

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК СКЛАДОВА РОЗРОБКИ ФІНАНСОВОГО МЕХАНІЗМУ ФОРМУВАННЯ ЗОЛОВОВАЛЮТНИХ РЕЗЕРВІВ

Постановка проблеми. Будь-який процес управління починається з розробки плану діяльності. Фінансовий механізм формування золотовалютних резервів передбачає формування резервів шляхом запозичення та шляхом ефективного управління власними золотовалютними ресурсами. На сьогоднішній день дуже гостро стоїть питання прогнозування дохідності операцій з цінними паперами, що є головним фактором при визначенні частки фінансового інструмента в структурі золотовалютних резервів. Проблемним також є визначення безризикового строку інвестування, адже перед центральним банком стоїть вимога збереження високого рівня ліквідності за будь-яких умов зовнішнього середовища. Саме математичні методи прогнозування дають точні результати, що виводить їх у пріоритет перед експертними методами прогнозування. За допомогою математичних методів моделювання необхідно оцінювати та планувати ризик та дохідність операцій з борговими паперами, що дасть змогу визначити структурну складову фінансових інструментів при формуванні золотовалютного резерву.

Аналіз останніх публікацій. Питання математичного моделювання почало привертати увагу економістів з розвитком економетричних методів дослідження ринку цінних паперів з фіксованим доходом.

Великий внесок у розробку математичних моделей прогнозування зробили такі зарубіжні та вітчизняні вчені: Ч. Нельсон, А. Сігел, А. Чолескі, А. Кобор, Д. Боулдер, Д. Стреліскі, Ф. Діболд, С. Лі, А. Корольов, С. Ржевський, В. Михайленко, О. Бутник та інші.

Відображення можливості застосування історичних значень кривих дохідності при розробці фінансового механізму формування золотовалютного резерву є головною **метою** роботи. Також важливим є вивчення параметричних моделей кривих дохідності, зокрема методологія Нельсона-Сігела, яка активно використовуються провідними фінансовими установами світу.

Виклад основного матеріалу. Розробка фінансового механізму формування золотовалютного резерву передбачає визначення

структури золотовалютних резервів на рівні обсягу залучених коштів та на рівні обсягу власних ресурсів. Формування валютних резервів за рахунок кредитів, отриманих від міжнародних фінансових установ, визначається політикою управління зовнішнім боргом країни, тому цей інструмент в основному використовується на етапі початкового формування золотовалютних резервів. В Україні, як і в більшості розвинутих країн, більша увага приділяється механізму формування золотовалютних резервів за рахунок прибутку, отриманого від управління власними коштами. Планування процесу управління власними ресурсами передбачає визначення фінансових інструментів, які будуть використовуватись, та визначення частки кожного з них в структурі сукупних резервів. Центральними банками в основному використовуються фінансові інструменти, які можна поділити на три групи залежно від рівня ліквідності.

Перший рівень – це залишки на поточних рахунках. Цей інструмент характеризується високою ліквідністю, але прибуток від управління ним має невеликі значення.

Операції з облігаціями являють собою фінансовий інструмент, який має відносно високу ліквідність з одночасно достатньою дохідністю. При цьому операції з цінними паперами дають змогу мінімізувати кредитний та операційний ризик.

Найнижчу ліквідність серед інструментів управління золотовалютним резервом мають депозитні операції.

Найбільший інтерес для центральних банків сьогодні становлять операції з цінними паперами. Цей фінансовий інструмент є дуже зручним через його високу ліквідність, яка безпосередньо залежить від рівня дохідності. Основною специфікою цього інструмента є чутливість до дії факторів на вартість цінного папера з фіксованим рівнем прибутку. Одним з основних факторів зміни вартості є термін погашення. Зв'язок між дохідностями порівняних цінних паперів з різними термінами погашення називається часовою структурою ставок дохідності. Головною функцією є використання її як еталона для оцінки облігацій з різним терміном погашення та встановлення рівня дохідності в інших секторах ринку боргових інструментів. Проте традиційна крива дохідності цінних паперів не є задовільною характеристикою зв'язку між дохідністю і терміном погашення, оскільки цінні папери з однаковим терміном погашення можуть мати різну дохідність внаслідок різного рівня купонних ставок. Для вирішення цієї проблеми використовують криву дохідності безкупонних облігацій (*zero-coupon*). У даному випадку купонну облігацію розглядають як відповідний їй потік платежів. Тобто будь-

яка облігація розглядається як пакет безкупонних облігацій, при цьому термін погашення кожної безкупонної облігації повинен співпадати з терміном погашення купонної облігації, а вартість купонної облігації – з загальною вартістю складових безкупонних облігацій. Дохідність кожної безкупонної облігації визначається спотовою кривою ставок дохідності (*spot curve*). Проте на практиці не існує безкупонних облігацій з терміном погашення більше одного року, а отже, спотова крива визначається за допомогою моделювання.

Крім спотової кривої дохідності важливими для аналізу часової структури ставок дохідності є номінальна (*par curve*) та форвардна (*forward curve*) криві дохідності.

Номінальна крива дохідності відображає дохідність купонних облігацій, що торгуються за номіналом або дуже близько до нього і використовується як еталон для оцінки тільки що випущених в обіг облігацій.

Форвардна крива дохідності розраховується на базі теперішніх даних і відображає часову структуру дохідності, що буде ефективною на визначений час у майбутньому.

Побудова спотової, номінальної і форвардної кривих дохідності та аналіз їх взаємозв'язку відбувається за допомогою математичного моделювання часової структури ставок дохідності. При моделюванні часової структури ставок дохідності використовуються дві групи моделей.

По-перше, це моделі, які забезпечують розрахунок спотової, номінальної і форвардної кривих дохідності та аналіз їх взаємозв'язку. Найбільш популярними моделями, що вирішують ці питання, є: бутстрепінг (*bootstrapping*); кубічні і експоненційні моделі (*cubic and exponential splines*); модель Нелсона-Сігела (*Nelson&Siegel*).

По-друге, моделі, що описують динаміку часової структури ставок дохідності:

афінні моделі (*affine models*);
квадратичні моделі (*quadratic models*);
ринкові моделі “Libor” (*libor-market models*).

Модель Нельсона-Сігела є однією з найкращих до застосування для аналізу часової структури дохідності на визначений момент часу. Основна ідея цієї моделі полягає у математичному описі функціональної форми кривої дохідності. Для цього необхідно провести глибокий історичний аналіз кривих дохідності дисконтних облігацій. Математично функцію визначення кожної кривої дохідності ($z(t)$) можна описати наступним чином [2; 4]:

$$z(t) = \beta_{0t} + (\beta_{1t}) \left(\frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda t} \right) - \beta_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda t} - e^{-\lambda t} \right), \quad (1)$$

де t – момент часу дослідження;

β_0 – фактор “рівня” (*the “level” factor*) впливає однаково на всю криву дохідності. У випадку, коли фактор “рівня” змінюється, з усією кривою дохідності відбувається паралельний зсув. Згідно з проведеними статистичними спостереженнями зміною фактора “рівня” β_0 було обумовлено близько 80 % коливань кривої дохідності;

β_1 – фактор “нахилу” (*the “slope” factor*) впливає більшою мірою на короткострокову частину кривої дохідності ніж на довгострокову. Згідно з проведеними статистичними спостереженнями за останні роки зміною фактора “нахилу” β_1 було обумовлено близько 15 % коливань кривої дохідності;

β_2 – фактор “кривизни” (*the “curvature” factor*) впливає більшою мірою на довгострокову частину кривої дохідності ніж на короткострокову. Згідно з проведеними статистичними спостереженнями за останні роки зміною фактора “кривизни” β_2 було обумовлено близько 5 % коливань кривої дохідності.

Основною задачею математичного прогнозування є моделювання майбутніх значень вищенаведених факторів впливу на криву дохідності. Оскільки основні параметри моделі встановлюються шляхом нелінійної оптимізації, то крива дохідності, побудована на основі моделі, співпадає з фактичною кривою дохідності наскільки це можливо. Знаючи ж дохідність на певний момент часу та строк до погашення, ми можемо розрахувати рівень прибутку за певний історичний період і порівняти його з фактичним значенням, що дасть змогу оцінити точність моделі в історії (рис. 1).

Аналіз відхилення розрахункового рівня прибутку та фактичного його значення свідчить про те, що на кожний момент часу крива дохідності максимально відповідає дійсності і що дана модель може братись до прогнозування майбутніх значень дохідності.

Прогнозування динаміки кривої дохідності здійснюється через екстраполяцію значень факторів у майбутні періоди. Спочатку зміна факторів описується лінійною функцією на основі отриманих результатів дослідження зміни кривої дохідності. Для уточнення прогнозних значень за допомогою формули Чолескі (*Cholesky*) визначаються коригування лінійної залежності зміни фактора впливу. Таким чином майбутні значення факторів β_0 , β_1 та β_2 визначаються за формулою [1, с. 34]:

$$\beta_{t+1} = b + k\beta_t + c, \quad (2)$$

де β_{t+1} – прогнозне значення;

β_t – попереднє до прогнозного значення фактора впливу на дохідність;

b – розрахунковий вільний член лінійної функції;

k – коефіцієнт нахилу лінійної функції;

c – розрахований за формулою Чолескі показник уточнення прогнозних значень.

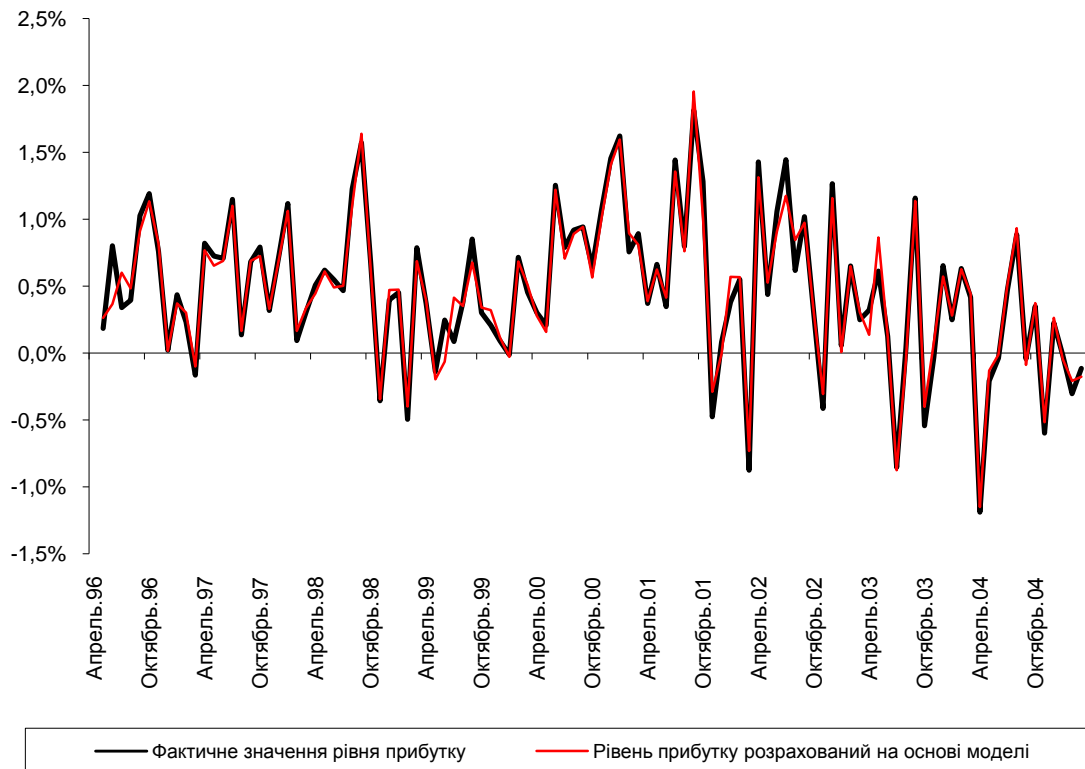


Рис. 1. Відхилення розрахункового рівня прибутку від його фактичного значення

Знаючи дюрацію портфеля цінних паперів в майбутньому та значення факторів β_0 , β_1 та β_2 в майбутньому, використовуючи залежність [2] є можливість спрогнозувати рівень прибутку портфеля цінних паперів в майбутньому [1, с. 18].

$$TR_t^D = \frac{1}{\left(+ z_{D-1/12} \left(\beta_{0,t}, \beta_{1,t}, \beta_{2,t}, \lambda \right)^{D-1/12} \right)} : \frac{1}{\left(+ z_D \left(\beta_{0,t-1}, \beta_{1,t-1}, \beta_{2,t-1}, \lambda \right)^D \right)} - 1, \quad (3)$$

де $z_{D-1/12} \left(\beta_{0,t}, \beta_{1,t}, \beta_{2,t}, \lambda \right)$ – значення функції кривої дохідності в період t з дюрацією зменшеною на один місяць;

$z_D, \beta_{0,t-1}, \beta_{1,t-1}, \beta_{2,t-1}, \lambda$ – значення функції кривої дохідності в період $t-1$ із заданою дюрацією.

Визначивши прогнозний рівень прибутку портфеля цінних паперів із заданою дюрацією, необхідно провести аналіз на ризиковість того чи іншого портфеля. Метод Монте-Карло є найпоширенішим й одночасно найбільш точним засобом розв'язання таких задач. Цей метод передбачає здійснення великої кількості випробувань – разових моделювань розвитку ситуації на ринку з розрахунком одержаного результату за портфелем. За підсумком випробувань формується розподіл можливих результатів. Відповідно до обраного рівня вірогідності відсікаються найгірші варіанти і одержується VaR-оцінка.

Переваги методу Монте-Карло:

можливість розрахунку ризику для нелінійних інструментів;
можливість використання будь-яких розподілів;
можливість моделювання складної поведінки ринку – трендів, кластерів високої або низької волатильності, кореляцій між факторами ризику, що змінюються, стрес-сценаріїв;
можливість подальшого ускладнення і розвитку моделей.

Недоліки методу Монте-Карло:

складність впровадження;
вимагає потужних розрахунків;
ймовірність значних помилок в моделях, що використовуються.

За допомогою стрес-тестувань на основі методу Монте-Карло робиться висновок про оптимальність структури портфеля цінних паперів в майбутньому та прогноз можливого рівня прибутку. Розраховані прогнозні значення також активно використовуються для вибору еталона інвестування.

Висновки. Використовуючи математичне моделювання при прогнозі дохідності операцій з цінними паперами, Національний банк України може визначити майбутнє значення дохідності однієї зі складових сукупного портфеля золотовалютного резерву та обрати найменш ризиковий еталон інвестування при використанні такого фінансового інструмента як операції з цінними паперами.

Список літератури

1. Bolder D., Strélski D. Yield Curve Modelling at the Bank of Canada. – Ottawa, 1999. – 69 p.
2. Diebold F.X., Li C. Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields. – University of Pennsylvania, 2002. – 44 p.
3. How Countries Manage Reserve Assets / Edited by Pringle R., Carver N. – London: Central Banking Publications, 2003. – 333 p.
4. Risk Management for Central Bank Foreign Reserves / Edited by Bernadell C., Cardon P. – Frankfurt am Main: European Central Bank, 2004. – 367 p.

5. Tuckman B., Fixed income securities: tools for today's market. – 2nd ed. – New Jersey: JohnWiley&Sons Inc, 2002. – 512 p.
Отримано 28.11.2005

Беляєв Д.О. Математичне моделювання як складова розробки фінансового механізму формування золотовалютних резервів / Д.О. Беляєв // Проблеми і перспективи розвитку банківської системи України : зб.наук. праць // УАБС. - Суми, 2005. - Вип. 14.- С. 128-134.