

Севастопольський інститут банківської справи
Української академії банківської справи Національного банку України

Кафедра економічної кібернетики

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

канд. екон. наук, доцент

_____ С.О. Хайлук

03.01.2012

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни

«Прогнозування соціально-економічних процесів»

освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів за напрямом

6.030502 – «Економічна кібернетика»

Укладач: канд. екон. наук, доц.

_____ І.С. Кондіус

03.01.2012

Розглянуто та схвалено на засіданні кафедри, протокол від 03.01.2012 № 1

Севастополь – 2012

ПЕРЕДМОВА

Конспект лекцій розроблений відповідно до вимог робочої навчальної програми з дисципліни «Прогнозування соціально-економічних процесів» нормативної компоненти освітньо-професійної програми підготовки за напрямом 6.030502 – «Економічна кібернетика» галузі знань 0305 «Економіка і підприємництво», які розроблені Науково-методичною комісією з галузі «Економіка та підприємництво» Міністерства освіти і науки України та Київським національним економічним університетом.

Конспект лекцій містить зміст лекційного курсу, завдання до самостійного вивчення теоретичного матеріалу курсу, що вивчається в позааудиторний час, список рекомендованої літератури і ресурсів Інтернет, ілюстративний матеріал до лекцій.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
ЛЕКЦІЯ 1 «Методологічні основи прогнозування соціально-економічних процесів»	7
ЛЕКЦІЯ 2 «Метод знаходження кривої підгонки».....	37
ЛЕКЦІЯ 3 «Метод екстраполяції тенденції по одному часовому ряду»	48
ЛЕКЦІЯ 4 «Метод згладжування і сезонне прогнозування».....	65
ЛЕКЦІЯ 5 «Парна регресія в прогнозуванні соціально-економічних процесів»	84
ЛЕКЦІЯ 6 «Множинна регресія в прогнозуванні соціально-економічних процесів»	93
ЛЕКЦІЯ 7 «Експертні методи прогнозування»	102
ЛЕКЦІЯ 8 «Визначення кількісних параметрів та аналіз показників експертного опитування».....	115
ЛЕКЦІЯ 9 «Критерії визначення якісного прогнозу»	132
ЛЕКЦІЯ 10 «Побудова комбінованого прогнозу»	147

ВСТУП

Дисципліна «Прогнозування соціально-економічних процесів» належить до нормативної компоненти освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів за напрямом 6.030502 – «Економічна кібернетика» галузі знань 0305 «Економіка і підприємництво».

Мета: формування системи теоретичних знань та практичних навичок з питань етапів, методів і моделей прогнозування соціально-економічних процесів, а також їх застосування при прогнозуванні процесів в економічних системах на мікро- та макрорівні.

Завдання: вивчення теоретичних основ методології соціально-економічного прогнозування; набуття вмінь застосовувати кількісні методи й моделі аналізу та прогнозування соціально-економічних процесів.

Предметом є методи й моделі розроблення соціально-економічних прогнозів.

Зміст дисципліни розкривається в наступних темах:

1. Методологічні основи прогнозування соціально-економічних процесів.
2. Метод підгонки кривими
3. Метод екстраполяції тенденцій по одному часовому ряду.
4. Метод згладжування і сезонне прогнозування.
5. Парна та множинна регресії в прогнозуванні соціально-економічних процесів.
6. Суб'єктивні (експертні) методи прогнозування.
7. Оцінювання прогнозів.

Поточний контроль знань та одержаних навиків здійснюється при тестуванні, оцінці виконання лабораторної роботи та захисту лабораторної роботи, оцінці виконання домашніх завдань обов'язкового та вибіркового характеру.

Підсумковий контроль знань здійснюється у вигляді підсумкового екзамену і полягає в оцінюванні засвоєння студентами програмного матеріалу, набуття

ними вміння та практичних навичок в даній предметній галузі, здатності опрацювання та письмового викладу конкретних питань дисципліни та проведення розрахунків за тематикою курсу.

На вивчення дисципліни навчальним планом передбачено 144 годин, з них 14% відведено на лекційні заняття, 22% на лабораторні заняття. На самостійне вивчення відводиться 64% часу.

Послідовність вивчення розділів дисципліни задається тематикою лекцій та завдань для самостійної роботи, що доводяться на кожній лекції. Перелік рекомендованої літератури, на яку дається посилання під час вивчення дисципліни, подано в наступній таблиці.

Таблиця 1 – Перелік рекомендованої літератури

№ пор.	Бібліографічний опис	Кількість примір.	УДК бібліотеки
Основна література			
1	Кулявець В.О. Прогнозування соціально-економічних процесів: Навчальний посібник. – К.: Кондор, 2009. – 194 с.	15	338.27 К90
2	Владимирова Л.П. Прогнозирование и планирование в условиях рынка: Учеб.пособие. – М.: Издательско-торговая корпорация “Дашков и К ^о ”, 2005. – 400 с.	1	338.27 В57
3	Глівенко С.В., Соколов М.О., Теліженко О.М. Економічне прогнозування: Навчальний посібник. – 2-ге вид., перероб. та доп. – Суми: Видавництво «Університетська книга», 2001. – 207 с.	1	338.27 Г54
4	Грабовецький Б.Є. Економічне прогнозування і планування: Навчальний посібник: Навчальне видання.- К.: ЦНЛ, 2003.- 188 с.	1	338.27 Г76
Додаткова література			

№ пор.	Бібліографічний опис	Кількість примір.	УДК бібліотеки
5	Басовский Л.Е. Прогнозирование и планирование в условиях рынка: Учебное пособие: Навчальне видання.- М.: Инфра-М, 1999.- 260 с.-	1	338.27 Б27
6	Єріна А.М. Статистичне моделювання та прогнозування: Навчальний посібник.- К.: КНЕУ, 2001.- 170 с.	1	311.2 Є71
7	Костина Н.И., Алексеев А.А. Финансовое прогнозирование в экономических системах: Учеб.пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 285 с.	1	338.27 К72
8	Мінченко М.В., Чижов Л.П., Фролков А.В. Планування та прогнозування соціально-економічного розвитку регіонів: Підручник: Навчальне видання.- Суми: Університетська книга, 2004.- 442 с.	1	332.14 М62
9	Пашута М.Т., Калина А.В. Прогнозування та макроекономічне планування: Навч. посібник. – К.: МАУП, 1998. – 192 с.	1	338.27 П22

ЛЕКЦІЯ 1 «Методологічні основи прогнозування соціально-економічних процесів»

Анотація

Основні поняття, цілі та завдання прогнозування соціально-економічних процесів. Основні етапи та принципи прогнозування. Передбачення як випереджувальне відображення дійсності. Прогнозування та планування, їх задачі, схожість та відмінності. Місце прогнозування серед функцій управління соціально-економічними процесами. Види та призначення прогнозів, методи та параметри прогнозів. Досвід прогнозування за кордоном. Поточний стан прогнозування в Україні. Структура прогнозування розвитку національної економіки. Інформаційне забезпечення прогнозування соціально-економічних процесів.

1.1 Основні поняття, цілі та завдання прогнозування соціально-економічних процесів. Етапи та принципи прогнозування

Головною проблемою життєдіяльності будь-якої країни є успішний розвиток національної економіки із одночасною соціальною захищеністю населення. Рішення, які приймають керівні органи країн для управління економікою, іноді зумовлюють негативні наслідки, тому передбачення цих наслідків і вибір найкращого шляху розв'язання в конкретній ситуації є головним завданням управління. З огляду на це підвищується роль науково обґрунтованих прогнозів.

Прогнози необхідні за двома основними причинами: майбутнє невизначене і повний ефект від багатьох рішень, що приймаються зараз, не відчуватиметься впродовж певного часу.

Закономірності прогнозування почали з'ясовувати лише впродовж останніх десятиліть. Цей факт пояснюється слабкою потребою в минулому практичної економіки в прогнозах, які б відображали реакцію об'єкта на управління. Постійний соціально-економічний розвиток суспільства потребує невпинного ускладнення процедури управління. За ринкових умов прогнозування стає

одним із вирішальних наукових чинників формулювання стратегії й тактики суспільного розвитку.

У наш час прогнозування соціально-економічних процесів сформувалося у спеціальність, виникла нова галузь науки зі своєю специфічною методологією. У розвинених країнах створено інститути прогнозування суспільного розвитку.

Основними, або базисними, поняттями прогнозування є наступні.

Прогнозування соціально-економічних процесів (СЕП) - це наукова дисципліна, яка вивчає розроблення прогнозів розвитку національної економіки та соціальної сфери в майбутньому, ґрунтується на науковому пізнанні соціально-економічних явищ і використанні всієї сукупності методів, засобів і можливостей прогностики.

Прогноз - науково обґрунтоване судження стосовно можливих станів об'єкта в майбутньому, альтернативні шляхи і терміни їх здійснення. Прогноз має випадковий характер, та оскільки він будується на підставі аргументованих наукових уявлень про стан і розвиток об'єкта, здійснення його є доволі імовірним. Самі розробники прогнозу оцінюють його як очікуваний, імовірний стан об'єкта в майбутньому.

Процес розроблення прогнозів називають *прогнозуванням*. Подібно до будь-якого процесу трудової діяльності (зокрема й творчої) характер прогнозування визначають його суб'єкт і об'єкт, застосовувані засоби й методи, а також навколишнє середовище.

Варіант прогнозу – один з прогнозів, що становлять групу можливих прогнозів об'єкту прогнозування.

Метод прогнозування – спосіб дослідження об'єкту прогнозування, направлений на розробку прогнозу.

Методика прогнозування – сукупність методів і правил розробки прогнозів конкретних об'єктів.

Система прогнозування – система методів прогнозування і засобів їх реалізації, функціонуюча відповідно до основних принципів прогнозування.

Споживач прогнозу - організація, підприємство, установа або окрема особа, що використовує результати прогнозів, а також у ряді випадків формулює завдання на прогноз.

Суб'єктами прогнозування соціально-економічного розвитку є органи державної влади й місцевого самоврядування, корпорації й підприємства, також науково-дослідні й консалтингові організації, окремі експерти, яких залучають для розроблення й упровадження прогнозів.

Об'єктом соціально-економічного прогнозування є соціально-економічні процеси (СЕП) – тобто сукупність економічних і соціальних процесів формування та функціонування соціально-економічної системи, які характеризують динаміку зміни її параметрів на певному рівні господарювання [32]. Практична діяльність суб'єкта стосовно об'єкта прогнозування полягає у тому, щоб певними методами і з використанням певного інструментарію вивчити інформацію про об'єкт або систему і перетворити її в інформацію про майбутнє об'єкта або системи.

Економічні (природні) процеси - це процеси між людиною й природою, які здійснюються за допомогою засобів праці з метою створення матеріальних продуктів виробничих процесів, або інтелектуальних продуктів – інформаційних та інноваційних процесів.

Соціальні (суспільні) процеси – це процеси взаємовідносин між людьми щодо забезпечення виробництва або надбання та споживання створених продуктів. Соціальні (суспільні) процеси формують сферу соціальної економіки, яка охоплює соціальні технології та пов'язані із ними політичні й організаційні процеси.

Взаємодія різноманітних процесів зумовлює утворення комбінованих видів: інформаційно-економічних, виробничо-економічних, інноваційно-економічних (у сфері природних процесів), політико-економічних, соціально-економічних та організаційно-економічних (у сфері суспільних процесів). Зв'язок між природними і суспільними процесами опосередковують процеси ринкового й інституціонального регулювання (див. рис.1.1.1).

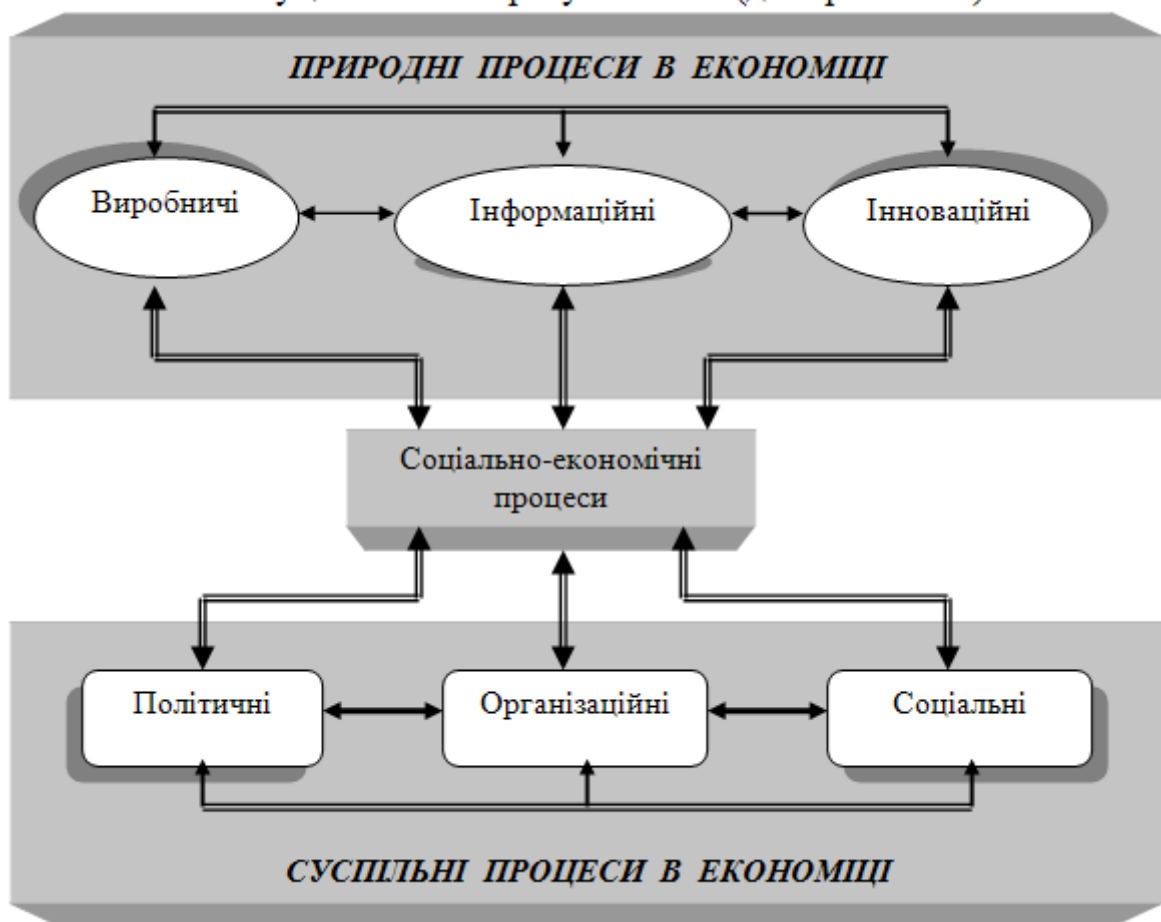


Рис. 1.1.1 – Соціально-економічні процеси та їхній взаємозв'язок із іншими процесами в економіці

Предметом соціально-економічного прогнозування є пізнання закономірностей соціально-економічних процесів у майбутньому, дослідження способів розроблення прогнозів.

Метою соціально-економічного прогнозування є створення наукових передумов для прийняття управлінських рішень органами законодавчої та виконавчої влади, органами місцевого самоврядування. Ці передумови передбачають:

- науковий аналіз тенденцій зміни соціально-економічних процесів;
- варіантне передбачення розвитку соціально-економічних процесів з огляду на наявні тенденції й окреслену мету;
- оцінювання ймовірних наслідків ухвалених рішень;

- обґрунтування напрямів соціально-економічного та науково-технічного розвитку.

Завданням соціально-економічного прогнозування, з одного боку, є з'ясування перспективи найближчого або віддаленого майбутнього, вважючи на реальні процеси сьогодення, а з іншого - сприяння розробленню оптимальних програм і планів економічного та соціального розвитку об'єкта, що має ґрунтуватися на пропонованому прогнозі й враховувати оцінку прийнятого рішення з позицій його наслідків у прогнозованому періоді.

Етап прогнозування - частина процесу розробки прогнозів, що характеризується своїми задачами, методами і результатами.

Процес прогнозування в найзагальнішому вигляді включає 8 етапи:

- 1) передпрогнозна орієнтація;
- 2) розробка завдання на прогноз;
- 3) прогнозна ретроспекція;
- 4) прогнозний діагноз;
- 5) прогнозна проспекція;
- 6) верифікація прогнозу;
- 7) коректування прогнозу;
- 8) синтез прогнозів.

Основними функціями прогнозування є:

- науковий аналіз економічних, соціальних, науково-технічних процесів і тенденцій;
- дослідження об'єктивних зв'язків соціально-економічних явищ господарського розвитку у конкретних умовах;
- оцінка сформованого рівня розвитку, конкретної ситуації і виявлення тенденцій, які можуть скластися у майбутньому, передбачення нових ситуацій та їх оцінка;
- виявлення можливих альтернатив розвитку економіки у перспективі, нагромадження наукового матеріалу для обґрунтованого вибору певних рішень.

Принципи прогнозування:

1) варіантність – розробка декількох варіантів прогнозу, виходячи з особливостей робочої гіпотези, постановки мети (у нормативному прогнозуванні) і варіантів прогнозного фону;

2) верифікуємість – перевірка достовірності, точності і обґрунтованості прогнозів;

3) безперервність – принцип прогнозування, що вимагає коректування прогнозів в міру необхідності під час вступу нових даних про об'єкт прогнозування;

4) рентабельність – перевищення економічного ефекту від використання прогнозу над витратами на його розробку;

5) системність – взаємна ув'язка всіх прогнозованих показників, а також параметрів прогнозів;

6) узгодженість – принцип прогнозування, що вимагає узгодження нормативних і пошукових прогнозів різної природи і різного періоду попередження.

1.2 Передбачення як випереджувальне відображення дійсності

Більш загальним поняттям ніж прогнозування є передбачення. *Передбачення* як випереджувальне (завчасне) відображення дійсності, ґрунтоване на пізнанні законів природи, суспільства та мислення, залежно від рівня конкретизації й характеру впливу на перебіг досліджуваних процесів, має чотири форми: гіпотезу (загальнонаукове передбачення), прогноз, програму та план.

Гіпотеза характеризує наукове передбачення на рівні загальної теорії. Це означає, що початкову базу побудови гіпотези становлять теорія і відкриті на її основі закономірності й причинно-наслідкові зв'язки функціонування і розвитку досліджуваних об'єктів. На рівні гіпотези дають якісну характеристику останніх, яка відбиває загальні закономірності їхньої поведінки.

Прогноз порівняно з гіпотезою більш визначений, оскільки ґрунтується не лише на якісних, а й на кількісних параметрах, що дає змогу характеризувати майбутній стан об'єкта ще й кількісно. Прогноз – це

передбачення на рівні конкретно-прикладної теорії. Отже, прогноз відрізняється від гіпотези меншою мірою невизначеності та більшою ймовірністю. Разом із тим, зв'язки прогнозу з досліджуваним об'єктом або явищем не є жорсткими, однозначними: прогноз має імовірнісний характер.

Програма являє собою висування певної мети і передбачення конкретних, детальних подій досліджуваного об'єкта. У ній фіксуються шляхи і засоби розвитку відповідно до поставлених завдань, обґрунтовуються ухвалені управлінські рішення. Головна відмінна риса її – визначеність завдань. Отже, в програмі передбачення дістає найбільшу конкретність і визначеність. Подібно до прогнозу, програма ґрунтується на результатах і досягненнях конкретно-прикладної теорії.

Форми передбачення тісно пов'язані у своїх виявах одна з одною і з досліджуваною системою управління та планування, й становлять послідовні шаблі пізнання поведінки об'єкта в майбутньому. Початок цього процесу – загальнонаукове передбачення стану об'єкта, останній етап – побудова плану переведення об'єкта в новий, планований для нього стан. Важливим засобом цього слугує прогноз як єдина ланка між загальнонауковим передбаченням і планом.

Хоча гіпотеза має найзагальніший характер, без неї неможливо жодне наукове управління та планування. Гіпотеза впливає на цей процес через прогноз і є важливим джерелом інформації для його побудови. У багатьох випадках гіпотеза виконує аналогічну роль безпосередньо під час розроблення планів.

1.3 Прогнозування та планування, їх задачі, схожість та відмінності

Найтісніше прогнозування пов'язане із плануванням.

План і прогноз – це взаємно доповнювальні стадії планування за вирішальної ролі плану як провідної ланки управління суспільним виробництвом. При цьому прогноз виступає чинником, який орієнтує наявну практику на можливості розвитку в майбутньому, а прогнозування є інструментом розроблення планів. Форми поєднання прогнозу і плану можуть бути

різними: прогноз може передувати розробленню плану (як правило), складатися після плану(прогнозування наслідків зафіксованого у плані рішення), здійснюватися в процесі розроблення плану.

Між прогнозом і планом існують і розбіжності. Головна з них полягає у тому, що план має директивний, а прогноз - імовірний характер. План - це однозначне рішення, зокрема й тоді, коли його розробляють на варіантній основі. Натомість прогноз за своєї сутністю має альтернативний, варіантний зміст. У цьому сенсі прогнозування становить дослідницьку базу планування, яка, втім, має власне методологічне й методичне підґрунтя і значною мірою відрізняється від планування. Розроблення прогнозів ґрунтується на прогностичних методах, тоді як планування спирається на більш строгі й точні методи балансових та інших розрахунків.

Прогнозування й планування відрізняються й тим, що характеризують різні щаблі пізнання досліджуваного об'єкта, різні, хоча й взаємопов'язані, форми передбачення його майбутнього стану.

Отже, прогнозування є важливою єдиною ланкою між теорією та практикою в усіх царинах життя суспільства, і має дві різні площини конкретизації: власне передбачальну (дескриптивну, описову) і вказівну (прескриптивну, визначальну).

- Під *передбаченням* розуміють опис можливих чи бажаних перспектив, станів, розв'язань проблем майбутнього.

- *Вказівка* (рекомендація) дає спосіб розв'язання цих проблем, використання інформації про майбутнє у цілеспрямованій діяльності. Отже, в проблемі прогнозування розрізняють два аспекти: теоретико-пізнавальний та управлінський, пов'язаний із можливістю прийняття на підставі набутого знання управлінських рішень (див. рис.1.3.1).

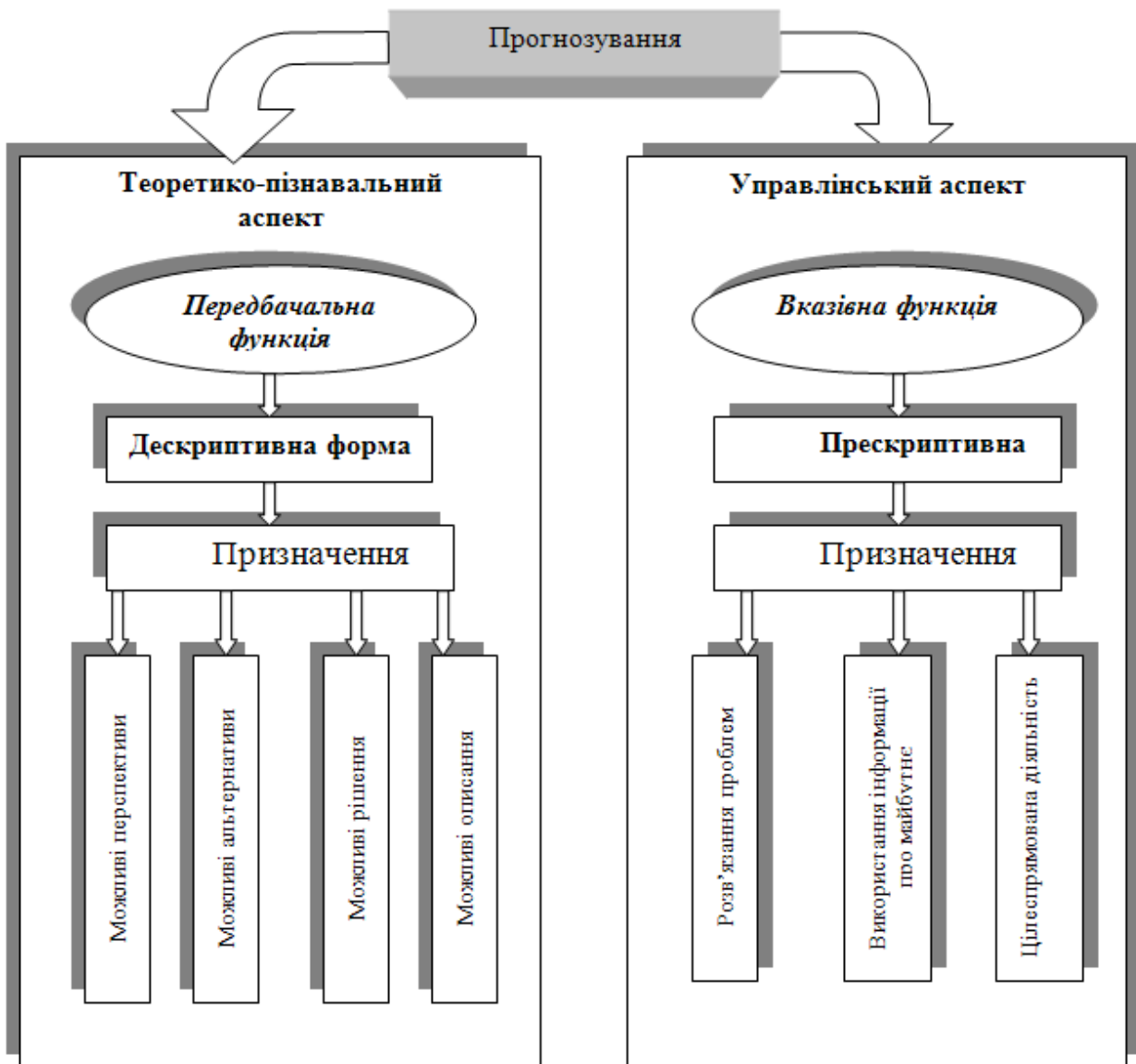


Рис.1.3.1 – Сутність прогнозування

1.4 Місце прогнозування серед функцій управління соціально-економічними процесами

Виходячи із загальноприйнятих понять теорії управління суспільними процесами, прогнозування відіграє провідну роль у системі управління процесами соціально-економічного розвитку як єдина ланка між об'єктивно необхідними функціями підготовки й реалізації відповідних рішень (див. рис. 1.4.1.).

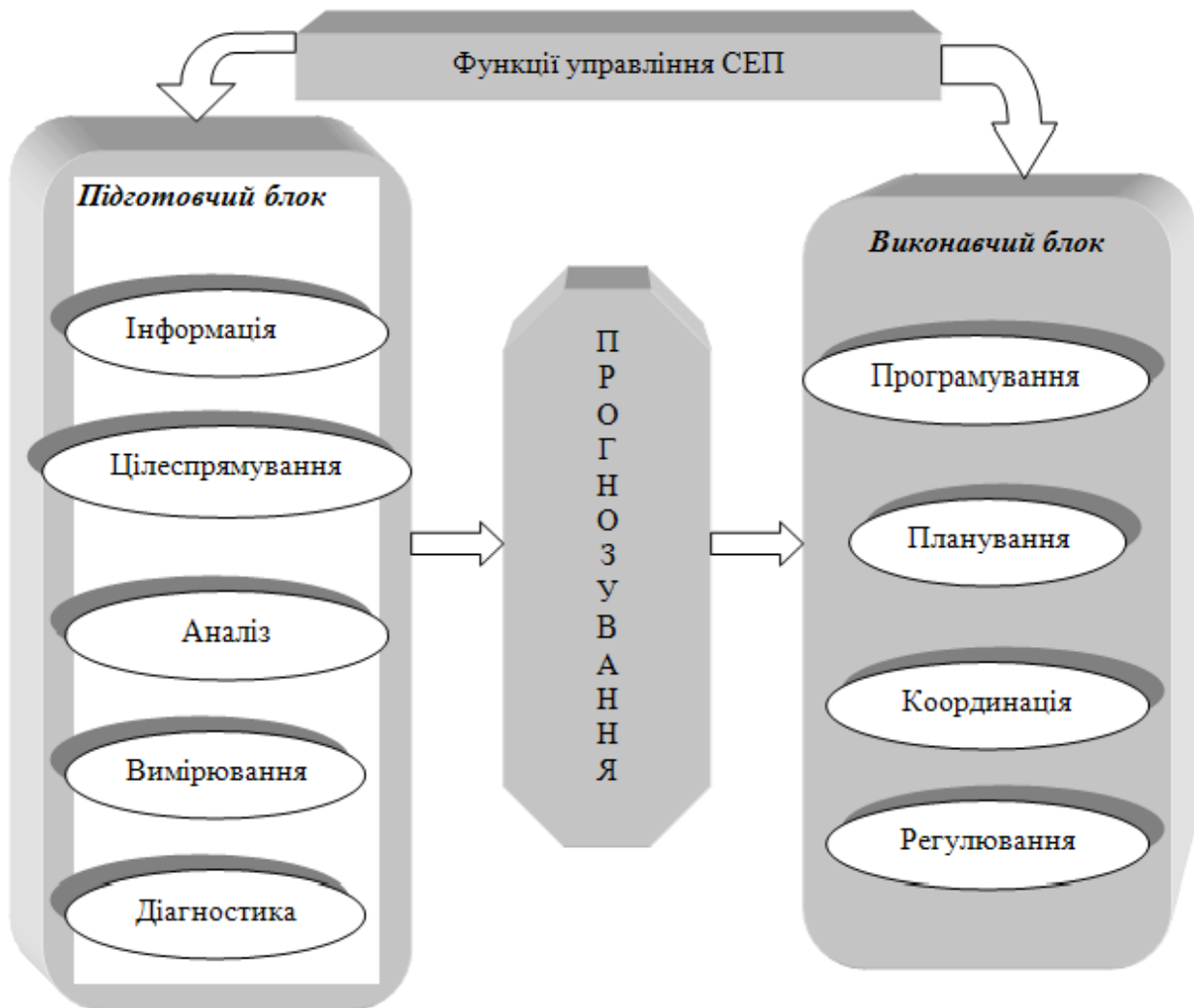


Рис.1.4.1 – Місце прогнозування серед функцій управління соціально-економічними процесами

Функції підготовчого блоку мають дослідницький і аналітичний характер. До них належать такі п'ять функцій:

- *інформація* – передбачає одержання поточних статистичних та аналітичних даних стосовно динаміки соціально-економічних процесів на відповідному рівні моніторингу, а також ознайомлення із новітнім досвідом і тенденціями у цій галузі;

- *цілеспрямкування* — полягає у встановленні системи конкретних цілей соціально-економічного розвитку стосовно певного календарного періоду, виходячи із загальнонаціональної мети – підвищення якості життя та зростання добробуту населення, забезпечення його безпеки і соціальної справедливості;

- *аналіз* – передбачає вивчення й узагальнення одержаної інформації про динаміку соціально-економічних процесів у зіставленні із відповідними цільовими індикаторами;
- *вимірювання* передбачає створення і вдосконалення системи соціально-економічних показників (індикаторів) та методів кількісного оцінювання їх;
- *діагностика* – полягає у підготовці висновків і узагальнювального підсумку (на зразок аудиторського) щодо наявного стану та рівня соціально-економічного розвитку із визначенням позитивних і негативних чинників, які спричинили на нього вплив.

Прогнозування полягає в розробленні й обґрунтуванні можливих варіантів очікуваних змін соціально-економічної ситуації та їхніх наслідків під впливом внутрішніх і зовнішніх чинників. Тим самим прогнозування завершує підготовчий блок функцій управління соціально-економічними процесами, що передбачає розв'язання завдань прогнозування у комплексі з усіма попередніми функціями шляхом розроблення відповідних технологій їхнього виконання.

З іншого боку, прогнозування є підґрунтям здійснення функцій виконавчого блоку, які мають програмно-управлінський характер:

- *програмування* (тобто розроблення програм соціально-економічного розвитку);
- *планування* (укладання планів здійснення заходів, передбачених програмою);
- *регулювання* (внесення оперативних змін під час виконання програми).

Таким чином, усі функції управління соціально-економічними процесами становлять у сукупності єдину систему узгодження й функціонального розподілу дій органів управління будь-яких рівнів.

1.5 Види та призначення прогнозів, методи та параметри прогнозів

Однією із важливіших теоретичних проблем прогнозування є побудова *типології прогнозів*. Останню можна будувати залежно від різних критеріїв і ознак – цілей, завдань, об'єктів, методів організації прогнозування тощо. До

найважливіших із них належать: масштаб прогнозування, характер об'єкта, функція прогнозу, змістом, дискретністю представлених результатів, періодом попередження.

Види прогнозів та їх призначення наведені в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 - Види прогнозів та їх призначення

№ п/п	Класифікаційна ознака	Вид прогнозу	Коментар (призначення прогнозу, його зміст)
1	Масштаб прогнозу	Макроекономічний	Народногосподарський: економіка держави вцілому.
		Структурний	- міжгалузевий; - міжрегіональний.
		Розвитку народно-господарська комплексів	- паливно-енергетичного; - агропромислового; - інвестиційного; - виробничої інфраструктури; - сфери обслуговування населення, тощо.
		Галузеві	Окрема галузь народного господарства.
		Регіональні	У розрізі областей, міст, селищ, сіл.
		Первинних ланок народно-господарських систем	- підприємств; - виробничих об'єднань; - окремих виробництв і продуктів.
2	Характер досліджуваних процесів	Розвиток виробничих відносин	
		Соціально-економічних умов і наслідків науково-технічного прогресу	
		Динаміки народного господарства	- темпи; - чинники; - структура.
		Відтворення трудових ресурсів, зайнятості і підготовки кадрів	
		Економічного використання природних ресурсів	
		Відтворення основних фондів і капітальних вкладень	
		Рівня життя населення	
		Фінансових відносин, доходів і цін	
Зовнішніх економічних зв'язків			
3	Зміст прогнозу	Пошуковий	Прогноз, змістом якого є визначення: - можливих станів об'єкту прогнозування в майбутньому.
		Нормативний	- шляхів і термінів досягнення можливих станів (що приймаються як заданих)
		Комплексний	Прогноз, що містить елементи пошукового і нормативного прогнозів.

4	Способи прогнозування	Експертний	Оснoваний на мобілізації професійного досвіду й інтуїції експертів (не достатньо статистичних даних)
		Екстраполяція	Перенесення закономірностей минулого і сучасного розвитку на майбутнє.
		Моделювання	Дослідження пошукових і нормативних моделей.
5	Характер відбиваних властивостей	Кількісний	Прогноз, який базується на: - кількісних показниках.
		Якісний	- якісних показниках.
		Системний	- системному представленні об'єкту прогнозування.
6	Дискретність представлення результату	Інтервальний	Прогноз, результат якого представлений у вигляді: - довірчого інтервалу характеристики об'єкту прогнозування для заданої вірогідності здійснення прогнозу.
		Точковий	- єдиного значення характеристики об'єкту прогнозування без вказівки довірчого інтервалу.
7	Період попередження	Оперативний	Прогноз з періодом попередження для об'єктів прогнозування: - до 1 місяця.
		Короткостроковий -	- від 1 місяця до 1 року.
		Середньостроковий	- від 1 понад 3 років.
		Довгостроковий	- від 5 до 15 років.
8	Ступінь детермінованості	Детерміновані (визначені або передбачувані)	Опис об'єкта без втрат інформації
		Стохастичні (імовірнісні)	Врахування випадкових складових для задоволення вимог точності та достовірності прогнозу
		Змішані	частково в детермінованому, частково в стохастичному вигляді
9	Характер розвитку об'єкта в часі	Дискретні (переривані)	Регулярна складова (тренд) яких змінюється стрибками у фіксовані моменти часу
		Аперіодичні	Опис регулярної складової у вигляді безперервної функції часу
		Циклічні	Опис регулярної складової у вигляді періодичної функції часу

За масштабом прогнозування розрізняють: *макроекономічний* (народногосподарський) та *структурний* (міжгалузевий і міжрегіональний) прогнози, *прогнози розвитку народногосподарських комплексів* (паливно-енергетичного, агропромислового, інвестиційного, виробничої інфраструктури,

сфери обслуговування населення тощо), *прогнози галузеві та регіональні, прогнози первинних ланок народногосподарської системи* – підприємств, виробничих об'єднань, а також окремих виробництв і продуктів (рис.1.5.1) [33].



Рис.1.5.1 – Головні напрями розвитку країни

За періодом упередження прогнози поділяють на *короткотермінові* – від місяця до року; *середньо термінові* – від одного року до п'яти років; *довготермінові* – від п'яти до п'ятнадцяти-двадцяти років; *далекоглядні* – триваліші за означені періоди.

Означені типи прогнозів відрізняються як за змістом, так і за характером оцінок досліджуваного процесу. Короткотермінові прогнози СЕП ґрунтуються на припущенні, що у прогнозованому періоді не станеться ані кількісних, ані і якісних суттєвих змін досліджуваного об'єкта. Середньо – і довготермінові прогнози виходять із кількісних і якісних змін у досліджуваному процесі,

причому в середньотермінових кількісні зміни домінують над якісними. У середньотермінових прогнозах здійснюють кількісно-якісну оцінку подій, у довготермінових – якісно-кількісну. Далекоглядні прогнози виходять сутно із якісних змін, причому йдеться переважно про загальні закономірності розвитку досліджуваного об'єкта. Форма оцінювання прогнозованих подій – якісна (див.рис.1.5.2) [33].



Рис.1.5.2 – Система прогнозів

Розподіл прогнозів залежно від характеру досліджуваних процесів пов'язаний із різними аспектами процесу відтворення. За цією ознакою виокремлюють такі народногосподарські прогнози: розвитку виробничих відносин; соціально-економічних передумов і наслідків науково-технічного прогресу; динаміки народного господарства (його темпів, чинників та

структури); відтворення трудових ресурсів, зайнятості й підготовки кадрів; економічного використання природних ресурсів; відтворення основних фондів і капітальних вкладень; рівня життя населення; фінансових відносин, доходів і цін; зовнішніх економічних зв'язків тощо.

Кожен із названих напрямів має самостійне значення і може розроблятися на власній основі. Разом із тим між ними існує методологічна єдність, яка забезпечує науковий характер прогнозування народного господарства загалом.

Економічне прогнозування здійснюють у поєднанні з іншими видами прогнозування: соціальним, політичним, демографічним, науково-технічним, прогнозуванням природних ресурсів тощо. На результати цих прогнозів зважають у народногосподарському та інших типах економічних прогнозів. Своєю чергою, економічні прогнози – невід'ємна складова прогнозування й планування розвитку суспільних процесів. Зв'язок різноманітних видів прогнозів дістає вияв у послідовності їхнього розроблення. Так, економічні прогнози будують за прогнозами науково-технічного прогресу, природних ресурсів, демографічних процесів тощо.

За функціональною ознакою (спрямуванням прогнозування) розрізняють два типи прогнозів: пошуковий і нормативний.

Пошуковий прогноз ґрунтований на умовному продовженні в майбутнє тенденцій розвитку об'єкта, що вивчається в минулому і сучасному, абстрагуючись від можливих рішень, здатних радикально змінити ці тенденції (планів, програм тощо). Його завдання – з'ясувати, як розвиватиметься досліджуваний об'єкт за умов збереження наявних тенденцій.

Нормативний прогноз, на відміну від пошукового, розробляють на базі заздалегідь визначених цілей. Його завдання – визначити шляхи і терміни досягнення можливих станів об'єкта прогнозування в майбутньому, які визнано за мету. Якщо пошуковий прогноз при визначенні майбутнього стану об'єкта відштовхується від минулого і нинішнього, то нормативний прогноз здійснюється у зворотному порядку: від заданого стану в майбутньому до наявних тенденцій та зміни їх задля поставленої мети.

Обидва типи прогнозів на практиці водночас як напрями, підходи до прогнозування і використовуються разом (рис.1.5.3).

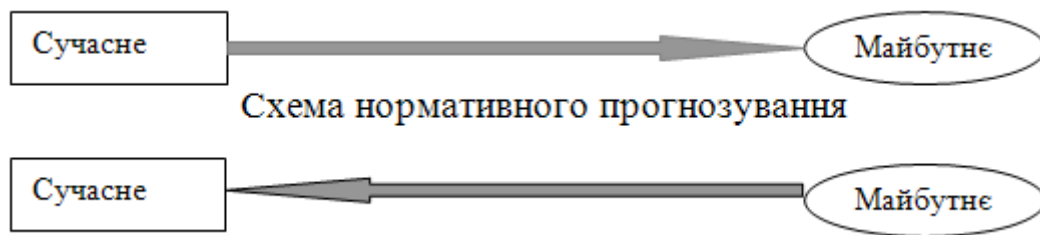


Рис.1.5.3 – Схеми пошукового та нормативного прогнозування

Рішення, як правило, приймають на підставі даних прогнозування. Своєю чергою, прийняті рішення справляють вплив на результати здійснення прогнозів. Тому з метою запобігання розбіжності між прогнозом і прийнятим рішенням необхідно систематично коригувати прогноз, наприклад, шляхом порівняння його із цілями розвитку об'єкта прогнозування й можливістю здійснення їх .

За ступенем детермінованості можна виділити наступні об'єкти прогнозування:

- Детерміновані (визначені або передбачувані), опис яких може бути представлено у детермінованою формі без істотних для завдання прогнозування втрат інформації;

- Стохастичні (імовірнісні), при аналізі та прогнозуванні яких облік випадкових складових необхідний для задоволення вимог точності та достовірності прогнозу;

- Змішані, опис яких можливо частково в детермінованому, частково в стохастичному вигляді.

За характером розвитку в часі об'єкти прогнозування можна підрозділити на:

- Дискретні (переривані) об'єкти, регулярна складова (тренд) яких змінюється стрибками у фіксовані моменти часу;

- Аперіодичні об'єкти, що мають опис регулярної складової у вигляді безперервної функції часу;

- Циклічні об'єкти, що мають регулярну складову у вигляді періодичної функції часу.

За ступенем інформаційної забезпеченості об'єкти прогнозування можна підрозділити на:

- Об'єкти з повним забезпеченням кількісної інформацією, для яких є в наявності ретроспективна кількісна інформація в обсязі достатньому для реалізації методу екстраполяції, або статистичного методу;

- Об'єкти з неповним забезпеченням кількісної інформацією;

- Об'єкти з наявністю якісної ретроспективної інформацією;

- Об'єкти з повною відсутністю ретроспективної інформації (як правило, це проєктовані й споруджувані об'єкти).

Із типологією прогнозів тісно пов'язане питання стосовно джерел інформації щодо майбутнього і способи його прогнозування. Розрізняють три основні джерела прогнозної інформації:

- *набутий досвід*, ґрунтований на знанні закономірностей проходження і розвитку досліджуваних явищ, процесів, подій;

- *екстраполяція наявних тенденцій*, закон розвитку яких у минулому й сучасному відомі;

- *побудова моделей* об'єктів прогнозування стосовно очікуваних або накреслених умов.

Цим джерелам інформації відповідають три *способи прогнозування*, що взаємно доповнюють одне одного:

- *експертний*, оснований на мобілізації професійного досвіду й інтуїції висококваліфікованих експертів для одержання прогнозів, що не мають кількісних характеристик. Цей спосіб застосовують, коли немає або не досить статистичних даних, не існує надійних методів оцінювання подій минулого, якщо у розвитку прогнозованих процесів передбачаються різкі зміни, про характеристики яких майже нічого невідомі;

- *екстраполяція* – вивчення минулого і сучасного розвитку об'єкта і перенесення закономірностей цього розвитку на майбутнє;

- *моделювання* – дослідження пошукових і нормативних моделей прогнозованого об'єкта в світлі очікуваних або окреслених змін його стану. Моделі соціально-економічних процесів прийнято розрізняти за методами, які використовують у математиці для їх побудови. Формалізоване відображення вхідних положень має загальну назву – “економіко-математичні моделі”. Вони можуть бути статичними або динамічними, статистичними або детермінованими, лінійними або нелінійними, зі стаціонарною або змінною структурою відображення досліджуваного процесу тощо.

Під *методами прогнозування* слід розуміти сукупність прийомів і способів мислення, що дозволяють на основі ретроспективних даних зовнішніх і внутрішніх зв'язків об'єкта прогнозування, а також їх вимірювань в рамках даного явища або процесу вивести судження визначеного та достовірного щодо майбутнього стану та розвитку об'єкту.

В даний час налічується понад 150 різних методів прогнозування, з яких на практиці використовується 15-20.

У процесі економічного прогнозування використовуються як загальні наукові методи і підходи до дослідження, так і специфічні методи, властиві соціально-економічному прогнозуванню. У числі загальних методів можна виділити наступні:

- Історичний метод полягає в розгляді кожного явища у взаємозв'язку його історичних форм;

- Комплексний метод полягає в розгляді явищ у їх взаємозалежності, використовуючи для цього методи дослідження не тільки даної, але й інших наук, які вивчають ці явища;

- Системний метод передбачає дослідження кількісних і якісних закономірностей протікання імовірнісних процесів в складних економічних системах;

- Структурний метод дозволяє встановити причини досліджуваного явища, пояснити його структуру;

- Системно-структурний метод передбачає, з одного боку, розгляд системи як динамічно розвивається цілого, а з іншого - розчленування системи на складові структурні елементи і розгляд їх у взаємодії.

Специфічні методи економічного прогнозування цілком і повністю пов'язані з економічною прогностики. Серед інструментів економічної прогностики важливу роль відіграють економіко-математичні методи, методи економіко-математичного моделювання, статистичної екстраполяції та ін

Важливе значення для прогнозування має питання про його об'єктивної істинності, під якою розуміється відповідність форм і параметрів передбачення об'єктивним можливостям і тенденціям, які будуть реалізовані в майбутньому і в той же час є в сьогоденні у вигляді паростків цього майбутнього. Питання про істинність прогнозування тісно пов'язаний з проблемою критеріїв істинності, які діляться на дві групи: практичні критерії (практика, як критерій істини на всіх стадіях прогнозування) і логічні або непрямі критерії (перевірюваність прогнозів, їх адекватність, логічна несуперечність).

Основними параметрами прогнозів є наступні:

- 1) достовірність прогнозу;
- 2) джерело помилки прогнозу;
- 3) обґрунтованість прогнозу;
- 4) помилка прогнозу;
- 5) період підстави прогнозу;
- 6) період попередження;
- 7) прогнозний горизонт;
- 8) точність прогнозу.

1.6 Досвід прогнозування закордоном. Поточний стан прогнозування в Україні

Для прогнозування розвитку економіки, вживання відповідних заходів по регулюванню процесів, що відбуваються, у ряді провідних економічно розвинених країн (Бельгія, Італія, Франція, Швеція, Південна Корея і ін.) використовуються (перш за все, при розробці оперативних (до 1 місяця), короткострокових (від 1 місяця до 1 року) і середньострокових (від 1 року до 5 років) прогнозів) макроекономічні моделі, принциповою особливістю яких є використання прогнозного інструментарію моделювання, що спирається на методи кореляційно-регресійного аналізу. Макроекономічні моделі дозволяють прогнозувати всі найважливіші показники розвитку країн і регіонів: 1) валовий національний продукт; 2) інвестиції; витрати на 3) накопичення і 4) споживання; рівень 5) зайнятості і 6) безробіття; 7) ступінь завантаження виробничих потужностей; 8) динаміку державного бюджету; 9) рівень інфляції; об'єми 10) експорту і 11) імпорту; рух 12) процентних ставок і 13) валютних курсів і т.д. Не тільки у вищеперелічених, але і в інших розвинених країнах економіка регулюється за допомогою п'ятирічних планів, які розробляються на основі прогнозів і носять рекомендаційний характер.

Проф. С. Холланд (Флоренція) вважає, що потреба в прогнозуванні і плануванні, а також ефективність їх застосування в змішаній економіці залежать від співвідношення між державною і приватною формами власності, при цьому успіх, на його думку, досягається саме завдяки їх оптимальному (своєму для даної країни) поєднанню, оскільки 1) суспільна влада централізована і може успішно функціонувати, спираючись на прогнозування і планування, а 2) влада ринку децентралізована і припускає незалежне накопичення і розміщення капіталу. «У Європі (впродовж 80-х років, виключаючи лише соціалістичні уряди Франції) планування і змішана економіка або знаходилась під питанням, або згущалися в ході проведення політики дерегулювання і приватизації... У Японії, де ринки і інститути суспільної влади функціонують при обопільній згоді, ефективність планування виявилася достатній для усунення потреби в крупній державній власності.

У Бразилії, де сучасні ринки і соціальні інститути після другої світової війни функціонували неефективно, державні підприємства, можливо, були необхідні для забезпечення довгострокової модернізації і створення ключових секторів економіки. У Італії, де уряд не має сильних позицій і постійно міняється його склад, державі, мабуть, треба було узяти на себе рішення певних задач довгострокового розвитку за допомогою напівдержавних підприємств. У Індії, де сильні і держава, і підприємництво, але слабкі структури капіталоутворення, планування і державна власність необхідні для розвитку базових галузей промисловості і сфери послуг, але в інших галузях не обов'язкові. У США, де ідеологія ринку дуже сильна, для стимулювання розповсюдження нововведень і здійснення промислової політики державі потрібно було використовувати, наприклад, пряме фінансування досліджень і розробок у області військової техніки».

1.7 Структура прогнозування розвитку національної економіки

З огляду на сучасні вимоги до прогнозування соціально-економічного розвитку розглянемо в системному взаємозв'язку деякі актуальні питання технології розроблення прогнозів, включно з основними макроекономічними показниками, демографічними ситуаціями та зайнятістю населення, доходами населення й оплатою праці, соціально-економічною безпекою.

Прогнозування розвитку національної економіки здійснюється на підставі розроблення комплексної системи, яка перебачає базові та соціально-економічні прогнози [33].

У структурному плані такий комплекс прогнозів демонструє рис. 1.7.1.

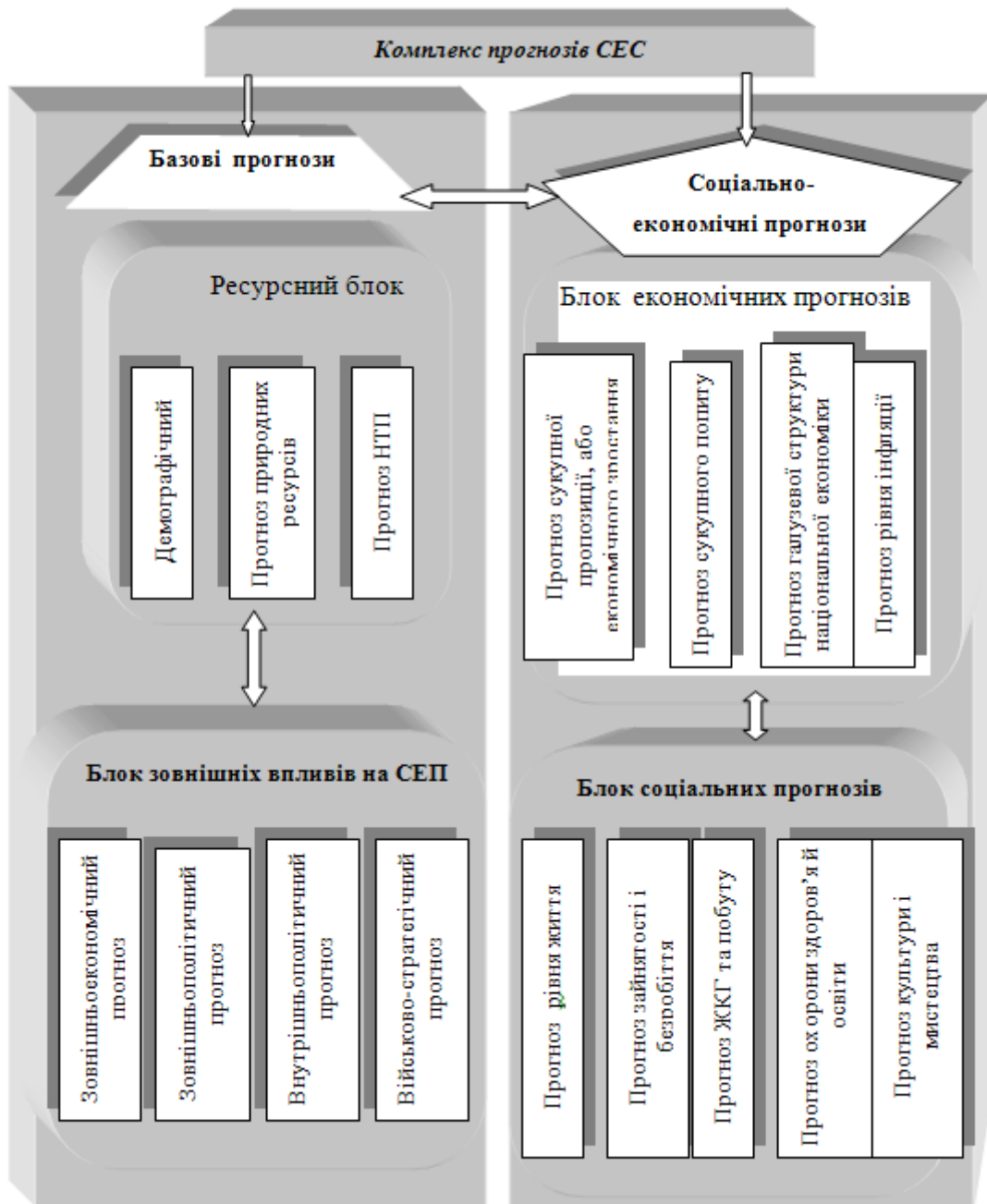


Рис.1.7.1 – Структурний розріз комплексу прогнозів

Базові прогнози мають свої цілі й завдання, тому слугують підґрунтям розроблення соціально-економічних прогнозів. Разом із тим, базові прогнози за їхнім стосунком до соціально-економічних прогнозів можна розподілити на два блоки: ресурсний і зовнішніх впливів. Перший блок базових прогнозів надає соціально-економічним прогнозам інформацію про можливі значення і подальші зміни ресурсної бази країни. Другий блок визначає зовнішні стосовно соціально-економічного розвитку чинники, які впливають на параметри СЕП країни.

Ресурсний блок охоплює демографічний прогноз, прогноз природних ресурсів та НТП.

➤ *Метою демографічного прогнозування* є отримання даних щодо перспективної зміни таких показників, як:

- чисельність дітей дошкільного віку як у країні загалом, так і за регіонами для планування розвитку мережі дошкільних закладів і шкіл;
- чисельність осіб пенсійного віку для органів соціального забезпечення;
- дані щодо майбутньої статевовікової структури, потрібні для розвитку мережі медичного обслуговування населення, профілю підготовки медичних кадрів і будівництва медичних закладів;
- чисельність і склад сімей, необхідна для планування випуску товарів широкого вжитку, будівництва житла тощо.

У сучасному уявленні результат демографічного прогнозу – поняття комплексне й складається із пов'язаних між собою елементів. Наприклад, перспективи розвитку населення регіону не можна визначити без прогнозу міграції. Своєю чергою міграція суттєво впливає на віковий склад населення. Але зміни вікового й статевого складу населення суттєво позначаються на динаміці народжуваності й смертності. Комплексність, своєю чергою, здебільшого визначає методику демографічних прогнозів.

Головною функцією демографічного прогнозу є прогнозування руху (міграції) населення країни та регіонів, відтворення трудових ресурсів за статевовіковим складом, рівня зайнятості працездатного населення, кваліфікації професійного складу.

Найважливішим результатом прогнозу є інформація щодо кількості сімей, середнього розміру їх, спрямованості та інтенсивності міграційних потоків населення, середньої тривалості життя, тривалості активної трудової діяльності, можливих структурних змін тощо.

➤ *Метою прогнозування природних ресурсів* вважають виявлення за вже розвіданими, тими що використовуються, відкритими, але ще не введеними в дію

родовищами, можливого рівня їхнього використання в майбутньому, і необхідних для цього умов.

Прогноз охоплює всі види природних запасів: паливо і мінеральні ресурси, лісові ресурси (окрім тваринного світу), енергію річок, альтернативні види енергії (сонячну, вітрову, морських приливів і відпливів тощо), їхні кількісні та якісні характеристики.

Основною функцією є прогнозування обсягу та складу природних ресурсів, умов їх залягання, розподілу в просторі тощо, які впливають на структуру національної економіки, розвиток регіонів та їхню спеціалізацію, на експортну й імпорتنу складові платіжного балансу і, зрештою, на ефективність виробництва.

Основним результатом прогнозу є пошук можливості переходу до використання ресурсів нижчої якості, із меншим вмістом корисного компоненту, до освоєння родовищ у важкодоступних районах, використанню вторинних і супутніх ресурсів, зменшення міри залежності суспільного виробництва від наявності природних ресурсів, пошуки інших альтернативних джерел енергії.

Прогноз природних ресурсів доповнюють від соціально-економічних прогнозів відомостями про потребу національної економіки в природних ресурсах і, своєю чергою, передають соціально-економічним прогнозам усі необхідні дані стосовно прогнозу природних ресурсів.

➤ Прогноз НТП, або прогноз науково-технічного розвитку країни - це система прогнозів, яка містить три блоки.

Перший блок – прогнози розвитку фундаментальної науки, яка вивчає закони й закономірності функціонування і розвитку природи, та прогнози розвитку найважливіших прикладних досліджень;

Другий блок – прогнози розвитку галузевої науки, техніки й технології, тобто пошукових робіт: науково-дослідних (НДР); дослідно-конструкторських (ДКР);

Третій блок – прогнози впровадження (або освоєння) результатів НДОКР у виробничу й невиробничу сфери: впровадження нової техніки (обладнання), технологій, прогресивних форм організації виробництва та праці.

Прогноз НТП тісно пов'язаний із прогнозом природних ресурсів, оскільки результати його використовують у соціально-економічному прогнозуванні.

Наприклад, виробництво і використання атомної енергії дозволяє зменшити споживання природних ресурсів, виробництво і використання синтетичних (хімічних) матеріалів дає можливість скоротити споживання як природних ресурсів, так і ресурсів тваринного походження (масла, фарби, шерсті, шкіри тощо).

Результати прогнозу НТП беруть за основу всіх розроблень із соціально-економічного прогнозування, оскільки економічне зростання безпосередньо пов'язане із НТП в частині інтенсивного розвитку виробництва і сфери послуг, структурний прогноз цілком базується на прогнозі розвитку науки і техніки.

Від прискорення темпів НТП залежить міра і способи задоволення особистих і суспільних потреб населення, раціональна організація та вдосконалення виробничого апарату країни, система методів і засобів управління національною економікою тощо.

Аналіз взаємозв'язку між НТП і динамікою кон'юнктури свідчить, що результати НТП є одним із найважливіших чинників, які визначають темпи розвитку економіки на багато років. Практично всі економічні індикатори змінюються відповідно до розвитку науки і техніки, що позначається на зміні технологічних укладів. Суспільні потреби спричиняють інтенсифікацію наукових досліджень і прискорюють НТП, що, своєю чергою, скорочує життєвий цикл інвестицій.

Блок зовнішніх впливів на СЕП

➤ *Метою зовнішньоекономічного прогнозу є визначення результатів експорту та імпорту. Результати прогнозу експорту залежать від даних прогнозу НТП, прогнозу природних ресурсів у частині визначення можливостей експорту ліцензій, ноу-хау, інформаційних технологій і програм тощо. Зовнішньоекономічний прогноз на підставі аналізу кон'юнктури і тенденцій розвитку світового ринку визначає можливості країни в експорті наукомісткої*

конкурентоспроможної продукції та необхідному імпорту інвестиційної й споживчої продукції.

Для цього зовнішньоекономічний прогноз отримує від соціально-економічних прогнозів відповідну інформацію щодо виробництва науковомісної продукції, прогнозні оцінки міри задоволення потреб (попиту) національного виробництва та сфери послуг в інвестиційній продукції (машини, обладнання, потужні установки) та нових технологіях, а також потреб (попиту) населення в товарах народного споживання і продуктів харчування. Варіанти зовнішньоекономічного прогнозу обмежені варіантами зовнішньополітичних прогнозів, оскільки можливості торгівлі суттєво залежать від політичних відносин країн-партнерів. Під час розроблення прогнозу використовують дані, що характеризують геополітичне і гео економічне становище країни, її інтереси тощо.

➤ *Зовнішньополітичний прогноз* дає інформацію про можливі політичні відносини з іншими країнами. З цією метою прогнозують можливі зміни політичної ситуації у провідних країнах світу та країнах – партнерах у торгівлі. Зовнішньополітичний прогноз розробляють у різних варіантах, які формуються під впливом результатів внутрішньополітичного прогнозу. Дані зовнішньополітичного прогнозу використовують для формування варіантів зовнішньоекономічного прогнозу та розроблення варіантів військово-стратегічного прогнозу.

➤ *Внутрішньополітичний прогноз* дає інформацію про можливі ситуації й розташування політичних сил у середині країни, їхні соціально-економічні, зовнішньоекономічні та військово-політичні наслідки. Залежно від того, яка партія стане «партією влади», визначається соціально-економічна політика уряду і Національного банку країни.

➤ *Військово-стратегічний прогноз* містить інформацію щодо ймовірних конфліктів із іншими країнами, можливих воєнних блоків інших країн, а також стосовно можливих воєнних блоків і договорів за участю своєї країни. У процесі прогнозування враховують інформацію зовнішньополітичного і

внутрішньополітичного прогнозів. На підставі найімовірнішого військово-стратегічного прогнозу або найраціональнішого прогнозу, обраного з-поміж різних варіантів, формується воєнна доктрина країни.

Воєнна доктрина країни визначає рівень необхідної (достатньої) обороноздатності держави, потребу та рівень військової присутності збройних сил країни в інших регіонах. Військово-стратегічний прогноз використовує дані прогнозів розвитку військово-промислового комплексу і надає пропозиції економічним прогнозам стосовно необхідних обсягів озброєння й оснащення збройних сил.

Соціально-економічні прогнози також поділяють на два блоки: «економічні» та «соціальні» прогнози.

В «економічному» блоці основними є:

- прогноз сукупної пропозиції, або економічного зростання;
- прогноз сукупного попиту;
- прогноз галузевої структури національної економіки;
- прогноз рівня інфляції.

У «соціальному» блоці основними вважаються:

- прогноз рівня життя населення;
- прогноз зайнятості населення;
- прогноз житлово-комунального господарства (ЖКХ) і побуту;
- прогноз охорони здоров'я та освіти;
- прогноз культури і мистецтва.

Провідне місце у цій системі прогнозів належить прогнозу зайнятості населення. Він є складовою демографічного прогнозу, показники якого входять до прогнозу рівня життя, і є єдиною ланкою між економічними та соціальними прогнозами.

Особливий інтерес у практичному й теоретичному плані становлять функціональний та інформаційний зв'язки між цими двома блоками. Загальновідомим є те, що першочерговими завданнями розвитку громадянського суспільства окремої країни мають бути цілі гармонійного розвитку особистості.

Це передбачає охорону здоров'я людини, продовження активної частини її життя, всебічну та якісну освіту, участь у культурному житті, виявлення і реалізацію усіх її здібностей тощо, що, своєю чергою, сприяє розвитку соціальної сфери - культури і мистецтва, освіти, охорони здоров'я, фізкультури та спорту. Але всі ці галузі невиробничі, й для їхнього розвитку потрібні ресурси, які створюються у сфері виробництва, тобто в економічній системі. Тому соціальна сфера є немов первинною стосовно економічної, вона висуває до економіки вимоги щодо становлення своїх галузей. Водночас соціальна сфера залежить від розвитку економіки. До того ж, для розвитку виробництва і соціальної сфери необхідна еволюція науки і техніки. Усі сфери – соціальна, виробнича та наукова – потребують для свого розвитку ресурсів, і передусім фінансових, оскільки наявність фінансів розв'язує проблеми і природних, і трудових ресурсів. Утім фінансові ресурси, як відомо, обмежені. Обсяг їх насамперед залежить від доходів (чистої продукції), які створюються у сфері виробництва. Разом із тим, якщо у великому обсязі фінансується виробництво, менше коштів залишається для фінансування науки, що негативно впливає на темпи зростання ефективності виробництва. Менше коштів дістається й соціальній сфері, що також негативно позначається на загальному стані суспільства, і зокрема трудових ресурсів, освіти і зрештою на виробництві. Саме тут виникає потреба в розробленні варіантів прогнозів, які відрізняються різними співвідношеннями розподілу коштів між цими трьома сферами.

1.8 Інформаційне забезпечення прогнозування соціально-економічних процесів

На стадії формування інформаційної бази визначаються вид і склад вихідної інформації, яка повинна відповідати специфічним вимогам: бути достовірною, точною, порівнянною і охоплювати усі хронологічні точки періоду, який аналізується.

Початкова інформація про об'єкт прогнозування може бути: 1) фактографічною (одержаною з джерела, що містить фактичні дані, необхідні для вирішення задачі прогнозу, наприклад, дані бухгалтерського звіту і т.п.),

включаючи випереджаючу інформацію (наукову і технічну інформацію, що випереджає реалізацію новин в суспільній практиці; сюди відносяться – заявки на винаходи і відкриття, авторські свідоцтва, патенти і т.п.); 2) експертною (що містить експертні оцінки).

Сукупність даних про об'єкт прогнозування, організованих в систему відповідно до мети і методів прогнозування, утворює інформаційний масив прогнозування, якість якого може бути охарактеризована за допомогою двох показників:

1) повноти початкової інформації (ступінь забезпеченості задач прогнозу достовірною початковою інформацією), а також

2) інформативності змінної об'єкту прогнозування (кількості інформації про об'єкт прогнозування, що міститься в значеннях змінної з погляду задачі прогнозу; під кількістю інформації розуміється міра зменшення невизначеності ситуації, унаслідок того, що стає відомим результат іншої ситуації).

У міру видалення в минуле моментів вимірювання значень змінних об'єкту прогнозування відбувається зменшення інформативності ретроспективних значень, тобто має місце закономірність дисконтування інформації про об'єкт прогнозування.

ЛЕКЦІЯ 2 «Метод знаходження кривої підгонки».

Анотація

Основні види кривих підгонки. Коефіцієнт детермінації та інші способи оцінки моделей. EX POST як імітація процесу прогнозування.

2.1 Основні види кривих підгонки

Метод підгонки входить до числа найвідоміших методів прогнозування. Він полягає в тому, щоб знайти криву або групу кривих, які з достатньою точністю описували б початкову інформацію. Розрізняють наступні види кривих підгонки: лінійна, параболічна, поліноміальна 3 ступеню, логарифмічна, експоненційна, ступенева, гіперболічна, логістична, S-образна. Існують і інші види кривих, але перелічені криві є найбільш поширеними і вживаними.

Рівняння прямої підгонки $\hat{Y} = b_1 + b_2X$ називається лінійним рівнянням регресії Y по X (у прогнозуванні оцінене значення змінної прийнято позначати з кришкою вгорі: \hat{Y}) (див. рис. 2.1).

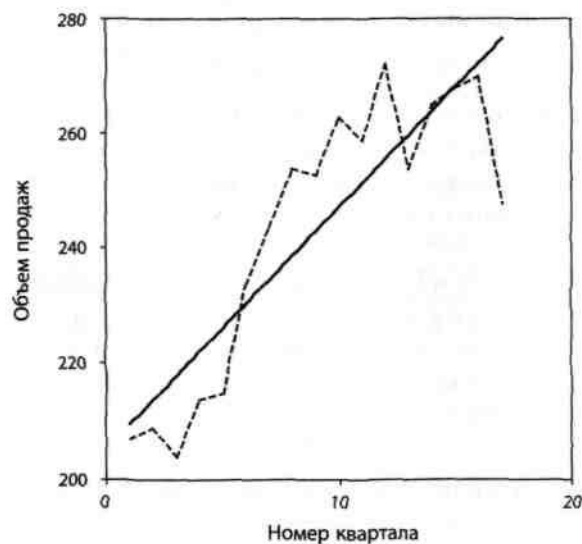


Рисунок 2.1 – Лінія регресії

Рівняння параболи має наступний вигляд $\hat{Y} = b_1 + b_2t + b_3t^2$. На рис. 2.2 зображений графік параболи.

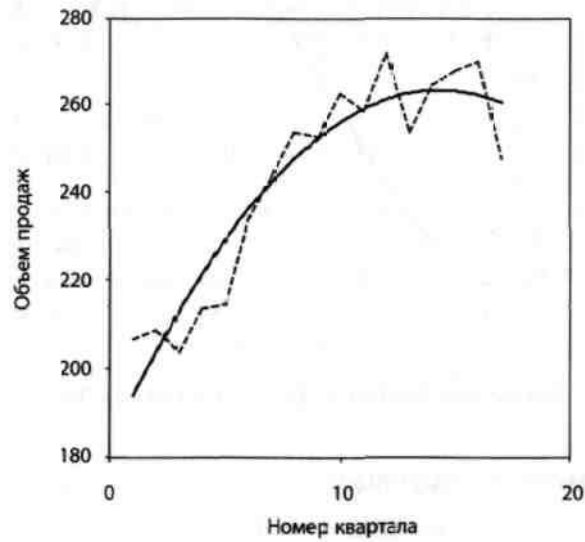


Рисунок 2.2 – Крива підгонки – парабола

Рівняння третього ступеня має вигляд $\hat{Y} = b_1 + b_2t + b_3t^2 + b_4t^3$ (див. рис. 2.3):



Рисунок 2.3 – Крива підгонки – графік многочлена третього ступеня

Рівняння логарифмічної функції має вигляд: $\hat{Y} = b_1 + b_2 \ln(t)$ (див. рис. 2.4).

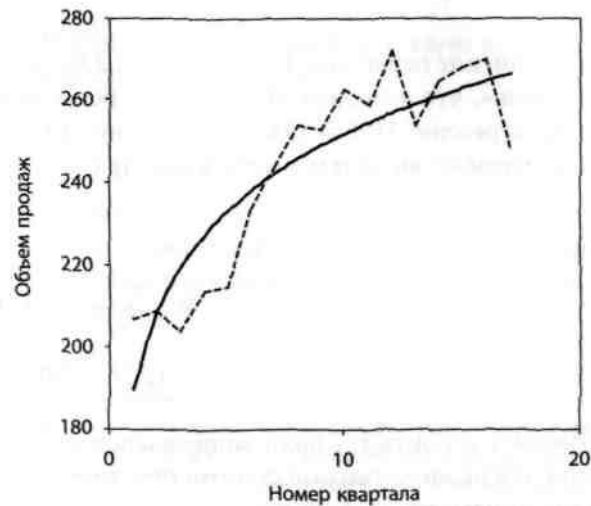


Рисунок 2.4 – Крива підгонки – графік логарифмічної функції

Рівняння експоненціальної кривої має вигляд: $\hat{Y} = b_1 \exp(b_2 t)$.

Ми нагадаємо, що $\exp(z) = e^z$, де $e \approx 2,718$. Зважаючи на важливість цього виду рівнянь для прогнозування, ми зупинимося на ньому докладніше. Розглянемо темп зростання у момент t .

$$\frac{\hat{Y}(t) \times 100\%}{\hat{Y}(t-1)} = \exp(b_2) \times 100\%.$$

Ми бачимо, що темпи зростання для експоненціальної кривої на даному інтервалі постійні. Оскільки $e^z - 1 \approx z$ при малих значеннях z , то $b_2 \times 100\%$ приблизно рівно темпам приросту (див. рис. 2.5).

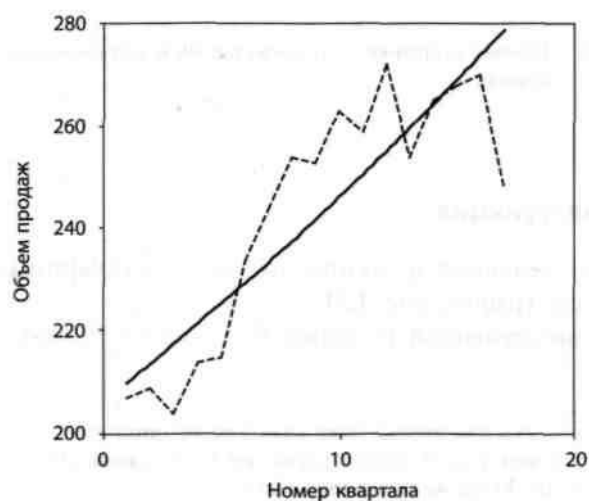


Рисунок 2.5 – Крива підгонки – експоненціальна крива

Рівняння ступеневої функції виглядає таким чином: $\hat{Y} = b_1 (t^{b_2})$ (див. рис. 2.6).

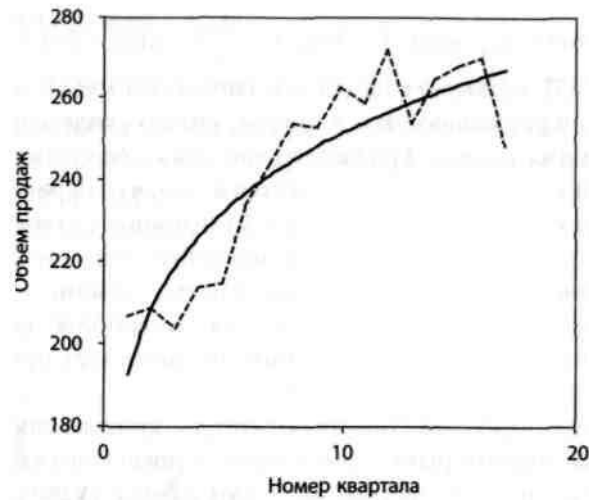


Рисунок 2.6 – Крива підгонки – графік ступеневої функції

Рівняння гіперболи має вигляд: $\hat{Y} = b_1 + \frac{b_2}{t}$ (див. рис. 2.7).

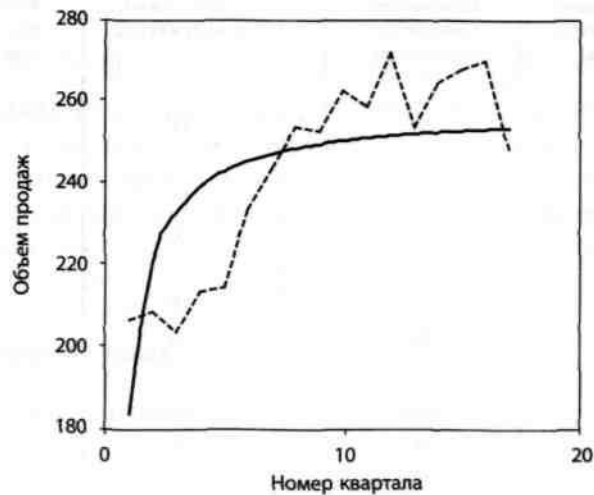


Рисунок 2.7 – Крива підгонки – гіпербола

Рівняння S-образної кривої має вигляд: $\hat{Y} = \exp\left(b_1 + \frac{b_2}{t}\right)$. Як видно з цього рівняння, S-образна крива виходить шляхом послідовного застосування гіперболічної і експоненціальної функцій (див. рис. 2.8).

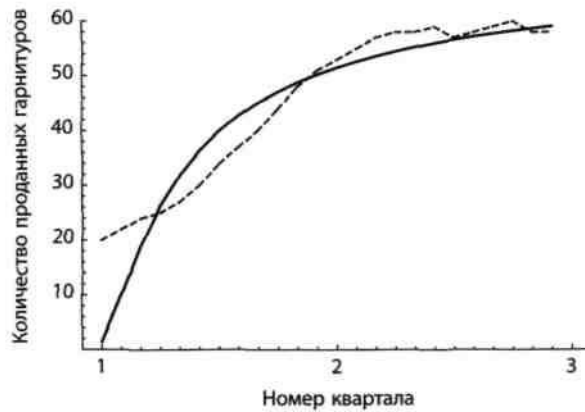


Рисунок 2.8 – Крива підгонки – S-образна крива

Рівняння логістичної кривої має вигляд $\hat{Y} = \frac{1}{\frac{1}{b_1} + b_2(b_3^t)}$ (див. рис. 2.9).

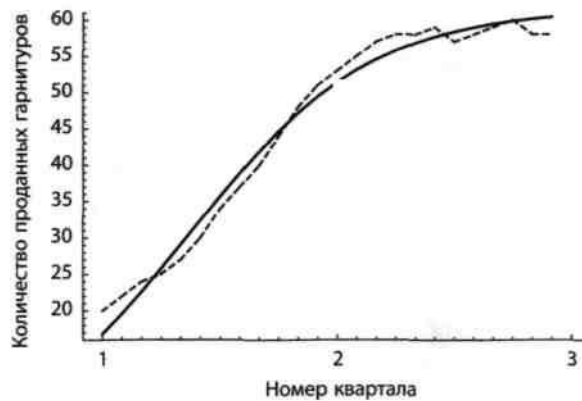


Рисунок 2.9 – Крива підгонки – логістична крива

2.2 Коефіцієнт детермінації та інші способи оцінки моделей

Середньо квадратична помилка (mean squared error, MSE) розраховується за формулою:

$$MSE = \frac{\sum e_i^2}{n},$$

де: n – кількість спостережень;

e – залишок, який визначається, як $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$;

Y_i – фактичне значення показника;

\hat{Y}_i – теоретичне значення показника.

Коефіцієнт детермінації характеризує ступінь близькості змодельованих значень в їх сукупності до початкових даних. Коефіцієнт детермінації

визначається виразом $1 - \frac{MSE}{Var(Y)}$ і позначається як R^2 . Отже, коефіцієнт детермінації:

$$R^2 = 1 - \frac{MSE}{Var(Y)} = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2} \quad (2.1)$$

де: \bar{Y} – середнє значення показника.

З визначення виходить, що $R^2 \leq 1$. Рівність $R^2 = 1$ можливо тоді і тільки тоді, коли всі залишки рівні нулю, тобто процес в точності описується моделлю; проте на практиці цього майже ніколи не трапляється. З (2.1) витікає, що для одного і того ж набору даних коефіцієнт детермінації R^2 буде ближчим до одиниці у моделі з меншою середньоквадратичною помилкою. Таким чином, R^2 дійсно характеризує ступінь близькості змодельованих даних в їх сукупності до початкових даних. З формули (2.1) також витікає, що значення коефіцієнта детермінації залежить від дисперсії початкових даних. Наприклад, моделі для двох різних рядів даних можуть мати одні і ті ж значення залишків e_1, e_2, \dots, e_n , але ряд даних з великим значенням дисперсії матиме і більше значення коефіцієнта детермінації.

Важливо пам'ятати, що R^2 – це всього лише позначення і, взагалі кажучи, може бути негативним числом.

У разі лінійної регресії невід'ємне число $R = \sqrt{R^2}$ називається коефіцієнтом множинної кореляції і використовується набагато рідше, ніж коефіцієнт детермінації.

R^2 є часткою від ділення дисперсії змодельованих значень на дисперсію початкових. У ідеальному випадку, коли $R^2 = 1$, $Var(\hat{Y}) = Var(Y)$. Всі крапки $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ лежать на одній і тій же прямій тоді і тільки тоді, коли $|r(X, Y)| = 1$. r може приймати негативні значення, а R , за визначенням, повинен бути завжди більше або рівний нулю.

Коефіцієнт детермінації, безумовно, є важливим критерієм при виборі моделі. Якщо модель погано описує початкові дані, від неї не можна чекати добрих результатів при прогнозуванні. На жаль, зворотнє невірне.

При порівнянні різних моделей крім коефіцієнта детермінації R^2 використовуються також дві інші характеристики – MAD і MAPE.

Вираз $\frac{\sum |e_i|}{n}$ називається середнім абсолютним відхиленням (mean absolute deviation, MAD).

Вираз $\frac{100\% \sum \left| \frac{e_i}{Y_i} \right|}{n}$ називається середньою абсолютною помилкою у відсотках (mean absolute percent error, MAPE).

На відміну від R^2 , і MAD, і MAPE мають простий наочний сенс, що важливе для їх практичного застосування.

MAD і MAPE виявляються корисними при порівнянні залишків окремих значень моделі.

2.3 Верифікація прогнозів. EX POST як імітація процесу прогнозування

Статистичні прогнози ґрунтуються на гіпотезах про стабільність значень величини, що прогнозується; закону її розподілу; взаємозв'язків з іншими величинами тощо. Основний інструмент прогнозування — *екстраполяція*.

Суть прогнозної екстраполяції полягає в поширенні закономірностей, зв'язків і відношень, виявлених в t -му періоді, за його межі.

Залежно від гіпотез щодо механізму формування і подальшого розвитку процесу використовуються різні методи прогнозної екстраполяції. Їх можна об'єднати в дві групи:

- екстраполяція закономірностей динаміки — тренду і коливань;
- екстраполяція причинно-наслідкового механізму формування процесу — факторне прогнозування.

Ці методи різняться не процедурою розрахунків прогнозу, а способом описування об'єкта моделювання. Екстраполяція закономірностей розвитку ґрунтується на вивченні його передісторії, виявленні загальних і усталених тенденцій, траєкторій зміни в часі. Абстрагуючись від причин формування

процесу, закономірності його розвитку розглядають як функцію часу. Інформаційною базою прогнозування слугують одномірні динамічні ряди.

При багатофакторному прогнозуванні процес розглядається як функція певної множини факторів, вплив яких аналізується одночасно або з деяким запізненням. Інформаційною базою виступає система взаємозв'язаних динамічних рядів. Оскільки фактори включаються в модель у явному вигляді, то особливого значення набуває апріорний, теоретичний аналіз структури взаємозв'язків.

Важливим етапом статистичного прогнозування є *верифікація прогнозів*, тобто оцінювання їх точності та обґрунтованості. На етапі верифікації використовують сукупність критеріїв, способів і процедур, які дають можливість оцінити якість прогнозу.

Найбільш поширене *ретроспективне оцінювання прогнозу*, тобто оцінювання прогнозу для минулого часу (ex-post прогноз). Процедура перевірки така. Динамічний ряд поділяється на дві частини: перша — для $t = 1, 2, 3, \dots, p$ — називається ретроспекцією (передісторією), друга — для $t = p + 1, p + 2, p + 3, \dots, p + (n - p)$ — прогнозним періодом.

За даними ретроспекції моделюється закономірність динаміки і на основі моделі розраховується прогноз Y_{p+v} , де v — період упередження. Ретроспекція послідовно змінюється, відповідно змінюється прогнозний період, що унаочнює рис. 2.10 (для $v = 1$).

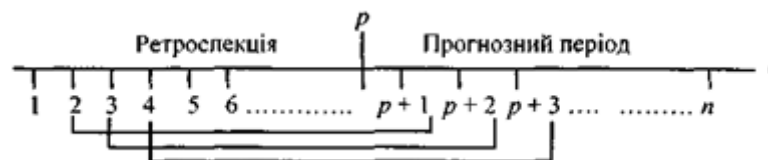


Рис. 2.10 – Схема ретроспективної перевірки точності прогнозу для $v = 1$

Оскільки фактичні значення прогнозного періоду відомі, то можна визначити похибку прогнозу як різницю фактичного y_t і прогнозного Y_t рівнів: $e_t = y_t - Y_t$. Всього буде $n - p$ похибок. Узагальнюючою оцінкою точності прогнозу слугує *середня похибка*:

$$\text{абсолютна } \bar{e} = \frac{\sum |e_t|}{n-p}, \text{ квадратична } s = \sqrt{\frac{\sum e_t^2}{n-p}}.$$

Для порівняння точності прогнозів, визначених за різними моделями, використовують *похибку апроксимації* (%):

$$\hat{A} = 100 \frac{\sum \left| \frac{e_t}{y_t} \right|}{n-p}$$

Якщо результат оцінювання точності прогнозу задовольняє визначені критерії точності, скажімо, 10%, то прогнозна модель вважається прийнятною і рекомендується для практичного використання. Очевидно, що похибка прогнозу залежить від довжини ретроспекції та горизонту прогнозування. Оптимальним співвідношенням між ними вважається 3 : 1.

При оцінюванні та порівнянні точності прогнозів використовують також коефіцієнт розбіжності Г. Тейла, який дорівнює нулю за відсутності похибок прогнозу і не має верхньої межі:

$$V = \frac{\sqrt{\sum (y_t - Y_t)^2}}{\sqrt{\sum y_t^2}}$$

Існуючі методи верифікації прогнозів у більшості своїй ґрунтуються на статистичних процедурах, які зводяться до побудови довірчих меж прогнозу, себто до побудови інтервальних прогнозів.

Помилки *ex post* прогнозів можна оцінювати таким же чином, як ми оцінювали залишки моделі. Тобто ми можемо розглянути відповідні значення MSE, MAD і MAPE.

Для оцінки помилок *ex post* прогнозів використовується також число, яке називається коефіцієнтом нерівності Тейла (Theil's inequality coefficient):

$$U = \frac{\sqrt{\frac{\sum e_i^2}{T}}}{\sqrt{\frac{\sum Y_i^2}{T}} + \sqrt{\frac{\sum \hat{Y}_i^2}{T}}}$$

де T – число *ex post* прогнозів.

Ex post – один з найнадійніших методів при виборі моделі прогнозування. При цьому особливу увагу слід звертати на останні значення моделі. Стабільність коефіцієнтів моделі, разом з іншими характеристиками, які вказують на достатньо високу точність (R^2 , MAD і $MAPE$), говорить на користь вибраної моделі.

Перш ніж приступити безпосередньо до прогнозування майбутніх значень, прогнозист повинен спочатку зрозуміти ті кількісні закономірності (або хоча б частина з них), які лежать в основі бізнес-процесу. Єдине, що він має в розпорядженні, це початкові дані. Звідси витікає, що на початку прогнозист повинен створити модель, яка достатньо добре описувала б саме початкові дані. Різниця між істинним і прогнозованим значеннями називається помилкою прогнозу.

Тут потрібно відзначити, що прогнозовані значення необов'язково повинні відноситися до майбутнього. Прогнозувати можна будь-які величини, що не входять в набір початкових даних. Подібні прогнозовані значення часто використовуються, коли необхідно відновити дані, відсутні через які-небудь причини.

Ідея *ex post* прогнозування. З цією метою початкові дані розбиваються на дві групи, так щоб в другій групі знаходилися пізніші дані, що становлять звично приблизно 15% всієї інформації. Ці дані будуть потім використовуватися для тестування. При невеликому об'ємі початкових даних в другій групі можна розглядати до 30% початкової інформації.

Але спочатку ми повинні задати горизонт прогнозування. При цьому кожного разу ми порівнюватимемо набуті значення з наявною інформацією. У цьому якраз і полягає головна перевага *ex post* прогнозування. При звичному прогнозуванні у нас такої можливості немає. Припустимо, що нас цікавить прогноз на один квартал вперед і ми хочемо протестувати лінійну модель. Нижче ми приводимо докладний алгоритм *ex post* прогнозування.

Алгоритм *ex post* прогнозування:

1. Знаходимо лінію регресії L для перших 13 значень.

2. З рівняння L визначаємо прогноз на 14-й квартал.

3. Порівнюємо одержаний прогноз з наявною інформацією за 14-й квартал.

Знаходимо помилку.

4. Повторюємо пункти 1-3 послідовно для перших 14, 15 і 16 значень.

В результаті ми одержуємо таблицю, що містить *ex post* прогнози і відповідні помилки для останніх чотирьох кварталів.

В процесі *ex post* прогнозування, додаючи нові дані, ми кожного разу одержували інше рівняння. Це приклад рекурсивного *ex post* прогнозування, на відміну від нерекурсивного, при якому рівняння, одержане за даними першої групи, залишається незмінним.

ЛЕКЦІЯ 3 «Метод екстраполяції тенденції по одному часовому ряду»

Анотація

Поняття тенденції, способи встановлення наявності тенденції. Прості методи екстраполяції тенденції: екстраполяція на основі аналітичних показників рядів динаміки, на основі плинної середньої та екстраполяція на основі індексу сезонності.

3.1 Поняття тенденції, способи встановлення наявності тенденції

Під *тенденцією* розуміють деякі загальні напрямки розвитку процесу (явища), довгострокову закономірність.

При прогнозуванні методами екстраполяції виходять з інерційності явищ (процесів), що досліджуються і прогнозуються.

Ступінь інерційності залежить від розміру і масштабу процесу, що вивчається. На мікрорівні вплив окремого фактора може миттєво змінити ситуацію, в той час, коли на макрорівні, через дії багатьох факторів, які здійснюють часом протилежний один одному вплив, інерційність зберігається у більшій мірі.

При значній інерційності економічних процесів (явищ), що досліджуються, можна з достатнім ступенем імовірності сподіватися, що закономірності, які виникли в «передісторії», будуть з незначними змінами діяти і в прогнозованому періоді.

Основу екстраполяційних методів прогнозування складають динамічні ряди. Є ряд способів перевірки гіпотези про існування тенденції у динамічному ряду.

Один з найпростіших методів базується на порівнянні середніх рівнів ряду. Для цього динамічний ряд розбивається на дві, приблизно рівні частини за кількістю елементів. Кожна частина розглядається умовно як самостійна сукупність. Якщо динамічний ряд має певну тенденцію, то середні, які обчислені для кожної сукупності, повинні суттєво розрізнятися між собою. Якщо ж розходження будуть незначними, тобто випадковими, то динамічний ряд тенденції не має.

Для оцінки істотності відмінності між середніми значеннями двох динамічних рядів використовується t -критерій Стюдента.

Розходження буде істотним, якщо розрахункове значення t -критерія Стюдента (t_p) буде не менше його табличного значення (t_T).

Розрахункове значення t -критерія обчислюється таким чином:

$$t_p = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} \quad (3.1)$$

де \bar{x}_1, \bar{x}_2 – середні значення рівня відповідно до першої і другої частин ряду, розрахованих для інтервальних динамічних рядів як середнє арифметичне:

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \quad (3.2)$$

де n_1, n_2 - кількість елементів відповідно першої і другої частин ряду.

$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$ - стандартне відхилення.

S_1^2, S_2^2 - дисперсія відповідно першій і другій частин ряду.

$$S_1^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_1)^2}{n_1 - 1}; S_2^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_2)^2}{n_2 - 1} \quad (3.3)$$

3.2 Прості методи екстраполяції тенденції

Прості методи прогнозування на основі екстраполяції тенденції використовуються в управлінні виробництвом, оскільки мають ряд переваг.

До переваг простих методів слід віднести:

- достатньо простий апарат дослідження, що привертає до нього широке коло спеціалістів;

- можливість використання для виконання розрахунків портативних і нескладних обчислювальних засобів;

- швидкість виконання розрахунків в оперативному режимі;
- наявність відносно невеликого масиву інформації.

Нижче наведені прості методи екстраполяції тенденції на основі застосування аналітичних показників динамічних рядів, плинної середньої та індексу сезонності.

3.2.1. Екстраполяція на основі аналітичних показників рядів динаміки

Динамічним рядом (рядом динаміки) називається послідовність показників, які характеризують зміну явища (процесу, об'єкта) у часі. Окремі спостереження динамічного ряду називаються рівнями.

За часом, відображеним у динамічних рядах, вони поділяються на моментні й інтервальні.

В моментних рядах динаміки рівні виражають величину явища на відповідну дату, наприклад, залишки готової продукції на перше число кожного місяця, вартість основних фондів на початок, чи кінець року та ін.

В інтервальних рядах рівні виражають розміри явищ за проміжок часу, наприклад, випуск продукції за місяць, квартал, рік.

При побудові динамічних рядів слід в першу чергу приділити увагу на порівнянність рівнів ряду. Це значить, що усі рівні повинні виражатися в однакових одиницях виміру, розраховуватися по єдиній методології, включати єдине коло об'єктів.

Позначимо:

y_1 — початкове значення рівня динамічного ряду;

y_n — кінцеве значення рівня динамічного ряду;

y_i — умовно прийнятий (i -й) рівень динамічного ряду;

n — кількість елементів динамічного ряду.

Наведемо основні аналітичні показники динамічного ряду, які використовуються у прогнозуванні:

а) абсолютний приріст:

1) ланцюговий

$$\Delta' y_i = y_i - y_{i-1}; \quad (3.4)$$

2) базисний

$$\Delta y_i = y_i - y_1; \quad (3.5)$$

б) середній абсолютний приріст

$$\bar{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta' y_i}{n-1}; \quad (3.6)$$

в) коефіцієнт росту:

1) ланцюговий

$$K_{P_i} = \frac{y_i}{y_{i-1}}; \quad (3.7)$$

2) базисний

$$K_{P_i} = \frac{y_i}{y_1}; \quad (3.8)$$

3) за весь період

$$K_{P_n} = \frac{y_n}{y_1}; \quad (3.9)$$

г) коефіцієнт приросту

$$K_{np} = k_p - 1; \quad (3.10)$$

д) середній коефіцієнт росту

$$\bar{k}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}; \quad (3.11)$$

е) середній коефіцієнт приросту

$$\bar{k}_{np} = \bar{k}_p - 1; \quad (3.12)$$

ж) абсолютний розмір 1% приросту:

1) ланцюговий

$$\Delta y_{1\%} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} 100} = \frac{y_{i-1}}{100}; \quad (3.13)$$

2) за весь період

$$\bar{\Delta y}_{1\%} = \frac{\bar{\Delta y}}{k_{np}}; \quad (3.14)$$

з) коефіцієнт випередження (відставання)

$$k = \frac{y_i}{y_{i-1}} : \frac{x_i}{x_{i-1}}; \quad (3.15)$$

Добуток ланцюгових коефіцієнтів росту дорівнює базисному коефіцієнту росту за весь період, тобто

$$k'_{p_1} \cdot k'_{p_2} \cdot k'_{p_3} \cdot \dots \cdot k'_{p_n} = k_{p_n} \quad (3.16)$$

що може бути доведено таким чином.

Нехай маємо динамічний ряд за 5 років та рівень показника за базисний рік, що передує рокам п'ятирічки (y_0). Добуток ланцюгових коефіцієнтів росту складе

$$\frac{y_1}{y_0} \cdot \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \frac{y_4}{y_3} \cdot \frac{y_5}{y_4} = \frac{y_5}{y_0},$$

тобто підтверджується залежність (3.16)

На основі наведених аналітичних показників, які широко застосовуються для оцінки динамічних рядів, можна вивести залежності, що можуть бути використані для побудови прогнозів:

$$\hat{y}_{n+1} = y_n + \Delta' y_n; \Delta' y_n = y_n - y_{n-1} \quad (3.17)$$

$$\hat{y}_{n+T} = y_n + \bar{\Delta} y \cdot T \quad (3.18)$$

$$\hat{y}_{n+1} = y_n \cdot k_{p_n}; k_{p_n} = \frac{y_n}{y_{n-1}} \quad (3.19)$$

$$\hat{y}_{n+T} = y_n \cdot \bar{k}_p^T \quad (3.20)$$

де \hat{y} — тут і далі таким чином позначаються прогнозні значення показника.

T — величина горизонту прогнозу ($T = 1; 2; 3 \dots$)

Практичне застосування зазначених залежностей покажемо на прикладах.

Приклад 1.

В таблиці 3.1 наведені дані про середнє споживання кондитерських виробів на одну людину по області за рік. Використовуючи рівняння (3.18; 3.20), побудуємо прогноз споживання кондитерських виробів на наступну п'ятирічку.

Таблиця 3.1 – Середньорічне споживання кондитерських виробів по області

Номер року, <i>t</i>	Споживання кондитерських виробів на одну людину в рік, кг.	Номер року, <i>t</i> .	Споживання кондитерських виробів на одну людину в рік, кг.
1	2	3	4
1	10,7	7	15,9
2	11,5	8	17,2
3	12,2	9	18,1
4	13,4	10	19,8
5	15,0	11	21,2
6	15,0		

У табл. 3.1 наведені дані по двох п'ятирічках та базисному року.

Остаточно про якість прогнозу можна судити лише після того, як подія відбулася. Щоб оцінити надійність застосованого методу, використовуються так званий метод «прогноз екс-пост». Такий підхід застосовується і для інших кількісних методів прогнозування.

Використовуючи дані перших шести років — базисний рік та роки першої п'ятирічки, розрахуємо відповідно:

Середній абсолютний приріст

$$\bar{\Delta}y = \frac{y_k - y_0}{k - 1} = \frac{15,0 - 10,7}{6 - 1} = \frac{4,3}{5} = 0,9 \text{ кг.}$$

Середньорічний коефіцієнт росту

$$\bar{k}_p = \sqrt[k-1]{\frac{y_k}{y_1}} = \sqrt[6-1]{\frac{15,0}{10,7}} = \sqrt[5]{1,40} = 1,07.$$

На основі залежності (3.18) складемо прогноз споживання кондитерських виробів на період $(\hat{e} + 1) \div n$.

$$\hat{y}_{k+1} = 15 + 0,9 \cdot 1 = 15,9 \text{ кг}; \quad \hat{y}_{k+2} = 15 + 0,9 \cdot 2 = 16,8 \text{ кг};$$

$$\hat{y}_{k+3} = 15 + 0,9 \cdot 3 = 17,7 \text{ кг}; \quad \hat{y}_{k+4} = 15 + 0,9 \cdot 4 = 18,6 \text{ кг};$$

$$\hat{y}_{k+5} = 15 + 0,9 \cdot 5 = 19,5 \text{ кг};$$

Результати розрахунків зведені в таблицю та порівняні з фактичними даними.

Складемо прогноз споживання кондитерських виробів на основі формули (3.20)

$$\hat{y}_{k+1} = 15 \cdot 1,07^1 = 16 \text{ кг}; \quad \hat{y}_{k+2} = 15 \cdot 1,07^2 = 17,2 \text{ кг};$$

$$\hat{y}_{k+3} = 15 \cdot 1,07^3 = 18,4 \text{ кг}; \quad \hat{y}_{k+4} = 15 \cdot 1,07^4 = 19,7 \text{ кг};$$

$$\hat{y}_{k+5} = 15 \cdot 1,07^5 = 21 \text{ кг};$$

Результати прогнозу порівняні із фактичними даними та оцінена якість прогнозу (таблиця 3.3)

Таблиця 3.2 – Оцінка якості прогнозу, складеного на основі середнього абсолютного приросту

№	Фактичне значення, кг	Прогнозоване значення, кг	Відхилення	
			Абсолютне (гр2-гр3), кг	Відносне (гр4:гр2)100%
1	2	3	4	5
1	15,9	15,9	0	0
2	17,2	16,8	0,4	2,3
3	18,1	17,7	0,4	2,2
4	19,8	18,6	1,2	6,1
5	21,2	19,5	1,7	8
	Середнє значення	—	0,7	3,7

Таблиця 3.3 – Оцінка якості прогнозу, складеного на основі середньорічного коефіцієнта росту

№	Фактичне значення, кг	Прогнозоване значення, кг	Відхилення	
			Абсолютне (гр2-гр3), кг	Відносне (гр4:гр2)100%
1	2	3	4	5
1	15,9	16	-0,1	-0,6
2	17,2	17,2	0	0
3	18,2	18,4	-0,3	-1,7
4	19,8	19,7	0,1	0,5
5	21,2	21	0,2	0,9
	Середнє значення	—	0,1	0,7

Порівнюючи результати прогнозів, поданих в таблиці 3.2 та таблиці 3.3, можна зробити висновок про те, що використання середньорічного коефіцієнта

росту забезпечує більш високу точність прогнозу, про що свідчать відхилення за всі роки і в цілому за п'ятиріччя.

Для складання прогнозу за межі наявних даних, тобто на перспективу, розрахуємо середньорічний коефіцієнт росту на основі другої п'ятирічки з використанням базисного періоду

$$\bar{k}_p = \sqrt[5]{\frac{21,2}{15,0}} = \sqrt{1,413} = 1,071$$

Прогноз споживання кондитерських виробів на наступне п'ятиріччя складе:

$$\hat{y}_{n+1} = 21,2 \cdot 1,071^1 = 22,7 \text{ кг}; \quad \hat{y}_{n+2} = 21,2 \cdot 1,071^2 = 24,3 \text{ кг};$$

$$\hat{y}_{n+3} = 21,2 \cdot 1,071^3 = 26,0 \text{ кг}; \quad \hat{y}_{n+4} = 21,2 \cdot 1,071^4 = 28 \text{ кг};$$

$$\hat{y}_{n+5} = 21,2 \cdot 1,071^5 = 29,9 \text{ кг};$$

Прогноз споживання кондитерських виробів складено з урахуванням зберігання тенденцій, які склалися в «передісторії».

Суттєвим недоліком показників середнього абсолютного приросту та середнього коефіцієнта росту є те, що значення їх цілком залежить тільки від крайніх рівнів динамічного ряду. Проміжні значення, які багато в чому, а іноді і в вирішальній мірі визначають тенденцію змін показників, по суті в розрахунках не беруть участі. Зазначений недолік багато в чому усувається шляхом аналітичного вирівнювання рядів динаміки, що буде розглянуто у наступному параграфі.

Приклад 2.

В управлінні бурякоцукровим виробництвом дуже важлива об'єктивна оцінка очікуваних урожайності та цукристості буряка, на основі яких визначається валовий збір буряка та обсяг виготовленого цукру. Першочергове значення мають короткострокові прогнози показників, що орієнтовані на поточний виробничий рік, який охоплює приблизно період вересень-січень.

В основу розрахунків середньої урожайності буряка та середньої цукристості заготовленого буряка покладені значення вказаних показників за станом на перше жовтня.

Для одержання названих показників у агропромисловому комплексі щодавно робляться оцінки маси кореня (з 1 липня по 1 жовтня) та цукристості буряка (з 20 липня по 1 жовтня). Задача полягає у тому, щоб на основі одержаних даних, оцінити значення Цих показників за станом на 1 жовтня.

З множини методів, які рекомендовані для оцінки значення вказаних показників на 1 жовтня, найбільш простий та доступний — це використання значень приросту буряка за декади. Для розрахунку приросту використовуються середні значення маси кореня на кожен декаду, яка визначається за формулою:

$$\bar{p}_i = \frac{\sum_j p_{ij} s_j m_j}{\sum_j s_j m_j}, \quad (3.21)$$

де \bar{p}_i — середнє значення маси кореня на i -у декаду;

P_{ij} — маса кореня в i -у декаду j -го року;

s_j — площа посіву j -го року;

m_j — густина насадження коренеплодів по стану на 20 серпня j -го року.

Прирости розраховуються за формулою (3.4), тобто:

$$\Delta \bar{p}_1 = \bar{p}_{1.0.07} - \bar{p}_{1.07}; \Delta \bar{p}_2 = \bar{p}_{2.0.07} - \bar{p}_{1.0.07}; \Delta \bar{p}_3 = \bar{p}_{1.0.8} - \bar{p}_{2.0.07}; \dots; \Delta \bar{p}_9 = \bar{p}_{1.1.0} - \bar{p}_{2.0.09}$$

В таблиці 3.4 наведені дані про абсолютні прирости маси кореня, які розраховані на основі середніх значень маси кореня за 10 років.

Таблиця 3.4 – Абсолютні прирости маси кореня (г) по Волинському облбурякоцукропрмі

$\Delta \bar{p}_1 = \bar{p}_{1.0.07} - \bar{p}_{1.07}$	$\Delta \bar{p}_2 = \bar{p}_{2.0.07} - \bar{p}_{1.0.07}$	$\Delta \bar{p}_3 = \bar{p}_{1.0.8} - \bar{p}_{2.0.07}$
39	46	54
$\Delta \bar{p}_4 = \bar{p}_{1.0.08} - \bar{p}_{1.0.8}$	$\Delta \bar{p}_5 = \bar{p}_{2.0.08} - \bar{p}_{1.0.08}$	$\Delta \bar{p}_6 = \bar{p}_{1.0.9} - \bar{p}_{2.0.08}$
55	50	42
$\Delta \bar{p}_7 = \bar{p}_{1.0.09} - \bar{p}_{1.0.9}$	$\Delta \bar{p}_8 = \bar{p}_{2.0.09} - \bar{p}_{1.0.9}$	$\Delta \bar{p}_9 = \bar{p}_{1.1.0} - \bar{p}_{1.0.9}$
33	24	14

Отримавши дані про масу кореня станом на 1.07, можна, використовуючи показники таблиці 3.4, визначити очікуване значення названого показника станом на 1.10

$$\widehat{p}_{1.10} = p_{1.07} + (\Delta \bar{p}_1 + \Delta \bar{p}_2 + \Delta \bar{p}_3 + \Delta \bar{p}_4 + \Delta \bar{p}_5 + \Delta \bar{p}_6 + \Delta \bar{p}_7 + \Delta \bar{p}_8 + \Delta \bar{p}_9) \quad (3.22)$$

Якщо поступає інформація за наступні декади, то розрахунки виконуються таким чином:

$$\widehat{p}_{1.10} = p_{1.07} + (\Delta \bar{p}_2 + \Delta \bar{p}_3 + \Delta \bar{p}_4 + \Delta \bar{p}_5 + \Delta \bar{p}_6 + \Delta \bar{p}_7 + \Delta \bar{p}_8 + \Delta \bar{p}_9),$$

$$\widehat{p}_{1.10} = p_{2.07} + (\Delta \bar{p}_3 + \Delta \bar{p}_4 + \Delta \bar{p}_5 + \Delta \bar{p}_6 + \Delta \bar{p}_7 + \Delta \bar{p}_8 + \Delta \bar{p}_9)$$

і т.д.

Припустимо, за станом на 1.07 поточного року маса кореня становила 25г. Тоді очікувана маса кореня за станом на 1.10 становить

$$\widehat{P} = 25 + (39 + 46 + 54 + 55 + 50 + 42 + 33 + 24 + 14) = 382 \text{ г}$$

В таблиці 3.5 наведені результати послідовних прогнозів на основі застосування абсолютних приростів.

Таблиця 3.5 – Результати прогнозу маси кореня по Волинському облбурякоцукропрмі

За станом на :	Маса кореня, г.									
	1.07	10.07	20.07	1.08	10.08	20.08	1.09	10.09	20.09	1.10
1.07	25	<u>64</u>	110	164	219	269	311	344	368	382
10.07	25	64	<u>110</u>	164	219	269	311	344	368	382
20.07	25	64	111	<u>165</u>	220	269	312	345	369	382
1.08	25	64	111	161	<u>216</u>	266	308	341	365	379
10.08	25	64	111	161	212	<u>262</u>	305	337	361	375
20.08	25	64	111	161	212	257	<u>300</u>	332	356	370
1.09	25	64	111	161	212	257	297	<u>330</u>	354	367
10.09	25	64	111	161	212	257	297	336	<u>360</u>	373
20.09	25	64	111	161	212	257	297	336	363	<u>376</u>
1.10	25	64	111	161	212	257	297	336	363	376

Примітка: Над рисою таблиці 3.5 подані прогнозовані значення, під рисою — фактичні.

Результати прогнозу достатньо точні. Враховуючи, що фактичне значення маси кореня за станом на 1.10 дорівнює 376 г, то розходження по той, чи інший бік становило від $376 - 382 = -6$ г, або 1,6%, до $376 - 367 = 9$ г, або 2,4%.

За таким ж самим методом прогнозується цукристість буряка.

Слід відмітити, що прогнозування найважливіших показників бурякоцукрового виробництва було реалізовано на ЕОМ і функціонувало у реальному режимі часу для Волинського облбурякоцукропрому і Укрбурякоцукропрому протягом тривалого часу.

3.2.2. Екстраполяція на основі плинної середньої

Метод плинної середньої базується на використанні залежності:

$$\Delta x_{t+1} = \lambda_t x_t + \lambda_{t-1} \Delta x_{t-1} + \lambda_{t-2} \Delta x_{t-2} + \dots + \lambda_{t-(n-1)} \Delta x_{t-(n-1)}, \quad (3.23)$$

де n — кількість років «передісторії».

Коефіцієнт λ_i розраховується за формулою:

$$\lambda_i = \frac{i \cdot \beta}{n}; \quad (3.24)$$

де i — число, яке означає послідовний натуральний ряд «передісторії», починаючи з останнього;

β — визначається за таблицею, поданій нижче:

N	3	4	5	6	7	8
β	0,500	0,400	0,333	0,286	0,250	0,222

Визначимо значення λ для п'ятирічки.

Згідно з даними наведеної вище таблиці при $n=5$, $\beta=0,333$.

Звідси:

$$\lambda_1 = \frac{1 \cdot 0,333}{5} = 0,067, \quad \lambda_2 = \frac{2 \cdot 0,333}{5} = 0,133,$$

$$\lambda_3 = \frac{3 \cdot 0,333}{5} = 0,200, \quad \lambda_4 = \frac{4 \cdot 0,333}{5} = 0,267,$$

$$\lambda_5 = \frac{5 \cdot 0,333}{5} = 0,333.$$

Якщо підставити розраховані значення λ у формулу (3.23), отримаємо:

$$\Delta x_{t+1} = 0,333\Delta x_t + 0,267\Delta x_{t-1} + 0,200\Delta x_{t-2} + 0,133\Delta x_{t-3} + 0,067\Delta x_{t-4}$$

Особливістю методу плинної середньої є те, що рівень показників, який знаходиться ближче до прогнозованого періоду, чинить більший вплив на значення прогнозованих показників, порівняно з віддаленими періодами. Досягається це завдяки коефіцієнтул.

Прогнозні значення показників розраховуються наступним чином:

$$\widehat{x}_{t+1} = x_t + 0,333\Delta x_t + 0,267\Delta x_{t-1} + 0,200\Delta x_{t-2} + 0,133\Delta x_{t-3} + 0,067\Delta x_{t-4}$$

$$\widehat{x}_{t+2} = \widehat{x}_{t+1} + 0,333\Delta x_t + 0,267\Delta x_{t-1} + 0,200\Delta x_{t-2} + 0,133\Delta x_{t-3}$$

$$\widehat{x}_{t+3} = \widehat{x}_{t+2} + 0,333\Delta x_t + 0,267\Delta x_{t-1} + 0,200\Delta x_{t-2}$$

$$\widehat{x}_{t+4} = \widehat{x}_{t+3} + 0,333\Delta x_t + 0,267\Delta x_{t-1}$$

$$\widehat{x}_{t+5} = \widehat{x}_{t+4} + 0,333\Delta x_t$$

На основі даних другої п'ятирічки, включаючи також базисний період (таблиця 3.1) складемо прогноз споживання кондитерських виробів на основі методу плинної середньої. Розрахуємо абсолютні прирости:

$$\Delta x_t = 21,2 - 19,8 = 1,4; \Delta x_{t-1} = 19,8 - 18,1 = 1,7; \Delta x_{t-2} = 18,1 - 17,2 = 0,9;$$

$$\Delta x_{t-3} = 17,2 - 15,9 = 1,3; \Delta x_{t-4} = 15,9 - 15,0 = 0,9;$$

Виходячи з наведених вище залежностей

$$\widehat{x}_{t+1} = 21,2 + 0,333 \cdot 1,4 + 0,267 \cdot 1,7 + 0,200 \cdot 0,9 + 0,133 \cdot 1,3 + 0,067 \cdot 0,9 = 22,5 \text{ кг.}$$

$$\widehat{x}_{t+2} = 22,5 + 0,333 \cdot 1,4 + 0,267 \cdot 1,7 + 0,200 \cdot 0,9 + 0,133 \cdot 1,3 = 23,8 \text{ êã.}$$

$$\widehat{x}_{t+3} = 23,8 + 0,333 \cdot 1,4 + 0,267 \cdot 1,7 + 0,200 \cdot 0,9 = 24,9 \text{ êã.}$$

$$\widehat{x}_{t+4} = 24,9 + 0,333 \cdot 1,4 + 0,267 \cdot 1,7 = 25,8 \text{ êã.}$$

$$\widehat{x}_{t+5} = 25,8 + 0,333 \cdot 1,4 = 26,3 \text{ êã.}$$

Порівняємо розрахунки прогнозу споживання кондитерських виробів на одну людину по області, що розраховані на основі середньорічного коефіцієнту росту і плинної середньої (таблиця 3.6).

Таблиця 3.6 — Прогноз споживання кондитерських виробів на наступну п'ятирічку, розрахований двома методами, кг.

Роки	Результати прогнозу, що розраховані на основі:	
	середнього коефіцієнту росту, кг	плинної середньої, кг
1	22,7	22,5
2	24,3	23,8
3	26,0	24,9
4	28,0	25,8
5	29,9	26,3

Дані таблиці 3.6 свідчать про те, що прогноз, складений на основі середньорічних коефіцієнтів росту, за результатами дещо випереджає прогноз, складений за методом плинної середньої.

Який прогноз виявиться точнішим, зробити висновки заздалегідь важко.

Разом з тим перевага методу плинної середньої в тому, що на значення прогнозованих показників впливають в тій чи іншій мірі усі дані «передісторії», в той час, коли значення середньорічного коефіцієнта росту визначається тільки крайніми величинами динамічного ряду.

Наявність альтернативних варіантів прогнозу дозволяє спеціалістам на основі досвіду, знання, інтуїції відібрати найбільш прийнятний.

3.2.3. Екстраполяція на основі індексу сезонності

В процесі господарської діяльності окремі галузі промисловості, торгівля, побут стикаються з циклічними коливаннями, які викликані сезонним характером виробництва та споживання товарів і послуг.

Сезонні коливання — це більш чи менш сталі внутрішньорічні коливання в ряді динаміки, що обумовлені специфічними умовами виробництва і споживання даного товару чи послуг. Для організації виробництва і реалізації продукції сезонних виробництв надзвичайно важливо вивчити тенденцію сезонних коливань, що склалися, і розробити прогноз на найближчу перспективу, головним чином, на наступний рік.

Для вивчення сезонних коливань використовуються спеціальні показники, які називаються індексами сезонності, а сукупність їх утворює сезонну хвилю.

За даними, які характеризують обсяг реалізації продукції хлібозаводами об'єднання (таблиця 3.7), розрахуємо індекси сезонності, побудуємо сезонну хвилю і прогноз обсягу реалізації продукції на окремі місяці наступного року.

Індекс сезонності визначається за формулою:

$$i_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}}, \bar{y}_i = \frac{\sum y_i}{k}, \bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i}{n} = \frac{\sum \sum y_{ij}}{k \cdot n}, \quad (3.25)$$

Таблиця 3.7 – Обсяг реалізації хлібобулочних виробів (тис.т)

<i>Рік</i> <i>місяць</i>	<i>1-й рік</i>	<i>2-й рік</i>	<i>3-й рік</i>	<i>4-й рік</i>	<i>Разом за 4 роки (2+3+4+5)</i>	<i>В середньому за 4 роки грб/4, \bar{y}_i</i>	<i>Індекс сезонності $\left(\frac{\bar{y}_i}{\bar{y}}\right)_{100}$</i>	<i>Прогноз обсягу реалізації продукції на наступний рік</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>
01	5,3	5,4	5,5	6,4	22,6	5,65	74,6	6,1
02	5,4	5,6	5,7	6,7	23,4	5,85	77,2	6,3
03	6,2	6	5,9	6,9	25,0	6,25	82,5	6,7
04	6,4	6,6	6,7	7,3	27,0	6,75	89,1	7,3
05	7,0	7,2	7,5	7,7	29,4	7,35	97,0	7,9
06	7,5	7,7	8,0	8,2	31,4	7,85	103,6	8,5
07	8,0	8,1	8,5	8,7	33,3	8,33	110,0	9,0
08	8,5	8,6	8,8	9,1	35,0	8,75	115,5	9,4
09	8,9	9,0	9,2	9,5	36,6	9,15	180,8	9,9
10	8,3	8,5	9,0	9,1	34,9	8,72	115,1	9,4
11	8,0	8,3	8,6	8,4	33,3	8,33	110,0	9,0
12	7,5	7,9	8,3	8	31,7	7,93	104,7	8,5
Разом	87,0	88,9	91,7	96,0	363,6	-	1200,0	98,0
В середньому						7,575	100,0	

де \bar{y}_i — середнє значення показника за прийнятий проміжок часу (у нашому прикладі середня величина за кожний місяць, гр.7);

\bar{y} — середнє значення показника за весь період;

k — кількість років ($k = 1, 2, 3, 4$);

n — кількість місяців ($n = 1, 2, 3, \dots, 12$)

Розраховані для даних таблиці 3.7 індекси сезонності подані у графі 8, а їх ряд створює сезонну хвилю.

Індекс сезонності для складання прогнозу використовується таким чином.

Припустимо, що на наступний рік об'єднання передбачає реалізувати 98 тис. т. хлібобулочних виробів. Для того, щоб сформувати помісячний план реалізації продукції можна використати наступну залежність:

$$\hat{Q}_i = \frac{\hat{Q} \cdot i_c}{100}, \quad (3.26)$$

де \hat{Q}_i — очікуваний місячний об'єм реалізації продукції ($i = 1, 2, 12$);

\hat{Q} — очікуваний річний обсяг реалізації продукції;

i_c — індекс сезонності;

n — кількість періодів ($n = 12$).

Результати розрахунків наведені в графі 9 таблиці 3.7. Застосування індексу не обмежується тільки дослідженням сезонного характеру виробництва і споживання продукції. В декількох галузях промисловості коливання виробництва продукції пов'язані з особливостями технології, характером сировини та іншими факторами. Так, у цукровій промисловості встановлена добова норма переробки цукрового буряка на початку виробничого сезону і в кінці його, як правило, не виконується, а в середині виробництва є умови для перевиконання. Це пов'язано, головним чином, з технологічними властивостями сировини — цукрового буряка.

Звідси важлива задача визначення таких добових норм переробки цукрового буряка по декадах на наступний сезон, щоб в середньому була забезпечена норма переробки не менше 100%. Норма переробки в цілому на сезон визначається як добуток добової потужності на встановлений коефіцієнт використання потужності. В таблиці 3.8 наведені дані про процент виконання добової норми переробки буряка (відношення фактичної добової переробки буряка до встановленої норми на сезон) і порядок розрахунку прогнозованого (планового) завантаження цукрового заводу.

Позначимо:

N — добова потужність заводу;

P_m — добова продуктивність заводу, яка встановлена на друге півріччя.

\bar{y} — розрахункове значення виконання плану добової переробки буряка в середньому за друге півріччя, яке визначається за формулою:

$$\bar{y} = \frac{\sum_i (\bar{y}_i \sum_j Q_{ij})}{\sum_j \sum_i Q_{ij}}, \quad (3.26)$$

де Q_{ij} — обсяг переробленого буряка в i -ї декаді j -го року.

Таблиця 3.8 – Прогноз добової переробки цукрового буряка по декадах на наступний сезон

Декади	Виконання плану добової переробки цукрового буряка, %			Добова продуктивність, т	
	Фактично в середньому за п'ятиріччя, \bar{y}_i	Вирівняне по рівнянню тренда*, \hat{y}_i	Індекс сезонності $(\bar{y}_i : \bar{y}) \cdot 100$	При нормі переробки буряка, що склалася $(p_0 \cdot \bar{y}_i) : 100$	При прогнозованому завантаженні $(gr4 - p_0) : 100$
1	2	3	4	5	6
10,09	76,02	79,76	87,5	836,3	962,5
20,09	96,2	91,95	100,88	1058,2	1109,7
01,1	99,34	96,8	106,2	1092,2	1168,2
10,1	102,96	98,17	107,7	1132,6	1184,8
20,1	96,61	97,55	107,24	1062,7	1177,8
01,11	99,46	95,69	106,8	1094,0	1154,8
10,11	90,33	93,03	102,06	993,0	1122,6
20,11	82,67	89,85	98,57	909,3	1084,3
01,12	89,83	86,35	94,73	988,2	1042,1
10,12	78,38	82,66	90,69	862,2	997,5
20,12	64,42	78,88	85,54	686,6	951,9
01,01	97,43	75,07	82,36	1071,7	905,9
2-півріччя	91,63	91,15	100,0	1007,9	1100,0

В таблиці 3.8 \bar{y} подана в підсумковому рядку графі 3. Початкові дані для розрахунку граф 5 і 6 є: добова потужність — $N = 1220$ т.;

Установлений коефіцієнт використання потужності на друге півріччя — $K = 0,92$.

Отже, планова добова продуктивність на друге півріччя складає $P_0 = KN = 0,92 \cdot 1220 = 1100$ т.

Дані таблиці 3.8 свідчать про те, що норма переробки буряка заводом не виконувалась. В графі 6 наведені розрахункові, з використанням індексу сезонності, значення добової переробки цукрового буряка по декадах, які дозволяють забезпечити ритмічну роботу заводу і виконання норми загрузки заводу в цілому на друге півріччя.

ЛЕКЦІЯ 4 «Метод згладжування і сезонне прогнозування»

Анотація

Наївна модель. Способи усунення тренда. Моделі згладжування для часових рядів, що не мають тренда: модель ковзного середнього, модель експоненційно зваженого ковзного середнього, комбінована модель. Визначення початкових значень моделі. Моделі згладжування з трендом: модель Холта, модель Брауна. Сезонні моделі.

4.1 Наївна модель

Зараз ми розглянемо найпростішу модель, яка коли-небудь використовувалася при прогнозуванні, – так звану «наївну модель». Значення моделі задаються наступною формулою:

$$\hat{Y}_{t+1} = Y_t \quad (4.1)$$

Ідея наївної моделі (4.1) полягає в припущенні, що дане значення у момент часу t приблизно рівне попередньому значенню.

Стовпець значень Y_t виходить з початкових даних просто зрушенням на один рядок вниз. На рис. 4.1 представлений графік цієї наївної моделі, який виходить відповідно з початкового графіка шляхом зрушення на одиницю управо. Прогноз для всіх кварталів, починаючи з 18-го, один і той же і рівний останньому значенню ряду даних: 248.



Рисунок 4.1 – Графік наївної моделі

Наївна модель застосовується в тих випадках, коли потрібно зробити короткостроковий прогноз, за умови, що не очікується великих змін в характері процесу. Важливість цієї моделі для прогнозування в першу чергу полягає у тому, що разом з лінійною моделлю і моделлю постійного зростання наївна модель служить мірилом для визначення ефективності будь-якої іншої моделі. На практиці це означає, що, перш ніж придбати яку-небудь нову модель, треба порівняти її характеристики з їх аналогами.

4.2 Способи усунення тренда

Якщо уважно подивитися на графік наївної моделі (рис. 4.1), то помітите, що крім зрушення на одиницю управо він в більшій своїй частині (у 5 випадках з 16) розташований нижче за початкову криву. Це пов'язано з тим, що наївна модель (див. формулу 4.1) не припускає існування у процесу лінійного тренда. Тобто наївна модель виявиться неефективною, якщо значення коефіцієнта b_2 в лінійному рівнянні регресії значно відрізнятиметься від нуля. Існує досить багато інших моделей, набагато складніших, ніж наївна, які також припускають, що процес не має тренда. Як показник відсутності тренда у ряду Y_t іноді береться коефіцієнт k :

$$k = \frac{b_2}{|\bar{Y}|} \quad (4.2)$$

Залишки лінійного рівняння регресії звичайно служать прикладом процесу, що не має лінійного тренда. Як правило, в бізнесі ми маємо справу з процесами, що мають тренд. Для того, щоб в цьому випадку можна було застосувати модель, призначену для процесів, що не мають тренда, можна поступити одним з наступних двох способів.

Спосіб 1. Розглянемо різниці або частки початкових даних. Таким чином, якщо є ряд даних Y_1, Y_2, \dots, Y_n , то розглядається ряд: $\Delta 2, \dots, \Delta n$, де $\Delta t = Y_t - Y_{t-1}$, або ряд p_2, \dots, p_n , де

$$p_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} \quad (4.3)$$

Насправді прогнозисти звичайно поступають трохи інакше. До результатного ряду даних застосовується оператор \ln . Тобто розглядається ряд: $\ln Y_1, \dots, \ln Y_n$, після чого до нього застосовується оператор приросту Δ . При значеннях p_t , близьких до одиниці, можна нехтувати другим членом в розкладанні Тейлора і вважати, що $\ln(p_t) \approx p_t - 1$.

Так як $\ln(p_t) = \ln(1) + (\ln(p_t))'(p_t-1) + \frac{(\ln(p_t))''}{2!}*(p_t-1)^2 \approx 0 + 1/p_t*(p_t-1) = 0 + 1*(p_t-1) = p_t - 1$

Оператори Δ_i і p_i називають операторами початкового ряду. При цьому абсолютно не гарантовано, що ряди даних, одержані шляхом застосування операторів Δ_i або p_i , не матимуть тренда (У такому разі іноді застосовують повторно оператор Δ).

На рис. 4.2 представлено графічне зображення ряду p_2, \dots, p_n .



Рисунок 4.2 – Темпи зростання об'єму продажів

Якщо менеджер вважає, що можна нехтувати зміною в змодельованих квартальних темпах зростання, то він може розглядати p_2, \dots, p_n як ряд, що не має тренда, і застосувати до нього найвну або будь-яку іншу модель, призначену для рядів, що не мають тренда.

Спосіб 2 полягає в розгляді залишків лінійної регресії і є одним з найчастіше використовуваних методів усунення тренда. Його називають методом детрендалізації.

Якщо коефіцієнт b_2 лінійного рівняння регресії для ряду e_t має нулі в перших чотирьох десяткових розрядах, то він може вважатися рівним нулю.

Тепер можна побудувати модель для ряду без тренда для залишків e_i , потім знайти відповідне змодельоване значення e_k при $k > 17$, і додати його до відповідного значення тренда. Оскільки наївна модель припускає, що $e_{t-1} \approx e_t$, то її слід застосовувати у тому випадку, коли коефіцієнт кореляції $r(e_{t-1}, e_t)$ при $t = 2, \dots, n$, позитивний і значно відрізняється від нуля. У такому разі говорять, що в моделі лінійної регресії є позитивна автокореляція першого порядку. Існує спеціальний тест (тест Дарбіна-Уотсона) на наявність автокореляції першого порядку.

Прогноз визначається шляхом додавання змодельованої помилки e_{19} до відповідного значення тренда.

4.3 Моделі згладжування для часових рядів, що не мають тренда: модель ковзного середнього, модель експоненційно зваженого ковзного середнього, комбінована модель

Основна задача прогнозіста – знайти модель або групу моделей, які адекватно описували б процес. Прогнози, у свою чергу, будуються вже виходячи з цих моделей. Моделі згладжування застосовуються, коли потрібно визначити загальний хід процесу, проігнорувавши при цьому зміни, викликані випадковими чинниками. У цьому вони схожі з моделями підгонки, з тією лише різницею, що у них більше значення надається останнім даним. Ця властивість моделі називається адаптивною. Інша важлива відмінність моделей згладжування від кривих підгонки полягає у тому, що вони задаються алгоритмами, а не аналітично, тобто функцією від часу. З рекурсивності моделей згладжування виходить одна їх дуже важлива властивість: значення моделі співпадають з відповідними *expost* прогнозами. Для цього достатньо пригадати, що *expost* прогнози також визначаються виключно виходячи з попередніх даних.

Значення моделі ковзного середнього (*movingaveragemodel*) визначаються наступною формулою:

$$\hat{Y}_t = \frac{Y_{t-1} + Y_{t-2} + \dots + Y_{t-k}}{k} \quad (4.4)$$

Іншими словами, Y_t дорівнює середньому k попередніх значень. Число k називається порядком ковзного середнього. Середнє значення завжди знаходиться між мінімальним і максимальним значеннями ($\text{Min}(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k}) \leq \text{Max}(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k})$), тому модель можна ефективно застосовувати тільки до ряду даних, що не має лінійного тренда. На рис. 4.3 показана модель для ряду r_t , при $k = 5$.



Рисунок 4.3 – Модель ковзного середнього при $k = 5$

Ми бачимо, що графік моделі більш гладкий, ніж початковий. При усереднюванні частково зникли флуктуації початкових даних, викликані випадковими чинниками. На графіку моделі відсутні перші п'ять значень. Це викликано тим, що для моментів часу $t = 2, 3, 4, 5, 6$ у формулі (4.4) значення r_t не визначені.

Прогноз не враховує можливих коливань, або, як то кажуть, обурень, що мають місце в процесі. Отже цей прогноз слід розуміти як деяке усереднене значення можливих майбутніх значень.

Щоб одержати прогноз, який враховував би такі обурення, потрібно навчитися визначати їх яким-небудь іншим способом. Прикладом такого підходу є знаходження сезонних компонент.

Для того, щоб знайти прогнози на більш видалені в майбутнє квартали, відсутні члени у формулі (4.4) замінюють на відповідні одержані раніше прогнози.

Модель експоненційно зваженого ковзного середнього (exponentially weighted moving average (EWMA) model) є природним узагальненням моделі ковзного середнього. Вона будується на наступних двох припущеннях.

Кожне нове значення визначається сукупністю всіх попередніх значень.

Вплив попередніх даних слабшає в геометричній прогресії, у міру того як вони відстають далі за часом.

Якщо виходити з вищесказаного, то модель EWMA повинна визначатися формулою:

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + \alpha Y_{t-2} + \alpha^2 Y_{t-3} + \dots, \text{де } 0 \leq \alpha < 1 \quad (4.5)$$

Проте при визначенні коефіцієнтів при Y_{t-1} потрібно також, щоб їх сума дорівнювала одиниці. В цьому випадку вони називаються вагами. Оскільки сума коефіцієнтів при Y_{t-1} в правій частині формули приблизно дорівнює $(1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^{n-1} + \dots = \frac{1}{1-\alpha}, \text{ коли } n \rightarrow \infty)$: $\frac{1}{1-\alpha}$, при достатньо великих n , то модель EWMA визначається наступною формулою:

$$\hat{Y}_t = (1 - \alpha)Y_{t-1} + (1 - \alpha)\alpha Y_{t-2} + (1 - \alpha)\alpha^2 Y_{t-3} + \dots + (1 - \alpha)\alpha^{n-1} Y_{t-n} + \dots (4.6)$$

Тепер сума коефіцієнтів: $\sum (1 - \alpha)\alpha^{n-1} \approx 1$. З формули (4.6) можна зробити дуже важливий висновок про пам'ять моделі EWMA, тобто про вплив попередніх даних на значення моделі. Чим ближче α до нуля, тим швидше модель «забуває» минулі дані і тим більшу вагу має сама остання інформація. З другого боку, коли α наближається до одиниці, то вага при Y_i розподілені більш рівномірно і, отже, графік моделі виглядатиме більш згладженим.

Неважко бачити, що формула (4.6) еквівалентна наступній формулі:

$$\hat{Y}_t = (1 - \alpha)Y_{t-1} + \alpha \hat{Y}_{t-1} \quad (4.7)$$

Формула (4.7) більш зручна для обчислень, в порівнянні з формулою (4.6), тому для визначення значень моделі краще використовувати саме її. Число $(1 - \alpha)$

називається константою згладжування. Коли $\alpha = 0$, формула (4.7) співпадає з формулою (4.1) для наївної моделі. В правій частині формули (4.7) присутній член αY_{t-1} . Це означає, що обчислення значень моделі носить рекурсивний характер. З (4.7) також витікає, що модель EWMA слід застосовувати тільки для рядів, що не мають тренда.

Розглянемо модель EWMA на прикладі залишків лінійної регресії. Її можна записати в наступному вигляді:

$$\hat{e}_t = (1 - \alpha)e_{t-1} + \alpha e_{t-1} \quad (4.8)$$

Для того, щоб модель можна було застосувати, потрібно задати значення α і перше значення моделі.

Потрібно відзначити один дуже істотний недолік моделей згладжування. На зміни в ході процесу вони реагують із запізненням. Пояснимо це з допомогою діаграми 4.4.



Рисунок 4.4 – Модель EWMA

Спадання даних відбувалося аж до 3-го кварталу. Починаючи з 4-го кварталу картина починає поступово мінятися у бік зростання. Невеликий відступ вниз відбувся в 5-у кварталі, а потім аж до 8-го кварталу графік йшов вгору. Подивимося, як на це реагувала наша модель. Вона продовжувала йти вниз аж до 6-го кварталу. Але після того, як її графік почав нарешті зростати, це зростання продовжувалося аж до 13-го кварталу, тобто до того моменту, коли графік

початкових даних різко пішов вниз. Пояснити цей факт можна характером формули (4.6), в якій значення моделі визначаються в основному декількома попередніми даними.

Як вже говорилося раніше, вид графіка моделі залежить від величини α . При порівнянні двох діаграм, зображених на рис. 4.5, неважко помітити, що графік моделі при більшому значенні ($\alpha = 0,8$) має велику згладжену, тоді як графік знизу (при $\alpha = 0,2$) слідує за початковими даними набагато щільніше. Також значно відрізняються і прогнозовані значення.

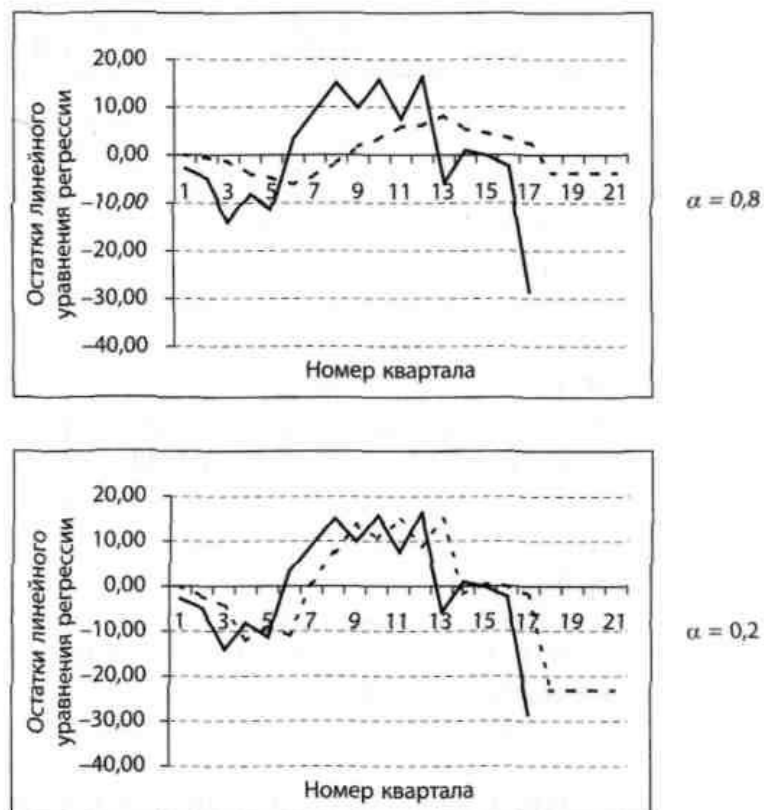


Рисунок 4.5 – Модель EWMA ($\hat{\epsilon}_1 = 0$)

Модель експоненціального згладжування (exponential smoothing model) задається формулою:

$$\hat{Y}_t = (1 - \alpha)Y_t + \alpha\hat{Y}_{t-1} \quad (4.9)$$

Вираз (4.9) відрізняється від формули (4.7) моделі EWMA лише заміною Y_{t-1} на Y_t в правій частині. Насправді модель експоненціального згладжування виходить з моделі EWMA шляхом зсуву початкових даних на одиницю часу. Модель експоненціального згладжування дає прогнози, мало відмінні від тих, що одержані за допомогою моделі EWMA.

Модель подвійного експоненційного згладжування (doubleexponentialsmoothingmodel) виходить за допомогою подвійного застосування моделі експоненційного згладжування. Тобто спочатку модель експоненційного згладжування застосовується до початкових даних, а потім – до змодельованих значень, одержаних на першому етапі. При цьому при повторному застосуванні моделі можна узяти інше значення a .

Для вибору відповідного значення a прогнозист звичайно керується або інтуїцією, або попереднім досвідом. Більш строгий підхід полягає в наступному. Оскільки кожна експоненціальна модель визначається своїм значенням a , то можна розглядати всю сукупність експоненціальних моделей для даного ряду даних. Таким чином, a вважається параметром моделі. Тепер можна знайти оптимальне значення a , що мінімізує суму квадратів залишків, тобто поступимо точно так, як ми робили в першому розділі для знаходження параметрів кривої підгонки.

Тут важливо пам'ятати, що оскільки оптимальне a визначається на основі всього ряду даних, то відповідні експост значення a не зобов'язані співпадати і їх потрібно знаходити окремо на кожному кроці. Хорошого прогнозу слід чекати при стабільних значеннях a , тобто коли експост значення a утворюють невеликі коливання навколо деякого середнього значення.

Комбінована модель. Для даних знаходиться лінійне рівняння регресії. Потім моделюються залишки моделі лінійної регресії за допомогою моделі EWMA. Знаходиться оптимальне значення a . Потім об'єднуються ці дві моделі.

Значення комбінованої моделі $\hat{Y}' = \hat{Y} + \hat{e}$. Прогнози будуються шляхом складання майбутніх значень тренда і прогнозів залишків, одержаних за

допомогою моделі EWMA. Діаграма комбінованої моделі представлена на рис. 4.6.

Вона краща моделює початкові значення, ніж лінія тренда. Залишки комбінованої моделі для Y рівні відповідним залишкам моделі EWMA для e .



Рисунок 4.6 – Комбінована модель (лінійна регресія + модель EWMA)

Тому MSE (середньо квадратична похибка) моделі Y' буде така ж, як у моделі EWMA для залишків e_i . При експост прогнозуванні комбінованої моделі слід враховувати, що, оскільки лінійне рівняння регресії змінюватиметься на кожному кроці, змінюватимуться і помилки моделі, а отже – і оптимальне значення a .

4.4 Визначення початкових значень моделі

Оскільки формула (4.7) є рекурсивною, тобто для обчислення значення моделі у момент t ми повинні знати її значення в попередній момент $t - 1$, то перед нами встає задача визначення початкових значень моделі (в даному випадку у момент часу $t = 1$). Дійсно, формулу (4.7) можна застосувати тільки тоді, коли $t > 1$. Але якщо ми не знаємо Y_1 , ми не зможемо знайти Y_2 і т.д. Задача визначення початкових значень часто зустрічається в прогнозуванні. У частині моделей згладжування вплив початкового значення моделі залежить від величини a і від

довжини n ряду початкових даних. Чим ближче a до одиниці, тим більше помітною буде дія початкової умови як на значення моделі, так і на прогноз. В той же час зважаючи на здатність моделі «забувати» попередні дані вплив початкового значення моделі слабшає із збільшенням довжини ряду даних.

Найпростіший спосіб – узяти як початкове значення $Y_1 = \bar{Y}$ або $Y_1 = Y_1$.

У сучасному прогнозуванні досить поширений метод прогнозування назад (backcasting). Наприклад, можна розглянути модель, подібну моделі (4.7), з тією лише різницею, що рекурсивність здійснюється у зворотному напрямі:

$$\hat{Y}_{t-1} = (1 - \alpha)Y_t + \alpha\hat{Y}_t, \text{ де } t = n, n - 1, \dots, 2 \quad (4.10)$$

Значення t беруться в зворотному порядку. Як початкове значення для моделі (4.10) береться саме останнє за часом значення Y_n . Після того як значення Y_1 , моделі (4.10) визначено, ми знову повертаємося до початкової моделі (4.7). Значення моделі (4.10) полягає в тому, щоб як початкове значення узяти згладжене, визначуване загальним ходом процесу, число. Наприклад, якщо на початку процесу відмічалися значні коливання, то тепер для визначення остаточного прогнозу вони не виконуватимуть істотної ролі. Можна було б подумати, що в результаті ми повернемося до того ж значенню Y_n . Але це не так. Рівняння (4.10) можна записати в наступному вигляді:

$$\hat{e}_{t-1} = (1 - \alpha)e_t + \alpha\hat{e}_t, \text{ де } t = n, n - 1, \dots, 2 \quad (4.11)$$

Процес прогнозування здійснюється таким чином. Знаходиться значення згідно формули (4.10), рухаючись вгору, починаючи з останнього значення. Таким чином, знаходиться згладжене значення e_1 , відповідне 1-му кварталу. Потім переходимо до моделі (4.8) з набутим початковим значенням. Приклад прогнозування назад представлений на рис. 4.7.



Рисунок 4.7 – Модель прогнозування назад

Початкове значення моделі можна визначити за допомогою кривої підгонки. Оскільки e_i є залишками моделі лінійної регресії, то їх коефіцієнт b_2 буде рівний нулю і лінійне рівняння регресії зведеться до тотожності $e = 0$.

Коли є достатня кількість інформації, її можна розбити на дві групи. Потім значення прогнозу моделі для першої групи можна використовувати як початкове значення моделі для другої групи. Як початкове значення для першої групи можна узяти $Y_1 = Y_1$ або $Y_1 = \bar{Y}_1$. У обох групах беруться оптимальні значення a .

Початкове значення можна взяти відповідно до досвіду і розуміння прогнозистом процесу.

Найкращий спосіб визначення початкових значень, особливо для прогнозистів, що починають, полягає у виборі опції, «автоматично» присутньої у всіх статистичних пакетах.

4.5. Моделі згладжування з трендом: модель Холта, модель Брауна.

Модель Холта

В лінійній моделі різниця $Y_t - \hat{Y}_{t-1}$ дорівнювала b_2 , тобто служила характеристикою наявного тренда. Звичайно, було б невірним припускати, що в рівнянні (4.9) відповідна різниця буде константою. Проте вираз $Y_t - \hat{Y}_{t-1}$ може розглядатися як величина тренда для нашого процесу в даний момент часу.

Застосуємо модель експоненціального згладжування до різниць $\hat{\Delta} = Y_t - \hat{Y}_{t-1}$, з константою згладжування, рівною $1 - \beta$, де $0 \leq \beta < 1$. При цьому значення моделі позначимо як T_t і назвемо їх значеннями тренда. Таким чином, одержуємо перше рівняння Холта:

$$T_t = (1 - \beta)(\hat{Y}_t - \hat{Y}_{t-1}) + \beta T_{t-1} \quad (4.12)$$

Основна ідея Холта полягала в тому, щоб при визначенні Y_t формулі (4.9) додати до попереднього значення моделі Y_{t-1} відповідне значення тренда T_{t-1} . Отже, одержуємо друге рівняння Холта:

$$\hat{Y}_t = (1 - \alpha)Y_t + \alpha(\hat{Y}_{t-1} + T_{t-1}) \quad (4.13)$$

Побудова моделі зводиться до трьох основних етапів.

1. Ухвалюють рішення щодо величин параметрів моделі α і β . Якщо немає особливих переваг, то оптимальні значення α і β визначають як завжди, виходячи з мінімізації MSE.

2. Визначають початкові значення Y_t і T_t . Що ж до T_t , то можна узяти

$$T_1 = (\Delta_2 + \Delta_4)/2.$$

3. Поперемінно знаходять Y_t і T_t . При цьому спочатку обчислюють Y_t і лише потім – T_t .

Для прогнозу на m кроків вперед, який позначимо P_{n+m} , використовується третє рівняння Холта:

$$P_{n+m} = \hat{Y}_n + mT_n \quad (4.14)$$

Іншими словами, передбачається, що останнє значення тренда залишається незмінним для всіх майбутніх прогнозів.

Діаграма моделі Холта представлена на рис. 4.8.

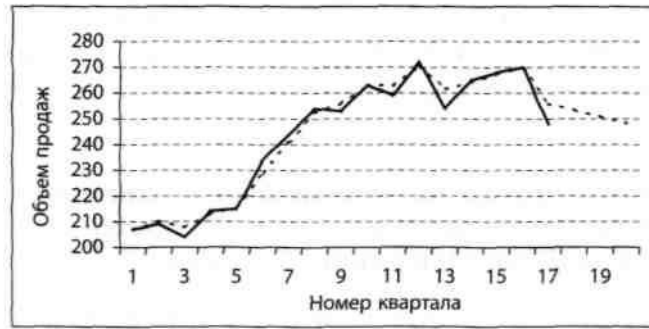


Рисунок 4.8 – Модель Холта, включаючи прогнози на три квартали вперед

Як ми бачимо, ця модель досить добре апроксимує початкові дані.

Модель подвійного експоненціального згладжування з трендом (модель Брауна – Brown's double exponential smoothing model with trend).

Модель Брауна користується популярністю у менеджерів, завдяки своїй простоті і непоганим короткостроковим прогнозам. Ідея полягає в наступному. При згладжуванні графік моделі знаходиться, як правило, нижче графіка даних при їх зростанні. При спаданні даних ми маємо зворотну картину. При повторному згладжуванні ця різниця стає ще відчутнішою.

Для отримання точнішої моделі для початкових даних Браун запропонував до значення моделі простого експоненціального згладжування додавати різницю в значеннях між простим і подвійним згладжуванням, помножену на коефіцієнт, обернено пропорційний α . Таким чином, модель Брауна визначається наступною формулою:

$$\hat{Y}_{i+1} = \hat{Y}'_i + \frac{\hat{Y}'_i - \hat{Y}''_i}{\alpha} \quad (4.15)$$

Прогноз на h кроків вперед визначається формулою:

$$P_{n+h} = \hat{Y}'_n + (\hat{Y}'_n - \hat{Y}''_n) \left(1 + \frac{h(1-\alpha)}{\alpha}\right) \quad (4.16)$$

При $h = 1$ ми одержуємо $P_n + 1 = \hat{Y}_n + 1$. Оскільки у формулі (4.15) значення Y_{i+1} визначаються на основі попередніх значень даних, то значення моделі також є ex post прогнозами.

Значення a можна визначити шляхом мінімізації MSE. Змодельовані значення моделі Брауна приведені на рис. 4.9.



Рисунок 4.9 – Модель Брауна, включаючи прогноз

Помітних поліпшень в порівнянні з моделлю Холта не спостерігається.

4.6 Сезонні моделі

Процес, що має кількісні характеристики, визначається наступними трьома основними чинниками: тренд (T), сезонність (S) і випадкова помилка (e). Трендовий чинник іноді називають також трендоциклічним. Тоді як трендовий чинник відповідальний за загальну тенденцію процесу, сезонний чинник пов'язаний з впливом певних часових інтервалів на бізнес-процес. Тут важливо пам'ятати, що «сезон» в прогнозуванні є технічним терміном і не обов'язково означає квартал. Ось декілька найхарактерніших прикладів показників, відповідних різним сезонам:

- 1) об'єм продажів одягу по кварталах;
- 2) кількість заявок в туристичній фірмі по місяцях;
- 3) завантаженість наземного транспорту в місті по днях тижня;
- 4) кількість покупців в супермаркеті по годиннику.

Третій випадковий чинник, званий також помилкою, з'являється як результат непередбачених обставин. У нашому першому прикладі це могла бути надзвичайно холодна зима або зміна менеджменту компанії. Часто буває, що випадкові чинники проявляють себе в абсолютно несподіваній і непередбаченій манері. Наприклад, це може бути падіння або, навпаки, зліт цін на нафту на світових ринках. А на туристичний бізнес можуть робити вплив політичні події або стихійні лиха в іншій частині миру. Навіть подальший аналіз не завжди здатний виявити всі ті чинники, які могли вплинути на процес.

Величина:

$$d_t = \frac{Y_t}{S_t} \quad (4.17)$$

називається десезоналізованим значенням. Тут S – сезонний чинник (його називають також сезонним коефіцієнтом), відповідний моменту часу t . Кажучи менш формальною мовою, десезоналізовані дані – це ті гіпотетичні значення, які могли б прийняти наші дані, якби не було сезонних впливів.

З формули (4.17) виходить:

$$Y_t = d_t S_t \quad (4.18)$$

Іншими словами, початкові дані є добутком своїх десезоналізованих значень і сезонних чинників. З формули (4.17) також слідує формула:

$$S_i = \frac{Y_t}{d_t} \quad (4.19)$$

Задача полягає в тому, щоб знайти сезонні чинники S_i . Але для цього необхідно спочатку визначити d_t .

З формули (4.19) виходить очевидний, але важливий результат: всі коефіцієнти сезонності не можуть одночасно бути більше або, навпаки, менше одиниці. Інакше їх сума не буде рівна чотирьом.

Для знаходження десеоналізованих значень ми поступимо так само, як поступали при побудові моделі ковзного середнього. Щоб нейтралізувати сезонні впливи, порядок ковзного середнього k береться рівним 4. Щоб нейтралізувати вплив тренда, ми розміщатимемо кожне ковзне середнє у середині відповідної групи. Числа, що є десеоналізованими значеннями в першому наближенні, ми позначимо d' .

На даний момент ми ще не можемо скористатися формулою (4.10) для знаходження сезонних компонент, оскільки немає точної відповідності між початковими і десеоналізованими даними. Ця проблема легко розв'язується шляхом утворення центрованих ковзних середніх другого порядку. Ці дані ми позначили d'' , які виходять шляхом додаткового згладжування десеоналізованих значень i , природно, так само будуть десеоналізованими значеннями для початкових даних. Тепер можемо застосувати формулу (4.19), щоб одержати коефіцієнти сезонності.

Для того, щоб набути однакові значення сезонних чинників за одні і ті ж квартали різних років, сезонні значення сортуються по кожному кварталу по роках, а потім знаходяться їх середні.

Числа i приймаються за остаточні значення для сезонних чинників. Тепер ми знайдемо остаточні десеоналізовані значення.

На рис. 4.10 можна побачити початкові значення до i після десеоналізації.



Рисунок 4.10 – Початкові значення до i після десеоналізації

Як бачите, піки і западини, викликані сезонними впливами, після десезоналізації зробилися менш помітними. Тепер підсумовуємо все вищесказане у вигляді алгоритму.

Алгоритм для знаходження сезонних чинників і десезоналізованих значень:

- знаходимо ковзні середні d' 1-го порядку для початкового ряду Y_t ;
- знаходимо (центровані) ковзні середні d'' 2-го порядку для ряду d'_t ;
- знаходимо неусереднені коефіцієнти сезонності $S'_i = \frac{Y_t}{d''_t}$;
- усереднюємо значення S' , щоб одержати коефіцієнти сезонності S_1, S_2, S_3 і S_4 ;
- знаходимо остаточні десезоналізовані значення d_t .

Тепер ми можемо побудувати сезонну модель S . Робиться це таким чином. Спочатку визначається яка-небудь модель для десезоналізованих значень. Наприклад, як таку модель ми можемо узяти одну з кривих підгонки. Потім значення моделі множаться на відповідні коефіцієнти сезонності. Набуті значення дадуть нам сезонну модель.

Тепер, щоб одержати сезонну модель S , ми помножимо значення моделі на відповідні коефіцієнти сезонності. На рис. 4.11 представлені початкові дані і змодельовані значення S_t .



Рисунок 4.11 – Графік сезонної моделі

Прогноз визначається: спочатку ми повинні визначити прогноз для відповідного значення тренда, який помножимо на коефіцієнт сезонності, відповідний певному кварталу.

ЛЕКЦІЯ 5 «Парна регресія в прогнозуванні соціально-економічних процесів»

Анотація

Лінійне рівняння регресії. Прогнозування в умовах невизначеності: тест рекурсивної оцінки коефіцієнтів регресії; тест рекурсивної оцінки значень Y ; тест рекурсивної оцінки помилок регресії. Застосування матриць до моделі лінійної регресії.

5.1 Лінійне рівняння регресії

Припустимо, що члени ряду Y_1, Y_2, \dots, Y_n є реалізацією взаємно незалежних ідентичних нормальних випадкових величин, і члени ряду представлені нормальними випадковими величинами. Найбільш проста модель при цьому вийде, якщо припустити, що члени ряду мають одне й те ж стандартне відхилення, рівне σ , але відрізняються значеннями своїх математичних сподівань $E(Y_i)$. Зазвичай припускається, що $E(Y)$ залежить від деякої величини X . Якщо ця залежність лінійна, то модель називається моделлю [парної] лінійної регресії. Коефіцієнти лінійного рівняння регресії приймаються за наближені значення коефіцієнтів моделі. У такому випадку:

$$E(Y_i) = \beta_1 + \beta_2 X_i \quad (5.1)$$

де $i = 1, 2, \dots, n$;

β_1, β_2 – не залежить від i , тобто являються константами моделі.

Ми отримаємо інше, більш поширене визначення моделі [парної] лінійної регресії, якщо зауважимо, що будь-яка випадкова величина Y з математичним очікуванням μ і стандартним відхиленням σ може бути представлена як $Y = \mu + \varepsilon$, де випадкова величина ε має математичне сподівання, рівне нулю, і стандартне відхилення $\sigma_\varepsilon = \sigma$.

Отже, статистична модель

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i, \quad (5.2)$$

де $i = 1, 2, \dots, n$;

Y_i – випадкова величина;

X_i – константа;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ – нормальні випадкові величини з одним і тим же математичним сподіванням, рівним 0, та стандартним відхиленням σ ;

β_1, β_2 – константи моделі, що не залежать від i , називається моделлю [парної] лінійної регресії.

Параметри β_1, β_2 називаються коефіцієнтами регресії. Випадкові величини $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ називаються випадковими членами або помилками. Присутність випадкових членів в моделі означає, що залежність між Y і X не є строго лінійною. Ми також додатково припустимо, що $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ є взаємно незалежними випадковими величинами. Причому X називається регресором, а Y – залежною змінною. Коли ми говоримо, що X_i – константа, то мається на увазі, що вона є такою при фіксованому i , а при різних i X може приймати різні значення. Ми розглядаємо Y_i як випадкову величину для фіксованого i . Якщо $i \neq j$, то Y_i і Y_j будуть різними випадковими величинами з різними математичними очікуваннями, рівними $\beta_1 + \beta_2 X_i$ і $\beta_1 + \beta_2 X_j$ відповідно, хоча і з однаковими стандартними відхиленнями, рівними σ .

Важливо відзначити, що в моделі (5.2) коефіцієнт β_2 дорівнює середньому зміни в Y при збільшенні X на одиницю. Дійсно,

$$E(Y'_i - Y_i) = E[\beta_1 + \beta_2(X_1 + 1) + \varepsilon'_i] - (\beta_1 + \beta_2 X_1 + \varepsilon_i) = \beta_2 + E(\varepsilon'_i) - E(\varepsilon_i) = \beta_2,$$

$$\text{де } Y'_i = \beta_1 + \beta_2(X_1 + 1) + \varepsilon'_i$$

У прогнозуванні звичайно передбачається, що $i = 1, 2, \dots, n$ відповідають моментам часу, які мають однаковий крок (місяць, квартал і т.д.). Допускається,

щоб деякі значення ібули відсутні. Не обов'язково також, щоб перше значення дорівнювало 1. Давайте розглянемо декілька прикладів.

1. Ми отримаємо модель, лінійно залежну від часу, якщо візьмемо $X_i = i$:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i, \text{ де } i = 1, 2, \dots, n.$$

2. Якщо $X_i = i^2$, то залежність Y від часу буде квадратичною:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 i^2 + \varepsilon_i, \text{ де } i = 1, 2, \dots, n.$$

3. Якщо припустити, що $X_i = \ln(i)$, то виходить логарифмічна модель:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln i + \varepsilon_i, \text{ де } i = 1, 2, \dots, n.$$

4. Розглянемо наступну модель, яку називають моделлю постійної еластичності:

$$\ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + \varepsilon_i, \text{ де } i = 1, 2, \dots, n.$$

Вона буде еквівалентна моделі:

$$Y_i = b_1 X_i^{\beta_2} \varepsilon_i', \text{ де } i = 1, 2, \dots, n.$$

5. $\ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i$ – модель при $X_i = i$ еквівалентна моделі постійного зростання $Y_i = b_1 e^{\beta_2 X_i} \varepsilon_i'$ з тим же застереженням щодо випадкового члена ε_i , що і в попередній моделі.

5.2 Прогнозування в умовах невизначеності: тест рекурсивної оцінки коефіцієнтів регресії; тест рекурсивної оцінки значень Y ; тест рекурсивної оцінки помилок регресії

Тест рекурсивної оцінки коефіцієнтів регресії тісно пов'язаний з уже знайомою нам концепцією ex post прогнозування. Ідея тесту полягає в побудові ex post 95%-них довірчих інтервалів для коефіцієнтів β_1 і β_2 . Для цього спочатку задають число k , за умови, що $0 < k < n$. Зазвичай розглядають невеликі значення k , щоб можна було простежити динаміку зміни коефіцієнтів b_1 і b_2 на досить великому інтервалі. Потім для перших k даних знаходять коефіцієнти рівняння регресії $b_1^{(k)}$ і $b_2^{(k)}$ і відповідні 95%-ні довірчі інтервали для β_1 і β_2 . Процедура повторюється для $k + 1$, $k + 2$ і т.д., аж до n . Динаміка зміни b_2 і відповідних 95%-них довірчих інтервалів для β_2 показана на рис. 5.1.

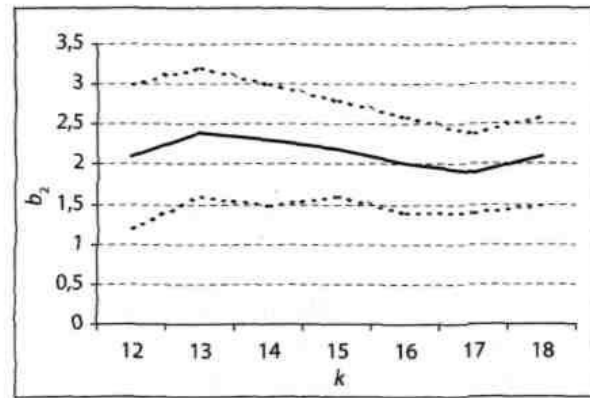


Рисунок 5.1 - Динаміка змін коефіцієнта b_2 і відповідних 95%-них довірчих інтервалів для β_2

Примітка. Середня лінія відповідає рекурсивним значенням b_2 , а пунктирні лінії позначають верхні та нижні межі відповідних довірчих інтервалів.

Для кожного значення k ($12 \leq k \leq 18$) відповідний 95%-ний інтервал з центром в $b_2^{(k)}$ з імовірністю 95% містить параметр β_2 . Так як β_2 є параметром моделі і не залежить від k , то той факт, що смуга на рис. 5.1 не має поступального руху вгору або вниз, а робить коливальні рухи навколо деякого числа, вказує на те, що процес, як видно, слідує моделі лінійної регресії.

Тест рекурсивної оцінки значень Y заснований на формулі:

$$\hat{Y}_m - \alpha_{n-2} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_m - \bar{X})^2}{\sum(x_i^2)}} \leq Y_m \leq \hat{Y}_m + \alpha_{n-2} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_m - \bar{X})^2}{\sum(x_i^2)}}, \quad (5.3)$$

яку використовують при побудові 95%-них інтервалів прогнозу для значень Y . Він дає досить чітке уявлення про те, наскільки даний процес слідує моделі лінійної регресії. Тут, як і в попередньому тесті, ми задаємо число k в діапазоні $0 < k < n$ і потім за допомогою формули (5.3) визначаємо 95%-ний інтервал прогнозу Δ_{k+1} для Y_{k+1} , при заданих значеннях пар даних $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_k, Y_k)$. Нагадаємо, що серединою інтервалу Δ_{k+1} є ex post прогноз. Випадкова величина Y_{k+1} з ймовірністю 95% повинна опинитися в інтервалі Δ_{k+1} . Потім ми додаємо пару даних (X_{k+1}, Y_{k+1}) і повторюємо всю процедуру для $k + 1$ пар даних $(X_1, Y_1), (X_2,$

$Y_2), \dots, (X_{k+1}, Y_{k+1})$ і т.д. В результаті ми отримуємо рекурсивні інтервали $\Delta_{k+1}, \Delta_{k+2}, \dots, \Delta_n$. Серединою кожного такого інтервалу Δ_i буде значення ex post прогнозу. Відповідні 95%-ні рекурсивні інтервали прогнозу для значень Y наведені на рис. 5.2.

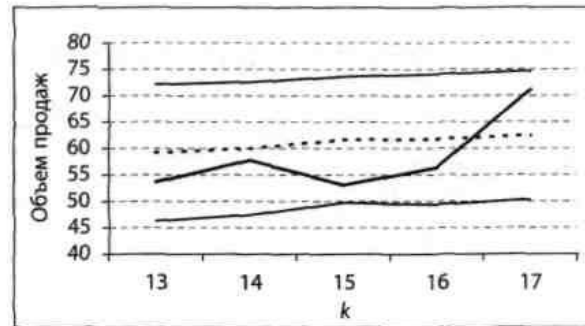


Рисунок 5.2 - 95%-і рекурсивні інтервали прогнозу для значень Y

Примітка. Окреслена напівжирним лінія в середині смуги відповідає даним за останні 5 кварталів.

Пунктирна лінія на рис. 5.2 показує значення ex post прогнозів. І хоча вихідні дані з ними не збігаються, вони потрапляють в смугу, задану відповідними 95%-ними рекурсивними інтервалами прогнозу. Цей тест підтверджує висновок, отриманий в результаті розглянутого раніше тесту рекурсивної оцінки коефіцієнтів регресії, про те, що дані, можливо, слідує моделі лінійної регресії.

Зазвичай замість тесту рекурсивної оцінки значень Y , який ми тільки що вивчили, розглядається еквівалентний йому тест рекурсивної оцінки помилок регресії. Якщо ми позначимо довжину 95%-ного рекурсивного інтервалу прогнозу Δ_k як $2L_k$, то формула (5.3) може бути записана в наступному вигляді:

$$Y_m - L_k \leq Y_m \leq Y_m + L_k. \quad (5.4)$$

Нерівність (5.4) еквівалентна твердженню, що помилка ex post прогнозування $e_m = Y_m - \hat{Y}_m$ з ймовірністю 95% повинна знаходитись в інтервалі: $-L_k \leq e_m \leq L_k$.

Як і у вище описаних тестах, тут задають число k в діапазоні $0 < k < n$, а потім послідовно знаходять 95%-ні інтервали прогнозу $[-L_{k+1}; L_{k+1}]$, $[-L_{k+2}; L_{k+2}]$, ..., $[-L_n;$

$L_n]$ для помилок $e_{k+1}, e_{k+2}, \dots, e_n$. На рис. 5.3 представлені результати тесту рекурсивної оцінки помилок регресії.

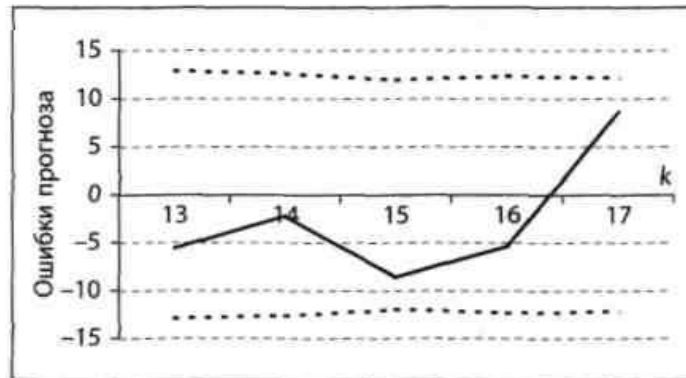


Рисунок 5.3 – Помилки експост прогнозів і відповідні 95%-ні рекурсивні інтервали прогнозу для помилок e

На рис. 5.3 дві пунктирні лінії, розташовані симетрично відносно горизонтальної осі, представляють межі 95%-них рекурсивних інтервалів прогнозу для помилок e_i . Самі помилки представлені лінією між ними. Хоча значення помилок і не виходять за межі смуги, прогнозіст може вирішити, що вони занадто великі.

У більшості випадків вони складають більше 10% від відповідних значень Y . Він може вирішити, що для отримання більш точного прогнозу потрібно врахувати вплив економічних та інших умов.

5.3 Застосування матриць до моделі лінійної регресії

Детермінований матричний предиктор має сенс будувати в тих ситуаціях, коли можливість застосування статистичних методів моделювання повністю виключена. Прикладом може служити ситуація, в якій дослідник володіє всього двома, трьома спостереженнями. Щоб перейти до формального опису моделі з таким предиктором, введемо позначення:

X_{it} – величина i -го показника у момент часу t ;

X_{t-1} – величина i -го показника у момент часу $t-1$;

Δx_{ti} – величина зміни (приросту) i -го показника.

Далі природно припустити, що будь-яка зміна довільного i -го показника залежить від величини решти показників. Це може бути функціональна або регресійна залежність. Розглянемо випадок, коли малий об'єм ретроспективних даних не дозволяє реалізувати відомі методи ідентифікації цієї залежності. Єдино доступною альтернативою ідентифікації в подібній ситуації є підхід, заснований на значному спрощенні цієї залежності. В якості такої спрощеної форми зручно використовувати лінійне представлення приростів. Відразу помітимо, що модель, побудована за двома спостереженнями, не може претендувати на застосування для розрахунків, поширюваних за рамки, обкреслені короткостроковими прогнозами. Тому при розгляді короткострокових періодів таке спрощення не приводить до значного зростання помилки прогнозування навіть у тому випадку, коли істинна залежність явно нелінійна.

Модель цієї простої (лінійної) залежності будується в припущенні, що приріст будь-якого з показників формується під впливом всіх остаточних, будучи як би сумарною величиною, причому кожен показник окремо робить незначний вплив, і серед них немає домінуючих. Для реалізації цього припущення вводиться в розгляд характеристика, що встановлює ступінь впливу j -го показника на зміни, що відбуваються в i -му. В якості такої характеристики зручно використовувати непрямий темп приросту

$$v_{ij} = \frac{\Delta x_{ti}}{x_{tj}}$$

Якщо умовитися, що на формування приросту всі показники надають рівномірну дію, то, розділивши v_{ij} на $(n-1)$, одержимо ту частку в прирості i -го показника, яка сформована під впливом j -го. Використання введеної міри ступеня впливу j -го показника на i -й дозволяє виразити приріст Δx_t через суму добутоків

$$\Delta x_{ti} = \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} v_{ij} x_{tj}$$

Враховуючи, що $\Delta x_{ti} = x_{ti} - x_{t-1i}$ можна величину будь-якого i -го показника представити у вигляді суми попереднього значення x_{ti} і приросту Δx_{ti} :

$$x_{ti} = x_{t-1i} + \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} v_{ij} x_{tj}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Для одержаної системи рівнянь (5.3), ввівши позначення

$$x_t = \begin{pmatrix} x_{t1} \\ x_{t2} \\ \vdots \\ x_{tn} \end{pmatrix}; \quad v = \frac{1}{n-1} \begin{pmatrix} 0 & v_{12} & \cdots & v_{1n} \\ v_{21} & 0 & \cdots & v_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ v_{n1} & v_{n2} & \cdots & 0 \end{pmatrix}.$$

можна використовувати компактний матричний запис

$$x_t = x_{t-1} + V x_t.$$

Вважаючи, що невідомим вектором в цій системі є x_t , запишемо його таким чином:

$$x_t = (I - V)^{-t} x_{t-1}, \quad (5.5)$$

де через I позначена одинична матриця.

Зворотну матрицю $(I - V)^{-1}$ називатимемо матричним предиктором. Він визначає перехід із стану, описуваного вектором значень попереднього моменту часу, в стан, представлений вектором значень теперішнього моменту часу. Позадіагональні елементи зворотної матриці інтерпретуються як непрямі темпи зростання рівномірно розподілених частин прогнозованих показників, а діагональні – як прямі темпи зростання частини, що залишилася.

У припущенні, що матричний предиктор перспективного періоду майже не відрізняється від матричного мультиплікатора поточного періоду, вираз (5.5) дозволяє розраховувати прогнозні оцінки. Основна перевага даного підходу полягає у тому, що з його допомогою можна проводити розрахунки для

багатовимірних рядів динаміки навіть у тому випадку, коли дослідник має в своєму розпорядженні спостереження лише за два періоди. Правда, статистична надійність таких прогностичних розрахунків не перевіряється і спирається, в основному, на ту обставину, що навіть при зміні характеру динаміки прогнозованих процесів структура самого предиктора, як правило, змінюється трохи. Як показує практика прогностичних розрахунків, застосування цієї моделі переважно звичних розрахунків з використанням темпів зростання, в яких зовсім не враховується взаємодія між модельованими показниками.

ЛЕКЦІЯ 6 «Множинна регресія в прогнозуванні соціально-економічних процесів»

Анотація

Основні властивості множинної регресії. Відбір регресорів. Бета-уявлення.

Мультиколінеарність

6.1 Основні властивості множинної регресії

Статистична модель

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i^{(2)} + \dots + \beta_k X_i^{(k)} + \varepsilon_i \quad (6.1)$$

де $i = 1, 2, \dots, n$;

$k \geq 2$;

Y_i — випадкова величина;

$X_i^{(m)}$, при $2 \leq m \leq k$, — константа;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ — незалежні нормальні випадкові величини з одним і тим же середнім, рівним 0, і стандартним відхиленням σ ;

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ — не залежать від i константи моделі, називається моделлю лінійної регресії з $k - 1$ регресорами.

Якщо $k > 2$, то модель (6.1) називається моделлю множинної регресії. Хоча $i = 1, 2, \dots, n$ являються просто індексами нумерації, в прогнозуванні вони зазвичай відповідають моментам часу, взятих з однаковим кроком, при цьому допускається, щоб деякі значення i були опущені.

Регресор вважається константою при фіксованому i . Це зауваження справедливе не тільки для випадку з одним регресором, а й при множинній регресії. Таким чином, при різних i значення кожного з регресорів можуть відрізнятися. Якщо $i \neq j$, тоді Y_i і Y_j будуть різними випадковими величинами, які мають математичні очікування, рівні $\beta_1 + \beta_2 X_i^{(2)} + \dots + \beta_k X_i^{(k)}$ і $\beta_1 + \beta_2 X_j^{(2)} + \dots + \beta_k X_j^{(k)}$ відповідно, і однакові стандартні відхилення, рівні σ .

Звертає на себе увагу той факт, що у формулі (6.1) відсутня $X^{(1)}$. Справа в тому, що при вивченні різних властивостей моделі (6.1) зручно вважати, що $X^{(1)}$

тотожно дорівнює одиниці ($X^{(1)} \equiv 1$). Тому модель (6.1) часто записується у вигляді:

$$Y_i = \beta_1 X_i^{(1)} + \beta_2 X_i^{(2)} + \dots + \beta_k X_i^{(k)} + \varepsilon_i, \quad (6.2)$$

де $i = 1, 2, \dots, n$;

$$k \geq 2.$$

При цьому, як уже сказано, $X_i^{(1)} \equiv 1$ для всіх i . Додаємо ще одну умову, яка формулюється наступним чином:

Ні одна із змінних $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(k)}$ не являється лінійною комбінацією інших.

З (6.1) випливає, що $E(Y_i) = \beta_1 + \beta_2 X_i^{(2)} + \dots + \beta_k X_i^{(k)}$. Таким чином, так же, як і у випадку з одним регресором, модель лінійної регресії з довільним числом регресорів ми могли б визначити як лінійну залежність $E(Y)$ від змінних $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(k)}$ з параметрами $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$, що не залежать від i .

Запишемо формулу (6.1) у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} Y_1 = \beta_1 + \beta_2 X_1^{(2)} + \dots + \beta_k X_1^{(k)} + \varepsilon_1 \\ Y_2 = \beta_1 + \beta_2 X_2^{(2)} + \dots + \beta_k X_2^{(k)} + \varepsilon_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ Y_n = \beta_1 + \beta_2 X_n^{(2)} + \dots + \beta_k X_n^{(k)} + \varepsilon_n \end{cases} \quad (6.3)$$

Система рівнянь (6.3) може бути записана в матричній формі наступним чином:

$$Y = M\beta + \varepsilon \quad (6.4)$$

де $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$, $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ — n -вимірні вектори;

$\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$ — k -вимірний вектор;

$M = M(X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(k)})$ — $n \times k$ матриця;

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & X_1^{(2)} & X_1^{(3)} & \dots & X_1^{(k)} \\ 1 & X_2^{(2)} & X_2^{(3)} & \dots & X_2^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_n^{(2)} & X_n^{(3)} & \dots & X_n^{(k)} \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

Змінні $X^{(2)}, \dots, X^{(k)}$ називаються пояснюючими, тому що при будь-якому i значення Y_i однозначно ними визначено з точністю до випадкового члена ε_i . У число пояснюючих можуть входити і змінні, які не є заданими функціями часу $f(i)$. У цьому випадку модель називається *каузальною*.

Визначення оптимальної кількості пояснюючих змінних, що адекватно описують зміни залежної змінної Y , - одне з найбільш важливих завдань, що стоять перед прогнозістом. Завдання це, як ми побачимо надалі, зовсім не просте є скоріше процесом, ніж одноразовим рішенням. Крім чіткого розуміння виробничої діяльності свого підприємства і знання макроекономічних показників прогнозіст повинен також добре розбиратися в статистичних властивостях моделі множинної регресії.

2. Відбір регресорів.

При підготовці даних прогнозіст повинен перш за все знайти набір регресорів, здатних вплинути на процес, що генерує величини Y_1, Y_2, \dots, Y_n . На наступному етапі він повинен вирішити, які з цих регресорів слід залишити в моделі, тобто визначити регресори, необхідні для прогнозування майбутніх значень Y . Важливим показником оцінки моделі лінійної регресії (6.1) є коефіцієнт детермінації:

$$R_k^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (6.6)$$

Буде вірною також наступна формула:

$$R_k^2 = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}.$$

Як і у випадку з одним регресором, $\hat{Y} = \bar{Y}$, оскільки $\sum e_i = 0$ між коефіцієнтами детермінації та кореляції існує наступний зв'язок: $R_k^2 = r^2(\hat{Y}, Y)$, звідки випливає, що $0 \leq R_k^2 \leq 1$.

При додаванні нових регресорів коефіцієнт детермінації R_k^2 практично завжди зростає. Те, що коефіцієнт детермінації R_k^2 не може зменшитися, випливає з того факту, що при скороченні числа регресорів отримана модель є окремим випадком первісної, коли коефіцієнти при відсутніх регресорах дорівнюють нулю. Тому величина R_k^2 не може бути критерієм при вирішенні питання, чи потрібно вводити додаткові регресори в модель.

При визначенні числа регресорів в першу чергу намагаються позбавитися від регресорів, у яких 95%-і довірчі інтервали для відповідних коефіцієнтів можуть містити нулі.

95%-ний довірчий інтервал для коефіцієнта регресії β_j буде наступним:

$$b_j - a_{n-k} s z_{jj}^{1/2} \leq \beta_j \leq b_j + a_{n-k} s z_{jj}^{1/2} \quad (6.7)$$

де z_{jj} — j -й діагональний елемент матриці $(M'M)^{-1}$.

Так як b_j являється лінійною комбінацією нормальних випадкових величин Y_1, Y_2, \dots, Y_k , тоді b_j також буде нормальною випадковою величиною. Величина $s_{b_j} = s z_{jj}^{1/2}$ називається *стандартною помилкою* b_j , з тим же застереженням, що і для одного регресора.

Зазвичай замість 95%-ного довірчого інтервалу для β_j застосовують інший спосіб, який заснований на розгляді випадкової величини: $\frac{(b_j - \beta_j)}{s z_{jj}^{1/2}}$

Припустимо, що $\beta_j = 0$. В такому випадку величина $\frac{b_j}{s z_{jj}^{1/2}} = \frac{b_j}{s_{b_j}}$ слідує $t(n-k)$ -розподілу. Вона називається *t-статистикою* для коефіцієнта β_j .

Для вихідних даних визначають P -значення t -статистики для коефіцієнта β_j . Воно дорівнює ймовірності того, що випадкова величина, яка слідує $t(n-k)$ -

розподілу, прийме значення, що по модулю перевищує абсолютне значення t-статистики. Тобто знаходять:

$$P\left(|t(n-k)| > \frac{|b_j|}{sz_{jj}^{1/2}}\right).$$

Якщо Р-значення менше 5%, тобто $\frac{|b_j|}{sz_{jj}^{1/2}} > \alpha_{n-k}$, то можна бути по крайній мірі на 95% впевненим, що $\beta_j \neq 0$. Якщо ж $\frac{|b_j|}{sz_{jj}^{1/2}} \leq \alpha_{n-k}$, то коефіцієнт b_j не являється статистично значимим і регресор $X^{(j)}$ виключають з рівняння лінійної регресії.

Як визначити, чи збільшився коефіцієнт детермінації на стільки, щоб можна було залишити нові регресори в моделі? Для цього замість r^2 розглядають скоригований коефіцієнт детермінації:

$$\overline{R}_k^2 = 1 - \frac{(n-1)(1-R_k^2)}{n-k}$$

Скоригований коефіцієнт детермінації часто використовується, коли потрібно вирішити, чи слід додавати додаткові регресори в модель. Нові регресори додають за умови, що скоригований коефіцієнт детермінації збільшився. При практичному прогнозуванні зазвичай роблять навпаки. Спочатку вводять повний набір регресорів в комп'ютер і, після того як програма залишила тільки ті регресори, довірчі інтервали яких не містять нулі, починають по черзі виключати регресори, у яких t-статистика не більше одиниці.

При порівнянні моделей з різним числом регресорів в прогнозуванні використовуються також два інших коефіцієнта – критерій Шварца:

$$SC = \ln\left(\frac{\sum e_i^2}{n}\right) + \frac{k \ln(n)}{n}$$

та інформаційний критерій Акайка:

$$AIC = \ln\left(\frac{\sum e_i^2}{n}\right) + 2\frac{k}{n}$$

Як і скоригований коефіцієнт детермінації, обидва цих коефіцієнта призначені для того, щоб «карати» за включення в модель регресорів, що не призводять до значного підвищення здатності моделі описувати процес. Але на відміну від, рішення про те, щоб залишити нові регресори в рівнянні, приймають тільки при зменшенні SC або AIC .

6.3 Бета-уявлення

При вивченні рівняння регресії може виникнути також проблема, пов'язана з системами одиниць, в яких виражений той чи інший регресор. Наприклад, якщо ми представимо значення Y , $X^{(2)}$, $X^{(3)}$ в доларах, то рівняння регресії буде виглядати наступним чином:

$$\hat{Y}_i = -897755 + 6,12 X_i^{(2)} + 19,85 X_i^{(3)} + 2722,4$$

де $i = 1, 2, \dots, 17$.

Якщо порівняти отримане рівняння з рівнянням $\hat{Y}_i = -897,7 + 6,12 X_i^{(2)} + 19,85 X_i^{(3)} + 2,72i$, то помітимо, що коефіцієнти b_2 і b_3 не змінились, а коефіцієнти b_1 та b_4 збільшились, кожний в 1000 разів. Для того щоб коефіцієнти регресії не залежали від масштабу, розглянемо рівняння регресії:

$$y'_i = \beta_2 x_i^{(2)} + \dots + \beta_k x_i^{(k)} \quad (6.8)$$

де $i = 1, 2, \dots, n$; y' , $x^{(2)}$, \dots , $x^{(k)}$ – стандартизовані значення змінних Y , $X^{(2)}$, \dots , $X^{(k)}$,

$$\text{тобто } y' = \frac{Y - \bar{Y}}{\sigma_Y}, \quad x^{(j)} = \frac{X^{(j)} - \bar{X}^{(j)}}{\sigma_j},$$

де σ_j – стандартне відхилення $X^{(j)}$.

Коефіцієнти $\beta^*_2, \dots, \beta^*_k$ називаються *коефіцієнтами «бета»*. Коефіцієнти «бета» розраховуються в більшості статистичних пакетів при визначенні рівняння регресії.

Легко помітити, що $\beta^*_j = b_j \sigma_j \sigma_Y^{-1}$.

Дійсно, при підстановці коефіцієнтів $\beta^*_2, \dots, \beta^*_k$ в рівняння (6.8) ми знову отримуємо рівняння регресії у формі відхилень від середніх. Так як стандартизовані значення $y', x^{(2)}, \dots, x^{(k)}$ не залежать від масштабу вихідних змінних, то звідси слідує, що коефіцієнти «бета» також не залежать від масштабу. Щоб зрозуміти важливість рівняння (6.8) для прогнозування, припустимо, що всі регресори є незалежними нормальними випадковими величинами. Ми зараз розглядаємо регресори як випадкові величини, тоді як при визначенні рівняння лінійної регресії було ясно сказано, що регресори являються константами. Справа в тому, що для кожного моменту часу i реалізація регресор X буде константою, в той час як сам регресор являється випадковою величиною і гіпотетично може приймати різні значення.

В такому випадку стандартизовані регресори $x^{(2)}, \dots, x^{(k)}$ будуть рівноцінними в тому сенсі, що всі вони слідують одному й тому ж $t(n-1)$ -розподіл. Тому їх вплив на зміни в значеннях Y визначається виключно величинами відповідних коефіцієнтів «бета». В дійсності через випадковий фактор буде існувати невелика кореляція між регресорами, яка відіб'ється на значеннях коефіцієнтів «бета».

6.4 Мультиколінеарність

Так як коефіцієнти b_1, b_2, \dots, b_k являються лише статистичними оцінками істинних, хоча і не спостережуваних коефіцієнтів $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$, то через фактори випадковості перші можуть значно відрізнитися від других, що, в свою чергу, може стати причиною поганого прогнозу. Іншими словами, процес адекватно описується моделлю лінійної регресії навіть, можливо, з малою величиною $\sigma_\varepsilon = \sigma$, а прогноз виявляється поганим. Причина тут, як правило, чисто статистична, звана *мультиколінеарністю*.

При *expost* прогнозуванні коефіцієнт при регресорі значно змінювався. Для цього є дві основні причини. По-перше, бізнес-процес може взагалі не слідувати моделі лінійної регресії. По-друге, стандартні відхилення коефіцієнтів b_1, b_2, \dots, b_k можуть бути дуже великими, що, в свою чергу, означає, що їх числові значення зважаючи на випадковий характер процесу здатні з досить високим ступенем ймовірності приймати значення, що істотно відрізняються від параметрів системи $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$. Основною причиною великих стандартних відхилень коефіцієнтів b_1, b_2, \dots, b_k являється мультиколінеарність.

Мультиколінеарністю називається вплив статистичної лінійної залежності між регресорами на стандартні відхилення коефіцієнтів регресії.

Так як зазвичай хоча б один із коефіцієнтів детермінації $R(j)^2_{k-1}$ при $j = 2, \dots, k$, то мультиколінеарність в тій чи іншій мірі завжди присутня в моделі множинної регресії. Щоб зрозуміти, якої шкоди може завдати мультиколінеарність, припустимо, що у нас є модель, яка досить добре описує бізнес-процес. Що станеться, якщо прогнозіст, який бажає вдосконалити модель, вирішить додати ще один регресор, який має значну статистичну лінійну залежність від початкових регресорів? Оскільки додавання нового регресора може тільки збільшити коефіцієнт детермінації, то він зробить помилковий висновок про те, що нова модель є більш точною. Однак через мультиколінеарність прогноз, швидше за все, виявиться абсолютно невірним.

Чи існують способи, що дозволяють позбутися від мультиколінеарності? Прогнозіст може виключити з моделі регресори з невиправдано великими стандартними помилками. При цьому можуть бути виключені окремі регресори, вплив яких необхідно враховувати для розуміння процесу. Так що ми маємо тут дві тенденції з діаметрально протилежним ефектом. З економічної точки зору регресор може виявитися істотним для отримання більш адекватної моделі, але з суто статистичних причин його включення може створити проблеми, пов'язані з мультиколінеарністю. По всій видимості, кращим виходом з положення тут могло б стати застосування *expost* прогнозування, яке дозволить виявити модель, що забезпечує найкращі результати.

Існує тісний зв'язок між мультиколінеарністю, числом регресорів і кількістю спостережень, яку також потрібно враховувати при прогнозуванні. Розглянемо матрицю:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & X_1^{(2)} & X_1^{(3)} & \dots & X_1^{(k)} \\ 1 & X_2^{(2)} & X_2^{(3)} & \dots & X_2^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_n^{(2)} & X_n^{(3)} & \dots & X_n^{(k)} \end{pmatrix}$$

Якщо $n < k$, то ранг матриці M буде менше, ніж k . У такому випадку n -мірні вектори $1, X^{(2)}, X^{(3)}, \dots, X^{(k)}$ будуть лінійно залежні (тут 1 - вектор, що складається з одиниць). Наприклад, якщо $n = 2$ і $k = 3$, це означає, що будь-які три вектори на площині будуть лінійно залежні. Тому при визначенні моделі лінійної регресії має дотримуватися умова: $n > k$. Але при малих значеннях різниці $(n - k)$ статистична залежність між векторами буде досить значна, що стане причиною мультиколінеарності. Звідси можна зробити два дуже важливих висновки:

- прималій кількості спостережень число регресорів має бути невеликим;
- по можливості слід збільшувати число спостережень.

Розбиття часових інтервалів на більш дрібні не гарантує підвищення точності прогнозу. Отримані значення представляють собою нові, хоча і тісно пов'язані з первісними, випадкові величини.

ЛЕКЦІЯ 7 «Експертні методи прогнозування»

Анотація

Сутність і різновидність експертних методів. Методи індивідуального і групового експертного оцінювання. Організація і проведення експертного опитування. Види експертних оцінок.

Методи експертних оцінок використовують для аналізу об'єктів і проблем, розвиток яких цілком або частково не підлягає математичній формалізації, тобто для яких важко розробити адекватну модель. Це пояснюється:

- невизначеністю та складністю прогнозованих явищ;
- необхідністю кількісно оцінити події, для характеристики яких бракує необхідної інформації й чіткого знання тенденцій розвитку ситуації;
- необхідністю враховувати не тільки об'єктивні тенденції розвитку ситуації, а й реакцію учасників подій на рішення, що приймається.

Типовими проблемами, які потребують проведення експертизи, є, зокрема такі: визначення мети розвитку об'єкта управління; прогнозування; розроблення сценаріїв; генерування альтернативних варіантів розв'язків; розроблення системи кількісних оцінок; визначення рейтингів тощо.

У всіх цих випадках доводиться звертатися до думки експертів. *Експерт* — це компетентний фахівець із певного питання, чиї оцінки та судження з приводу об'єкта експертизи враховують під час прийняття рішення. Прогнозоване експертне оцінювання відбиває індивідуальні погляди фахівців стосовно перспектив розвитку об'єкта й ґрунтується на мобілізації фахового досвіду та інтуїції.

Під *експертизою* розуміють проведення вимірювань певних характеристик об'єкта до прийняття рішення.

7.1 Сутність і різновидність експертних методів

Експертні методи - методи, засновані на думках експертів у даній галузі знань з наступною обробкою отриманих результатів з метою виявлення основних критеріїв і тенденцій, властивих об'єкту.

Експертні методи розділяються на два підкласи:

- 1) прями експертні оцінки;
- 2) експертні оцінки зі зворотним зв'язком.

Прямі експертні оцінки будуються за принципом одержання і обробки незалежної узагальненої думки колективу експертів (чи одного з них) при відсутності впливу на кожного експерта думок іншого експерта і всього колективу.

Експертні оцінки зі зворотним зв'язком у тому чи іншому вигляді реалізують принцип зворотного зв'язку на основі впливу на оцінку експертної групи (одного експерта) думок, що отримані раніше від цієї групи.

Експертні методи в прогнозуванні застосовуються в таких випадках:

- при відсутності доволі представницької і достовірної статистичної характеристики об'єкта;
- великої невизначеності середовища функціонування об'єкта для тих галузей промисловості, що зазнали сильного впливу нових відкриттів;
- дефіциті часу;
- в екстремальних ситуаціях.

Широке застосування експертні оцінки знаходять при прогнозуванні основних напрямків науково-технічного прогресу, суспільної і політичної сфер діяльності.

7.2 Методи індивідуального і групового експертного оцінювання

До складу індивідуальних експертних оцінок входять:

- метод "інтерв'ю", при якому здійснюється безпосередній контакт експерта з фахівцем за схемою "питання – відповідь";

- аналітичний метод, при якому здійснюється логічний аналіз якої-небудь прогнозованої ситуації, складаються аналітичні доповідні записки;

- метод написання сценарію, що заснований на визначенні логіки процесу чи явища в часі за різних умов.

Метод інтерв'ю здійснюється шляхом розповсюдження поштових листівок, телефонних дзвінків або особистих інтерв'ю, він передбачає бесіду прогнозіста з експертом, під час якої прогнозіст відповідно до заздалегідь розробленої програми ставить експерту питання стосовно об'єкта дослідження.

Головний недолік методу — залежність одержаних даних від суб'єктивізму й відповідальності респондентів, які можуть давати недостатньо продумані відповіді, особливо коли гарантовано анонімність, і респондент не зазнає збитків унаслідок неправильного прогнозу. Часто виникають проблеми ідентифікації респондентів, недвозначного формулювання запитань та одержання достатньої кількості відповідей. Метод ґрунтується на припущенні, що об'єкти опитування сформулювали свої плани на майбутнє, і не трапиться нічого, що могло б змінити ці плани.

Аналітичні експертні оцінки передбачають тривалу й ретельну самостійну роботу експерта над аналізом тенденції, оцінювання стану та шляхів розвитку прогнозованого об'єкта. Цей метод дає можливість експерту використати всю потрібну йому інформацію про об'єкт прогнозу. Свої думки експерт оформлює у вигляді доповідної записки.

Побудова сценаріїв. Сценарій можна визначити як «виклад альтернативних варіантів майбутнього» або «передбачувану послідовність подій за допустимих умов». Він виглядає як хронологія майбутніх змін, зокрема містить деталі зовнішнього середовища, стратегії конкурентів, нові відкриття та дії уряду. Сценарії формулюють як реалістичні можливості, часто із використанням переконливої мови та багатої уяви. Метод аналізу сценаріїв полягає у розгляді кількох різних сценаріїв, які характеризують імовірні шляхи розвитку ситуації. Намір переконати особу, яка приймає рішення, передбачає зваження на чинник невизначеності й розроблення стратегії, придатної за будь-яких обставин. Під час

розгляду цілого набору можливостей зменшується ймовірність непередбаченої ситуації. Крім того, експерт усвідомлює внутрішню невизначеність процесу прогнозування, тому остаточно не впевнений у доцільності жодного із варіантів.

Головними перевагами розглянутих методів є можливість максимального використання індивідуальних здібностей експертів і незначний психологічний тиск на окремого виконавця. Однак ці методи майже не придатні для прогнозування найзагальніших стратегій через обмеженість знань одного фахівця-експерта про розвиток суміжних галузей науки.

Методи колективних експертних оцінок містять у собі:

- метод "комісій";
- "колективна генерація ідей" ("мозкова атака");
- метод "Дельфі";
- матричний метод.

Ця група методів заснована на тому, що при колективному мисленні, по-перше, більш висока точність результату і, по-друге, при обробці індивідуальних незалежних оцінок, що виносяться експертами, можуть виникнути продуктивні ідеї.

1) У наш час значного поширення набули експертні методи, основані на роботі спеціальних *комісій*, коли групи експертів за «круглим столом» обговорюють конкретну проблему, щоб узгодити думки й виробити спільне судження. Недолік цього методу полягає у тому, що група експертів у своїх узагальненнях здебільшого керується логікою компромісу.

2) *Метод колективної генерації ідей* («мозкова атака»). Завдання прогнозування, які вирішують із використанням методів експертних оцінок, містять два формально не пов'язані між собою елементи: визначення можливих варіантів розвитку об'єкта прогнозування та їхню оцінку. Застосування «мозкових атак» у визначенні можливих варіантів розвитку дає змогу швидко одержати продуктивні результати і залучити всіх експертів до активного творчого процесу.

Методи «мозкових атак» можна класифікувати за ознакою існування або відсутності зворотного зв'язку між керівником і учасниками «мозкової атаки» в процесі розв'язання певної проблемної ситуації. Наявність зворотного зв'язку дає змогу учасникам концентрувати увагу суто на варіантах, корисних за тим чи тим критерієм для розв'язання проблемної ситуації. Однак штучне введення обмежень унеможливорює бачення всього багатоманіття підходів, тож з рештою можна пропустити оригінальні думки, які мають потенційну, але поки не усвідомлену цінність. Відсутність зворотного зв'язку, тобто максимальна стимуляція висловлювань, передбачає складну й більшу за обсягом роботу на етапі оцінювання їх.

Один із варіантів методу «мозкової атаки» — *деструктивна відносна оцінка* (ДВО) — забезпечує якісне й досить швидке оцінювання варіантів, не обмежуючись при цьому їхньою кількістю.

Сутність цього методу полягає в актуалізації творчого потенціалу фахівців під час «мозкової атаки» проблемної ситуації, що реалізує спочатку генерацію ідей і подальше спростування або критику із формулюванням контрідей.

3) *Дельфійський метод* певною мірою вможливорює організацію статистичного оброблення думок експертів-фахівців і досягнення ними більш або менш узгодженої думки. Цей метод розроблено американською пошуковою корпорацією РЕНД. Свою назву вона отримала від грецького міста Дельфи, відомого завдяки розташуванню тут храму, жерці якого передбачали майбутнє.

Дельфійський метод побудований за принципом, згідно з яким у гуманітарних науках думки експертів та суб'єктивні судження мають замінити точні закони причинності природознавчих наук.

Підґрунтя цього методу становить багатоетапне узгодження думок групи експертів. Спочатку з'ясовують індивідуальні думки кожного члена групи стосовно ймовірності настання деякої події, наприклад, зростання безробіття в країні впродовж наступних п'яти років. Експерти можуть працювати разом або бути незалежними. Результати опитування збирають і обговорюють провідні фахівці. Авторам найнижчого та найвищого рівнів прогнозу пропонують

переглянути свої думки. Після дискусії здійснюють друге опитування із подальшим обговоренням. Процес може повторюватися доти, доки не з'явиться узгоджений прогноз, прийнятний для всіх експертів. В альтернативній версії експерти ніколи не зустрічаються, а їхні думки надсилають поштою (зокрема й електронною) разом зі стислим викладом аргументів. Експертам пропонують переглянути свої прогнози з урахуванням точки зору інших, аж поки не буде досягнуто консенсусу, що, може статися лише після кількох раундів.

Дельфійський метод характеризується трьома особливостями, які вирізняють його серед звичайних методів групової взаємодії експертів, а саме:

1. *Анонімність експертів*, яка полягає в тому, що в процесі процедури експертного оцінювання прогнозованого явища учасники експертної групи не знають один одного. При цьому взаємодія членів групи під час заповнення анкет цілком виключається. У такому разі автор відповіді може змінити свою думку, не оголошуючи про це.

2. Використання результатів попереднього туру опитування.

Ця система дає можливість групі фахівців зосередитися на початкових завданнях, а не вигадувати щоразу щось нове. Оскільки групова взаємодія здійснюється безпосередньо шляхом відповіді на анкету, фахівець або організація, які проводять дослідження за дельфійським методом, дістають з анкет лише ту інформацію, яка стосується цієї проблеми. Фахівець-прогнозист враховує «за» та «проти» експертів стосовно кожної точки зору. Головний результат функціонування цієї системи полягає в тому, щоб запобігти досягненню групою власних мети й завдань.

3. *Статистична характеристика групової відповіді* полягає в тому, що група фахівців складає прогноз, який містить точку зору більшості експертів. При цьому використовують статистичні характеристики відповіді, яка відображає думку всієї групи. Групова відповідь може бути подана у вигляді медіани та двох кватилів, тобто таким числом, яке перевищує оцінки однієї половини групи та менше за оцінки другої.

Члени журі змінюють свої оцінки за умови переконливих доказів їхніх колег, у противному разі вони дотримуються власних точок зору.

Метод має кілька недоліків.

1. На кінцевий результат впливають особисті риси експертів, зокрема наполегливість в обстоюванні своїх думок.

2. Застосування методу може вимагати значних коштів, а кінцевий результат не завжди задовольняє всіх експертів.

3. Немає згоди щодо того, чи варто використовувати саме фахівців. Як розуміти термін «експерт» (чи має журі складатися з фахівців різних спеціальностей) або яким обсягом інформації треба обмінюватися на першому етапі (медіани можуть зумовити зсув до центру розподілу).

Сутність методу колективної експертної оцінки для розробки прогнозів полягає у досягненні погодженості думок експертів з перспективних напрямків розвитку об'єкта прогнозування, що сформульовані були раніше окремими фахівцями, а також в оцінці аспектів розвитку об'єкта, яка не може бути визначена іншими методами (наприклад, аналітичним розрахунком, експериментом і т.д.).

Зміст методу колективної експертної оцінки полягає в наступному.

По-перше, для організації проведення експертних оцінок створюються робочі групи, до функцій яких входить проведення опитування, обробка матеріалів і аналіз результатів колективної експертної оцінки. Робоча група призначає експертів, які дають відповіді на поставлені питання, що стосуються перспектив розвитку даної галузі. Кількість експертів, залучених до розробки прогнозу, може коливатися від 10 до 150 чоловік, у залежності від складності об'єкта.

По-друге, перед тим, як організувати опитування експертів, необхідно уточнити основні напрямки розвитку об'єкта, а також скласти матрицю, яка відбиває генеральну мету, підцілі і засоби їх досягнення.

Наступний етап колективної експертної оцінки складається з розробки питань, що будуть запропоновані експертам.

По-третє, при проведенні опитування експертів необхідно забезпечити однозначність розуміння окремих питань, а також незалежність суджень експертів.

По-четверте, ведеться обробка матеріалів колективної експертної оцінки, що характеризують узагальнену думку і ступінь погодженості індивідуальних оцінок експертів. Обробка даних оцінок експертів служить вихідним матеріалом для синтезу прогнозних гіпотез і варіантів розвитку галузі.

Остаточна оцінка визначається або як середнє судження, або як середнє арифметичне значення оцінок всіх експертів, або як середнє нормалізоване зважене значення оцінки.

Методика статистичної обробки матеріалів колективної експертної оцінки для розробки науково-технічних прогнозів являє собою сукупність оцінок відносної важливості, призначених експертами кожному з оцінюваних напрямків наукових досліджень.

7.3 Організація і проведення експертного опитування

Для проведення якісної експертизи необхідні такі умови.

- Наявність експертної комісії, яка складається з фахівців, знайомих із об'єктом експертизи, котрі мають досвід експертної роботи.
- Існування аналітичної групи, яка професійно володіє технологією організації та проведення експертиз, методами отримання й аналізу експертної інформації.
- Отримання надійної експертної інформації.
- Коректне оброблення й аналіз експертної інформації.

Відокремлюють такі основні етапи експертизи:

1. Формулювання мети експертизи.
2. Побудова об'єктів оцінювання або їхніх характеристик (до початку експертизи цей етап уже може бути виконаний).
3. Відбір експертів та формування експертної групи в залежності від напрямку дослідження.

4. Визначення способу експертного оцінювання та способу подання експертних оцінок (методичне забезпечення розробки; інформаційне забезпечення розробки; кадрове забезпечення дослідження; програмне та технічне забезпечення дослідження).

5. Стимулювання членів експертної групи та проведення експертизи.

6. Оброблення й аналіз результатів експертизи.

7. Повторний тур експертизи, якщо виникає потреба в уточненні або зближенні думок експертів.

8. Формування варіантів рекомендацій.

Методичне забезпечення включає, в першу чергу, розробку прогнозних анкет, складання інструкцій по їх заповненню, сукупність моделей та методик, необхідних для розрахунку системи показників, що використовуються в експертних оцінках.

В анкетах повинно бути сформульовані питання, що відображають сутність проблеми, і на які повинні дати відповіді експерти. Форма і зміст питань визначаються специфікою об'єкта дослідження.

Всю сукупність питань в залежності від їх постановки можна розділити на відкриті та закриті, прямі та непрямі.

Дуже суттєве значення при проведенні експертизи має число запитань, що міститься в анкеті. Існує верхня межа кількості питань, яким члени експертної групи зможуть належним чином приділити належну увагу. Це число залежить від типу запитань. На практиці за верхню межу потрібно прийняти 25 питань. В деяких випадках число запитань може бути і більшим. Якщо ж число запитань зросте до 50, то керівник експертизи повинен їх добре вивчити, щоб бути впевненим у тому, що таке число запитань, має рацію і дійсно орієнтовано на рішення важливих проблем та дозволяє сконцентрувати зусилля експертів на рішення поставлених задач або серед запитань є другорядні.

Обробка анкет опитування включає обчислення цілого ряду показників, що дозволяють в кінцевому рахунку зробити остаточні узагальнюючі висновки.

Серед організаторів експертизи повинні бути спеціалісти, що досконало володіють методикою обробки даних, які містяться в опитувальних анкетах.

Організація будь-якого дослідження передбачає створення добре розвинутої інформаційної бази, що складається з нормативно-довідкової та перемінної інформації.

Нормативно-довідкова інформація – це словники, коди, класифікатори, різні інструктивні матеріали по формуванню, оформленню, заповненню та обробці анкет.

Перемінна інформація – це в першу чергу дані, що містяться в заповнених анкетах.

На стадії передпрогнозної орієнтації, що передує вибору та формулюванню задачі колективної експертної оцінки, здійснюється глибокий і всебічний аналіз стану та тенденції розвитку прогнозованого процесу (явища, об'єкта) в країні та за кордоном.

Реалізація методу експертних оцінок, як і іншого методу прогнозування, неможлива без відповідного програмного забезпечення та технічних засобів. Технічні засоби – це в першу чергу обчислювальна техніка та засоби зв'язку оргтехніка.

Програмні засоби повинні забезпечити формування та зберігання масивів інформації, видачу їх на друкувальні пристрої та ін.

Вдале проведення експертизи практично неможливе без стимулювання членів експертної групи – морального та матеріального. Моральне стимулювання включає, наприклад, гарантію для експертів на основі правових норм оформлення пріоритету та авторства на нові ідеї, які висунуті в процесі експертизи, включення в план роботи, співавторство в наукових звітах та ін.

Науково обґрунтований прогноз – це цінний товар, на розробку якого витрачається праця високопрофесійних спеціалістів. І як будь-який товар, він не має бути безкоштовним. Ось чому матеріальна зацікавленість експертів – важлива умова добросовісного проведення експертизи. Тим більше, як свідчить досвід,

відсутність прогнозу чи поганий прогноз обійдеться споживачам прогнозної інформації дорожче.

7.4 Види експертних оцінок

Експертиза, тобто вимірювання та порівняння об'єктів, пов'язана з певним оцінюванням об'єктів. Оцінки бувають різних видів. На відміну від кількісних, які зазвичай відповідають об'єктивним вимірюванням об'єктивних показників, в експертизі використовують *бальні оцінки*. Вони характеризують суб'єктивні думки. Бальна шкала являє собою обмежений ряд рівновіддалених одне від одного чисел. Бальні оцінки бувають двох видів:

1) оцінки першого виду здійснюють згідно з об'єктивним критерієм, загальноприйнятим еталоном і відповідно до градацій цього еталона. Чим точніше характеристика й оцінка відхилення від еталону, тим більшою є довіра до нього. Отже, оцінювання здійснюють за бальною шкалою;

2) бальну оцінку другого виду застосовують, коли бракує не тільки загальноприйнятих еталонів, а й навіть сумнівною є наявність одного об'єктивного критерію, що забезпечує суб'єктивні відображення у вигляді оцінок. У цьому разі йдеться про порядкову (або рангову) шкалу. Такі оцінки можна порівнювати за принципом «більше-менше».

Наступний вид оцінювання — *ранжування*. Це впорядкування об'єктів за зменшенням віддання переваги (допускається рівноцінність об'єктів та їхніх оцінок).

Існує метод *попарного порівняння*, який іноді здається легшим для якісного порівняння двох об'єктів, ніж оцінювання їх за бальною або ранговою шкалою. Для впорядкування об'єктів на підставі якісного критерію подеколи доцільним є *метод середньої точки*: обирають кращий і гірший об'єкти; потім об'єкт, який може розташовуватися посередині між ними, потім об'єкти, які можна розташувати посередині між гіршим і раніше знайденим середнім, а також посередині між кращим і середнім, тощо.

Для отримання й оброблення кількісними методами якісної експертної інформації використовують *вербально-числові шкали* зі змістовними найменуваннями певних градацій і відповідними їм числовими значеннями або діапазонами числових значень. Відома вербально-числова шкала Харрінгтона, яка має такий вигляд:

<i>Найменування градації</i>	<i>Числові інтервали</i>
Дуже висока	1,0—0,8
Висока	0,8—0,63
Середня	0,63—0,37
Низька	0,37—0,2
Дуже низька	0,2—0,0

Питання, які є в опитувальних анкетах, можуть бути орієнтовані на оцінку часу та ймовірності настання різних подій, визначення кількісних значень параметрів та показників, оцінку питомої ваги різних варіантів рішень, оцінку відносної важливості параметрів, факторів, напрямків розвитку.

При оцінці часу здійснення певної події або визначення кількісних значень показників та параметрів в якості узагальнюючих характеристик даних експертного опитування використовуються мода, медіана, верхній та нижній квантили.

Мода та медіана – це різновиди середніх величин, які називаються умовно структурними середніми.

Мода – це величина ознаки, яка найчастіше зустрічається у вибірковій сукупності.

Медіана умовно ділить ряд розподілу на дві рівні частини.

Мода в інтервальному варіаційному ряді обчислюється за формулою:

$$M_0 = x_{M_0} + i_{M_0} \frac{(f_{M_0} - f_{M_0-1})}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})} \quad (7.1)$$

де x_{M_0} – мінімальне значення ознаки модального інтервалу (модальним вважається інтервал з найбільшою частотою);

i_{mo} – розмір модального інтервалу;

$f_{mo}, f_{mo-1}, f_{mo+1}$ – відповідно значення частот модального інтервалу, інтервалів, які передують і слідує за модальним.

Медіана в інтервальному варіаційному ряді обчислюється за формулою:

$$M_e = x_{M_e} + i_{M_e} \frac{\frac{\Sigma f}{2} - S_{M_e-1}}{f_{M_e}} \quad (7.2)$$

де X_{me} – мінімальне значення медіанного інтервалу (медіанним вважається інтервал, в якому кумулятивна сума частот дорівнює або перевищує половину суми частот);

i_{me} – розмір медіанного інтервалу;

Σf – сума частот (кількість експертів);

S_{me-1} – сума кумулятивних частот в інтервалі, який передує медіанному;

f_{me} – частота медіанного інтервалу.

ЛЕКЦІЯ 8 «Визначення кількісних параметрів та аналіз показників експертного опитування»

Анотація

Оцінка ступеня узгодженості думок. Аналіз результатів опитування експертів. Експертні оцінки і моделі бінарного вибору. Моделі множинного вибору в експертному оцінюванні майбутнього.

8.1 Визначення кількісних параметрів і показників експертного опитування

Оцінка ступеня узгодженості думок.

Оцінкою відносної важливості напрямків (факторів, параметрів) не обмежується обробка даних опитувальних анкет.

Не менш важливі питання для наукового обґрунтування прогнозу мають оцінки відносної важливості, які характеризують:

- а) узагальнену думку групи експертів стосовно відносної важливості розвитку різних об'єктів;
- б) рівень узгодженості думок експертів;
- в) «активність» експертів (міра їхньої участі в оцінюванні різних об'єктів);
- г) компетентність експертів з кожного із запропонованих питань.

Дані експертизи являють собою сукупність оцінок, наданих кожним експертом кожному з оцінюваних ним об'єктів прогнозування. Ці оцінки виражають у балах (наприклад, від 0 до 100).

а) В економічному прогнозуванні широке розповсюдження отримала оцінка порівняльної *важливості окремих факторів* (параметрів, напрямків). Оцінка експертом відносної важливості факторів здійснюється, як правило, шляхом присвоєння деякої кількісної оцінки, наприклад, за 100-бальною системою. Експерт надає кожному фактору (параметру, напрямку) кількість балів в межах від 0 до 100. Нуль присвоюється в тому випадку, якщо фактор, на думку експерта, не має суттєвого значення; 100 балів присвоюється тому фактору, який має найбільш важливе вирішальне значення. Експерт може надати однакову кількість

балів декільком факторам, якщо на його думку вони в рівному ступені суттєві. При обробці матеріалів колективної експертної оцінки відносної ваги факторів (параметрів, напрямку) доцільно використовувати метод рангової кореляції. Тому дані оцінені в балах, відповідним чином ранжують по мірі зменшення та отримують оцінки рангів. Порядковий номер, що визначає місце кожного фактора в загальній сукупності факторів, називається рангом. Зазвичай ранги відповідають числам натурального ряду $1, 2, 3, \dots, n$, де n – кількість ранжованих факторів. Ранг, рівний одиниці, присвоюється найбільш важливому фактору; ранги із максимальним числом n – найменш важливому фактору. Якщо експерт присвоює однакову кількість балів декільком факторам, то їм присвоюється стандартизовані ранги. Стандартизований ранг – це частка від ділення суми місць, зайнятих факторами з однаковими рангами, на загальну кількість таких альтернатив.

При обробці результатів експертних оцінок по відносній важливості напрямків визначається ряд статистичних характеристик, на основі яких оцінюється кожний напрямок (параметр, фактор).

Сума рангів, призначених експертами j -ому напрямку досліджень, визначається за формулою:

$$S_j = \sum_{i=1}^m R_{ij} \quad (8.1)$$

де R_{ij} — ранг наданий i -м експертом об'єкту j .

Очевидно, що під час порівняння значущості різних об'єктів найважливішим слід вважати той, що характеризується найбільшим значенням S_i .

Середній ранг для кожного напрямку дорівнює:

$$\bar{S}_j = \frac{\sum_{i=1}^m R_{ij}}{m} = \frac{S_j}{m} \quad (8.2)$$

Поряд з середніми рангами для кожного напрямку визначається середня величина в балах:

$$M_j = \sum_{i=1}^m c_{ij} / m_j \quad (8.3)$$

При оцінці важливості окремих напрямків представляє інтерес показник частота максимально можливих оцінок, що визначається за формулою:

$$k_{100j} = \frac{m_{100j}}{m_j} \quad (8.4)$$

де m_{100j} — кількість 100-бальних оцінок, наданих j -му об'єкту.

Цю величину розраховують для кожного з m напрямів досліджень, вона може коливатися у межах від 0 до 1. Нижня межа відповідає випадку, коли серед оцінок, одержаних j -м напрямом досліджень, немає максимально можливих (100 балів) оцінок, а верхня — випадку, коли всі оцінки, одержані j -м напрямом досліджень, є максимально можливими. Важливість j -го напрямку збільшується при зміні k_{100j} від 0 до 1. Цей показник слід розглядати як додатковий до основного показника важливості M_j . Він характеризує значущість об'єкта і з точки зору кількості присуджених йому «перших місць».

Крім абсолютних величин оцінки важливості напрямку при обробці даних анкет опитування застосовуються також відносні показники. Для цього індивідуальні показники спочатку нормуються, а потім обчислюються середньозважені величини. Нормування – це перехід від абсолютних величин до відносних.

Середня вага кожного напрямку (нормована оцінка) розраховується за формулою:

$$W_j = \frac{\sum_{i=1}^m W_{ij}}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m W_{ij}} W_{ij} = \frac{C_{ij}}{\sum_{j=1}^n C_{ij}} \quad (8.5)$$

Оскільки оцінки, поставлені кожним експертом окремим напрямкам різняться, як правило, значно, доцільно обчислювати розмах, використовуючи для цього залежність:

$$L_j = C_{jmax} - C_{jmin} \quad (8.6)$$

де L – розмах оцінок, в балах, даних j -му напрямку;

$C_{jmax}C_{jmin}$ — відповідно максимальна та мінімальна оцінки, поставлені j -му напрямку окремим експертом.

б) Показником *рівня узгодженості думок експертів* стосовно відносної важливості сукупності всіх запропонованих до оцінювання об'єктів слугує коефіцієнт конкордації $K_{кон}$. Його визначають для кожного питання на кшталт «оцінка важливості» шляхом обчислення таких показників:

— середньої арифметичної \bar{S} сум рангів оцінок, одержаних усіма об'єктами:

$$S_j = \sum_{i=1}^m R_{ij} \bar{S}_j = \frac{S_j}{m} \quad (8.7)$$

де m — кількість об'єктів експертизи, $i = 1, 2, \dots, m$;

— відхилень d_j суми рангів оцінок, одержаних об'єктом j від середньої арифметичної сум рангів оцінок, одержаних усіма об'єктами:

$$d_j = S_j - \frac{\sum_{j=1}^n S_j}{n} d_j = S_j - \bar{S}_j \quad (8.8)$$

— показників T_i однакових рангів оцінок, наданих i -м експертом. Якщо всі m рангів оцінок, наданих i -м експертом, різні, то $T_i = 0$; якщо серед рангів оцінок трапляються однакові, тоді:

$$T_i = \sum_{l=1}^{L_i} (n_{li}^3 - n_{li}) \quad (8.9)$$

де L_i — кількість груп однакових рангів;

n_{lj} — кількість об'єктів, які утворюють l -у групу однакових рангів.

Потім обчислюють коефіцієнт конкордації $K_{кон}$ за формулою:

$$K_{кон} = \frac{\sum_{j=1}^n d_j^2}{\frac{1}{12}[m^2(n^3-n)-m\sum_{i=1}^m T_i]} \quad (8.10)$$

Коефіцієнт конкордації приймає значення від 0 до 1. Чим більше значення коефіцієнта конкордації, тим вище ступінь узгодженості думок експертів. При $K_{кон} = 1$ є повна узгодженість думок експертів; якщо $K = 0$, то узгодженість практично відсутня.

Якщо значення коефіцієнта конкордації $K_{кон}$ невелике, спостерігається незначна узгодженість поглядів експертів. Причини тут можуть бути різні: або в досліджуваній сукупності експертів справді немає спільності поглядів, або серед сукупності експертів існують групи з великою узгодженістю поглядів, однак їхні узагальнені думки протилежні.

Статистична істотність (довірча імовірність) коефіцієнта $K_{кон}$ перевіряється за критерієм Пірсона χ^2 з $(n - 1)$ ступенями свободи:

$$\chi_p^2 = \frac{\sum_{j=1}^n d^2}{\frac{1}{2} \left[mn * (n+1) - \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^m T_i \right]} \quad (8.11)$$

Розраховане значення співставляється з табличним значенням для $n-1$ ступенів свободи та довірчої ймовірності ($P = 0,95$ або $P = 0,99$). Якщо факт $>$ табл., то коефіцієнт конкордації істотний, якщо навпаки то необхідно збільшити кількість експертів.

Рівень узгодженості поглядів кожного експерта з рештою експертів унаочнює багатокутник, кожна вершина якого відповідає певному експерту, а лінії, що з'єднують певну вершину з іншими, — коефіцієнтам парної рангової кореляції. Ступінь збігу думок двох експертів визначається за допомогою коефіцієнта парної рангової кореляції між оцінками двох будь-яких експертів α і β та інформаційної міри збігу думок (Устюжанінова).

Коефіцієнт парної рангової кореляції між оцінками двох будь-яких експертів α і β визначають за формулою:

$$\rho_{\alpha\beta} = \frac{\sum_{j=1}^n \varphi_j^2}{\frac{1}{6}(n^3 - n) - \frac{1}{12}(T_\alpha - T_\beta)}, \quad (8.12)$$

де φ_j — різниця (за модулем) величин рангів оцінок j -го напрямку досліджень, заданою експертами α і β , $\varphi_j = |R_{j\alpha} - R_{j\beta}|$;

T_α, T_β — показники однакових рангів оцінок експертів α і β .

Коефіцієнт парної рангової кореляції може набувати значення $-1 \leq \rho \leq +1$.
Значення $\rho = +1$ відповідає цілковитій узгодженості поглядів двох експертів.
Значення $\rho = -1$ показує, що думка одного експерта є протилежною погляду іншого.

Інформаційна міра збігу думок (Устюжанінова) обчислюється за формулою:

$$E_{\alpha\beta} = \frac{2n_{\alpha\beta}}{n_\alpha \log_2\left(1 + \frac{n_\beta}{n_\alpha}\right) + n_\beta \log_2\left(1 + \frac{n_\alpha}{n_\beta}\right)}, \quad (8.13)$$

де $E_{\alpha\beta}$ — міра збігу думок експертів α і β ;

$n_{\alpha\beta}$ — кількість напрямків (факторів, параметрів), однаково оцінених експертами α і β (по балам);

n_α, n_β — кількість факторів, оцінених відповідно експертом α та експертом β (якщо напрямок оцінено в 0 балів, то в кількість оцінених воно не включається).

Багатокутник також дає змогу визначити групи експертів, усередині яких узгодженість поглядів велика, тоді як між групами існує неузгодженість.

Чим нижчий рівень статистичної значущості показника узгодженості поглядів експертів, тим більшою є імовірність існування невипадкової узгодженості поглядів експертів.

Розкид думок експертів, рівень якого по суті відображає узгодженість думок, оцінюється, окрім коефіцієнта конкордації, за допомогою інших статистичних показників, в тому числі:

1) дисперсія оцінок, даних j -му напрямку:

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{m_j - 1} \sum_{i=1}^m (C_{ij} - M_j)^2 \quad (8.14)$$

2) коефіцієнт варіації оцінок, даних j -ому напрямку:

$$\gamma_j = \frac{\sigma_j}{M_j} * 100\%, \quad (8.15)$$

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (C_{ij} - M_j)^2}{m_j - 1}}.$$

3) загальна дисперсія оцінок:

$$\sigma_o^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (M_j - M)^2, \quad (8.16)$$

де

$$M = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n C_{ij}}{\sum_{j=1}^n m_i},$$

4) загальна дисперсія рангів:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\bar{S}_j - \bar{S})^2, \quad (8.17)$$

де

$$\bar{S} = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m R_{ij}}{\sum_{j=1}^n m_j}$$

в) Показник активності експертів k_{aei} визначають таким чином:

$$k_{aej} = \frac{m_j}{m}, \quad (8.18)$$

де k_{aei} – коефіцієнт активності експертів по j -му напрямку;

m_j – кількість експертів, що оцінили j -й напрямок;

m – загальна кількість експертів.

Чим більше k_{aei} , тим більша кількість експертів вважають себе компетентними в оцінюванні i -го напрямку досліджень.

г) *Аналіз компетентності*, як правило, здійснюють за допомогою спеціальних анкет. У відповідях на них кандидати в експерти мають продемонструвати свої ділові і фахові якості, а також аналітичні здібності.

Для визначення відповідності потенційного експерта названим вимогам використовують анкетне опитування. Додатково ще вдаються до самооцінювання компетентності експерта. Коли експерт визначає міру своєї обізнаності з досліджуваного питання. Оброблення даних дає можливість одержати кількісну оцінку компетентності потенційного експерта за такою формулою: ,

$$K = 0,5 \frac{\sum_{j=1}^n v_j}{\sum_{j=1}^n v_{j \max}} + \frac{\lambda}{p}, \quad (8.19)$$

де v_j — вага показника, закресленого експертом стосовно j -ї характеристики в анкеті у балах;

$v_{j \max}$ — максимальна вага (межа шкали) j -ої характеристики в балах;

n — загальна кількість характеристик компетентності в анкеті;

λ — вага клітинки, закресленої експертом у шкалі самооцінки в балах;

p — межа шкали самооцінки експерта в балах.

Показником компетентності експерта може слугувати такий коефіцієнт:

$$k_k = \frac{k_3 + k_a}{2}, \quad (8.20)$$

де k_k — коефіцієнт компетентності експерта;

k_3 — коефіцієнт міри ознайомлення експерта з обговорюваною проблемою. Він визначається шляхом самооцінки експерта за десятибальною шкалою. Значення балів для самооцінки:

0 — експерт не розуміється на питанні;

1, 2, 3 — експерт мало розуміється на питанні, але воно належить до кола його інтересів;

4, 5, 6 — експерт задовільно розуміється на питанні, але не бере безпосередньої участі в практичному розв'язанні його;

7, 8, 9 — експерт добре розуміється на питанні, бере участь у практичному розв'язанні його;

10 — питання належить до кола вузької спеціалізації експерта.

Експерту пропонують самому оцінити міру обізнаності з питанням і підкреслити відповідний бал, який потім помножують на 0,1 і отримують коефіцієнт k_z ;

k_a — коефіцієнт аргументації, який розраховують як суму балів еталонної таблиці. У цій таблиці експерт оцінює джерело інформації за градаціями: В (висока), С (середня), Н (низька).

Приклад 8.1.

Трьом експертам треба визначити рейтинг п'яти об'єктів інвестування. Кожен експерт оцінює міру привабливості інвестицій за балами від одного до п'яти. Оцінки експертів наведено в таблиці 8.1.

Таблиця 8.1 – Оцінки експертів

Об'єкт інвестування	Кількість балів		
	1	2	3
А	2	1	3
Б	3	3	2
В	1	2	1
Г	5	4	4
Д	4	5	5

Потрібно встановити, чи є в наведених результатах певний порядок стосовно відносної привабливості сукупності запропонованих до оцінювання об'єктів інвестування і якщо є, тоді визначити їхні реальні рейтинги.

Розв'язок. Підрахуємо суму квадратів відхилень d_i^2 та коефіцієнт конкордації $K_{\text{кон}}$.

Напрямок інвестування	Сума рангів оцінок $\sum_{i=1}^m S_i$	Квадрати суми рангів оцінок
А	6	36
Б	8	64
В	4	16
Г	13	169
Д	14	196
Разом	45	481

$$d_i^2 = \sum_{i=1}^n S_i^2 - \frac{(\sum S_i)^2}{n} = 481 - \frac{(45^2)}{5} = 76;$$

$$K_{\text{кон}} = \frac{12 \cdot d_i^2}{m^2(n^3 - n)} = \frac{12 \cdot 76}{3^2(5^3 - 5)} = 0,844.$$

Оскільки значенню $d_i^2 = 76$ відповідає рівень значущості α , що перебуває у межах (0,0053; 0,015), гіпотезу про неузгодженість думок експертів відхиляють з імовірністю похибки, яка не перевищує 0,015. Остаточо розташувати об'єкти за їхньою інвестиційною привабливістю можна, наприклад, за сумами номерів S_i .

Так, напрямок А має посісти друге місце, напрямок Б слід поставити на третє, напрямок В — на перше місце, потім йдуть напрямки Г та Д.

8.2 Аналіз результатів опитування експертів

Завершальним етапом експертної оцінки є аналіз результатів опитування, які служать інформаційним та рекомендаційним матеріалом для прийняття управлінських рішень. Аналізу повинні підлягати не лише система статистичних оцінок, але й весь хід проведення експертизи: визначення цілей, підбір експертів, складання опитувальних анкет, організація проведення опитування. Всі етапи експертизи повинні бути ретельно проаналізовані, щоб виявити всі негативні моменти і виключити їх в майбутньому. Система статистичних характеристик, отриманих за результатами обробки статистичних анкет — це лише сукупність показників, «сировина», що потребує вмілого та професіонального осмислення, оцінки, тлумачення, від яких, в кінцевому результаті, залежить успіх та практична цінність всієї експертизи.

Методика проведення аналізу результатів опитування експертів залежить, по-перше, від виду експертизи – індивідуальної чи колективної, а по-друге, від напрямку експертизи – визначення часу здійснення певної події, оцінка очікуваних в майбутньому величин параметрів об'єктів (процесів, явищ); оцінка відносної важливості фактора (напрямку); оцінка питомої ваги різних видів рішень та ін.

Враховуючи певну обмеженість індивідуальних експертних оцінок, їх результати необхідно порівнювати з існуючими поглядами на досліджувану проблему та результатами прогнозних оцінок інших спеціалістів.

За результатами експертизи слід провести якісну оцінку кожного члена експертної групи. При цьому слід звернути увагу не тільки на визнання та популярність окремих спеціалістів, а і від їх відношення до справи: точності, добросовісності, акуратності, творчого підходу, переконаності в своїй правоті, що може бути аргументована.

Необхідно дотримуватися досить важливого правила: жоден із спеціалістів не повинен бути виключений з експертної групи за формальними правилами (наприклад, за показниками узгодженості думок) без зваженого аналізу суті питання. Історія науки та техніки неодноразово ілюструє факти, що, на перший погляд, парадоксальні ідеї та висновки містять в собі нові фундаментальні відкриття.

Багато експертів являються, як правило, видатними спеціалістами тільки в своїй області. Тому їх висновки слід розглядати в більш широкому контексті, наприклад, з перспективами розвитку економіки підприємства (регіону, країни).

Іншими словами, висновки експертів слід пов'язувати із зовнішніми факторами, що визначають майбутнє прогнозованого об'єкта. Не слід забувати, що існує своя «цехова» зацікавленість експертів, свої інтереси, які не завжди збігаються із загальними інтересами. В зв'язку з цим висновки експертів повинні бути детально перевірені, осмислені та творчо використані.

8.3 Експертні оцінки і моделі бінарного вибору

Уявлення про лінійну взаємодію – швидше абстракція, що допомагає спростити задачу, зробивши її завжди вирішуваною, але з деякою помилкою, якою можна нехтувати. Логіка отримання результатів по такій схемі оцінювання без урахування сумісних ефектів цілком з'ясовна. Рішення шукається для конкретної ситуації з фіксованою структурою показників, яка хоча і не вказується в завданні експерту, але, як правило, присутня в його уявленнях про вирішувану задачу. Але як тільки структура починає змінюватися, зразу ж з'являються невраховані ефекти взаємодії і надійність експертних оцінок різко знижується. Тому безпосереднє оцінювання показників з передбачуваною лінійною структурою взаємозв'язків необхідно замінити складнішою, заснованою на модельному представленні структурою, але без ускладнення самої процедури опиту експертів. При цьому модель, що відображає взаємозв'язок між можливістю появи події, що цікавить нас, і набором оцінюваних показників, повинна бути, ймовірно, нелінійною і, крім того, економетричною, оскільки інтерес викликають не тільки механізм взаємодії, але і кількісна оцінка сили цієї взаємодії, а також бажання замінити повторні експертні опити прогнозними оцінками. Останнє особливо важливе. Саме цією можливістю не володіють раніше розглянуті методи.

Таким чином, значення висловлюваного тут підходу в тому, щоб експертну інформацію використовувати для побудови моделі, а не для отримання самих оцінок. Виникає природне питання: «Яким чином експертна інформація може використовуватися для цих цілей?» Видно, можна запропонувати декілька підходів, що забезпечують реалізацію обговорюваної тут ідеї. Наша пропозиція полягає в тому, щоб інтуїцію і знання експертів застосувати для формування спеціального набору даних псевдовибірки, по якій оцінюються коефіцієнти моделі, що має відмінність від безпосередніх експертних оцінок, багатопланове застосування: аналіз, оцінка значущості чинників, прогноз очікуваних подій і т.п. Природно, це значно розширює область практичного використання експертних рішень.

Реалізація даного підходу припускає введення бінарної змінної з наступним значенням:

$$y = \begin{cases} 1, & \text{якщо на думку експерта подія повинна відбутися;} \\ 0, & \text{в іншому випадку.} \end{cases}$$

Вважатимемо, що значення цієї змінної, що характеризує появу події, що цікавить нас, залежить від оцінюваного нами набору показників x_1, x_2, \dots, x_m , і існує безліч різних варіантів x_1, x_2, \dots, x_n цих наборів $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$, відмінних один від одного всіма або деякими своїми компонентами (оцінюваними показниками). Передбачається, що у кожного експерта є уявлення про те, при реалізації яких варіантів очікувана подія матиме місце, а при реалізації яких – немає. Математично це припущення записується у вигляді залежності:

$$y_i^k = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}) + \varepsilon_i^k,$$

де y_i^k – очікуване значення бінарної залежної змінної, яке k -й експерт пов'язує з i -м набором оцінюваних показників;

$f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ – індексна функція, тобто функція, що приймає всього два значення: 0 і 1;

ε_i^k – помилка, яку може допустити k -й експерт, що оцінює вплив i -го набору на появу очікуваної події (ε_i^k – випадкова змінна із значеннями в номінальній шкалі: 1, 0, -1).

Тепер стає зрозумілою реалізація заснованої на модельному підході ідеї отримання експертних рішень. Спочатку в результаті цільового опиту експертів формується псевдовибірка, об'єднуюча в собі суб'єктивні думки з приводу закономірностей, що цікавлять нас, переваг, рейтингів, прогнозних оцінок і т.п. Потім за даними псевдовибірки будується регресійна залежність, що пов'язує суб'єктивні думки з одночасним їх усереднюванням в єдину формалізовану залежність. Побудована таким чином модель, по суті, є концентрованим виразом узагальненої думки експертів по проблемі, що вивчається, і може використовуватися для аналізу і отримання всіляких оцінок.

Модель як результат опиту, а не разові експертні оцінки є головною особливістю даного підходу. Завдяки цій особливості вдається одержати прогностні оцінки експертних думок, тобто оцінки суб'єктивного характеру щодо тих подій або об'єктів, про яких експерти не знали або не мали уявлення у момент формування псевдовибірки.

Практична реалізація цієї процедури вимагає розгляду цілого ряду досить складних питань:

Як побудувати регресію на бінарну змінну?

Якими способами експерти повинні формувати вибірку сукупність (псевдовибірку) для побудови регресії з бінарною залежною змінною?

Як оцінити компетентність експерта і адекватність побудованої таким чином моделі?

Як перевірити узгодженість думок опитуваної групи експертів?

Як оцінити надійність розрахункових характеристик, одержуваних за допомогою регресії суб'єктивних думок?

Яку змістовну інтерпретацію мають оцінки, одержані в результаті моделювання експертних переваг?

Чи можна, а якщо можна, то як використовувати статистичні методи для перевірки різного роду гіпотез, що висуваються щодо оцінюваних параметрів і об'єктів?

По суті, в цих питаннях немає нічого нового. Практично всі вони в тому або іншому ступені присутні в задачах прямого експертного оцінювання, забезпечуючи надійність одержуваних результатів. Але розрахунок і аналіз характеристик, а також відповідні висновки на їх основі в новому підході відрізняються від того, як це робиться в традиційному, тому вимагають спеціального розгляду.

8.4 Моделі множинного вибору в експертному оцінюванні майбутнього

Розглянемо випадок, коли перед експертами стоїть задача вибору не серед двох, а серед цілої безлічі альтернативних варіантів. За наслідками їх вибору, оформленим у вигляді псевдовибірки, вимагається побудувати модель, за

допомогою якої можна буде здійснювати прогностичні розрахунки експертних переваг у вигляді відповідної вірогідності. Для вирішення цієї задачі можна скористатися мультіноміальною логіт-моделью, яка по суті є узагальненням логіт-моделі бінарного вибору. Нижче достатньо детально описується мультіноміальна логіт-модель деякі деталі, що характеризують особливості її побудови і аналізу.

Вірогідність настання того або іншого варіанту описується поліноміальною логіт-моделью

$$P(y_i = j) = \frac{e^{x_i b_j}}{\sum_{j=0}^J e^{x_i b_j}}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, J.$$

Вектор незалежних змінних $x = [z_j, w_j]$ складений з двох підвекторів, кожен з яких має власне смислове навантаження. Компоненти вектора z ; прийнято називати атрибутами і розуміти їх як показники, по яких розрізняються альтернативи. У свою чергу, компоненти вектора w називають характеристиками.

Оцінка параметрів моделі не дає однозначного результату, оскільки разом з обчисленими коефіцієнтами b ідентична вірогідність дозволяє одержати вектор $b + d$. Уникнути цієї неоднозначності дозволяє операція нормалізації (стандартизації), значення якої в тому, щоб для одного з варіантів покласти $b_j = 0$. Тоді оцінюється не $J + 1$ функція, а J функцій одного вигляду

$$P(y_i = j) = \frac{e^{x_i b_j}}{1 + \sum_{j=0}^{J-1} e^{x_i b_j}}, \quad j = 1, 2, \dots, J,$$

після чого визначається ще одна функція через значення цих функцій шляхом віднімання їх суми з одиниці:

$$P(y_i = j) = \frac{1}{1 + \sum_{j=0}^{J-1} e^{x_i b_j}}$$

Це одна з особливостей побудови поліноміальної логіт-моделі.

Оцінювання коефіцієнтів моделі здійснюється шляхом чисельного рішення рівнянь правдоподібності. Для запису самого рівняння правдоподібності, а точніше його логарифмічної форми, зручно ввести змінну d_{ij} , яка приймає значення 1, якщо в i -м спостереженні (i -м індивідуумом) був вибраний j -й альтернативний варіант серед $(J + 1)$ -го, і 0 – інакше. Тоді для кожного i тільки одне з d_{ij} буде рівне 1.

Використовуючи введenu змінну d_{ij} , запишемо функцію логарифмічної правдоподібності

$$\ln L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^J d_{ij} \ln \left(\frac{e^{x_i b_j}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} \right).$$

Диференціюючи цей вираз по b_j , одержимо систему рівнянь максимальної правдоподібності

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial b_j} &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^J d_{ij} \frac{\partial}{\partial b_j} \ln \left(\frac{e^{x_i b_j}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^J d_{ij} \frac{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}}{e^{x_i b_j}} \left[\frac{e^{x_i b_j} \sum_{k=0}^J e^{x_i b_k} - e^{x_i b_j} e^{x_i b_j}}{(\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k})^2} \right] x'_i \\ &= \sum_{i=1}^n d_{ij} \left(1 - \frac{e^{x_i b_j}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} \right) x'_i = \sum_i [d_{ij} - P_{ij}] x'_i = 0, \\ & \quad j = 0, 1, 2, \dots, J - 1 \end{aligned}$$

Рішення цієї системи з урахуванням того, що $b_j = 0$, здійснюється чисельно за допомогою методу Ньютона – Рафсона. Комп'ютерна реалізація влаштована таким чином, і про це вже мовилося, що нульові значення одержують параметри тієї моделі, яка відповідає останній з вказаних альтернатив. Іншими словами, якби ми захотіли, щоб $b_0 = 0$, а не b_j , то дані, відповідні альтернативі з номером $j = 0$, повинні бути введені останніми.

Для реалізації методу Ньютона – Рафсона потрібен матриця приватних похідних другого порядку. Крім того, за допомогою цієї матриці визначаються

характеристики надійності самої моделі. Тому має сенс виписати цю матрицю в загальному вигляді:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \ln L}{\partial b_j \partial b_l} &= \frac{\partial}{\partial b_l} \sum_{i=1}^n \left[d_{ij} - \frac{e^{x_i b_j}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} \right] x_i' = - \sum_{i=1}^n \left[\frac{e^{x_i b_j} \sum_{k=0}^J e^{x_i b_k} - e^{x_i b_j} e^{x_i b_j}}{(\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k})^2} \right] x_i' x_i \\
 &= - \sum_{i=1}^n \left[\frac{e^{x_i b_j}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} \left(1(j=l) - \frac{e^{x_i b_j}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} \right) \right] x_i' x_i \\
 &= - \sum_{i=1}^n [P_{ij}(1(j=l) - P_{il})] x_i' x_i
 \end{aligned}$$

У одержаному виразі $1(j=l)$ приймає значення 1 при $j=l$ і 0 – інакше. Це дозволяє здійснювати селекцію, оскільки результатом твору $P_{ij}(j=l) \in P_{.}$,

Коефіцієнти моделі важко інтерпретуються. Нелінійний характер не дозволяє безпосередньо через коефіцієнти прослідити зв'язок між рівнем вірогідності і атрибутами (чинниками). Тому природно для цих цілей використовувати граничний аналіз. Диференціюючи по l -му атрибуту в i -й точці j -ю вірогідність, одержуємо граничний ефект у вигляді

$$\begin{aligned}
 \delta_{ij} &= \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_l} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\frac{e^{x_i b_j}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} \right] \\
 &= \frac{e^{x_i b_j} (\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}) b_{ij} - e^{x_i b_j} (e^{x_i b_0} b_{l0} + e^{x_i b_1} b_{l1} + \dots + e^{x_i b_j} b_{lj})}{(\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k})^2} \\
 &= \frac{e^{x_i b_j}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} \left[\frac{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} b_{ij} \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{e^{x_i b_0}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} b_{l0} + \frac{e^{x_i b_1}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} b_{l1} + \dots + \frac{e^{x_i b_j}}{\sum_{k=0}^J e^{x_i b_k}} b_{lj} \right) \right] \\
 &= P_{ij} [b_{lj} - \bar{b}_{il}]
 \end{aligned}$$

ЛЕКЦІЯ 9 «Критерії визначення якісного прогнозу»

Анотація

Поняття оптимального прогнозу. Оцінювання адекватності прогнозованої моделі. Критерії визначення якісного прогнозу. Оцінка точності прогнозованої моделі та прогнозів.

9.1. Поняття оптимального прогнозу

Оптимальний прогноз — це зроблене на підставі економічної теорії передбачення, яке використовує всю доступну на момент побудови прогнозу інформацію. Для оптимального прогнозу граничний вигравш та граничні витрати збігаються.

Оптимальний прогноз іще називають прогнозом раціональних сподівань. Раціональні сподівання можуть відрізнитися від фактичних значень, але будь-яка різниця має бути випадковою й непередбачуваною. Оскільки раціональні сподівання ґрунтуються на коректній економічній теорії, вони мають властивості незсуненості (за умови квадратичної функції витрат) та ефективності.

Незсуненість означає, що помилка прогнозу має нульове математичне сподівання.

Ефективність передбачає, що в процесі прогнозування буде використана вся доступна інформація, отже, помилка прогнозу не буде корелювати з цією інформацією.

Існують численні критерії перевірки раціональності послідовності прогнозів. Стандартний критерій незсуненості потребує перевірки гіпотези стосовно того, що $\alpha = 0$ та $\beta = 1$ водночас для такої моделі:

$$y_t = \alpha + \beta \hat{y}_t + \varepsilon_t, \quad (9.1)$$

де y_t — ряд фактичних значень або спостережень;

\hat{y}_t — ряд прогнозованих значень;

ε_t — випадкові залишки.

Перевірка ефективності є складнішою оскільки неможливо коректно визначити відповідний масив інформації, стосовно якого похибки прогнозу будуть некорельованими.

Узагальнюючи огляд критеріїв визначення якісного прогнозу, можна стверджувати, що варто користуватися системою критеріїв, які мають враховувати:

- ✓ кількість зусиль, витрачених на побудову моделі, і наявність готових комп'ютерних програм;
 - ✓ швидкість, із якою метод уловлює істотні зміни у поведінці ряду, наприклад раптовий зсув математичного сподівання або збільшення кута нахилу лінії тренду;
 - ✓ існування серійної кореляції у помилках;
 - ✓ незмінюваність первинних даних;
 - ✓ повний обсяг роботи в деяких сферах діяльності — тисячі рядів щомісяця потребують оновлення, невеликі витрати й швидкість мають першорядне значення;
- терміновість прогнозування.

9.2. Оцінювання адекватності прогнозованої моделі.

Незалежно від виду і способу побудови економіко-математичної моделі питання про можливість її застосування з метою аналізу і прогнозу економічного явища може бути вирішено тільки після встановлення адекватності моделі. Оскільки повної відповідності моделі реальному процесу або об'єкту бути не може, адекватність певною мірою умовне поняття. При моделюванні мається на увазі адекватність не взагалі, а тим властивостям моделі, які вважаються суттєвими для дослідження.

Модель згладжування \hat{y}_t певного часового ряду y_t вважається адекватною, якщо правильно відображає систематичні компоненти часового ряду. Ця вимога еквівалентна вимозі, щоб залишкова компонента $e_t = y_t - \hat{y}_t$ ($t = 1, 2, \dots, n$)

відповідала таким властивостям випадкової компоненти часового ряду як: випадковість коливань рівнів залишкової послідовності, відповідність розподілу випадкової компоненти нормальному закону, рівність математичного сподівання випадкової компоненти нулю, незалежність значень рівнів випадкової компоненти. Розглянемо, яким чином здійснюється перевірка цих властивостей залишкової послідовності.

Перевірка випадковості коливань рівнів залишкової послідовності означає перевірку гіпотези про правильність вибору виду тренду. Для дослідження випадковості відхилень від тренду розраховують набір різниць $e_t = y_t - \hat{y}_t$ ($t = 1, 2, \dots, n$). Характер цих відхилень вивчається за допомогою ряду непараметричних критеріїв. Одним з таких критеріїв є «критерій серій», який використовує медіану вибірки, критерій «зростаючих» та «спадних» серій тощо.

Згідно з *критерієм серій* ряд із величин e_t розташовують у порядку зростання їхніх значень і знаходять медіану e_m одержаного варіаційного ряду, тобто значення, що перебуває в середині для непарного n або середню арифметичну з двох середніх значень для n парного. Повертаючись до вхідної послідовності e_t і порівнюючи значення цієї послідовності з e_m , ставлять знак «плюс», якщо значення e_t , перевищує медіану, і знак «мінус», якщо воно менше за медіану; у випадку однаковості порівнюваних величин відповідне значення e_t пропускають. Отже, одержують послідовність, що складається із плюсів та мінусів, загальна кількість яких не перевищує n . Послідовність розташованих одне за одним плюсів або мінусів називають серією. Щоб послідовність e_t була випадковою вибіркою, довжина найдовшої серії не має бути занадто великою, а загальна кількість серій – занадто малою.

Позначимо довжину найдовшої серії через K_{\max} , а загальну кількість серій – через ν . Вибірка вважається випадковою, якщо виконуються такі нерівності для 5 %-го рівня значущості:

$$K_{\max} < [3,3(\ln n + 1)], \quad (9.2)$$

$$v > \left[\frac{1}{2} (n + 1 - 1,96\sqrt{n-1}) \right],$$

де квадратні дужки означають цілу частину числа.

Якщо хоча б принаймні одна з цих нерівностей порушується, то гіпотеза про випадковий характер відхилень рівнів часового ряду від тренду спростовується, а модель тренду визнається неадекватною.

Перевірка відповідності розподілу випадкової компоненти нормальному закону розподілу може бути зроблена лише наближено за допомогою дослідження показників асиметрії (A) і ексцесу (E), оскільки часові ряди, як правило, не дуже довгі. При нормальному розподілі показники асиметрії і ексцесу певної генеральної сукупності дорівнюють нулю. Припустимо, що відхилення від тренду являють собою вибірку з генеральної сукупності, тому можна визначити тільки вибіркові характеристики асиметрії й ексцесу та їхні помилки:

$$\hat{A} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^3}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2\right)^3}}; \quad \sigma_{|\hat{A}|} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}}; \quad (9.3)$$

$$\hat{E} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2\right)^2} - 3; \quad \sigma_{\hat{E}} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}, \quad (9.4)$$

де \hat{A} – вибіркова характеристика асиметрії;

\hat{E} – вибіркова характеристика ексцесу;

$\sigma_{\hat{A}}$ і $\sigma_{\hat{E}}$ – відповідні середньоквадратичні помилки.

Якщо одночасно виконуються такі нерівності:

$$|\hat{A}| < 1,5\sigma_{\hat{A}}; \quad \left| \hat{E} + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5\sigma_{\hat{E}},$$

то гіпотеза про нормальний характер розподілу випадкової компоненти приймається.

Якщо виконується хоча б одна з цих нерівностей:

$$|\hat{A}| \geq 2\sigma_{\hat{A}}; \quad \left| \hat{E} + \frac{6}{n+1} \right| \geq 2\sigma_{\hat{E}},$$

то гіпотеза про нормальний характер розподілу відхиляється, трендова модель визнається неадекватною. Інші випадки потребують додаткової перевірки за допомогою складніших критеріїв. Для адекватних моделей доцільно ставити запитання щодо оцінювання їхньої точності. Вважається, що моделі з меншою розбіжністю між фактичними й розрахунковими значеннями краще відображають досліджуваний процес у майбутньому. Для характеристики рівня близькості використовують такі описові статистики:

середнє квадратичне відхилення (або дисперсія)

$$\hat{\sigma}_e = \sqrt{\frac{1}{n-k-1} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}; \quad (9.5)$$

середню відносну похибку апроксимації (чим ближче до 0, тим точніша модель):

$$\bar{e}_{\text{відн.}} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| 100\%; \quad (9.6)$$

коефіцієнт сходження:

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2}, \quad (9.7)$$

коефіцієнт детермінації (чим ближче до 1, тим точніша модель):

$$R^2 = 1 - \varphi^2. \quad (9.8)$$

У формулах (9.5—9.8) n — кількість рівнів ряду, k — кількість пояснювальних змінних у моделі, \hat{y}_t — оцінки рівнів ряду за моделлю, \bar{y} — середнє арифметичне значення вибірки.

На підставі розглянутих показників можна з кількох адекватних моделей обрати найточнішу. Помилка прогнозу, обчисленого для періоду, характеристики котрого вже були використані при оцінюванні параметрів моделі, як правило, буде незначною та мало залежатиме від теоретичної обґрунтованості, застосованої для побудови моделі.

Оскільки формально-статистичний вибір кращої моделі в багатьох випадках не гарантує цілковитої впевненості в його правильності, адже добрий прогноз можна отримати і на підставі поганої моделі, і навпаки, тому про якість застосовуваних методик і моделей у прогнозуванні можна судити лише за сукупністю зіставлень прогнозів і їх реалізації. При цьому незалежно від обраної методики та моделі прогнозування джерелами помилок прогнозу можуть бути:

1) природа змінних (випадковий характер змінних гарантує, що прогноз відхилятиметься від справжніх величин, навіть якщо модель правильно специфікована, її параметри точно відомі);

2) природа моделі (сам процес оцінювання спричиняє похибки оцінок параметрів);

3) помилки, привнесені прогнозом незалежних випадкових величин (пояснювальних змінних);

4) помилки специфікації моделі.

Перевірка рівності математичного сподівання випадкової компоненти нулю, якщо вона розподілена за нормальним законом, виконується на основі t -критерію Стюдента. Розрахункове значення цього критерію задається формулою

$$t = \frac{\bar{e} - 0}{\sigma_e} \sqrt{n}, \quad (9.9)$$

де \bar{e} – середнє арифметичне значення рівнів залишкової послідовності e_t ;

σ_e – стандартне (середньоквадратичне) відхилення для цієї послідовності.

Якщо розрахункове значення t менше табличного значення t_α статистики Стюдента із заданим рівнем значущості α і числом ступенів свободи $n - 1$, то гіпотеза про рівність нулю математичного сподівання випадкової послідовності приймається, в протилежному випадку ця гіпотеза відхиляється і модель вважається неадекватною.

Перевірка незалежності значень рівнів випадкової компоненти, тобто перевірка відсутності суттєвої автокореляції в залишковій послідовності, може здійснюватися за рядом критеріїв, найбільш поширеним з яких є DW -критерій Дарбіна-Уотсона. Зазначимо, що розрахункове значення критерію Дарбіна-Уотсона в інтервалі від 2 до 4 свідчать про від'ємний зв'язок. У цьому випадку його треба перетворити за формулою $DW' = 4 - DW$ і далі використовувати значення DW' .

Висновок про адекватність трендової моделі робиться, якщо всі розглянуті вище чотири перевірки властивостей залишкової послідовності дають позитивний результат.

9.3. Критерії визначення якісного прогнозу

Якість прогнозу характеризують такі поширені в прогностичній літературі терміни, як точність і надійність. Проте зміст цих термінів часто тлумачать досить

неоднозначно. Це можна пояснити тим, що нині поки не знайдено ефективного підходу до оцінювання якості прогнозу, окрім його практичного підтвердження.

Про точність прогнозу прийнято судити за розміром помилки прогнозу — різниці між прогнозним і фактичним значенням досліджуваного показника. Але такий підхід можливий лише тоді, якщо дослідник має інформацію стосовно справжніх значень часового ряду, який він оцінював під час розроблення прогнозів. Наприклад, період випередження вже завершився, і дослідник має фактичні значення змінної (це можливо в разі короткотермінового прогнозування) або прогноз перебуває в стадії розроблення, тобто прогнозування здійснюється для певного моменту часу в минулому, для якого існують фактичні дані. Спрощену схему періодів прогнозування показано на рис. 9.1.



Рис. 9.1 – Спрощена схема періодів прогнозування

В останньому випадку йдеться про використання *expost*-прогнозу. Його сутність полягає у побудові моделі за меншим обсягом даних ($n - m$) із подальшим порівнянням прогнозних оцінок за останніми m точками (для t від $n - m + 1$ до n) із відомими фактичними, але спеціально залишеними рівнями ряду. Отримані ретроспективно помилки прогнозу певною мірою характеризують точність застосовуваної методики прогнозування й можуть виявитися корисними в зіставленні кількох прогнозів.

Розмір помилки ретроспективного прогнозу не можна розглядати як остаточний доказ придатності, або навпаки, непридатності застосовуваного методу прогнозування. До неї варто ставитися з відомою обережністю і при її

застосуванні в якості міри точності необхідно враховувати, що вона отримана при використанні лише частини наявних даних. Проте ця міра точності має більшу наочність і теоретично більш надійна, ніж похибка прогнозу, обчислена для періоду характеристики котрого вже були використані при оцінюванні параметрів моделі.

На основі розглянутих показників можна зробити вибір з декількох адекватних моделей найбільш точної. Помилка прогнозу, обчислена для періоду, характеристики котрого вже були використані при оцінюванні параметрів моделі, як правило, будуть незначними і мало залежатимуть від теоретичної обґрунтованості, застосованої для побудови моделі.

Оскільки формально-статистичний вибір кращої моделі у багатьох випадках не дає повної впевненості у його правильності: гарний прогноз може бути отриманий і по поганій моделі, і навпаки, то, про якість прогнозів застосовуваних методик і моделей можна судити лише по сукупності зіставлень прогнозів і їхньої реалізації. При цьому незалежно від обраної методики моделі прогнозування джерелами помилок прогнозу можуть бути:

1) природа змінних (випадковий характер змінних гарантує, що прогноз буде відхилятися від справжніх величин, навіть якщо модель правильно специфікована та її параметри точно відомі);

2) природа моделі (сам процес оцінювання спричиняє похибки оцінок параметрів);

3) помилки, що вносяться прогнозом незалежних випадкових величин (пояснюючих змінних);

4) помилки специфікації моделі.

9.4. Оцінка точності прогнозної моделі та прогнозів

Параметричні методи аналізу точності прогнозів. За результатами ex post-прогнозу розраховують такі показники точності прогнозів за m кроків:

Середня квадратична похибка:

$$MSE = \frac{\sum_{i=n-m+1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{m}, \quad (9.10)$$

корінь із середньоквадратичної похибки

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=n-m+1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{m}}, \quad (9.11)$$

середня абсолютна похибка:

$$MAE = \frac{\sum_{i=n-m+1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{m}, \quad (9.12)$$

корінь із середньоквадратичної похибки у відсотках:

$$RMSPE = \sqrt{\frac{100}{m} \sum_{i=n-m+1}^n \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right)^2}, \quad (9.13)$$

середня абсолютна похибка у відсотках (MAPE):

$$MAPE = \sum_{i=n-m+1}^n \frac{100 |y_i - \hat{y}_i|}{m |y_i|}, \quad (9.14)$$

Чим менше значення цих величин, тим вища якість ретропрогнозу. На практиці ці характеристики використовують досить часто. Даний підхід дає гарні результати, якщо на періоді ретропрогнозу не виникають принципово нові закономірності. На підставі останніх двох критеріїв можна дійти висновку

стосовно загального рівня адекватності моделі шляхом їх порівняння. Цей рівень наведений у таблиці 9.1

Таблиця 9.1 – Точність прогнозу в залежності від MAPE, RMSE

MAPE, RMSE	Точність прогнозу
Менше 10%	Висока
10% - 20%	Добра
20% - 40%	Задовільна
40% - 50%	Погана
Більше 50%	Незадовільна

Вадодою обговорених вище характеристик точності прогнозів є їх залежність від обраних одиниць виміру. Було б корисним указати безрозмірний показник, аналогічний до коефіцієнта кореляції. Одним з таких показників є коефіцієнт невідповідності Тейла, чисельником якого є середньоквадратична похибка прогнозу, а знаменник дорівнює квадратному кореню із середнього квадрата фактичних та оцінних значень:

$$U = \frac{\sqrt{\sum (\hat{y}_i - y_i)^2 / m}}{\sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i^2} + \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \hat{y}_i^2}}, \quad (9.15)$$

Перевага коефіцієнта Тейла полягає в тому, що його значення завжди перебувають у межах від нуля до одиниці. Якщо всі прогнози абсолютно точні, то $U = 0$. Якщо всі прогнози дорівнюють нулю, а жодне з фактичних значень не дорівнює нулю або навпаки, U дорівнюватиме одиниці. Таким чином, мале значення U засвідчує, що прогноз є точним, але максимального значення не існує. Значення, яке дорівнює одиниці, відповідає ситуації, коли всі прогнозні значення дорівнюють нулю, що нереально під час прогнозування номінальних величин, але під час розгляду змін такий прогноз відповідає моделі «без змін». Більші за одиницю значення вказують на те, що прогноз гірший, ніж прогноз «без змін».

Коефіцієнт невідповідності Тейла (U) може бути розкладений на три частини:

пропорцію зсуення
$$U^M = \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{y_i}}, \quad (9.16)$$

пропорцію дисперсії
$$U^S = \frac{(\sigma_y - \sigma_{\hat{y}})^2}{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{y_i}}, \quad (9.17)$$

пропорцію коваріації
$$U^C = \frac{2(1 - \rho)(\sigma_y \cdot \sigma_{\hat{y}})}{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad (9.18)$$

Зазначимо, що $U^M + U^S + U^C = 1$. Критерій зсуву пропорції (U^M) використовується, щоб перевірити, чи є систематичне відхилення середніх розрахованих та фактичних рядів, тобто чи дає модель систематично завищені або занижені прогнози. Чим менше значення, тим краще. Якщо U^M дорівнює нулю, у розрахованих (прогнозних) значеннях немає зсуення, тобто з моделлю все гаразд. Пропорція дисперсії (U^S) використовується, щоб переконатися, що модель має достатні динамічні властивості для відтворення дисперсії фактичних рядів. Наприклад, модель може відтворювати систематично менші коливання, ніж фактичні. Як і у випадку критерію U^M , менше значення U^S вказує на менше зсуення. Пропорція коваріації вказує, як корелюють фактичні та розраховані ряди. Якщо U^C дорівнює 1, то фактичні та розраховані ряди корелюють ідеально.

Критичні точки важливі як критерії якості, оскільки деякі моделі можуть бути точними, але погано передбачати зміни тенденції (наприклад, поворотні точки в циклах), тобто погано відтворювати критичні точки. Інші моделі можуть бути неточними, але мати гарний динамічний характер. Загалом може бути певний компроміс між точністю та динамічними властивостями моделі.

Формального тесту для оцінки цієї властивості не існує. Проте візуальний огляд розрахованих та фактичних рядів звичайно одразу виявляє, здатна модель відтворювати критичні точки чи ні.

Обговорені характеристики точності прогнозів є параметричними в тому сенсі, що вони потребують виконання заданих припущень щодо властивостей математичного сподівання та дисперсії, чинних за умов нормальності відповідних розподілів. Наприклад, використовуючи MSE , ми неявно припускаємо, що всі похибки прогнозу мають однакові й постійні математичні сподівання та дисперсії. У реальних економічних ситуаціях найчастіше порушуються припущення гомоскедастичності та відсутності автокореляції. Можна стверджувати, що кожного разу прогноз будується у новій ситуації, отже, порівняння числової точності прогнозів, зроблених у різні моменти часу, не зовсім коректне. Наведені міркування зумовили використання непараметричних методів аналізу точності прогнозів.

Непараметричні методи аналізу точності прогнозів.

Непараметричні методи не залежать від вигляду розподілу, тож не потребують припущення щодо нормальності розподілів. Це особливо корисно, коли йдеться про дані, які унеможливають використання числових шкал. Розглянемо два типи непараметричних критеріїв: критерій знаків та рангові критерії.

Критерій знаків для порівняння точності двох послідовностей прогнозів базується на відсотку випадків, коли метод визначення прогнозу A кращий, ніж метод B . Таке порівняння здійснюють для індивідуальних прогнозів однакових подій (змінних). Якщо обидва методи дають однакову точність, імовірність відповіді «так» на запитання «чи прогноз A кращий за прогноз B » становить 0,5 для кожного з m випадків прогнозування. Число K випадків, коли прогноз A кращий, підпорядковано біноміальному розподілу ймовірностей

$$p(K = x) = C_m^x 0,5^x 0,5^{m-x}, \quad (9.20)$$

Отже, можна підрахувати імовірність того, що $K \geq x$. Якщо довжина послідовності прогнозів значна, для оцінювання ймовірностей можна використати нормальну апроксимацію біноміального розподілу.

Критерій знаків можна також використовувати для перевірки значущості описової статистики, відомої під назвою «відсоток кращих результатів», яка показує відсоток випадків, у яких один метод прогнозування кращий за інший і розраховується за формулою:

$$\eta = \frac{m}{m+n}, \quad (9.21)$$

де m — кількість прогнозів, підтверджених фактичними даними;

n — кількість прогнозів, не підтверджених фактичними даними.

Коли всі прогнози підтверджуються, $n = 0$ і $\eta = 1$; якщо всі прогнози не підтвердилися, то $m = 0$, а отже, і η дорівнюють 0.

Рангові критерії. У разі застосування цих критеріїв чисельна характеристика точності (абсолютна похибка, коли маємо один прогноз, або MSE , коли розглядають послідовність прогнозів) замінюється рангами, які потім перевіряють на значущість. Наприклад, якщо послідовності прогнозів показників A та B одержують за допомогою k методів, то спочатку обчислюють MSE , потім їхні значення ранжують від 1 (найменша MSE) до k (найбільша MSE) (відповідні ранги позначають через R_A , та R_B , для $i = 1, \dots, k$). Після знаходження різниць (d_i) між рангами обчислюють коефіцієнт рангової кореляції Спірмена:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (9.23)$$

За нульову гіпотезу приймають відсутність залежності між рангами, тобто жоден з методів не є гіршим за решту. Гіпотеза відкидається, якщо значення r_s досить велике.

Хоча непараметричні методи мають свої переваги, важливо усвідомлювати, що вони ігнорують частину доступної інформації. Так, критерії знаків та рангів не враховують числових значень похибок.

ЛЕКЦІЯ 10 «Побудова комбінованого прогнозу»

Анотація

Інтегровані критерії точності й адекватності. Поняття комбінованого прогнозу. Алгоритм об'єднання окремих прогнозів. Методи об'єднання прогнозів: дисперсійно-коваріаційний, регресійний.

10.1 Інтегровані критерії точності й адекватності.

Схема формування інтегрованих критеріїв точності й адекватності, а також загального критерію якості прогнозування полягає у тому, що формується склад окремих критеріїв, на підставі яких обчислюють інтегрований показник (скажімо, точність можна характеризувати лише коефіцієнтом детермінації, або дисперсією та середньою помилкою апроксимації, або всіма переліченими критеріями).

Попередньо для кожного окремого критерію розробляють процедуру його нормування. Нормований критерій одержують із вихідної статистики критерію таким чином, щоб виконувалися умови: нормований критерій дорівнює 100, якщо модель абсолютно точна (адекватна), нормований критерій дорівнює 0, якщо модель абсолютно неточна (неадекватна).

Узагальнений критерій якості моделі розраховують як зважену суму узагальненого критерію точності (його вага 0,75) і узагальненого критерію адекватності (його вага 0,25), тобто віддають перевагу точності. За характеристику точності обирають нормоване значення середньої відносної похибки апроксимації, а за критерій адекватності — нормоване значення критерію Дарбіна-Ватсона та характеристики нормального закону розподілу залишкової компоненти. Числове значення узагальненого критерія якості перебуває у діапазоні від 0 до 100 (мінімум відповідає абсолютно неправильній моделі, а максимум — моделі, що ідеально відображає розвиток показника). Досвід застосування цього показника свідчить про надійність моделей, оцінка якості яких не менша за 75.

Наведені вимірювання якості прогнозу виходять із незначного відхилення його від фактичних значень, але зрозуміло, що деякі змінні прогнозувати простіше, ніж інші. Так, вважається, що обсяг поточного рахунка платіжного балансу, який визначається як різниця двох великомасштабних показників — імпорту та експорту, — прогнозувати важче, ніж величини, які змінюються відносно повільно, наприклад тривалість життя, рівень безробіття. Отже, для визначення оптимального прогнозу необхідний системний критерій. Точніше оптимальний прогноз слід визначати з розгляду функції витрат користувача прогнозу, тобто з аналізу збитків через помилку прогнозу, а також із порівняння додаткового виграшу від зменшення помилки та витрат на вдосконалення прогнозу. Таким чином, оптимальним вважається найкращий прогноз, який можна одержати за наявних обставин.

Узагальнюючи огляд критеріїв визначення якісного прогнозу, можна зробити висновок, що потрібно користуватися системою критеріїв, які повинні враховувати:

- кількість зусиль, що витрачаються на побудову моделі і наявність готових комп'ютерних програм;
- швидкість, із якою метод уловлює істотні зміни у поведінці ряду, наприклад, раптовий зсув математичного сподівання або збільшення кута нахилу лінії тренду;
- існування серійної кореляції у помилках;
- незмінюваність первинних даних;
- повний обсяг роботи у деяких сферах діяльності – тисячі рядів щомісяця потребують оновлення, невеликі витрати і швидкість мають першорядне значення;
- терміновість прогнозування.

10.2. Поняття комбінованого прогнозу

Серед дослідників немає єдиної думки щодо існування найкращого методу прогнозування. Досвід застосування різноманітних підходів до прогнозування

доводить, що кожен метод призводить до різних результатів. Отже, як правило, виходить кілька відмінних прогнозів одного економічного показника. Постає питання: чи переважає якийсь метод решту, і чи можливо якимось чином скомбінувати прогнози, одержані різними методами, щоб побудувати узагальнений прогноз, який буде точніший за індивідуальні?

Можна сподіватися, що будь-який прогноз, відкинутий через його неоптимальність, майже завжди містить певну корисну незалежну інформацію. Така інформація може бути двосторонньою: по-перше, кожен прогноз ґрунтований на інформації, яка є спеціальною для цього підходу, і тому не враховується в інших методах; по-друге, кожен прогноз відтворює певну форму взаємозв'язків між змінними, що відрізняється від зв'язків, досліджуваних в інших моделях. Об'єднання незалежно одержаних прогнозів залучає обидва види додаткової інформації, і якщо припустити, що кожна з моделей описує лише один бік динаміки заданого процесу, то використання кількох моделей уможливить точніший і повніший опис і прогнозування динаміки. Не випадково сучасна теорія систем пропонує стратифікований підхід до опису складних систем. Така точка зору сприяла ідеї об'єднання прогнозів і формування на цій основі комбінованого, або об'єднаного прогнозу.

Об'єднання можна здійснювати як на підставі прогнозів, отриманих із різних джерел, наприклад, експертним шляхом і за допомогою моделей, так і із застосуванням, побудованими за допомогою статистичних моделей одного класу.

Спосіб об'єднання окремих прогнозів, як правило, полягає в тому, щоб представити комбінований прогноз у вигляді зваженої суми окремих прогнозів:

$$\hat{y}_t = \sum_{i=1}^M k_i \hat{y}_{it}, \quad (10.1)$$

де y_{it} — i -й окремий прогноз, одержаний для моменту часу t ;

M — кількість об'єднаних прогнозів;

k_i — вагові коефіцієнти окремих прогнозів. $0 \leq k_i \leq 1$.

Сума всіх вагових коефіцієнтів має давати одиницю, крім ваги мають перебувати в інтервалі $[0, 1]$. Очевидно, що головна проблема, яка при цьому виникає, — визначення ваг k_i , оскільки саме вони визначатимуть якість об'єднаного прогнозу. На практиці завжди прагнуть надати більшої ваги тому набору прогнозів, який містить менші за величиною середньоквадратичні похибки. Існує чимало способів визначення вагових коефіцієнтів, найвідомішими серед яких є два:

- дисперсійно-коваріаційний метод, що дає змогу зводити кілька незміщених прогнозів у лінійну комбінацію з найменшою дисперсією. Вагові коефіцієнти окремих прогнозів залежать від дисперсій та коваріацій похибок прогнозів;
- регресійний метод, який є узагальненням дисперсійно-коваріаційного на випадок зсуеності прогнозів.

Розглянемо метод, при якому вагові коефіцієнти визначаються з умови мінімуму дисперсії помилок узагальненого прогнозу (максимуму його точності), яка знаходиться як сума всіх елементів коваріаційної матриці помилок окремих прогнозів із відповідними вагами.

10.3. Алгоритм об'єднання прогнозів

Алгоритм об'єднання окремих прогнозів має такі кроки:

1. Обчислюються дисперсії помилок окремих прогнозів і будується коваріаційна матриця:

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum_{t=1}^n e_{jt}^2}{n}, \quad j = 1, \dots, M, \quad (10.2)$$

де e_j – помилки окремих прогнозів;

t – порядковий номер спостереження, $t = 1, \dots, n$;

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^n e_{it} e_{jt}}{n}.$$

2. Будуються матриця B і вектор C за формулами:

$$b_{ij} = b_{ji} = \sigma_M^2 + \sigma_{ij} - \sigma_{iM} - \sigma_{jM}; \quad (10.3)$$

$$c_j = \sigma_M^2 - \sigma_{jM}. \quad (10.4)$$

3. Через розв'язання системи лінійних рівнянь одержують $(M - 1)$ значення p_j , при цьому значеневий коефіцієнт p_M визначається як:

$$p_M = 1 - \sum_{j=1}^{M-1} p_j. \quad (10.5)$$

4. Перевіряється умова: $p_j > 0, j = 1, \dots, M$.

При цьому:

а) якщо умова не виконується, прогнози виключаються і перераховуються вагові коефіцієнти (із поверненням до п. 2);

б) якщо всі вагові коефіцієнти додатні, то розраховується значення узагальнюючого прогнозу F і коефіцієнт умовної ефективності u_{F_1}/u_F

$$F = \sum_{j=1}^M p_j F_j; \quad \frac{u_{F_1}}{u_F} = \frac{\sigma_F^2}{\sigma_1^2}, \quad (10.6)$$

де σ_F^2 – дисперсія помилок комплексного прогнозу;

σ_1^2 – дисперсія помилок найкращого окремого прогнозу.

5. Оскільки в більшості випадків точність прогнозів змінюється в часі, формули оцінки вагових коефіцієнтів модифікуються так, щоб пізнішим

помилкам надати більшого значення. Отже, шляхом зміни вагових коефіцієнтів у бік найкращого окремого прогнозу F_{jt} коригується узагальнений прогноз:

$$F_t = \sum_{j=1}^M p_{jt} F_{jt}, \quad (10.7)$$

де p_{jt} – вагові коефіцієнти окремих прогнозів у момент часу t ;

F_{jt} – окремий прогноз у момент часу t ;

F_t – узагальнений прогноз у момент часу t .

Для підвищення стабільності динаміки зміни ваги в алгоритмі її коригування можна використовувати схему експоненційного згладжування.

У цілому для проведення узагальнення необхідно мати не менше двох адекватних моделей, а для підвищення стійкості результатів кількість узагальнюваних окремих прогнозів не повинна перевищувати п'яти.

Спосіб комбінування прогнозів, одержаних за статистичними моделями одного класу, породжує низку питань. Наприклад, які прогнози можуть об'єднуватися, якою має бути кількість прогнозів та процедура об'єднання тощо. Об'єднання прогнозів пов'язано з такими ускладненнями, як корельованість прогнозів, одержаних за різними моделями, властивість похибок прогнозу змінюватися із часом, зміщення комбінованого прогнозу тощо. Кожне з названих ускладнень потребує застосування спеціального підходу. Поки не розроблено єдиних правил, суб'єктивні судження дослідника є складовою прийняття рішення стосовно того, як комбінувати прогнози.

10.4. Методи об'єднання прогнозів

Дисперсійно-коваріаційний метод. Об'єднання прогнозів розглянемо на прикладі побудови середньозваженого прогнозу двох окремих прогнозів, оскільки поширення одержаних результатів на більшу кількість окремих прогнозів здійснюється досить просто. У загальному випадку два незсунені прогнози можна скомбінувати для одержання нового прогнозу. Будемо виходити з мінімізації

дисперсії похибки прогнозу, тобто використовувати квадратичну функцію збитків.

Нехай маємо на період t два незсунені прогнози \hat{y}_{1t} і \hat{y}_{2t} , дисперсії яких σ_1^2 та σ_2^2 і коваріація σ_{12} . Новий незсунений прогноз \hat{y}_t будується за правилом

$$\hat{y}_t = k \hat{y}_{1t} + (1-k) \hat{y}_{2t} \quad (10.8)$$

Дисперсія похибки комбінованого прогнозу дорівнюватиме:

$$\sigma_y^2 = k^2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}) - 2k(\sigma_2^2 - \sigma_{12}) + \sigma_2^2 \quad (10.9)$$

Мінімізуючи цей вираз за k , одержимо, що

$$k = (\sigma_2^2 - \sigma_{12}) / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}) \quad (10.10)$$

Отже, ваги в оптимальній лінійній комбінації залежать від дисперсій та коваріацій похибок прогнозу, звідки й походить назва дисперсійно-коваріаційний метод.

Кореляція між похибками окремих прогнозів дорівнює $\rho = \sigma_{12} / \sigma_1 \sigma_2$, підстановка замість σ_{12} та k у (10.23) дає

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho^2)}{(\sigma_1 - \rho \sigma_2)^2 + \sigma_2^2 (1 - \rho^2)} \quad (10.11)$$

Звідси можна показати, що $(\sigma_1^2 - \sigma^2) \geq 0$ та $(\sigma_2^2 - \sigma^2) \geq 0$ і σ^2 менше або дорівнює мінімальному з σ_1^2 та σ_2^2 . Отже, комбінований прогноз принаймні не менш точний за кращий із двох прогнозів, які взято як компоненти.

Оптимальну величину k не можна одержати на початковій стадії синтезу прогнозу, оскільки вона змінюється мірою накопичування знань про відносну ефективність двох окремих прогнозів. Більше того, на попередній стадії ще невідомі ані дисперсії похибок окремих прогнозів σ_j^2 , ані коефіцієнти кореляції між цими похибками. Їх треба оцінювати. Узагальнення цього методу до комбінування M прогнозів відбувається за формулою:

$$Z = \frac{V^{-1}I}{I^T V^{-1}I}, \quad (10.12)$$

де V — коваріаційна матриця похибок прогнозу розмірності $M \times M$;

I — M -мірний вектор-стовпчик, усі координати якого є одиницями.

Аналіз знайдених оптимальних ваг дає підстави для таких висновків:

✓ по-перше, очевидно, що інтуїтивна привабливість простого вибору найкращого (із найменшою дисперсією похибки) прогнозу та його використання здається сумнівною, оскільки в загальному випадку комбінований прогноз має меншу дисперсію похибки;

✓ по-друге, якщо σ_1^2 та σ_2^2 дорівнюють один одному, то у $Y_t = M + H_0 \bar{\epsilon}_t + H_1 \bar{\epsilon}_{t-1} + H_2 \bar{\epsilon}_{t-2} + \dots$, ваги також рівні, а комбінований прогноз є простим середнім значенням компонентів.

✓ по-третє, якщо коваріація похибок прогнозів додатна й більша за одну із дисперсій (наприклад, якщо $\sigma_2^2 - \sigma_{12}$ від'ємне), одна вага буде від'ємною, а інша перевищуватиме одиницю. Зауважимо, що від'ємність ваги не обов'язково свідчить про хибність прогнозу;

✓ по-четверте, коли дисперсія похибки прогнозу прямує до нуля, вага цього прогнозу прямує до одиниці. Отже, чим надійніший прогноз, тим більшу вагу він має.

Регресійний метод є узагальненням дисперсійно-коваріаційного методу. Його можна тлумачити як оцінювання параметрів регресійного рівняння виду

$$\hat{y}_t = \beta_0 + \beta_1 \hat{y}_{1t} + \beta_2 \hat{y}_{2t} + \dots + \beta_M \hat{y}_{Mt} + v_{1t}, \quad (10.13)$$

де збурення v має нульове середнє.

Новий комбінований прогноз є лінійною комбінацією M прогнозів. Коефіцієнти β_i , $i = 0, 2, \dots, M$ оцінюють за методом найменших квадратів. Якщо всі прогнози є незсуненими, то доданок β_0 можна опустити. У цьому разі значення коефіцієнтів збігатимуться із оцінками вектора Z із попереднього методу.