

## Частотные свойства электрических полей цилиндрической системы пьезо-керамических излучателей с экраном во внутренней полости

А.Г. Лейко, Я.И. Старовойт

Государственное предприятие «Киевский научно-исследовательский институт гидроприборов»,  
ул. Сурикова, 3, 03035 Киев, Украина

(Получено 30.06.2016; опубликовано online 29.11.2016)

Методом связанных полей в многосвязных областях получены расчетные соотношения для определения электрических полей цилиндрических пьезокерамических излучателей в составе круговой цилиндрической системы с экраном в ее внутренней полости. Анализ результатов численных экспериментов позволил выявить ряд особенностей в электрических полях излучателей, влияющих на энергетическую эффективность излучающих систем. Дано физическое обоснование возникновения этих особенностей.

**Ключевые слова:** Электрическое поле, Цилиндрический пьезокерамический излучатель, Круговая система с экраном, Связанные поля, Многосвязные области.

DOI: 10.21272/jnep.8(4(1)).04018

PACS number: 43.38.n

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Как следует из работы [1], любая эхолокационная система, в состав которой входят цилиндрические пьезокерамические излучатели, обладает рядом особенностей в формировании электрического поля, влияющих на энергетическую эффективность антенны и электронных устройств. К таким особенностям относятся условия электрического возбуждения пьезокерамических цилиндрических излучателей и условия формирования их радиационной акустической нагрузки. В случае построения цилиндрических излучателей в виде радиально симметричной в электрическом отношении конструкции в нее от электронных устройств может быть «закачана» электрическая энергия только на одной нулевой форме (моды) собственных механических колебаний излучателей. В то же время при работе излучателей в составе системы возникает эффект многократного обмена излученными и отраженными акустическими волнами между элементами системы, следствием чего является нарушение радиальной симметрии радиационной акустической нагрузки каждого излучателя. Это означает, что в излучателях с нарушенной симметрией нагрузки акустического поля появляются, кроме нулевой, последующие формы собственных механических колебаний излучателей и электрическая энергия, «закачиваемая» в излучатели на нулевой форме, перераспределяется между последующими формами их механических колебаний. Эффективность такого перераспределения энергии зависит от многих физических факторов, основными из которых являются конфигурация антенны эхолокационной системы и ее состав. Их изменения существенным образом влияют на динамическое поведение каждого излучателя антенны, а, следовательно, и на количественные значения элементов в электрических схемах замещения излучателей, необходимых для выполнения проектных работ по электронным устройствам эхолокационных систем [2, 3].

Целью данной работы является дальнейшее развитие подходов к определению электрических полей

излучателей эхолокационных систем с использованием строгих методов связанных полей в многосвязных областях применительно к цилиндрическим пьезокерамическим излучателям при работе их в составе круговой цилиндрической системы с акустическим экраном в ее внутренней полости. Такие системы нашли широкое применение в практической эхолокации [2, 3].

### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Определим электрические поля гидроакустических излучателей 1, образующих круговые цилиндрические системы, содержащие во внутренней полости круговой цилиндрический акустический экран 2 (рис. 1).

Каждый из излучателей 1 представляет собой круговую пьезокерамическую цилиндрическую оболочку со средним радиусом  $r_{0s}$  и толщиной  $h_s$ , внутренняя полость которой может быть вакуумирована, заполнена газом или жидкостью с плотностью  $\rho_s$  и скоростью звука  $c_s$ , где  $s$  – текущий номер излучателя в системе. Окружная поляризация создается путем жесткой склейки между собой  $M_s$  пьезокерамических призм, включенных параллельно. К электродам призм подводится гармонически изменяющееся во времени с частотой  $\omega$  электрическое напряжение

$$\psi_s = \psi_{0s} e^{-i\omega t}.$$

Акустический экран внешним радиусом  $r_{0N+1}$  выполнен из акустически мягкого материала. Система образована из  $N$  излучателей 1, оси которых параллельны и расположены вдоль окружности радиуса  $R_0$ . Излучатели и экран системы располагаются в среде с плотностью  $\rho$  и скоростью звука  $c$ .

Для решения задачи введем в рассмотрение (рис. 1) общую OXYZ и локальные  $O_s X_s Y_s Z_s$ ,  $s = 1, \dots, N + 1$ , и связанные с ними круговые цилиндрические системы координат. Ось OZ направим вдоль продольной оси экрана, а оси  $O_s Z_s$ ,  $s = 1, \dots, N + 1$  – вдоль продольных осей излучателей и экрана. Ось OX разместим в плоскости, образованной

осями  $OZ$  и  $O_1Z_1$ , а оси  $O_sX_s$ ,  $s = 1, \dots, N + 1$  – в параллельных ей плоскостях.

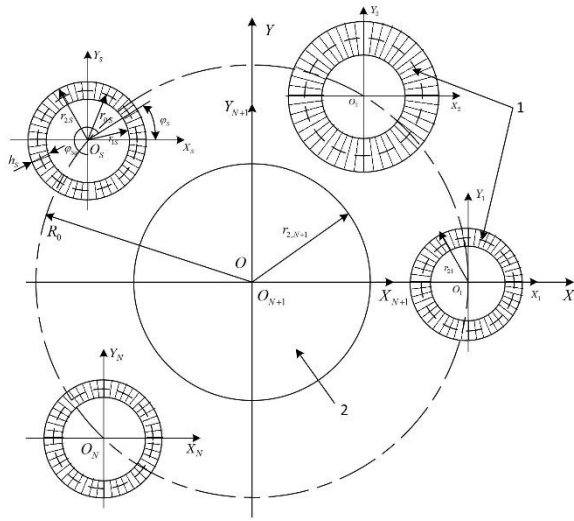


Рис. 1 – Нормальное сечение цилиндрической системы излучателей с экраном

Электрические поля пьезокерамических излучателей круговой цилиндрической системы с экраном могут быть определены путем совместного решения системы дифференциальных уравнений, состоящих из:

– уравнений вынужденной электростатики для пьезокерамики:

$$(1 + \beta) \frac{\partial^2 u_s}{\partial \varphi_s^2} + \frac{\partial w_s}{\partial \varphi_s} - \beta_s \frac{\partial^3 w_s}{\partial \varphi_s^3} = \alpha_s \gamma_s \frac{\partial^2 u}{\partial t^2};$$

$$-\frac{\partial u_s}{\partial \varphi_s} + \beta_s \left( \frac{\partial^2 u_s}{\partial \varphi_s^2} - \frac{\partial^4 w_s}{\partial \varphi_s^4} \right) - w_s + \frac{e_{33s}}{C_{33s}^E} r_{0s} E_{\varphi_s} + \frac{\alpha_s}{h_s} q_{rs} = \alpha_s \gamma_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial t^2}, s = 1, \dots, N;$$

Акустические граничные условия включают условия Зоммерфельда, условия отсутствия особенностей во внутренних областях всех излучателей системы и условие на поверхности экрана  $r_{0N+1}$  в виде:

$$\Phi(r_{N+1}, \varphi_{N+1}) = 0, 0 \leq \varphi_{N+1} \leq 2\pi; r_{N+1} = r_{0N+1}, \quad (2)$$

где  $\Phi(r_{N+1}, \varphi_{N+1})$  – полное акустическое поле круговой цилиндрической системы с экраном в окружающем пространстве, выраженное в локальных координатах экрана.

Электрические граничные условия состоят:

– в задании напряженности электрического поля в пьезокерамической оболочке каждого из  $s = 1, \dots, N$  излучателей системы в виде:

$$E_{\varphi_s} = -\frac{\psi_{0s} M_s}{2\pi r_{0s}} \quad (3)$$

– в определении в соответствии с [4] радиальной  $D_r^{(j)}$ , осевой  $D_z^{(j)}$  и окружной  $D_{\varphi_s}^{(j)}$  составляющих электрической индукции для  $j$  – той призмы в цилиндрической пьезокерамической оболочке  $s$ -го излучателя с окружной поляризацией выражениями:

$$\vec{E}_s = -grad \psi_s; div \vec{D}_s = 0; s = 1, \dots, N;$$

– уравнения Гельмгольца, описывающего движение сред внутри и вне излучателей антенны и вне ее экрана

$$\Delta \Phi_{is} + k_{is}^2 \Phi_s = 0, s = 1, \dots, N + 1;$$

Здесь  $\vec{E}_s$  и  $\vec{D}_s$  – векторы напряженности и индукции электрического поля  $s$ -го излучателя;  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\Phi_{is}$  – потенциал скорости  $s$ -го излучателя внутри  $\Phi_{is} = \Phi_{1s}$  и вне  $\Phi_{is} = \Phi_s$  его;  $k_{is}$  – волновые числа сред внутри ( $k_{is} = k_{1s}$ ) и вне ( $k_{is} = k$ )  $s$ -го излучателя;  $u_s$  и  $w_s$  – окружная и радиальная составляющие вектора смещений точек срединной поверхности пьезокерамической оболочки  $s$ -го излучателя;  $\beta_s = h_s^2 / 12 r_{0s}^2 (1 + e_{33s}^2 / C_{33s}^E \epsilon_{33s}^0)$ ;  $\alpha_s = r_{0s}^2 / C_{33s}^E$ ;  $q_{rs}$  – внешняя нагрузка  $s$ -го излучателя;  $C_{33s}^E, \epsilon_{33s}^0, e_{33s}, \gamma_s$  – соответственно модуль упругости при нулевой электрической напряженности, диэлектрическая проницаемость при нулевой деформации, пьезоконстанта и плотность материала пьезокерамической оболочки  $s$ -го излучателя системы;

– уравнений движения тонких пьезокерамических оболочек излучателей с окружной поляризацией в перемещениях (1):

$$D_r^{(j)} = 0,$$

$$D_z^{(j)} = 0, \quad (4)$$

$$D_{\varphi_s}^{(j)} = \epsilon_{33s}^{(j)} E_{\varphi_s}^{(j)} + e_{31s}^{(j)} (\epsilon_r^{(j)} + \epsilon_z^{(j)}) + e_{33s}^{(j)} \epsilon_{\varphi_s}^{(j)},$$

где  $\epsilon_r^{(j)} = \partial w_s / \partial r_s, \epsilon_z^{(j)} = 0, \epsilon_{\varphi_s}^{(j)} = (1/r_s) \partial u_s / \partial \varphi_s + w_s / r_s, e_{31s}^{(j)}$  – пьезоконстанта;  $j = 1, \dots, M_s; s = 1, \dots, N$ .

### 3. ВЫВОД РАСЧЕТНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Для решения задачи разобьем всю многосвязную область существования физических полей круговой системы с экраном на ряд частичных областей (рис. 1).

В этом случае для обеспечения полноты систему исходных соотношений задачи (1)-(4) необходимо дополнить кинематическими и динамическими условиями сопряжения полей на границах раздела частичных областей:

$$-\frac{\partial \Phi_{1s}}{\partial r_s} = \frac{\partial w_s}{\partial t}, 0 \leq |\varphi_s| \leq \pi; r_s = r_{1s} = r_{0s} - \frac{h_s}{2};$$

$$-\frac{\partial \Phi(r_s, \varphi_s)}{\partial r_s} = \frac{\partial w_s}{\partial t}, 0 \leq |\varphi_s| \leq \pi; r_s = r_{2s} = r_{0s} + \frac{h_s}{2}; \quad (5)$$

$$q_{rs} = -\left(\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho_{1s} \frac{\partial \Phi_{1s}}{\partial t}\right), 0 \leq |\varphi_s| \leq \pi, r = r_{0s}, s = 1, \dots, N$$

где  $\Phi = \sum_{s=1}^{N+1} \Phi_s$  – потенциал скорости полного акустического поля, выраженный в локальных координатах s-го излучателя.

Представим механические  $u_s$  и  $w_s$  и акустические  $\Phi_s$  и  $\Phi_{1s}$  поля всех  $s = 1, \dots, N$  излучателей и экрана  $s = N + 1$  круговой системы в виде разложений в ряды по угловым и волновым функциям кругового цилиндра:

$$u_s = \sum_n u_{ns} e^{in\varphi_s}; w_s = \sum_n w_{ns} e^{in\varphi_s}; s = 1, \dots, N; \quad (6)$$

$$H_m^{(1)}(kr_q) e^{im\varphi_q} = \sum_n J_n(kr_s) H_{m-n}^{(1)}(kr_{qs}) e^{i(m-n)\varphi_{qs}} e^{im\varphi_s}, \quad (8)$$

где  $r_{qs}$  и  $\varphi_{qs}$  – полярные координаты начала координатной системы  $O_s$  в координатах q – той системы.

Алгебраизация систем функциональных уравнений (1), (2), (5) с использованием соотношений (3), (6) – (8) и свойств полноты и ортогональности систем

$$\begin{aligned} & -B_n^{(s)} J'_n(k_{1s} r_{1s}) + i c_{1s} w_{ns} = 0, s = 1, \dots, N, n = -\infty, 0, \infty; \\ & i c w_{ns} - \left[ A_n^{(s)} H_n^{(1)'}(kr_{2s}) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq s}}^{N+1} \sum_m A_m^{(q)} J'_n(kr_{2s}) H_{m-n}^{(1)}(kr_{qs}) e^{i(m-n)\varphi_{qs}} \right] = 0, s = 1, \dots, N; \\ & A_n^{(N+1)} H_n^{(1)}(kr_{2N+1}) + \sum_{q=1}^N \sum_m A_m^{(q)} J'_n(kr_{2N+1}) H_{m-n}^{(1)}(kr_{qN+1}) e^{i(m-n)\varphi_{qN+1}} = 0, n = -\infty, 0, \infty; \quad (9) \\ & R_n^{(s)} w_{ns} + \frac{\alpha_s i \omega \rho}{h_s} \left[ A_n^{(s)} H_n^{(1)}(kr_{2s}) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq s}}^{N+1} \sum_m A_m^{(q)} J_m(kr_{1s}) H_{m-n}^{(1)}(kr_{qs}) e^{i(m-n)\varphi_{qs}} \right] - \\ & - \frac{\alpha_s i \omega \rho_s B_n^{(s)}(k_{1s} r_{1s})}{h_s} J_n(k_{1s} r_{1s}) = - \frac{e_{33s} M_s \psi_{0s}}{C_{33s} 2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\varphi} d\varphi, s = 1, \dots, N, n = -\infty, 0, \infty, \end{aligned}$$

где  $R_n^{(s)} = n^2 (1 + \beta_s n^2)^2 - (1 + \beta_s n^4 - \alpha_s \gamma_s \omega^2) \cdot (n^2 + \beta_s n^2 - \alpha_s \gamma_s \omega^2) / (1 + \beta_s) n^2 - \alpha_s \gamma_s \omega^2$ , штрих означает производную функции.

Определим выражения, позволяющие выполнить количественные оценки величины электрического тока, протекающего в цепи возбуждения s-го излучателя круговой системы излучателей с экраном. Из физических соображений ясно, что размещение цилиндрических излучателей в составе такой системы (рис.1) нарушает радиальную симметрию их радиационной нагрузки и, как следствие, радиальную симметрию механических колебаний пьезокерамических оболочек излучателей. Поэтому величина тока возбуждения в цепи каждой из  $M_s$  параллельно

$$\begin{aligned} \Phi_s &= \sum_n A_n^{(s)} H_n^{(1)}(kr_s) e^{in\varphi_s}; s = 1, \dots, N; \\ \Phi_{1s} &= \sum_n B_n^{(s)} J_n(k_s r_s) e^{in\varphi_s}; s = 1, \dots, N; \end{aligned} \quad (7)$$

В соотношениях (7) использованы традиционные обозначения цилиндрических функций. Входящие в них неизвестные коэффициенты  $u_n^{(s)}$ ,  $w_n^{(s)}$ ,  $A_n^{(s)}$  и  $B_n^{(s)}$  определяются из функциональных уравнений (1) – (3), и условий сопряжения полей (5). Необходимый для этого перенос систем координат осуществляется на основе теорем сложения для цилиндрических волновых функций [5]:

угловых функций на интервале  $[0, 2\pi]$  позволяет получить для определения неизвестных коэффициентов разложений  $u_n^{(s)}$ ,  $w_n^{(s)}$ ,  $A_n^{(s)}$  и  $B_n^{(s)}$  бесконечную систему линейных алгебраических уравнений вида:

соединенных пьезокерамических призм s-го излучателя будет привязана к угловому положению этих призм в оболочке излучателя. Тогда выражение для полного тока  $I^{(s)}$  в цепи возбуждения s – го излучателя рассматриваемой системы приобретает вид:

$$I^{(s)} = S_{\text{эл}}^{(s)} \sum_{j=1}^{M_s} \frac{\partial D_{\varphi_s}^{(j)}}{\partial t}, \quad (10)$$

где  $S_{\text{эл}}^{(s)}$  – площадь электрода, нанесенного на плоскую поверхность пьезокерамической призмы s-го излучателя. Выполнив ряд преобразований, аналогичных приведенным в работе [1], выражение (10), с учетом соотношений (3), (4) и (6) может быть представлено в виде:

$$I^{(s)} = -i \omega S_{\text{эл}}^{(s)} \left\{ -\varepsilon_{33s}^0 \frac{\psi_{0s} M_s^2}{2\pi r_{0s}} + \frac{e_{33s}}{r_{0s}} \sum_{j=1}^{M_s} \left[ \sum_n i n u_{ns} e^{in \frac{2\pi j}{M_s}} + \sum_n w_{ns} e^{in \frac{2\pi j}{M_s}} \right] \right\}. \quad (11)$$

Анализ соотношения (11) показывает, что полный электрический ток в цепи возбуждения каждого s – го пьезокерамического излучателя ( $s = 1, \dots, N$ ) кру-

говой системы излучателей с экраном представляет собой сумму двух составляющих тока – емкостную и динамическую. Входной электрический импеданс

излучателей этой системы определяется законом Ома.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Применим полученные соотношения для количественной оценки частотных характеристик входных электрических сопротивлений излучателей в составе круговых цилиндрических систем с экраном. Оценки выполним для двух случаев. Первый случай соответствует круговому излучению системы, когда ее излучатели идентичны и равномерно расположены вокруг экрана по окружности радиуса  $R_0$ . Второй случай предусматривает секторное излучение системы, при котором идентичные излучатели размещены с одной стороны экрана равномерно в секторе углов  $\pm 60^\circ$ .

При расчетах принималось: пьезокерамика состава ЦТБС-3 с плотностью  $\gamma = 7210 \text{ кг/м}^3$ , пьезокоэффициент  $e_{33} = d_{33} \cdot C_{33}^E$ , где  $d_{33} = 286 \cdot 10^{-12} \text{ (кЛ/Н)}$  – пьезомодуль, диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{33}^0 = 1280 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ (Ф/м)}$  и модулем упругости  $C_{33}^E = 13,6 \cdot 10^{10} \text{ (Н/м}^2)$ ; средний радиус пьезокерамической оболочки  $r_0 = 0,068 \text{ (м)}$  при толщине стенки  $h = 0,008 \text{ (м)}$  и количестве призм  $M = 48$ ; внешняя среда – вода ( $\rho c = 1,5 \cdot 10^6 \text{ кг/м}^2\text{с}$ ); внутренние полости излучателей вакуумированны ( $\rho_1 c_1 = 0 \text{ кг/м}^2\text{с}$ ); напряжение возбуждения излучателей  $\psi_0 = 200 \text{ В}$ . Число излучателей в системе  $N = 3$ . Радиус окружности расположения продольных осей излучателей  $R_0 = 0,147 \text{ м}$ . Радиус экрана  $r_{N+1} = 0,072 \text{ м}$ . Результаты расчетов приведены на единицу высоты излучателей.

Анализ частотных зависимостей входных электрических сопротивлений излучателей (рис. 2 и 3) показывает, что они существенно зависят от характеристик и организации режима излучения системы. При круговом излучении (рис. 2) все излучатели системы имеют одинаковые частотные зависимости составляющих входного электрического сопротивления. При этом на отдельных частотах величины активных составляющих входных электрических сопротивлений принимают отрицательные значения. Реактивные составляющие характеризуются тем, что до частоты собственного механического резонанса излучателя при работе его вне системы они имеют емкостной характер, а после нее – индуктивный.

Переход в системе от кругового излучения к секторному (рис. 3) оказывает существенное влияние на характер поведения частотных зависимостей входных электрических сопротивлений излучателей систем. Прежде всего это проявляется в том, что величина и характер поведения частотных зависимостей входных сопротивлений излучателей определяются их местом расположения в системе. При этом крайние излучатели имеют одинаковые величины и характер изменения и отличаются от срединных. Количество диапазонов частот, где активные составляющие сопротивлений принимают отрицательные значения, увеличивается (рис. 3а), а их протяженность для срединных излучателей становится

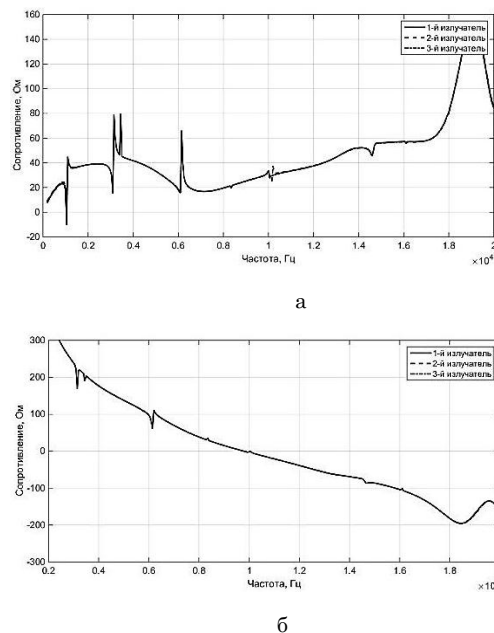


Рис. 2 – Частотные зависимости активной (а) и реактивной (б) составляющих входного электрического сопротивления излучателей системы с круговым излучением

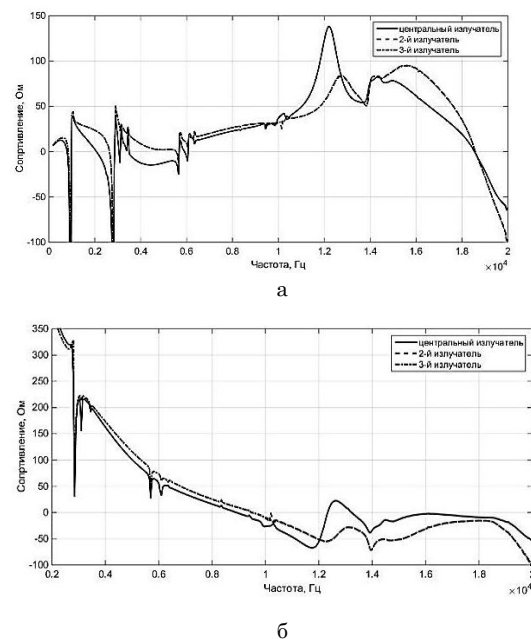


Рис. 3 – Частотные зависимости активной (а) и реактивной (б) составляющих входного электрического сопротивления излучателей системы с секторным излучением

большой, чем для крайних. В частотных зависимостях реактивных составляющих входных сопротивлений появляется больше участков (рис. 3б), где изменяется их характер реактивности на противоположный. При этом частотная протяженность таких участков отличается для крайних и срединных излучателей системы.

Очевидно, что при заданном однородном электрическом возбуждении цилиндрических пьезокерамических излучателей с окружной поляризацией при работе их в составе круговой системы с экраном выявленные эффекты будут отрицательно влиять на энергетическую эффективность такого типа систем и существенно затруднять согласование излучателей с

возбуждающими их электронными устройствами. Физическими причинами возникновения таких ситуаций являются «закачивание» электрической энергии в пьезокерамические цилиндрические излучатели при выбранном способе электрического нагружения их только на нулевой моде их механических колебаний и нарушение радиальной симметрии радиационной акустической нагрузки цилиндрических излучателей благодаря появлению в системе при ее работе эффекта обмена акустической энергией между ее элементами – излучателями и экраном. В излучателях с нарушенной симметрией нагрузки появляются последующие моды механических колебаний, сравнимые или даже превышающие амплитуду нулевой моды [6], и, следовательно, происходит эффективное перераспределение энергии, «закачиваемой» в излучатели на нулевой моде, между последующими формами колебаний. Итогом этого перераспределения энергии по модам является возникновение в отдельных диапазонах частот акустического поля системы, энергия которого равна или превышает энергию акустического поля, создаваемую системой при колебании ее излучателей только на нулевой моде. Следствием такого соотношения между полной энергией акустического поля системы и той ее частью, которая создается только на нулевой моде колебаний ее излучателей, является переход части излучателей системы или всех их в этих диапазонах частот из состояния излучения акустической энергии во внешнюю среду в состояние поглощения ее из этой внешней среды. При этом в электрическое поле излучателей возвращается

только та часть энергии акустического поля системы, которая соответствует преобразованию ее в

электрическую на нулевой моде механических колебаний излучателей системы. Благодаря этому сами излучатели превращаются из потребителей электрической энергии в ее производителей, о чем свидетельствуют отрицательные значения активных составляющих входных электрических сопротивлений излучателей системы в тех частотных областях, где возникают указанные условия.

## 5. ВЫВОДЫ

Строгим методом связанных полей в многосвязных областях получены аналитические выражения для определения электрических полей цилиндрических пьезокерамических излучателей при их работе в составе круговых цилиндрических систем с экраном во внутренней полости. Численный анализ частотных свойств электрических полей излучателей в составе систем позволил выявить ряд эффектов, отрицательно влияющих на энергетическую эффективность таких систем.

Установлено, что эти эффекты проявляются в круговых цилиндрических системах с экраном в режимах как кругового, так и секторного излучения акустической энергии. Особенность их проявления состоит в том, что в отдельных частотных диапазонах все пьезокерамические излучатели системы или отдельные из них могут переходить из режима потребления электрической энергии в режим возвращения ее в цепи электронных устройств, возбуждающих излучатели. Физической причиной возникновения таких эффектов при выбранном способе электрического нагружения цилиндрических излучателей является нарушение системой с экраном радиальной симметрии акустического нагружения ее излучателей.

## Frequency Characteristics of the Electrical Fields of the Cylindrical System of the Piezoceramic Radiators with the Baffle in the Inner Cavity

A.G. Leiko, Y.I. Starovoit

*State Enterprise "Kiev Scientific-research Institute of Hydrodevices", 3, Surikova st., 03035 Kiev, Ukraine*

Using the connected fields method in multi connected areas equations for calculating electrical fields of the cylindrical piezoceramic radiators as a part of the cylindrical system with the baffle in the inner cavity were obtained. Analysis of the results of the numerical experiments allow us to determine some special features in the electrical fields, that influence on the energetical efficiency of the radiating systems. Physical explanations of this special features are given.

**Key words:** Electrical field, Cylindrical piezoceramic radiator, Circular system with baffle, Connected fields, Multi connected areas.

## Частотні властивості електричних полів циліндричної системи п'єзокерамічних випромінювачів з екраном у внутрішній полості

О.Г. Лейко, Я.І. Старовойт

*Державне підприємство «Київський науково-дослідний інститут гідроприладів», вул. Сурикова, 3, 03035 Київ, Україна*

Методом зв'язаних полів у багатозв'язних областях отримані розрахункові співвідношення для визначення електричних полів циліндричних п'єзокерамічних випромінювачів у складі кругової циліндричної системи з екраном у її внутрішній полості. Аналіз результатів чисельних експериментів дозволив виявити ряд особливостей в електричних полях випромінювачів, які впливають на енергетичну ефективність випромінюючих систем. Дано фізичне обґрунтування виникнення цих особливостей.

**Ключові слова:** Електричне поле, Циліндричний п'єзокерамічний випромінювач, Кругова система з екраном, Зв'язані поля, Багатозв'язні області.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Z.T. Gusak, A.G. Leiko, *J. Nano- Electron. Phys.* **8** No 1, 01029 (2016).
2. Ю.А. Корякин, С.А. Смирнов, Г.В. Яковлев, *Корабельная гидроакустическая техника: Состояние и актуальные проблемы* (Спб.: Наука: 2004) (Yu.A. Koryakin, S.A. Smirnov, G.V. Yakovlev, *Korabel'naya gidroakusticheskaya tekhnika: Sostoyaniye i aktual'nyye problemy* (Spb.: Nauka: 2004)).
3. А.В. Дерепя, А.Г. Лейко, Ю.Я. Меленко, *Основы военно-технических исследований. Теория и приложения. Т.7 Комплексная система «гидроакустическое вооружение – надводный корабль». Проблемные аспекты системы «гидроакустическая станция – надводный корабль» с антеннами, размещенными в корпусе корабля* (К.: Изд.дом Дмитрия Бураго: 2014) (A.V. Derepa, A.G. Leiko, Yu.Ya. Melenko, *Osnovy voyenno-tekhnicheskikh issledovaniy. Teoriya i prilozheniya. T.7 Kompleksnaya sistema «gidroakusticheskoye vooruzheniye – nadvodnyy korabl'». Problemnyye aspekty sistemy «gidroakusticheskaya stantsiya – nadvodnyy korabl'» s antennami, razmeshchennymi v korpuse korablya* (K.: Izd.dom Dmitriya Burago: 2014)).
4. В.Т. Гринченко, А.Ф. Улитко, Н.А. Шульга, *Электроупругость* (К.: Наук. Думка: 1989) (V.T. Grinchenko, A.F. Ulitko, N.A. Shul'ga, *Elektrouprugost'* (K.: Nauk. Dumka: 1989)).
5. Е.А. Иванов, *Дифракция электромагнитных волн на двух телах* (Минск: Наука и техника: 1968) (Ye.A. Ivanov, *Difraktsiya elektromagnitnykh voln na dvukh telakh* (Minsk: Nauka i tekhnika: 1968)).
6. А.Г. Лейко, А.И. Нижник, *Электроника и связь* **20** № 6 (2015) (A.G. Leiko, A.I. Nizhnik, *Elektronika i svyaz'* **20** No 6 (2015)).