дефектов в графене и его разрушения при бомбардировке различными частицами также может служить первым этапом на пути к пониманию процесса деструкции графита потоком плазмы,

представляющего интерес при исследовании ядерного синтеза [53, 54]. В экспериментальных установках и в термоядерных реакторах под воздействием потоков плазмы происходит разрушение дивертора, изготовленного из графита. В контексте этой задачи проведен ряд компьютерных экспериментов с использованием классической молекулярной динамики (МД). Изучались процессы бомбардировки пластинки графена одиночными атомами изотопов водорода [53], а также облучение графитового образца последовательностью этих же частиц [54]. В моделях использовалась новая версия потенциала Бреннера и рассматривался микроканонический статистический ансамбль. Основным результатом указанных работ состоит в определении энергий и масс частиц, при которых происходит их отражение, поглощение или проникновение в графеновую пластинку, а также разрушение графитового образца. Следует, однако, отметить, что недостатками численных экспериментов в [53-55] являются применение только лишь короткодействующего потенциала Бреннера для взаимодействий между налетающими частицами и атомами углерода, а также использование для облучения не пучка частиц, а одиночных атомов, что является маловероятным в экспериментах. Кроме того, ограниченность моделей проявляется в отсутствии излучения энергии из системы, которое фактически всегда имеет место на практике.

Очевидна необходимость изучения более реалистичных моделей, в которых устранены указанные выше недостатки, что и явилось причиной компьютерных экспериментов, описываемых в данной работе. Проведены МД моделирования, в которых рассматривается взаимодействие графеновой пластинки с потоком атомов углерода. Главными целями работы являются исследование влияния энергии и плотности частиц в пучке, а также охлаждения графена на физические процессы, протекающие при облучении образца. В следующем разделе дано подробное описание условий моделирования.

## 4.1 Модель

Графеновая пластинка состоит из  $24 \times 24$  «пчелиных сот», транслированных периодически вдоль осей  $x$  и  $y$  (рис. 4.1). Периодические граничные условия приложены к образцу в плоскости  $xy$ . Углеродный слой содержит 3456 атомов и его размеры вдоль осей  $x$  и  $y$  составляют 10,082 нм и 8,731 нм соответственно.

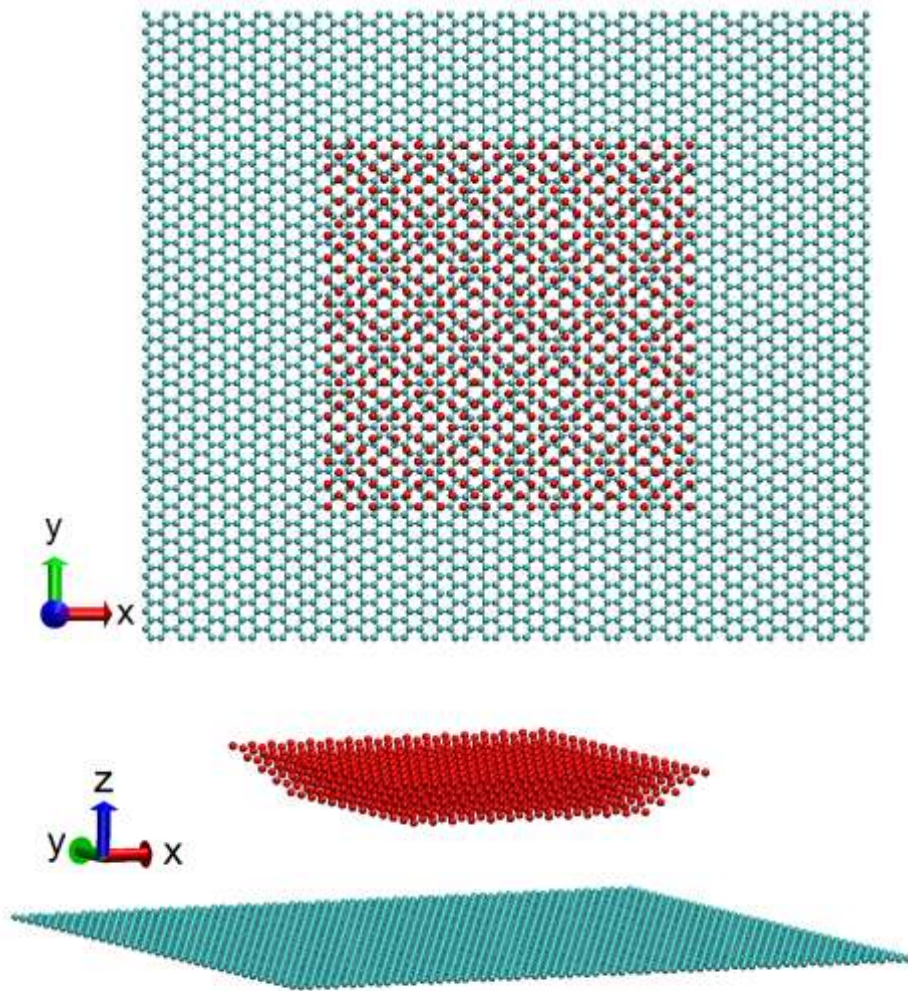


Рисунок 4.1 – Начальные конфигурации системы для  $a = 0,3165$  нм. Циановые и красные шарики изображают атомы углерода в пластинке и в пучке соответственно. Все мгновенные снимки системы построены с использованием программы Visual Molecular Dynamics (VMD) [55]

Пучок атомов углерода моделируется совокупностью упругих шаров,

образующих усеченную пирамидальную структуру и в начальный момент размещенных в вершинах кубической решетки, расположенной над центром симметрии образца. С целью изучения влияния плотности налетающих частиц на поведение системы использовались следующие три значения постоянной кубической решетки:  $a = 0,3165$  нм,  $0,2374$  нм и  $0,1582$  нм. Пучок состоит из пяти слоев квадратного сечения, лежащих в плоскости  $xy$ . В нижнем (самом близком к облучаемому образцу) слое содержится 169 атомов, в каждом вышележащем слое прибавляется один ряд частиц вдоль осей  $x$  и  $y$ , так что всего в пучке содержится 1135 атомов, а общее число частиц, участвующих в моделировании, равно 4591.

Ключевую роль для реалистичного моделирования методом МД играет вид потенциала взаимодействия между частицами [56-59]. В данной работе ковалентные связи в пластинке графена описываются потенциалом, разработанным Бреннером для моделирования углеводородов. Он имеет вид суммы по всем связям [60-62]:

$$V_b = \sum_i \sum_{j>i} [V_R(r_{ij}) - \bar{B}_{ij} V_A(r_{ij})]. \quad (4.1)$$

Функции  $V_R(r_{ij})$  и  $V_A(r_{ij})$  являются парно-аддитивными взаимодействиями, представляющими все межатомные отталкивания (между ионными остовами и т. д.) и притяжение между валентными электронами соответственно. Величина  $r_{ij}$  – расстояние между парами ближайших атомов-соседей  $i$  и  $j$ , а  $\bar{B}_{ij}$  – член кратности связи, отражающий тип связи между атомами  $i$  и  $j$  и включающий многочастичные эффекты, необходимые для правильного описания связывания в гидрокарбонатах.

Для функций  $V_R(r_{ij})$  и  $V_A(r_{ij})$  используются выражения из реактивной эмпирической формы потенциала, учитывающей кратность связи (REBO) [61]. Они дают улучшенные значения для упругих свойств алмаза и графита и более реалистично моделируют короткодействующие отталкивания по сравнению со старой версией потенциала [61, 63]. Для простоты член

кратности связи  $\bar{B}_{ij}$  выбран из первой версии потенциала Бреннера с параметрами для потенциала II в работе [60]. Все сплайны в данной работе вычислялись с использованием кода из TREMOLO [62], силы рассчитывались по алгоритму, основанному на списке связанных ячеек [58, 59, 62]. TREMOLO – программный пакет с открытым кодом, реализованный на C++ и разработанный в боннском университете для моделирования методом МД.

Атомы в пучке не взаимодействуют между собой. Взаимодействие частиц пучка с атомами пластинки описывается потенциалом Леннарда – Джонса:

$$u_{LJ} = \begin{cases} 4\varepsilon \left[ \left( \frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^6 \right], & r_{ij} \leq r_c, \\ 0, & r_{ij} > r_c \end{cases} \quad (4.2)$$

где  $\sigma = 0,167$  нм,  $\varepsilon = 0,5$  мэВ, радиус отсечки  $r_c = 0,9018$  нм. Масса атомов углерода принята равной  $19,9441 \cdot 10^{-27}$  кг.

Классические уравнения движения интегрируются с использованием метода Верле [58, 59] с временным шагом 0,1 фс. Большинство компьютерных экспериментов проходило в условиях микроканонического статистического ансамбля, т. е. фиксированными являются полная энергия  $E_{\text{tot}}$  системы, количество частиц  $N$  и объем  $V$ . Для исследования влияния отвода тепла на поведение системы также рассматривались условия, приближенные к каноническому ансамблю, путем отвода тепла посредством термостата Берендсена [56, 59], связанного с атомами слоя. Для его реализации использовалась методика, описанная в [59] – скорости атомов каждые 10 шагов умножались на величину

$$\beta_\gamma = \left( 1 + \gamma \left[ \frac{T^D}{T(t)} - 1 \right] \right)^{1/2}, \quad (4.3)$$

где  $T(t)$  и  $T^D$  – текущая и требуемая температуры соответственно,

$\gamma \in [0;1]$  – коэффициент трения, определяющий силу связи термостата с системой. Чем ближе  $\gamma$  к единице, тем сильнее тепло отводится из системы. В данной работе использовалось значение  $\gamma = 0,4$ , соответствующее довольно сильному сцеплению атомов графена с термостатом. Поскольку термостат связывается только с образцом и не учитывается излучение энергии атомов пучка, то, строго говоря, рассматриваемые условия моделирования при наличии термостата не являются каноническими. Однако в дальнейшем для краткости мы будем использовать выражение «канонический ансамбль», помня при этом об истинных условиях моделирования.

Процесс облучения проходил следующим образом. На протяжении первых 1000 временных шагов (или 0,1 пс) система приводилась в равновесие при температуре 298 К, при этом вертикальное расстояние между нижним слоем в пучке и графеновой пластинкой составляло 1,9895 нм, 1,9374 нм и 1,9026 нм для  $a = 0,3165$  нм, 0,2374 нм и 0,1582 нм соответственно. После этого частицам в пучке в отрицательном направлении оси  $z$  сообщался импульс  $p$ , определяемый кинетической энергией  $E$ :

$$p = \sqrt{2mE}, \quad (4.4)$$

где  $m$  – масса атома углерода. Частицы начинали двигаться по направлению к образцу с постоянной скоростью. Исследовались следующие значения кинетической энергии атомов в пучке: 50, 100, 250, 500, 1000 мэВ для условий микроканонического ансамбля, и 500 и 1000 мэВ при наличии термостата для всех значений плотности пучка. Для максимального значения кинетической энергии в 1000 мэВ скорость частиц составляет около 4000 м/с, что дает право использовать классическую механику без релятивистских поправок. Полная длительность моделирования изменялась от 1 пс до 3,2 пс в зависимости от энергии налетающих атомов углерода.

В численных экспериментах проводились измерения потенциальной энергии системы, механических напряжений, возникающих в пластинке

графена, ее деформации вдоль оси  $z$ , а также каждые 50 временных шагов происходила запись атомных координат, что впоследствии позволило визуализировать поведение системы с помощью программы VMD [55]. Потенциальная энергия системы  $E_{\text{pot}}$  принималась равной сумме потенциальных энергий каждой частицы, что включает в себя как энергию связи атомов углерода в графене, так и их энергию взаимодействия с частицами в пучке.

Механические напряжения в углеродном слое рассчитывались с использованием следующего выражения для тензора напряжений [62]:

$$\sigma^{\alpha\beta} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \left( m_i u_i^\alpha u_i^\beta + 0,5 \sum_{j=1, j \neq i}^N F_{ij}^\alpha r_{ij}^\beta \right), \quad (4.5)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  означают направление в декартовой системе координат ( $x$ ,  $y$ , или  $z$ );  $u_i^k$  – скорость атома  $i$  вдоль направления  $k$ ;  $V$  – объем графеновой пластинки, для него использовалось значение, равное произведению площади образца на длину межатомной связи в графене, равной 0,142 нм;  $m_i$  – масса атома углерода;  $N$  – число атомов углерода;  $F_{ij}^\alpha$  и  $r_{ij}^\beta$  – соответственно компоненты силы и радиус-вектора между атомами  $i$  и  $j$ . В данной работе вычислялась только компонента тензора напряжений вдоль направления движения пучка  $\sigma^{zz}$ , т. е.  $\alpha, \beta = z$ .

При взаимодействии с пучком деформирование образца является неоднородным, и для характеристики изменения его формы следует определять пространственное распределение деформации по пластинке. Но для простоты в работе измеряется изменение размера углеродного слоя только вдоль оси  $z$ , и для его количественной характеристики рассчитывается максимальное расстояние между атомами углерода вдоль этого направления. Данную величину мы рассматриваем только по модулю, в дальнейшем для краткости будем называть деформацией и обозначать как  $\Delta z$ .



## 4.2 Результаты и обсуждение

### 4.2.1 Микрочанонический ансамбль

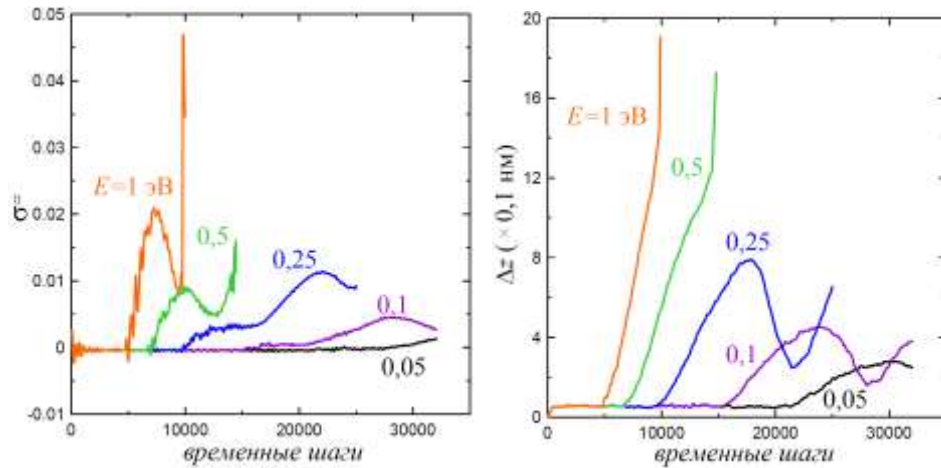


Рисунок 4.2 – Временные зависимости напряжений (слева) и деформации (справа) графеновой пластинки для  $a = 0,3165$  нм

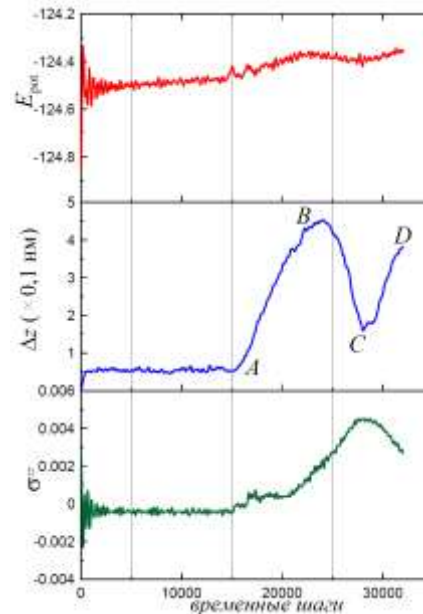


Рисунок 4.3 – Временные зависимости потенциальной энергии системы (на атом), деформации и напряжений для  $E = 0,1$  эВ и  $a = 0,3165$  нм

На рис. 4.2 представлены временные зависимости напряжений, возникающих в пластинке, и ее деформации в условиях постоянных  $N$ ,  $V$  и  $E_{\text{tot}}$  для  $a = 0,3165$  нм. Полученные зависимости можно разделить на две

группы: в первой образец не разрушается (энергия пучка менее 0,5 эВ), для второй же группы энергии налетающих частиц достаточно для разрыва связей в пластинке и соответственно для ее деструкции. Рассмотрим более подробно случаи  $E = 0,1$  и  $0,5$  эВ как представителей этих двух возможных сценариев поведения системы.

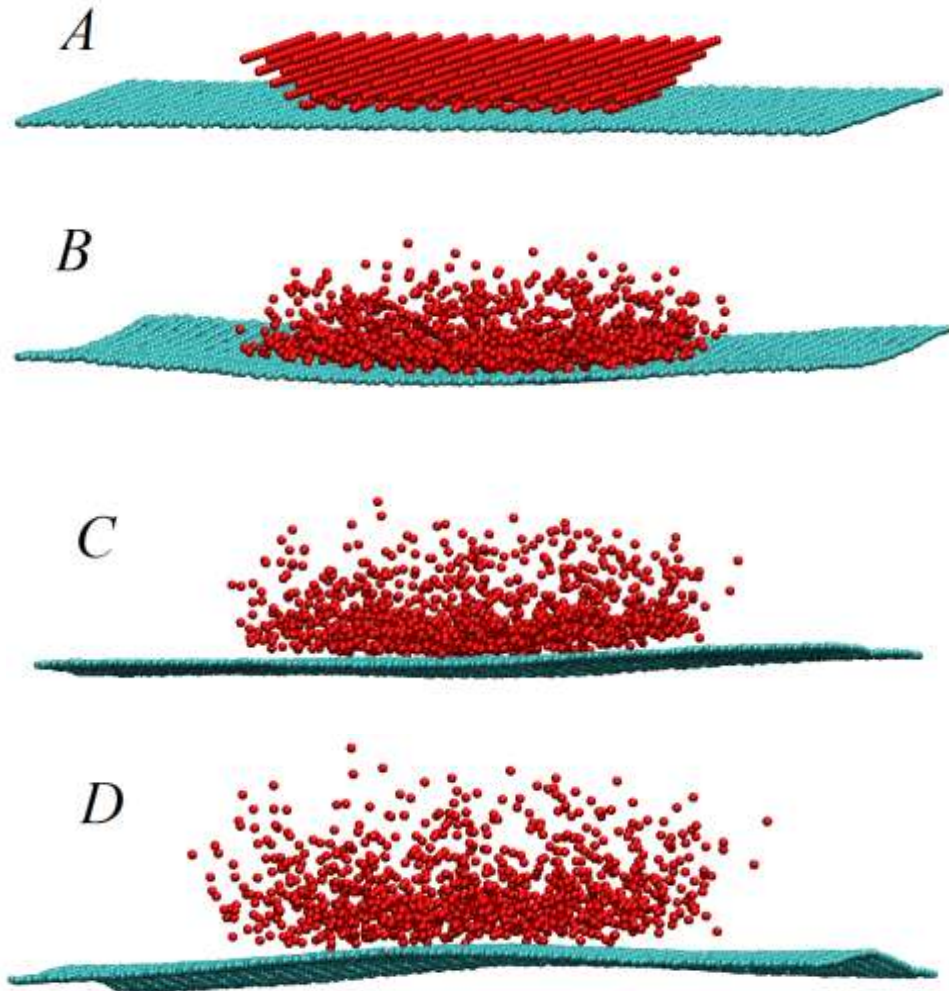


Рисунок 4.4 – Мгновенные снимки системы, отвечающие отмеченным на рис. 4.3 точкам

При  $E = 0,1$  эВ частицы достигают образца примерно после 15000 временных шагов, что проявляется в увеличении деформации (абсолютного значения максимального расстояния между атомами в пластинке в направлении оси  $z$ ) и напряжений (точка A на рис. 4.3 и 4.4). В точке B происходит наибольшее «натяжение» графенового слоя, при этом пластинка

начинает двигаться как целое вниз, поскольку она не закреплена в пространстве, а изгибание пластинки изменяет направление (атомы в центре начинают двигаться вверх), что отражается в дальнейшем уменьшении деформации до точки С. Нелинейную связь между  $\sigma^{zz}$  и  $\Delta z$  можно объяснить тем, что величина полных напряжений определяется не столько отклонением атомов вдоль вертикальной оси, сколько числом атомов, до которых дошло воздействие частиц пучка. Максимум напряжений в точке С соответствует моменту, когда большинство атомов «ощутили» действие пучка.

Из рис. 4.3 и 4.4 видно, что энергии частиц  $E = 0,1$  эВ не достаточно для разрыва связей в образце, и происходит их упругое рассеяние. Причем все атомы отражаются, и ни один не проникает за пластинку.

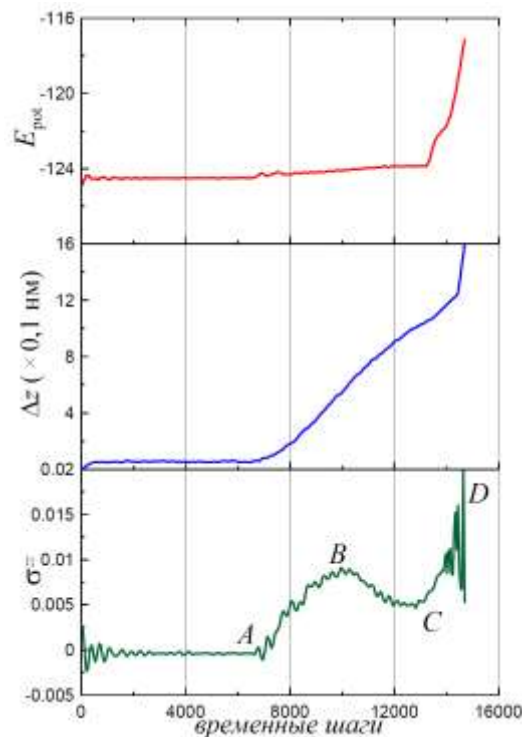


Рисунок 4.5 – Временные зависимости потенциальной энергии системы (на атом), деформации и напряжений для  $E = 0,5$  эВ и  $a = 0,3165$  нм

Для  $E = 0,5$  эВ частицы сталкиваются с пластинкой после 7000 шагов (точка А на рис. 4.5 и 4.6). Видно, что напряжения довольно быстро, фактически линейно возрастают с ростом деформации, достигая максимума в

точке В. Спадание напряжений на участке ВС объясняется их перераспределением по всей пластинке. Отметим, что в отличие от предыдущего случая, здесь наблюдается постоянное увеличение деформации, что указывает на продавливание образца пучком в одном направлении (вниз). После достижения минимума напряжений в точке С, пластинка начинает двигаться вниз как целое, а напряжения возрастают, достигая значения, достаточного для разрыва межатомных связей. Происходит разрушение образца, проявляющееся в скачках напряжений, а также в резком увеличении  $\Delta z$  и  $E_{\text{пот}}$ . Очевидно отличие от предыдущего случая, где наблюдалось отсутствие значительных изменений в потенциальной энергии (см. рис. 4.3), а также имеет место проникновение частиц за пластинку до ее разрушения, что видно из рис. 4.6С.

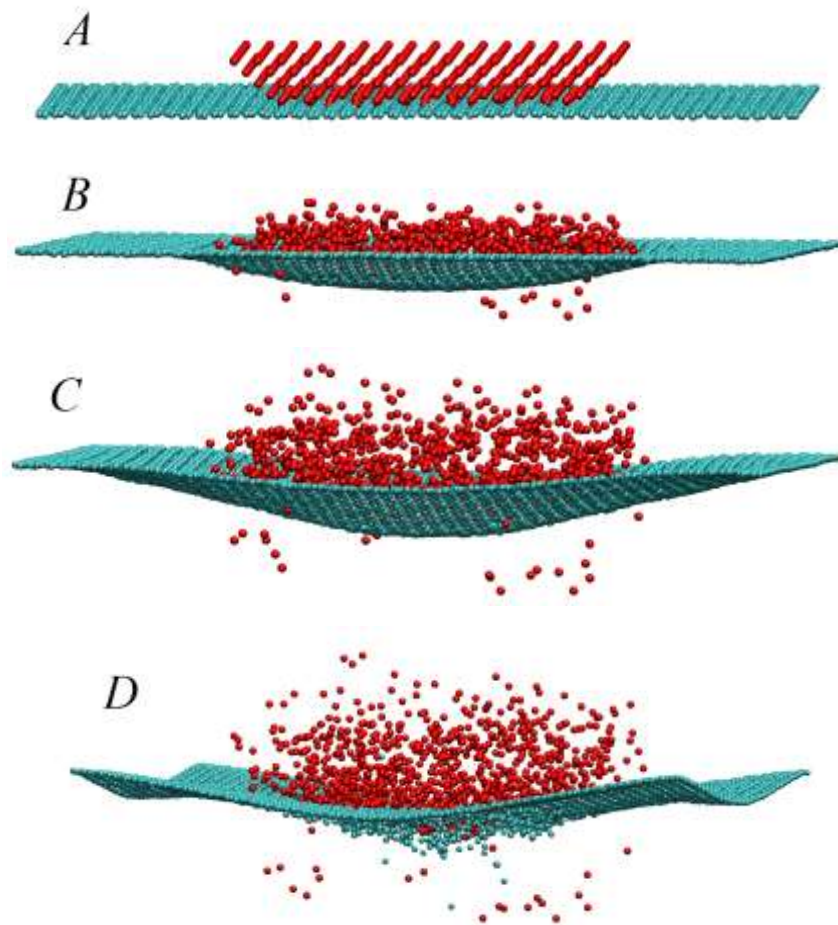


Рисунок 4.6 – Мгновенные снимки системы, отвечающие отмеченным на рис. 4.5 точкам

Подобным же образом можно объяснить графики для остальных значений кинетической энергии пучка, представленных на рис. 4.2.

Отметим, что однозначно сравнить результаты данной работы с полученными в [53, 54] не представляется возможным. Это связано с тем, что в [53, 54] вследствие использования потенциала Бреннера для налетающих частиц возможно протекание химических реакций и поглощение изотопов водорода образцом. Это происходит в интервале энергий частиц 0,5 – 15 эВ [53]. Для энергий, больших 15 эВ, частицы проникают за пластинку графена, не поглощаясь и не разрушая образец [53]. Более низкие энергии налетающих частиц, при которых разрушается графен, полученные в данной работе, можно объяснить использованием выражения из первой версии потенциала Бреннера для члена кратности  $\bar{B}_{ij}$  в (4.1), что могло привести к более слабым ковалентным связям в образце.

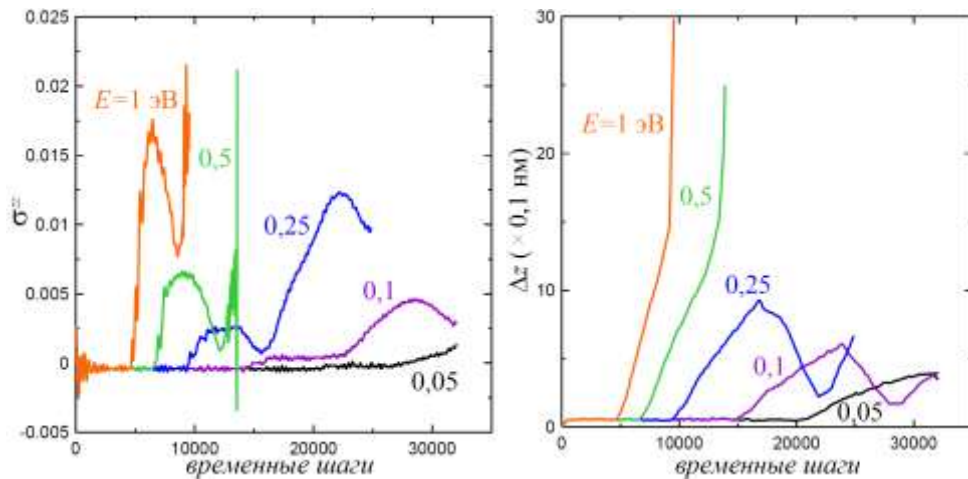


Рисунок 4.7 – Временные зависимости напряжений (слева) и деформации (справа) графеновой пластинки для  $a = 0,2374$  нм в условиях микроканонического ансамбля

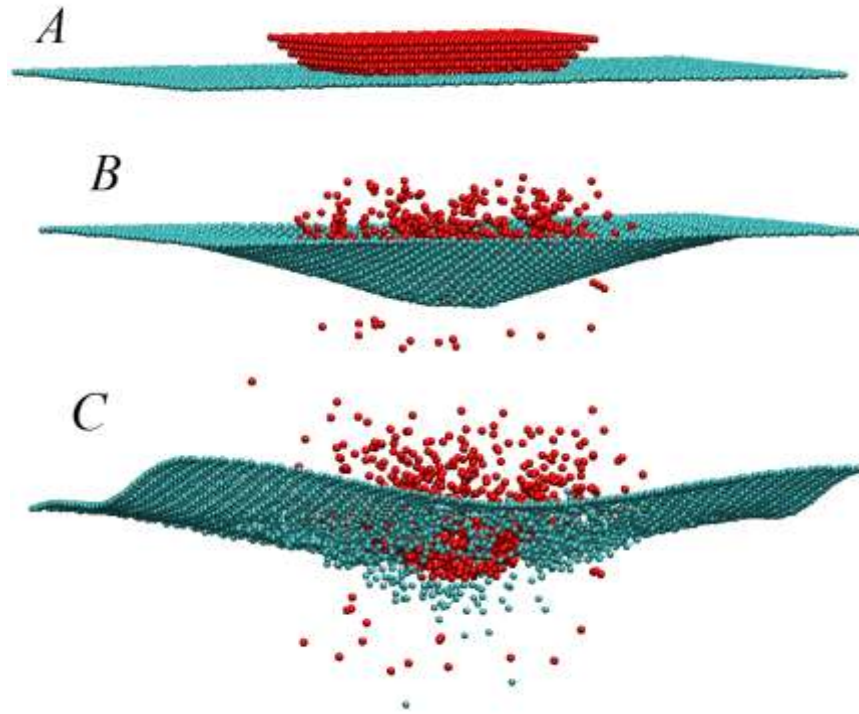


Рисунок 4.8 – Мгновенные снимки системы для  $E = 0,5$  эВ и  $a = 0,2374$  нм: А – 6750, В – 12250, С – 14450 временных шагов

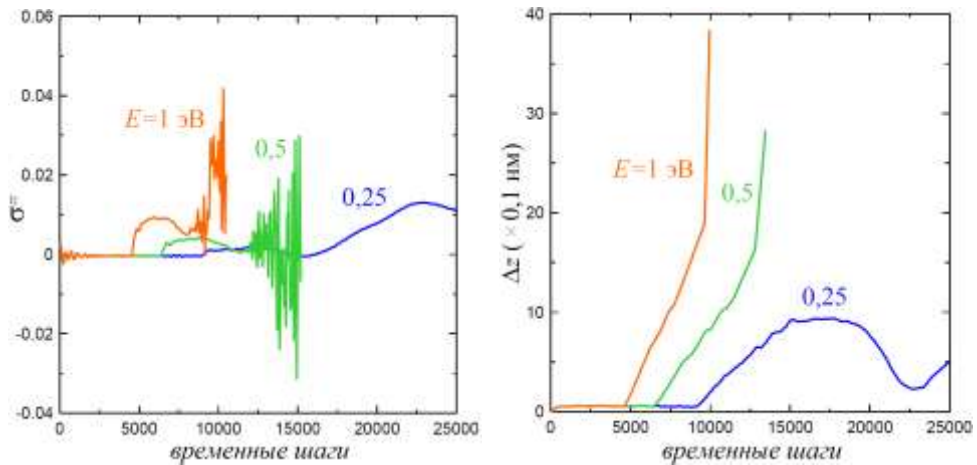


Рисунок 4.9 – Временные зависимости напряжений (слева) и деформации (справа) графеновой пластинки для  $a = 0,1582$  нм

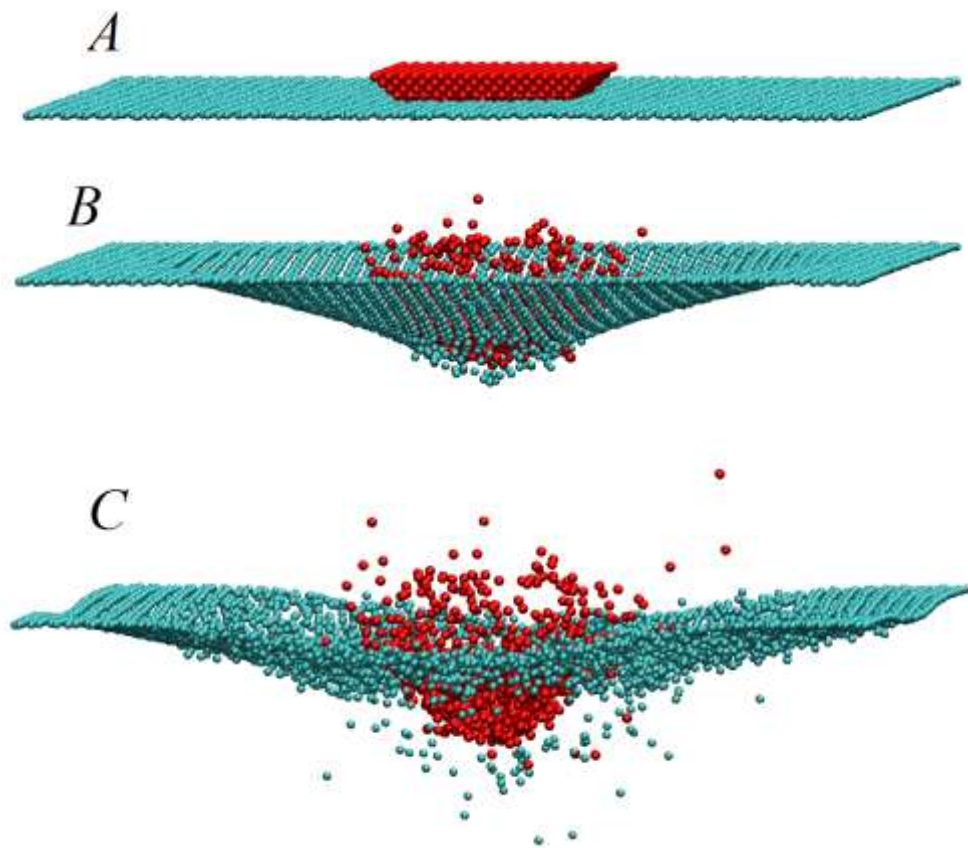


Рис. 4.10 – Мгновенные снимки системы для  $E = 0,5$  эВ и  $a = 0,1582$  нм: А – 6750, В – 12250, С – 14450 временных шагов.

Временные зависимости напряжений  $\sigma^{zz}$  и деформации  $\Delta z$  для  $a = 0,2374$  нм имеют практически такой же вид, и, следовательно, такое же объяснение, что и для  $a = 0,3165$  нм (рис. 4.7). Можно лишь отметить, что большая плотность пучка способствует большему максимальному натяжению пластинки, что видно из графиков для деформации.

На рис. 4.8 даны атомные конфигурации системы для  $a = 0,2374$  нм и  $E = 0,5$  эВ в разные моменты времени. Видно, что как и в предыдущем случае имеет место проникновение частиц за образец до его разрушения. Также можно заметить, что большая плотность пучка приводит к более интенсивному разрушению, что также отражается в выраженных скачках напряжений на соответствующей зависимости (рис. 4.7 слева).

Графики зависимостей напряжений  $\sigma^{zz}$  и деформации  $\Delta z$  от времени

для  $a = 0,1582$  нм (рис. 4.9) аналогичны предыдущим двум случаям. Видны еще большие скачки напряжений, указывающие на более интенсивное разрушение, что также можно увидеть из рис. 4.10.

#### 4.2.2 Канонический ансамбль

До сих пор рассматривались условия микроканонического статистического ансамбля, т. е. фиксированными были полная энергия системы  $E_{\text{tot}}$ , объем  $V$  и число частиц  $N$ . На практике система фактически всегда является незамкнутой, и имеется отвод тепла из нее. Охлаждение в нашем случае усиливается малой толщиной объекта [64]. Для учета указанных фактов было проведено несколько компьютерных экспериментов, в которых охлаждение пластинки графена обеспечивалось использованием термостата Берендсена [59].

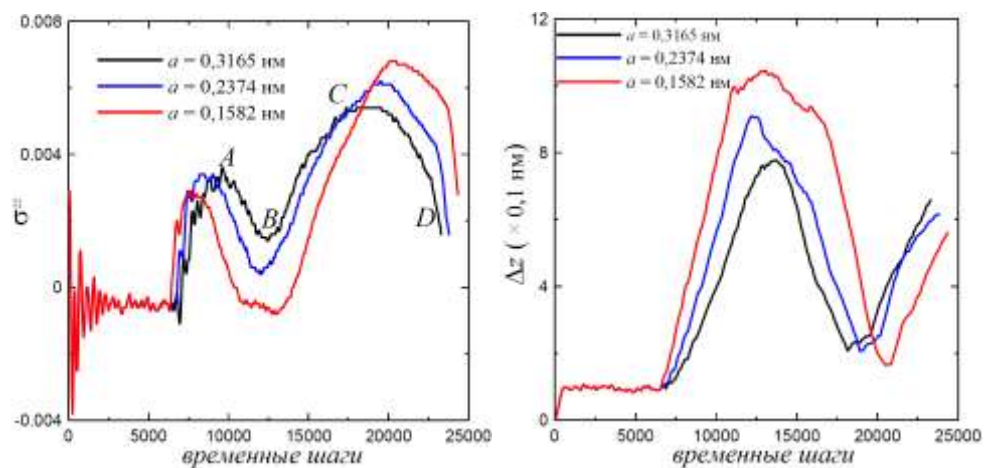


Рисунок 4.11 – Временные зависимости напряжений (слева) и деформации (справа) графеновой пластинки при энергии частиц  $E = 0,5$  эВ для различных плотностей пучка в условиях канонического ансамбля

Временные зависимости напряжений и деформации при  $E = 0,5$  эВ (для  $E = 1$  эВ получились аналогичные результаты, которые здесь не приводятся), представленные на рис. 4.11, имеют качественно одинаковый вид для всех



трех значений плотности частиц в пучке.

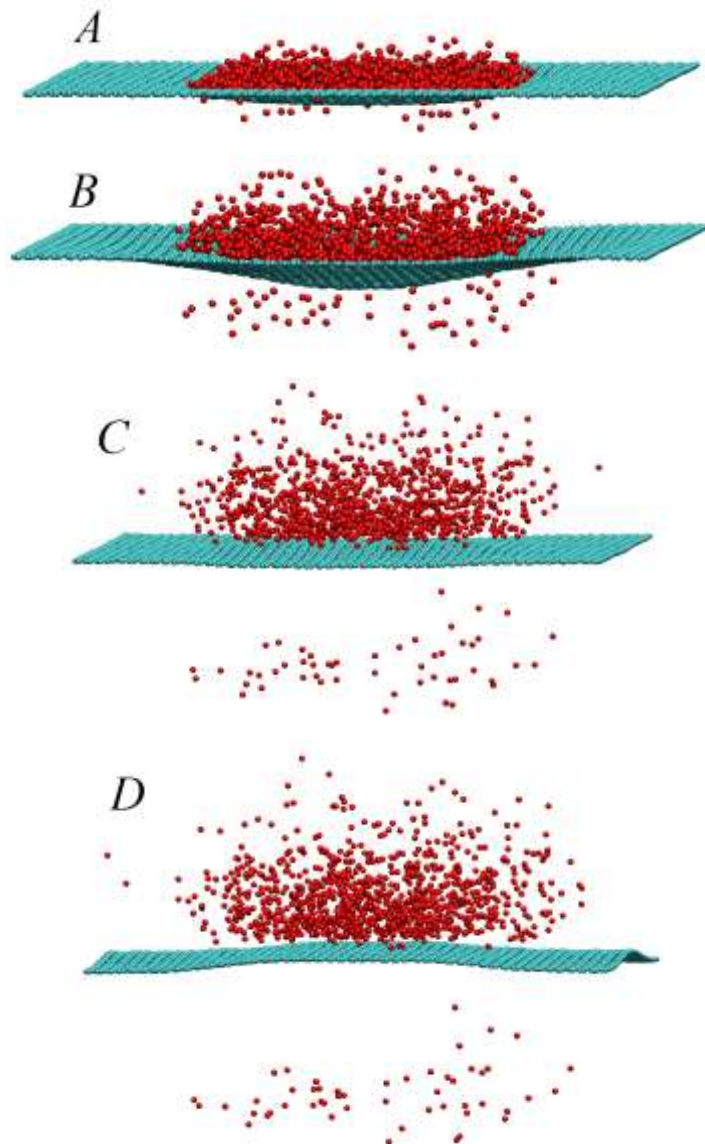


Рисунок 4.12 – Мгновенные снимки системы, отвечающие отмеченным на рис. 4.11 (слева) точкам

Наличие термостата обуславливает то, что для энергии, при которой происходила деструкция образца в условиях микроканонического ансамбля, теперь имеет место упругое рассеяние частиц, что также можно видеть из рис. 4.12, где представлены мгновенные снимки системы для  $a = 0,3165$  нм. Отсутствие разрушения образца также отражается формой кривых, которая для напряжений имеет два максимума, а для деформаций – один, что аналогично рассмотренному в предыдущем пункте случаю малых энергий частиц.

Кратко проанализируем поведение системы для различных плотностей частиц в пучке. Увеличение плотности частиц (или уменьшение  $a$ ) обуславливает сужение первого максимума напряжений, уменьшение его высоты и углубление минимума, следующего за ним. Для меньших  $a$  наблюдается более высокий второй максимум напряжений, что указывает на увеличение напряжений с повышением плотности частиц. При этом имеет место большее «продавливание» образца, что проявляется в увеличении максимальной деформации с уменьшением  $a$  на рис. 4.11 справа.

Таким образом, соединение графеновой пластинки с термостатом способствует тому, что образец начинает выдерживать более высокие энергии пучка, не разрушаясь. Другими словами, отвод тепла смещает величину энергии, при которой разрушается образец, в сторону больших значений.

#### **Выводы к разделу 4**

Проведено моделирование методом классической молекулярной динамики процесса облучения графеновой пластинки потоком атомов углерода. Получены следующие основные результаты:

1. В условиях микроканонического ансамбля существует значение энергии частиц, равное приблизительно 0,5 эВ, превышение которого вызывает разрушение образца, проявляющееся в скачках напряжений и в резком возрастании деформации и потенциальной энергии системы. Для меньших  $a$  наблюдается более интенсивное разрушение;

2. временные зависимости напряжений и деформаций в  $NVE$  условиях при низких энергиях имеют качественно одинаковый вид для всех плотностей пучка. Количественно большие плотности обуславливают большую деформацию образца;

3. Отвод тепла из системы вызывает смещение в сторону больших значений величины энергии пучка, при которой происходит разрушение

образца;

4. Плотность пучка при наличии термостата качественно не влияет на вид временных зависимостей напряжений и деформации. Увеличение плотности пучка обуславливает рост максимального значения напряжений в пластинке. При этом имеет место большее «продавливание» образца, что проявляется в увеличении максимальной деформации.

## ВЫВОДЫ

1. Построены численные алгоритмы для вычисления электрических полей и траекторий движения пучков заряженных частиц в произвольных трехмерных системах с относительной погрешностью  $\varepsilon < 0.001$ , а также предложен метод расчета аксиально-симметричной МФС.

2. На основании анализа электронно-волновых процессов, описываемых задачами дифракционной электроники в приближениях заданного тока и заданного поля, построена линейная двумерная самосогласованная теория усилителя на эффекте Смита-Парселла, учитывающая влияние продольных и поперечных электронных волн на характеристики усилителя.

3. Построена мультигармоническая теория двухпоточковой неустойчивости, позволяющая исследовать режимы, при которых реализуются множественные резонансы. Выяснено, что при наличии на входе в систему ВПЗ с частотой первой гармоники намного меньшей критической имеет место формирование продольных волн с широким мультигармоническим спектром, в котором высшие гармоники имеют более высокие амплитуды, чем низшие гармоники. Рассмотрены механизмы формирования волнового спектра как с частотами меньшими критической частоты, так и частотами, которые превышают критическую частоту.

4. Проведено моделирование методом классической молекулярной динамики процесса облучения графеновой пластинки потоком атомов углерода, которое установит ряд физических закономерностей, позволяющих использовать материалы в устройствах атомной энергетики.

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Вакуумная СВЧ электроника : Сборник обзоров.– Нижний Новгород : Институт прикладной физики РАН, 2002.– 160 с.
2. Электроника сверхвысоких частот : Основы теории и практикум : [учебное пособие / под ред. А.А. Шматько]. – Харьков : Факт, 2003. – 248 с.
3. Голант М.Б. Генераторы СВЧ малой мощности. Вопросы оптимизации параметров. / М.Б. Голант, Ю.Л. Бобровский. – М. : Советское радио, 1977. – 336 с.
4. Электроника и радиофизика миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн / [А.Я. Усикова, Э.А. Канер, И.Д. Трутень и др.]. – Киев : Наукова думка, 1986. – 368 с.
5. Генераторы дифракционного излучения / под ред. В.П. Шестопалова.– Киев : Наук. думка, 1991. – 320 с.
6. Дрозденко А.А. Методика моделирования электронного пучка в нелинейных электростатических полях / А.А. Дрозденко, И.В. Барсук // XII Международный молодежный форум «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке». – Харьков : ХНУРЭ, 2008. – С. 310.
7. Drozdenko A.A. 3-D modeling of electron beam sources / A.A. Drozdenko, D.V. Magilin // The Sixth International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and SubMillimeter Waves (MSMW'07). – Kharkov : IRE NASU, 2007. – P.580–582.
8. Дрозденко А.А. Численное моделирование формирования ленточного электронного пучка в неоднородном поле диодной пушки / А.А. Дрозденко // Вісник Сумського державного університету. Серія : Фізика, математика, механіка. – 2008. – №1. – С. 115-123.
9. Воробьев Г.С. К вопросу моделирования ленточного электронного пучка / Г.С. Воробьев, А.А. Дрозденко, И.В. Барсук // 18-я Международная Крымская конференция “СВЧ-техника и телекоммуникационные

- 
- технологии” (КрыМиКо'2008). – Севастополь : «Вебер», 2008. – С. 171–172.
10. Алямовский И.В. Электронные пучки и электронные пушки / Алямовский И.В. – М. : Советское радио, 1966. – 452 с.
11. Силадьи М. Электронная и ионная оптика / М. Силадьи; пер. с англ. И.М. Ахмеджанова, Ф.В. Пригары и В.В. Овчаровой.– М. : Мир, 1990.– 639 с.
12. Капитонов В.Е. Малогабаритные электронно-оптические системы для электронно-вакуумных приборов миллиметровых и субмиллиметровых волн // Физика и техника миллиметровых и субмиллиметровых волн / В.Е. Капитонов, И.В. Лопатин, А.С. Тищенко. – К., 1983. – С. 168-176.
13. Дерягин А.В. Редкоземельные магнито-жесткие материалы / А.В. Дерягин // Успехи физических наук. – 1976. – № 3. – С. 393-432.
14. Капитонов В.Е. Способ расчета магнитных фокусирующих систем с минимальными массой и габаритами / В.Е. Капитонов // VIII Всесоюзный семинар по методам расчета электронно-оптических систем.– Л., 1986.– С. 24.
15. Капитонов В.Е. Метод синтеза оптимальных магнитных систем / Капитонов В.Е.– Харьков : ИРЭ АН УССР, 1984. – 26 с. (Препринт АН УССР, Ин-т радиофизики и электрон. ; №256).
16. Капитонов В.Е. Оптимизация магнитных фокусирующих систем методом синтеза / В.Е. Капитонов // Электроника миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов.– Киев : Наукова думка.– 1988. – С. 172-178.
17. Everhart E. Implicit single methods for integrating orbits // *Celestial mechanics*.– 1974.– V.10.– P. 35–55.
18. Лампы обратной волны миллиметрового и субмиллиметрового диапазона / Е.М. Гершензон, М.Б. Голант, А.А. Негирев и др. – М.: Радио и связь, 1985.– 199 с.

- 
19. Электроника и радиоп физика миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн / А.Я. Усиков, Э.А. Канер, И.Д. Трутень и др. –К: Наук. думка, 1986.– 368 с.
20. Лампы бегущей волны. Коллекторы, выводы энергии, поглощающие устройства, вопросы технологии, схемные вопросы, работы зарубежных фирм в области создания ЛБВ. Обзоры по электронной технике. Сер. 1, Электроника СВЧ / Л.Ф. Тесленко, А.В. Иванова и др.– М.: ЦНИИ "Электроника", 1990.– 92 с.
21. Шматько А.А. Электронные приборы сверхвысоких частот.– Харьков: ХПУ им. В.П. Каразина, 2006.– 328 с.
22. Воробьев Г.С., Цвык А.И. Приборы дифракционной электроники с пространственно-развитыми структурами (обзор) // Вісник Сумського державного університету. – 2002. – №5(38) – 6(39). – С. 158 – 171.
23. G.S. Vorobyov, M.V. Petrovsky, V.O. Zhurba, et al. Perspectives of Application of New Modifications of Resonant Quasi-Optical Structures in EHF Equipment and Electronics // Telecommunications and Radio Engineering. – 2007. – № 66(20). P. 1839-1862.
24. Воробьев Г.С., Рубан А.И., Шматько А.А. Линейная теория нерезонансного усилителя КВЧ с распределенным взаимодействием на эффекте Смита-Парселла // Изв.вузов. Радиоэлектроника.– 1999.– Т.42, №6.– С.67-70.
25. Теоретический анализ условий возбуждения колебаний в усилителе с распределенным взаимодействием на эффекте Смита-Парселла / Г.С. Воробьев, А.И. Рубан, А.С. Кривец, А.А. Шматько // Вісник Сумського державного університету.– 1999.– №1(12).– С. 28–33.
26. Воробьев Г.С., Кривец А.С., Шматько А.А. Влияние металлодиэлектрического слоя на волновые процессы в электродинамической

- 
- системе усилителя на эффекте Смита-Парселла // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2005. – №6. – С. 44 – 52.
27. The Smith-Pursell Effect Amplification of the Electromagnetic Waves in a Open Waveguide with a Matal-Dielectric Layer/ G.S. Vorobjov, A.S. Krivets, A.A. Shmatko and others // Telecommunications and Radio Engineering.– 2003.– №59(10-12).– С.80–92.
28. Экспериментальное моделирование волновых процессов в усилителе на эффекте Смита-Парселла / Г.С. Воробьев, А.С. Кривец, М.В. Петровский, А.И. Рубан // Вісник Сумського державного університету.– 2002.– № 5(38)-6(39).– С.117–124.
29. Лопухин В.М., Рошаль А.С. Электронно-лучевые параметрические усилители.– М.: Сов. радио, 1968.– 240с.
30. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ.– М.: Сов. радио, 1970.– 564 с.
31. Шестопалов В.П. Дифракционная электроника.– Харьков: ХГУ, 1976.– 232с.
32. Шестопалов В.П. Метод задачи Римана – Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн / Издательство Харьковского университета, 1971. – 400 с.
33. Исследование физических процессов взаимодействия электронного потока с дифрагированным полем / Г.С. Воробьев, А.В. Нестеренко, А.И. Цвык и др. // Изв. вузов. Радиофизика.– 1988.– Т.31, № 2.– С.805–812.
34. Экспериментальные исследования преобразования поверхностных волн в объемные в открытом волноводе / А.А. Вертий, Г.С. Воробьев, И.В. Иванченко и др. // Изв.вузов. Радиофизика.– 1988.–Т.31, №6.– С.1242-1254.
35. Лопухин В.М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками.– М.: Сов. радио, 1953.– 325 с.



- 
36. Коцаренко Н.Я., Кулиш В.В. О возможности супергетеродинного усиления электромагнитных волн в электронных потоках. // ЖТФ. - 1980. - т.50 - с.220 - 222.
37. G. Bekefi, K.D. Jacobs. Two-stream free-electron lasers. // Jour. Appl. Phys., 53(4113–4121), 1982.
38. Kulish V.V. Hierarchical methods. Vol. II. Undulative electrodynamic systems, Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 396 p.
39. H Mehdian and S Saviz. Electron trajectory and growth rate in two-stream electromagnetically pumped free-electron lasers with ion-channel guiding. // Phys. Scr. **80** 045401 (9pp) (2009).
40. H. Mehdian, S. Saviz, and A. Hasanbeigi. Two-stream instability in free electron lasers with a planar wiggler and an axial guide magnetic field. //Phys. Plasmas **15**, 043103 (2008).
41. B. W. J. McNeil and G. R. M. Robb. Two-beam free-electron laser. // Phys. Rev. **E 70**, 035501 [4 pages] (2004).
42. Kulish V.V., Lysenko A.V., Savchenko V.I. Two-Stream Free Electron Lasers: Physical and Project Analysis of the Multiharmonical Models. // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. –2003.- Vol. 24, N 4, P. 501-524.
43. Kulish V.V., Lysenko O.V., Savchenko V.I., Majornikov I.G. The Two-Stream Free Electron Laser as a Source of Electromagnetic Femto-Second Wave Packages. // Laser Physics, Vol. 15, No. 12, 2005, P. 1629-1633.
44. Kulish V.V. Hierarchical methods: Vol. I. Hierarchy and Hierarchic Asymptotic Methods in Electrodynamics, Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 380 p.
45. Novoselov K.S., Geim A.K., et al., *Science* **306**, 666 (2004).
46. Novoselov K.S., Geim A.K., et al., *Nature* **438**, 197 (2005).
47. Zhang Y., Tan J.W., et al., *Nature* **438**, 201 (2005).
48. Castro Neto A.H., Guinea F., et al., *Rev. Mod. Phys.* **81**, 109 (2009).

- 
49. Novoselov K.S., Jiang D., et al., *Proc. Natl Acad. Sci. USA* **102**, 10451 (2005).
  50. Geim A.K., Novoselov K.S. *Nature Mater.* **6**, 183 (2007).
  51. Meyer J.C., Geim A.K., et al., *Nature* **447**, 60 (2007).
  52. Gass M.H., Bangert U., et al., *Nature Nanotechnol.* **3**, 676 (2008).
  53. Nakamura H., Takayama A., Ito A. *Contributions to Plasma Physics* **48**, 265 (2008).
  54. Ito A., Nakamura H. *Thin Solid Films* **516**, 6553 (2008).
  55. Humphrey W., Dalke A., Schulten K. *J. Molec. Graphics* **14**, 33 (1996).
  56. Heo S.J., Sinnott S.B., et al., In: Bhushan B. *Nanotribology and nanomechanics*, 623 (Berlin: Springer: 2005).
  57. Allen M.P., Tildesley D.J. *Computer simulation of liquids* (Oxford: Clarendon Press: 1995).
  58. Rapaport D.C. *The art of molecular dynamics simulation*, 2<sup>nd</sup> ed. (Cambridge: Cambridge University Press: 2004).
  59. Griebel M., Knapek S., Zumbusch G. *Numerical simulation in molecular dynamics* (Berlin, Heidelberg: Springer: 2007).
  60. Brenner D.W. *Phys. Rev. B.* **42**, 9458 (1990).
  61. Brenner D.W., Shenderova O.A., et al., *J. Phys. Condens. Matter* **14**, 783 (2002).
  62. Caglar A., Griebel M. *Molecular dynamics on parallel computers* (Jülich: World Scientific: 1999).
  63. Harrison J.A., Brenner D.W., et al., *Thin Solid Films* **206**, 213 (1991).
  64. Feynman R.P. *Eng. Sci.* **23**, 22 (1960).