УДК 621.67: 621.51 КП № держреєстрації 0115U000679 Інв. №

### Міністерство освіти і наукиУкраїни Сумський державний університет (СумДУ) 40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2, тел./факс (0542) 33-41-08

ЗАТВЕРДЖУЮ Проректор з наукової роботи д-р фіз.-мат. наук, професор

\_\_\_\_А.М. Чорноус

2016.12.30

### З В І Т ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ "ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ДИНАМІКИ РОТОРА ТНА РРД З УРАХУВАННЯМ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПІДШИПНИКІВ І УЩІЛЬНЕНЬ"

(заключний)

Начальник науково-дослідної частини канд. фіз.-мат. наук, старш. наук. співроб.

Керівник НДР головний науковий співробітник д-р техн. наук, професор Д.І. Курбатов

В.А. Марцинковський

2016

Рукопис закінчений 22 грудня 2016 р. Результати роботи розглянуті науковою радою університету, протокол від 23.12.2016 р. № 4

## СПИСОК АВТОРІВ

Керівник НДР	В.А. Марцинковський		
Головний науковий співробітник			
засл. діяч науки і техніки України			
докт. техн. наук, професор	2016.12.22	(розд. 1,2,4, висновки)	
Відповідальний виконавець		А.В. Загорулько	
Зав. проблемною лабораторією			
«Гермомеханіки і вібродіагностики	I»		
канд. техн. наук, доцент	2016.12.22	(розд. 3,5,6, висновки)	
Старший науковий співробітник		Є.М. Савченко	
канд. техн. наук, доцент	2016.12.22	(розд. 3,5, висновки)	
Молодший науковий співробітник		С.М. Гудков	
канд. техн. наук	2016.12.22	(розд. 1,4, висновки)	
Молодший науковий співробітник		С.О. Міщенко	
	2016.12.22	(розд. 2)	
Молодший науковий співробітник		А.В. Дейнека	
	2016.12.22	(розд. 1,2)	
Лаборант		I.O. Масалітін	
	2016.12.22	(розд. б)	
Лаборант		О.М. Дем'яненко	
	2016.12.22	(розд. 3)	
Лаборант		С.А. Терновський	
	2016.12.22	(розд. 5)	

Лаборант		В.О. Манжаров
	2016.12.22	(розд. 6)
Лаборант		I.О. Кісєльов
	2016.12.22	(розд. 2)

Звіт про НДР: 182 с., 69 рис., 21 табл., 48 джерел.

Об'єкт дослідження: динаміка системи ротор-підшипники-ущільненнякорпус турбонасосного агрегату (ТНА) рідинного ракетного двигуна (РРД).

Предмет дослідження – числові (розрахункові) та аналітичні моделі гідродинамічних процесів в ущільненнях, підшипниках та автоматах врівноваження осьових сил, визначення причин динамічної нестійкості ротора в безконтактних ущільненнях і підшипниках з урахуванням силових і температурних деформацій корпуса і вала.

Методи дослідження – обчислювальний експеримент за допомогою методів скінченних елементів і об'ємів, методи оптимізації газодинамічних та вібраційних характеристик, екпериментальні методи досліджень динамічних характеристик ротора з урахуванням підшипників і ущільнень.

При створенні турбонасосних агрегатів з високооборотними роторами залишається потреба у створені методик і їх програмних реалізацій, необхідних для виконання цілого ряду розрахункових і проектно-експериментальних робіт, таких як: розрахункове визначення критичних частот обертання ротора в залежності від жорсткості опор, демпфірування в опорах, впливу ущільнень ротора; розрахункове дослідження динамічних характеристик ротора при роботі на стаціонарних режимах; розрахункове дослідження нестаціонарних коливань ротора при запуску і виключенні двигуна; проектування ротора з використанням конструктивних заходів по забезпеченню стабільності динамічних характеристик; використання при необхідності пружно-демпферних опор з високою демпфуючою здатністю та експериментальне визначення їх динамічних характеристик.

В даній роботі вирішуються наступні задачі: розглядається модель однодискового ротора зі шпаринними ущільненнями і розвантажувальним пристроєм, що використовується одночасно в якості комбінованого опорноущільнювального вузла. Визначаються вимушені спільні радіальні, кутові і осьові коливання ротора з урахуванням лінеаризованих інерційних, демпфіруючих, гіроскопічних, позиційних, і циркуляційних сил і моментів, що діють на робоче колесо з боку потоку рідини в шпаринних ущільненнях. Виконано розрахунок статичних і динамічних характеристик торцевих імпульсних ущільнень та проведені випробування торцевого запірного імпульсного ущільнення. Виконано числовий розрахунок гідродинамічних характеристик лабіринтного та лункового ущільнення.

Методики ротородинамічних характеристик розрахунку можуть компресорного використовуватися на підприємствах насосного 1 машинобудування при розробці нових та модернізації існуючих конструкцій використовуються нафтогазовидобувній відцентрових машин, ЩО V промисловості, тепловій і атомній енергетиці, ракетно-космічній техніці для підвищення їх надійності, економічності та екологічної безпеки.

КОЛИВАННЯ - РАДІАЛЬНІ, КУТОВІ, ОСЬОВІ; РОТОР, РОБОЧЕ КОЛЕСО, ПАРЦІАЛЬНІ СИСТЕМИ, САМОЦЕНТРУВАННЯ, УЩІЛЬНЕННЯ.

# **3MICT**

Вступ	8
1 Визначення власних частот радіальних коливань ротора	
високонапірного високообертового насоса	11
1.1 Вступ	11
1.2 Основні рівняння	12
1.3 Визначення власних частот ротора за допомогою МСЕ	16
1.4 Результати розрахунку	17
1.5 Висновки	20
2 Тривимірні коливання ротора відцентрового насоса з	
розвантажувальним пристроєм	21
2.1 Вступ	21
2.2 Постановка задачі	22
2.3 Виведення рівнянь динаміки системи	25
2.4 Рівняння спільних радіальних, кутових і осьових	
коливань	32
2.5 Чисельний приклад	37
2.6 Висновки	41
3 Аналіз динаміки валопроводу ТНА	43
3.1 Визначення критичних частот обертання валопровода ТНА	43
3.1.1 Вступні зауваження	43
3.1.2 Визначення жорсткостей підшипників ТНА за допомогою	
програмного комплексу ANSYS Workbench	44
3.1.3 Розрахункові скінченно-елементні моделі роторів і валопровода	
THA	51
3.1.4 Результати розрахунку критичних частот і форм роторів і	
валопровода ТНА при використанні комп'ютерної програми	

"Critical frequencies of the rotor"	60
3.1.5 Розрахункові схеми роторів і валопровода ТНА при	
використанні програмного комплексу ANSYS Workbench	77
3.1.6 Результати розрахунку критичних частот і форм при	
використанні програмного комплексу ANSYS Workbench	79
3.1.7 Основні висновки	84
4 Розрахунок статичних і динамічних характеристик торцевих	
імпульсних ущільнень	85
4.1 Вступ	85
4.1.1 Конструкція і принцип роботи ущільнення	85
4.1.2 Розрахункова модель ущільнення	91
4.2 Статичний розрахунок	95
4.2.1 Обчислення осередненого тиску в камерах	95
4.2.1.1 Рівняння балансу витрат на періодах стиснення і розширення	95
4.2.1.2 Розв'язання рівнянь. Обчислення осереднених тисків	100
4.2.1.3 Числовий приклад. Можливі спрощення	105
4.2.2 Регулюючий вплив і гідростатична жорсткість	109
4.2.2.1 Рівняння осьової рівноваги кільця	109
4.2.2.2 Герметичність на стоянці	111
4.2.2.3 Гідростатична жорсткість і стійкість рівноваги	112
4.2.3 Статичні і витратні характеристики	114
4.2.4 Порядок статичного розрахунку і чисельний приклад	119
4.3 Динаміка ущільнення	128
4.3.1 Постановка завдання	128
4.3.2 Рівняння балансу витрат в динаміці і його лінеаризація	129
4.3.3 Рівняння автоматичного регулятора	134
4.3.4 Осьові коливання аксіально рухомого кільця	135
4.3.5 Рівняння динаміки системи кільце-регулятор	137

4.3.6 Вимушені осьові коливання кільця і стійкість	139
4.3.7 Приклад динамічного розрахунку	143
4.4 Висновки	147
5 Розрахунок та випробування торцевого запірного імпульсного	
ущільнення	149
5.1 Вступ	149
5.2 Описання конструкції і методики спрощеного розрахунку запірного	
імпульсного ущільнення	151
5.3 Експериментальна установка та результати випробувань	159
5.4 Висновки	170
6 Чисельний розрахунок лункового ущільнення	171
6.1 Приклад розрахунку	171
6.2 Висновок	176
Висновки	177
Перелік посилань	178

#### ВСТУП

В РРД подача компонентів палива - окислювача і пального - здійснюється насосами, які приводяться в обертання газовою турбіною. В сукупності насоси з турбіною утворюють єдиний енергетичний вузол - турбонасосний агрегат, який є найбільш відповідальним і напруженим агрегатом ракетного двигуна. За своїми характеристиками і, зокрема, по питомій потужності, тобто потужності, що приходиться на одиницю витрати, дані агрегати серед енергетичних машин найбільш потужні. Так ТНА РРД для ракет-носіїв мають потужність до 200 000 кВт, причому власна маса ТНА дорівнює 1900 кг. Частота обертання вала складає 40 000 об/хв., а в окремих випадках може сягати до 200 000 об/хв.

Так як ротори ТНА мають високу частоту обертання, вони, як правило, закритичні - робоча частота обертання вище однієї або двох критичних частот обертання. При цьому виникають проблеми динаміки ротора, пов'язані із забезпеченням допустимих прогинів і навантажень в підшипниках і ущільненнях.

Тому при створенні турбонасосних агрегатів з високооборотними роторами залишається потреба у створені методик і їх програмних реалізацій, необхідних для виконання цілого ряду розрахункових і проектно-експериментальних робіт, таких як: розрахункове визначення критичних частот обертання ротора в залежності від жорсткості опор, демпфірування в опорах, впливу ущільнень ротора; розрахункове дослідження динамічних характеристик ротора при роботі на стаціонарних режимах; розрахункове дослідження нестаціонарних коливань ротора при запуску і виключенні двигуна; проектування ротора з використанням конструктивних заходів по забезпеченню стабільності динамічних характеристик; використання при необхідності пружно-демпферних опор з високою демпфуючою здатністю та експериментальне визначення їх динамічних характеристик. При розробці турбонасосних агрегатів рідинних ракетних двигунів виникає проблема оптимального проектування роторних машин, до яких залежно від призначення пред'являються різні вимоги. В якості критеріїв можуть бути: мінімізація ваги і габаритів, збільшення ресурсу і надійності, мінімізація рівня шуму і тиску між ротором і опорами. Задача оптимізації конструкції може бути більш складною у випадку багатокритеріального підходу. Врахувати вплив різних факторів і вирішити завдання оптимального проектування роторних систем на основі застосування аналітичних методів практично неможливо. Прийнятний вихід бачиться у використанні чисельних методів, систем автоматизованого проектування та спеціального програмного забезпечення з вбудованими графічними редакторами.

Нині застосування САПР для виконання ескізних проектів знаходиться на початковій фазі становлення. Абсолютно протилежна ситуація спостерігається в питаннях застосування CAD/CAE систем для проведення перевірочних розрахунків, аналізу інтегральних і динамічних характеристик, пошуку оптимальних технічних рішень, розробки складальних і робочих креслень об'єктів.

Необхідно розглядати комплексну задачу динаміки роторних систем з урахуванням цілого ряду факторів, у тому числі що мають нелінійний характер, таких як: гідродинамічні радіальні і неврівноважені окружні сили, динамічний дисбаланс, гіроскопічні явища, геометричні відхилення вала і підшипників, теплофізичні явища, пружні і термічні деформації.

Таким чином, **метою** даної роботи є створення нових конструкцій ущільненьопор та методики числового аналізу динамічних характеристик ротора турбонасосного агрегату для покращення вібронадійності та енергоефективності рідинних ракетних двигунів.

Для досягнення даної мети в роботі вирішуються наступні задачі:

- розрахунок вимушених спільних радіальних, кутових і осьових коливань ротора з урахуванням лінеаризованих інерційних, демпфіруючих, гіроскопічних, позиційних, і циркуляційних сил і моментів, що діють на робоче колесо з боку потоку рідини в шпаринних ущільненнях для моделі однодискового ротора зі шпаринними ущільненнями і розвантажувальним пристроєм, що використовується одночасно в якості комбінованого опорноущільнювального вузла.

- розробка розрахункових моделей валопровода турбонасосного агрегату рідинного ракетного двигуна, а також роторів турбонасоса окислювача і насоса пального з урахуванням жорсткості підшипникових опор. Дослідження вільних коливань роторних систем в заданих опорах. Розробка методики визначення жорсткостей опор, яка заснована на використанні моделей контактної взаємодії поверхонь деталей. Визначення критичних частот і відповідних їм форм коливань роторних систем. Дослідження особливостей критичних частот парціальних роторних систем і валопроводу в цілому.

- розрахунок статичних і динамічних характеристик торцевих імпульсних ущільнень.

 розробка конструкції і методики спрощеного розрахунку запірного торцевого імпульсного ущільнення, експериментальна перевірка працездатності ущільнювального вузла.

- дослідження гідродинамічних характеристик лабіринтного та лункового ущільнень за допомогою параметричного аналізу стандартних конструкцій з застосуванням методів обчислювальної гідродинаміки та планування експерименту.

# 1 ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ РАДІАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ РОТОРА ВИСОКОНАПІРНОГО ВИСОКООБЕРТОВОГО НАСОСА 1.1 Вступ

Технічний рівень сучасних відцентрових машин на високі параметри багато в чому оцінюється їх вібраційним станом. Вібраційний стан будь-якої роторної машини, в тому числі відцентрової, визначається, перш за все, динамікою ротора. Вибір конструкції ротора, резонансні частоти якої достатньо віддалені від робочої частоти, вимагає обчислення його власних і критичних частот [1,2].

Шпаринні ущільнення проточної частини високонапірноговисокообертового насоса істотно впливають на динамічні характеристики ротора і на вібростан машини в цілому. Таким чином, задача обчислення власних частот ротора високонапірноговисокообертового насоса в шпаринних ущільненнях має важливе практичне значення [3]. Визначення власних частот залежить від достовірних математичних розрахункових моделей роторів, розробка яких, зазвичай, проходить в постійному порівнянні з експериментальними даними і встановленні коефіцієнтів і структури розрахункових схем [3, 4].

В якості об'єкта дослідження взято роторнасоса горючого турбонасосного агрегату (ТНА), по динаміці якого відсутні експериментальні дані.Для дослідження власних частот радіальних коливань ротора розглянуто одно-, двохабо трьохмасовадинамічна моделі ротора. Найбільш загальним і зручним методом для вирішення цієї задачі є метод скінченних елементів (МСЕ), який дозволяє досить достовірно оцінити можливий діапазон розташування спектра критичних частот і запас відхилення від резонансних режимів робочих частот обертання, а також дозволить вибрати оптимальну модель для подальших розрахунків динаміки ротора даного насосу.

#### 1.2 Основні рівняння

Власними частотами консервативних дискретних систем називаються частоти їх вільних коливань за відсутності зовнішніх сил. Рівняння вільних коливань консервативної системи із *n* степенями вільності у зворотній формі мають вигляд

$$x_i = -\sum_{j=1}^n \delta_{ij} m_j \ddot{x}_j , \qquad (1.1)$$

де  $\delta_{ij}$  – коефіцієнти податливості;  $m_j$  – узагальнена маса;  $\ddot{x}_j$  – узагальнена координата.

Розглянемо одномасову модель ротора насоса горючого (рис. 1.1), для якої рівняння вільних коливань має вигляд:

$$x + \delta_{ll} m_l \ddot{x} = 0. \tag{1.2}$$



Рисунок 1.1 - Одномасова модель ротора насоса горючого THA: *а)* 3D модель; *б*) розрахункова модель

Коефіцієнти податливості рівняння 2 визначаються за допомогою методуМора-Верещагіна [4], для цього необхідно побудувати епюру згинальних моментів (рис. 1, б) від дії заданого зовнішнього навантаження. Тоді отримаємо

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI_1} \left( \frac{a+b}{6} \right) 2 \frac{a^2 b^2}{(a+b)^2},$$

де *Е*-модуль пружності валу; *I*<sub>1</sub>-момент інерції.

Власна частота вільних коливань одномасової моделі ротора визначається формулою:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{m_1 \delta_{11}}},\tag{1.3}$$

де *т*- повна маса ротора.

Двохмасова модель ротора зображена на рисунку1.2. Коливання такої моделі описуються наступними рівняннями [5]

$$\begin{cases} x_1 + \delta_{11} m_1 \ddot{x}_1 + \delta_{12} m_2 \ddot{x}_2 = 0\\ x_2 + \delta_{21} m_1 \ddot{x}_1 + \delta_{22} m_2 \ddot{x}_2 = 0 \end{cases}$$
(1.4)

де коефіцієнти піддатливості, згідно метода Мора-Верещагіна обчислюються за формулами

$$\delta_{II} = \frac{1}{EI_I} \left( \frac{a+b}{6} \right) 2 \frac{a^2 b^2}{(a+b)^2},$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = -\frac{1}{EI_1} \left( \frac{a}{6} 2 \frac{a^2 bc}{(a+b)^2} + \frac{b}{6} \left( 2 \frac{a^2 bc}{(a+b)^2} + \frac{abc}{a+b} \right) \right),$$
  
$$\delta_{22} = \frac{1}{EI_1} \left( \frac{a+b}{6} \right) 2c^2 + \frac{1}{EI_2} \left( \frac{c}{6} \right) 2c^2 = \frac{1}{EI_1} \frac{(a+b)c^2}{3} + \frac{c^3}{3EI_2}.$$



a)  $m_l$  $m_2$ TIT a b С ab a+b $En.M_1$  $En.M_2$ ac CI a+b1 б)

Рисунок 1.2 - Двохмасова модель ротора насоса горючого THA: *а*) 3D модель; *б*)розрахункова модель

Позначивши  $z = \frac{1}{\omega^2}$ , частотне рівняння, що відповідає системі рівнянь 1.4 буде мати наступний вигляд:

$$\begin{vmatrix} \delta_{11}m_1 - z & \delta_{12}m_2 \\ \delta_{21}m_1 & \delta_{22}m_2 - z \end{vmatrix} = 0$$

Останнє рівняння зводиться до рівняння другого порядку відносно z:

$$z^{2} - (\delta_{11}m_{1} + \delta_{22}m_{2})z + m_{1}m_{2}(\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^{2}) = 0.$$

Корні цього рівняння обчислюються за формулами:

$$z_{1,2} = 0.5 \Big( \delta_{11} m_1 + \delta_{22} m_2 \pm \sqrt{(\delta_{11} m_1 + \delta_{22} m_2)^2 - 4m_1 m_2 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} \Big).$$

Тоді власні частоти вільних коливань двохмасової моделі ротора дорівнюють:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{z_1}}, \ \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{z_2}}. \tag{1.5}$$

#### 1.3 Визначення власних частот ротора за допомогою МСЕ

Для розрахунку частот поперечних коливань роторів і валопроводів за допомогою МСЕ використовується балочний скінченний елемент з двома ступенями вільності у вузлі (переміщення і кут повороту). Всі вихідні дані задаються в (H, m). Для розрахунку валопровід розбивається на ділянки постійної жорсткості так, що пружні опори роторів, зосереджені маси, моменти інерції розташовані на правій межі ділянок. Визначення власних частот виконується методом половинного ділення. Номер частоти відповідає числу негативних елементів в матриці динамічної жорсткості при  $LDL^T$  розкладанні. Під час пропуску будь-якої частоти необхідно зменшувати крок визначення частоти[6].

Для розрахунку впливу шпаринних ущільнень на власні частоти ротора спочатку необхідно визначити коефіцієнт гідростатичної жорсткості ущільнення. Під час розрахунку гідростатичної жорсткості шпаринного ущільнення режим течії рідини у каналах відповідає автомодельній області турбулентної течії. Коефіцієнт гідростатичної жорсткості шпаринного ущільнення [1]:

$$k_p = \Delta p_0 \frac{\pi r l}{2H}$$

де  $\Delta p_0$  – перепад тиску, що дроселюється на ущільненні; l – довжина каналу; r – радіус валу; H – середній зазор в кільцевому каналі.

### 1.4 Результати розрахунку

Параметри ротора: a=0,17 м, b=0,06 м, c=0,05 м,  $m_1=12,7$  кг,  $m_1=1,25$  кг,  $E=2,1\cdot 10^{11}$  Па,  $I_1=42,7\cdot 10^{-8}$  м<sup>4</sup>,  $I_2=31,6\cdot 10^{-8}$  м<sup>4</sup>,  $k_p=2,85\cdot 10^8$  (Н/м).

Результати розрахунку власних частот зведені до таблиць 1.1 та 1.2. В табл. 1.1 власні частоти визначені за формулами (1.3,1.5), а в табл. 1.2 власні частоти радіальних коливань ротора визначені за допомогою МСЕ із урахуванням і без урахування шпаринних ущільнень.

Модель	Власні частоти, рад/с			
	$\omega_1$	$\omega_2$		
Одномасова	6670	-		
Двохмасова	6340	19180		

Таблиця 1.1 – Результати розрахунку власних частот

Таблиця 1.2 – Результати розрахунку власних частот МСЕ

Модель	Власні частоти без			Власні частоти з		
	урахування шпаринних			урахуванням шпаринних		
	ущільнень, <i>рад/с</i>			ущільнень, <i>рад/с</i>		
	$\omega_1$	$\omega_2$	ω <sub>3</sub>	$\omega_1$	$\omega_2$	ω <sub>3</sub>
Одномасова	6483	22556	73412	9139	22663	72948
Двохмасова	6213	22081	29583	8755	22135	29554
Трьохмасова	5912	21269	28471	8280	21444	28449

За допомогою МСЕ були отриманні форми коливань, які представлені на рисунках 1.3–1.5. Аналіз результатів розрахунку показує, що урахування шпаринних ущільнень мало впливає на форму коливань ротора.



Рисунок 1.4 - Форми коливань двохмасовой моделі ротора:

а) без урахування шпаринних ущільнень;

б) з урахуванням шпаринних ущільнень



Рисунок1.5 - Форми коливань трьохмасовой моделі ротора: *a*) без урахування шпаринних ущільнень; *б*) з урахуванням шпаринних ущільнень

#### 1.5 Висновки

За результатами дослідження власних частот радіальних коливань різних розрахункових моделей ротора високонапірноговисокообертовогонасосабуло встановлено, що величина першої власної частоти несуттєво залежить від вибору одно-, двох- або трьохмасової моделі, відмінність в результатах не перевищує 5%. Дані цих результатів підтверджуються і після проведення досліджень за допомогою методу скінченних елементів, що забезпечує адекватність вибору одномасової моделі під час проведенняподальших розрахунків динаміки конкретного насосу.

Аналіз результатів досліджень отриманих з врахування жорсткості шпаринних ущільнень показує суттєве зростання величини критичних частот для всіх обраних моделей. Як видно з представлених результатів в таблиці 1.2 критична частота з врахування шпаринних ущільнень збільшується приблизно на 40 %.

# 2 ТРИВИМІРНІ КОЛИВАННЯ РОТОРА ВІДЦЕНТРОВОГО НАСОСА З РОЗВАНТАЖУВАЛЬНИМ ПРИСТРОЄМ

2.1 Вступ

У роторних машинах основним вузлом, що визначає показники надійності, є ротор. Його неминучі статична і динамічна неврівноваженості викликають вимушені коливання, які зумовлюють вібраційний стан, а значить, і технічний рівень всієї машини.

До найбільш багаточисельних роторних машин відносяться відцентрові насоси. Їх особливістю є те, що ротор насоса обертається в шпаринних ущільненнях, а осьові сили, що діють на ротор, сприймаються найчастіше автоматичним врівноважуючим пристроєм - автоматом розвантаження. У свою чергу автомат розвантаження містить комбінацію кільцевих і торцевих дроселів. Таким чином, ротор виявляється ізольованим від корпусу тонкими шарами рідини, що протікає через дроселі шпаринних ущільнень і автомата розвантаження: ротор як би підвішений на гідравлічних пружинах.

У високонапірних насосах на шпаринних ущільненнях і автоматах розвантаження дроселюються великі, ЛО 10-20 МΠа перепади тиску. Ексцентриситети і перекоси валу в ущільненнях, його власне і прецесійне обертання, радіальні, кутові і осьові коливання призводять до нерівномірного розподілу тиску в потоці. В результаті виникають порівняно великі сили і моменти, які діють на ротор з боку потоку [7,8]. Саме вони найбільше впливають на вібраційний стан ротора і всього насосного агрегату. Тому завдання прогнозування динаміки ротора в шпаринних ущільненнях з автоматом розвантаження має велике практичне значення, особливо для високооборотних, високонапірних відцентрових насосів.

#### 2.2 Постановка задачі

Розглядається конструкція одноступінчатого консольного відцентрового насоса [9], ротор якого досить добре представляє однодискова модель (рис. 2.1). Робоче колесо 2 пов'язано з гнучким привідним валом 3 сферичним шліцьовим з'єднанням 4. Переднє 5 і елемент 8 заднього шпаринних ущільнень виконують роль радіальних гідростатичних підшипників, а система авторозвантаження у вигляді кільцевого 6 і торцевого 10 дроселів разом з камерою 9 - роль саморегульованого радіально-упорного гідростатичного підшипника. Радіальні лопатки 7 в корпусі 1 гальмують окружний потік в задній пазусі, при цьому в ній підвищується статичний тиск, який дроселюється на задньому ущільненні, підвищуючи несучу здатність радіальної опори 8.

Подібно системам автоматичного врівноваження осьових сил, що діють на ротор багатоступінчастого відцентрового насоса [10-12], кільцевий дросель *6*, камера *9* зі змінним тиском і змінний торцевий дросель *10* утворюють автоматичний регулятор осьового положення ротора.



Рисунок 2.1 - Геометрія робочого колеса з розвантажувальним пристроєм

Робоче колесо пов'язано з гнучким привідним валом (торсионом) 6 сферичним шліцьовим з'єднанням 7. Діаметр валу вибирається лише з умови міцності під дією передаваного від двигуна крутного моменту. На цій підставі конструкція отримала назву безвальний насос. Оскільки вал гнучкий, робоче колесо має свободу радіальних, кутових і осьових переміщень. Під дією гідродинамічних сил і моментів, що виникають у шпаринних ущільненнях, а також гіроскопічного моменту самого колеса, в процесі роботи насоса колесо самоцентрується, займає найбільш стійке по відношенню до зовнішніх збурень становище.

Статичний розрахунок осьового положення робочого колеса з автоматичним врівноважуючим пристроєм запропонований в роботах [3,13]. У роботах [14,15] досліджені незалежні радіальні і осьові коливання ротора, а в роботах [3,16-18] зв'язані радіально-осьові і радіально кутові коливання. Тут розглядаються спільні радіальні, кутові і осьові вимушені коливання однодискового ротора з урахуванням впливу динамічних властивостей шпаринних ущільнень і автоматичного, врівноважуючого осьові сили, пристрою.

Динаміка досліджуваної однодискової моделі ротора описується п'ятьма узагальненими координатами x, y, z,  $\mathcal{G}_x \mathcal{G}_y$ . Ще половину ступеня свободи додає автомат розвантаження за рахунок умови балансу витрат через його дроселюючі канали. Оскільки гідродинамічні сили в шпаринних ущільненнях залежать від всіх узагальнених координат, вимушені просторові коливання розглянутого однодискового ротора з авторозвантаженням описуються зв'язаною системою неоднорідних диференціальних рівнянь 11-го порядку. При виведенні цих рівнянь використані лінеаризовані вирази гідродинамічних сил і моментів в шпаринних ущільненнях, наведені в монографіях [3,13].



Рисунок 2.2 - Розрахункова модель однодискового ротора

#### 2.3 Виведення рівнянь динаміки системи

Виведення рівнянь спільних радіальних, кутових і осьових коливань грунтується на виразі осьової сили тиску  $p_2$ , що залежить від торцевого зазору, і рівнянь радіально-кутових коливань диска. Безрозмірна осьова сила тиску (регулюючий вплив автомата розвантаження):

$$\psi_{2} = \frac{p_{2}}{p_{n}} = -\kappa_{s} \frac{M_{2}(p)}{D_{2}(p)} u_{z} + \frac{1}{D_{2}(p)} (k_{1}\psi_{1} + k_{2}\psi_{e} + k_{3}\varepsilon), \qquad (2.1)$$

де власний оператор регулятора і оператор впливу за помилкою, постійні часу і коефіцієнти передачі виражаються формулами:

$$D_{2}(p) = T_{2}p + I, M_{2}(p) = \tau_{2}p + I; T_{2} = \frac{2Vp_{n}}{EQ^{0}} \frac{\Delta\psi_{2}^{0}\Delta\psi_{c}^{0}}{\Delta\psi_{s}^{0}}, \tau_{2} = \frac{2A_{2}z^{0}}{3Q^{0}}, (2.2)$$

$$\kappa_{s} = \frac{3\Delta\psi_{2}^{0}\Delta\psi_{c}^{0}}{u^{0}\Delta\psi_{s}^{0}}, k_{1} = \frac{\Delta\psi_{c}^{0}}{\Delta\psi_{s}^{0}}, k_{2} = \frac{\Delta\psi_{2}^{0}}{\Delta\psi_{s}^{0}}, k_{3} = 2\varepsilon_{c} \frac{\Delta\psi_{2}^{0}\Delta\psi_{c}^{0}}{\Delta\psi_{s}^{0}}.$$

Верхнім нульовим індексом позначені величини, відповідні сталому рівноважного стану ротора.

Рівняння вимушених осьових коливань в операторної формі, лінеаризоване відносно тиску *p*<sub>2</sub>, має вигляд [5]:

$$D_{zz}(p)u_z + d_{zr}|\vec{u}_r| = -\overline{A}_I N_I(p)\psi_I - \overline{A}_e N_e(p)\psi_e.$$
(2.3)

У цьому рівнянні власний оператор і оператори впливів виражаються равенствами:

$$D_{zz}(p) = c_0 p^3 + c_1 p^2 + c_2 p + c_3,$$

$$c_{0} = T_{1}^{2}T_{2}, c_{1} = T_{1}^{2} + 2\zeta T_{1}T_{2}, c_{2} = 2\zeta T_{1} + \kappa_{s}\overline{A}_{2}\tau_{2}, c_{3} = \kappa_{s}\overline{A}_{2},$$

$$N_{1}(p) = T_{2}p + 1 - k_{1}A_{2}/A_{1}, N_{e}(p) = T_{2}p + 1 - k_{2}A_{2}/A_{e}.$$

$$\psi_{1} = \frac{p_{1}}{p_{n}}, \psi_{2} = \frac{p_{2}}{p_{n}}, \psi_{e} = \frac{p_{e}}{p_{n}}, \Delta\psi_{s} = \frac{p_{1} - p_{e}}{p_{n}}, \Delta\psi_{2} = \frac{p_{1} - p_{2}}{p_{n}}, \Delta\psi_{c} = \frac{p_{2} - p_{e}}{p_{n}};$$

$$u_{z} = \frac{z}{H_{3}}, u_{r} = \frac{r}{H_{3}}, \varepsilon = \frac{r}{H_{2}} = u_{r}\overline{H}, \overline{H} = \frac{H_{3}}{H_{2}}; p = \frac{d}{dt}.$$

Додаткові позначення, що входять у наведені рівняння, наведені в роботах [3,16].

Рівняння радіально-кутових коливань в шпаринних ущільненнях (рівності (6.55) з [3]):

$$a_{1}\ddot{u}_{r} + a_{2}\dot{u}_{r} + a_{3}u_{r} - i(a'_{4}\dot{u}_{r} + a'_{5}u_{r})\omega - (\alpha'_{2}\dot{\theta} + \alpha'_{3}\theta)\omega - -i(\alpha_{4}\dot{\theta} + \alpha_{5}\theta - \alpha_{0}\theta) = \omega^{2}Ae^{i\omega t},$$

$$b_{1}\ddot{\theta} + b_{2}\dot{\theta} + b_{3}\theta - i(b'_{4}\dot{\theta} + b'_{5}\theta)\omega + (\beta'_{2}\dot{u}_{r} - \beta'_{3}u_{r})\omega - -i(\beta_{4}\dot{u}_{r} + \beta_{5}u_{r} + \beta_{0}u_{r}) = \omega^{2}\Gamma e^{i\omega t}.$$

$$(2.4)$$

Тут сумарні коефіцієнти для переднього і заднього шпаринних ущільнень

$$a_{1} = 1 + a_{11} + a_{12}, \ a_{2} = a_{21} + a_{22}, \ a_{3} = \Omega_{u0}^{2} + a_{31} + a_{32},$$

$$a_{4} = a_{4}'\omega, \ a_{4}' = a_{41}' + a_{42}', \ a_{5} = a_{5}'\omega, \ a_{5}' = a_{51}' + a_{52}',$$

$$b_{1} = 1 + b_{11} + b_{12}, \ b_{2} = b_{21} + b_{22}, \ b_{3} = \Omega_{g0}^{2} + b_{31} + b_{32},$$

$$b_{4} = b_{4}'\omega, \ b_{4}' = j_{0} + b_{41}' + b_{42}', \ b_{5} = b_{5}'\omega, \ b_{5}' = b_{51}' + b_{52}',$$

$$a_{2}' = a_{21}' + a_{22}', \ a_{3}' = a_{31}' + a_{32}', \ a_{4} = a_{41} + a_{42}, \ a_{5} = a_{51} + a_{52}',$$

$$\beta_{2}' = \beta_{21}' + \beta_{22}', \ \beta_{3}' = \beta_{31}' + \beta_{32}', \ \beta_{4} = \beta_{41} + \beta_{42}, \ \beta_{5} = \beta_{51} + \beta_{52}'.$$
(2.5)

$$\theta = \frac{\Re_2}{2H_2}, \ \alpha_{0i} = \frac{2k_{12}}{ml_i}, \ \beta_{0i} = \frac{k_{12}l_i}{2I}, \ A = \frac{a}{H_2}, \ \Gamma = (I - j_0)\frac{\chi_2}{2H_2}, \ (2.7)$$

 $\Omega_{u0}^2 = k_{11}/m$ ,  $\Omega_{30}^2 = k_{22}/I$  - квадрати власних частот радіальних і кутових коливань ротора без ущільнень,  $k_{11}$ ,  $k_{22}$  - коефіцієнти радіальної і кутовий жорсткості валу,  $k_{12}$  - перехресний коефіцієнт згинальної жорсткості валу. Для розглянутої моделі безвального насоса  $k_{11} = k_{22} = k_{12} = 0$ . Добуток  $\omega \cdot j_0 = \omega I_0/I$  характеризує гіроскопічний момент диска;  $a_{i1}$ ,  $a_{i2}$  (i = (1;5)) – коефіцієнти радіальних гідродинамічних сил, відносяться відповідно до переднього і заднього шпаринних ущільнень,  $b_{i1}$ ,  $b_{i2}$  (i = (1;5)) – коефіцієнти гідродинамічних моментів,  $\alpha_{i1}$ ,  $\alpha_{i2}$ ,  $\beta_{i1}$ ,  $\beta_{i2}$  (i = (2;5)) – перехресні коефіцієнти, що зв'язують радіальні та кутові коливання. А,  $\Gamma$  - безрозмірні статична і динамічна неврівноваженості ротора:  $a = a_x + ia_y$  - ексцентриситет центру мас диска щодо центру валу,  $\gamma = \gamma_x + i\gamma_y$  відхилення головних центральних осей інерції диска від головних осей жорсткості валу.

Коефіцієнти сил для переднього (i = 1) і заднього (i = 2) ущільнень

$$a_{1i} = k_{gi}, \ a_{2i} = k_{di} + k_{gi} K_{ii} \theta_{\oplus},$$
  
$$a_{3i} = k_{pi} (\theta_{\oplus} + \chi_{mi}), \ a'_{4i} = 0.5 k_{gi} \kappa_{1i}, \ a'_{5i} = 0.5 k_{di} \kappa_{1i},$$
  
(2.8)

$$b_{1i} = 0,5a_{1i}(j_{i} + j_{c}), \ b_{2i} = 0,5a_{2i}j_{c} + k_{di}j_{i}, \ b_{4i}' = 0,5a_{4i}'(j_{i} + j_{c}),$$

$$b'_{5i} = 0,5a'_{5i}(j_{i} + j_{c}), \ b_{3i} = 0,5a_{3i}(j_{c} - j_{i} \cdot b_{3i^{*}}), \ b_{3i^{*}} = \frac{10\chi_{mi}}{\theta_{\oplus} + \chi_{mi}},$$

$$a'_{2i} = \frac{1}{15}k_{gi}\kappa_{Ii}\theta_{\oplus}, \ a'_{3i} = \frac{1}{5}k_{di}\kappa_{Ii}\theta_{\oplus}, \ a_{4i} = \frac{2}{5}k_{di}\theta_{\oplus}, \ a_{5i} = k_{pi}(1 + 2\Delta\chi),$$

$$\beta'_{2i} = 7,5a'_{2i}j_{i}, \ \beta'_{3i} = 7,5a'_{3i}j_{i}, \ \beta_{4i} = 7,5a'_{4i}j_{i}, \ \beta_{5i} = a_{5i}j_{i}\frac{2,5\Delta\chi_{i}}{1 + 2 \cdot \Delta\chi_{i}}.$$

$$\chi_{mi} \approx \Delta\chi_{i} \approx \frac{1}{1 + 0,02l_{i}/H_{i}}, \ j_{i} = \frac{ml_{i}^{2}}{60l}, \ j_{ci} = \frac{ml_{ci}^{2}}{l},$$
(2.10)

Формули для коефіцієнтів гідростатичної жорсткості, демпфірування та інерції в шпаринних ущільненнях відповідно мають вигляд [3]

$$k_{pl} = \Delta p_{l} \frac{\pi R_{l} l_{l}}{2H_{l} m}, [c^{-2}]; \quad k_{dl} = \frac{\pi R_{l} l_{l}^{3}}{120H_{l}^{2} m} \left(\frac{\rho \Delta p_{l} H_{l}}{l_{l}}\right)^{0.5}, [c^{-1}]; \quad k_{gl} = \rho \frac{\pi R_{l} l_{l}^{3}}{12H_{l} m}, [1]$$
(2.11)

$$k_{p2} = \Delta p_2 \frac{\pi R_3 l_2}{2H_2 m}, [c^{-2}]; k_{d2} = \frac{\pi R_3 l_2^3}{120H_2^2 m} \left(\frac{\rho \Delta p_2 H_2}{l_2}\right)^{0.5}, [c^{-1}]; k_{g2} = \rho \frac{\pi R_3 l_2^3}{12H_2 m}, [1];$$

(2.10)

 $K_i[c^{-1}]$  - параметр, що враховує локальну складову сили інерції рідини, ј - безрозмірний параметр, що характеризує гідродинамічні моменти в шпаринному ущільненні. Він перетворює коефіцієнти радіальної жорсткості  $k_g$ ,  $k_d$ ,  $k_p$  у відповідні коефіцієнти кутовий жорсткості  $k_g$  ј,  $k_d j$ ,  $k_p j$ ;  $l_c$  - осьовий зсув центрів ущільнень щодо центру диска;  $q_{0i}$  - витрата через елемент одиничної ширини концентрично кільцевого каналу;  $\mathcal{G}_{\oplus} > 0$  - кут конфузорності,  $\mathcal{G}_{\oplus} < 0$  - кут дифузорності;  $\kappa_1 \approx 0,3$  - коефіцієнт початкової закрутки потоку на вході в кільцевий канал;  $\chi_s = \chi_1 + \chi_2$ ,  $\chi_1 = \zeta_{11}/\zeta$ ,  $\chi_2 = \zeta_{12}/\zeta$ , - коефіцієнти відносних місцевих втрат на вході в канал і на виході з нього,  $\zeta = \zeta_{11} - \zeta_{12} + \zeta_2$ ,  $\zeta_{2i} = \lambda l_i/2H_i$ . Коефіцієнт опору тертя кільцевого каналу на автомодельному турбулентному режимі течії - $\lambda \approx 0,04$ ;  $\mu$  - коефіцієнт динамічної в'язкості перекачуваної рідини,  $\rho$  - її питома густина; Q - повна усталена витрата. Більш детальна розшифровка позначень наведена в гл.3 монографії [3].

Зв'язок осьових і радіально-кутових коливань обумовлена тим, що більшість коефіцієнтів гідродинамічних сил і моментів тим чи іншим чином залежить від перепаду тиску  $\Delta p_2 = p_1 = p_2$ , який дроселюється на задньому шпаринному ущільненні. Коефіцієнти прямих потенційних  $a_3, b_3$  і перехресних циркуляційних  $\alpha_5, \beta_5$  сил і моментів пропорційні першому ступені перепаду  $\Delta p_2$ , а коефіцієнти прямих дисипативних  $a_2, b_2$  і циркуляційних  $a_5, b_5$ , а також перехресних потенційних  $\alpha_3, \beta_3$  і гіроскопічних  $\alpha_4, \beta_4$  пропорційні  $\sqrt{\Delta p_2}$ . Тиск  $p_2$  в камері автомата розвантаження визначається рівністю (2.1) і залежить як від торцевого зазору  $u_z = z/H_3$ , так і від радіальних зміщень ротора  $\varepsilon = r/H_2 = u_r H_3/H_2$ .

На передньому ущільненні перепад тиску  $\Delta p_1 = p_1 - p_e$ . Якщо тиск нагнітання і тиск на вході розглядаються як зовнішні впливи, то лінеаризовані

вирази сил для переднього ущільнення отримаємо з виразів для заднього заміною  $p_2$  на  $p_e$ .

Підстановка тиску (2.1) у вирази коефіцієнтів рівнянь (2.4) призводить до того, що відповідні сили стають нелінійними. Щоб залишитися в рамках лінійної теорії коливань, лінеаризуємо їх, переходячи до варіацій. Будемо вважати, що початкові швидкості і прискорення дорівнюють нулю, а початкові значення інших координат і параметрів будемо відзначати, як і раніше, верхнім нульовим індексом:  $u_r^0 = u_r^0 = \theta^0 = 0$ . Для прикладу розглянемо радіальні сили, які залежать від радіальних координат, швидкостей і прискорень:

$$\delta(a_{1}\ddot{u}_{r}) = a_{1}^{0}\delta\ddot{u}_{r}, \ \delta(a_{2}\dot{u}_{r}) = a_{2}^{0}\delta\ddot{u}_{r}, \ \delta(a_{3}u_{r}) = a_{3}^{0}\left[\delta u_{r} + \frac{u_{r}^{0}}{\Delta\psi_{2}^{0}}(\delta\psi_{1} - \delta\psi_{2})\right],$$
(2.12)

$$\delta(a_4 \dot{u}_r) = \frac{\delta(a_5 u_r) = a_5^0}{\left[ \delta u_r + \frac{u_r^0}{2\Delta \psi_2^0} \left( \delta \psi_1 - \delta \psi_2 \right) \right]}$$

Подібний вид мають вирази інших лінеаризованих сил і моментів.

При лінеаризації особливу увагу потрібно звернути на тиск нагнітання, який в відцентрових машинах пропорційний квадрату частоти обертання ротора:  $p_1 = B\omega^2$ , де B – узагальнений параметр. Він визначається, в основному, геометрією проточної частини і зберігає постійне значення призмінені частоти обертання. Зокрема,  $p_{1n} = B\omega_n^2$ , звідки  $B = p_{1n}/\omega_n^2$ . При лінеаризації  $\delta \psi_1 = \frac{\delta p_1}{p_n} = \frac{\omega^2 \delta B}{p_n} = \omega^2 \frac{\delta \psi_{1n}}{\omega_n^2}$ . Варіація безрозмірного тиску нагнітання на номінальному режимі  $\delta \psi_{1n} = \psi_{1na} e^{i\omega t}$  розглядається як зовнішній гармонійний вплив. Таким чином, у виразах лінеаризованих сил (2.12) і їм подібних варіація тиску нагнітання замінюється рівністю

$$\delta \psi_1 = B_{na} \omega^2 e^{i\omega t} = \omega^2 \frac{\psi_{1na}}{\omega_n^2}, \qquad (2.13)$$

 $\psi_{1na}$  - безрозмірна амплітуда пульсацій на номінальному режимі.

Після лінеаризації рівняння (2.4) для заднього ущільнення приймають вигляд

$$a_{I}\ddot{u}_{r} + a_{2}\dot{u}_{r} + a_{3}u_{r} - i(a_{4}'\dot{u}_{r} + a_{5}'u_{r})\omega - (\alpha_{2}'\dot{\theta} + \alpha_{3}'\theta)\omega - i(\alpha_{4}\dot{\theta} + \alpha_{5}\theta - \alpha_{0}\theta) = \\ = \left[-a_{3}^{0}u_{r}^{0} + 0.5\alpha_{3}^{0}\theta^{0} + i(0.5a_{5}^{0}u_{r}^{0} + \alpha_{5}^{0}\theta^{0})\right]\frac{\psi_{I} - \psi_{2}}{\Delta\psi_{2}^{0}} + \omega^{2}Ae^{i\omega t},$$

$$(2.14)$$

$$b_{I}^{0}\ddot{\theta} + b_{2}^{0}\dot{\theta} + b_{3}^{0}\theta - i(b_{4}'^{0}\dot{\theta} + b_{5}'^{0}\theta)\omega + (\beta_{2}'^{0}\dot{u}_{r} - \beta_{3}'u_{r})\omega - i(\beta_{4}^{0}\dot{u}_{r} + \beta_{5}^{0}u_{r} + \beta_{0}u_{r}) = \\ - \left[b_{3}^{0}\theta^{0} + 0.5\beta_{3}'^{0}u_{r}^{0}\omega + i(0.5b_{5}^{0}\theta^{0} + \beta_{5}^{0}u_{r}^{0})\right]\frac{\psi_{I} - \psi_{2}}{\Delta\psi_{2}^{0}} + \omega^{2}\Gamma e^{i\omega t}.$$

Для переднього потрібно використовувати відповідні коефіцієнти (2.8) і замінити  $\psi_2 = \psi_e$ ,  $\Delta \psi_2^0 = \Delta \psi_e^0$ . На відміну від (2.4) лінеаризовані рівняння містять усталені значення коефіцієнтів.

## 2.4 Рівняння спільних радіальних, кутових і осьових коливань

Підставивши вираз для регулюючого впливу (2.1) й лінеаризовані сили в рівняння (2.14), одержимо рівняння спільних радіально-кутових коливань:

$$\begin{pmatrix} D_{rr}(p) - \frac{k_{3}\overline{H}}{D_{2}(p)}C_{a2} \end{pmatrix} u_{r} + d_{r\theta}(p)\theta + \kappa_{s} \frac{M_{2}(p)}{D_{2}(p)}C_{a2}u_{z} = \\ = \omega^{2}Ae^{i\omega t} - \psi_{1} \left(C_{a1} + \left(1 - \frac{k_{1}}{D_{2}(p)}\right)C_{a2}\right) + \psi_{e} \left(C_{a1} + \frac{k_{2}}{D_{2}(p)}C_{a2}\right) \\ \left(d_{\theta r}(p) - \frac{k_{3}\overline{H}}{D_{2}(p)}C_{b2}\right)u_{r} + D_{\theta\theta}(p)\theta + \kappa_{s} \frac{M_{2}(p)}{D_{2}(p)}C_{b2}u_{z} = \\ = \omega^{2}\Gamma e^{i\omega t} - \psi_{1} \left(C_{b1} + \left(1 - \frac{k_{1}}{D_{2}(p)}\right)C_{b2}\right) + \psi_{e} \left(C_{b1} + \frac{k_{2}}{D_{2}(p)}C_{b2}\right)$$
(2.15)

де

$$D_{rr}(p) = a_{1}^{0} p^{2} + a_{2}^{0} p + a_{3}^{0} - i (a_{4}^{\prime 0} p \omega + a_{5}^{\prime 0} \omega_{n});$$
  
$$D_{\theta\theta}(p) = b_{1}^{0} p^{2} + b_{2}^{0} p + b_{3}^{0} - i (b_{4}^{\prime 0} p \omega + b_{5}^{\prime 0} \omega_{n});$$

$$d_{r\theta}(p) = -\alpha_{2}^{\prime 0} p \omega - \omega_{n} \alpha_{3}^{\prime 0} - i \left( \alpha_{4}^{0} p + \alpha_{5}^{0} \right); \qquad (2.16)$$
$$d_{\theta r}(p) = \beta_{2}^{\prime 0} p \omega - \omega_{n} \beta_{3}^{\prime 0} - i \left( \beta_{4}^{0} p + \beta_{5}^{0} \right);$$

$$\begin{split} C_{a1} &= \frac{2u_r^0 a_{31}^0 - \omega_n \theta^0 \alpha_{31}^{\prime 0} - i \left( \omega_n u_r^0 a_{51}^{\prime 0} + 2\theta^0 \alpha_{51}^{\prime 0} \right)}{2\Delta \psi_1^0} ; \\ C_{a2} &= \frac{2u_r^0 a_{32}^0 - \omega_n \theta^0 \alpha_{32}^{\prime 0} - i \left( \omega_n u_r^0 a_{52}^{\prime 0} + 2\theta^0 \alpha_{52}^{\prime 0} \right)}{2\Delta \psi_2^0} ; \end{split}$$

$$C_{b1} = \frac{2\theta^{0}b_{31}^{0} - \omega_{n}u_{r}^{0}\beta_{31}^{*0} - i\left(\omega_{n}\theta^{0}b_{51}^{*0} + 2u_{r}^{0}\beta_{51}^{*0}\right)}{2\Delta\psi_{1}^{0}};$$

$$C_{b2} = \frac{2\theta^{0}b_{32}^{0} - \omega_{n}u_{r}^{0}\beta_{32}^{*0} - i\left(\omega_{n}\theta^{0}b_{52}^{*0} + 2u_{r}^{0}\beta_{52}^{*0}\right)}{2\Delta\psi_{2}^{0}}.$$
(2.17)

Система спільних вимушених радіальних, кутових і осьових коливань складається з рівнянь (2.3) і (2.15):

$$\begin{aligned} R_r(p)u_r + R_{\theta}(p)\theta + R_z(p)u_z &= M_{ra}(p)a + M_{r\psi_1}(p)\psi_1 + M_{r\psi_e}(p)\psi_e = \Phi_r, \\ \Theta_r(p)u_r + \Theta_{\theta}(p)\theta + \Theta_z(p)u_z &= M_{\theta\gamma}(p)\gamma + M_{\theta\psi_1}(p)\psi_1 + M_{\theta\psi_e}(p)\psi_e = \Phi_{\theta}, \\ Z_ru_r + Z_z(p)u_z &= M_{z\psi_1}(p)\psi_1 + M_{z\psi_e}(p)\psi_e = \Phi_z, \end{aligned}$$

де

$$R_{r}(p) = (D_{rr}(p)D_{2}(p) - k_{3}\overline{H}C_{a2}); R_{\theta}(p) = (d_{r\theta}(p)D_{2}(p));$$
$$R_{z}(p) = \kappa_{s}M_{2}(p)C_{a2};$$

$$\Theta_r(p) = \left(d_{\theta r}(p)D_2(p) - k_3\overline{H}C_{b2}\right); \Theta_{\theta}(p) = D_{\theta\theta}(p)D_2(p);$$
  
$$\Theta_z(p) = \kappa_s M_2(p)C_{b2}; Z_r = d_{zr}; Z_z(p) = D_{zz}(p);$$

$$M_{ra}(p) = \frac{\omega^{2}}{H_{1}} D_{2}(p) \\ ; M_{r\psi_{1}}(p) = -(C_{a1}D_{2}(p) + (D_{2}(p) - k_{1})C_{a2}) \\ ; M_{r\psi_{e}}(p) = (C_{a1}D_{2}(p) + k_{2}C_{a2}) \\ ; M_{\theta\gamma}(p) = \omega^{2} \frac{(1 - j_{0})l_{1}}{2H_{1}} D_{2}(p) \\ ; ;$$

(2.19)

$$M_{\theta\psi_{1}}(p) = -(C_{b1}D_{2}(p) + (D_{2}(p) - k_{1})C_{b2});$$
$$M_{\theta\psi_{e}}(p) = (C_{b1}D_{2}(p) + k_{2}C_{b2}); M_{z\psi_{1}}(p) = -\overline{A}_{I}N_{I}(p); M_{z\psi_{e}}(p) = -\overline{A}_{e}N_{e}(p).$$

Із системи (2.18), як окремі випадки, можна отримати рівняння вимушених коливань парціальних систем, що здійснюють незалежні радіальні, кутові і осьові коливання:

$$R_r(p)u_r = \Phi_r, \ \Theta_{\theta}(p)\theta = \Phi_{\theta}, \ Z_z(p)u_z = \Phi_z.$$
(2.21)

Власні частоти парціальних систем представляють уявні частини коренів характеристичних рівнянь

$$R_{r}(\lambda) = 0, \ \Theta_{\theta}(\lambda) = 0, \ Z_{z}(\lambda) = 0_{.}$$
(2.22)

Якщо прийняти  $u_z = 0$  або $\theta = 0$ , то рівняння (2.18) приводяться до рівнянь спільних радіально-кутових або радіально-осьових коливань:

$$R_{r}u_{r} + R_{\theta}\theta = \Phi_{r}, \quad R_{r}u_{r} + R_{z}u_{z} = \Phi_{r},$$
  
$$\Theta_{r}u_{r} + \Theta_{\theta}\theta = \Phi_{\theta}; \quad Z_{r}u_{r} + Z_{z}u_{z} = \Phi_{z}.$$
 (2.23)

Користуючись формулами Крамера з рівнянь (2.18) можна визначити всі три складові коливань. Детальніше розглянемо радіальні коливання:

(2.20)

$$u_{r} = \frac{1}{D_{0}} \begin{vmatrix} M_{ra} a e^{i\omega t} + M_{r\psi_{1}} \psi_{1} + M_{r\psi_{e}} \psi_{e} & R_{\theta} & R_{z} \\ M_{\theta\gamma} \gamma e^{i\omega t} + M_{\theta\psi_{1}} \psi_{1} + M_{\theta\psi_{e}} \psi_{e} & \Theta_{\theta} & \Theta_{z} \\ M_{z\psi_{1}} \psi_{1} + M_{z\psi_{e}} \psi_{e} & 0 & Z_{z} \end{vmatrix}, \qquad (2.24)$$

де власний оператор системи

$$D_{0} = \begin{vmatrix} R_{r} & R_{\theta} & R_{z} \\ \Theta_{r} & \Theta_{\theta} & \Theta_{z} \\ Z_{r} & 0 & Z_{z} \end{vmatrix}$$
(2.25)

Розкривши визначник (2.24), згрупувавши доданки з однаковими зовнішніми впливами і вводячи заміну  $p = i\omega$ , з урахуванням (2.13) одержимо

$$u_r(i\omega) = u_{ra}(i\omega) + u_{r\gamma}(i\omega) + u_{r\psi_1}(i\omega) + u_{r\psi_e}(i\omega),$$

$$u_{ra} = \frac{M_{ra}\Theta_{\theta}Z_{z}}{D_{0}}ae^{i\omega t}\frac{P_{ra}}{D_{0}}ae^{i\omega t} \quad u_{r\gamma} = -\frac{M_{\theta\gamma}R_{\theta}Z_{z}}{D_{0}}\gamma e^{i\omega t}\frac{P_{r\gamma}}{D_{0}}\gamma e^{i\omega t}$$
$$u_{r\psi_{1}} = \frac{1}{D_{0}}\left[\left(M_{r\psi_{1}}\Theta_{\theta} - M_{\theta\psi_{1}}R_{\theta}\right)Z_{z} + M_{z\psi_{1}}\left(R_{\theta}\Theta_{z} - R_{z}\Theta_{\theta}\right)\right]\psi_{1na}e^{i\omega t} = \frac{P_{r\psi_{1}}}{D_{0}}\psi_{1na}e^{i\omega t}$$
$$u_{r\psi_{e}} = \frac{1}{D_{0}}\left[\left(M_{r\psi_{e}}\Theta_{\theta} - M_{\theta\psi_{e}}R_{\theta}\right)Z_{z} + M_{z\psi_{e}}\left(R_{\theta}\Theta_{z} - R_{z}\Theta_{\theta}\right)\right]\psi_{e} = \frac{P_{r\psi_{e}}}{D_{0}}\psi_{ea}e^{i\omega t}$$
(2.26)

де, наприклад Р<sub>гψ1</sub> оператор вимушених радіальних коливань, збуджуваних пульсаціями тиску нагнітання. Подібним чином обчислюються складові кутових і осьових коливань.

Зовнішні впливи змінюються по гармонійному закону з частотою обертання ротора, тому реакції розглянутої лінійної системи теж гармонійні функції з тією ж частотою:

$$u_r = u_{ra} e^{i(\omega t + \varphi_r)}, \ \theta = \theta_a e^{i(\omega t + \varphi_\theta)}, \ u_z = u_{za} e^{i(\omega t + \varphi_z)},$$
(2.27)

де  $u_{ra}$ ,  $\theta_a$ ,  $u_{za}$  - амплітуди реакції,  $\varphi_r$ ,  $\varphi_{\theta}$ ,  $\varphi_z$  - зсув фаз реакцій щодо фази зовнішнього впливу.

Частотні передаточні функції дорівнюють відношенням реакцій до гармонійних впливів. З урахуванням (2.26) частотна передаточна функція радіальних коливань під дією статичної неврівноваженості:

$$W_{ra} = \frac{u_{raa}e^{i(\omega t + \varphi_{ra})}}{ae^{i\omega e}} = \frac{P_{ra}(i\omega)}{D_0(i\omega)} = U_{ra}(\omega) + i\omega V_{ra}(\omega) = A_{ra}(\omega)e^{i\varphi_{ra}(\omega)}$$
; (2.28)

$$A_{ra}(\omega) = |W(i\omega)| = \frac{u_{raa}}{a} = \frac{r_{aa}}{aH_3}, \quad \varphi_{ra}(\omega) = \operatorname{arctg}\omega \frac{V_{ra}}{U_{ra}}; \quad (2.29)$$

 $A_{ra}(\omega), \varphi_{ra}(\omega)$  амплітудна і фазова частотні характеристики. Виконуючи подібні операції, знайдемо амплітудні частотні характеристики по іншим зовнішнім впливам.

Маючи на увазі, що в якості безрозмірних зміщень прийнято  $u_{ra} = r_a/H_3$ ,  $\theta_a = \vartheta_a l_2/(2H_2)$ ,  $u_{za} = z_a/H_3$ , для абсолютних значень амплітуд отримаємо формули:

$$r_{aa} = H_{3}aA_{ra}, r_{a\gamma} = H_{3}\gamma A_{r\gamma}, r_{a\psi_{1}} = H_{3}\psi_{1na}A_{r\psi_{1}}/\omega_{n}^{2}, r_{a\psi_{e}} = H_{3}\psi_{ea}A_{r\psi_{e}},$$
  
$$\mathcal{G}_{aa} = 2H_{1}aA_{\theta a}/l_{1}, \quad \mathcal{G}_{a\gamma} = 2H_{1}\gamma A_{\theta\gamma}/l_{1},$$
  
(2.30)

1 0

$$\mathcal{G}_{a\psi_{1}} = 2H_{1}\psi_{1na}A_{\theta\psi_{1}}/l_{1}\omega_{n}^{2}, \quad \mathcal{G}_{a\psi_{e}} = 2H_{1}\psi_{ea}A_{\theta\psi_{e}}/l_{1},$$

$$z_{aa} = H_{3}aA_{za}, \quad z_{a\gamma} = H_{3}\gamma A_{z\gamma}, \quad z_{a\psi_{1}} = H_{3}\psi_{1na}A_{z\psi_{1}}/\omega_{n}^{2}, \quad z_{a\psi_{e}} = H_{3}\psi_{ea}A_{z\psi_{e}}.$$
## 2.5 Чисельний приклад

Для анализа совместных радиальных, угловых и осевых колебаний ротора приходится пользоваться численными методами.

Початкові дані. Номінальні параметри насоса:  $p_n = 3,5 M\Pi a, p_e = 0 M\Pi a, \omega_n = 1500 c^{-1}, m = 5 \kappa c, \rho = 10^3 \kappa c/m^3,$   $\mu = 10^{-3} H \cdot c/m^3, E = 2 \cdot 10^9 \Pi a, R_1 = 56, R_2 = 75, R_3 = 65, R_4 = 58, R_5 = 51,$   $R_6 = 15, l_1 = l_2 = 15, l_3 = 7, H_1 = H_2 = H_3 = 0,2, b = 9,$  (всі лінійні розміри вказані в міліметрах);  $\varsigma = 0,05, \varepsilon_c = 0,15$ . Усталені значення торцевого зазору і витрати [19]:  $u_0 \approx 1, Q \approx 0,01 m^3/c$ .

Абсолютні значення амплітуд радіальних, кутових і осьових коливань ротора визначаються формулами (2.30), якщо тільки задані амплітуди відповідних збурень  $a, \gamma, \psi_{1a}, \psi_{ea}$ . Їх орієнтовну оцінку можна отримати з таких міркувань. Насос високооборотний ( $\approx 15000 \, oble / muh, \omega \approx 1500 c^{-1}$ ), тому по стандартам ICO 1940-73 для балансування по 4-му класу точності  $a\omega \leq 6,3 \, mm/c$ , звідки ексцентриситет центру мас диска  $a \approx 4,2 \, mm$ . Для розрахунків величину збуджень від динамічної неврівноваженості приймаємо

Для спільних радіальних, кутових і осьових коливань побудовані амплітудні частотні характеристики коливань, збуджувані статичною та динамічною неврівноваженістю та пульсаціями тиску нагнітання. Реакції ротора на пульсації тиску на вході мало відрізняються від реакцій на  $\psi I$ , тому заради економії місця не наводяться.

На рисунках 2.3 –2.5 зображені розмірні амплітуди для трьох параметрів конусності шпаринних ущільнень (1- <u>—</u>, 2-<u>—</u>, 3-<u>—</u>). Завдяки великому демпфіруванню в шпаринних ущільненнях, на характеристиках немає

виражених резонансів за винятком радіальних і кутових коливань в діффузорних ущільненнях на низькій, приблизно 4 с<sup>-1</sup>, частоті обертання. Амплітуди радіальних і осьових коливань в робочому діапазоні частот не перевищують 10 мкм, тобто не представляють небезпеки.



Рисунок 2.3 - АЧХ коливань, збуджуваних статичною неврівноваженістю а



Рисунок 2.4 - АЧХ коливань, збуджуваних динамічною неврівноваженістю

На більшості графіків в області  $\omega = (20-30)103c^{-1}$  спостерігається деяке підвищення амплітуди, що свідчить про зв'язаність всіх трьох складових коливань. Зв'язаність радіальних і осьових коливань підтверджується експериментами на натурному насосі [10,19]. Значний вплив робить конусність шпаринних ущільнень. Негативна конусність (дифузорність)  $\theta_{\oplus} = -0.3$  збільшує амплітуди коливань на резонансних режимах, конфузорність  $\theta_{\oplus} = 0.3$  їх істотно знижує.



Рисунок 2.5 - АЧХ коливань, збуджуваних коливаннями тиску нагнітання  $\psi_{1a}$ 

## 2.6 Висновки

Запропонована методика динамічного розрахунку, заснована на найпростішій моделі ротора з системою врівноваження, дозволяє оцінити критичні частоти обертання ротора і амплітуди його вимушених коливань. Однак для обгрунтованих узагальнень потрібно більш повний і більш глибокий чисельний аналіз як спрощеної моделі, так і розробка та дослідження вдосконалених моделей, які повніше відображали динамічні властивості системи ротор-авторозвантаження. Корисні аналітичні відомості можна отримати, розглядаючи парціальні системи (2.21).

Представлені рівняння вимушених спільних радіальних, кутових і осьових коливань включають інерційні, позиційні, демпфіруючі, гіроскопічні і циркуляційні сили. Коефіцієнти в рівняннях враховують сили і моменти, що виникають у двох шпаринних ущільненнях. Підбором геометричних параметрів шпаринних ущільнень і торцевого ущільнення можна на стадії проектування забезпечити необхідні динамічні характеристики системи.

З чисельної оцінки впливу конусності кільцевих каналів шпаринних ущільнень видно, що дифузорність погіршує вібростан ротора, на відміну від конфузорності.

Аналіз амплітудних характеристик показав взаємозв'язок радіальних, кутових і осьових коливань. Конусність шпаринного каналу суттєво впливає на амплітуди коливань. Ця обставина накладає додаткові вимоги до жорсткості елементів конструкції, оскільки через можливі силові деформації може виникати дифузорність дросселюючих каналів.

Чисельний аналіз динамічних характеристик безвального насоса представленої конструкції (рис.2.1) показує, що шпаринні ущільнення мають добре демпфірування. Завдяки цьому на амплітудних характеристиках немає чітко

виражених резонансів, а амплітуди в робочій області не перевищують 10 мкм, що на порядок менше радіальних і торцевих зазорів. Таким чином, розрахунок підтверджує працездатність безвального насоса.

## 3 АНАЛІЗ ДИНАМІКИ ВАЛОПРОВОДУ ТНА 3.1 Визначення критичних частот обертання валопровода ТНА

## 3.1.1 Вступні зауваження

В даному розділі розглянуті комп'ютерне моделювання динаміки роторів ТНА і чисельні розрахунки можливих критичних частот агрегату. Дане завдання ускладнюється тим, що об'єктом дослідження є нова конструкція, по динаміці якої відсутні експериментальні дані. У той же час процес створення достовірних математичних моделей роторів зазвичай проходить в постійному співставленні з експериментальними даними і уточненням (ідентифікацією) коефіцієнтів і структури розрахункових схем. Так як це мало місце при різного роду лослілженнях вібронадійності i балансуванню відцентрових насосів i турбокомпресорів [20-23]. Параметри досліджуваної конструкції багато в чому відрізняються від традиційно застосовуваних у енергомашинобудуванні, тому було вирішено використовувати різні варіанти моделей, від найбільш «жорстких», що дають максимально можливий зсув спектра критичних частот вправо, до максимально «податливих», які дають мінімальні їх значення. При цьому використовувалася комп'ютерна програма "Critical frequencies of the rotor", що реалізує метод скінченних елементів [24-26], кожен з яких має чотири ступені вільності. Моделі, що застосовуються в програмі є перевіреними при розрахунках роторних систем турбокомпресорів в практиці проектування СКБ ПАТ «Сумське машинобудівне науково-виробниче об'єднання» і дозволяють досить ефективно проводити чисельні експерименти, варіюючи значення вхідних параметрів. Також застосовувався програмний комплекс ANSYS Workbench, який реалізує як балкові елементи "Веат 3", так і об'ємну тривимірну модель. Остання забезпечує максимальну деталізацію конструкції, проте підвищує трудомісткість підготовки вихідних даних і істотно збільшує час розрахунку. Як показала практика розрахунків, балкові скінченноелементні моделі при належному рівні ідентифікації дають результати, які практично збігаються з даними експериментів [21-23].

Подальше співставлення результатів розрахунку моделей ДЛЯ попередньовизначеного діапазону значень жорсткостей шарікоподшипникових достовірно оцінити можливий можливість досить діапазон опор дасть знаходженняспектра критичних частот і запас відстройкивід резонансних режимів робочих частот обертання.

3.1.2 Визначення жорсткостей підшипників ТНА за допомогою програмного комплексу ANSYS Workbench

Для визначення жорсткості підшипникових опор застосовується програмний комплекс ANSYS Workbench. Відповідна схема навантаження наведена на рисунку 3.1.



Рисунок 3.1 - Розрахункова схема навантаження підшипникових опор і визначення відповідних прогинів

При моделюванні контактів за допомогою програмного комплексу ANSYS Workbench одною з важливих проблем є вибір достовірної моделі взаємодії контактної пари "target - contact". При цьому існує п'ять моделей контактної взаємодії, порівняльні характеристики яких наведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 - Порівняльна таблиця основних характеристик моделей контактної взаємодії поверхонь деталей

Моделі контакту	Типи контакту	Кількість ітерацій для отримання розв'язання	Допустимість розділення поверхонь (Normal Behavior)	Допустимість просковзування поверхонь (Tangent Behavior)
Bonded		одна		не допускається
No Separation	лининии	ітерація	не допускається	допускається
Rough				не допускається
Frictionless	не лінійний	декілька ітерацій	допускається	допускається
Frictional				допускається

Для дальнейших расчётов выбираются по одному типу контактов: "bonded" из группы линейных контактов и "frictional" – из группы нелинейных. Именно эти модели позволяют определить максимально возможные диапазоны изменения жёсткостей подшипниковых опор.

"Bonded" – модель контакта, в котором целевая ("target") и контактная ("contact") поверхности пары связаны между собой, а контактная область не меняется под действием приложенной нагрузки. Скольжения между гранями и ребрами, а также их разделение (нарушение контакта) не допускается.

"Frictional" – модель контакта, в котором учитывается проскальзывание поверхностей "target" и "contact" друг относительно друга. Область контакта при

этом может меняться при превышении модуля касательной силы своего предельного значения.

В результате численного моделирования – нагружения подшипниковой опоры по схеме "remote force" – для дискретных значений сил *F* в диапазоне от нуля до максимальной грузоподъёмности определяются соответствующие перемещения (рисунки 3.2–3.3).

Для подальших розрахунків вибираються по одному типу контактів: "bonded" з групи лінійних контактів і "frictional" - з групи нелінійних. Саме ці моделі дозволяють визначити максимально можливі діапазони зміни жорсткостей підшипникових опор. "Bonded" - модель контакту, в якому цільова ("target") і контактна ("contact") поверхні пари пов'язані між собою, а площина не змінюється під дією прикладеного навантаження. Ковзання між гранями і ребрами, а також їх поділ (порушення контакту) не допускається. "Frictional" - модель контакту, в якому враховується прослизання поверхонь "target" і "contact" одна відносно іншої. Область контакту при цьому може змінюватися при перевищенні модуля дотичної сили свого граничного значення. В результаті чисельного моделювання навантаження підшипникової опори за схемою "remote force" - для дискретних діапазоні від нуля до максимальної вантажопідйомності значень В сил визначаються відповідні переміщення (рисунки 3.2-3.3).





Рисунок 3.2 - Визначення жорсткості підшипників для моделі "bonded" контактної взаємодії тіл кочення з обоймами:

а - підшипник 45-216Ю; б - підшипник 45-276214Ю; в - підшипник 46-276212Ю; г - підшипник 36-211Ю





Рисунок 3.3 - Визначення жорсткості підшипників для моделі "frictional" контактної взаємодії тіл кочення з обоймами: *a* - підшипник 45-216Ю; *б* - підшипник 45-276214Ю; *в* - підшипник 46-276212Ю; *г* - підшипник 36-211Ю

Розрахункові точки дозволяють визначити масив даних чисельного експерименту, за якими будуються точки діаграми «навантаження - переміщення» (таблиця 3.2, рисунки 3.4-3.5).

Таблиця 3.2 - Результати чисельного експерименту по визначению точок діаграми «навантаження – переміщення *F* – *v* »

Марка	Hapauranug U	Переміщення, м		
підшипника	павантаження, п	"frictional"	"bonded"	
	$1 \cdot 10^{3}$	3,03.10-6	3,43.10-7	
45-216Ю	$1 \cdot 10^{4}$	$2,12 \cdot 10^{-5}$	3,43.10-6	
	$7 \cdot 10^{4}$	1,12.10-4	$2,40 \cdot 10^{-5}$	
	$1 \cdot 10^{3}$	4,76.10-6	3,62.10-7	
45-276214Ю	$1 \cdot 10^{4}$	1,96.10-5	3,62.10-6	
	6·10 <sup>4</sup>	$1,0.10^{-4}$	$2,17 \cdot 10^{-5}$	
	$1 \cdot 10^{3}$	7,69.10-6	3,16.10-7	
46-276212Ю	$1 \cdot 10^4$	2,43.10-5	3,16.10-6	
	$5 \cdot 10^4$	8,82.10-5	$1,56 \cdot 10^{-5}$	
	$1 \cdot 10^{3}$	3,85.10-6	$4,18 \cdot 10^{-7}$	
36-211Ю	1.104	3,90.10-5	$4,18 \cdot 10^{-6}$	
	4,5.104	1,26.10-4	$1,88 \cdot 10^{-5}$	



Рисунок 3.4 - Діаграми «навантаження – переміщення *F* – *v* » для моделі "bonded" контактної взаємодії тіл кочення з обоймами



Рисунок 3.5 - Діаграми «навантаження – переміщення *F* – *v* »для моделі "frictional" контактної взаємодії тіл кочення з обоймами

Отримані дані інтерполюються відповідними кривими навантаження. При цьому жорсткості опор для лінійних моделей визначаються як тангенс початкового кута нахилу діаграми «навантаження – переміщення *F* – *v* » до осі абсцис:

$$c = tg\,\alpha = \left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)_0.\tag{3.1}$$

Коефіцієнти жорсткості підшипників, вичислені за вищеописаною процедурою, зведені в таблицю 3.3.

	Коефіцієнт жорсткості, 10 <sup>8</sup> Н/м			
Марка підшипника	модель "frictional"	модель "bonded"		
45-216Ю	3,3	29,2		
45-276214Ю	2,1	27,6		
46-276212Ю	1,3	31,7		
36-211Ю	2,6	23,9		

Таблиця 3.3 - Коефіцієнти жорсткості підшипникових опор

3.1.3 Розрахункові скінченно-елементні моделі роторів і валопровода ТНА Розріз валопровода ТНА наведено на рисунку 3.6.



Рисунок 3.6 - Розріз валопроводу ТНА

Відповідні розрахункові схеми балочної моделі приведені на рисунку 3.7.



Рисунок 3.7 - Розрахункові схеми балочної моделі валопроводадля моделей контактної взаємодії "frictional" (*a*) і "bonded" (*б*)

На рисунках 3.8 і 3.9 наведені загальний вигляд і осьові координати насадних деталей роторів відповідно турбонасоса окислювача і насоса пального.



турбонасоса окислювача, мм



Рисунок 3.9 - Локальні координати центрів ваги насадних деталей ротора насоса пального, мм

Координати центрів тяжіння деталей (зокрема 1.0001 і 1.0028, 2.0006 і 2.0008) визначаються по масах  $m_1, m_2$  цих деталей і координатами їх центрів тяжіння  $x_{c1}, x_{c2}$  в спільну глобальну систему координат:

$$x_{C} = \frac{m_{1}x_{C1} + m_{2}x_{C2}}{m_{1} + m_{2}}.$$
(3.2)

У таблицях 3.4-3.5 наведено вихідні дані для розрахунку критичних частот валопровода за допомогою балочной моделі.

Таблиця 3.4 - Вихідні дані розрахунку критичних частот валопровода для моделі "frictional"

Mo	Поручина	Діаметр, м		Maca	Коефіцієнт
JN <u>0</u> VII.0.CTK0	довжина,			насаднихдеталей,	жорсткості
участка	M	зовнішній	внутрішній	КГ	опор, 10 <sup>8</sup> Н/м
1	0,058	0,071	_	12,57	_
2	0,019	0,080	—	0,30	_
3	0,033	0,080	0,042	-	3,3
4	0,039	0,092	0,042	-	_
5	0,039	0,092	0,042	-	—
6	0,039	0,092	0,042	-	—
7	0,039	0,092	0,042	-	—
8	0,039	0,092	0,042	-	—
9	0,023	0,088	0,042	-	—
10	0,045	0,082	0,042	8,94	_
11	0,062	0,082	0,042	-	—
12	0,053	0,082	0,042	5,00	—
13	0,011	0,082	0,042	0,17	—
14	0,021	0,070	0,042	-	—
15	0,032	0,070	0,045	0,39	_
16	0,019	0,070	0,024	-	2,1
17	0,0001	0,001	—	-	—
18	0,014	0,066	0,024	2,00	—
19	0,045	0,047	0,024	-	_
20	0,046	0,047	0,024	-	—
21	0,016	0,047	0,024	-	—
22	0,019	0,047	0,024	-	—
23	0,034	0,047	0,024	-	—
24	0,025	0,047	0,024	-	_
25	0,020	0,047	0,024	-	_
26	0,027	0,060	0,024	-	_
27	0,0001	0,001	—	-	_
28	0,036	0,060	0,024	1,21	1,3
29	0,040	0,060	0,048	0,22	_
30	0,040	0,060	0,048	-	_
31	0,048	0,060	0,048	2,38	_
32	0,043	0,062	0,048	-	_
33	0,033	0,066	_	8,48	_
34	0,020	0,055	0,020	-	_
35	0,016	0,055	0,020	-	2,6
36	0,029	0,052	0,040	0,13	_
37	0,020	0,052	0,041	0	_
38	_	—	—	1,22	_

Таблиця 3.5 - Вихідні дані розрахунку критичних частот валопровода для моделі "bonded"

No		Діаметр, м		Maca	Коефіцієнт
участка	Довжина, м	зовнішній	внутрішній	насадних деталей, кг	жорсткості опор, 10 <sup>8</sup> Н/м
1	0,058	0,071	_	12,57	_
2	0,019	0,080	_	0,30	_
3	0,033	0,080	0,042	_	29,2
4	0,039	0,092	0,042	_	_
5	0,039	0,092	0,042	_	_
6	0,039	0,092	0,042	_	_
7	0,039	0,092	0,042	_	_
8	0,039	0,092	0,042	_	_
9	0,023	0,088	0,042	_	_
10	0,045	0,082	0,042	8,94	_
11	0,062	0,082	0,042	_	_
12	0,053	0,082	0,042	5,00	_
13	0,011	0,082	0,042	0,17	-
14	0,021	0,070	0,042	_	_
15	0,032	0,070	0,045	0,39	_
16	0,019	0,070	0,024	_	27,6
17	0,014	0,066	0,024	2,00	-
18	0,045	0,047	0,024	-	-
19	0,046	0,047	0,024	_	_
20	0,016	0,047	0,024	-	-
21	0,019	0,047	0,024	-	-
22	0,034	0,047	0,024	-	-
23	0,025	0,047	0,024	_	_
24	0,020	0,047	0,024	_	_
25	0,027	0,060	0,024	-	-
26	0,036	0,060	0,024	1,21	31,7
27	0,040	0,060	0,048	0,22	_
28	0,040	0,060	0,048	—	_
29	0,048	0,060	0,048	2,38	-
30	0,043	0,062	0,048	_	_
31	0,033	0,066	—	8,48	_
32	0,020	0,055	0,020	-	-
33	0,016	0,055	0,020	_	23,9
34	0,029	0,052	0,040	0,13	_
35	0,020	0,052	0,041	0	-
36	_	_	_	1,22	_

Розрахунок критичних частот валопровода проводиться в двох варіантах: "frictional" (таблиця 3.4) і "bonded" (таблиця 3.5). У першому варіанті значення жорсткостей підшипників приймалися мінімальними (останній стовпець таблиці 3.4), причому з'єднання ресори з валами обох роторів покладалися шарнірними. У другому варіанті бралися максимально можливі жорсткості (останній стовпець таблиці 3.5). з'єднання приймалися a ресори за схемою жорсткого защемлення.Слід зауважити, що з'єднання роторів валопровода за допомогою ресори обумовлює досить слабкий динамічний зв'язок між ними. У зв'язку з цим парціальні критичні частоти роторів окремо мало відрізняються від відповідних частот, що отримуються з розрахунку валопровода в цілому, що і підтверджується розрахунками, наведеними нижче. Тому також були розглянуті роторні системи турбонасоса окислювача і насоса пального як окремі динамічні системи. Надалі при розрахунку вимушених коливань і аналізі варіантів балансіровок моделі обох роторів будуть так само розглядатися окремо.

На рисунку 3.10 дан розріз ротора турбонасоса окислювача, на рисунку 3.11 наведена розрахункова схема його балочной моделі.



Рисунок 3.10 - Розріз ротора турбонасоса окислювача



Рисунок 3.11 - Розрахункова схема ротора турбонасоса окислювача

У таблиці 3.6 наведено вихідні дані для розрахунку критичних частот ротора турбонасоса окислювача.

No	Порукица	Діаметр, м		Maca	Коефіцієнт
л≌ унастка	довжина,	200111111111	DUVTNIUUIŬ	насадних	жорсткості опор,
участка	191	зовнішній	внутрішній	деталей, кг	10 <sup>8</sup> Н/м
1	0,058	0,071	_	12,57	_
2	0,019	0,080	-	0,30	—
3	0,033	0,080	0,042	-	3,329,2
4	0,039	0,092	0,042	-	—
5	0,039	0,092	0,042	-	—
6	0,039	0,092	0,042	-	—
7	0,039	0,092	0,042	—	_
8	0,039	0,092	0,042	—	_
9	0,023	0,088	0,042	-	_
10	0,045	0,082	0,042	8,94	-
11	0,062	0,082	0,042	-	-
12	0,053	0,082	0,042	5	-
13	0,011	0,082	0,042	0,17	-
14	0,021	0,070	0,042	—	_
15	0,032	0,070	0,045	0,39	_
16	0,019	0,070	0,050	—	2,127,6
17	0,014	0,066	0,050	0,19	_
18	0,045	0,066	0,055	0,76	_
19	0,046	0,066	0,055	0,50	_
20		_	_	0,54	_

Таблиця 3.6 - Вихідні дані для розрахунку критичних частот ротора турбонасоса окислювача

На рисунку 3.12 показаний розріз ротора насоса пального, на рисунку 3.13 дана розрахункова схема його балочной моделі.



Рисунок 3.12 - Розріз ротора насоса пального



Рисунок 3.13 - Розрахункова схема ротора насоса пального

У таблиці 3.7 наведено вихідні дані для розрахунку критичних частот ротора насоса пального.

Таблиця 3.7 - Вихідні дані розрахунку критичних частот ротора насоса пального

No		Діаметр, м		Maca	Коефіцієнт
участка	Довжина, м	зовнішній	внутрішній	насадних	жорсткості опор,
5			5 1	деталей, кг	10° Н/м
1	0,034	0,058	0,051	—	-
2	0,025	0,060	0,051	0,18	-
3	0,020	0,060	0,051	0,81	—
4	0,027	0,060	0,050	0,22	_
5	0,036	0,060	0,050	—	1,331,7
6	0,040	0,060	0,048	0,22	_

Продовження таблиці 3.7

No		Діаметр, м		Maca	Коефіцієнт
л≌ миастка	Довжина, м	20011111111	อบบาทบบบบ่น	насадних	жорсткості опор,
участка		зовнішній	внутрішній	деталей, кг	10 <sup>8</sup> Н/м
7	0,040	0,060	0,048	-	_
8	0,048	0,060	0,048	2,38	_
9	0,043	0,062	0,048	-	-
10	0,033	0,066	—	8,48	-
11	0,020	0,055	0,020	_	_
12	0,016	0,055	0,020	_	2,623,9
13	0,029	0,052	0,040	0,13	_
14	0,020	0,052	0,041	-	-
15	_	_	_	1,22	_

3.1.4 Результати розрахунку критичних частот і форм роторів і валопровода ТНА при використанні комп'ютерної програми "Critical frequencies of the rotor"

Програма заснована на методі скінченних елементів і призначена для розрахунку критичних частот згинальних коливань роторів турбомашин. Результат розрахунку - значення критичних частот і форм коливань. Програма виводить дані розрахунку на екран (при необхідності - на друк) у вигляді числових значень і графіків. Програма написана в системі комп'ютерної алгебри MathCAD 15 і призначена для роботи в операційній системі Windows. Після введення вихідних даних (густина і модуль пружності матеріалу, довжини ділянок, зовнішній і внутрішній діаметри ділянок, маси насадних деталей, жорсткості опор) програма формує локальні матриці 4X4 жорсткості та інерції скінченних елементів, кожен з яких має 4 ступеня свободи (поперечні переміщення і кути повороту в вузлах). Глобальні матриці жорсткості [K] та інерції [M] формуються локальних останніх на підставі шляхом «зшивання» за відповідними вузлам.Завдання щодо визначення критичних частот зводиться до відшукання власних значень  $\omega_i$  глобальної матриці динамічної жорсткості

$$[D] = [K] - \omega^2 [M]. \tag{3.3}$$

При цьому форми коливань визначаються як вектор-стовпець, що є одним з рішень (з точністю до постійного множника) частотного рівняння

$$\det[D] = 0. \tag{3.4}$$

На рисунках 14-19 показані скріншоти робочих вікон програми розрахунку критичних частот відповідно роторів турбонасоса окислювача, насоса пального і валопровода в цілому.

Модуль пружності, Па:	$E := 2.1 \cdot 10^{11}$
-----------------------	--------------------------

		L, м	D, м	d, м	т, кг	к, Н/м
A.=		1	2	3	4	5
	1	0.058	0.071	0	12.57	0
	2	0.019	0.08	0	0.3	0
	3	0.033	0.08	0.042	0	3.3.108
	4	0.039	0.092	0.042	0	0
	5	0.039	0.092	0.042	0	0
	6	0.039	0.092	0.042	0	0
	7	0.039	0.092	0.042	0	0
	8	0.039	0.092	0.042	0	0
	9	0.023	0.088	0.042	0	0
	10	0.045	0.082	0.042	8.94	0
	11	0.062	0.082	0.042	0	0
	12	0.053	0.082	0.042	5	0
	13	0.011	0.082	0.042	0.17	0
	14	0.021	0.07	0.042	0	0
	15	0.032	0.07	0.045	0.39	0
	16	0.019	0.07	0.05	0	2.1.108
	17	0.014	0.066	0.05	0.19	0
	18	0.045	0.066	0.055	0.76	0
	19	0.046	0.066	0.055	0.5	0
	20	1.10-3	0.066	0.055	0.54	0

. . .

Кількість власних або критичних частот для пошуку: 🔉 🕺

Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с:  $\omega_{
m max} \coloneqq 1\cdot 10^5$ 



Власні частоти, рад/с:



	1	2
1	-0.014	-0.104
2	2.73·10 <sup>-3</sup>	-0.075
3	8.073·10 <sup>-3</sup>	-0.067
4	0.017	-0.056
5	0.027	-0.046
6	0.036	-0.037
7	0.044	-0.03
8	0.051	-0.024
9	0.056	-0.019
10	0.057	-0.016
11	0.058	-0.011
12	0.053	-4,822 <sup>,</sup> 10 <sup>-3</sup>
13	0.045	-1.572.10-4
14	0.042	7.871.10-4
15	0.038	2.58·10 <sup>-3</sup>
16	0.031	5.34·10 <sup>-3</sup>
17	0.026	7.034.10-3
18	0.023	8.314·10 <sup>-3</sup>
19	0.012	0.013
20	1.323.10-3	0.017
21	1.089.10-3	0.017

Рисунок 3.14 - Screenshot програми розрахунку критичних частот ротора турбонасоса окислювача для моделі "frictional"

Модуль пружності, Па:  $E := 2.1 \cdot 10^{11}$  Густина, кг/м^З:  $\rho := 7850$ 

D,м d,м

т, кг k, H/м

A := \_

	1	2	3	4	5
1	0.058	0.071	0	12.57	0
2	0.019	0.08	0	0.3	0
3	0.033	0.08	0.042	0	2.924.109
4	0.039	0.092	0.042	0	0
5	0.039	0.092	0.042	0	0
6	0.039	0.092	0.042	0	0
7	0.039	0.092	0.042	0	0
8	0.039	0.092	0.042	0	0
9	0.023	0.088	0.042	0	0
10	0.045	0.082	0.042	8.94	0
11	0.062	0.082	0.042	0	0
12	0.053	0.082	0.042	5	0
13	0.011	0.082	0.042	0.17	0
14	0.021	0.07	0.042	0	0
15	0.032	0.07	0.045	0.39	0
16	0.019	0.07	0.05	0	2.755.109
17	0.014	0.066	0.05	0.19	0
18	0.045	0.066	0.055	0.76	0
19	0.046	0.066	0.055	0.5	0
20	1.10-3	0.066	0.055	0.54	0

Кількість власних або критичних частот для пошуку: 🛛 🚬 = 3

Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с:





 $\omega^{\rm T} = \begin{pmatrix} 3.101 \times 10^3 & 6.513 \times 10^3 & 1.01 \times 10^4 \end{pmatrix}$ 1 2 1 0.019 Перша форма коливань: 4.365.10-3 2 3 -1.603.10-4 -7.541.10-3 4 -7.341.10-3 5 -0.015 -4.735.10-3 -4.988.10-3 6 -0.022 7 -0.028 -7.207.10-3 8 -0.033 0 0.4 0.6 0.2 9 -0.035 10 -0.036 Y =11 -0.035 12 -0.028 13 -0.017 Друга форма коливань: 14 -0.015 -9.973.10-3 -7.068.10-3 15 -1.554.10-3 -8.854 10-4 16 17 3.632.10-3 3.269.10-3 6.537.10-3 7.507.10-3 18 19 0.02 0.4 0.6 0 20 0.034

Власні частоти, рад/с:

Рисунок 3.15 - Screenshot програми розрахунку критичних частот ротора турбонасоса окислювача для моделі "bonded"

21

0.034

-0.047

-0.02

-0.014

-0.011

-0.014

-0.016

-0.018

-0.017

-0.012

-0.01

0.018

0.031

0.031

Функції форми:

		Е, м	D, м	d, м	т, кг	k, Н/м
A :=	=	1	2	3	4	5
	1	0.034	0.058	0.051	0	0
	2	0.025	0.06	0.051	0.18	0
	З	0.02	0.06	0.051	0.813	0
	4	0.027	0.06	0.05	0.22	0
	5	0.036	0.06	0.05	0	1.3 <sup>,</sup> 10 <sup>8</sup>
	6	0.04	0.06	0.048	0.22	0
	7	0.04	0.06	0.048	0	0
	8	0.048	0.06	0.048	2.38	0
	9	0.043	0.062	0.048	0	0
	10	0.033	0.066	0	8.48	0
	11	0.02	0.055	0.02	0	0
	12	0.016	0.055	0.02	0	2.6·10 <sup>8</sup>
	13	0.029	0.052	0.04	0.13	0
	14	0.02	0.052	0.041	0	0
	15	1.10-3	0.052	0.041	1.222	0

Модуль пружності, Па: Е := 2.1·10<sup>11</sup>

Кількість власних або критичних частот для пошуку: 🛛 🕅 🔆 🕄 🕺

Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с:  $\omega_{
m max} \coloneqq 1\cdot 10^5$ 



Власні частоти, рад/с:

$$\omega^{\rm T} = \left(3.974 \times 10^3 \ 5.675 \times 10^3 \ 7.369 \times 10^3\right)$$

Перша форма коливань:



Друга форма коливань:



1 2 4.627.10-3 -0.071 1 -4.325.10-3 2 -0.059 3 -0.011 -0.05 4 -0.016 -0.043 5 -0.034 -0.023 6 -0.033 -0.025 7 -0.041 -0.016 -8.731<sup>,</sup>10-3 8 -0.046 -7.585.10-4 9 -0.045 5.872.10-3 10 -0.038 11 -0.029 0.011 12 -0.024 0.014 13 -0.019 0.017 14 -0.011 0.022 -5.189.10-3 15 0.026 16 -4.908.10-3 0.027

Рисунок 3.16 - Screenshot програми розрахунку критичних частот ротора насоса пального для моделі "frictional"

Функції форми:

	11
Модуль пружності, Па:	$E := 2.1 \cdot 10^{11}$

	Е, м
A.:=	1
200	1

d, м

m,кг k,H/м

	1	2	3	4	5
1	0.034	0.058	0.051	0	0
2	0.025	0.06	0.051	0.18	0
3	0.02	0.06	0.051	0.813	0
4	0.027	0.06	0.05	0.22	0
5	0.036	0.06	0.05	0	3.165·10 <sup>9</sup>
6	0.04	0.06	0.048	0.22	0
7	0.04	0.06	0.048	0	0
8	0.048	0.06	0.048	2.38	0
9	0.043	0.062	0.048	0	0
10	0.033	0.066	0	8.48	0
11	0.02	0.055	0.02	0	0
12	0.016	0.055	0.02	0	2.387·10 <sup>9</sup>
13	0.029	0.052	0.04	0.13	0
14	0.02	0.052	0.041	0	0
15	1.10-3	0.052	0.041	1.222	0

Кількість власних або критичних частот для пошуку: 🛛 📉 = 3

Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с: ω<sub>max</sub> ≔ 2·10<sup>5</sup>



Власні частоти, рад/с:

$$\omega^{\rm T} = \begin{pmatrix} 5.27 \times 10^3 & 1.342 \times 10^4 & 1.431 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

Перша форма коливань:



Рисунок 3.17 - Screenshot програми розрахунку критичних частот ротора насоса пального для моделі "bonded"

Функція форми:

Α		Ц, м	D, м	d, м	m, кг	k, Н/м	
A :=		1	2	3	4	5	1
	1	0.058	0.071	0	12.57	0	
	2	0.019	0.08	0	0.3	0	1
	3	0.033	0.08	0.042	0	3.3.108	1
	4	0.039	0.092	0.042	0	0	]
	5	0.039	0.092	0.042	0	0	1
	6	0.039	0.092	0.042	0	0	
	7	0.039	0.092	0.042	0	0	
	8	0.039	0.092	0.042	0	0	1
	9	0.023	0.088	0.042	0	0	
	10	0.045	0.082	0.042	8.94	0	1
	11	0.062	0.082	0.042	0	0	
	12	0.053	0.082	0.042	5	0	]
	13	0.011	0.082	0.042	0.17	0	1
	14	0.021	0.07	0.042	0	0	
	15	0.032	0.07	0.045	0.39	0	
	16	0.019	0.07	0.024	0	2.1.108	ľ
	17	1.10-4	1.10-3	0	0	0	]
	18	0.014	0.066	0.024	2	0	
	19	0.045	0.047	0.024	0	0	
	20	0.046	0.047	0.024	0	0	
	21	0.016	0.047	0.024	0	0	
	22	0.019	0.047	0.024	0	0	
	23	0.034	0.047	0.024	0	0	
	24	0.025	0.047	0.024	0	0	ľ
	25	0.02	0.047	0.024	0	0	]
	26	0.027	0.06	0.024	0	0	
	27	1.10-4	1·10 <sup>-3</sup>	0	0	0	
	28	0.036	0.06	0.024	1.213	1.3·10 <sup>8</sup>	
	29	0.04	0.06	0.048	0.22	0	
	30	0.04	0.06	0.048	0	0	
	31	0.048	0.06	0.048	2.38	0	
	32	0.043	0.062	0.048	0	0	
	33	0.033	0.066	0	8.48	0	
	34	0.02	0.055	0.02	O	0	
	35	0.016	0.055	0.02	0	2.561·10 <sup>8</sup>	
	36	0.029	0.052	0.04	0.13	0	
	37	0.02	0.052	0.041	0	0	ļ
	38	1'10-3	0.052	0.041	1.222	0	J.

Кількість власних або критичних частот для пошуку: 🛛 🕅 🖂 🛛 🕅

Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с:  $\omega_{
m max} \coloneqq 1.10^4$ 



Власні частоти, рад/с:

$$\omega^{\rm T} = \begin{pmatrix} 2.6 \times 10^3 & 3.252 \times 10^3 & 3.832 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

Перша форма коливань:



Друга форма коливань:



	1	2
1	0.015	0.106
2	-2.699.10-3	0.077
3	-8.368·10 <sup>-3</sup>	0.069
4	-0.018	0.057
5	-0.029	0.047
6	-0.038	0.038
7	-0.047	0.031
8	-0.054	0.025
9	-0.059	0.019
10	-0.061	0.016
11	-0.062	0.011
12	-0.057	5.431,10-3
13	-0.048	9.464 10-4
14	-0.046	5.397.10-5
15	-0.041	-1.614.10-3
16	-0.034	-4.094·10 <sup>-3</sup>
17	-0.029	-5.563·10 <sup>-3</sup>
18	-0.029	-5.568·10 <sup>-3</sup>
19	-0.027	-5.318·10 <sup>-3</sup>
20	-0.023	-4.495,10-3
21	-0.018	-3.582·10 <sup>-3</sup>
22	-0.016	-3.245.10-3
23	-0.014	-2.829.10-3
24	-9.705·10 <sup>-3</sup>	-2.051.10-3
25	-6.64·10 <sup>-3</sup>	-1.455.10-3
26	-4.154.10-3	-9.681 10-4
27		
28	-7.734.10-4	-3.042'10-4
29	-7.244.10-4	-3.076+10-4
30	-6.611.10-4	-3.047.10-4
31	-5.779.10-4	-2.869.10-4
32	-4.422.10-4	-2.381.10-4
33	-2.898 10-4	-1.706.10-4
34	-1.605 10-4	-1.09110-4
35	-7.989·10 <sup>-5</sup>	-6.997·10 <sup>-5</sup>
36	-1.477·10 <sup>-5</sup>	-3.838·10 <sup>-5</sup>
37	1.041.10-4	1.928·10 <sup>-5</sup>
38	1.866 10-4	5.924·10 <sup>-5</sup>
39	1.907 • 10-4	6.124.10-5

Рисунок 3.18 - Screenshot програми розрахунку критичних частот валопровода для

моделі "frictional"

	Ц, м	D, м	d, м	т, кг	k, Н/м
À.=	1	2	3	4	5
1	0.058	0.071	0	12.57	0
2	0.019	0.08	0	0.3	0
З	0.033	0.08	0.042	0	2.924·10 <sup>9</sup>
4	0.039	0.092	0.042	0	0
5	0.039	0.092	0.042	0	0
6	0.039	0.092	0.042	0	0
7	0.039	0.092	0.042	0	0
8	0.039	0.092	0.042	0	0
9	0.023	0.088	0.042	0	0
10	0.045	0.082	0.042	8.94	0
1	1 0.062	0.082	0.042	0	0
1.	2 0.053	0.082	0.042	5	0
1	3 0.011	0.082	0.042	0.17	0
14	4 0.021	0.07	0.042	0	0
15	5 0.032	0.07	0.045	0.39	0
10	5 0.019	0.07	0.024	0	2.755·10 <sup>9</sup>
1	7 0.014	0.066	0.024	2	0
18	3 0.045	0.047	0.024	0	0
19	9 0.046	0.047	0.024	0	0
20	0.016	0.047	0,024	0	0
2	1 0.019	0.047	0.024	0	0
2	2 0.034	0.047	0.024	0	0
2	3 0.025	0.047	0.024	0	0
24	4 0.02	0.047	0.024	0	0
2	5 0.027	0.06	0.024	0	0
20	5 0.036	0.06	0.024	1.213	3.165·10 <sup>9</sup>
2	7 0.04	0.06	0.048	0.22	0
28	3 0.04	0.06	0.048	0	0
29	9 0.048	0.06	0.048	2.38	0
30	0.043	0.062	0.048	0	0
3	1 0.033	0.066	0	8.48	0
32	2 0.02	0.055	0.02	0	0
33	3 0.016	0.055	0.02	0	2.387·10 <sup>9</sup>
34	4 0.029	0.052	0.04	0.13	0
3	5 0.02	0.052	0.041	0	0
30	5 1·10 <sup>-3</sup>	0.052	0.041	1.222	0

A

Кількість власних або критичних частот для пошуку: 👖 = 3 Граничне значення власної або критичної частоти для пошуку, рад/с:  $\omega_{
m max} = 1.10^4$ 



Функції форми:

Власні частоти, рад/с:

$$\omega^{\rm T} = \begin{pmatrix} 3.363 \times 10^3 & 6.211 \times 10^3 & 6.615 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

Перша форма коливань:



Друга форма коливань:



	1	2
1	-0.025	5.301·10 <sup>-3</sup>
2	-5.801·10 <sup>-3</sup>	2.081 · 10 <sup>-3</sup>
3	-9.719·10 <sup>-5</sup>	1.34·10 <sup>-3</sup>
4	9.098·10 <sup>-3</sup>	4.953·10 <sup>-4</sup>
5	0.019	1.451·10 <sup>-5</sup>
6	0.027	-1.39.10-4
7	0.034	-4.373 • 10-5
8	0.039	2.213 • 10-4
9	0.042	5.772.10-4
10	0.043	7.977.10-4
11	0.041	1.165°10 <sup>-3</sup>
12	0.032	1.329·10 <sup>-3</sup>
13	0.02	9.697 • 10-4
14	0.017	8.275·10 <sup>-4</sup>
15	0.011	4.416·10 <sup>-4</sup>
16	2.94·10 <sup>-3</sup>	-5.185.10-4
17	-1.724·10 <sup>-3</sup>	-1.293·10 <sup>-3</sup>
18	-4.963·10 <sup>-3</sup>	-1.941·10 <sup>-3</sup>
19	-0.012	-4.951·10 <sup>-3</sup>
20	-0.013	-8.226·10 <sup>-3</sup>
21	-0.012	-9.005·10 <sup>-3</sup>
22		
23	-7.369.10-3	-8.782·10 <sup>-3</sup>
24	-4.747.10-3	-6.605·10 <sup>-3</sup>
25	-2.761·10 <sup>-3</sup>	-3.652·10 <sup>-3</sup>
26	-3.701.10-4	1.542·10 <sup>-3</sup>
27	2.289·10 <sup>-3</sup>	9.607 <sup>,</sup> 10 <sup>-3</sup>
28	4.255 <sup>,</sup> 10 <sup>-3</sup>	0.019
29	4.992·10 <sup>-3</sup>	0.025
30	4.385·10 <sup>-3</sup>	0.025
31	2.801·10 <sup>-3</sup>	0.017
32	1.232.10-3	8.166 10 <sup>-3</sup>
33	2.208 10-4	1.883·10 <sup>-3</sup>
34	-6.052.10-4	-3.428·10 <sup>-3</sup>
35	-2.127·10 <sup>-3</sup>	-0.014
36	-3.189·10 <sup>-3</sup>	-0.021
37	-3.242.10-3	-0.021

Y =

Рисунок 3.19 - Screenshot програми розрахунку критичних частот валопровода для

моделі "bonded"
Результати розрахунку форм вільних коливань роторів окремо і валопровода в цілому наведені на рисунках 3.20-3.22. Значення відповідних критичних частот зведені в таблицю 3.8 і проілюстровані на рисунку 3.23.



Рисунок 3.20 - Перша (*a*, *в*) і друга (*б*, *г*) форми вільних коливань ротора турбонасоса окислювача для моделей "bonded" (*a*, *б*) і "frictional" (*в*, *г*) контактної взаємодії зв'язаних тіл



Рисунок 3.21 - Перша (*a*, *в*) і друга (*б*, *г*) форми вільних коливань ротора насоса пального для моделей "bonded" (*a*, *б*) і "frictional" (*в*, *г*) контактної взаємодії зв'язаних тіл



Рисунок 3.22 - Перша (*a*, *в*) і друга (*б*, *г*) форми вільних коливань валопровода для моделей "bonded" (*a*, *б*) і "frictional" (*в*, *г*) контактного взаємодії зв'язаних тіл

У таблиці 3.8 наведено зведення даних розрахунку критичних швидкостей роторів і валопровода ТНА, отриманих за допомогою балкових моделей. Нижня і верхня межі діапазону відповідають моделям контактної взаємодії "frictional" і "bonded". Зауважимо, що перша і друга критичні частоти ротора турбонасоса окислювача практично збігаються відповідно з першою і другою критичними частотами валопровода. Відповідно близькі перша і друга форми вільних частота валопровода «привноситься» першою Третя критична коливань. парціальної частотою ротора насоса пального. Тому ДЛЯ оцінки відстройкироторної системи ТНА від резонансних режимів практично можна обмежитися розглядом динаміки ротора турбонасоса окислювача.

Таблиця 3.8 - Критичні частоти роторних систем, визначені за допомогою комп'ютерної програми "Critical frequencies of the rotor"

Cuertove	Критичні частоти, рад/с			
Система	перша	друга	третя	
Ротор турбонасоса окислювача	26233101	32516513	542910100	
Ротор насоса горючого	39745270	567513420	736914310	
Валопровід	26003363	32526211	38326615	

На рисунку 3.23 наведена діаграма розташування спектрів критичних частот у разі моделей "frictional", що відповідають найбільш близькому розташуванню критичних частот до робочих частот.





Розрахунки критичних частот роторів були продубльовані за допомогою програми ANSYS для балкових скінченно-елементних моделей "Beam 3". Результати розрахунку практично збіглися з розглянутим вище варіантом моделі "frictional". Так, наприклад, перша критична частота ротора турбонасоса окислювача дорівнювала 2670 рад/с, друга - 3470 рад/с.

3.1.5 Розрахункові схеми роторів і валопровода ТНА при використанні програмного комплексу ANSYS Workbench

Розрахунок критичних частот при використанні програмного комплексу ANSYS Workbench peaniзується в модулі "Modal" (рисунок 3.24 *a*). Задання вихідних даних (рисунок3.24 *б*) полягає в послідовному створенні (або імпортуванні) Parasolid-моделі (розділ "Geometry"), виборі матеріалів (бібліотека "Engineering Data") і моделей контактної взаємодії поверхонь, що зв'язані (розділ "Connections"), генеруванні скінченно елементной сітки (інструмент "Mesh").





Рисунок 3.24 - Screenshot робочої області (*a*) і параметрів (*б*) розрахунку критичних частот при використанні ANSYS Workbench

У розділі "Model" задаються граничні умови ("Bounded Conditions", "Supports"), а також налаштування розв'язувача ("Analysis Settings"). В результаті розрахунку програма видає критичні частоти і відповідні їм форми коливань. 3.1.6 Результати розрахунку критичних частот і форм при використанні програмного комплексу ANSYS Workbench

На рисунках 3.25-3.27 наведені роздруківки результатів розрахунку критичних частот і форм коливань роторів турбонасоса окислювача, насоса пального і валопровода в цілому. Жорсткості підшипників задавалися по посадочним поверхням "вал - внутрішня обойма" через параметри граничних умов "Bearing" для значень, що відповідають моделі контактної взаємодії "frictional". Критичні частоти вільних коливань роторів і валопроводной системи THA зведені в таблицю 3.9, а їх розташування проілюстровано на рисунку 3.28.



a





Рисунок 3.25 - Перша (*a*), друга (*б*) і третя (*в*) форми вільних коливань ротора турбонасоса окислювача



а







Рисунок 3.26 - Перша (а), друга (б) і третя (в) форми вільних коливаньротора

насоса пального









Рисунок 3.27 – Первая (*a*), вторая (б) и третья (*в*) формы свободных колебаний валопровода ТНА

Таблиця 3.9 - Критичні частоти вільних коливань роторних систем, визначені в програмному комплексі ANSYS Workbench

CHOTANO	Критичні частоти, рад/с			
Система	перша	друга	третя	
Ротор турбонасоса окислювача	2829	3273	5414	
Ротор насоса пального	3647	4681	6096	
Валопровід	2735	3267	3707	

Отримані значення критичних частот добре узгоджуються з наведеними вище результатами розрахунків, реалізованими за допомогою комп'ютерної програми "Critical frequencies of the rotor".

	2829					
Ротор турбонасоса окислителя	◦ <i>□3273</i> × 5414					
Ротор насоса горючего	3647° □ 4681 ×7369					
Валопровод	2735 • • ×3707					
	<u>1693</u> 3267					
$\omega$ , pad/c $~$ L	, 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 800					
	<ul> <li>первая собственная частота;</li> <li>вторая собственная частота;</li> <li>третья собственная частота;</li> <li>диапазон рабочих частот;</li> <li>номинальная частота вращения.</li> </ul>					

Рисунок 3.28 - Критичні частоти роторних систем, визначені в програмному комплексі ANSYS Workbench

3.1.7 Основні висновки

1. На даному етапі досліджень, виходячи з прийнятих схем моделей скінченноелементного аналізу, отриманий діапазон розташування спектрів критичних частот від найбільш «песимістичного» (варіант "frictional), до можливого максимального зсуву спектра вправо (варіант" bonded "). Величини першої критичної частоти, отримані з розрахунку, становлять 2600 рад/с (варіант "frictional") і 3363 рад/с (варіант "bonded").

2. Обидва ротора і валопровод в цілому є жорсткими роторними конструкціями: максимальна робоча частота лежить нижче першої критичної як валопровода в цілому, так і парціальних критичних частот обох роторів.

3. Перші дві критичні частоти валопровода можуть бути оцінені з розрахунку перших двох критичних частот ротора турбонасоса окислювача, оскільки вони практично збігаються.

4. Запас по відбудові від резонансного режиму, який обраховується за формулою

$$\delta = \frac{\omega_1 - \omega_p^{\max}}{\omega_1} \cdot 100\%, \qquad (3.5)$$

де -  $\omega_1$  перша критична частота,  $\omega_p^{\text{max}}$  - максимальна робоча частота, знаходиться в діапазоні від 15% (за даними скінченноелементной моделі для випадку "frictional") до 34% (для моделі "bonded").

# 4. РОЗРАХУНОК СТАТИЧНИХ І ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТОРЦЕВИХ ІМПУЛЬСНИХ УЩІЛЬНЕНЬ

### 4.1. Вступ

#### 4.1.1 Конструкція і принцип роботи ущільнення

Імпульсні торцеві ущільнення як альтернатива механічним і гідростатичним торцевим ущільненням з'явилися в 70-х роках минулого століття в процесі створення ущільнень роторів головних циркуляційних насосів АЕС [27]. Всебічні експериментальні дослідження і натурні випробування показали, що такі ущільнення задовольняють жорстким вимогам по надійності, герметичності і ресурсу, які пред'являються до основного обладнання АЕС [28]. Завдяки цьому імпульсні ущільнення привернули увагу розробників високообертових відцентрових машин і для інших галузей промисловості зокрема, для ТНА РРД [38-42], а також стали прототипом перспективних, з коаксіальним розташуванням ступенів, затворних торцевих ущільнень для рідин і газів [29].

Найпростіша конструкція одноступінчастого імпульсного ущільнення (рис. 4.1) відрізняється від механічного торцевого ущільнення тільки тим, що на торцевій поверхні аксіально рухомого кільця *1* розташовані замкнуті камери 2, а на опорному кільці 6, що обертається, зроблено кілька радіальних каналівживильників 5, відкритих в сторону ущільнюваної порожнини . Через ці канали ущільнююче середовище під ущільнювальним тиском  $p_1$  вприскується в камери за ті короткі проміжки часу  $t_c = \beta_c / \omega$ , протягом яких обертаються канали 5 проходячи повз камери 2. В ці моменти тиск  $p_2$  в камерах стрибкоподібно підвищується до величини  $p_{2max} = p_1$  за вирахуванням інерційного напору  $p_* = 0.5\rho (r_3^2 - r_2^2) \omega^2$ , який виникає в обертових радіальних каналахживильниках. Наприклад, для типових розмірів ущільнення живильного насоса  $r_2 = 0,06 \, \text{м}, r_3 = 0,07 \, \text{м}, \ \omega = 300 \, \text{c}^{-1}, \ \rho = 10^3 \, \kappa \text{c} / \text{m}^3, \ p_1 = 18 M \Pi a$ , інерційний напір  $p_* = 0,0585 \, M \Pi a$ , що становить приблизно 0,3% від ущільнюється тиску. Змінюючи форму живильників, можна трохи змінити величину  $p_*$  і, тим самим, величину  $p_{2max} = p_1 - p_*$ . Інерційний напір можна усунути повністю, маючи в своєму розпорядженні живильники на необертальному кільці, а камери - на обертовому. На фоні введених нижче більш грубих спрощень впливом інерційного напору на характеристики ущільнення будемо нехтувати.



Рисунок 4.1 - Схема імпульсного торцевого ущільнення

Характер зміни тиску в камері за період  $T = 2\pi/\omega n_i$  ( $n_i$  - число живильників) між двома наступними вприсками залежить від гідравлічних опорів або провідностей  $g_i$  живильників і провідності внутрішнього (з боку ущільнюється тиску) *3* і зовнішнього *4* торцевих щілинних дроселів  $g_1(z)$  і  $g_3(z)$ . На рис. 4.2, *a* [4] показані приблизні графіки зміни тиску в окремій камері: чим більше зазор, тим менше  $p_{2min}$  і осреднений за період  $T = 2\pi/\omega n_i$  тиск  $\overline{p}_2$ .

Подібна картина має місце в процесі розширення, коли живильник знаходиться поза сектором  $\beta_c$  на часовому відрізку $T - t_c$ . Після виходу живильника з сектора  $\beta_c$ , займаного камерою, тиск  $p_2$  в камері починає зменшуватися через витікання стислого середовища через зовнішній плоский зазор 4;  $A_1, A_3$  - площі стінок плоских кільцевих зазорів (рис.4.2, *b*). Падіння тиску триває до чергового вприскування (рис.4.2, *a*), а глибина падіння, тобто значення  $p_{2min}$ , залежить від торцевого зазору: чим більше зазор, тим менше  $p_{2min}$ . Можливо також таке поєднання параметрів, при якому тиск досягає мінімуму  $p_3$  за час $t < T = 2\pi/\omega n_i$ . Зі зменшенням зазору амплітуда зміни тиску в камері зменшується, а середній тиск збільшується.

Іноді на зовнішньому пояску роблять радіальний, своєрідний продувочний канал. Він збільшує витоки, тому може застосовуватися, якщо немає жорстких обмежень на величину витоків, а ущільнювальне середовище містить тверді включення. У момент проходження продувочного каналу через камеру тиск в ній стрибкоподібно зменшується, і струмінь, що витікаєвиноситьтверді частинки, що потрапили в камеру через внутрішній живильник.

Чим менше час між вприсками, тим менше глибина падіння тиску  $p_{2min}$  в камерах (рис.4.3), тим більше осреднений тиск  $p_2$  в камерах і тим більше сила  $F_s$ , яка розкриває торцевий стик.

Деяке, більш повне уявлення про процеси стиснення-розширення в камерах буде отримано з аналізу ізотермічноїтечії в'язкої стисливої рідини на ділянці гідравлічної лінії, що містить проточну камеру.



а



Рисунок 4.2 - Зміна тиску в окремій камері за період *T* між черговими вприсками (*a*) і епюри тиску на торцевих поверхнях аксіально рухомого кільця (*b*) в залежності від торцевого зазору: z' > z



Рисунок 4.3 - Вплив періоду  $T = 2\pi/\omega n_i$  на величину середнього тиску в камерах: T' = 0.5T

Сила тиску  $F_s(z)$ , яка розкриває торцевий стик, залежить від тиску  $\bar{p}_2(z)$  і, відповідно, від зазору. При зменшенні зазору вона збільшується, і порушується її баланс із зовнішньою, яка не залежить від зазору силою  $F_e$  (рис. 4.4). Під дією на аксіально рухоме кільце позитивної різниці  $F_s - F_e > 0$  зазор зменшується ( $\Delta z$ ) настільки, щоб відновилася рівність  $F_s = F_e$ . Чим крутіше падає залежність  $F_s(z)$ , тим менше нове положення рівноваги M' відхиляється від початкового положення M.

Таким чином, між торцевим зазором z (регульована величина) і силою  $F_s$  (регулюючий вплив) існує негативний зворотний зв'язок, що забезпечує саморегулювання торцевого зазору (рис. 4.5).

Робота ущільнення заснована на створенні високочастотних імпульсів тиску в розвантажувальних камерах, тому воно отримало назву імпульсного ущільнення. Частота імпульсів сумарною осьової сили тиску в зазорі, що діє на аксіально рухоме кільце - $\omega n_i n_c (n_c = 2\pi/\beta_0$  - число камер), велика в порівнянні з частотою

обертання. Через велике демпфірування в мікронному торцевому зазорі і інерції аксіально рухомого кільця, кільце майже не реагує на такі високочастотні імпульси. З цих міркувань високочастотні вимушені коливання кільця в статичному розрахунку не беруться до уваги.



Рисунок 4.4 - Вплив крутизни кривої  $F_s(z)$  на статичне відхилення під дією зовнішнього навантаження  $F_e$ 



Рисунок 4.5 - Структурна схема імпульсного ущільнення як системи

автоматичного регулювання

Розрахунок ущільнення як системи автоматичного регулювання торцевого зазору і витоків зводиться до вирішення наступного комплексу завдань.

1. Статичний розрахунок включає побудову статичних характеристик, тобто залежності торцевого зазору і витоків від ущільнюваного тиску і частоти обертання ротора (зовнішні впливи), а також від коефіцієнта навантаження і зусилля попереднього стиснення пружин (задаючі впливи). У статичному розрахунку визначаються коефіцієнт гідростатичної жорсткості, умова статичної стійкості, діапазон допустимих ущільнюваних тисків (область функціонування).

2. Розрахунок динамічних характеристик містить: оцінку власної частоти коливань аксіально рухомого кільця; побудову амплітудних і фазових частотних характеристик вимушених осьових коливань кільця під дією ущільнюваного тиску, який змінюється за гармонічним законом; аналіз динамічної стійкості.

4.1.2 Розрахункова модель ущільнення

Робота імпульсного ущільнення супроводжується складними нестаціонарними гідродинамічними процесами, математичний опис яких представляє великі труднощі. Успіх в аналітичному розв'язанні задач статичного і динамічного залежить від правильного вибору розрахунків спрощеної розрахункової моделі, а обгрунтовані спрощення можна зробити лише на підставі результатів експериментальних досліджень. Такі дослідження проведені на модельному ущільненні (рис. 4.6) з додатковою регулювальної камерою 1 [32]. Змінюючи тиск  $p_4$  в камері 1, можна змінювати осьове навантаження на аксіально рухоме кільце 2 і, тим самим, змінювати торцевий зазор.

В експериментах при тисках від 1 до 5 МПа вимірювалися: осьова сила, що діє на аксіально рухоме кільце; витрата через ущільнення, що дозволяє за формулою Хагена-Пуазейля оцінити величину торцевого зазору (у всіх дослідженнях  $Re \le 20$ , тому режим течії ламінарний); зміна тиску  $p_2$  в камерах 3 в часі (рис. 4.7); зміна тиску по радіусу торцевої поверхні. Тиск на перемичці між камерами і в самій камері вимірювався через дренажні канали 5.

Внутрішній *r*<sub>1</sub> і зовнішній *r*<sub>3</sub> радіуси ущільнюючої (контактної) поверхні становили відповідно 120 і 141,5 мм, число камер - 16 і 32, число живильників - 2 і 4.

Максимальний тиск в камері 3 встановлюється протягом часу нагнітання  $t_c$  і досягає значення  $p_1$ .





Рисунок 4.6 – Досліджуване імпульсне ущільнення

На кільцевому пояску, ширина якого дорівнює радіальній ширині камер  $l_2 = r_{22} - r_{21}$ , тиск, включаючи і перемички, за результатами експерименту можна вважати рівним осредненному тиску в камерах (рис. 4.8). На рисунку показані також радіуси, радіальні протяжності і площі плоских кільцевих поясків контактної поверхні.



Рисунок 4.7 – Осцилограма тиску в камері; 1 – відмітчик обертів;  $T = 2\pi/n_i \omega = 0,02c, n_i = 2, t_0 = 2\pi/\omega$  - час одного оберту



Рисунок 4.8 - Розподіл тиску на торцевих поверхнях аксіально-рухомого кільця

Статична характеристика знаходиться з рівняння осьової рівноваги аксіально рухомого кільця. У положенні рівноваги сила тиску  $F_s$ , яка розкриває торцевий зазор, врівноважує зовнішню силу тиску  $F_e$  і силу  $F_k$  пружних елементів:  $F_s = F_e + F_k$ . Сила  $F_s$  (регулюючий вплив) визначається осредненим за період між черговими вприсками тиском  $p_2$  в камерах.

## 4.2 Статичний розрахунок

#### 4.2.1 Обчислення осередненого тиску в камерах

4.2.1.1 Рівняння балансу витрат на періодах стиснення і розширення. Для оцінки тиску в камерах розглянемо радіальну течію в'язкої стисливої рідини в плоскому каналі, що має вигляд сектора з центральним кутом  $\beta_c$  і радіальним розміром  $r_3 - r_1$ , що утворений елементами ущільнюючих поверхонь і розділеним проточною камерою (рис. 4.1, рис. 4.9). Права стінка зазору, на якій розташовані живильники, обертається; ліва має свободу осьових переміщень в межах мікронного торцевого зазору. Окружна складова течії не враховується.



Рисунок 4.9 - Фрагмент плоского каналу з проточною камерою

Течія в каналах нестаціонарна. Живильник (показаний штриховими лініями), проходячи за час  $t_c = \beta_c / \omega$  через заповнену рідиною камеру, стрибкоподібно підводить до неї тиск  $p_1$ . В результаті тиск наростає до максимального значення

 $p_1$ , стискаючи рідину в камері. Після виходу живильника з сектора  $\beta_c$  стиснений в камері об'єм рідини витікає, а тиск зменшується до початкового мінімального значення. Процес розширення проходить протягом часу  $T - t_c$ . Після цього знову настає стиснення, і процес повторюється (рис. 4.2, *a*).

При стисненні різницяоб'ємів рідини, що втікає через живильник і внутрішній торцевий дросель  $(Q_i + Q_1)dt$  і яка витікає  $(Q_3dt)$  через зовнішній, компенсується об'ємом, що заповнює звільнившийся в результаті стиснення рідини об'єм – dV в камері:

$$(Q_i + Q_1)dt - Q_3dt = -dV. (4.1)$$

У процесі розширення об'єм витікаючої рідини $(Q_3 dt)$  більше об'єму втікающої  $(Q_1 dt)$  на величину dV з протилежним знаком:

$$Q_3 dt - Q_1 dt = dV . ag{4.2}$$

Рівняння (4.1) відрізняється від (4.2) тільки витратою через живильник і початковою умовою: стиснення починається з мінімального тиску, а розширення - з максимального.

За визначенням [33] модуль об'ємної пружності рідини

$$E = -V_0 \frac{dp}{dV}$$
, звідки  $dV = -\frac{V_0}{E} dp$ .

Тут  $dV = V - V_0$ - різниця між кінцевим V і початковим  $V_0$  об'ємами рідини, V<sub>0</sub> - незмінний об'єм камери, E - ізотермічний об'ємний модуль пружності рідини;  $Q_i$ - витрата через живильник,  $Q_1$ ,  $Q_3$ - витрати через внутрішній і зовнішній торцеві дроселі сектора  $\beta_c$ .

Модуль пружності води  $E \approx 2200 M\Pi a$ . Для ущільнення насоса з тиском нагнітання  $p_1 = 18M\Pi a$ ,  $p_2 \approx 0.5 p_1$  відносний об'єм стиснення  $\Delta V/V_0 \sim 10^{-2}$ , тобто становить приблизно 1% об'єму камери. Тому великого впливу стисливості на роботу ущільнення очікувати не доводиться. Зміна об'єму  $\Delta V$  при стисненні і розширенні відрізняється тільки знаком.

Для ламінарної течії витрати лінійно залежать від перепадів тиску:

$$Q_i = g_i(p_1 - p), \ Q_1 = g_1(p_1 - p), \ Q_3 = g_3(p - p_3).$$
 (4.3)

Провідності торцевих дроселів для ламінарних течій пропорційні кубу зазору *z* [31,37] і виражаються формулами

$$g_1 = g_{1n}u^3$$
,  $g_3 = g_{3n}u^3$ ,  $u = z/z_n$ ,

$$g_{1n} = \frac{\beta_c z_n^3}{12\mu \ln(r_3/r_{22})} \approx \frac{\beta_c z_n^3 r_3}{12\mu l_1}, \quad l_1 = r_3 - r_{22}, \quad (4.4)$$

$$g_{3n} = \frac{\beta_c z_n^3}{12 \mu \ln(r_{21}/r_1)} \approx \frac{\beta_c z_n^3 r_{21}}{12 \mu l_3}, \quad l_3 = r_{21} - r_1;$$

 $z_n = (2 \dots 6)$  мкм - номінальний, прийнятий для даної конструкції торцевий зазор,  $u = z/z_n$  - безрозмірний поточний зазор,  $\mu$  - динамічна в'язкість ущільнюваної рідини.

Провідність g<sub>i</sub> живильника залежить від форми і розмірів перетину і визначається, як правило, експериментально. Оцінку провідності простого

радіального каналу 4 (рис. 4.6) можна отримати, користуючись формулою Хагена-Пуазейля для трубок круглого перетину [7]:

$$g_i = \pi d_i^4 / 128 \,\mu l_i \,, \tag{4.5}$$

де  $d_i$ ,  $l_i$  – диаметр і довжина еквивалентного трубчастого живильника.

Для посилення зворотного зв'язку між осредненим тиском в камерах і торцевих зазором, можна використовувати трубчасті живильники - рис. 4.10. Такі живильники подають струмінь ущільнюваної рідини по черзі в камеру (сектор  $\beta_c$ ) і в торцевий зазор (сектор  $\beta_s = \beta_0 - \beta_c$ ). На виході струменя в торцевий зазор місцевий опір і сумарна провідність живильників залежать від величини зазору *z* [34]. При виході струменя в камеру порівняно великого обсягу (в порівнянні з обсягом торцевого зазору сектора  $\beta_c$ ) провідність трубчастого живильника не залежить від зазору і визначається формулою (4.5).



Рисунок 4.10 - Ущільнення з трубчастим живильником

Підставивши в (4.1) і (4.2) вирази витрат і розділивши обидві частини рівності на *dt*, одержимо рівняння балансу об'ємних витрат для процесів стиснення і розширення у вигляді неоднорідних диференціальних рівнянь першого порядку

відносно поточного тиску  $p_c$ ,  $p_p$  в камері на часових відрізках стиснення  $(0 \le t \le t_c)$  і розширення  $(t_c \le t_* \le T - t_c)$ :

$$\frac{V_0}{E} \frac{dp_c}{dt} = g_i (p_1 - p_c) + g_1 (p_1 - p_c) - g_3 (p_c - p_3).$$

$$\frac{V_0}{E} \frac{dp_p}{dt_*} = g_1 (p_1 - p_p) - g_3 (p_p - p_3); \quad (t_* = t - t_c).$$
(4.6)

Розв'язання рівнянь (4.6) представляють закони змінення у часі тиску в камері на часових ділянках стиснення  $p_c(t)$  і розширення -  $p_p(t)$ . У статичному розрахунку використовується сума осереднених за період *T* тисків, постійна в часі. Для аналізу осьових коливань аксіально рухомого кільця будемо використовувати осреднене на періоді *T* рівняння балансу витрат, отримане шляхом підсумовування рівнянь (4.6) з одночасним розширенням області їх визначення на інтервал [0, *T*].

Після деяких перетворень рівняння росту тиску в камері під час стиснення і падіння тиску під час розширення приймуть вигляд:

$$T_{c} \frac{dp_{c}}{dt} + p_{c} = \frac{1}{G} \Big[ \Big( I + \alpha_{1i} u^{3} \Big) p_{1} + \alpha_{3i} u^{3} p_{3} \Big] = G_{c},$$

$$T_{p} \frac{dp_{p}}{dt_{*}} + p_{p} = \alpha_{e3} p_{1} + \alpha_{e1} p_{3} = G_{p},$$
(4.7)

де постійні часу наповнення і спорожнення камери, вагові коефіцієнти, безрозмірні тиски і провідності виражаються формулами:

$$T_{c} = \frac{\overline{T}_{c}}{G(u)}, \ \overline{T}_{c} = \frac{V_{0}}{Eg_{i}}, \ G(u) = I + (\alpha_{Ii} + \alpha_{3i})u^{3}; \ T_{p} = \frac{\overline{T}_{p}}{u^{3}}, \ \overline{T}_{p} = \frac{V_{0}\alpha_{e3}}{Eg_{In}};$$
(4.8)

$$G_{c} = \frac{1}{G} \Big[ \Big( 1 + \alpha_{1i} u^{3} \Big) p_{1} + \alpha_{3i} u^{3} p_{3} \Big], \quad G_{p} = \alpha_{e3} p_{1} + \alpha_{e1} p_{3};$$

$$\alpha_{e3} = \frac{g_{en}}{g_{3n}}, \quad \alpha_{e1} = \frac{g_{en}}{g_{1n}} = 1 - \alpha_{e3};$$
(4.9)

$$\alpha_{1i} = \frac{g_{1n}}{g_i}, \, \alpha_{3i} = \frac{g_{3n}}{g_i}, \, \alpha_{31} = \frac{g_{3n}}{g_{1n}}; \, g_{en} = \frac{g_{1n}g_{3n}}{g_{1n} + g_{3n}}, \, g_e = g_{en}u^3 \,.$$

4.2.1.2 Розв'язання рівнянь. Обчислення осереднених тисків. Рівняння (4.7) рівняння апериодических ланок із зовнішніми впливами, і ваговими коефіцієнтами, що характеризують вплив відповідних впливів на зміну тиску в камері. Ущільнюваний тиск  $p_1$  і протитиск  $p_3$  постійні в часі, тому, вводячи заміни

$$p_c = p'_c + G_c, \ p_p = p'_p + G_p,$$
 (4.10)

прийдемо до однорідних рівнянь

$$T_c \frac{dp'_c}{dt} + p'_c = 0, \quad T_p \frac{dp'_p}{dt} + p'_p = 0.$$
 (4.11)

Потрібні для розв'язання рівнянь (4.7) початкові умови визначимо, грунтуючись на приблизних графіках змінення тиску в камері на періодах стиснення і розширення - рис. 4.2, *а*. Як випливає з рисунку і рівнянь (4.7), в кінці стиснення  $p_c(t_c) \approx G_c$ , а в кінці розширення  $p_p \approx G_p$ . Користуючись цими граничними значеннями, отримаємо

$$p_c(0) \approx G_p, \ p_p(0_*) = p_c(t_c) \approx G_c.$$

Для віднайдення розв'язання рівнянь (4.11) скористаємося операційним методом. Позначимо зображення по Лапласу шуканого тиску  $p'_c(t) \stackrel{\cdot}{=} P'_c(s)$ , при цьому зображення похідної  $\frac{dp'_c}{dt} \stackrel{\cdot}{=} sP'_c(s) - p'_c(0)$ . Підставивши ці вирази в перше рівняння (4.11), прийдемо до алгебраїчного рівняння відносно зображення

$$(T_c s + I)P'_c(s) - T_c p'_c(0) = 0,$$

звідки зображення тиску

$$P_c'(s) = \frac{T_c p_c'(0)}{T_c s + 1}.$$

Користуючись широко доступними таблицями зворотних перетворень Лапласа, наприклад [35, 36], отримаємо оригінал тиску

$$p'_{c} = p'_{c}(0)e^{-\frac{t}{T_{c}}}.$$
(4.12)

З урахуванням (4.10) і початкових умов остаточно будемо мати

$$p_{c} = G_{c} - (G_{c} - G_{p})e^{-\frac{t}{T_{c}}}.$$
(4.13)

На рис. 4.11 для наведених нижче чисельних значень параметрів перехідну характеристику стиснення представляє експонента на часовому відрізку  $t \le t_c$ . Характеристика асимптотично наближається до горизонтальної прямої  $G_c = const$ , а постійна часу  $T_c$  чисельно дорівнює довжині піддотичній на асимптоті  $G_c = const$ . Якщо не враховувати стисливість ущільнюваного середовища

 $(E \to \infty)$ , то  $T_c = 0$ ,  $p_c = G_c$ : тиск залишається постійним, а його величина визначається співвідношенням провідностей торцевих дроселів  $g_1, g_3$  та живильників  $g_i$ . При необмеженому зростанні  $g_i \alpha_{1i} \approx \alpha_{3i} \approx 0$ ,  $p_c \approx p_1$ .

Статичні характеристики - залежності сталих значень торцевого зазору від сталих тисків  $p_1$ ,  $p_3$  і частоти обертання ротора  $\omega$ . Для їх визначення поточні значення тисків стиснення (4.13) і розширення (4.16) потрібно замінювати середніми за період  $T = 2\pi/n_i\omega$  значеннями. Середній за час стиснення  $t_c$  тиск  $p_{2c}$  в камері:

$$p_{2c} = \frac{1}{t_c} \int_{0}^{t_c} p_c dt = G_c - (G_c - G_p) \frac{T_c}{t_c} \left( 1 - e^{-\frac{t_c}{T_c}} \right).$$
(4.14)



a



Рисунок 4.11 - Змінення тиску в камері на відрізках стиснення (*a*)  $(0 \le t \le t_c)$  і розширення (*b*)  $(t_c < t \le T)$ .

Крива  $p_c(t)$  (4.13) на ділянці $0 < t < T_c$  практично зливається з віссю ординат, а на ділянці  $T_c < t < t_c$  - з горизонтальною прямою  $G_c \approx p_1$ . Таким чином, в першому наближенні середній тиск в камері на періоді стиснення можна приймати рівним ущільнюваному тиску:  $p_{2c} \approx p_1$ .

Процес розширення описується другим рівнянням (4.7), розв'язання якого подібно (4.12):

$$p'_{p} = p'_{p}(0_{*})e^{-\frac{t_{*}}{T_{p}}}.$$
(4.15)

Розширення починається в момент виходу живильника з сектора, в якому розташована камера, тобто в момент  $t_c$ , коли  $t_* = 0$ . Поточний час на ділянці розширення  $t_* = t - t_c$ . За формулами (4.10) і (4.15) подібно (4.13)

$$p_p(t_*) = G_p - (G_p - G_c)e^{-\frac{t_*}{T_p}}.$$
 (4.16)

Для нестисливих рідин  $T_c = T_p = 0$ ,  $p_p = G_p = const$ . Середній за час розширення  $T - t_c$  тиск  $p_{2p}$  в камері:

$$p_{2p} = \frac{1}{T - t_c} \int_{0_*}^{T - t_c} p_p dt_* = G_p - (G_p - G_c) \frac{T_p}{(T - t_c)} \left[ 1 - exp\left(-\frac{T - t_c}{T_p}\right) \right].$$
(4.17)

Як видно на рис. 4.11, крива  $p_p(t)$  тиску розширення асимптотично наближається до горизонтальної прямої  $G_p = \alpha_{e3}p_1 + \alpha_{e1}p_3$  і мало відрізняється від осередненого тиску  $p_{2p}$ .

За знайденими виразами середнього тиску на часових відрізках стиснення і розширення визначимо сумарний середній тиск на всьому періоді  $T = 2\pi/n_i \omega$  між черговими вприсками:

$$p_2 = \frac{1}{T} \Big[ p_{2c} t_c + p_{2p} \big( T - t_c \big) \Big]. \tag{4.18}$$

Тиск стиснення, розподілений по всьому періоду, входить в (4.18) з малим множником  $t_c/T$ ; тиск розширення має множник  $(T - t_c)/T$ , близький до одиниці. Таким чином, основний внесок в осреднений тиск вносить процес розширення. На цій підставі існуючі методики розрахунку [10,43] не враховують тиск  $p_{2c}$ .

4.2.1.3 Числовий приклад. Можливі спрощення. Для оцінки впливу базових провідностей, які відповідають базовому зазору  $z_n$ , і постійних часу  $T_c$ ,  $T_p$  на середній тиск стиснення (4.14) і розширення (4.17) проведемо розрахунок за цими формулами типової конструкції ущільнення високонапірного живильного насоса з трьома значеннями еквівалентного діаметра живильників:  $d_i = 3 \cdot 10^{-4}$ ;  $6 \cdot 10^{-4}$ ;  $10 \cdot 10^{-4}$ .

Інші вихідні дані (всі геометричні розміри, див. рис. 4.8, вказані в Metpax):  $l_i = l_1 = l_3 = 0,006$ ;  $r_1 = 0,05$ ;  $r_2 = 0,06$ ,  $r_3 = 0,07$ ;  $r_4 = 0,058$ ;  $r_{21} = 0.057; r_{22} = 0.063; n_c = 18; n_i = 2; \beta_0 = 2\pi/n_c = 0.349; \beta_c = 0.25,$  $\omega_n = 600c^{-1}, \ \rho = 1000 \, \kappa c / M^3, \ \mu_{t=40^0 C} = 0,653 \cdot 10^{-3} \, \Pi a \cdot c \,,$  $E=2,2\cdot 10^9\,\Pi a\,,$  $p_1 = p_n = 18 M \Pi a$ ,  $p_3 = 0.9 M \Pi a$ . Провідності (4.4) торцевих дроселів  $g_{1n} = 8,04 \cdot 10^{-14} \ m^3 / \Pi ac$ ,  $g_{3n} = 6,55 \cdot 10^{-14} \ m^3 / \Pi ac$ .  $g_{en} = 3,61 \cdot 10^{-14} \ \text{m}^3 / \Pi ac;$   $\alpha_{31} = 0,815;$   $\alpha_{e1} = 0,45, \alpha_{e3} = 0,55$ Об'єм камери  $V_0 = (r_{22} - r_{21})\beta_c r_2 H$ . Прийнявши глибину камери H=0,002м,отримаємо  $V_0 = 1.8 \cdot 10^{-7} \, \text{m}^3$ . Період і час заповнення камери  $T_n = 2\pi/n_i\omega_n = 5.24 \cdot 10^{-3} c; t_c = \beta_c/\omega_n = 4.17 \cdot 10^{-4} c; t_c/T = 0.0796.$ 

Провідності, їх відносні значення і постійна часу стиснення, обчислені за формулами (4.8), (4.9) зведені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1

d <sub>i</sub> , м	g <sub>i</sub> , м <sup>3</sup> /Па·с	$lpha_{_{Ii}}$	$lpha_{_{3i}}$	$T_c \cdot 10^7$ , c	$t_c/T_c$
3 <sup>.</sup> 10 <sup>-4</sup>	5,07 <sup>.</sup> 10 <sup>-11</sup>	1,59·10 <sup>-3</sup> u <sup>3</sup>	1,29.10 <sup>-3</sup> u <sup>3</sup>	$16,1/(1+2,88\cdot10^{-3}u^$	$247 \left( 1 + 2,88 \cdot 10^{-3} u^3 \right)$
6 10-4	8,12.10 <sup>-10</sup>	$0,99 \cdot 10^{-4} u^3$	$0,8.10^{-4}u^{3}$	$1,01/(1+1,8\cdot 10^{-4}u^3)$	$4130(1+1,8\cdot 10^{-4}u^{3})$
10 <sup>-3</sup>	6,26 <sup>-</sup> 10 <sup>-9</sup>	1,28 <sup>.</sup> 10 <sup>-5</sup> u <sup>3</sup>	1,05 <sup>.</sup> 10 <sup>-5</sup> u3	$0,13/(1+2,33\cdot 10^{-5}u^3)$	$31900 (1 + 1.8 \cdot 10^{-4} u^3)$

Оцінка знайдених чисельних значень дозволяє ввести деякі спрощення в розрахунок статичних характеристик.

Беручи до уваги те, що безрозмірний зазор  $u = z/z_n \sim 1$ , при отриманих показниках ступеня експонент  $t_c/T_c$  у формулі (4.14) можна вважати  $exp(-t_c/T_c) \cong 0$ . Це ж зауваження вірно і для потоку розширення (4.17):  $\overline{T}_p = 5,61 \cdot 10^{-4}, (T_n - t_c)/\overline{T}_p = 8,62, e^{-8,62} = 0,00018 \cong 0$ . Використовуючи ці спрощення, наведемо (4.18), з урахуванням (4.14) і (4.17), до виду

$$p_2(u) = G_p + (G_c - G_p) \frac{t_c - T_c + T_p}{T}.$$
(4.19)

Надалі потрібно висловити середній тиск в камері через торцевий зазор. Попередньо з використанням (4.9) перетворимо різницю:

$$G_c - G_p = \frac{\alpha_{el} \Delta p}{G} = \frac{\alpha_{el}}{1 + (\alpha_{li} + \alpha_{3i})u^3} (p_1 - p_3).$$

Враховуючи також формули (4.8), отримаємо

$$p_2(u) = \alpha_{e3}p_1 + \alpha_{e1}p_3 + \frac{\alpha_{e1}\Delta p}{GT} \left[ t_c - \frac{\overline{T}_c}{G} + \frac{\overline{T}_p}{u^3} \right].$$
(4.20)

Вплив частоти обертання ротора враховується в виразі періоду між черговими вприсками:

$$t_{c} = \frac{\beta_{c}}{\omega} = \frac{\beta_{c}}{\omega_{n}} \frac{\omega_{n}}{\omega} = \frac{t_{cn}}{\Omega}; T = \frac{2\pi}{n_{i}\omega} = \frac{2\pi}{n_{i}\omega_{n}} \frac{\omega_{n}}{\omega} = \frac{T_{n}}{\Omega}, T_{n} = \frac{2\pi}{n_{i}\omega_{n}}, \Omega = \frac{\omega}{\omega_{n}}, \quad (4.21)$$

де  $\omega_n$ - номінальна частота обертання ротора. Відношення  $t_c/T = n_i \beta_c/2\pi$  залежить від кутової протяжності  $\beta_c$  камер і числа живильників і не залежить від частоти. Вплив частоти проявляється також через інерційний тиск, що виникає в радіальних живильниках і пропорційний квадрату частоти обертання ротора. Окремо розглядається випадок, коли від частоти обертання залежить ущільнюють тиск:  $p_1 \sim \omega^2$ .

Як видно з результатів розрахунку типової конструкції (табл. 4.1), відношення провідностей торцевих дроселів до провідності живильників  $\alpha_{Ii}$ ,  $\alpha_{3i}$ для прийнятних торцевих зазорів і еквівалентного діаметра живильників дуже малий в порівнянні з одиницею. На цій підставі можна прийняти

$$G = I + (\alpha_{1i} + \alpha_{3i})u^3 \approx I; I + \alpha_{1i}u^3 \approx I; T_c \approx \overline{T}_c = V_0 / Eg_i; G_c \approx p_1.$$

У цьому випадку (4.20) спрощується:

$$p_2(u) = \alpha_{e3}p_1 + \alpha_{e1}p_3 + \alpha_{e1}\Delta p\Omega \cdot \frac{t_{cn}/\Omega - \overline{T}_c + \overline{T}_p/u^3}{T_n}.$$
(4.22)

Більш точна формула (4.20) може бути затребувана, якщо з'являться конструкції, в яких величина провідностей живильників і торцевих дроселів буде одного порядку.

У формулі (4.22) від торцевого зазору залежить останній доданок, що представляє середній тиск процесу розширення, тиск стиснення (другий доданок) в прийнятому наближенні від зазору не залежить. Для подальшого введемо безрозмірні тиски

$$\psi_1 = \frac{p_1}{p_n}, \ \psi_2 = \frac{p_2}{p_n}, \ \psi_3 = \frac{p_3}{p_n}, \ \Delta \psi = \frac{\Delta p}{p_n}.$$
 (4.23)

Розділивши почленно на  $p_n$ , наведемо (4.22) до виду

$$\psi_2(u) \approx \alpha_{e3} \psi_1 + \alpha_{e1} \psi_3 + \alpha_{e1} \cdot \frac{t_{cn} / \Omega - \overline{T}_c + \overline{T}_p / u^3}{T_n} \Omega \Delta \psi, \qquad (4.24)$$

де перші два доданки представляють тиск в зазорі без живильників, останні два доданки з множниками  $T_p, T_c$  - середні тиски при розширенні і стисненні рідини в камері. Основний внесок в величину $\psi_2(u)$  вносить доданок $\alpha_{e3}\psi_1$ . Провідність живильників входить тільки в вираз постійної часу стиснення  $T_c$ , яка приблизно на два порядки менше  $t_c$  і  $T_p$ . Тому вплив провідності звичайних трубчастих живильників на осредненій тиск в камерах малий.
## 4.2.2 Регулюючий вплив і гідростатична жорсткість

4.2.2.1 Рівняння осьової рівноваги кільця. Регулюючий вплив - сумарна осьова сила тиску на контактну поверхню аксіально рухомого кільця, що залежить від торцевого зазору. Використовуючи лінійні епюри тиску, показані на рис. 4.8, обчислимо силу тиску  $F_s$  на контактну поверхню, що розкриває торцевий зазор (регулюючий вплив), силу тиску  $F_e$ , що притискає кільце до опорного диску (зовнішнє навантаження) і зусилля  $F_k$  пружних елементів (задаючий вплив):

$$F_{s} = 0,5(p_{1} + p_{2})A_{1} + p_{2}A_{2} + 0,5(p_{2} + p_{3})A_{3} = F_{s0} + Ap_{2}(u);$$

$$(4.25)$$

$$F_{s0} = 0,5(A_{1}p_{1} + A_{3}p_{3});$$

$$A_{1} = \pi \left( r_{3}^{2} - r_{22}^{2} \right), \quad A_{2} = \pi \left( r_{22}^{2} - r_{21}^{2} \right), \quad A_{3} = \pi \left( r_{21}^{2} - r_{1}^{2} \right);$$

$$A = 0,5 \left( A_{1} + 2A_{2} + A_{3} \right) \quad - \tag{4.26}$$

- ефективна по відношенню до тиску  $p_2$  площа контакту,  $p_2$  - середній тиск (4.22) в камері:

$$F_{e} = B_{1}p_{1} + B_{3}p_{3}, \quad F_{k} = k(\Delta + z);$$

$$B_{1} = \pi \left(r_{3}^{2} - r_{4}^{2}\right), \quad B_{3} = \pi \left(r_{4}^{2} - r_{1}^{2}\right).$$
(4.27)

Потрібно мати на увазі, що складова  $F_{s0}$  сили тиску в зазорі і сила тиску  $F_e$ , що притискає не залежать від величини торцевого зазору.

Рівняння осьової рівноваги  $F_s = F_e + F_k$  з урахуванням того, що торцевий зазор дуже малий у порівнянні з попередньою деформацією пружних елементів  $z \ll \Delta$ , після підстановки сил (4.25) і (4.27) приводиться до вигляду

$$Ap_2 = -0,5(A_1p_1 + A_3p_3) + B_1p_1 + B_3p_3 + k\Delta, \qquad (4.28)$$

де k - наведений коефіцієнт осьової жорсткості пружних елементів. Розділимо це рівність почленно на  $Ap_n$  і перейдемо до безрозмірних сил, вводячи такі позначення:

$$\chi = F_k / Ap_n = k(\Delta + z) / Ap_n \approx k\Delta / Ap_n, \ \varphi_e = F_e / Ap_n = \frac{1}{A} (B_1 \psi_1 + B_3 \psi_3);$$

$$(4.29)$$

$$\varphi_{s} = \frac{F_{s}}{Ap_{n}} = \varphi_{s0} + \psi_{2}(u), \qquad \varphi_{s0} = \frac{F_{s0}}{Ap_{n}} = \frac{1}{2A} (A_{I}\psi_{I} + A_{3}\psi_{3});$$

 $p_n$  номінальний тиск ущільнюваної рідини на вході. В результаті із (4.28) отримаємо рівняння рівноваги в безрозмірному вигляді:  $\varphi_s = \varphi_{s0} + \psi_2 = \varphi_e + \chi$ або

$$\psi_2(u) = -\varphi_{s0} + \varphi_e + \chi.$$
 (4.30)

Враховуючи (4.29), подамо останню рівність у вигляді

$$\psi_2(u) = \frac{B_1 - 0.5A_1}{A} \psi_1 + \frac{B_3 - 0.5A_3}{A} \psi_3 + \chi.$$

Для подальших перетворень використаємо очевидну рівність  $B_1 + B_3 = A_1 + A_2 + A_3$  (рис. 4.8), введемо позначення безрозмірних площ  $K, \sigma$  і розкриємо різницю  $\varphi_e - \varphi_{s0}$ :

$$K = (B_1 - 0.5A_1)/A, \ \sigma = (B_3 - 0.5A_3)/A = 1 - K;$$

$$(4.31)$$

$$\varphi_e - \varphi_{s0} = K\psi_1 + (1 - K)\psi_3.$$

При цьому рівняння (4.30) осьової рівноваги аксіально рухомого кільця приймає вигляд

$$\psi_2(u) = K\psi_1 + (1 - K)\psi_3 + \chi,$$
 (4.32)

де  $\psi_2(u)$  визначається також формулою (4.24), яка є наслідком рівняння балансу витрат. Таким чином, зі спільного розв'язання рівняння балансу витрат і рівняння осьового рівноваги аксіально рухомого кільця виразимо залежність зазору від зовнішніх збуджень  $\psi_1, \psi_3, \Omega$  і задаючої дії  $\chi$ .

Безрозмірна площа  $K = 1 - \sigma$  збільшує безрозмірну силу тиску, що закриває торцевий зазор; її можна розглядати як модифікований коефіцієнт навантаження, який використовується в розрахунках механічних торцевих ущільнень.

4.2.2.2 Герметичність на стоянці. Важливе практичне значення має забезпечення герметичності на стоянці, коли вал не обертається, і немає періодичних імпульсів тиску, що підводиться живильниками до камер.

Розглянемо умови, яким повинні задовольняти параметри герметичності ущільнення на стоянці. Для герметичності ущільнення торцевий зазор на стоянці повинен дорівнювати нулю, при цьому повинна виконуватися умова  $F_s^0 < F_e + F_k$ .

Якщо ротор не обертається і торцевий зазор дорівнює нулю, то сила тиску, яка розкриває стик, виникає лише за рахунок тиску  $p_1$  в камерах, які збігаються з підвідними каналами. Граничне значення цієї сили відповідає випадку, коли всі живильні канали розташовані проти камер, а ущільнюваний тиск максимальний:

$$F_{smax}^0 = n_i A_c p_{1max},$$

 $A_c$  - площа верхнього перетину однієї камери. Умова герметичності на стоянці:

$$F_{s\,max}^{0} < F_{e} + F_{k}$$
 abo  $B_{1}p_{1\,max} + B_{3}p_{3} + k(\Delta + z) > n_{i}A_{c}p_{1\,max}$ 

У безрозмірному вигляді

$$\varphi_{s\,max}^{0} < \varphi_{e} + \chi$$
, или  $\chi \ge \varphi_{s\,max}^{0} - (B_{1}\psi_{1\,max} + B_{3}\psi_{3})/A;$  (4.33)

В реальних конструкціях ця умова виконується навіть при відсутності пружних елементів, так як  $B_1 >> n_i A_c$ . Наприклад, якщо покласти  $\chi = 0$ , то умова герметичності на стоянці приймає вигляд

$$B_1 + B_3 \frac{p_3}{p_{1 max}} > n_i A_c , \qquad (4.34)$$

тобто завідомо виконується.

4.2.2.3 Гідростатична жорсткість і стійкість рівноваги. Крутизна кривої  $F_s(z)$ (рис. 4.4) визначається тангенсом кута нахилу дотичної, тобто похідною  $\partial F_s/\partial z$ , яку називають коефіцієнтом гидростатической жорсткості. У безрозмірному вигляді коефіцієнт жорсткості виражається формулою  $\kappa_s = \partial \varphi_s / \partial u$ . Оскільки увиразі  $\varphi_s$  (4.29) лише другий доданок  $\psi_2(u)$  залежить від зазору, використовуючи формулу (4.24), отримаємо

$$\kappa_s = \frac{\partial \varphi_s}{\partial u} = \frac{\partial \psi_2}{\partial u} = -\frac{3}{u^4} \cdot \alpha_{e1} \frac{\overline{T}_p}{T_n} \Omega(\psi_1 - \psi_3). \tag{4.35}$$

Як видно, знайдене наближене значення коефіцієнта жорсткості не залежить від провідності живильників і пропорційно постійній часу розширення  $\overline{T}_{p}$ .

Чим більше крутість  $F_s(z)$ , тобто модуль  $\kappa_s$ , тим менше відхилення зазору від початкового положення рівноваги при зміні зовнішнього навантаження  $F_e$  (рис. 4.4), тим менше статична помилка. Таким чином, для покращення статичних характеристик бажано збільшувати модуль коефіцієнта гидростатической жорсткості: зменшувати період  $T_n = 2\pi/n_i\omega_n$  і збільшувати постійну часу розширення  $\overline{T}_p$ .

Умовою стійкості рівноважного положення є нерівність [38-42]

$$\frac{\partial F_s}{\partial z} - \frac{\partial F_e}{\partial z} < 0.$$

У нашому випадку  $F_e = const$ ,  $\partial F_e / \partial z = 0$ , тому умова стійкості зводиться до вимоги  $\partial F_s / \partial z < 0$ , або  $\kappa_s < 0$ , яке у прийнятому наближені завжди виконується.

Гідростатична жорсткість дозволяє оцінити найнижче значення власної частоти осьових коливань аксіально рухомого кільця і, при необхідності, відстроїтися від можливого резонансу. Задачі динаміки будуть розглянуті у наступному параграфі. 4.2.3 Статичні і витратні характеристики

Статична характеристика - залежність величини усталеного торцевого зазору від величини зовнішніх збуджень, визначається зі спільного розв'язання рівнянь (4.32) і (4.24):

$$K\Delta\psi + \psi_3 + \chi = \alpha_{e3}\psi_1 + \alpha_{e1}\psi_3 + \alpha_{e1} \cdot \frac{t_{cn}/\Omega - \overline{T}_c + \overline{T}_p/u^3}{T_n} \Omega \Delta\psi.$$
(4.36)

Після групування доданків знайдемо залежність торцевого зазору від ущільнюваного перепаду тиску, від частоти обертання ротора і від зусилля попереднього стиснення пружних елементів, тобто знайдемо шукану статичну характеристику:

$$u = \left\{ \frac{\alpha_{el} \frac{\overline{T}_p}{T_n} \Omega}{\frac{\chi}{\Delta \psi} + K - \alpha_{e3} - \alpha_{el} \frac{t_{cn} - \overline{T} \Omega_c}{T_n}} \right\}^{1/3}.$$
(4.37)

З формули (4.37) видно, що до збільшення сталого значення торцевого зазору веде збільшення параметрів  $\Delta \psi, \Omega, \overline{T}_p, n_i$  і зменшення  $K, \chi, \overline{T}_c, z_n$ . Провідність живильників входить тільки в постійну часу стиснення, яка на два порядки менше часу  $t_{cn}$ , тому  $g_i$  дуже мало впливає на величину зазору. Для кількісної оцінки впливу величини номінального зазору  $z_n$  і зусилля  $\chi$  попереднього стиснення пружних елементів на рис. 4.12-4.15 наведені результати чисельних розрахунків двох варіантів ущільнень.

Формула (4.37) дозволяє зробити деякі важливі практичні висновки і рекомендації.

1. Робочий діапазон ущільнення обмежується позитивними значеннями торцевого зазору u > 0 в усьому діапазоні зміни зовнішніх впливів. А ця умова зводиться до нерівності:

$$K + \frac{\chi}{\Delta \psi_{max}} > \alpha_{e3} + \alpha_{e1} \frac{t_{cn} - \overline{T}_c \Omega_{min}}{T_n}, \qquad (4.38)$$

з якого слідує, що робоча область ущільнення розповсюджується навіть на негативні перепади тиску  $-\Delta \psi = \psi_3 - \psi_1$ , якщо

$$K > \alpha_{e3} + \alpha_{e1} \frac{t_c - \overline{T}_c}{T_n}, \qquad (4.39)$$

2. На номінальному режимі  $\Delta \psi \approx \Omega \approx 1$  параметри, що входять у (4.37), повинні забезпечувати близьке до оптимального значення торцевого зазору:  $z \approx z_n, u \approx 1$ . Це можливо при рівності чисельника і знаменника формули (4.37). З цієї рівності знаходимо коефіцієнт навантаження  $K_n$ , що забезпечує номінальний зазор при  $\Delta \psi \approx \Omega \approx 1$ :

$$K_n + \chi = \alpha_{e3} + \alpha_{e1} \frac{t_c - \overline{T}_c}{T_n} + \alpha_{e1} \frac{\overline{T}_p}{T_n}.$$
(4.40)

Порівняння останнього виразу з (4.38) показує, що  $K_n > K$ , тобто  $K_n$  задовольняє умові (4.38). Ліва частина рівності (4.40) характеризує сумарну силу, що притискає аксіально рухоме кільце до опорного диску, права частина - силу тиску, що розкриває торцевий зазор на номінальному режимі.

Геометричні параметри і зусилля попереднього стиснення пружних елементів, що входять в (4.40), вибираються з конструктивних і технологічних міркувань. Необхідна величина коефіцієнта навантаження  $K_n$  (4.40) забезпечується відповідним вибором внутрішнього радіусу  $r_4$  (рис. 4.8) навантажувальної площі  $B_1$  (4.28). Остання пов'язана з коефіцієнтом навантаження формулою (4.31), з якої слідує:

$$B_1 = K_n A + 0.5 A_1 = \pi \left( r_3^2 - r_4^2 \right),$$

$$r_4 = \left\{ r_3^2 - \frac{1}{\pi} \left( K_n A + 0.5 A_l \right) \right\}^{0.5}.$$
 (4.41)

3. З формули (4.37) видно, що коефіцієнт навантаження  $K_n$  і зусилля пружних елементів  $\chi$  зменшують зазор, а перепад тиску і частота обертання збільшують його. Якщо  $\chi = 0$ , зазор (4.37) не залежить від ущільнюваного перепаду тиску і зберігає постійне значення; єдиним зовнішнім збуренням є частота обертання. Граничне значення зазору при збільшенні ущільнюваного перепаду тиску становить:

$$limu_{\Delta\psi\to\infty} = \left\{ \frac{\alpha_{eI} \frac{\overline{T}_p}{T_n} \Omega}{K_n - \alpha_{e3} - \alpha_{eI} \frac{t_{cn} - \overline{T}_c \Omega}{T_n}} \right\}^{1/3}.$$
(4.42)

4. Основними труднощами при розробці традиційних конструкцій імпульсних ущільнень є вибір типу живильників, які мають малу провідність, що порівняна з провідністю мікронних торцевих зазорів. Ця трудність пом'якшується в розглянутих нижче двоступеневих запірних імпульсних ущільненнях.

Для обчислення витрат скористаємося виразом повної витрати через зовнішній (вихідний) плоський кільцевий дросель  $(A_3)$ . Витрата  $Q_3 = g_3(p - p_3)$  і провідності (4.4) визначалися для сектора з центральним кутом  $\beta_c$  (рис. 4.9). Для всього зазору кут  $\beta_c$  в формулах (4.4) потрібно замінити на  $2\pi$ :

$$Q = \frac{2\pi}{\beta_c} Q_3 = \frac{2\pi}{\beta_c} g_{3n} p_n u^3 (\psi_2 - \psi_3).$$

Віднесемо цей вираз до базової витрати  $Q_n = \frac{2\pi}{\beta_c} g_{3n} p_n$  і отримаємо шукану витрату у безрозмірному вигляді:

$$\overline{Q} = \frac{Q}{Q_n} = u^3 (\psi_2 - \psi_3).$$
(4.43)

Підставимоу останню рівність значення  $\psi_2(u)$  (4.24):

$$\overline{Q} = u^3 \Delta \psi \alpha_{e3} \left[ 1 + \alpha_{31} \frac{t_{cn} / \Omega - \overline{T}_c + \overline{T}_p / u^3}{T_n} \Omega \right].$$
(4.44)

Якщо використовувати вираз зазору (4.37), то з формули (4.44) можна отримати аналітичну залежність витрати від ущільнюваного тиску, від частоти обертання і від зусилля попереднього стиснення пружин. Однак ця залежність виходить невиправдано громіздкою, тому для обчислення витрат зручніше використовувати результати чисельного розрахунку торцевого зазору за формулою (4.37). Просту оцінку дає формула (4.44) для номінального зазору u = 1:

$$\overline{Q}(u=1) = \Delta \psi \alpha_{e3} \left[ 1 + \alpha_{31} \frac{t_{cn} / \Omega - \overline{T}_c + \overline{T}_p}{T_n} \Omega \right].$$
(4.45)

Розглянемо важливий для практики випадок залежності ущільнюваного тиску від частоти обертання ротора. У відцентрових машинах з регульованим приводом ущільнюваний тиск пропорційний квадрату частоти обертання ротора:  $p_1 = C\omega^2$ [33]. Тут С - узагальнений параметр, який визначається геометрією проточної частини машини і зберігає приблизно постійне значення на всіх частотах обертання. На номінальному режимі  $p_{1n} = C\omega_n^2$ , тому

$$C = \frac{p_{1n}}{\omega_n^2}, \ p_1 = C\omega^2 = p_{1n}\frac{\omega^2}{\omega_n^2} = p_{1n}\Omega^2, \ \psi_1 = \frac{p_1}{p_{1n}} = \Omega^2;$$

$$\Delta \psi = \frac{p_1 - p_3}{p_n} = \left(\Omega^2 - \psi_3\right), \ p_n = p_{1n}.$$
(4.46)

Таким чином, до статичних (4.37) і витратних (4.44) характеристик потрібно ввести заміну  $\Delta \psi = \Omega^2 - \psi_3$ :

$$u = \left\{ \frac{\alpha_{e1} \frac{\overline{T}_p}{T_n} \Omega}{\frac{\chi}{\Omega^2 - \psi_3} + K_n - \alpha_{e3} - \alpha_{e1} \frac{t_{cn} - \overline{T}_c \Omega_c}{T_n}} \right\}^{\frac{1}{3}}, \qquad (4.47)$$

$$\overline{Q} = u^3 \left( \Omega^2 - \psi_3 \right) \alpha_{e3} \left[ 1 + \alpha_{31} \frac{t_{cn} / \Omega - \overline{T}_c + \overline{T}_p / u^3}{T_n} \Omega \right].$$
(4.48)

У цьому випадку незалежним зовнішнім впливом є не ущільнюваний перепад тиску, а частота обертання ротора.

Формули (4.24), (4.37), (4.44) визначають усталені безрозмірні значення осередненого тиску у камерах, зазору і витрати, які будуть використовуватися також у динамічному розрахунку, а саме: линеаризацию рівнянь динаміки будемо проводити біля сталих значень змінних, відзначаючи ці змінні нульовими індексами.

4.2.4 Порядок статичного розрахунку і чисельний приклад

Порядок статичного розрахунку розглянемо на прикладі інженерного розрахунку імпульсного торцевого ущільнення, подібного одній ступені ущільнення головного циркуляційного насосу ГЦН 20000-100 для AEC з реактором BBEP-1000 і ущільнення ротора високообертового живильного насосу.

1. Початкові дані:  $r_0 = 0,115 \, \text{м}, \, p_1 = (4 - 16) M \Pi a, \, p_3 = 0, \, p_n = p_{1n} = 10 \, M \Pi a,$  $\omega = \omega_n = 1501/c$ 

Ущільнюване середовище - вода,  $\mu = 10^{-3} \Pi a c$ ,  $E = 2,2 \cdot 10^{3} M \Pi a$ .

2. З конструктивних міркувань вибираємо розміри контактної поверхні:  $r_1 = r_0 + 0,005 = 0,12 \, \text{м}, \qquad r_3 = 0,14 \, \text{м}, \qquad r_2 = 0,5 (r_1 + r_3) = 0,13 \, \text{м}, \qquad r_{21} = 0,128 \, \text{м}, r_{22} = 0,132 \, \text{м}, \quad l_1 = l_3 = 0,08 \, \text{м}, \text{ а також розміри і кількість камер і мивильників:} n_i = 4, \quad n_c = 32, \quad V_0 \approx 3 \cdot 10^{-7} \, \text{m}^3, \quad d_i = 0,4 \cdot 10^{-3} \, \text{m}, \quad l_i = 8 \cdot 10^{-3} \, \text{m}, \qquad \beta_s = 2\pi/n_c = 0,196 \approx 1,6 \, \beta_c, \quad \beta_c = b_c/r_2 = 0,123 \, pad.$  3. Обчислюємо площі торцевих поясків:  $A_1 = \pi (r_3^2 - r_{22}^2) = 6,84 \cdot 10^{-3} \, m^2$ ,  $A_2 = \pi (r_{22}^2 - r_{21}^2) = 3,27 \cdot 10^{-3} \, m^2$ ,  $A_3 = \pi (r_{21}^2 - r_1^2) = 6,23 \cdot 10^{-3}$  $m^2$ ,  $A = 0,5(A_1 + 2A_2 + A_3) = 9,8 \cdot 10^{-3} \, m^2$ ,  $A_c = 64 \cdot 10^{-6} \, m^2$ .

4. Визначаємо провідності торцевих дроселів (4.4) і їх безрозмірні значення (4.9), постійні часу наповнення і опорожнення камер і вагові коефіцієнти визначаються за формулою (4.8).

Результати обчислень наведені у табл. 4.2-4.4 для 5-ти значень номінального зазору. Це дозволить оцінити вплив  $z_n$  на статичні характеристики.

Z <sub>n</sub> , МКМ	$g_i$	8 1n	$g_{3n}$	g <sub>en</sub>
3		4,843·10 <sup>-15</sup>	4,428·10 <sup>-15</sup>	2,313·10 <sup>-15</sup>
4		1,148·10 <sup>-14</sup>	1,05·10 <sup>-14</sup>	5,483·10 <sup>-15</sup>
6	7,854·10 <sup>-11</sup>	3,875·10 <sup>-14</sup>	3,542·10 <sup>-14</sup>	1,851·10 <sup>-14</sup>
8		9,184·10 <sup>-14</sup>	<i>8,397</i> · <i>10</i> <sup>-14</sup>	<i>4,386</i> · <i>10</i> <sup>-<i>14</i></sup>
10		1,794·10 <sup>-13</sup>	1,64.10-13	8,567·10 <sup>-14</sup>

Таблиця 4.2 -	Провідності	торцевих	дроселів

Таблиця 4.3 - Безрозмірні провідності

Z <sub>n</sub> , МКМ	$\alpha_{li}$	$lpha_{3i}$	$\alpha_{e1}$	$\alpha_{e3}$
3	6,166·10 <sup>-5</sup>	5,638·10 <sup>-5</sup>		
4	1,462.10-4	1,336·10 <sup>-4</sup>		
6	4,933·10 <sup>-4</sup>	<i>4,51</i> · <i>10</i> <sup>-4</sup>	0,48	0,52
8	1,169·10 <sup>-3</sup>	1,069·10 <sup>-3</sup>		
10	2,284·10 <sup>-3</sup>	2,088·10 <sup>-3</sup>		

Z <sub>n</sub> , <i>мкм</i>	$G_c$	$G_p$	$T_c$	$T_p$	$T_n$	$t_c$
3	107		1,736.10-6	0,015		
4	107		1,736.10-6	<i>6,205</i> · <i>10</i> <sup>-3</sup>		
6	9,995·10 <sup>6</sup>	$5.224 \cdot 10^{6}$	1,735.10-6	<i>1,839</i> · <i>10</i> <sup>-3</sup>	0,01	<i>8,2</i> · <i>10</i> -4
8	9,989·10 <sup>6</sup>		1,732.10-6	7,756.10-4		
10	9,979·10 <sup>6</sup>		1,729.10-6	3,971.10-4		

Таблиця 4.4 - Постійні часу наповнення і опорожнення камер, і вагові коефіцієнти

5. Обчислюємо коефіцієнт гідростатичної жорсткості (4.35):

Z <sub>n</sub> , МКМ	3	4	6	8	10
$\mathcal{K}_{S}$	-0,5	-0,21	-0,06	-0,03	-0,014

У результаті  $\kappa_s < 0$ , тобто умова стійкості рівноваги, виконується для 5-ти значень  $z_n$ .

Тобто умова статичної стійкості виконується.

6. Обчислюємо коефіцієнт навантаження  $K_n$  (4.40), що забезпечує номінальний зазор на номінальному режимі  $\Delta \psi \approx \Omega \approx I$ , а також відповідні цим значенням навантажувальну площу  $B_1$  і внутрішній радіус  $r_4$  (4.41):

Z <sub>n</sub> , МКМ	K <sub>n</sub>	$B_1, M^2$	r4, M
3	1,231	0,015	0,121
4	0,843	0,012	0,126
6	0,644	9,726·10 <sup>-3</sup>	0,128
8	0,595	<i>9,251·10<sup>-3</sup></i>	0,129
10	0,578	<i>9,082</i> · <i>10</i> <sup>-3</sup>	0,129

 Для чисельної оцінки впливу зусилля попереднього стиснення пружних елементів розрахунок проведемо для трьох його значень: χ = 0,004; 0,01; 0,03.

8. За формулами (4.37) і (4.44) будуються статичні і витратні характеристики (рис. 4.12, 4.13).



Рисунок 4.12 - Статичні характеристики для різних номінальних зазорів  $z_n$ : *a*)  $z_n=3$  *мкм*; *b*)  $z_n=4$  *мкм*; *c*)  $z_n=6$  *м к м*; *d*)  $z_n=8$  *мкм*; *e*)  $z_n=10$  *мкм* 



Рисунок 4.13 - Витратна характеристика для різних значень номінального зазору *z<sub>n</sub>* 

З отриманих характеристик видно, що в заданому діапазоні тисків ущільнюваної рідини торцевий зазор мало відрізняється від базового значення, завдяки чому гарантуються оптимальні умови роботи. Збільшення безрозмірного зусилля стиснення пружних елементів х призводить до зменшення зазору.

Для порівняння наведемо розрахунок конструкції імпульсного ущільнення високонапірного живильного насоса з меншими габаритами і великою частотою обертання. Така конструкція найбільш близька до конструкцій ущільнень ТНА. Розрахунок виконаний в тій же послідовності, що і в попередньому прикладі.

1. Початкові дані:  $p_3 = 0,9M\Pi a$ ,  $p_n = p_{1n} = 18 M\Pi a$ ,  $\omega = \omega_n = 600 1/c$ 

Ущільнюване середовище - вода,  $\mu = 0,653 \cdot 10^{-3} \Pi a c$ ,  $E = 2,2 \cdot 10^{3} M \Pi a$ .

2. З конструктивних міркувань вибираємо розміри контактної поверхні:  $r_1 = 0,05 \, m$ ,  $r_3 = 0,07 \, m$ ,  $r_2 = 0,5(r_1 + r_3) = 0,06 \, m$ ,  $r_{21} = 0,057 \, m$ ,  $r_{22} = 0,063 \, m$ ,  $l_1 = l_3 = 0,006 \, m$ , а також розміри і кількість камер і живильників:  $n_i = 2, n_c = 18$ ,  $V_0 \approx 1,8 \cdot 10^{-7} \, m^3$ ,  $d_i = 0,4 \cdot 10^{-3} \, m$ ,  $l_i = 6 \cdot 10^{-3} \, m$ ,  $\beta_s = 2\pi/n_c = 0,49$ ,  $\beta_c = b_c/r_2 = 0,25 \, pad$ .

3. Обчислюємо площі торцевих поясків:  $A_1 = \pi (r_3^2 - r_{22}^2) = 2,925 \cdot 10^{-3} \, m^2$ ,  $A_2 = \pi (r_{22}^2 - r_{21}^2) = 2,262 \cdot 10^{-3} \, m^2$ ,  $A_3 = \pi (r_{21}^2 - r_1^2) = 2,353 \cdot 10^{-3}$   $m^2$ ,  $A = 0,5(A_1 + 2A_2 + A_3) = 4,9 \cdot 10^{-3} \, m^2$ .

4. Визначаємо провідності торцевих дроселів (4.4) і їх безрозмірні значення (4.9), постійні часу наповнення і опорожнення камер і вагові коефіцієнти визначаються за формулою (4.8).

Результати обчислень наведені у табл. 4.5-4.7 для 5-ти значень номінального зазору. Це дозволить оцінити вплив *z<sub>n</sub>* на статичні характеристики.

Z <sub>n</sub> , <i>мкм</i>	$g_i$	8 1n	$g_{3n}$	g <sub>en</sub>
3		10-14	8,183·10 <sup>-15</sup>	4,51·10 <sup>-15</sup>
4		2,382.10-14	1,94·10 <sup>-14</sup>	1,07.10-14
6	1,6·10 <sup>-10</sup>	<i>8,04</i> · <i>10</i> <sup>-14</sup>	6,55·10 <sup>-14</sup>	3,6·10 <sup>-14</sup>
8		<i>1,9</i> · <i>10</i> - <i>13</i>	1,55·10 <sup>-13</sup>	8,55·10 <sup>-14</sup>
10		<i>3,72</i> · <i>10</i> - <i>13</i>	<i>3,03</i> · <i>10</i> - <i>13</i>	1,67.10-13

Таблиця 4.5 - Провідності торцевих дроселів

Таблиця 4.6 - Безрозмірні провідності

Z <sub>n</sub> , МКМ	$\alpha_{li}$	$lpha_{3i}$	$\alpha_{e1}$	$\alpha_{e3}$
3	6,267·10 <sup>-5</sup>	5,1·10 <sup>-5</sup>		
4	1,485.10-4	1,21.10-4		
6	5,013·10 <sup>-4</sup>	4,08.10-4	0,45	0,55
8	1,188.10-4	9,67·10 <sup>-4</sup>		
10	2,321.10-4	1,89·10-4		

Z <sub>n</sub> , МКМ	$G_c$	$G_p$	$T_c$	$T_p$	$T_n$	$t_c$
3			5,1·10 <sup>-7</sup>	4,48·10 <sup>-3</sup>		
4			5,1·10 <sup>-7</sup>	1,9·10 <sup>-3</sup>		
6	1,8·10 <sup>7</sup>	107	5,1.10-7	5,6-10-4	<i>5,24</i> · <i>10</i> <sup>-3</sup>	4,17.10-4
8			5,09.10-7	2,36.10-4		
10			5,08.10-7	1,21 · 10-4		

Таблиця 4.7 - Постійні часу наповнення і опорожнення камер, і вагові коефіцієнти

5. Обчислюємо коефіцієнт гідростатичної жорсткості (4.35):

Z <sub>n</sub> , <i>МК</i> М	3	4	6	8	10
$\kappa_s$	-0,29	-0,12	-0,036	-0,015	-0,0078

У результаті  $\kappa_s < 0$ , тобто умова стійкості рівноваги, виконується для 5-ти значень  $z_n$ .

Тобто умова статичної стійкості виконується.

6. Обчислюємо коефіцієнт навантаження  $K_n$  (4.40), що забезпечує номінальний зазор при  $\Delta \psi \approx \Omega \approx 1$ , а також відповідні цим значенням навантажувальну площу  $B_1$  і внутрішній радіус  $r_4$  (4.41):

Z <sub>n</sub> , мкм	K <sub>n</sub>	$B_{l}, M^{2}$	<i>r</i> <sub>4</sub> , <i>M</i>
3	0,97	6,22·10 <sup>-3</sup>	0,054
4	0,75	5,134·10 <sup>-3</sup>	0,057
6	0,635	4,574·10 <sup>-3</sup>	0,059
8	0,607	4,438·10 <sup>-3</sup>	0,059
10	0,597	<i>4,439</i> · <i>10</i> - <sup>3</sup>	0,059

7. Для чисельної оцінки впливу зусилля попереднього стиснення пружних елементів розрахунок проведемо для трьох його значень:  $\chi = 0,004; 0,01; 0,03.$ 

8. За формулами (4.37) і (4.44) будуються статичні і витратні характеристики (рис. 4.14, 4.15).



Рисунок 4.14 - Статичні характеристики для номінальних зазорів  $z_n$ : *a*)  $z_n=3$  *мкм*; *b*)  $z_n=4$  *мкм*; *c*)  $z_n=6$  *мкм*; *d*)  $z_n=8$  *мкм*; *e*)  $z_n=10$  *мкм* 



Рисунок 4.15 - Витратні характеристики

## 4.3 Динаміка ущільнення

#### 4.3.1 Постановка завдання

Викладений вище статичний розрахунок ущільнення заснований на розв'язанні квазістаціонарної задачі: торцевий зазор визначався як функція постійних в часі зовнішніх впливів  $\psi_1, \psi_3, \Omega$ . Для цього змінні в часі тиски процесів стиснення (4.13) і розширення (4.16) замінені осредненим за період $T = 2\pi/n_i\omega$  тиском (4.24). В аналізі динамічних характеристик осреднення не проводиться, зберігається залежність тиску від часу. Осьові коливання кільця, порушувані гармонічно змінюючимися зовнішніми впливами  $\psi_1, \psi_3, \psi_3, \psi_4$ розглядаються відносно рівноважного положення. У відцентрових машинах, як правило, ущільнюваний тиск і протитиск змінюються з частотою, яка дорівнює або кратна частоті обертання ротора. Максимальні амплітуди мають основні гармоніки (з частотою  $\omega$ ), тому вимушені коливання кільця відносно положення статичної рівноваги  $u_0$  будемо розглядати під дією безрозмірних тисків

$$u = u_0 + u_a e^{i\omega t}, \ \psi_1 = \psi_{10} + \psi_{1a} e^{i\omega t}, \ \psi_3 = \psi_{30} + \psi_{3a} e^{i\omega t},$$
(4.49)

де  $\psi_{10}$ , $\psi_{30}$  - постійні складові тисків,  $\psi_{1a}$ , $\psi_{3a}$  - амплітуди їх коливань,  $u_a$  - амплітуда осьових коливань кільця. Частота обертання і задаючий вплив змінюється квазістатично, тому вони впливають лише на усталене положення кільця.

4.3.2 Рівняння балансу витрат в динаміці і його лінеаризація

Перш ніж записувати рівняння коливань, розглянемо осьові сили, що діють на аксіально рухоме кільце. Для обчислення сили тиску, що розкриває торцевий зазор, рівняння (4.6) приведемо до одного рівняння.

В динаміці осьові коливання кільця призводять до появи додаткових доданків витрати. Період зміни цих доданків  $2\pi/\omega$  і відрізняється від періодів  $t_c$  і  $T-t_c$  витрат стиснення і розширення, викликаних імпульсами тиску, що підводиться до камери живильниками. Щоб полегшити надалі облік цих доданків в узагальненому рівнянні балансу витрат, детальніше розглянемо перетворення рівнянь (4.6)

$$Q_i + Q_1 - Q_3 = \frac{V_0}{E} \left(\frac{dp}{dt}\right)_c, \quad Q_1 - Q_3 = \frac{V_0}{E} \left(\frac{dp}{dt}\right)_p.$$

Нижні індекси «*c*» і «*p*» вказують на приналежність відповідної величини до процесу стиснення (інтервал [0,  $t_c$ ]) або розширення (інтервал [ $t_c$ , $T - t_c$ ]). Помноживши ці рівняння відповідно на  $(dt)_c$  і на  $(dt)_p$ , перейдемо до рівнянь балансу об'ємів

$$(Q_i + Q_I - Q_3)(dt)_c = \frac{V_0}{E}(dp)_c, \quad (Q_I - Q_3)(dt)_p = \frac{V_0}{E}(dp)_p,$$

які не містять похідних за часом і їх можна складати почленно:

$$Q_{i}(dt)_{c} + (Q_{1} - Q_{3})[(dt)_{c} + (dt)_{p}] = \frac{V_{0}}{E}[(dp)_{c} + (dp)_{p}].$$

Суми прирощень часу і тисків охоплюють весь період  $T = 2\pi/n_i \omega$  між черговими вприсками, тому можна позначити  $(dt)_c + (dt)_p = dt, (dp)_c + (dp)_p = dp$ (рис. 4.12, *a*):

$$Q_i(dt)_c + (Q_1 - Q_3)dt = \frac{V_0}{E}dp$$

Розділивши цю рівність на *dt*, перейдемо до сумарного рівняння балансу витрат

$$Q_i \frac{\left(dt\right)_c}{dt} + Q_1 - Q_3 = \frac{V_0}{E} \dot{p}$$

Замінимо нескінченно малі збільшення часу у лівій частині останнього рівняння відповідними кінцевими прирощеннями  $(dt)_c \approx \Delta t_c = t_c - 0 = t_c = \beta_c / \omega$ ,  $dt \approx \Delta T = T - 0 = T = 2\pi/n_i \omega$ . Таке наближення можна вважати допустимим, враховуючи малі інтервали часу стиснення і розширення. У результаті, рівняння балансу витрат при відсутності вимушених осьових коливань приймає вид

$$Q_i \frac{t_c}{T} + Q_I - Q_3 = \frac{V_0}{E} \dot{p} .$$
(4.50)

Отримане рівняння при осьових коливаннях аксіально рухомого кільця, порушуваних гармонічними коливаннями зовнішніх тисків, містить два додаткових доданки. Вони враховують витрату стиснення-розширення рідини у камерах  $Q_p$  і витрату витіснення  $Q_v$  з торцевого зазору (сектор  $\beta_c$ ) при періодичній зміні тиску, викликаній коливаннями зазору з частотою  $\omega$  під дією зовнішніх тисків (4.49) [32]:

$$Q_p = \frac{V_0}{E} p_n \frac{d\psi}{(dt)_{\omega}}, \quad Q_v = A_s z_n \frac{du}{(dt)_{\omega}}, \quad (4.51)$$

$$A_s = \frac{\beta_c}{2\pi} (A_1 + A_2 + A_3)$$
 - площа торцевої поверхні сектора  $\beta_c$ .

Нижній індекс « $\omega$ » вказує на те, що приріст  $(dt)_{\omega}$  змінюється у інтервалі, рівному періоду  $T_0 = 2\pi/\omega = n_i T$  осьових коливань (рис. 4.12, *b*). На відміну від статичного аналізу, де використовувався осреднений, який незалежить від часу тиск  $\psi_2 = p_2/p_n$  (4.18), тут ми маємо справу зі змінним у часі тиском, який будемо позначати *p* без індексу, а у безрозмірному вигляді  $\psi = p/p_n$ .

Як і при виводі рівняння (4.50) замінимо диференціали кінцевими прирощеннями, тобто використовуємо наближені вирази:

$$\frac{d\psi}{(dt)_{\omega}} = \frac{d\psi}{dt} \frac{dt}{(dt)_{\omega}} \approx \dot{\psi} \frac{\Delta t}{(\Delta t)_{\omega}} = \dot{\psi} \frac{T}{T_0} = \frac{1}{n_i} \dot{\psi},$$

$$(4.52)$$

$$\frac{du}{(dt)_{\omega}} = \frac{du}{dt} \frac{dt}{(dt)_{\omega}} \approx \dot{u} \frac{\Delta t}{(\Delta t)_{\omega}} = \dot{u} \frac{T}{T_0} = \frac{1}{n_i} \dot{u}.$$

Підставимо їх у (4.51) і внесемо отримані вирази у праву частину (4.50):

$$Q_i \frac{t_c}{T} + Q_I - Q_3 = \frac{V_0}{E} \dot{\psi} \left( 1 + \frac{1}{n_i} \right) + A_s \frac{z_n}{n_i p_n} \cdot \dot{u} \,.$$

Виразивши витрати через перепади тиску (4.3), прийдемо до нелінійного диференціального рівняння першого порядку відносно шуканого безрозмірного тиску  $\psi$  у камері:

$$\left(g_{i}\frac{t_{c}}{T}+g_{1n}u^{3}\right)\left(\psi_{1}-\psi\right)-g_{3n}u^{3}\left(\psi-\psi_{3}\right)=\frac{V_{0}}{E}\left(1+\frac{1}{n_{i}}\right)\dot{\psi}+A_{s}\frac{z_{n}}{n_{i}p_{n}}\dot{u}.$$
 (4.53)

З (4.53), прийнявши  $\dot{\psi} = \dot{u} = 0$ , можна отримати рівняння балансу витрат у положенні рівноваги і знайти усталений тиск у камері:

$$\psi_{20} = k_1 \psi_{10} + k_3 \psi_{30};$$

$$k_1 = \frac{g'_i + g_{10}}{g_{s0}}, k_3 = \frac{g_{30}}{g_{s0}}, g_{s0} = g'_i + g_{10} + g_{30} = g_{sn} u_0^3.$$
(4.54)

Тиск відрізняється від раніше знайденого в статичному розрахунку (4.24), так як отримано з осередненого рівняння балансу витрат, в той час, як (4.24) представляє суму осереднених тисків на процесах стиснення і розширення. Для вагових коефіцієнтів  $k_1, k_3$  виконується рівність  $k_1 + k_3 = 1$ .

Надалі будемо розглядати лінеаризовану систему без урахування інерції рідини при її несталому русі. Лінеаризацію проведемо біля положення статичної рівноваги, переходячи до відхилень змінних в обох частинах рівності (4.53). Як раніше зазначалося,  $\delta \Omega = 0, \delta$  - знак відхилення. Введемо також позначення  $g'_i = g_i t_c/T$ ;  $g_{1n}u_0^3 = g_{10}, g_{3n}u_0^3 = g_{30}$  де  $g_{10}, g_{30}$  - провідності відповідних торцевих дроселів для сталого значення зазору  $z_0$ . В результаті виключивши рівняння усталеного стану (4.54), отримаємо

$$g_{i}'(\delta\psi_{1} - \delta\psi) + g_{10}(\delta\psi_{1} - \delta\psi) + \frac{3}{u_{0}}g_{10}(\psi_{10} - \psi_{0})\delta u - g_{30}(\delta\psi - \delta\psi_{3}) - \frac{3}{u_{0}}g_{30}(\psi_{0} - \psi_{30})\delta u = \frac{V_{0}}{E}\left(1 + \frac{1}{n_{i}}\right)\delta\dot{\psi} + A_{s}\frac{z_{n}}{n_{i}p_{n}}\delta\dot{u}$$

Згрупуємо доданки з відхиленнями однакових змінних

$$\frac{V_0}{E} \left( 1 + \frac{1}{n_i} \right) \delta \dot{\psi} + \left( g'_i + g_{10} + g_{30} \right) \delta \psi =$$
  
=  $-A_s \frac{z_n}{n_i p_n} \delta \ddot{u} - \frac{3}{u_0} \left[ g_{30} (\psi_0 - \psi_{30}) - g_{10} (\psi_{10} - \psi_0) \right] \delta u + \left( g'_i + g_{10} \right) \delta \psi_1 + g_{30} \delta \psi_3,$ 

після чого приведемо ці рівняння до нормалізованого вигляду, розділивши почленно на коефіцієнт при  $\delta \psi$ , і вводячи позначення коефіцієнтів. Опустимо також для стислості знак відхилення  $\delta$ , пам'ятаючи про те, що у подальшому мова йде не про абсолютні значення змінних, а про їх відхилення від встановлених значень. Сталі значення відзначаються нульовими індексами і визначаються у розрахунку статичних характеристик. Нормалізоване рівняння балансу витрат у відхиленнях приймає вигляд

$$T_2 \dot{\psi} + \psi = -(\tau_2 \dot{u} + \kappa'_s u) + k_1 \psi_1 + k_3 \psi_3, \qquad (4.55)$$

де

$$T_{2} = \frac{V_{0}}{Eg_{s0}} \left( 1 + \frac{1}{n_{i}} \right), \quad \tau_{2} = \frac{A_{s} z_{n}}{n_{i} p_{n} g_{s0}},$$

$$\kappa'_{s} = \frac{3}{g_{s0}u_{0}} [g_{30}(\psi_{0} - \psi_{30}) - g_{10}(\psi_{10} - \psi_{0})] =$$

(56)

$$=\frac{3}{g_{s0}u_0}(k_1g_{30}-k_3g_{10})(\psi_{10}-\psi_{30}),$$

$$k_1 = \frac{g'_i + g_{10}}{g_{s0}}, k_3 = \frac{g_{30}}{g_{s0}}, g_{s0} = g_i + g_{10} + g_{30} = g_{sn}u_0^3;$$

 $\psi_0$ - усталений безрозмірний тиск у камері,  $\psi_{10}$ ,  $\psi_{30}$  - усталені тиски на вході у ущільнення і на виході з ущільнення.

Якщо ввести оператор диференціювання за часом s = d/dt і позначити

$$T_2 s + l = D_2(s), \quad \tau_2 s + \kappa'_s = M_2(s), \tag{4.57}$$

то прийдемо до рівняння у операторній формі відносно тиску у камері:

$$D_2(s)\psi(t;u) = -M_2(s)u + k_1\psi_1 + k_3\psi_3.$$
(4.58)

# 4.3.3 Рівняння автоматичного регулятора

Рівняння динаміки автоматичного регулятора отримаємо, підставивши у лінійний вираз (4.29) для безрозмірної сили  $\varphi_s$  тиск  $\psi(t;u)$ , обумовлений диференціальним рівнянням (4.58):

$$\psi(t;u) = -\frac{M_2}{D_2}u + \frac{k_1\psi_1 + k_3\psi_3}{D_2}.$$

При цьому регулюючий вплив

134

$$\varphi_s = \psi(t; u) + \varphi_{s0} = -\frac{M_2}{D_2}u + \frac{k_1\psi_1 + k_3\psi_3}{D_2} + \varphi_{s0}, \qquad (4.59)$$

а рівняння регулятора отримаємо, помноживши обидві частини цієї рівності на диференційний оператор  $D_2 = T_2 s + l$ :

$$D_2(s)\varphi_s = -M_2(s)u + k_1\psi_1 + k_3\psi_3 + D_2(s)\varphi_{s0}.$$
(4.60)

З рівняння (4.60) безрозмірна динамічна жорсткість системи, що представляє собою передавальну функцію регулятора за помилкою, виражається формулою

$$W_2(s) = \frac{\varphi_s}{u} = -\frac{\tau_2 s + \kappa'_s}{T_2 s + I}.$$
 (4.61)

У сталому стані s = d/dt = 0,  $W_2(0) = -\kappa'_s$ , тобто передавальна функція стає коефіцієнтом гидростатической жорсткості. У разі короткочасних імпульсних впливів  $s \to \infty$ ,  $W_2(\infty) \to -\tau_2/T_2$ . Цей вираз дає максимальне по модулю значення жорсткості, відповідний жорсткості умовно непроточного дроселя, жорсткість якого обумовлена тільки стискальністю рідини у камері.

## 4.3.4 Осьові коливання аксіально рухомого кільця

Кільце розглядається як одномасова система, яка здійснює одномірні осьові коливання, описувані рівнянням

$$m\ddot{z} = F_s - F_e - F_k - c\dot{z},$$

де доданок *cż* представляє зовнішню (поза торцевим зазором) силу лінійного в'язкого тертя. Решта сил описуються формулами (4.27) і (4.29) при заміні

осередненого тиску у камері  $\psi_2(u)$  на тиск  $\psi(t; u)$ , що залежить як від зазору, так і від часу. Використовуючи ці формули, запишемо

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = F_s - F_e - k\Delta = Ap + 0,5(A_1p_1 + A_3p_3) - (B_1p_1 + B_3p_3) - k\Delta,$$

а після переходу до відхилень за умови  $k\Delta = const$ ,  $\delta(k\Delta) = 0$  і після ділення почленно на  $Ap_n$ , отримаємо

$$\frac{mz_n}{Ap_n}\ddot{u} + \frac{cz_n}{Ap_n}\dot{u} + \frac{kz_n}{Ap_n}u = \varphi_s - \varphi_e = \psi + \frac{1}{2A}(A_1\psi_1 + A_3\psi_3) - \frac{1}{A}(B_1\psi_1 + B_3\psi_3).$$

Позначимо коефіцієнти лівої частини цього рівняння

$$T_{l}^{2} = \frac{mz_{n}}{Ap_{n}}, 2\xi = \sqrt{\frac{c^{2}z_{n}}{mAp_{n}}}, \chi_{n} = \frac{kz_{n}}{Ap_{n}}$$
 (4.62)

і використаємо коефіцієнт навантаження К (4.31):

$$\varphi_{s0} - \varphi_e = -[K\psi_1 + (1-K)\psi_3].$$

У операторної формі отримаємо остаточний вигляд рівняння осьових коливань кільця:

$$D_{I}(s)u = \varphi_{s} - \varphi_{e} = \psi - K\psi_{I} - (I - K)\psi_{3}, \qquad (4.63)$$
$$D_{I}(s) = T_{I}^{2}s^{2} + 2\xi T_{I}s + \chi_{n}.$$

Коефіцієнти мають наступний фізичний сенс:  $T_1$  - період вільних коливань аксіально рухомого кільця;  $\xi$  - показник загасання вільних коливань, обумовлений зовнішнім лінійним тертям;  $\chi_n$  - безрозмірний коефіцієнт жорсткості пружних елементів.

Якщо права частина (4.63) дорівнює нулю, то рівняння

$$D_1(s)u = T_1^2 \ddot{u} + 2\xi T_1 \dot{u} + \chi_n u = 0$$

стає рівнянням вільних осьових коливань кільця, підвішеного на пружних елементах з еквівалентної жорсткістю k без урахування сил тиску. При цьому  $\chi_n/T_1^2 = k/m = \omega_0^2$ ;  $\omega_0$  - власна частота осьових коливань кільця без регулюючого впливу.

### 4.3.5 Рівняння динаміки системи кільце-регулятор

Рівняння динаміки імпульсного ущільнення як системи автоматичного регулювання отримаємо, виключивши силу  $\varphi_s$  з рівнянь (4.60) і (4.63):

$$D_{1}u = -\frac{M_{2}}{D_{2}}u + \frac{k_{1}\psi_{1} + k_{3}\psi_{3}}{D_{2}} + \varphi_{s0} - \varphi_{e}.$$

Помножимо обидві частини рівності на оператор  $D_2$ 

$$(D_1D_2 + M_2)u = k_1\psi_1 + k_3\psi_3 + D_2(\varphi_{s0} - \varphi_e)$$

і згрупуємо члени за ступенями *s* з урахуванням (4.31):

$$\begin{aligned} \left[T_{1}^{2}T_{2}s^{3} + \left(T_{1}^{2} + 2\xi T_{1}T_{2}\right)s^{2} + \left(2\xi T_{1} + \chi_{n}T_{2} + \tau_{2}\right)s + \chi_{n} + \kappa_{s}'\right]\mu = \\ &= -\left[KT_{2}s + K - k_{1}\right]\psi_{1} - \left[\left(1 - k_{s}\right)T_{2}s + 1 - k_{s} - k_{3}\right]\psi_{3}. \end{aligned}$$

$$(4.64)$$

Вирази у квадратних дужках являють собою власний оператор системи D(s) та оператори  $N_1(s), N_3(s)$  зовнішніх впливів:

$$D(s)u = -N_1(s)\psi_1 - N_3(s)\psi_3, \qquad (4.65)$$

де

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3; \ N_1(s) = b_0 s + b_1, \ N_3(s) = c_0 s + c_1, \quad (4.66)$$

$$a_{0} = T_{1}^{2}T_{2}, a_{1} = T_{1}^{2} + 2\xi T_{1}T_{2}, a_{2} = 2\xi T_{1} + \chi_{n}T_{2} + \tau_{2}, a_{3} = \kappa'_{s} + \chi_{n};$$

$$b_{0} = KT_{2}, b_{1} = K - k_{1}; c_{0} = (1 - K)T_{2}, c_{1} = 1 - K - k_{3}.$$

$$(4.67)$$

Коли зовнішні впливи дорівнюють нулю, рівняння (4.65) звертається у рівняння вільних осьових коливань

$$D(u) = a_0 \ddot{u} + a_1 \ddot{u} + a_2 \dot{u} + a_3 u = 0.$$

Загальне розв'язання такого однорідного рівняння має вигляд  $u = u_a e^{\lambda t}$ , а підстановка його у рівняння дає

$$\left(a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3\right)\mu = 0.$$

Для нетривіального розв'язання  $u \neq 0$  отримуємо характеристичне рівняння  $a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0$ , уявні частини коренів якого є власними частотами системи.

## 4.3.6 Вимушені осьові коливання кільця і стійкість

На аксіально рухоме кільце у осьовому напрямку діє ряд збурень, серед яких переважають гармонійні збурення з частотами, що дорівнюють частоті обертання ротора (4.49). При записи рівняння (4.54) і для наступних перетворень було запропоновано для скорочення записи опускати знак відхилення  $\delta$ . Тому у безрозмірному вигляді відхилення тисків

$$\delta\psi_1 \to \psi_1 = \psi_{1a} e^{i\omega t}, \\ \delta\psi_1 \to \psi_3 = \psi_{3a} e^{i\omega t}, \\ \delta\psi \to \Delta\psi = (\psi_{1a} - \psi_{3a}) e^{i\omega t}.$$
(4.68)

У разі, коли протитиск  $p_3 = const$ , відхилення  $p_3$  дорівнює нулю і  $\Delta \psi = \psi_1 = \psi_{1a} e^{i\omega t}$ .

В рамках даної лінійної моделі ущільнення справедливий принцип суперпозиції, тобто результуюча реакція кільця представляє суму гармонічних реакцій на окремі елементарні гармонічні збурення. Тому практичне значення має аналіз гармонічних осьових коливань кільця, обумовлених кожним з гармонічних збурень. Частота обертання, як правило, має вигляд ступінчастої або лінійної функції часу, а реакція на неї характеризується часовими характеристиками.

Вимушені коливання характеризуються амплітудними і фазовими частотними характеристиками, які є амплітудами і фазами частотних передавальних функцій. Для рівняння (4.65) з двома гармонічними впливами частотні передавальні функції мають вигляд

$$W_{I}(i\omega) = \frac{u_{Ia}e^{i(\omega t + \gamma_{I})}}{\psi_{Ia}e^{i\omega t}} = -\frac{N_{I}(i\omega)}{D(i\omega)} = A_{I}(\omega)e^{i\gamma_{I}},$$

$$(4.69)$$

$$W_{3}(i\omega) = \frac{u_{3a}e^{i(\omega t + \gamma_{3})}}{\psi_{3a}e^{i\omega t}} = -\frac{N_{3}(i\omega)}{D(i\omega)} = A_{3}(\omega)e^{i\gamma_{3}},$$

де  $A_1, A_3$  - амплитудні,  $\gamma_1, \gamma_3$  - фазові частотні характеристики для збурень  $\psi_1, \psi_3$  відповідно. З наведених формул видно, що при рівності нулю власного оператора амплітуди необмежено зростають. Відповідні частоти обертання є власними частотами системи кільце-регулятор.

Щоб виразити амплітуди і фази через коефіцієнти (4.67), потрібно передавальні функції представити як комплексні числа у алгебраїчній формі. Для цього у операторах (4.66) введемо заміну  $d/dt = s = i\omega$ :

$$D(i\omega) = -ia_0\omega^3 - a_1\omega^2 + ia_2\omega + a_3 = U + i\omega V;$$
  

$$U = a_3 - a_1\omega^2, V = a_2 - a_0\omega^2;$$
  

$$N_1(i\omega) = ib_0\omega + b_1, N_3(i\omega) = ic_0\omega + c_1$$
(4.70)

Тепер передавальні функції приймають вигляд

$$W_{I}(i\omega) = -\frac{b_{I} + i\omega b_{0}}{U + i\omega V}, \quad W_{3}(i\omega) = -\frac{c_{I} + ic_{0}\omega}{U + i\omega V}.$$

Розділимо дійсні і уявні частини цих виразів, помноживши чисельники і знаменники на пов'язане знаменнику комплексне число

$$W_{I}(i\omega) = -\frac{(b_{I} + i\omega b_{0})(U - i\omega V)}{U^{2} + \omega^{2}V^{2}} = -(U_{I} - i\omega V_{I}) = -A_{I}(\omega)e^{i\gamma_{I}},$$

$$W_{3}(i\omega) = -\frac{(c_{I} + i\omega c_{0})(U - i\omega V)}{U^{2} + \omega^{2}V^{2}} = -(U_{3} - i\omega V_{3}) = -A_{3}(\omega)e^{i\gamma_{3}};$$
(4.71)

$$U_{1} = -\frac{b_{1}U + \omega^{2}b_{0}V}{U^{2} + \omega^{2}V^{2}}, \quad V_{1} = \frac{b_{1}V - b_{0}U}{U^{2} + \omega^{2}V^{2}},$$

$$U_{3} = -\frac{c_{1}U + \omega^{2}c_{0}V}{U^{2} + \omega^{2}V^{2}}, \quad V_{3} = \frac{c_{1}V - c_{0}U}{U^{2} + \omega^{2}V^{2}}.$$
(4.72)

Амплітуди і фази (4.71) виражаються формулами

$$A_{I}(\omega) = \frac{u_{Ia}}{\psi_{Ia}} = \sqrt{U_{I}^{2} + \omega^{2}V_{I}^{2}} = \sqrt{\frac{b_{I}^{2} + \omega^{2}b_{0}^{2}}{U^{2} + \omega^{2}V^{2}}}, \quad \gamma_{I} = -\operatorname{arctg} \omega \frac{b_{0}U - b_{I}V}{b_{I}U + \omega^{2}b_{0}V};$$

$$(4.73)$$

$$A_{3}(\omega) = \frac{u_{3a}}{\psi_{3a}} = \sqrt{U_{3}^{2} + \omega^{2}V_{3}^{2}} = \sqrt{\frac{c_{I}^{2} + \omega^{2}c_{0}^{2}}{U^{2} + \omega^{2}V^{2}}}, \quad \gamma_{3} = -\operatorname{arctg} \omega \frac{c_{0}U - c_{I}V}{c_{I}U + \omega^{2}c_{0}V}.$$

За амплітудними частотними характеристиками можна оцінити розмірні значення амплітуд вимушених осьових коливань кільця на будь-якій частоті обертання, якщо задати величину амплітуд коливань відхилень тиску  $p_{1a}$ ,  $p_{3a}$ :

$$z_{1a} = A_I(\omega) z_n p_{1a} / p_n, \ z_{3a} = A_3(\omega) z_n p_{3a} / p_n.$$
(4.74)

Формули (4.73) дозволяють виявити небезпечні області частот обертання і підібрати параметри ущільнення так, щоб амплітуди вимушених осьових коливань кільця не виходили за допустимі межі. Для аналізу динамічної стійкості можна використовувати критерій Рауса-Гурвіца, відповідно до якого система третього порядку стійка, якщо всі коефіцієнти (4.67) власного оператора позитивні (цій умові коефіцієнти задовольняють) і виконується нерівність  $a_1 a_2 > a_0 a_3$ , яка після підстановки значень коефіцієнтів приводиться до вигляду

$$2\xi \Big[ T_1^2 + T_2 \Big( 2\xi T_1 + \chi_n T_2 \Big) \Big] > T_1 \bigg( \kappa_s' T_2 - \tau_2 - 2\xi \frac{T_2}{T_1} \tau_2 \bigg).$$
(4.75)

Якщо не враховувати зовнішнє демпфірування ( $c = \xi = 0$ ), то умова стійкості зводиться до нерівності

$$\tau_2 > T_2 \kappa'_s, \tag{4.76}$$

з якої знаходиться межа стійкості з деяким запасом.

Отримане умова показує, що стабілізації сприяє збільшення постійної часу витіснення  $\tau_2$  і зменшення постійної часу стиснення  $T_2$  і коефіцієнта гидростатичної жорсткості  $\kappa'_s$ .

Після підстановки у (4.76) значень (4.56), можна визначити допустимий по стійкості об'єм камери:

$$V_0 < \frac{A_s E z_0 g_{s0}}{3(1+n_i)(k_1 g_{30} - k_3 g_{10})(p_{10} - p_{30})}.$$
(4.77)

Область стійкості розширюється, перш за все, за рахунок зменшення об'єму камер і зменшення коефіцієнта гидростатичної жорсткості. Оскільки  $\kappa'_s \sim \Delta \psi$  (56), умову динамічної стійкості необхідно виконати для максимально можливого робочого перепаду тиску ущільнюваної рідини, тобто для значення коефіцієнта

жорсткості, який відповідає  $\Delta \psi_{max}$ . Коли тиск залежить від частоти обертання, потрібно вводити заміну  $\Delta \psi = \Omega^2 - \psi_3$  (4.46).

4.3.7 Приклад динамічного розрахунку

Динамічний розрахунок полягає в побудові амплітудних і фазових частотних характеристик для зовнішніх впливів  $\psi_1, \psi_3$ . Для цього необхідно визначити коефіцієнти власного оператора і оператора впливу, що входять в рівняння (4.73).

Розрахунок виконаний для двох варіантів ущільнень, вихідні дані, яких наведені в статичному розрахунку. Практичний інтерес представляють, перш за все, амплітудні частотні характеристики. Результати їх обчислення для різних значень номінального зазору показані на рисунках 4.16 і 4.17.

У таблиці 4.8, 4.9 представлені розмірні значення амплітуд в залежності від номінального зазору  $z_n$ .

Приклад 1: конструкція імпульсного торцевого ущільнення циркуляційного насоса ГЦН 20000-100 для АЕС з реактором ВВЕР-1000.

Таблиця 8









Рисунок 4.16 – Амплітудно-частотні характеристики для номінальних зазорів  $z_n$ : *a*)  $z_n=3$  мкм; *b*)  $z_n=4$  мкм; *c*)  $z_n=6$  мкм; *d*)  $z_n=8$  мкм; *e*)  $z_n=10$  мкм
Приклад 2: конструкція імпульсного ущільнення високонапірного живильного насоса.

Таблиця 9

Z <sub>n</sub> , <i>МКМ</i>	Z <sub>1a</sub> , Z <sub>3a</sub> ,МКМ
3	0,46
4	2,3
6	1,5
8	0,94
10	0,71











Рисунок 4.17 - Амплітудно-частотна характеристика у залежності від

### номінального зазору

z<sub>n</sub>: a) z<sub>n</sub>=3 мкм; b) z<sub>n</sub>=4 мкм; c) z<sub>n</sub>=6 мкм; d) z<sub>n</sub>=8 мкм; e) z<sub>n</sub>=10 мкм

#### 4.4 Висновки

Розглянуті в представленій роботі безконтактні торцеві ущільнення з саморегульованим зазором мають ряд незаперечних переваг у порівнянні зі звичайними механічними торцевими ущільненнями. Серед основних переваг імпульсних ущільнень можна назвати наступні.

1. Належним вибором основних геометричних параметрів можна забезпечити оптимальне значення торцевого зазору і моменту тертя на ущільнюючих контактних поверхнях в широкому діапазоні ущільнюваних тисків і частот обертання ротора.

2. У звичайних торцевих ущільненнях потужність тертя пропорційна ущільнювальному тиску і окружній швидкості (фактор *pv*), тому їх працездатність зберігається лише у вузькому, розрахунковому діапазоні робочих параметрів ущільнювального тиску і частоти обертання. В імпульсних ущільненнях зі збільшенням частоти обертання торцевий зазор дещо збільшується, в результаті обмежується зростання потужності тертя. Ущільнення практично не мають обмежень по частоті обертання, тому їх застосування особливо ефективно для високооборотних машин.

3. Наявність камер і високочастотні уприскування в них свіжого ущільнюваного середовища забезпечує хороший тепловідвід. Завдяки цьому в багатьох випадках можна обійтися без додаткових систем охолодження навіть в насосах, що працюють на гарячих рідинах, наприклад, в живильнихнасосах електростанцій.

4. Ущільнення малочутливі до фізичних властивостей ущільнюваного середовища. Вони надійно працюють на різних рідинах, в тому числі і на кріогенних, на газах, на газорідинних сумішах.

5. Імпульсні ущільнення реверсивного, а також надійно виконують роль стоянкових, оскільки на стоянці тиск в більшості камер відсутній, і зовнішня сила набагато перевищує силу, що розкриває торцевий зазор.

Робота імпульсних ущільнень супроводжується складними нестаціонарними, високочастотними гідродинамічними процесами, обумовленими мікронними торцовими зазорами. Для аналітичного опису таких процесів в даній роботі довелося вводити ряд спрощень. Уточнення запропонованої тут математичної моделі і її аналіз вимагають подальших зусиль дослідників. Широке поле діяльності відкривається і перед конструкторами, оскільки принцип імпульсного врівноваження може мати багато модифікацій.

## 5 РОЗРАХУНОК ТА ВИПРОБУВАННЯ ТОРЦЕВОГО ЗАПІРНОГО ІМПУЛЬСНОГО УЩІЛЬНЕННЯ

#### 5.1 Вступ

У теперішній час сухі торцеві газові ущільнення з канавками різної форми досить широко використовуються для герметизації відцентрових компресорів різного призначення. Витоки через торцеві газові ущільнення, за рахунок малих зазорів (2-5 мкм) між нерухомою і торцевою поверхнею, що обертається є значно меншими, ніж витоки через газові лабіринтні ущільнення з зазорами між гребнями і поверхнею обертового валу рівними десяті частки міліметра [44].

Для промислових газових компресорів існує необхідність зменшення кількості витоків газу через лабіринтне ущільнення розвантажувального поршню валу, щоб зменшити споживання енергії. У деяких випадках, витоки газу через цей зазор досягають 10 відсотків від витрати компресора [45]. Щоб зменшити ці витоки і покращити ефективність компресора можуть використовуватися конструкції подвійних сухих торцевих газових ущільнень з коаксіальним розташуванням ступенів, які вже широко використовуються в хімічних насосах [46].

Заміна традиційної конструкції торцевого газового ущільнення 3i спіральними канавками і лабіринта може здійснюватися за рахунок конструкції запірного торцевого імпульсного ущільнення, яке може досить широко використовуватись для герметизації валу відцентрових компресорів. Створення таких конструкцій ущільнень може спиратися на значний досвід, який існує в розрахунку і експериментальних дослідженнях торцевих газових ущільнень [47,48].

Об'єктом дослідження є газодинамічний процес в запірному торцевомуімпульсному ущільненні.

Мета – розрахунок та випробування конструкції, отримання витратних характеристик запірного імпульсного ущільнення.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі:

 – розробка конструкції і методики спрощеного розрахунку запірного торцевого імпульсного ущільнення;

- експериментальна перевірка працездатності ущільнювального вузла.

# 5.2 Описання конструкції і методики спрощеного розрахунку запірного імпульсного ущільнення

Пара тертя запірного торцевого імпульсного ущільнення (рис. 5.1) складається з аксіально-рухомої металевої обійми 1, в яку встановлено кільце 2 з м'якого графіту, з виконаними на ньому замкнутими камерами3 і кільцевою запірною канавкою 4, в яку подається тиск запірного повітря  $p_e$ , і сталевого кільця 5 з радіальними живильниками 6, зафіксованого в обоймі 7, що обертається разом з валом 8. Принцип роботи запірного імпульсного ущільнення описаний у роботах [32, 42].

При розрахунку передбачається ламінарна ізотермічна течія в торцевому зазорі. Рівняння стану ідеального газу (рівняння Клапейрона)

$$p = \rho RT, \qquad (5.1)$$

де *p* - тиск газу, Па.

Розрахункова схема запірного імпульсного ущільнення також показана на рисунку 5.1. Робота ущільнювального вузла полягає в урівноваженні газостатичних сил, що діють на аксіально-рухому втулку силами пульсуючого тиску газу, який акумулюється в камерах, та супроводжується нестаціонарними газодинамічними процесами.

Рівняння нерозривності течії отримаємо на підставі рівності масової витрати газу на вході і на виході з ущільнювального зазору за період часу між двома імпульсами тиску. При цьому будемо виходити з таких припущень:



Рисунок 5.1 – Схема запірного торцевого імпульсного ущільнення

1 Зміна тиску газу в камерах в часі лінійна. Тоді середній тиск в камері за період часу між вприскуваннями

$$p_2 = \frac{p_e + p_{\min}}{2},$$
 (5.2)

де *p*<sub>e</sub> - тиск газу на вході в ущільнення, Па;

 $p_{\min}$  - мінімальний тиск газу в камері при його ізотермічному розширенні, Па.

2 Тиск на перемичках між камерами дорівнює середньому тиску в камері. Це припущення пов'язане з тим, що відстань між камерами незначна, а об'єм газу в цій зоні досить малий у порівнянні з об'ємом газу в прилеглих камерах. Таким чином, середній в часі тиск газу на пояску камер, який обмежений радіусами  $r_{k1}$  і  $r_{k2}$  (рис. 2.1), дорівнює  $p_2$ .

3 Інерційний напір у торцевому дроселі, який визваний відцентровими силами, зневажливо малий. Позначимо  $M_3$  - середня масова витрата газу через внутрішній торцевий дросель ущільнення, який обмежений радіусами  $r_3$  і  $r_{k1}$ , за період поміж вприскуваннями  $t_0$ ;  $M_2$  - середні масові витоки газу, які акумульовані в камерах за період часу їх живлення $t_1$ ;  $M_1$  - масова витрата газу через зовнішній торцевий дросель ущільнення, який обмежений радіусами  $r_{k2}$  і  $r_{c1}$ , за інтервал часу між живленнями камер ( $t_0 - t_1$ ).

Тоді рівняння балансу витрат через торцеву щілину ущільнення, має вигляд

$$M_1(t_0 - t_1) + M_2 t_1 = M_3 t_0. (5.3)$$

З розрахункової схеми (рис. 5.1) отримаємо вираз для періоду часу поміж вприскуваннями

$$t_0 = \frac{\beta}{\omega} \tag{5.4}$$

або

$$t_0 = \frac{2\pi}{z\omega},\tag{5.5}$$

де  $\beta$  - кут поміжживильниками, рад;

ω - кутова швидкість обертання опорного кільця, рад/с;

*z* - кількість живильників на опорному кільці.

Залежність для інтервалу часу повногоживлення камери

$$t_1 = \frac{\alpha}{\omega} \tag{5.6}$$

або

$$t_1 = \frac{2\pi}{n\omega},\tag{5.7}$$

де α- кут поміж камерами, рад;

*п*- кількість камер на аксіально-рухомому кільці.

Вираз для масової витрати через зовнішній торцевий дросель запишеться з рівняння Пуазейля для напірної течії:

$$M_1 = \frac{\pi h^3 (p_e^2 - p_2^2)}{12\mu RT \ln(r_{c1}/r_{k2})},$$
(5.8)

де *R* - газова стала, Дж кг<sup>-1</sup>К<sup>-1</sup>;

*μ* - динамічна в'язкість газу, Па с;

*r*<sub>c1</sub> - внутрішній радіус запираючої канавки, м;

*r*<sub>k2</sub> - зовнішній радіус пояску камер, м;

*h* - величина торцевого зазору, м.

Аналогічно знайдемо вираз для масової витрати через внутрішній торцевий дросель:

$$M_{3} = \frac{\pi h^{3} (p_{2}^{2} - p_{3}^{2})}{12 \mu RT \ln(r_{k1}/r_{3})},$$
(5.9)

де *p*<sub>3</sub> - тиск газу на виході з ущільнення, Па;

*r*<sub>3</sub> - внутрішній радіус торцевої щілини, м;

*r*<sub>k1</sub> - внутрішній радіус пояска камер, м.

Визначимо масову витрату газу, яка акумулюється в камерах:

$$M_2 = \frac{V(p_e - p_{\min})}{RTt_1},$$
(5.10)

де V - сумарний об'єм камер, м<sup>3</sup>.

3 урахуванням рівняння (5.2) маємо

$$M_2 = \frac{2V(p_e - p_2)}{RTt_1}.$$
(5.11)

Підставивши отримані вирази в рівняння балансу витрат, за період часу поміж вприскуваннями (5.3) і після деяких перетворень, одержимо рівняння нерозривності течії газу через торцеву щілину

$$Q_1(p_e^2 - p_2^2) + Q_2(p_e - p_2) = Q_3(p_2^2 - p_3^2),$$
(5.12)

тут

$$Q_{1} = \frac{\pi h^{3}(\beta - \alpha)}{12\beta\mu RT\ln(r_{c1}/r_{k2})},$$
(5.13)

$$Q_2 = \frac{2V\omega}{\beta R T},\tag{5.14}$$

$$Q_3 = \frac{\pi h^3}{12\mu RT \ln(r_{k1}/r_3)},$$
(5.15)

де  $Q_{I}$ - характеристика зовнішнього дроселя, кг с<sup>-1</sup> Па<sup>-2</sup>;

 $Q_2$  - масова провідність пояску камер, кг с<sup>-1</sup> Па<sup>-1</sup>;

 $Q_3$  - характеристика внутрішнього дроселя, кг с<sup>-1</sup> Па<sup>-2</sup>.

Права частина виразу (5.12) дорівнює масовій витраті в навколишнє середовище через запірне імпульсне ущільнення:

$$M = Q_3(p_2^2 - p_3^2). (5.16)$$

На рисунку 5.1 показані епюри тисків газу, які діють на аксіально-рухоме кільце. З урахуванням цьогорівняння статичної рівноваги запишеться у вигляді

$$(p_e + p_1)\frac{A_1}{2} + p_eA_{11} + (p_e + p_2)\frac{A_{12}}{2} + (2p_2 + p_3)\frac{A_3}{3} + p_2A_2 = p_1B_1 + p_eB_e + k\Delta,(5.17)$$

⊿ - величина попереднього стиснення пружини, м;

k - жорсткість пружного елемента, Н/м.

З рівнянь осьової рівноваги і нерозривності течії газу отримаємо вираз для середнього тиску в камері $p_2$ та залежність торцевого зазору h від навантажуючих факторів  $p_1$ ,  $p_e$ ,  $p_2$  та частоти обертання валу  $\omega$  (статична характеристика запірного імпульсного ущільнення):

$$p_{2} = \frac{p_{1}(B_{e} + B_{1} - A_{1} - A_{11} - \frac{A_{12}}{2}) + \Delta p \left(B_{e} - \frac{A_{1}}{2} - A_{11} - \frac{A_{12}}{2}\right) - p_{3}\frac{A_{3}}{3}}{\left(\frac{A_{12}}{2} + A_{2} + \frac{2A_{3}}{3}\right)},$$

$$h = \left[\frac{24\mu V \,\omega(p_1 + \Delta p - p_2)}{\pi\beta \left(\frac{(p_2^2 - p_3^2)}{\ln(r_{k_1}/r_3)} - \frac{(\beta - \alpha)}{\beta} \frac{((p_1 + \Delta p)^2 - p_2^2)}{\ln(r_{c_1}/r_{k_2})}\right)}\right]^{1/3},$$

де  $\Delta p$ - перепад тиску між тиском запірного  $p_e$  та ущільнюваного  $p_1$  середовища.

Крім того, для компенсації можливих силових деформацій за допомогою програми AnsysMechanicalвиконано розрахунок напружено-деформованого стану кілець запірного торцевого імпульсного ущільнення (осесиметрична задача). Геометрія кілець вибиралась таким чином, щоб забезпечити неплощинність меншою за 0,3 мкм (оптична площинність). Для аксіально-рухомого кільця розглядався поворот навколо геометричного центру симетрії. Результати розрахунку наведені на рисунку 5.2.



Рисунок 5.2 – Деформація кілець ущільнення в [мм]

В результаті проектувального розрахунку підібрана геометрія (геометричні розміри кілець, кількість і об'єм камер та живильників), що дозволить забезпечити необхідну герметичність та працездатність ущільнення.

#### 5.3 Експериментальна установка та результати випробувань

Для випробувань конструкцій торцевих запірних імпульсних ущільнень відцентрових компресорів синтез газу і вуглекислого газу був створений експериментальний стенд (рис. 5.3). Стенд складається з поршневого компресору, призначеного для закачування робочого середовища (повітря) в колектор тиску, системи трубопроводів, шафи управління і експериментальної установки для випробування ущільнювальних вузлів. Вал установки приводиться в обертання асинхронним двигуном змінного струму *М* з робочою частотою обертання *n*=2950 об/хв. За допомогою мультиплікатора МП з передатним числом рівним 4,3 частота обертання валу може бути збільшена до 12000 об/хв. Регулювання частоти обертання здійснюється перетворювачем частоти. Змазування зубчастої передачі мультиплікатора забезпечується відцентровим маслонасосом ШH. Для регулювання ущільнюваного і запірного тисків використовуються редуктори *P1* і *P2*, а для їх вимірювання манометри *MH1-MH3*. Витоки повітря з випробовуваних ущільнювальних вузлів в атмосферу вимірюються ротаметрами РТІ і РТ2, а температура аксіально-рухомого кільця запірного імпульсного ущільнення датчиками температури Т.



# Рисунок 5.3 – Схема експериментального стенду для випробувань запірних торцевих імпульсних ущільнень

Експериментальна установка для випробувань запірних торцевих імпульсних ущільнень наведена на рисунку 2.4. Установка включає корпус 1, змінну обойму 2, фальшвал 3 і випробовувані вузли ущільнень 7. Змінна обойма 2 у осьовому напрямку фіксується в корпусі 1 установки кришкою 8, яка закриває випробовувану частину установки, утворюючи камеру для збору витоків повітря. Можливість заміни обойми і фальшвалу дозволяє випробовувати ущільнювальні вузли на різні діаметри валу. У корпусі установки монтуються два ідентичні ущільнювальні вузли, розташовані за схемою «спина до спини», що забезпечує розвантаження валу в осьовому напрямку. Торсион 5 обертається всередені

нерухомої втулки 6 та за допомогою підшипників кочення 4передає крутильниймомент на фальшвал 3. Температура у контакті аксіально-рухомого кільця ущільнення вимірюється датчиком температури (термопара), який встановлюється на відстані меншої за 1 мм до торцевої поверхні і вимірює середню температуру кільця.

Метою випробувань є перевірка працездатності запірного торцевого імпульсного ущільнення при різних робочих параметрах: частоті обертання валу, ущільнюваного та запірного тисків.

Випробування проводилися при наступних робочих параметрах: частота обертання валу *n*=0-10000 об/хв, тиск робочого середовища до 5 МПа, матеріали кілець торцевої пари – вуглеграфіт АГ 1500 - сталь 30Х13.

Вимірювані параметри:

- температура аксіально-рухомого кільця ущільнення Т;
- частота обертання валу *n*;
- тиски ущільнюваного і запірного середовищ  $p_1$  і  $p_e$ ;
- витоки через ущільнення (масова витрата) М.





Випробування проводилися при розгінному і у постійному режимах.

Експериментальні характеристики:

- залежність витоків через ущільнення від величини тисків ущільнюваного і запірного середовищ,

- залежність витоків через ущільнення від частоти обертання валу,

- залежність температури аксіально-рухомого кільця від часу випробувань ущільнення при постійному перепаді тиску і частоті обертання валу на одному з режимів. Методика проведення експерименту:

1. Закачування компресором повітря в колектор тиску. За допомогою редукторів встановлюється необхідний ущільнюваний і запірний тиск.

2. Подача тиску ущільнюваного середовища і перевірка герметичності пар тертя на стоянці без подачі тиску запірного середовища.

3. Подача тиску запірного середовища і перевірка на стоянці.

4. Установка необхідного перепаду тисків (0,1-0,5 МПа) між ущільнюваним і запірним середовищами для розвантаження контактної пари і безконтактного пуску ущільнення.

5. Пуск двигуна, плавне збільшення частоти обертання до робочої (3000, 10000 і 12000 об/хв).

6. Випробування при різних ущільнюваних тисках (до 5 МПа) і частотах обертання (до 10000 об/хв), визначення межі працездатності ущільнення для використаних матеріалів пари тертя.

7. Перевірка працездатності ущільнення за відсутності подачі тиску запірного середовища.

8. Випробування ущільнення протягом 10 годин на робочих параметрах.

9. Випробування ущільнення протягом 10 годин на максимальних параметрах.

10. Огляд кілець пари тертя (різке підвищення температури аксіальнорухомого кільця свідчить про контакт кілець пари тертя і стенд має бути зупинений).

11. Обробка результатів випробувань. Отримання залежностей витоків від ущільнюваного і запірного тисків та частоти обертання валу. А також залежності температури аксіально-рухомого кільця за часом протягом випробування на робочих параметрах.

Випробування запірного торцевого імпульсного ущільнення показали (рис. 2.5-2.6), що масова витрата збільшується при збільшенні частоти обертання,

ущільнюваного тиску та перепаду тиску між ущільнюваним і запірним середовищем (рис. 2.5 *а-в*). Ущільнення має досить не погану герметичність, так при частоті обертання n=1000006/xB масова витрата дорівнює 37 нл/хв. Температура в парі тертя не перевищує 45 °C (рис. 2.6 *а,б*). При розгоні валу температура аксиально-рухомого кільця збільшується та досягає постійної величини 42 °C (рис. 2.6*г*). Розбирання установки та ущільнювальних вузлів показало задовільний стан кілець ущільнення, який дозволяє використовувати їх у наступних випробуваннях без додаткового притирання (рис. 2.7). Таким чином, на протязі всього періоду випробувань забезпечувалася достатня герметичність і тепловий стан ущільнюваного вузла.

Якщо порівнювати з конструкціями газодинамічних ущільнень фірми «Бургманн» (Німеччина) [42], одного з світових лідерів у виробництві торцевих ущільнень, токонструкція запірного імпульсного ущільнення має подібну герметичність (рис. 2.8), але за рахунок здвоєної конструкції, відпадає необхідність застосування проміжного лабіринтного ущільнення, що дозволить суттєво збільшити к.к.д відцентрового компресора.



a)





Рисунок 5.5 - Залежність зовнішніх витоків від ущільнюваного тиску (*a*), частоти обертання валу (б) і від перепаду тиску (*в*)



a)





в)



Рисунок 5.6 – Залежність температури відчастоти обертання валу (*a-в*) та від часу випробувань при збільшенні частоти обертання в діапазоні *n*=1000-10000 об/хв (*г*)



Рисунок 5.7 – Торцеві поверхні кілець випробуваного ущільнення



Рисунок 5.8 – Порівняння витратних характеристик ущільнень

#### 5.4 Висновки

1. Розроблена конструкція і методика спрощеного розрахунку (ламінарна ізотермічна течія в торцевому зазорі) запірного торцевого імпульсного ущільнення. В результаті проектувального розрахунку підібрана геометрія (геометричні розміри кілець, кількість і об'єм камер та живильників).

2. Розроблена методика та оригінальне експериментальне обладнання для експериментальних досліджень запірних торцевих імпульсних ущільнень, яке дозволяє проаналізувати механізм герметизації та перевірити їх працездатність.

3. Проведені випробування промислового зразка запірного торцевого імпульсного ущільнення компресору синтезу газу, які показали високу герметичність і надійність ущільнюваного вузла для широкого діапазону робочих параметрів компресорів. Отриманівитратні характеристики ущільнення в залежності від величини тисків ущільнюваного і запірного середовищ та від частоти обертання валу.

4. За рахунок здвоєної конструкції запірного торцевого імпульсного ущільнення відпадає необхідність застосування проміжного лабіринтного ущільнення, що дозволить суттєво збільшити к.к.д відцентрового компресора.

5. Випробування запірних торцевих імпульсних ущільнень показали залежність герметичності ущільнюваного вузла від перепаду тиску між запірним і ущільнюваним середовищем, це дозволить визначити область застосування регулятора перепаду тиску та необхідність дослідження його впливу на роботу ущільнення.

6. Конструкція запірного торцевого імпульсного ущільнення може бути використана для герметизації колес насоса і турбіни турбонасосного агрегату рідинного ракетного двигуна.

#### 6 ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗРАХУНОК ЛУНКОВОГО УЩІЛЬНЕННЯ

#### 6.1 Приклад розрахунку

Для покращення газодинамічних характеристик лабіринтного та лункового ущільнень був виконаний параметричний аналіз стандартних конструкцій з застосуванням методів обчислювальної гідродинаміки та планування експерименту (CentralCompositeDesign) (Таблиця 6.1).

Таблиця 6.1. Набор конструкцій обчислювального експерименту

Table of Schematic C2: Design of Experiments (Central Composite Design : Auto Defined)									
	А	В	с	D	E	F	G		
1	Name 💌	P1 - H1 (m) 💌	P6 - h (m) 💌	P2 - H2 (m) 💌	P3 - H3 (m) 💌	P4 - DO (m) 💌	P7 - Mflow (kg s^-1) 💌		
2	1	0.003	0.000175	0.003	0.003	0.14387	0.1553		
3	2	0.001	0.000175	0.001	0.001	0.14387	0.1528		
4	3	0.005	0.000175	0.005	0.005	0.14387	0.15311		
5	4	0.003	5E-05	0.003	0.003	0.14362	0.027939		
6	5	0.003	0.0003	0.003	0.003	0.14412	0.33279		
7	6	0.001	5E-05	0.001	0.001	0.14362	0.026353		
8	7	0.005	5E-05	0.005	0.005	0.14362	0.027956		
9	8	0.001	0.0003	0.001	0.001	0.14412	0.32899		
10	9	0.005	0.0003	0.005	0.005	0.14412	0.3271		

В програмі ANSYSCFX виконано комп'ютерне моделювання лункового ущільнення зображеного на рис. 6.1.

Параметри геометрії ущільнення: діаметр валу -  $d_e$ = 143 мм; зазор - h= 0.14 мм; висота лунки - H1=3мм; довжина лунки - l= 3,8 мм, кут зміщення  $\alpha$ =12° лунок, тиск на вході p=0,3 МПа.

Розглядався сектор ущільнення з граничними умовами обертової періодичності. Також задавались тиски на вході та виході. У якості змінних параметрів було обрано величини зазору та висота лунки ущільнення. Досліджувався вплив цих геометричних параметрів на герметичність лункового

ущільнення. Гекса сітка розрахункового сектору наведена на рис. 6.2. Сітка в 137470 комірок дозволяє провести необхідні розрахунки з достатньою точністю.



Рисунок 6.1 – Геометрична модель ущільнення



Рисунок 6.2 – Розрахунковий сектор ущільнення

У ході розрахунку розв'язувались система рівнянь Рейнольдса замкнутих рівняннями k-є моделі турбулентності. Отримані поле та розподіл газодинамічного тиску по довжині лункового ущільнення (рис. 6.3, 6.4) та лінії току у різних перерізах лункового та лабіринтного ущільнень (рис. 6.5). Поверхня відклику (залежність витоків від геометричних параметрів лункового ущільнення) наведена на рис. 6.6.







Рисунок 6.4 – Графік розподілу тиску по довжині









г)

Рисунок 6.5 – Лінії току в різних перерізах лункового: а) повздовжньому, б) поперечному, в) об'ємний вигляд та лабіринтного: г) ущільнень



Рисунок 6.6 – Поверхня відклику

### 6.2 Висновки

- Для покращення газодинамічних характеристик лабіринтного та лункового ущільнень був виконаний параметричний аналіз стандартної конструкції з застосуванням методів обчислювальної гідродинаміки та планування експерименту.
- 2. Отримані поле та розподіл газодинамічного тиску по довжині ущільнень, лінії току у різних перерізах та поверхня відклику (залежність витоків від геометричних параметрів лункового ущільнення).

#### ВИСНОВКИ

- Виконано розрахунок вимушених спільних радіальних, кутових і осьових коливань ротора з урахуванням лінеаризованих інерційних, демпфіруючих, гіроскопічних, позиційних, і циркуляційних сил і моментів, що діють на робоче колесо з боку потоку рідини в шпаринних ущільненнях для моделі однодискового ротора зі шпаринними ущільненнями і розвантажувальним пристроєм, що використовується одночасно в якості комбінованого опорноущільнювального вузла.
- 2. Розроблені розрахункові моделі валопровода турбонасосного агрегату рідинного ракетного двигуна, а також роторів турбонасоса окислювача і насоса пального з урахуванням жорсткості підшипникових опор. Розроблена методика визначення жорсткостей опор, яка заснована на використанні моделей контактної взаємодії поверхонь деталей. Визначені критичні частоти і відповідні їм форми коливань роторних систем. Проведено дослідження особливостей критичних частот парціальних роторних систем і валопроводу в цілому.
- 3. Виконано розрахунок статичних та динамічних характеристик торцових імпульсних ущільнень.
- 4. Розроблена конструкція і методика спрощеного розрахунку запірного торцевого імпульсного ущільнення, яке може бути використане для герметизації колес насоса і турбіни ТНА РРД, виконана експериментальна перевірка працездатності ущільнювального вузла.
- Проведені дослідження гідродинамічних характеристик лабіринтного та лункового ущільнення за допомогою параметричного аналізу стандартної конструкції з застосуванням методів обчислювальної гідродинаміки та планування експерименту.

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

 Марцинковский В. А. Анализ свободных радиально-угловых колебаний ротора центробежного насоса в щелевых уплотнениях / В. А. Марцинковский, С. Н. Гудков, А. А. Жулёв // Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки. – 2012. – № 2. – С. 7–17.

2. Childs D. W. Turbomachinery rotor dynamics: phenomena, modeling and analysis /D. W. Childs. JOHN WILLEY & SONS, INC, 1993. – 476 p.

3. Марцинковский В. А. Динамика роторов центробежных машин: монографія / В.

А. Марцинковский. – Сумы: Сумский государственный университет, 2012. – 561 с.

4. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний: учебник / В. Л. Бидерман. – М.: Высшая шк., 1980. – 408 с.

5. Симоновский В. И. Динамика роторов центробежных машин: учеб. пособие / В.

И. Симоновский. – Сумы: Сумский государственный университет, 2006. – 126 с.

Gadyaka V. Phenomena of stability loss of rotor rotation at tilting pad bearings/ V.
 Gadyaka, D. Leikykh, V. Simonovskiy // Procedia Engineering. – 2012. – Vol. 39. – pp. 244–253.

7. Марцинковский В.А. Щелевые уплотнения: теория и практика. – Сумы: Изд-во СумГУ, 2005. – 416 с.

8. Martsynkovskyy W.A., Kundera Cz. (2008). Design theory of noncontacting seals (in Polish), Editorial of the Kielce University of Technology, Kielce.

9. Марцинковский В.А., Демин С.И., Гулый А.Н., Башкина А.А. Центробежный насос. Патент №1771248 Российской Федерации. БИ, №2, 1995.

 Марцинковский В.А., Ворона П.Н. Насосы атомных электростанций. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 256 с.

11. Korczak A. Badania układów równoważących napór osiowy w wielostopniowych pompach odśrodkowych. – Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej. Zeszyt Naukowy nr 1679, seria Energetyka nr 141, 2005, s.161.

12. Jędral Waldemar. Pompy wirowe odśrodkowe. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 1996. - 324 s.

13. Kundera Cz. and Martsynkovskyy V.A. (2014): Static and dynamic analysis of a pump impeller with a balancing device. Part I: Static analysis. – Int. J. of Applied Mechanics and Engineering, vol.19, No.3, pp.609-619.

14. Kundera Cz. and Martsynkovskyy W.A. (2010). The effect of the annular seal parameters on the dynamics of the rotor system. Int. J. of Applied Mechanics and Engineering, 2010, vol.15, No.3, pp. 19-30.

15. Martsynkovskyy V.A., Korczak A., Kundera Cz. (2013). The Centrifugal Pump with the Impeller Supported in Sealing Clearances. Advanced Materials Reserch Vol.874, 2014, pp. 83-88. Trans Tech Publications, Switzerland.

16. Martsynkovskyy V.A., Zhulov O., Kundera Cz. (2014): Analysis of the Radial-Axial Oscillations of the Rotor of a High-Speed Pump. – Applied Mechanics and Materials, vol. 630, pp. 341-349.

17. Kundera Cz., Martsynkovskyy W.A. (2012) Determination of critical speeds of a centrifugal pump impeller in annular seals. Int. J. of Applied Mechanics and Engineering, 2012, vol.17, No.3, pp. 873-883.

18. Martsynkovskyy V.A., Zhulyov A., Kundera Cz. (2014): Static and dynamics of a pump impeller with a balancing device. Part II: Dynamic analysis. – Int. J. of Applied Mechanics and Engineering, vol.19, No.3, pp.621-631.

19. A. Korczak, V. Martsynkovskyy, G. Peczkis, A. Zahorulko. Diagnosis of the Phenomenon of Flow as an Inspiration to Inventions in the Domain of Constructing HydraulicMachines. Procedia Engineering, v.39, 2012, pp. 286-302.

20. Симоновский В. И. Устойчивость и нелинейные колебания роторов центробежных машин / В. И. Симоновский. – Х. : Вища школа, 1986. – 128 с.

21. Симоновський В. І. Уточнення математичних моделей коливальних систем за експериментальними даними: монографія / В. І. Симоновський. – Суми: Сумський державний університет, 2010. – 91 с.

22. Симоновский В. И. Оценивание коэффициентов математических моделей колебательных систем: учеб. пособие / В. И. Симоновский. – Saarbruecken : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 100 с.

23. Gadyaka V. Phenomena of stability loss of rotor rotation at tilting pad bearings/ V. Gadyaka, D. Leikykh, V. Simonovskiy // 13<sup>th</sup> International Scientific and Engineering Conference "Hermetic Vibration Reliability and Ecological Safety of Pump and Compressor Machinery "HERVICON–2011". – Kielce–Przemysl, 2011. – Vol. 39. – P. 414.

24. Vance J. Machinery vibration and rotordynamics / J. Vance, F. Zeidan, B. Murphy: John Wiley&Sons Inc. – 400 p.

25. Павленко I. В. Метод скінченних елементів в задачах коливань механічних систем: навчальний посібник. – Суми: СумДУ, 2007. – 179 с.

26. Комп'ютерна програма "Critical frequencies of the rotor": авторське свідоцтво № 59855, Україна / І. В. Павленко, В. І. Симоновський. – Дата реєстрації 27.05.2015 р.

27. Торцовое уплотнение с регулируемой утечкой: А.с. 448695 / К.В. Лисицын, В.А. Марцинковский, Н.В. Передрий. – Бюл. №38, 1974.

28. Марцинковский В. А. Уплотнения роторов насосов атомных электростанций /
В. А. Марцинковский, П. Н. Ворона, К. В. Лисицын // Обзорная информация.
Насосостроение. Сер. ХМ-4. – М. : ЦИНТИхимнефтемаш, 1980. – 42 с.

29. Затворное торцовое уплотнение: Пат 2159374 РФ, МКИ F16J15/00 Я. З. Гафт, С.А. Коваленко, В.А. Марцинковский, В.С. Марцинковский, В.В. Пономаренко, А.Е. Чернов – заявл. 10.01.1999; опубл. 20.11.2000.

30. Загорулько А. В. Теоретические и экспериментальные исследования торцовых затворных импульсных уплотнений с дискретным подводом / А. В. Загорулько // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. - 2015. - № 4(7). - С. 45-52.
31. Marcinkowski, W. A. Podwojne uszczelnienia impulsowe / W. A. Marcinkowski,
Cz. Kundera, J. Z. Gaft // Hydraulika i Pneumatyka. – 2005. – № 5. – S. 8-11.

32. Марцинковский В. А. Бесконтактные уплотнения роторных машин /
В. А. Марцинковский. – М. : Машиностроение, 1980. – 200 с.

33. Емцев Б. Т. Техническая гидромеханика : учебник / Б. Т. Емцев. – М. : Машиностроение, 1978. – 463 с.

34. Залманзон Л.А. Теория элементов пневмоники / Л. А. Залмазон. – М.: Наука, 1969. – 508 с.

35. Макаров И. М. Линейные автоматические системы (элементы теории, методы расчета и справочный материал): учеб. пос. / И. М. Макаров, Б. М. Менский. – 2-е изд. перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1982. – 504 с.

36. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн ; Под ред. И.Г. Арамановича. – М. : Наука, 1968. – 720 с.

37. Марцинковский В.А. Гидродинамика дросселирующих каналов /
В. А. Марцинковский. – Сумы: СумГУ, 2005. – 337 с.

38. Świtalski P. Optymalny dobór, racjonalna exploatacja pomp /
P. Świtalski // YII Forum uźytkowników pomp, 2001. –S. 5-11.

 Марцинковский В. А. Разработка уплотнений роторов турбонасосных агрегатов / В. А. Марцинковский, Б. М. Громыко, А. Е. Чернов // Насосы-96 : труды VIII Международной научно-технической конференции. – Сумы, 1996. – Т. 2.

40. Митенков Ф.М. Главные циркуляционные насосы АЭС / Ф.М. Митенков, Э.Г.
Новинский, В.М. Будов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 376 с.

41. Громыко Б.М. Опыт проектирования и результаты отработки импульсных торцовых уплотнений ТНА ЖРД, работающих в криогенных средах / Б.М. Громыко, А.В. Колпаков, В.А. Марцинковский и др. // Труды НПО Энергомаш им. академика В.П.Глушко (ГДЛ-ОКБ). – Москва, 2000г. – №18. – с. 279-293.

42. Martsinkovski V. Design and calculation of mechanical seals with self-adjusting clearance. / V.Martsinkovski, J.Gaft, A.Zagorulko, B.Gromyko // Papers presented at 17<sup>th</sup> International Conference on Fluid Sealing.– York, UK, 2003. – p.505-520.

43. Лисицын К.В. Расчет и конструкция гидростатических уплотнений роторов насосов АЭС / К.В. Лисицын, В.А. Марцинковский // Энергомашиностроение. 1977.– №8.– с. 17-20.

44. A.O. Lebeck. Principle and design of mechanical face seals, John Wiley & Sons Inc, New York, Chichister, Brisbane, Toronto and Singapore, 1991.

45. M. Sattler. A new oil barrier seal for drygas seals//Sealing Technology. –September 2009. –pp. 8-11.

46. Pat. 6076830 USA, F 16 J 15/34. Dual Non-Contacting Mechanical Face Seal Having Concentric Seal Faces.

47. S. Neuberger. Gas-lubricated mechanical face seals reduce CO2 emissions / S. Neuberger, E. Bock, W. Haas, K. Lang // Sealing Technology. – September 2014. – pp. 8-12.

48. Yu. Wang. Theoretical analyses and field applications of gas-film lubricated mechanical face seals with herringbone spiral grooves / Yu. Wang, H. Yang, J. Wang, Y. Liu, H. Wang, X. Z. Feng //Tribology Transactions. – 52. – 2009. pp. 800-806.