

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА,
АВТОМАТИКА

ІМА :: 2016

**МАТЕРІАЛИ
та програма**

НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ

(Суми, 18–22 квітня 2016 року)



Суми
Сумський державний університет
2016

Периодичность свертки Лапласа: примеры

Малютина М.В., студент

Иркутский государственный университет, г. Иркутск, Россия

Построение непрерывных периодических решений интегральных уравнений Вольтерра сопряжено с естественной задачей – найти условия на функции $y = k(x)$ и $y = f(x)$, при которых их свертка Лапласа

$$k(x) * f(x) = \int_0^x k(x-t)f(t)dt$$

является периодической функцией. Оказывается, что периодичность самих этих функций не доставляет ни достаточного, ни необходимого условий. В данной работе эта проблема решена для нескольких важных частных случаев, а именно: $k(x) = x^{n-1}/(n-1)!$, где $n \in \mathbb{N}$, $k(x) = e^x$, $k(x) = \sin x$ или $k(x) = \cos x$. При этом $y = f(x)$ предполагается непрерывной на луче $[0; +\infty)$.

Установлено, что в каждом из этих случаев необходимым условием периодичности с периодом T свертки является периодичность функции $y = f(x)$ с этим же периодом. Также доказаны критерии. Необходимыми и достаточными условиями периодичности с периодом T свертки $g_1(x) = x^{n-1}/(n-1)! * f(x)$, которую еще называют *интегралом n -го порядка* функции $y = f(x)$, являются

$$\int_0^T t^{i-1} f(t)dt = 0, \quad i = 1, \dots, n,$$

для $g_2(x) = e^x * f(x)$ они имеют вид

$$\int_0^T e^{-t} f(t)dt = 0.$$

Периодичность каждой из сверток $g_3(x) = \sin x * f(x)$ и $g_4(x) = \cos x * f(x)$ эквивалентна следующим двум условиям:

$$\int_0^T \sin t f(t)dt = 0, \quad \int_0^T \cos t f(t)dt = 0.$$

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-00291 мол_a.

Руководитель: Орлов С.С., доцент