МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА, АВТОМАТИКА

ІМА :: 2016

МАТЕРІАЛИ
та програма

НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ

(Суми, 18–22 квітня 2016 року)

Суми
Сумський державний університет
2016

Про задачу з нелокальними умовами за часом для факторизованого гіперболічного оператора парного порядку

Дирів Л.М., *магістр*
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
м. Івано-Франківськ

В області $Q = \{(t, x_1, x_2)\colon\ t \in (0,T),\ (x_1, x_2) \in \Omega\}$, де $\Omega = (\mathbf{R} / 2\pi\mathbf{Z})^2$ – двовимірний тор, досліджуємо крайову задачу

$$P[u] \equiv \prod_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a_j\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) + b_j\right)u(t, x_1, x_2) = f(t, x_1, x_2), \qquad (1)$$

$$\left.\left(\mu_1 \frac{\partial^j u}{\partial t^j} + \mu_2 \frac{\partial^{j-1} u}{\partial t^{j-1}}\right)\right|_{t=0} = \left.\left(\mu_2 \frac{\partial^{j-1} u}{\partial t^{j-1}} - \mu_3 \frac{\partial^j u}{\partial t^j}\right)\right|_{t=T}, \quad j = \overline{0, 2n-1}, \qquad (2)$$

де $a_j > 0$, $b_j > 0$, $b_m \neq b_n$ $(m \neq n)$, $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \in \mathbf{C}$, $\mu_2 \neq 0$, оператор P – строго гіперболічний за І. Г. Петровським, $\dfrac{\partial^{-1} u}{\partial t^{-1}} \equiv \int_0^t u(s, x)\, ds$.

Вигляд області Q накладає умови 2π-періодичності за змінними x_1, x_2 на функції $u(t, x_1, x_2)$ і $f(t, x_1, x_2)$.

Для єдиності класичного розв’язку задачі (1), (2) необхідно й достатньо, щоб для всіх векторів $(k_1, k_2) \in \mathbf{Z}^2$ справджувались умови:

$$M_{kj}^{\pm} \equiv \mu_1 + \mu_3 e^{\pm\gamma_{kj} T i} \mp i\mu_2 (\gamma_{kj})^{-1}(1 - e^{\pm\gamma_{kj} T i}) \neq 0, \quad j = \overline{1, n},$$

де $\gamma_{kj} = \left(a_j (k_1^2 + k_2^2) + b_j\right)^{1/2}$.

Доведено існування розв’язку задачі (1), (2) за умови, що функція $f(t, x_1, x_2)$ – достатньо гладка та існують такі додатні сталі C і q, що для всіх, крім скінченної кількості векторів $(k_1, k_2) \in \mathbf{Z}^2$, справджуються нерівності $|M_{kj}^{\pm}| \geq C(k_1^2 + k_1^2)^{q/2}$, $j = \overline{1, n}$.

За допомогою метричного підходу встановлено виконання наведених нерівностей для майже всіх (відносно міри Лебега) чисел $T > 0$.

Керівник: Гой Т.П., *доцент*