

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

СУМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

А. В. Павлов, А. Ю. Журавлев

ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Конспект лекций

Сумы
Сумский государственный университет
2017

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
СУМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Конспект лекций

для студентов специальности 151
«Автоматизация и компьютерно-интегрированные технологии»
дневной, заочной и дистанционной форм обучения

Утверждено на заседании
кафедры компьютерных наук
(секция компьютеризированных
систем управления) как конспект
лекций по дисциплинам
«Современная теория
автоматического управления»,
«Нелинейные цифровые и
многомерные системы
управления».
Протокол № 10 от 19.04.2016 г.



Сумы
Сумский государственный университет
2017

Дискретные системы автоматического управления :
конспект лекций / составители: А. В. Павлов, А. Ю. Журавлев. – Сумы :
Сумский государственный университет, 2017. – 79 с.

Секция компьютеризированных систем управления
кафедры компьютерных наук

СОДЕРЖАНИЕ

	С.
ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	5
ВВЕДЕНИЕ.....	6
1 ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ (ДСАУ).....	8
1.1 Преобразование непрерывного сигнала в дискретный.....	8
1.2 Типовой контур регулирования ДСАУ.....	11
2 ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ СИГНАЛОВ В ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ.....	14
2.1 Представление сигналов при описании ДСАУ.....	14
2.2 Дискретное преобразование Лапласа.....	16
2.3 Вычисление дискретного преобразования Лапласа и Z -преобразования функций.....	17
2.4 Основные свойства Z -преобразований функций.....	19
2.5 Разностные уравнения и их решение.....	21
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ РАЗДЕЛА 2.....	23
3 ОПЕРАТОРНОЕ ОПИСАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ.....	25
3.1 Дискретная передаточная функция.....	25
3.2 Дискретные передаточные функции типовых соединений элементов.....	26
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ РАЗДЕЛА 3.....	31
4 ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ.....	33
4.1 Временные характеристики ДСАУ.....	33
4.2 Частотные характеристики дискретных систем.....	35
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ РАЗДЕЛА 4.....	37

5 УСТОЙЧИВОСТЬ И КАЧЕСТВО ДСАУ.....	42
5.1 Корневой критерий устойчивости дискретных систем.....	42
5.2 Аналоги алгебраических критериев устойчивости для дискретных систем.....	44
5.3 Аналог частотного критерия устойчивости Найквиста для дискретных систем.....	46
5.4 Аналог логарифмического критерия устойчивости для дискретных систем.....	47
5.5 Показатели качества регулирования в ДСАУ.....	49
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ	
РАЗДЕЛА 5.....	50
6 СИНТЕЗ И КОРРЕКЦИЯ ДСАУ.....	56
6.1 Синтез ДСАУ по аналоговому прототипу.....	57
6.2 Синтез ДСАУ с минимальной и конечной длительностью переходных процессов.....	60
6.3 Коррекция ДСАУ с минимальной и конечной длительностью переходных процессов.....	63
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ	
РАЗДЕЛА 6.....	65
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ ЗНАНИЯ	
МАТЕРИАЛОВ	74
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	78

ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- ДСАУ – дискретная система автоматического управления;
АИМ – амплитудно-импульсная модуляция;
ШИМ – широтно-импульсная модуляция;
ЧИМ – частотно-импульсная модуляция;
ЦВУ – цифровое вычислительное устройство;
Н-Д – непрерывно-дискретный;
Д-Н – дискретно-непрерывный;
ДПФ – дискретная передаточная функция;
ДПХ – дискретная переходная характеристика;
ДПИХ – дискретная переходная импульсная характеристика;
ЛАЧХ – логарифмическая амплитудно-частотная
характеристика;
ЛФЧХ – логарифмическая фазово-частотная характеристика.

ВВЕДЕНИЕ

Вплоть до середины двадцатого века теория автоматического управления развивалась, базируясь на трех фундаментальных принципах построения автоматических систем. Это были принцип управления по отклонению, принцип управления по возмущению и принцип комбинированного управления. Однако начиная со второй половины двадцатого века, с появлением кибернетики, начинают интенсивно разрабатываться средства, эффективно использующие свойство запоминания информации в своей работе и способные проводить самостоятельно достаточно трудоемкие для человека математические вычисления. Так появились первые, относительно эффективные электронные вычислительные машины, ставшие технологической базой для разработки и усовершенствования более мощных и более производительных компьютеров и компьютерных систем. С появлением компьютеров ученым и инженерам стало посильным решение таких задач:

- исследование и анализ сложных нелинейных систем посредством вычислительных методов;
- разработка и реализация эффективных алгоритмов регулирования, использующих принцип предикции при формировании управляющих воздействий;
- вопросы формализации и исследования линейных систем с большим числом переменных (многомерные системы) с помощью метода переменных состояния.

Отдельным классом задач, для которых уровень решения повысился с появлением компьютеров, стали задачи идентификации объектов, которые без применения численных методов с использованием «ручных» вычислений решались, но не всегда с достаточной эффективностью и точностью.

Подытоживая написанное выше, можно сказать, что основными объектами изучения и исследования для современной теории автоматического управления стали нелинейные системы со сложными переходными процессами и возможностью самоорганизации их внутренних параметров, дискретные информационно-управляющие системы и многомерные линейные системы с большим количеством выходных переменных. Отдельным классом в современной теории автоматического управления идут задачи точной и эффективной идентификации объектов системной инженерии.

Основным инструментарием современной теории автоматического управления являются вычислительные аналитические и численные методы, в основе большей части которых лежат базовые (классические) подходы к анализу, синтезу и управлению, известные еще из классической ТАУ, но получившие новое развитие с появлением высокопроизводительных компьютеров, а также с упрощением возможности применения свойства запоминания информации.

1 ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ (ДСАУ)

1.1 Преобразование непрерывного сигнала в дискретный

При дискретном способе преобразования непрерывного сигнала в дискретную последовательность реализуются два этапа.

На первом этапе происходит квантование непрерывного сигнала по времени или по уровню. При *квантовании по уровню* осуществляется фиксация дискретных уровней сигнала, кратных шагу квантования по уровню Δl в произвольные моменты времени (см. рис. 1.1), а при *квантовании по времени* фиксируются уровни сигнала, способные принимать произвольные значения в дискретные моменты времени, кратные шагу квантования по времени Δt (в последующем T) (см. рис. 1.2).

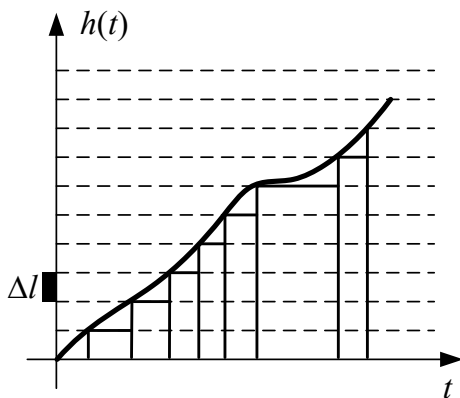


Рисунок 1.1 – Квантование непрерывного сигнала по уровню

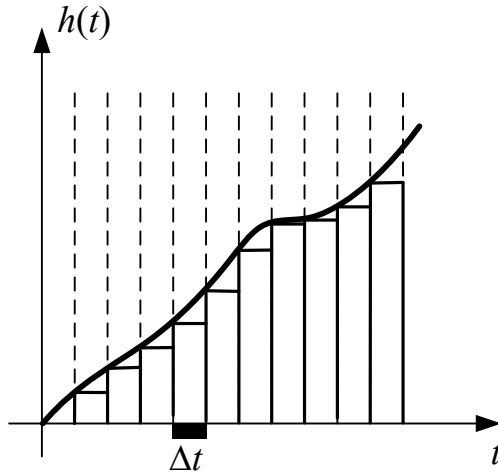


Рисунок 1.2 – Квантование непрерывного сигнала по времени

Возможно, применение обоих механизмов квантования одновременно (*механизм комбинированного квантования*).

На втором этапе производится преобразование квантованного сигнала в дискретную последовательность в соответствии с одним из законов модуляции, результат чего и воздействует в дальнейшем на объект управления. Наибольшее распространение в системах автоматического управления получили следующие виды модуляции сигналов:

1. Амплитудно-импульсная модуляция сигналов (АИМ) (см. рис. 1.3);
2. Широтно-импульсная модуляция сигналов (ШИМ) (см. рис. 1.4);
3. Частотно-импульсная модуляция сигналов (ЧИМ) (см. рис. 1.5).

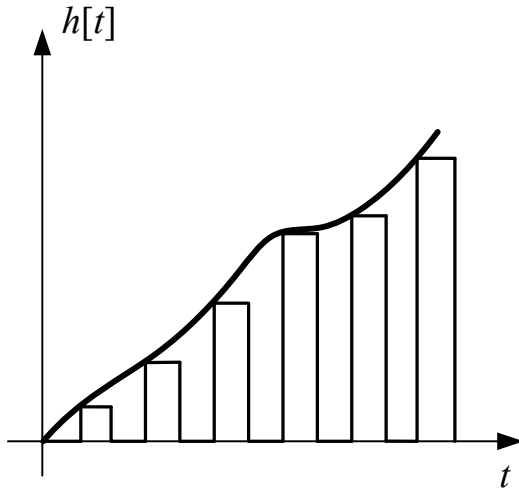


Рисунок 1.3 – Преобразование квантованного сигнала при АИМ

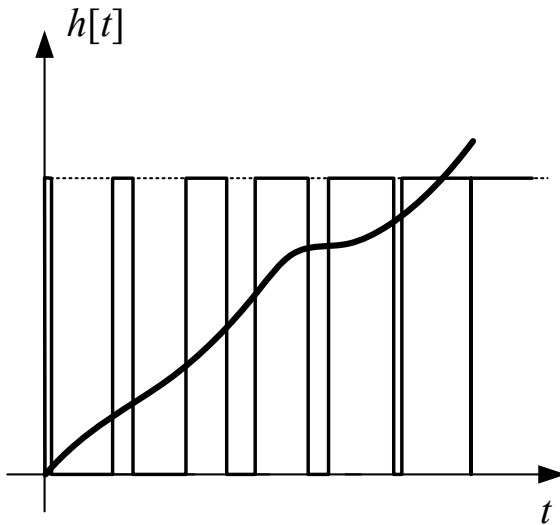


Рисунок 1.4 – Преобразование квантованного сигнала при ШИМ

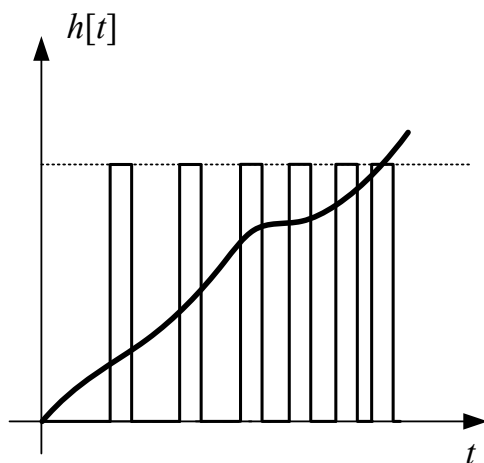


Рисунок 1.5 – Преобразование квантованного сигнала при ЧИМ

Широкое применение дискретных систем управления с различными видами модуляции сигнала объясняется рядом их преимуществ, таких как:

- возможность многоканального управления;
- возможность стыковки с цифровыми вычислительными устройствами (ЦВУ);
- возможность длительного хранения и запоминания информации;
- высокая помехозащищенность;
- повышенная точность и другие.

1.2 Типовой контур регулирования ДСАУ

ДСАУ принципиально отличаются от аналоговых систем

тем, что в них возможна реализация многоканального управления, иллюстрация которого приведена на рисунке 1.6.

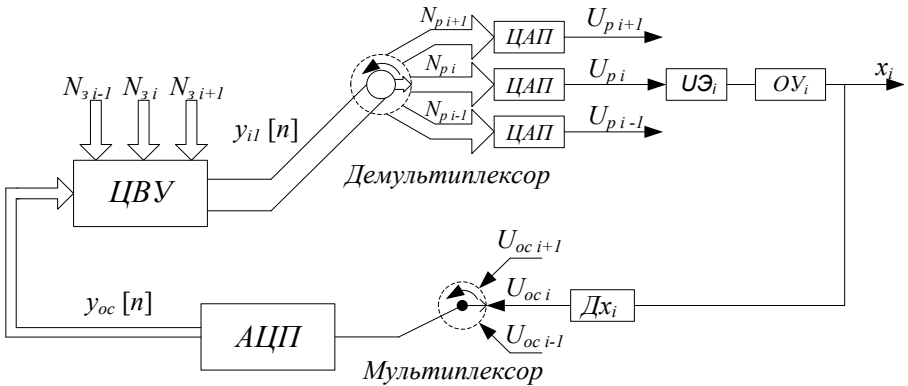


Рисунок 1.6 – Многоканальное управление в дискретных системах

Управление в каждом из каналов в дискретной системе производится автономно, хоть система и содержит общее цифровое вычислительное устройство (ЦВУ). Соответственно анализ и синтез ДСАУ производится для каждого из каналов независимо и типовой контур регулирования каждого из каналов управления можно представить в следующей, более простой форме (см. рис. 1.7)

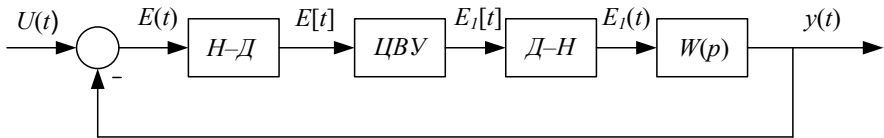


Рисунок 1.7 – Типовой контур регулирования отдельного канала ДСАУ

Непрерывно-дискретный (Н-Д) и дискретно-непрерывный (Д-Н)-преобразователи обеспечивают сопряжение аналоговой составляющей ДСАУ с ЦВУ и в общем виде типовой контур регулирования отдельного канала управления можно представить в форме, приведенной выше. Иногда Н-Д- преобразователь может называться квантователем (АЦП), а Д-Н-преобразователь экстраполятором (ЦАП). В зависимости от того, присутствует ли в системе при конструкционной реализации Д-Н-преобразователь или нет, система может быть *I* (отсутствует) или *II* (присутствует) типа.

2 ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ СИГНАЛОВ В ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

2.1 Представление сигналов при описании ДСАУ

Независимо от вида модуляции дискретного сигнала на этапе преобразования непрерывного сигнала в дискретную последовательность, общей математической формой, которая представляет дискретную функцию сигнала в ТАУ, является так называемая *решетчатая функция*. Дискретизированная аналоговая функция может быть представлена в виде решетчатой (рис. 2.1) с помощью набора δ -функций на основании следующего преобразования:

$$f[t] = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT)\delta(t - iT). \quad (2.1)$$

Если рассмотреть простейшую дискретную систему управления (простейший типовой контур регулирования, см. рис. 1.7), то его общее представление, удобное для математического описания, имеет следующий вид (см. рис. 2.2). Следует отметить, что круглыми скобками определены аналоговые (непрерывные) сигналы или близкие к таковым, а квадратными – дискретные или дискретизированные сигналы.

При описании ДСАУ посредством решетчатой функции принято использовать дискретное преобразование Лапласа или его модификацию, так называемое Z-преобразование.

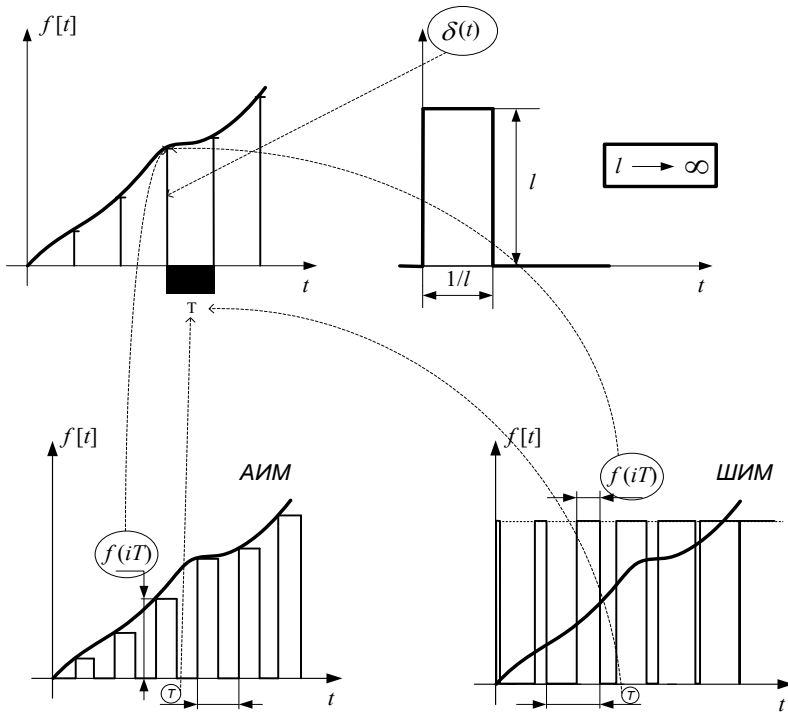


Рисунок 2.1 – Формирование решетчатой функции из дискретизированного сигнала

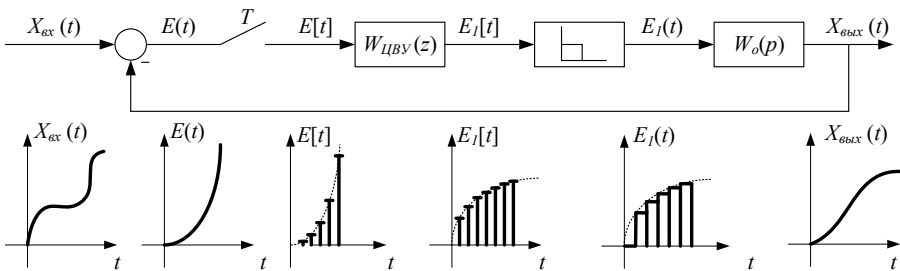


Рисунок 2.2 – Представление типового контура регулирования удобное для математического описания

2.2 Дискретное преобразование Лапласа

Определением обычного преобразования Лапласа можно считать следующее выражение:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt = L\{f(t)\}.$$

Тогда определением дискретного преобразования Лапласа можно считать обычное преобразование Лапласа от решетчатой функции, то есть:

$$F^*(p) = \int_0^{\infty} f[t]e^{-pt} dt = L\{f[t]\}. \quad (2.2)$$

Подставим (2.1) в выражение (2.2):

$$F^*(p) = \int_0^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} f(iT)\delta(t - iT) e^{-pt} dt = \sum_{i=0}^{\infty} [f(iT) \int_0^{\infty} \delta(t - iT)e^{-pt} dt] = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT) e^{-pT} |_{t=iT}. \quad (2.3)$$

Формула (2.3) называется формулой прямого дискретного преобразования Лапласа и применяется для расчета дискретного преобразования Лапласа из функций-оригиналов посредством степенного ряда. Основательно определение дискретного преобразования Лапласа можно записать в следующем виде:

$$F^*(p) = L\{f[t]\} = L^*\{f(t)\}. \quad (2.4)$$

Переход к Z-преобразованию от дискретного

преобразования Лапласа следующий:

$$z = e^{pT}, \quad (2.5)$$

где T – время дискретизации системы.

Решения функций, представленных в виде Z -форм, зачастую имеют вид отношений линейных полиномов числителя и знаменателя, что характерно было и для изображений аналоговых функций.

Z -преобразование позволяет в дальнейшем, по аналогии с линейными аналоговыми системами, получать оператор взаимодействия входного и выходного сигналов для дискретного элемента, звена или системы в виде передаточной функции.

2.3 Вычисление дискретного преобразования Лапласа и Z -преобразования функций

Процесс перехода от исходной непрерывной функции к дискретизированной посредством Z -преобразования лежит в основе всего описательного процесса ДСАУ.

Существуют три формулы, которые позволяют осуществлять этот переход, и на основе которых составлены таблицы взаимного соответствия исходных функций-оригиналов их Z -аналогам и их изображениям Лапласа.

$$F(z) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT)z^{-i}; \quad (2.6)$$

$$F(z) = \left[\frac{1}{T} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} f(p + j\mu\omega_T) \right]_{e^{pT}=z}; \quad (2.7)$$

$$F(z) = \sum_{\nu=1}^n \frac{\text{Res } F(\lambda_{\nu})}{1 - e^{T\lambda_{\nu}z^{-1}}}, \quad (2.8)$$

где T – время дискретизации системы; $\omega_T = \frac{2\pi}{T}$ – соответствующая круговая частота дискретной системы; λ_{ν} – полюса функции $F(\lambda)$, которая является, по сути, обычным преобразованием Лапласа от исходной аналоговой функции.

Так как в данном случае $F(\lambda)$ представляет собой обычное преобразование Лапласа и является дробно-рациональным выражением вида $F(\lambda) = M(\lambda)/N(\lambda)$, то числитель выражения (2.8) рассчитывается следующим образом:

$$\text{Res } F(\lambda_{\nu}) = \frac{M(\lambda)}{dN(\lambda)/d\lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_{\nu}}.$$

Сокращенный вариант таблицы переходов между функциями-оригиналами, их преобразованиями Лапласа и Z -преобразованиями представлен ниже.

Таблица 2.1 – Таблица некоторых преобразований Лапласа и Z-преобразований

$f(t)$	$F(p)$	$F(z)$
$\delta(t)$	1	1
$\delta(t - nT)$	e^{-pnT}	z^{-n}
1(t)	$\frac{1}{p}$	$\frac{z}{z - 1}$
t	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{Tz}{(z - 1)^2}$
$\frac{t^2}{2!}$	$\frac{1}{p^3}$	$\frac{T^2 z(z + 1)}{2! (z - 1)^3}$
e^{-at}	$\frac{1}{p + \alpha}$	$\frac{z}{z - e^{-\alpha T}}$
$\sin at$	$\frac{\alpha}{p^2 + \alpha^2}$	$\frac{z \sin \alpha T}{z^2 - 2z \cos \alpha T + 1}$
$\cos at$	$\frac{p}{p^2 + \alpha^2}$	$\frac{z^2 - z \cos \alpha T}{z^2 - 2z \cos \alpha T + 1}$

2.4 Основные свойства Z-преобразований функций

Для более эффективной работы с функциями, к которым было применено Z-преобразование, необходимо знать и уметь пользоваться его основными свойствами. Перечислим некоторые важные свойства данного преобразования.

2.4.1 Свойство линейности. Изображение линейной комбинации

решетчатых функций равно такой же линейной комбинации их изображений. То есть, если решетчатая функция имеет вид

$$f[i] = \sum_{k=1}^N C_k f_k[i],$$

то ее изображение будет равно

$$F(z) = \sum_{k=1}^N C_k F_k(z).$$

2.4.2 Запаздывание или опережение по времени на целое число периодов дискретизации. Для решетчатой функции запаздывающей (сдвинутой вправо) по временной шкале на целое число периодов дискретизации можно записать

$$Z\{f[i - n]\} = F(z)z^{-n},$$

а в случае опережения:

$$Z\{f[i + n]\} = F(z)z^n - f[0]z^n - f[1]z^{n-1} - \dots - zf[n - 1].$$

2.4.3 Умножение оригинала на экспоненту будет соответствовать следующему изображению:

$$Z\{f[i]e^{\alpha iT}\} = F(z/e^{\alpha T}).$$

2.4.4 Дифференцирование изображения:

$$Z\{if[i]\} = -z \frac{dF(z)}{dz}.$$

2.4.5 *Умножение изображений.* Свертке оригиналов соответствует произведение изображений:

$$Z\{\sum_{i=0}^k f[i]g[k-i]\} = F(z)G(z),$$

где $Z\{g[k]\} = G(z)$.

2.4.6 *Начальное значение решетчатой функции.* Начальное значение решетчатой функции можно оценить по ее изображению следующим образом:

$$f[0] = \lim_{i \rightarrow 0} f[i] = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z-1}{z} F(z).$$

2.4.7 *Конечное значение решетчатой функции.* Конечное значение решетчатой функции можно оценить по ее изображению следующим образом:

$$f[\infty] = \lim_{i \rightarrow \infty} f[i] = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} F(z).$$

2.5 Разностные уравнения и их решение

Разностные уравнения являются дискретными аналогами линейных дифференциальных уравнений, применяемых для описания линейных систем автоматического управления, причем линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами при использовании прямых разниц могут быть сведены к следующему виду:

$$a_0 \Delta^n y[i] + a_1 \Delta^{n-1} y[i] + \dots + a_n y[i] = f[i], \quad (2.9)$$

где $f[i]$ и $y[i]$ – заданная и искомая решетчатые функции, которые могут быть соотнесены к входному и выходному сигналам дискретного элемента, звена или системы; $\Delta^n y[i] = \Delta^{n-1} y[i+1] - \Delta^{n-1} y[i] = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{n!}{k!(n-k)!} y[i+n-k]$ – прямая разница n -го порядка.

Разностные уравнения вида (2.9) могут решаться как рекуррентные соотношения, в которых при необходимости задаются начальные значения искомой функции $y[i]$ и начальные значения ее младших разниц. Их также можно решать классическим или операторным методом.

Для решения разностного уравнения классическим методом предварительно переходят к эквивалентному линейному дифференциальному уравнению, решают его, а результат дискретизируют, то есть представляют в виде решетчатой функции, для которой соответствующая непрерывная функция решения выглядит огибающей линией к графику решетчатого решения.

При решении операторным способом переходят к Z -преобразованию соответствующего разностного уравнения, находят Z -аналог решения искомой функции, а затем определяют решетчатую функцию решения путем обратного Z -перехода.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ РАЗДЕЛА 2

Условие. По известному Z -преобразованию функции дискретизированного сигнала

$$Y(z) = \frac{3z}{z^2 - 0,7z + 0,1}$$

определить выражение соответствующей решетчатой функции и построить его.

Решение. Определим корни характеристического уравнения соответствующего данному выражению, то есть корни уравнения:

$$z^2 - 0,7z + 0,1 = 0.$$

Корни будут равны $z_{1,2} = 0,5 ; 0,2$. Так как корни – действительные числа, то имеется возможность упростить исходное выражение сигнала, представив его в виде суммы или разности элементарных дробей:

$$Y(z) = 10 \left(\frac{z}{z-0,5} - \frac{z}{z-0,2} \right).$$

Пользуясь таблицей 2.1, сопоставим последнему полученному выражению оригинал функции:

$$y(t) = 10(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}),$$

где $e^{-\alpha_1 T} = 0,5$; $e^{-\alpha_2 T} = 0,2$; T – время дискретизации сигнала.

Дискретизируем соответствующий аналоговый сигнал:

$$y[t] = 10(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t})|_{t=iT} = 10(e^{-\alpha_1 iT} - e^{-\alpha_2 iT}).$$

Пользуясь свойством степенных функций окончательно получаем:

$$y[i] = 10(0,5^i - 0,2^i).$$

Выражение, записанное выше, есть искомая решетчатая функция, только представленная в зависимости от порядкового номера элемента решетчатой функции. Построим полученную решетчатую функцию: $y[0] = 0$; $y[1] = 3$; $y[2] = 2,1$; $y[3] = 1,17$; $y[4] = 0,609$; $y[5] = 0,309$; $y[6] = 0,156$; $y[\infty] = 0$.

В окончательном варианте график полученной решетчатой функции будет иметь вид, показанный на рис. 2.3.

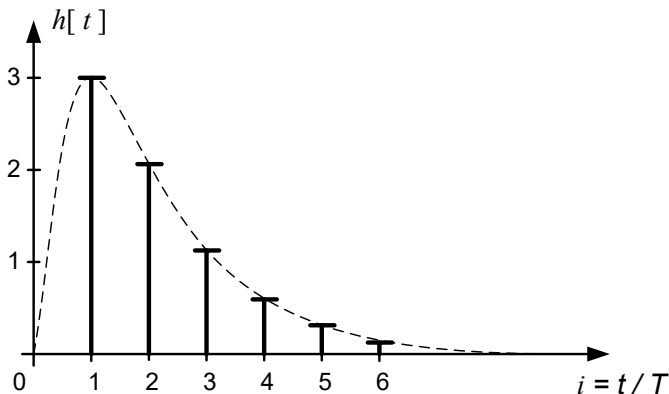


Рисунок 2.3 – График решетчатой функции

3 ОПЕРАТОРНОЕ ОПИСАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

После введения понятия решетчатой функции и Z -преобразования, по аналогии с линейными системами, в отношении дискретных систем можно ввести понятие передаточной функции, что значительно упростит процесс формализации ДСАУ и также станет наиболее компактной формой представления динамических свойств соответствующих дискретных элементов, звеньев или систем.

3.1 Дискретная передаточная функция

В ДСАУ понятие дискретной передаточной функции (ДПФ) вводится так же, как и для линейных систем, на основании понимания Z -преобразования и его основных свойств. Дискретная передаточная функция – это отношение Z -преобразований выходного и входного сигналов дискретного элемента, звена или системы (см. рис. 3.1):

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}. \quad (3.1)$$

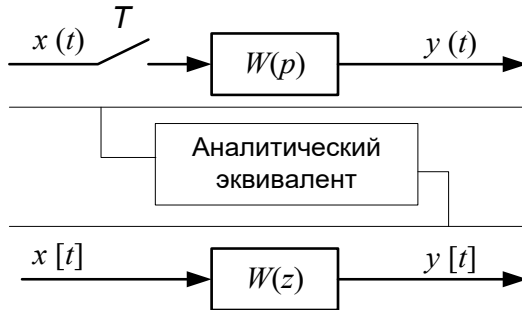


Рисунок 3.1 – К определению дискретной передаточной функции элемента, звена или системы

3.2 Дискретные передаточные функции типовых соединений элементов

Так же, как и в линейных аналоговых системах, в ДСАУ существуют три типовых соединения дискретных элементов: последовательное, параллельное, встречно-параллельное.

Рассмотрим схематично правила расчета ДПФ для этих соединений:

– последовательное соединение (см. рис. 3.2);

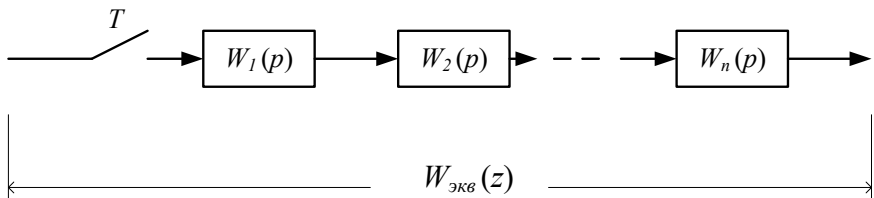


Рисунок 3.2 – К расчету дискретной передаточной функции последовательного соединения дискретных звеньев

$$W_{\text{экв}}(z) \neq W_1(z)W_2(z)\dots W_n(z),$$

$$W_{\text{экв}}(z) = Z\{W_1(p) W_2(p)\dots W_n(p)\}. \quad (3.2)$$

– параллельное соединение (см. рис. 3.3);

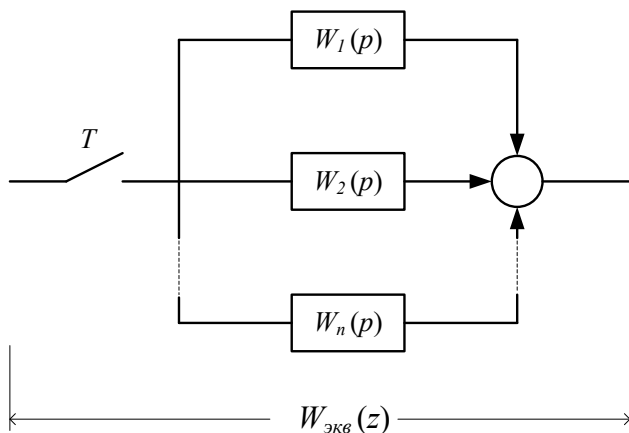


Рисунок 3.3 – К расчету дискретной передаточной функции параллельного соединения дискретных звеньев

$$W_{\text{экв}}(z) = W_1(z) + W_2(z) + \dots + W_n(z). \quad (3.3)$$

– встречно-параллельное соединение (см. рис. 3.4).

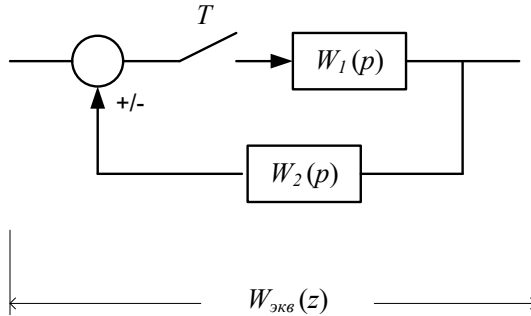


Рисунок 3.4 – К расчету дискретной передаточной функции встречно-параллельного соединения дискретных звеньев

$$W_{\text{экв}}(z) = \frac{W_1(z)}{1 \mp Z\{W_1(p)W_2(p)\}}. \quad (3.4)$$

В ДСАУ очень часто есть необходимость использования дискретно-непрерывного преобразователя или экстраполятора, в частности нулевого порядка. ДПФ линейного элемента с экстраполятором на входе рассчитывается в соответствии со следующим правилом (для случая экстраполятора нулевого порядка, см. рис. 3.5):

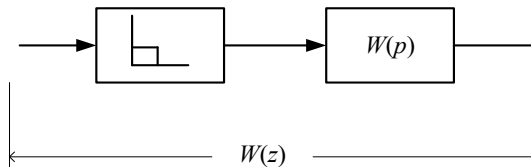


Рисунок 3.5 – К расчету дискретной передаточной функции линейного элемента с экстраполятором нулевого порядка на входе

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{W(p)}{p}\right\}. \quad (3.5)$$

Чтобы понять лучше функциональное назначение экстраполятора нулевого порядка в дискретных системах, достаточно запомнить, что он поддерживает нормирующее значение соответствующего элемента входной решетчатой функции в течение всего интервала дискретизации системы по времени, вплоть до воздействия на него следующего элемента решетчатой функции. Тем самым он формирует ступенчатую функцию, близкую к аналоговой функции и пригодную для полноценного преобразования в последующем линейном элементе (см. рис. 3.6).

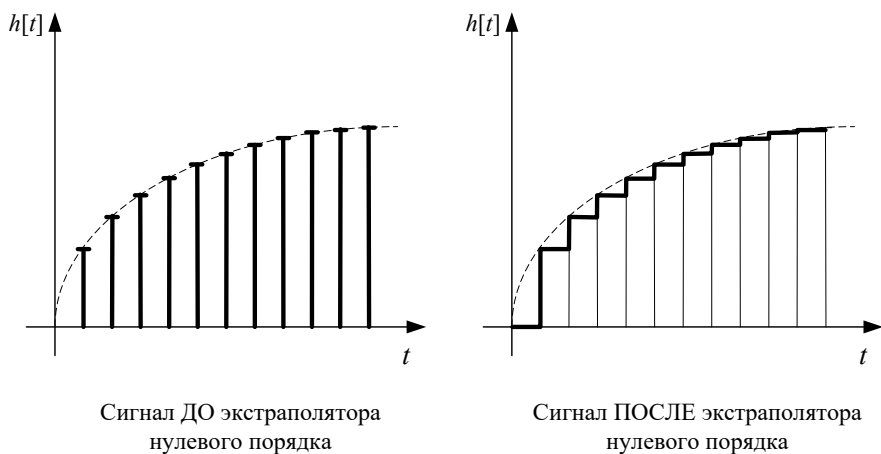


Рисунок 3.6 – Сигнал на входе и на выходе экстраполятора нулевого порядка

Обоснуем правильность выражения для расчета ДПФ

линейного элемента с экстраполятором нулевого порядка на входе (выражение (3.5)) на основе того факта, известного еще из курса линейной ТАУ, что обычное преобразование Лапласа переходной импульсной характеристики любого линейного элемента, звена или линейной системы дает передаточную функцию соответствующего элемента, звена или системы.

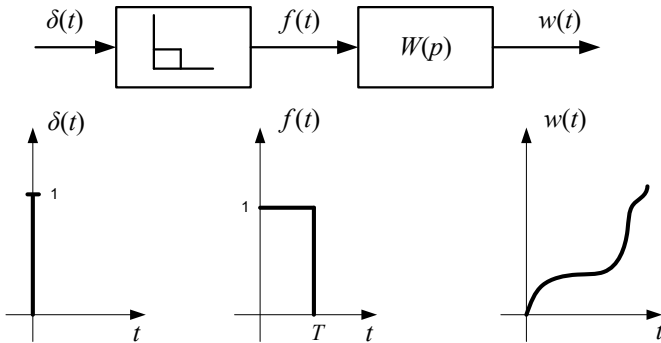


Рисунок 3.7 – Формирование переходной импульсной характеристики экстраполятором нулевого порядка и линейным элементом в совокупности

$$\begin{aligned}
 W_{\text{экстраполятора}}(p) &= L\{f(t)\} = L\{1(t) - 1(t - T)\} = \\
 &= \frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-pT} = \frac{1}{p} (1 - e^{-pT}),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W(z) &= Z\{W_{\text{экстраполятора}}(p)W(p)\} = Z\left\{\frac{1}{p} (1 - e^{-pT})W(p)\right\} = \\
 &= \frac{z - 1}{z} Z\left\{\frac{W(p)}{p}\right\}.
 \end{aligned}$$

Кроме этих правил для эквивалентных преобразований в ДСАУ необходимо учитывать такое правило: *расчет ДПФ в сложной дискретной системе осуществляется на участках общих типов (дискретный или аналоговый) сигналов, то есть от элемента дискретизации к элементу дискретизации, а именно от квантователя к квантователю или от квантователя к экстраполятору.*

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ РАЗДЕЛА 3

Условие. Структурная схема ДСАУ приведена на рис. 3.8.

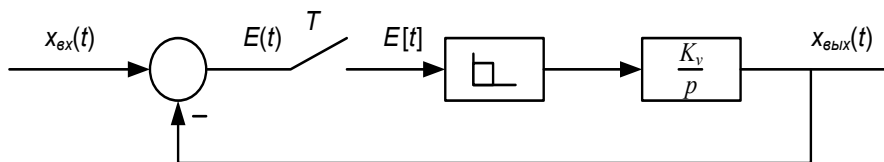


Рисунок 3.8 – Структурная схема ДСАУ

Получить дискретную передаточную функцию соответствующей системы в разомкнутом и замкнутом состояниях.

Решение. Если рассмотреть приведенную систему в разомкнутом состоянии, то в ее составе окажется один линейный элемент с экстраполятором нулевого порядка на входе. Соответствующая ДПФ будет равна

$$W_{\text{раз}}(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{K_v}{p^2} \right\} = \frac{z-1}{z} \frac{K_v T z}{(z-1)^2} = \frac{K_v T}{z-1}.$$

Соответственно дискретная передаточная функция данной системы в целом, то есть в замкнутом состоянии, будет равна

$$W(z) = \frac{W_{\text{раз}}(z)}{1+W_{\text{раз}}(z)} = \frac{K_v T}{z-(1-K_v T)}.$$

4 ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

К динамическим характеристикам систем автоматического управления в ТАУ относят *временные* характеристики, а именно *переходную* и *переходную импульсную*, а также *частотные* характеристики. Следует помнить, что временные характеристики описывают динамическое поведение системы в переходных режимах, а частотное – в режимах установившихся гармонических колебаний.

4.1 Временные характеристики ДСАУ

По аналогии с линейными системами для исследования поведения дискретных систем в переходных режимах используют временные характеристики, то есть дискретную переходную характеристику и дискретную переходную импульсную характеристику.

Дискретная переходная характеристика (ДПХ) – это реакция дискретного элемента или дискретной системы на дискретизированный единичный ступенчатый сигнал (см. рис. 4.1).

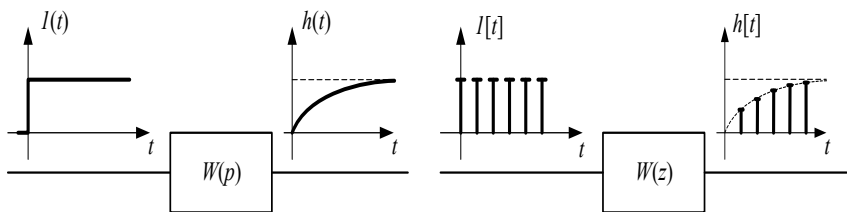


Рисунок 4.1 – Общий вид переходных характеристик в случае линейного и дискретного звеньев

Расчет ДПХ осуществляется в соответствии со следующими выражениями:

$$H(z) = \frac{z}{z-1} W(z), \quad (4.1)$$

$$h[t] = Z^{-1}\{H(z)\}. \quad (4.2)$$

Дискретная переходная импульсная характеристика (ДПИХ) – это реакция дискретного элемента или дискретной системы на элементарный импульс (δ – функцию).

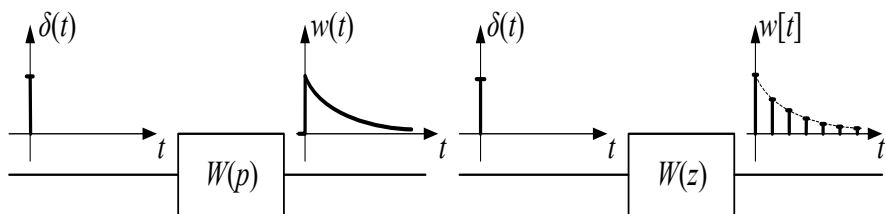


Рисунок 4.2 – Общий вид переходных импульсных характеристик в случае линейного и дискретного звеньев

Расчет ДПИХ осуществляется в соответствии со следующими выражениями:

$$w(z) = W(z), \quad (4.3)$$

$$w[t] = Z^{-1}\{w(z)\}. \quad (4.4)$$

4. 2 Частотные характеристики дискретных систем

Частотные характеристики дискретных систем можно получить из ДПФ соответствующих систем путем следующей подстановки:

$$z = e^{pT} |_{p=j\omega} = \cos\omega T + j\sin\omega T. \quad (4.5)$$

Очень часто при анализе дискретных систем, а точнее – их характеристик, вместо абсолютной круговой частоты используют относительную $\bar{\omega} = \omega T$. В результате соответствующая подстановка приобретает следующий вид:

$$z = \cos\bar{\omega} + j\sin\bar{\omega}. \quad (4.6)$$

Удобство применения относительной частоты обусловлено тем, что результат, то есть соответствующие частотные характеристики, не будут функциями времени дискретизации системы T .

Вследствие того, что описанная выше подстановка содержит в себе периодические функции косинуса и синуса,

являющиеся периодическими функциями, очевидно, что результирующие АЧХ и ФЧХ дискретных систем будут также периодическими функциями.

Результирующая амплитудно-частотная характеристика системы, по сути, представляет собой комбинацию АЧХ линейной части системы и дополнительных периодически транслированных составляющих, напоминающих гармоники, причем взаимодействующих между собой вследствие наложения (см. рис. 4.3). На данном рисунке имеются следующие обозначения: $\omega_T = 2\pi/T$ – является частотой дискретизации системы; ω_{Π} – полоса пропускания линейной части системы, определяющая интервал частот гармонических сигналов, воздействующих на линейную часть, при которых амплитуды соответствующих выходных сигналов линейной части дискретной системы в отношении к входным не являются пренебрежимо малыми относительно нуля.

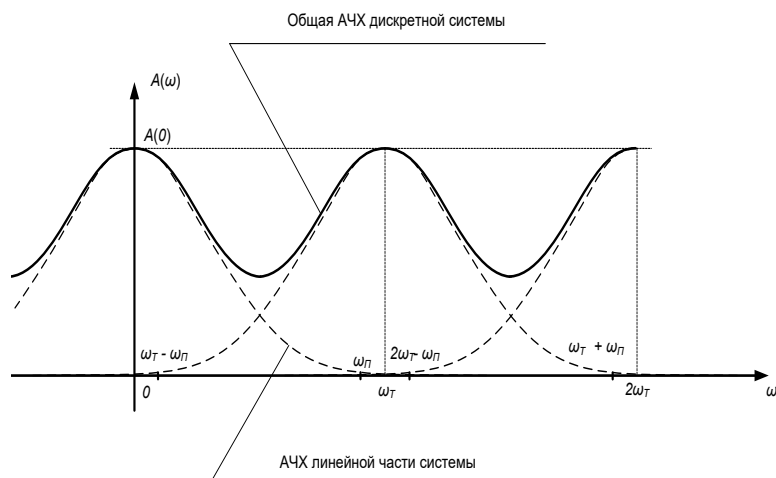


Рисунок 4.3 – Амплитудно-частотная характеристика ДСАУ

Условие взаимодействия основных и дополнительных частот при формировании АЧХ дискретных систем регламентируется следующим правилом, получившим название «условие неискаженной передачи дискретного сигнала» или «условие эквивалентности дискретной системы линейной», предложенное Шенноном и Котельниковым: *дискретная система эквивалентна по своим свойствам линейной и может быть описана как таковая, если выполняется следующее условие $\omega_T \geq 2\omega_{\Pi}$.*

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ РАЗДЕЛА 4

Условие. Структурная схема ДСАУ приведена на рисунке ниже.

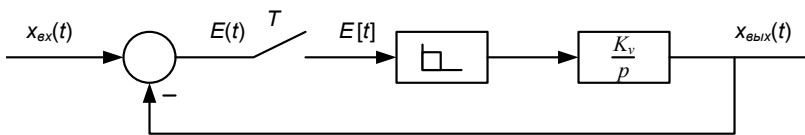


Рисунок 4.4 – Структурная схема ДСАУ

Получить и построить временные и частотные характеристики данной системы при условии, что $K_v T = 1,5$.

Решение. ДПФ данной системы в замкнутом состоянии будет равна (см. пример к разделу 3):

$$W(z) = \frac{K_v T}{z - (1 - K_v T)}.$$

Соответственно на основании выражений (4.1) и (4.3) можно записать:

$$H(z) = \frac{z}{z-1} \frac{K_v T}{z-(1-K_v T)},$$

$$w(z) = \frac{K_v T}{z-(1-K_v T)}.$$

Записанные выражения являются изображениями соответственно ДПХ и ДПИХ нашей системы. Применим к ним обратное Z -преобразование, чтобы получить соответствующие оригиналы дискретных переходной и переходной импульсной характеристик:

$$\begin{aligned} h[t] &= Z^{-1}\{H(z)\} = Z^{-1}\left\{\frac{z}{z-1} \frac{K_v T}{z-(1-K_v T)}\right\} = \\ &= Z^{-1}\left\{\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-(1-K_v T)}\right\} = \\ &= 1(t) - e^{-(1-K_v T)t} \Big|_{t=iT}, \end{aligned}$$

или $h[i] = 1[i][1 - (1 - K_v T)^i] = 1[i][1 - (-0,5)^i].$

$$\begin{aligned} w[t] &= Z^{-1}\{w(z)\} = Z^{-1}\left\{\frac{K_v T}{z-(1-K_v T)}\right\} = \\ &= Z^{-1}\left\{\frac{K_v T z}{z-(1-K_v T)} z^{-1}\right\} = \\ &= K_v T e^{-(1-K_v T)(t-T)} \Big|_{t=iT}, \end{aligned}$$

или $w[i] = 1[i-1]K_v T(1 - K_v T)^{i-1} = 1,5 \cdot 1[i-1](-0,5)^{i-1}.$

Соответствующие графики дискретных временных характеристик приведены на рис. 4.5.

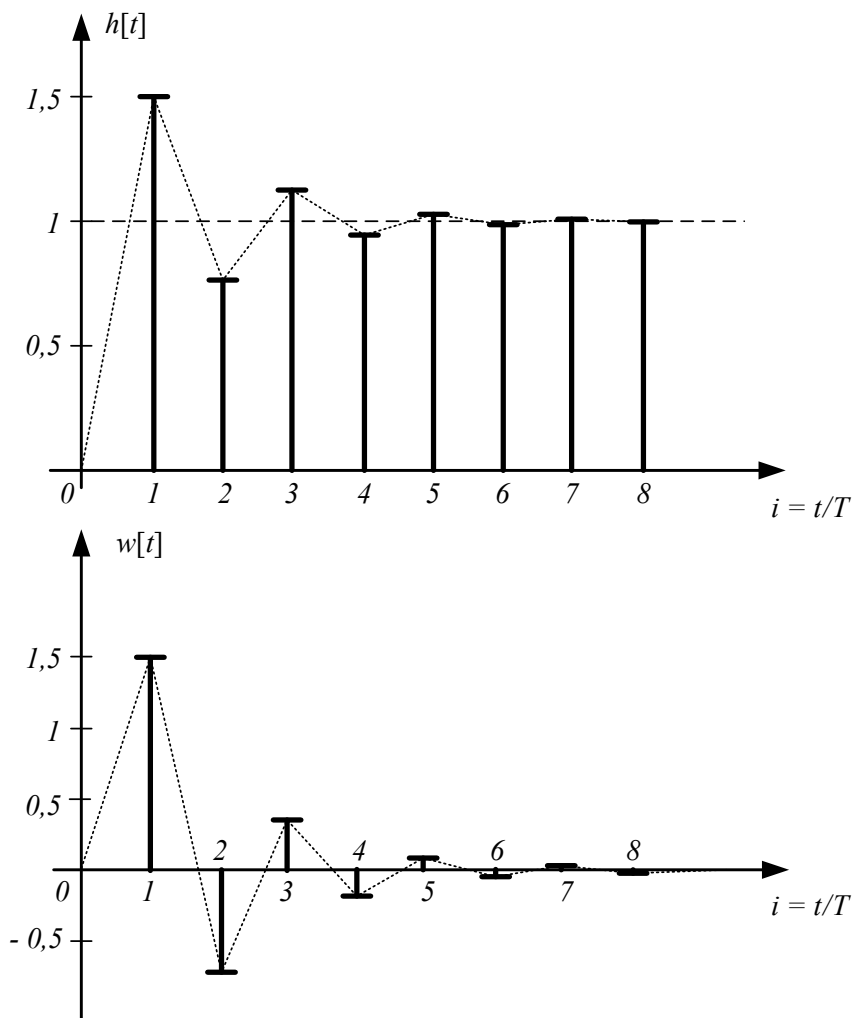


Рисунок 4.5 – Графики дискретных временных характеристик

Получим выражения частотных характеристик данной системы, выполнив подстановку (4.6) в выражение ДПФ системы:

$$\begin{aligned}
 W(j\bar{\omega}) &= \frac{K_v T}{\cos\bar{\omega} + j\sin\bar{\omega} - (1 - K_v T)} = K_v T \frac{[\cos\bar{\omega} - (1 - K_v T)] - j\sin\bar{\omega}}{[\cos\bar{\omega} - (1 - K_v T)]^2 + \sin^2\bar{\omega}} = \\
 &= K_v T \frac{[\cos\bar{\omega} - (1 - K_v T)] - j\sin\bar{\omega}}{[1 + (1 - K_v T)^2] - 2(1 - K_v T)\cos\bar{\omega}}.
 \end{aligned}$$

Рассчитаем модуль и фазу полученной комплексной функции с целью получения АЧХ и ФЧХ системы:

$$A(\bar{\omega}) = \frac{K_v T}{\sqrt{[1 + (1 - K_v T)^2] - 2(1 - K_v T)\cos\bar{\omega}}} = \frac{1,5}{\sqrt{1,25 + \cos\bar{\omega}}},$$

$$\varphi(\bar{\omega}) = -\arctg \left[\frac{\sin\bar{\omega}}{\cos\bar{\omega} - (1 - K_v T)} \right] = -\arctg \left[\frac{\sin\bar{\omega}}{\cos\bar{\omega} + 0,5} \right].$$

Соответствующие графики приведены на рис. 4.6.

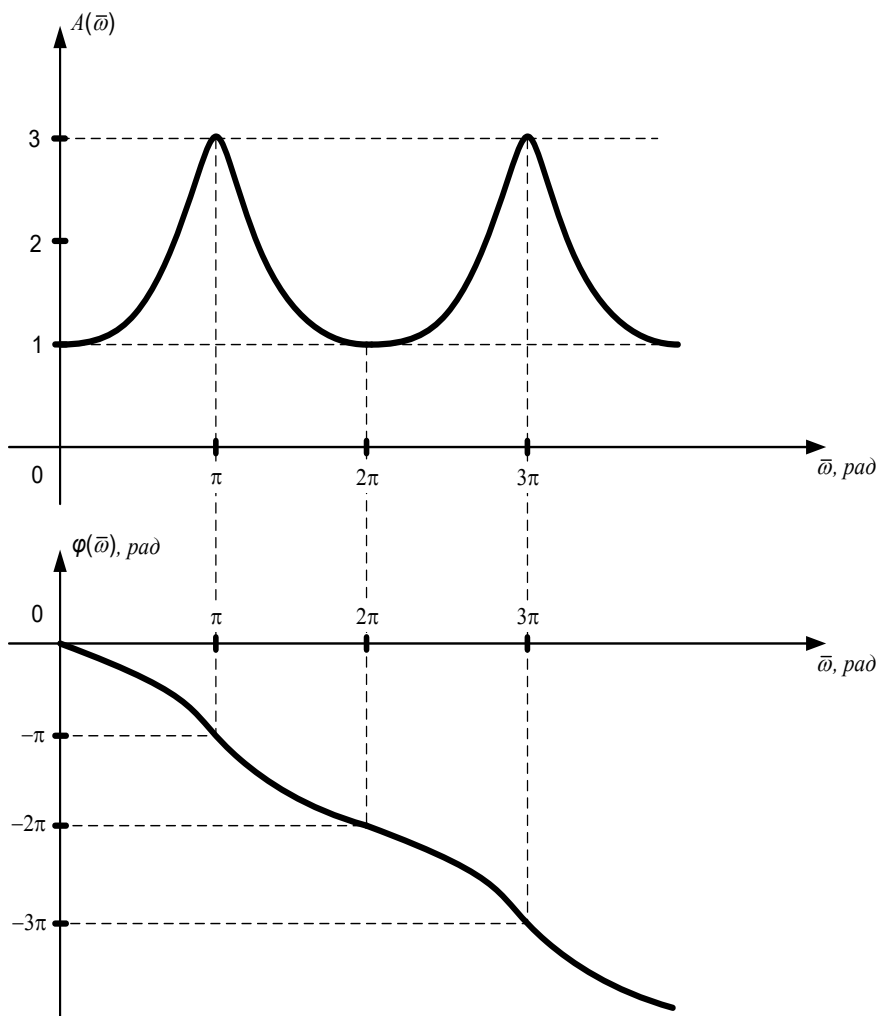


Рисунок 4.6– Графики полученных АЧХ и ФЧХ системы

5 УСТОЙЧИВОСТЬ И КАЧЕСТВО ДСАУ

5.1 Корневой критерий устойчивости дискретных систем

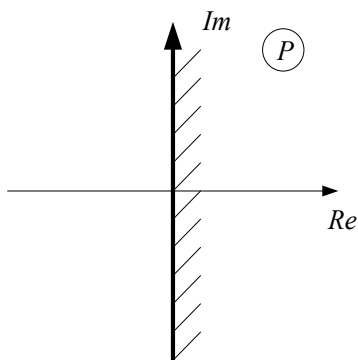


Рисунок 5.1 – Область устойчивости линейных и дискретных систем

Подобно линейной системе дискретная система будет устойчивой, если все корни (полюса) передаточной функции замкнутой системы будут находиться в левой полуплоскости комплексной плоскости корней p (рис. 5.1) и при этом роль границы устойчивости будет выполнять мнимая ось соответствующей комплексной системы координат.

Однако, как уже было сказано ранее, описывать дискретные системы удобнее с помощью дискретных передаточных функций и Z -преобразования. В этом случае возникает определенная сложность анализа устойчивости

дискретных систем посредством переменной p , так как уравнения связи входных и выходных переменных становятся трансцендентными, решение которых является достаточно трудоемкой задачей:

$$W(z) = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n}$$



$$W(p) = \frac{b_0 e^{mpT} + b_1 e^{(m-1)pT} + \dots + b_m}{a_0 e^{npT} + a_1 e^{(n-1)pT} + \dots + a_n}$$

Если применить корневой критерий устойчивости систем в той форме, в которой мы его знаем из линейной ТАУ, то возникают сложности нахождения корней характеристического уравнения вида $a_0 e^{npT} + a_1 e^{(n-1)pT} + \dots + a_n = 0$, которое является трансцендентным, а также количество корней может быть бесконечным. Соответственно, применять в известной форме корневой критерий при переходе к дискретным системам неудобно.

Сформулируем корневой критерий устойчивости дискретных систем относительно переменной z : *дискретная система будет устойчивой, если все корни ее*

характеристического уравнения располагаются внутри окружности единичного радиуса, изображенной в комплексной плоскости корней z . Если хотя бы один из корней характеристического уравнения дискретной системы находится вне окружности единичного радиуса, то система неустойчива. Если помимо устойчивых корней, имеются корни, находящиеся на окружности единичного радиуса, дискретная система будет находиться на границе устойчивости (см. рис. 5.2).

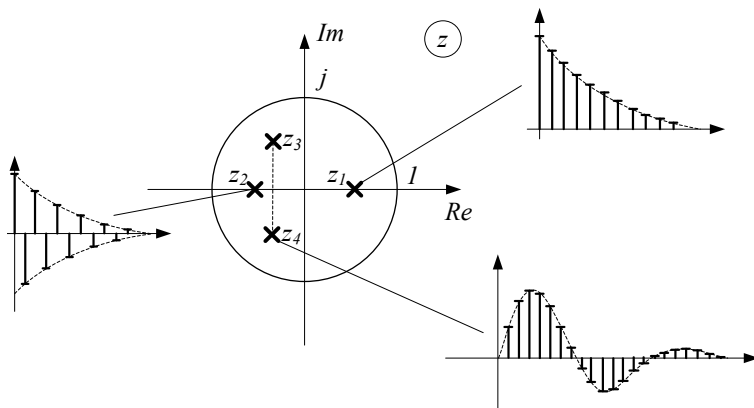


Рисунок 5.2 – Область устойчивости дискретных систем автоматического управления

5.2 Аналоги алгебраических критериев устойчивости для дискретных систем

При анализе устойчивости линейных аналоговых систем с помощью алгебраических критериев устойчивости, например –

Рауса или Гурвица, выводы о расположении корней относительно мнимой оси делались на основании специальных таблиц или специальных матриц. Выполнение условий, заложенных в известных алгебраических критериях устойчивости, давало информацию о том, все ли корни характеристического уравнения находятся в левой полуплоскости комплексной плоскости корней p .

При переходе к дискретным системам пользоваться известными нам формулировками критериев Рауса и Гурвица можно только после дополнительного к Z -преобразованию, преобразования дискретной передаточной функции системы следующего вида, которое называется билинейным преобразованием:

$$z = \frac{1+w}{1-w}. \quad (5.1)$$

После применения данного преобразования формулировки алгебраических критериев становятся такими же, какими они были для линейных аналоговых систем, только выводы делаются по корням w соответствующего характеристического уравнения вида:

$$a_0 w^n + a_1 w^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (5.2)$$

Важным является тот факт, что после применения билинейного преобразования к дискретной передаточной функции системы, снова работоспособным становится *необходимое, но недостаточное условие устойчивости* линейных аналоговых систем, но уже применительно к

дискретным системам: *если положительны все коэффициенты характеристического уравнения системы, то данная система может быть устойчивой или неустойчивой; если в характеристическом уравнении помимо положительных коэффициентов присутствует хотя бы один отрицательный коэффициент, то система однозначно неустойчива.*

Такая эквивалентность билинейно преобразованных дискретных систем линейным аналоговым системам обусловлена тем, что после билинейного преобразования форма границы устойчивости в плоскости корней w снова совпадает с мнимой осью, но при этом характеристическое уравнение не будет трансцендентным, как после дискретного преобразования Лапласа. Новое характеристическое уравнение будет представлять собой линейный полином, и не будет бесконечной повторяемости корней в случае их комплексности.

5.3 Аналог частотного критерия устойчивости Найквиста для дискретных систем

Подобно непрерывным системам для исследования устойчивости замкнутых дискретных систем можно использовать АФЧХ разомкнутых систем. Аналог частотного критерия устойчивости Найквиста для дискретных систем формулируется следующим образом, причем он имеет два варианта формулировки, касающихся случаев, когда разомкнутая система устойчива или нейтральна и когда разомкнутая система неустойчива:

1-й вариант формулировки – если система устойчива в разомкнутом состоянии или нейтральна, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ разомкнутой системы при изменении относительной частоты $\bar{\omega}$ в интервале от 0 до π не охватывала точку с координатами $(-1; j0)$ и не проходила через нее;

2-й вариант формулировки – если система не устойчива в разомкнутом состоянии, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ разомкнутой системы при изменении относительной частоты $\bar{\omega}$ в интервале от 0 до π , охватывала $k/2$ раз точку с координатами $(-1; j0)$, где k – количество неустойчивых корней характеристического уравнения разомкнутого контура.

5.4 Аналог логарифмического критерия устойчивости для дискретных систем

Устойчивость замкнутой системы можно определить не только по АФЧХ разомкнутой системы, но и по логарифмическим частотным характеристикам разомкнутой системы, то есть по логарифмической амплитудно-частотной характеристике (ЛАЧХ, функция – $L(\bar{\lambda})$) и по логарифмической фазово-частотной характеристике (ЛФЧХ, функция – $\varphi(\bar{\lambda})$).

Удобно предварительно применить билинейное преобразование к ДПФ разомкнутого контура исследуемой системы, то есть применить подстановку (5.1), а затем перейти к относительной псевдочастоте путем подстановки:

$$w = j \left(\frac{T\lambda}{2} \right) = j\bar{\lambda}, \quad (5.3)$$

где λ и $\bar{\lambda}$ – абсолютная и относительная псевдочастоты, часто применяемые при анализе дискретных систем вместо частот (ω или $\bar{\omega}$) с целью устранения периодичной повторяемости соответствующих частотных характеристик и максимального их приближения по свойствам к частотным характеристикам линейных аналоговых систем с целью обеспечения возможности построения их асимптотических вариантов.

Относительно логарифмических характеристик критерий устойчивости Найквиста формулируется так:

1-й вариант формулировки – если система устойчива или нейтральна в разомкнутом состоянии, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы на частоте среза $\bar{\lambda}_{ср}$, которая соответствует $L(\bar{\lambda}) = 0$, фаза по модулю была меньше π ;

2-й вариант формулировки – если система неустойчива в разомкнутом состоянии и характеристическое уравнение ее разомкнутого варианта имеет k неустойчивых корней, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы при $L(\bar{\lambda}) = 0$ количество пересечений фазовой характеристикой уровня $-\pi$ снизу вверх было в $k/2$ больше количества пересечений в противоположном направлении.

5.5 Показатели качества регулирования в ДСАУ

При анализе качества регулирования в ДСАУ используются те же показатели качества, которые используются при анализе качества регулирования в линейных системах автоматического управления, а именно:

- *прямые* показатели качества (оцениваются непосредственно по графику переходного процесса в системе);
- *частотные* показатели качества (оцениваются по графикам частотных характеристик системы);
- *корневые* показатели качества (оцениваются по расположению корней характеристического уравнения системы в соответствующей комплексной плоскости).

Отдельным классом показателей качества идут так называемые *интегральные оценки* качества, то есть численные значения, показывающие, насколько отличается реальный переходной процесс по регулируемой переменной, от его идеализированного варианта, и по сути вмещающие в себя, хоть и не явным образом, все показатели качества названные выше.

Более детальный перечень и классификация показателей качества, применяемых при анализе качества решения основных задач управления, а именно – поддержания определенных переменных на определенном уровне или в рамках определенного закона, приведены на рис. 5.3.



Рисунок 5.3 – Классификация и перечень основных показателей качества регулирования в ДСАУ

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ РАЗДЕЛА 5

Условие. Структурная схема ДСАУ приведена на рис. 5.4.

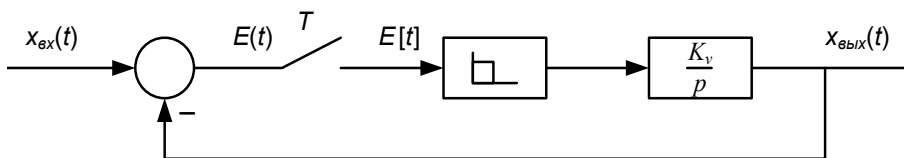


Рисунок 5.4 – Структурная схема ДСАУ

Исследовать данную систему на устойчивость с помощью логарифмического критерия устойчивости систем и если она окажется устойчивой – оценить ее запасы устойчивости по амплитуде и фазе при условии, что $K_v T = 1,5$.

Решение. Исследование данной системы с помощью логарифмического критерия устойчивости необходимо начинать с оценки устойчивости ее в разомкнутом состоянии. ДПФ данной системы в разомкнутом состоянии будет равна (см. пример решения задачи к разделу 3):

$$W_{\text{раз}}(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{K_v}{p^2} \right\} = \frac{z-1}{z} \frac{K_v T z}{(z-1)^2} = \frac{K_v T}{z-1} = \frac{1,5}{z-1}.$$

Разомкнутая система будет находиться на границе устойчивости, или другими словами – будет нейтральной, так как корень ее характеристического уравнения $z_1 = 1$ будет располагаться на окружности единичного радиуса (на границе устойчивости) в комплексной плоскости корней z . Это позволяет сделать вывод, что для дальнейшего исследования необходимо воспользоваться первым вариантом формулировки аналога логарифмического критерия устойчивости для дискретных систем.

Применим билинейное преобразование к ДПФ исследуемой системы в разомкнутом состоянии:

$$W_{\text{раз}}(w) = \frac{K_v T}{\frac{1+w}{1-w} - 1} = \frac{K_v T(1-w)}{2w}.$$

Представим полученную передаточную функцию

переменной w как произведение передаточных функций типовых динамических звеньев, формирующих при последовательном соединении передаточную разомкнутой системы:

$$W_{\text{раз}}(w) = W_1(w)W_2(w)W_3(w),$$

где $W_1(w) = \frac{K_v T}{2} = 0,75$ – аналог усилительного звена; $W_2(w) = (1 - w)$ – аналог форсирующего звена; $W_3(w) = \frac{1}{w}$ – аналог идеального интегрирующего звена.

Запишем выражения амплитудно-фазовых частотных характеристик приведенных аналогов линейных типовых динамических звеньев, предварительно перейдя к относительной псевдочастоте:

$$W_1(j\bar{\lambda}) = \frac{K_v T}{2} = 0,75,$$

$$W_2(j\bar{\lambda}) = (1 - j\bar{\lambda}),$$

$$W_3(j\bar{\lambda}) = \frac{1}{j\bar{\lambda}} = -\frac{j}{\bar{\lambda}}.$$

Запишем выражения амплитудно-частотных характеристик и логарифмических амплитудно-частотных характеристик приведенных аналогов линейных типовых динамических звеньев:

$$A_1(\bar{\lambda}) = \frac{K_v T}{2} = 0,75 ,$$

$$L_1(\bar{\lambda}) = 20 \lg \frac{K_v T}{2} = -2,5 ,$$

$$A_2(\bar{\lambda}) = \sqrt{1 + \bar{\lambda}^2} ,$$

$$L_2(\bar{\lambda}) = 20 \lg \sqrt{1 + \bar{\lambda}^2} ,$$

$$A_3(\bar{\lambda}) = \frac{1}{\bar{\lambda}} ,$$

$$L_3(\bar{\lambda}) = -20 \lg \bar{\lambda} .$$

Запишем выражения фазово-частотных характеристик приведенных аналогов линейных типовых динамических звеньев:

$$\varphi_1(\bar{\lambda}) = 0 ,$$

$$\varphi_2(\bar{\lambda}) = -\arctg \bar{\lambda} ,$$

$$\varphi_3(\bar{\lambda}) = -\pi/2 .$$

Построим асимптотические логарифмические амплитудно-частотные характеристики типовых динамических звеньев и результирующую логарифмическую амплитудно-частотную характеристику разомкнутой системы, как сумму

асимптотических ЛАЧХ типовых динамических звеньев в общей системе координат. Аналогично построим логарифмическую фазовую частотную характеристику (рис. 5.5).

Из рис. 5.5 видно, что система в замкнутом состоянии будет устойчивой, так как на частоте среза ее фаза по модулю меньше π , поэтому она будет обладать запасами устойчивости по амплитуде и фазе, которые приблизительно равны $\Delta L = 2,5 \text{ дБ}$ и $\Delta\varphi = 0,9 \text{ рад}$.

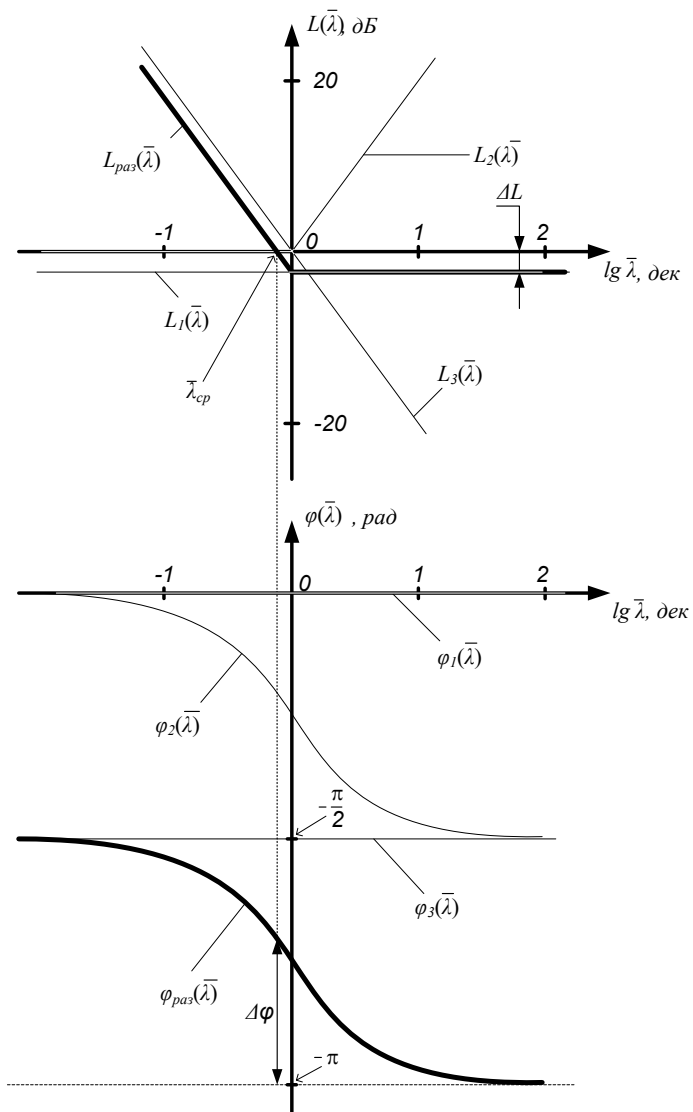


Рисунок 5.5 – Асимптотические ЛАЧХ типовых динамических звеньев и результирующая ЛАЧХ разомкнутой системы

6 СИНТЕЗ И КОРРЕКЦИЯ ДСАУ

Основной задачей синтеза ДСАУ есть разработка такого алгоритма обработки информации в цифровом вычислительном устройстве, при котором синтезированная система будет удовлетворять исходно поставленным требованиям к переходным процессам в системе. При синтезе дискретных систем очень важно учитывать два условия – условие физической реализуемости системы и условие ее грубости.

Условие *физической реализуемости* системы заключается в том, что в результате структурного и параметрического синтеза любой системы порядок полинома числителя соответствующей результирующей дискретной передаточной функция не должен превышать порядка полинома знаменателя той же передаточной функции.

Условие *грубости* системы можно сформулировать так: в результате структурного и параметрического синтеза системы система должна быть грубой, то есть такой, что в случае некоторого отличия от необходимых значений внутренних характеристик корректирующих цепей синтезируемой системы не должно быть качественного изменения переходных процессов в замкнутой системе.

В случае несоблюдения условия физической реализуемости при синтезе системы могут возникнуть существенные сложности при ее конструкционной реализации на практике. В случае несоблюдения условия грубости системы в процессе ее синтеза, при практической реализации, вследствие

некоторого отличия параметров системы от желаемых параметров, система может начать функционировать совершенно непредсказуемым образом.

Если в отношении соблюдения условия физической реализуемости при синтезе систем сложности возникают крайне редко, то для обеспечения грубости систем в процессе их синтеза следует дать некоторые общие рекомендации. Рекомендации такие: *для обеспечения грубости замкнутой системы управления при синтезе нежелательно сокращать неустойчивые нули и полюса функции неизменяемой части разомкнутой системы с такими же нулями и полюсами передаточной функции корректирующей цепи.*

Существует масса методов синтеза дискретных систем. Рассмотрим наиболее распространенные с точки зрения их компьютерной числовой реализации.

6.1 Синтез ДСАУ по аналоговому прототипу

Зададим структурную схему синтезируемой ДСАУ на основе простейшего типового контура регулирования одной переменной (см. рис. 6.1).

На рис. 6.1 введены следующие обозначения: $D(z)$ – блок, соответствующий цифровому вычислительному устройству (ЦВУ), в котором и задается программа, отвечающая за выработку управляющего воздействия в системе; $W_0(p)$ – объект управления; $W_0(z)$ – неизменяемая часть, представляющая собой дискретный элемент на основе объекта

управления с экстраполятором нулевого порядка на входе.

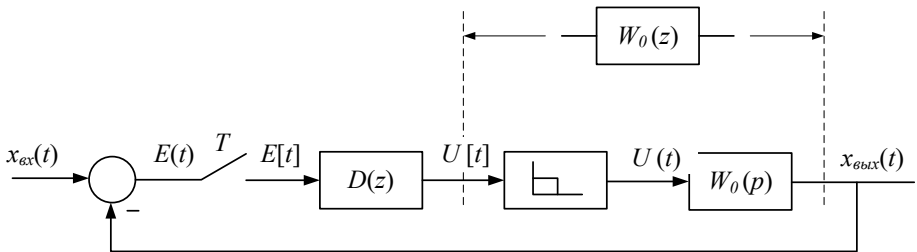


Рисунок 6.1 – Структурная схема синтезируемой ДСАУ

Пусть на вход нашей системы поступает единичный ступенчатый сигнал $1(t)$, тогда на выходе системы будет формироваться переходная характеристика системы $h(t)$. Зададим желаемый вид функции $h(t)$.

Считая, что переходная характеристика определяется ДПФ системы в замкнутом состоянии $W(z)$, то есть

$$H(z) = Z\{h(t)\} = \frac{z}{z-1} W(z), \quad (6.1)$$

оценим ДПФ системы в целом. ДПФ системы в целом, то есть в замкнутом состоянии будет равна:

$$W(z) = \frac{D(z)W_0(z)}{1+D(z)W_0(z)} = \frac{D(z)\frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{W_0(p)}{p}\right\}}{1+D(z)\frac{z-1}{z}Z\left\{\frac{W_0(p)}{p}\right\}}. \quad (6.2)$$

На основании (6.1) можно записать:

$$W(z) = \frac{z^{-1}}{z} Z\{h(t)\}. \quad (6.3)$$

Выделим дискретную передаточную функцию ЦВУ из (6.2):

$$D(z) = \frac{z}{z-1} \frac{W(z)}{1-W(z)} \left(Z \left\{ \frac{W_0(p)}{p} \right\} \right)^{-1}. \quad (6.4)$$

Подставляя (6.3) в (6.4) получаем окончательное выражение дискретной передаточной функции ЦВУ, которая будет обеспечивать на выходе системы переходной процесс исходно заданного вида $h(t)$:

$$D(z) = \frac{Z\{h(t)\}}{1 - \frac{z^{-1}}{z} Z\{h(t)\}} \left(Z \left\{ \frac{W_0(p)}{p} \right\} \right)^{-1}. \quad (6.5)$$

Имея ДПФ ЦВУ, можно посредством обратного Z -преобразования сформировать выражение в виде разностного уравнения, определяющее числовой алгоритм формирования управляющего воздействия $U[t]$ на основе информации о текущем значении сигнала $E[t]$, информации о значениях $E[t]$ в предыдущие моменты времени, а также на основании информации о значениях сигнала $U[t]$ в предыдущие моменты времени.

6.2 Синтез ДСАУ с минимальной и конечной длительностью переходных процессов

В отличие от непрерывных систем в дискретных системах возможны переходные процессы конечной длительности, то есть такие переходные процессы, когда установившееся значение сигнала достигается с нулевой ошибкой (не асимптотически) за конечное число значений времен дискретизации временной шкалы. Рассмотрим методику синтеза ДСАУ по критерию быстродействия, когда основным есть требование, чтобы выходной сигнал имел минимальную и конечную длительность.

Возьмем за основу структурную схему приведенную на рисунке 6.1, и запишем дискретные передаточные функции разомкнутой и замкнутой систем:

$$W_{\text{раз}}(z) = D(z)W_0(z);$$
$$W(z) = \frac{W_{\text{раз}}(z)}{1+W_{\text{раз}}(z)} = \frac{D(z)W_0(z)}{1+D(z)W_0(z)} = \frac{P(z)}{Q(z)}. \quad (6.6)$$

Если передаточные функции неизменяемой части и замкнутой системы известны, то из (6.6) следует:

$$D(z) = \frac{1}{W_0(z)} \frac{W(z)}{1-W(z)} = \frac{W_{\text{раз}}(z)}{W_0(z)}. \quad (6.7)$$

Представим передаточную функцию неизменяемой части в

следующем виде:

$$W_0(z) = \frac{B(z)}{C(z)} = \frac{B^-(z)B^+(z)}{C^-(z)C^+(z)}. \quad (6.8)$$

Полиномы с индексом «+» имеют все корни внутри окружности единичного радиуса, а с индексом «-» вне этой окружности. В дальнейшем также к плюсовым полиномам будем относить все постоянные коэффициенты, а к минусовым – находящиеся на границе устойчивости. Операция представления передаточной функции в виде (6.8) называется *факторизацией*.

Запишем условия, обеспечивающие грубость синтезированной системы. Это будут такие условия, в которых передаточная функция желаемой замкнутой системы в качестве своих нулей будет содержать нули полинома $B^-(z)$, а передаточная функция $1 - W(z)$ в качестве своих нулей будет содержать нули полинома $C^-(z)$:

$$\begin{cases} W(z) = \frac{B^-(z)M(z)}{Q(z)}, \\ 1 - W(z) = \frac{C^-(z)N(z)}{Q(z)}. \end{cases} \quad (6.9)$$

Выбор полиномов $M(z)$, $N(z)$ и $Q(z)$ обеспечивает получение заданных показателей качества регулирования в дискретные моменты времени.

Переходные процессы конечной длительности могут быть получены, если выбрать характеристический полином замкнутой системы в виде:

$$Q(z) = z^l, \quad (6.10)$$

где l – целое положительное число, соответствующее желаемой длительности переходного процесса.

На основе выражений (6.8) и (6.9) можно получить:

$$D(z) = \frac{C^+(z)M(z)}{B^+(z)N(z)},$$

$$W_{\text{раз}}(z) = \frac{B^-(z)M(z)}{C^-(z)N(z)}.$$

Для характеристического полинома замкнутой системы можно записать:

$$Q(z) = C^-(z)N(z) + B^-(z)M(z) = z^l. \quad (6.11)$$

Чтобы обеспечить соблюдение принципа физической реализуемости синтезируемой системы необходимо обеспечить выполнение следующего неравенства:

$$\|C^-(z)\| + \|N(z)\| \geq \|B^-(z)\| + \|M(z)\|. \quad (6.12)$$

Знак $\|\dots\|$ означает операцию определения порядка соответствующего полинома. Условие (6.12) будет выполняться при произвольных полиномах $C^-(z)$ и $B^-(z)$, если будут выполняться следующие неравенства:

$$\begin{cases} \|N(z)\| \geq \|B^-(z)\|, \\ \|M(z)\| \geq \|C^-(z)\| - 1. \end{cases} \quad (6.13)$$

Из (6.12) и (6.13) следует, что минимальный порядок желаемого характеристического полинома замкнутой системы равен

$$l_{min} = \|B^-(z)\| + \|C^-(z)\|. \quad (6.14)$$

При заданных порядках полиномов $M(z)$ и $N(z)$ полиномиальное уравнение (6.11) решается разворачиванием его в систему алгебраических уравнений. Решение производится относительно коэффициентов указанных полиномов путем приравнивания элементов с одинаковыми степенями оператора z в левой и правой частях исходного уравнения.

В случае выбора $l = l_{min}$ результатом станет переходной процесс минимальной и конечной длительности, причем, в процессе решения, число уравнений полученной системы уравнений будет равно числу неизвестных, а данная система будет иметь единственное решение. Как правило, при таком выборе длительности переходного процесса синтезированная система не обладает достаточными запасами устойчивости и имеет высокое перерегулирование.

6.3 Коррекция ДСАУ с минимальной и конечной длительностью переходных процессов

Для устранения недостатков систем с минимальной и

конечной длительностью переходных процессов существуют два пути.

Первый путь заключается в сохранении конечной длительности переходного процесса, но при увеличении времени регулирования путем выбора

$$l > l_{min} .$$

В этом случае система алгебраических уравнений будет содержать в своем составе неизвестных больше, чем уравнений и будет иметь бесчисленное количество решений, причем разность между числом уравнений и числом неизвестных будет равна величине увеличения порядка системы по сравнению с минимальным порядком. Каких либо общих рекомендаций по выбору «лишних» неизвестных коэффициентов дать невозможно. Одной из возможностей решения этой проблемы является наложение ограничений на коэффициенты числителя передаточной функции замкнутой системы.

Следует отметить, что эффективного уменьшения числа вариаций между неизвестными коэффициентами системы уравнений при увеличении порядка ДСАУ можно добиться, если учесть следующее правило: *увеличение порядка системы по сравнению с минимальным порядком необходимо производить за счет равномерного увеличения порядков полиномов $M(z)$ и $N(z)$* . Это означает, например, увеличение порядка характеристического полинома системы на единицу должно происходить посредством одновременного увеличения на единицу порядков полиномов $M(z)$ и $N(z)$.

Второй путь заключается в отказе и от конечной длительности переходного процесса. В этом случае характеристический полином замкнутой системы выбирается в следующем виде:

$$Q(z) = z^k(z - a)^{l-k} . \quad (6.15)$$

Что важно, величину перерегулирования и длительность переходного процесса, определяемую заданным временем регулирования, в этом случае зачастую удастся получить и при минимальном порядке системы путем надлежащего выбора величин a и k .

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО МАТЕРИАЛУ РАЗДЕЛА 6

Условие. Дискретная передаточная функция неизменяемой части ДСАУ (см. рис. 6.1) равна:

$$W_0(z) = \frac{1,495 \cdot 10^{-2}(z^2 - 0,6397z - 0,354)}{(z - 3,5 \cdot 10^{-2})(z^2 - 2z + 1)} .$$

Предложить такой алгоритм формирования управляющего воздействия ЦВУ в системе, который бы обеспечивал переходной процесс минимальной и конечной длительности на выходе замкнутой ДСАУ. В случае если перерегулирование соответствующего переходного процесса окажется больше 75 %,

произвести соответствующую коррекцию системы.

Решение. Настроим систему, приведенную на рис. 6.1, с параметрами неизменяемой части заданными по условию, в соответствии с критерием быстродействия. Для этого проведем факторизацию дискретной передаточной функции неизменяемой части системы:

$$B^+(z) = 1,495 \cdot 10^{-2}(z^2 - 0,6397z - 0,354) ,$$

$$B^-(z) = 1 ,$$

$$C^+(z) = z - 3,5 \cdot 10^{-2} ,$$

$$C^-(z) = z^2 - 2z + 1.$$

В соответствии с полученными выше выражениями можно сказать, что минимально возможная в данной системе длительность переходного процесса конечной длительности равна:

$$l_{min} = \|B^-(z)\| + \|C^-(z)\| = 0 + 2 = 2 .$$

На основании системы неравенств (6.13) зададим полиномы $M(z)$ и $N(z)$ следующим образом:

$$M(z) = m_0z + m_1 ,$$

$$N(z) = n_0 .$$

В соответствии с выражением (6.11) характеристический полином замкнутой системы примет вид:

$$m_0z + m_1 + (z^2 - 2z + 1)n_0 = z^2.$$

Приравнявая элементы при одинаковых степенях оператора z получаем:

$$\begin{cases} n_0 = 1, \\ m_0 - 2n_0 = 0, \\ m_1 + n_0 = 0. \end{cases}$$

Из записанной выше системы уравнений получаем $n_0 = 1$; $m_0 = 2$; $m_1 = -1$.

Это дает возможность записать дискретные передаточные функции ЦВУ, разомкнутой и замкнутой синтезированной системы:

$$D(z) = \frac{C^+(z)M(z)}{B^+(z)N(z)} = \frac{(z-3,5 \cdot 10^{-2})(2z-1)}{1,495 \cdot 10^{-2}(z^2-0,6397z-0,354)},$$

$$W_{\text{раз}}(z) = \frac{B^-(z)M(z)}{C^-(z)N(z)} = \frac{2z-1}{z^2-2z+1},$$

$$W(z) = \frac{B^-(z)M(z)}{Q(z)} = \frac{2z-1}{z^2}.$$

Прежде чем записать алгоритм выработки управляющего

воздействия в системе проверим, по дискретной переходной характеристике, будет ли система обладать нужным по условию задачи перерегулированием.

$$H(z) = \frac{z}{z-1} W(z) = \frac{z}{z-1} \frac{2z-1}{z^2} = \frac{z}{z-1} (2z^{-1} - 1z^{-2}).$$

Пользуясь свойством запаздывания, несложно получить оригинал дискретной переходной характеристики, записанной выше:

$$h[t] = 2 \cdot 1[t - T] - 1[t - 2T].$$

Соответствующий график ДПХ приведен на рис. 6.2.

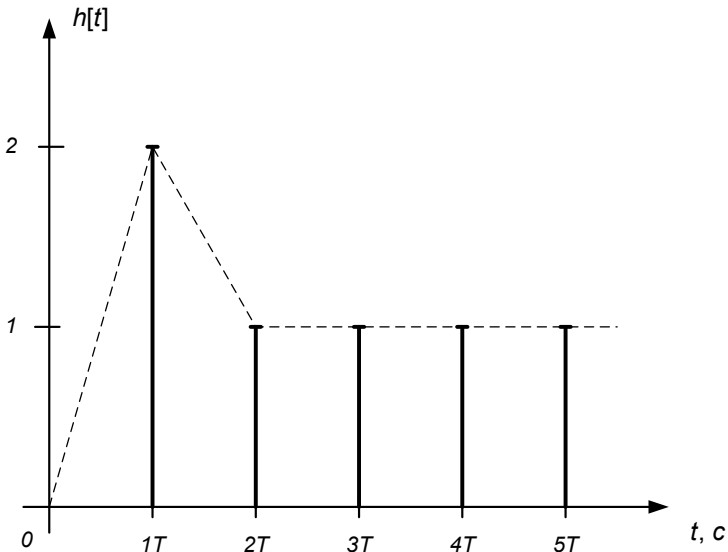


Рисунок 6.2 – График полученной ДПХ

Как видно из приведенного графика перерегулирование в системе настроенной на минимальную и конечную длительность переходных процессов равно 100 %, что превышает требования, предъявляемые по условию задачи, соответственно синтезированная система требует дополнительной коррекции. Увеличим время переходного процесса в системе, не отказываясь от конечной длительности переходных процессов в ней. Увеличим порядок системы на единицу, то есть примем $l = 3$.

В этом случае зададим полиномы $M(z)$ и $N(z)$ следующим образом:

$$M(z) = m_0 z^2 + m_1 z + m_2 ,$$

$$N(z) = n_0 z + n_1 .$$

В соответствии с выражением (6.11) характеристический полином замкнутой системы при коррекции примет вид:

$$m_0 z^2 + m_1 z + m_2 + (z^2 - 2z + 1)(n_0 z + n_1) = z^3 .$$

Приравнивая элементы при одинаковых степенях оператора z , получаем:

$$\begin{cases} n_0 = 1, \\ m_0 + n_1 - 2n_0 = 0, \\ m_1 + n_0 - 2n_1 = 0, \\ m_2 + n_1 = 0. \end{cases}$$

Видно, что полученная система уравнений имеет количество неизвестных коэффициентов больше, чем число уравнений. Если записать выражение дискретной переходной характеристики, а затем применить к нему обратное Z -преобразование, то можно выявить связь значений некоторых коэффициентов полинома $M(z)$ со значениями дискретной переходной характеристики в соответствующие дискретные моменты времени (рис. 6.3):

$$\begin{aligned}
 H(z) &= \frac{z}{z-1} W(z) = \frac{z}{z-1} \frac{B^-(z)M(z)}{Q(z)} = \\
 &= \frac{z}{z-1} \frac{m_0 z^2 + m_1 z + m_2}{z^3} = \frac{z}{z-1} (m_0 z^{-1} + m_1 z^{-2} + m_2 z^{-3}).
 \end{aligned}$$

$$h[t] = m_0 \cdot 1[t - T] + m_1 \cdot 1[t - 2T] + m_2 \cdot 1[t - 3T].$$

Это означает, что варьируя значения коэффициентов полинома $M(z)$, можно задать изначально близкий к желаемому переходной процесс конечной длительности с необходимыми прямыми показателями качества. Дальнейшие вычисления оформим в виде таблицы 6.1.

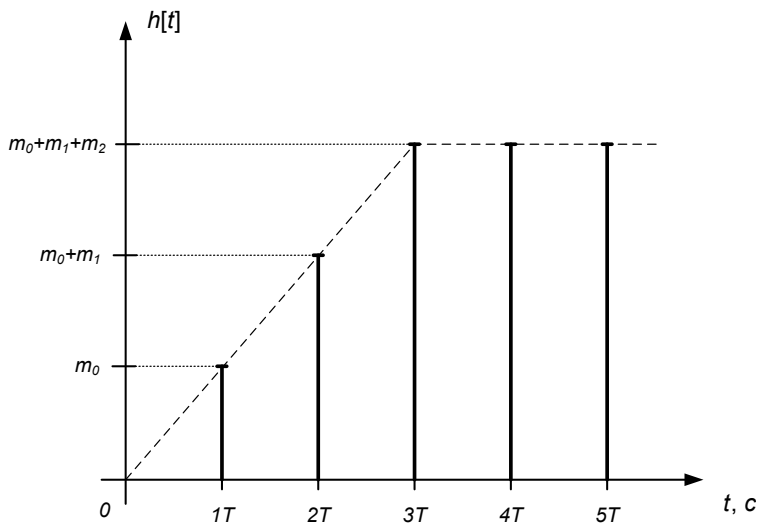


Рисунок 6.3 – Связь значений коэффициентов полинома $M(z)$ со значениями дискретной переходной характеристики в соответствующие дискретные моменты времени

Таблица 6.1 – Вычисления перегулирования

Но- мер пор.	n_0	n_1	$m_0 =$ $= 2n_0 - n_1$	$m_1 =$ $= 2n_1 - n_0$	$m_2 =$ $= -n_1$	$\max [m_0 ; m_0$ $+ m_1 ; m_0$ $+ m_1 + m_2]$
1	1	0,1	1,9	-0,8	-0,1	1,9
2		0,2	1,8	-0,6	-0,2	1,8
3		0,3	1,7	-0,4	-0,3	1,7
4		0,4	1,6	-0,2	-0,4	1,6
5		0,5	1,5	0	-0,5	1,5
6		0,6	1,4	0,2	-0,6	1,6
7		0,7	1,3	0,4	-0,7	1,7
8		0,8	1,2	0,6	-0,8	1,8

Из таблицы видно, что минимального значения перегулирования можно добиться при значении коэффициентов полиномов $M(z)$ и $N(z)$ равных (см. строку № 5): $n_0 = 1$; $n_1 = 0,5$; $m_0 = 1,5$; $m_1 = 0$; $m_2 = -0,5$. Соответствующий график скорректированного переходного процесса будет иметь вид, представленный на рис. 6.4.

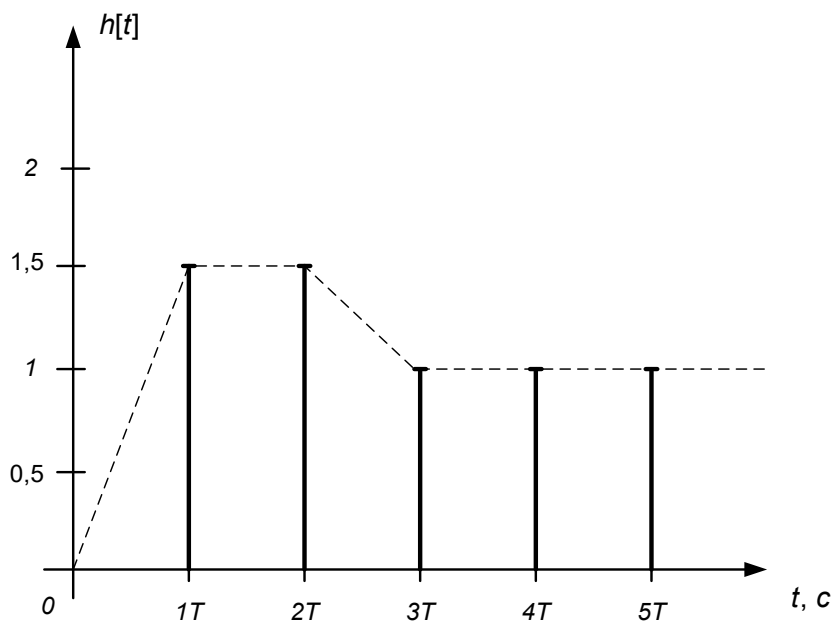


Рисунок 6.4 – График скорректированного переходного процесса

Представленный переходной процесс имеет перегулирование 50 %, что соответствует условию задачи, следовательно можно переходить к получению алгоритма

управления, обеспечивающего данный переходной процесс. Дискретная передаточная функция ЦВУ в скорректированной системе равна:

$$D(z) = \frac{C^+(z)M(z)}{B^+(z)N(z)} = \frac{(z-3,5 \cdot 10^{-2})(1,5z^2-0,5)}{1,495 \cdot 10^{-2}(z^2-0,6397z-0,354)(z+0,5)} =$$

$$= \frac{1,5z^3-5,25 \cdot 10^{-2}z^2-0,5z+1,75 \cdot 10^{-2}}{1,495 \cdot 10^{-2}z^3-0,209 \cdot 10^{-2}z^2-1,007 \cdot 10^{-2}z-0,265 \cdot 10^{-2}} = \frac{U(z)}{E(z)}.$$

Перейдем к разностному уравнению, которое и есть числовой алгоритм формирования управляющего воздействия:

$$(1,5z^3 - 5,25 \cdot 10^{-2}z^2 - 0,5z + 1,75 \cdot 10^{-2}) E(z) =$$

$$= (1,495 \cdot 10^{-2}z^3 - 0,209 \cdot 10^{-2}z^2 - 1,007 \cdot 10^{-2}z -$$

$$- 0,265 \cdot 10^{-2}) U(z)$$

↓

$$(1500 - 5,25z^{-1} - 500z^{-2} + 1,75z^{-3})E(z) =$$

$$= (1,495 - 0,209z^{-1} - 1,007z^{-2} - 0,265z^{-3}) U(z)$$

↓

$$1500E[t] - 5,25E[t - T] - 500E[t - 2T] + 1,75E[t - 3T] =$$

$$= 1,495U[t] - 0,209U[t - T] - 1,007U[t - 2T] -$$

$$0,265U[t - 3T]$$

↓

$$U[t] = \frac{1003 E[t] - 3,512 E[t - T] - 334 E[t - 2T] +$$

$$+ 1,171 E[t - 3T] + 0,140 U[t - T] + 0,674 U[t - 2T] +$$

$$+ 0,177 U[t - 3T]}{1}.$$

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ ЗНАНИЯ МАТЕРИАЛОВ

1. Чем дискретные системы отличаются от аналоговых систем?
2. Какие этапы преобразования непрерывного сигнала в дискретный сигнал вы знаете?
3. Что происходит на первом этапе преобразования непрерывного сигнала в аналоговый сигнал?
4. Что происходит на втором этапе преобразования непрерывного сигнала в аналоговый сигнал?
5. Как происходит квантование непрерывного сигнала по уровню?
6. Как происходит квантование непрерывного сигнала по времени?
7. Что такое механизм комбинированного квантования непрерывного сигнала?
8. Как происходит амплитудно-импульсная модуляция квантованного сигнала?
9. Как происходит широтно-импульсная модуляция квантованного сигнала?
10. Как происходит частотно-импульсная модуляция квантованного сигнала?
11. Перечислите основные преимущества дискретных систем по сравнению с аналоговыми системами.
12. Изобразите типовую структурную схему ДСАУ с многоканальным управлением.
13. Изобразите типовой контур регулирования по отдельному каналу ДСАУ.

14. Что такое дискретные системы управления первого типа?
15. Что такое дискретные системы управления второго типа?
16. Что такое решетчатая функция?
17. Как математически представляется решетчатая функция?
18. Дайте определение дискретного преобразования Лапласа.
19. Дайте определение Z -преобразования функции?
20. Как можно рассчитать Z -преобразование функции?
21. Перечислите и опишите основные свойства Z -преобразования функций.
22. Что такое разностные уравнения?
23. Как можно решить разностные уравнения?
24. Дайте определение дискретной передаточной функции элемента или системы.
25. Как рассчитывается результирующая ДПФ системы последовательно соединенных дискретных звеньев?
26. Как рассчитывается результирующая ДПФ системы параллельно соединенных дискретных звеньев?
27. Как рассчитывается результирующая ДПФ системы встречно-параллельно соединенных дискретных звеньев?
28. Что такое экстраполятор нулевого порядка?
29. Как рассчитать ДПФ элемента с экстраполятором нулевого порядка на входе?
30. Как рассчитываются ДПФ сложных дискретных систем?
31. Перечислите основные динамические характеристики дискретных систем.
32. Что такое временные характеристики дискретных систем?
33. Что такое дискретная переходная характеристика дискретного элемента или системы?

34. Как рассчитать дискретную переходную характеристику дискретного элемента или системы?
35. Что такое дискретная переходная импульсная характеристика дискретного элемента или системы?
36. Как рассчитать дискретную переходную импульсную характеристику дискретного элемента или системы?
37. Какие частотные характеристики элементов или систем вы знаете?
38. Как рассчитать АЧХ дискретного элемента или системы?
39. Как рассчитать ФЧХ дискретного элемента или системы?
40. Как рассчитать АФЧХ дискретного элемента или системы?
41. Назовите основные свойства частотных характеристик дискретных элементов или систем.
42. Сформулируйте правило Шеннона-Котельникова для дискретных систем.
43. Сформулируйте корневой критерий устойчивости дискретных систем.
44. Сформулируйте известные алгебраические критерии устойчивости систем.
45. Сформулируйте условия применимости известных алгебраических критериев устойчивости систем к анализу дискретных систем.
46. Дайте формулировку аналога частотного критерия устойчивости Найквиста для дискретных систем.
47. Дайте формулировку аналога логарифмического критерия устойчивости для дискретных систем.
48. Какие показатели качества используются для анализа качества регулирования в ДСАУ?

49. Перечислите основные прямые показатели качества ДСАУ.
50. Перечислите основные частотные показатели качества ДСАУ.
51. Перечислите основные корневые показатели качества ДСАУ.
52. Что такое интегральные оценки качества ДСАУ?
53. Сформулируйте основную задачу синтеза ДСАУ.
54. Что такое условие физической реализуемости системы?
55. Что такое условие грубости системы?
56. Как осуществляется синтез ДСАУ по аналоговому прототипу?
57. Как осуществляется синтез ДСАУ с минимальной и конечной длительностью переходных процессов?
58. Какие пути коррекции показателей качества ДСАУ с минимальной и конечной длительностью вы знаете?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попович М. Г. Теорія автоматичного керування : підручник / М. Г. Попович, О. В. Ковальчук. – 2-ге вид., переробл. і допов. – Київ : Либідь, 2007. – 656 с.
2. Микропроцессорные автоматические системы регулирования. Основы теории и элементы : учеб. пособие / В. В. Солодовников, В. Т. Коньков, В. А. Суханов, О. В. Шевяков ; под ред. В. В. Солодовникова. – Москва : Высш. шк., 1991. – 255 с.
3. Лурье Б. Я. Классические методы автоматического управления / Б. Я. Лурье, П. Дж. Энрайт ; под ред. А. А. Ланнэ. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2004. – 640 с.
4. Методы классической и современной теории автоматического управления : учебник в 5 т. Т. 5. Методы современной теории автоматического управления / под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 784 с.
5. Лукас В. А. Теория автоматического управления : учебник для вузов / В. А. Лукас. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Недра, 1990. – 416 с.

Учебное издание

**Павлов Андрей Владимирович,
Журавлёв Александр Юрьевич**

***ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО
УПРАВЛЕНИЯ***

Конспект лекций

для студентов специальности 151
«Автоматизация и компьютерно-интегрированные технологии»
дневной, заочной и дистанционной форм обучения

Ответственный за выпуск А. А. Дрозденко
Редактор Н. Н. Мажуга
Компьютерная верстка А. В. Павлова

Подп. к печати 15.05.2017, поз.
Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 4,65. Уч.-изд. л. 3,27. Тираж 10 экз. Заказ №
Себестоимость издания грн к.

Издатель и изготовитель
Сумский государственный университет,
ул. Римского-Корсакова, 2, г. Сумы, 40007
Свидетельство субъекта издательского дела ДК № 3062 от 17.12.2007.