УДК 330.1:519

О.Й. Шевцова, *д-р екон. наук, проф., Дніпропетровський національний університет;*
Є.О. Яковенко, *Державна податкова адміністрація у Дніпропетровській області*

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ФОРМУВАННЯ ПОРТФЕЛЯ ДЕРИВАТИВІВ НА ФІНАНСОВОМУ РИНКУ

Розроблено модель формування портфеля деривативів на фінансовому ринку.

Ключові слова: фінансовий ринок, портфель деривативів, опціон, ф'ючерс, біржа, активи.

Постановка проблеми. Головна роль фінансового ринку в сучасній економічній системі полягає в акумуляції заощаджень економічних агентів і використанні цих коштів для створення нового капіталу [1]. За допомогою фінансового ринку як такого, що опосередковує розподіл грошових коштів серед учасників економічних відносин, мобілізуються вільні фінансові ресурси і спрямовуються до тих, хто може більш ефективно їх використати. Це сприяє не тільки підвищенню продуктивності та ефективності економіки в цілому, а й поліпшенню економічного добробуту кожного члена суспільства. На фінансовому ринку відбувається пошук засобів для розвитку сфер виробництва та послуг.

Однією із важливих проблем фінансового ринку є вибір оптимального портфеля [2], тобто визначення набору активів із найбільшим рівнем прибутковості при найменшому чи заданому рівні інвестиційного ризику. Такий підхід включає значну кількість активів, що враховуються в аналізі, а серед характеристик активів головними є доходність та ризик. Важливим моментом у сучасній теорії портфельного інвестування виявляється облік взаємних кореляційних зв'язків між прибутковістю активів, який дозволяє фінансовим менеджерам проводити ефективну диверсифікацію портфеля, а це значно знижує ризик портфеля в порівнянні з ризиком включених у нього активів. Наявність розроблених методів оптимізації й розвиток обчислювальної техніки дозволили на практиці реалізувати сучасні методи побудови інвестиційних портфелів із тисячами активів. Процес створення сучасної теорії портфельних інвестицій ще не закінчився, і досі продовжується активне обговорення основних принципів, методів, результатів досліджень. Вплив цієї теорії у сучасному фінансовому світі постійно зростає.

Гіпотеза ефективного фінансового ринку і пов'язана з нею "модель випадкового блукання" ринкових цін активів, стимулювали застосування динамічних теоретико-ймовірнісних моделей, заснованих на теорії випадкових процесів. У руслі цих ідей у 1973 році М. Шоулзом та Ф. Блеком була запропонована модель вартості опціонів, що одержала назву моделі Блека-Шоулза. Ця модель ґрунтується на можливості здійснення безризикової угоди з одночасним використанням акції і вписаним на неї опціоном. Вартість такої угоди повинна збігатися з вартістю безризикових активів на ринку, а оскільки ціна акції постійно змінюється, то вартість вписаного опціону, що забезпечує безризикову угоду, також повинна відповідним чином змінюватися. З цих положень можна одержати ймовірнісну оцінку вартості опціону. Роботи Ф. Блека та М. Шоулза [10], а також тісно зв'язані з ними роботи Р. Мертона [11] відразу ж одержали широке визнання. Більш того, схеми розрахунків, приведені в цих роботах, були дуже швидко використані на практиці.

Слід зазначити, що класична портфельна теорія пройшла три етапи свого розвитку. Перший етап – розробка математичних основ для портфельної теорії. Другий етап – створення теорії ринкового портфеля в роботах Г. Марковіца, Дж. Тобіна, У. Шарпа. Третій етап – формування теорії оптимального портфеля в роботах Ф. Модільяні, М. Міллера, Ф. Блека, М. Шоулза.

Основні постулати, на яких побудована класична портфельна теорія:

- ринок складається з кінцевого числа активів, прибутковість яких для заданого періоду вважається випадковою величиною;
- інвестор, використовуючи статистичні дані, має змогу одержати оцінку очікуваних (середніх) значень прибутковості активів та їх попарних

коваріацій з метою диверсифікації ризику;

- прибутковість портфелів є також випадковою величиною;
- порівняння обраних портфелів проводиться тільки за двома критеріями – середньої прибутковості й ризику;
- інвестор не схильний зазнавати ризику, тобто з двох портфелів з однаковою прибутковістю він обов’язково обере портфель із меншим ризиком.

На практиці дотримання цих положень є проблематичним. Однак слід зазначити, що оцінка портфельної теорії повинна ґрунтуватися не тільки на ступені адекватності вихідних припущень, але і на успішності розв’язку з її допомогою задач управління інвестиціями.

Основні висновки, які зроблені на сьогодні класичною портфельною теорією, можна сформулювати наступним чином:

- ефективна множина містить ті портфелі, які одночасно забезпечують максимальну очікувану прибутковість при фіксованому рівні ризику і мінімальний ризик при заданому рівні очікуваної прибутковості;
- передбачається, що інвестор вибирає оптимальний портфель із портфелів, що складають ефективну множину;
- оптимальний портфель інвестора визначається точкою дотику кривої байдужості інвестора до ефективної множини портфелів;
- диверсифікація призводить до зменшення ризику, тому що стандартне відхилення портфеля в загальному випадку буде меншим, ніж середньозважені стандартні відхилення цінних паперів, що входять у портфель;
- співвідношення прибутковості цінного папера й прибутковості на індекс ринку має назву “ринкова модель”;
- прибутковість на індекс ринку повністю не відображає прибутковість цінного папера. Непояснена частина включається у випадкову похибку ринкової моделі;
- відповідно до ринкової моделі загальний ризик цінного папера складається з ринкового ризику і власного ризику;
- диверсифікація призводить до усереднення ринкового ризику і може значно знизити власний ризик.

За останні роки використання портфельної теорії значно поширилося. Усе більше інвестиційних менеджерів та управляючих інвестиційними фондами застосовують методи портфельної теорії на практиці, а її вплив постійно зростає в академічних колах і на практиці.

Мета статті – сформулювати модель формування портфеля похідних фінансових інструментів з урахуванням ціни опціону та заставних обмежень.

Виклад основного матеріалу. Дана модель призначена для формування портфеля похідних фінансових інструментів в режимі реального часу. Враховується відмінність в цінах покупки і продажу фінансових інструментів, а також комісія, яка стягується брокером при здійсненні операцій. Встановлено, що розглянуту нескінченну множину обмежень можна замінити кінцевим набором обмежень, які відповідають цінам виконання котируваних на біржі опціонів або крайнім точкам інтервалу беззбитковості портфеля. Таким чином, задача оптимізації зводиться до задачі програмування. Це істотно скорочує час розв’язку задачі, що важливо для випадку управління портфелем в режимі реального часу.

Формування портфеля похідних фінансових інструментів на біржі вимагає підтримки відповідної застави.

Оптимізаційна модель узагальнюється для оптимізації портфеля з урахуванням обмежень достатності застави і задача стає нелінійною. Для її розв’язку використовується властивість кусково-лінійної функції застави. Початкова задача розбивається на множину підзадач. Метод розв’язку ґрунтується на схемі гілок і меж з поступовим додаванням обмежень, відповідних функції застави.

Припустимо, що існує можливість укладання розрахункових ф’ючерсних контрактів і розрахункових опціонів європейського типу на деякий базисний актив. Будемо оптимізувати портфель ф’ючерсів і опціонів на момент часу, який відповідає найближчому терміну погашення цих контрактів. При цьому передбачається, що після перебудови портфель зберігатиметься в незмінному вигляді до кінця даного інвестиційного горизонту. Отже, розглядається одноперіодна задача оптимізації.

Згідно зі стандартним припущенням вартість базисного активу є випадковою величиною з логнормальним законом розподілу. Як критерій оптимізації виберемо математичне сподівання прибутку портфеля на кінець інвестиційного горизонту [3]. Побудуємо довірчий інтервал, в який значення вартості базисного активу у даний момент часу потрапляє з достатньо високою імовірністю. Формуватимемо портфель ф'ючерсів і опціонів так, щоб він приносив позитивний прибуток в кінці вказаного періоду при будь-якому значенні вартості базисного активу, що належить довірчому інтервалу. Вимагатимемо також, щоб витрати на зміну структури портфеля не були позитивними. Задача оптимізації полягає в пошуку максимуму вибраного критерію за умови виконання перерахованих обмежень.

Введемо наступні позначення: x^0 – вектор купівлі опціонних контрактів. Кожен компонент даного вектора є числом опціонів певної серії, що рекомендуються для купівлі; y^0 – вектор продажу опціонних контрактів; x^f – вектор купівлі ф'ючерсних контрактів; y^f – вектор продажу ф'ючерсних контрактів; X^0, Y^0 – вектори, кожен компонент яких є максимальним числом опціонів певної серії, які можуть бути призначені відповідно до купівлі і продажу; X^f, Y^f – верхні межі числа ф'ючерсів, що призначаються відповідно до купівлі і продажу. Величина останніх чотирьох параметрів визначається ліквідністю ринку, тобто числом контрактів даної серії, які можуть бути одночасно куплені або продані.

Обмеження на змінні задачі матимуть вигляд:

$$0 \le x^0 \le X^0,$$
$$0 \le y^0 \le Y^0,$$
$$0 \le x^f \le X^f,$$
$$0 \le y^f \le Y^f.$$

При зміні структури портфеля виникають витрати, які складаються із загальної вартості здійснюваних угод і величини комісійних витрат. Нехай $B(x^o)$ – грошові кошти, витрачені на купівлю опціонів; $S(y^o)$ – грошові кошти, виручені від продажу опціонів; $K(x^o, y^o, x^f, y^f)$ – величина комісійних витрат при укладенні угод по опціонах і ф'ючерсах. Витрати на зміну структури портфеля складають

$$Z\left(x^0, y^0, x^f, y^f\right) = B(x^0) - S(y^0) + \\ + K\left(x^0, y^0, x^f, y^f\right).$$

Розглядатимемо тільки ті портфелі, які самофінансуються і не вимагають додаткового припливу коштів. Для цього необхідно, щоб

$$Z\left(x^0, y^0, x^f, y^f\right) \le 0.$$

Будемо вимагати, щоб портфель, який включає ф'ючерси і опціони, приносив прибуток до моменту найближчого погашення контрактів при будь-якому значенні вартості базового активу *U*, що належить змінному за часом інтервалу $[U', U'']$. Вибір змінного інтервалу може бути здійснений різними способами залежно від ринку, на якому здійснюється торгівля, і прийнятного для інвестора рівня ризику.

Позначимо W_{p0} поточну сумарну вартість контрактів, які знаходяться в портфелі перед розв'язком даної оптимізаційної задачі. Нехай τ – тривалість вибраного інвестиційного горизонту в частках року. Вартість тих самих контрактів через час τ відповідно до вартості базисного активу *U*, який змінюється у області, що залежить від часу, позначимо $W_{p\tau}(U)$.

Позначимо також через $W_\tau(U, x^o, y^o, x^f, y^f)$ сумарну вартість, яку матимуть в кінці інвестиційного горизонту ф'ючерси й опціони, рекомендовані для купівлі і продажу в результаті розв'язку оптимізаційної задачі.

Вартість на момент τ похідних інструментів, дата погашення яких співпадає з кінцем інвестиційного горизонту, визначається їх платіжними функціями. Вартість опціонів з більш пізньою датою погашення визначається за допомогою моделі, розглянутої у роботах [6, 7].

Слід зазначити, що при розробці стратегій на світових фінансових ринках необхідно створити такі моделі та методи оцінки опціонів, які б враховували залежність від часу цін базового активу, акцій [3]. На основі моделі з неперервним часом Блека-Шоулза розроблено модель оцінки опціонів на ф'ючерсні контракти в умовах залежності ціни базового активу від часу. Слід зазначити, що обсяг торгів ф'ючерсними контрактами має тенденцію до зростання у секторі інструментів на фінансові активи. Особливо це стосується ф'ючерсних контрактів на фінансові індекси і пояснюється тим, що зі зростанням фондового ринку вони використовуються інституціональними інвесторами для хеджування їхніх фондових портфелів. Обсяг торгів товарними ф'ючерсами залишається стабільним, що пояснюється невисокими темпами зростання сировинних і сільськогосподарських галузей, а також стабільністю складу суб'єктів.

Окрім відомих факторів, від яких залежить ціна опціону (моменту часу і терміну закінчення опціону, поточної ціни акції, ціни виконання, виплачуваних дивідендів, термінової структури відсоткової ставки у фіксований момент часу, характеру зміни ціни акції з часом, виду опціону), враховуватимемо залежність поточної ціни акції від часу та сплату за базовим активом дивідендів.

Для визначення ціни опціону на акцію, за якою сплачуються дивіденди, на основі стохастичного диференціального рівняння, сформулюємо наступну задачу, яка б враховувала змінну межу ціни базового активу:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = rW - \frac{1}{2}\delta^2 x^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - (r - \gamma)\, x \frac{\partial W}{\partial x}, \qquad (1)$$

де W – ціна опціону;

x – ціна акції;

δ – волатильність ціни акції;

r – неперервно нарахована миттєва ставка без ризику;

γ – ставка неперервно нарахованого дивіденду [10].

Визначимо розв'язок цього рівняння в області

$$D = \{\tau_0 < \tau < T, 0 < x < \xi(\tau)\}.$$

Граничні умови для рівняння (1) запишемо у загальному вигляді

$$W(\tau_0, x) = \Psi(x),\ 0 < x < \xi(\tau),$$

$$W(\tau, 0) = \Psi_1(\tau),\ W(\tau, \xi(\tau)) = \Psi_2(\tau), \qquad (2)$$

де $\xi(\tau)$ – змінна межа ціни базового активу.

В окремому випадку ці умови набувають вигляд:

європейський колл-опціон

$$C(X, T, K, \mathrm{T}) = \max(0, X - k),$$

де C – його ціна;

T – дата закінчення опціону;

K – ціна виконання опціону;

американський колл-опціон

$$C(X, \tau, K, T) \geq \max(0, X - k),$$

для $\forall \tau > \tau_0$.

Для $\tau < T$, $0 \leq C(X, \tau, K, T) \leq X$ – ціна опціону не може перевищувати ціну базового активу.

Було прийнято припущення, що володіння опціоном еквівалентне володінню безризиковими облігаціями та часткою базового активу, якщо величина цієї частки динамічно змінюється у часі.

Визначена за цією моделлю формула Блека-Шоулза дає достатньо задовільну оцінку для американських опціонів з терміном дії до 6 місяців.

Для розв'язання задачі застосуємо метод, розроблений у роботах [7, 8]. Відповідно до вимог методу введемо нову функцію $V(\tau, x)$, відносно якої задані граничні умови будуть перетворені на однорідні:

$$V(\tau, x) = W(\tau, x) - \Psi_1(\tau) - \left[\Psi_2(\tau) - \Psi_1(\tau)\right]\frac{x}{\xi(\tau)}.$$

Тоді вихідна задача має вигляд

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = rV - \frac{1}{2}\delta^2 x^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - (r - \gamma)x \frac{\partial V}{\partial x} + q(\tau, x),$$

$$\tau > \tau_0, 0 < x < \xi(\tau)$$

$$V(\tau_0, x) = \Omega(x), \quad 0 < x < \xi(\tau);$$

$$V(\tau, 0) = V(\tau, \xi(\tau)) = 0, \ \tau > 0;$$

де $q(\tau, x) = r\{\Psi_1(\tau) + \left[\Psi_2(\tau) - \Psi_1(\tau)\right]\frac{x}{\xi}\} - \dot{\Psi}_1(\tau) -$

$$-\left[\dot{\Psi}_2(\tau) - \dot{\Psi}_1(\tau)\right]\cdot\frac{x}{\xi} + \frac{\dot{\xi}x}{\xi^2}\left[\Psi_2(\tau) - \Psi_1(\tau)\right] +$$

$$+ x(r - \gamma)\left[\frac{1}{\xi}(\Psi_1 - \Psi_2)\right],$$

$$\Omega(x) = \Psi(x) - \Psi_1(\tau_0) - \left[\Psi_2(\tau_0) - \Psi_1(\tau_0)\right]\frac{x}{\xi(\tau_0)}.$$

Відповідно до граничних умов задачі введено скінчене інтегральне перетворення

$$\alpha_n(\tau) = \int_0^{\xi(\tau)} V(\tau, x)\sin\frac{n\pi x}{\xi(\tau)}\,dx,$$

та формулу обернення

$$V(\tau, x) = \frac{2}{\xi(\tau)}\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n(\tau)\sin\frac{n\pi x}{\xi(\tau)}\,dx.$$

Для визначення коефіцієнтів розкладання $\alpha_n(\tau)$ запишемо задачу Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку

$$\frac{d\alpha_n}{d\tau} = r\alpha_n + \frac{\dot{\xi}}{\xi}\sum_{m=1}^{\infty}\omega_{nm}\alpha_m + \delta^2\sum_{m=1}^{\infty}\alpha_m{\beta_m}^2\gamma_{nm} +$$

$$+(r-\gamma)\sum_{m=0}^{\infty}\alpha_m\beta_m\chi_{nm} + q_1(\tau),$$

$$\alpha_n(\tau_0) = \int_0^{\xi(\tau_0)}\Omega(x)\sin\frac{n\pi x}{\xi(\tau_0)}dx,$$

де $\omega_{nm} = \dfrac{2(-1)^{n+m}nm}{m^2-n^2},\ n \neq m;$

$$\omega_{nm} = \frac{1}{2}, \qquad n = m; \qquad \gamma_{nm} = \frac{(-1)^{n+m}2\beta_n\beta_m}{(\beta_n^2-\beta_m^2)^2},$$

$n \neq m;$

$$\gamma_{mn} = \frac{2\xi^2-3}{12\beta_n^2},\ n = m;\ \chi_{nm} = -\frac{\xi}{\beta_n},\ n = m;$$

$$\chi_{nm} = \frac{2(-1)^{n+m}\beta_m}{\beta_m^2-\beta_n^2},\ n \neq m;$$

$$\beta_i = i\pi/\xi,\ q_1(\tau) = \int_0^{\xi}q(\tau,x)\sin\beta_n x dx.$$

Отже, остаточно ціна опціону на акцію, яка враховує залежність від часу межу ціни базового контракту та сплату дивідендів, обчислюється за такою формулою:

$$W(\tau,x) = \frac{2}{\xi(\tau)}\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n(\tau)\sin\beta_n x + \Psi_1(\tau) +$$

$$+\left[\Psi_2(\tau) - \Psi_1(\tau)\right]\frac{x}{\xi(\tau)}.$$

Слід зазначити, що функціональний ряд в області D збігається абсолютно і рівномірно.

Застосуємо стандартний алгоритм дельта-хеджування для зменшення чутливості портфеля, який складається із опціонів і базового активу відносно руху ціни його базового активу [4].

Відповідно до алгоритму необхідно насамперед визначити переоцінені опціони та побудувати позицію хеджування шляхом продажу опціонів та утримання протилежної позиції за ціною базового активу у кількості дельта.

Далі величина позиції хеджування регулюється залежно від дельта-величини. Це захищає від ринкових ризиків і дає можливість отримувати прибуток.

Визначивши величину $\Delta = \dfrac{\partial W}{\partial x}$ як дельта-опціон, зазначимо, що вона показує наскільки зміниться ціна опціону після зміни ціни базового активу.

Отже, значення дельта-опціону обчислюється за формулою:

$$\Delta = \frac{2}{\xi(\tau)}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\alpha_n}{\beta_n}\cos\beta_n x + \frac{\Psi_2(\tau)-\Psi_1(\tau)}{\xi(\tau)}.$$

Відповідно до властивості цієї величини зазначимо, що вона адитивна, тобто трейдеру, який управляє портфелем опціонів, не потрібне хеджування окремо по кожному контракту, достатньо визначити дельту портфеля.

Таким чином, метою дельта-хеджування для розглянутої моделі є визначення такої величини дельти, яка була б наближена до нуля.

Беззбитковість портфеля буде забезпечена, якщо вартість переформованого портфеля через час τ при будь-якому значенні ціни базового активу з даного інтервалу буде не менша, ніж поточна вартість портфеля:

$$W_{p\tau}(U) + W_\tau\left(U, x^0, y^0, x^f, y^f\right) - Z\left(x^0, y^0, x^f, y^f\right) \geq W_{p_0},$$
$$\forall U \in [U', U''].$$

Наведене співвідношення визначає нескінченну множину обмежень і приводить до задачі оптимізації кінцевої розмірності з нескінченним числом обмежень.

Таким чином, задачу формування портфеля запишемо у наступному вигляді:

$$\max_{x^0,y^0,x^f,y^f}\left(M[W_\tau(U, x^0, y^0, x^f, y^f)] - Z(x^0, y^0, x^f, y^f)\right)$$

при обмеженнях, наведених вище.

Щоб врахувати всі види платежів, які проводяться між інвестором і брокером, зокрема розрахунки щодо купівлі і продажу опціонів, комісію, яка стягується за укладання угод, а також розрахунки варіаційної маржі для ф’ючерсів, ліквідаційної вартості опціонів і початкової маржі портфеля, необхідно змінити вищенаведену постановку задачі. Для здійснення даних платежів використовується спеціальний брокерський рахунок, на який інвестор, перш ніж розпочати укладання угод з похідними інструментами, повинен перерахувати початковий внесок, мінімальний розмір якого встановлюється брокером. Обмеження щодо самофінансування для реального біржового портфеля матиме вигляд:

$$A - Z\left(x^0, y^0, x^f, y^f\right) > 0,$$

де A – поточний залишок грошових коштів, перерахованих інвестором на брокерський рахунок [3].

Висновки. Для довгого ф'ючерсного контракту, який знаходиться в портфелі більше одного дня, варіаційною маржею є різниця між сьогоднішньою розрахунковою ціною і розрахунковою ціною попереднього торгового дня. Якщо ф'ючерс був куплений сьогодні, то береться різниця між розрахунковою ціною дня і ціною угоди. За умови, що довга ф'ючерсна позиція була закрита протягом торгового дня, з ціни угоди слід віднімати розрахункову ціну попереднього торгового дня. Нарешті, якщо ф'ючерсна позиція була відкрита, а потім закрита протягом одного торгового дня, то варіаційна маржа є різницею між ціною закриття і ціною відкриття довгої ф'ючерсної позиції. У разі короткого ф'ючерсу всі перераховані різниці беруться зі зворотним знаком.

Слід мати на увазі, що продаж опціону приведе до збільшення ліквідаційної вартості на величину розрахункової ціни даного опціону. Навпаки, купівля опціонного контракту зменшує ліквідаційну вартість портфеля на відповідну величину.

Якщо перерахованих інвестором коштів недостатньо для покриття заставних зобов'язань, то припиняється здійснення угод і інвестор повинен внести суму, якої не вистачає, або закрити частину позицій. Після виконання всіх рекомендацій щодо купівлі і продажу похідних інструментів сумарна величина застави не повинна перевищувати грошових коштів інвестора на брокерському рахунку. Для цього випадку врахування платежів обмеження на беззбитковість портфеля і критерій оптимізації не змінюються.

Наведена модель узагальнює задачу формування портфеля з урахуванням процесу ціноутворення опціонів у змінній, залежній від часу сфері.

Список літератури

1. Алексеев М.Ю. Рынок ценных бумаг. – М: Финансы и статистика, 1992.
2. Амитан В.Н., Аксенова Е.А. Анализ инвестиционных решений на фондовом рынке // Модели управления в рыночной экономике: Сб. науч. тр. – Донецк: ДонГУ, 1998. – Вип. 2.
3. Голембиовский Д.Ю., Долматов А.С. Управление портфелем производных финансовых инструментов // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2000. – № 4. – С. 95-103.
4. Коркунов А.В. Оценка опционов и дельта-хеджирования применительно к фьючерсным контрактом на российском рынке // Экономический журнал ВШЕ. – 1999. – № 2. – С. 173-185.
5. Шведов А.С. О математических методах, используемых при работе с опционами // Экономический журнал ВШЕ. – 1998. – № 3. – С. 385-409.
6. Шевцова О.Й., Яковенко Є.О. Модель оцінки опціону на фінансовому ринку // Науковий вісник НГУ. – 2006. – № 2. – С. 102-104.
7. Яковенко Є.О. Модель опціонного контракту зі змінним терміном дії // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту ім. Лазаряна. – 2006. – № 12. – С. 281-284.
8. Яковенко Є.О. Модель оцінки опціону на фінансовому та фондовому ринках // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції "Сучасний етап та проблеми розвитку підприємництва в регіоні" 10-11 листопада 2005 року (м. Жовті Води). Т. 3, Наука і освіта, с. 26-28.
9. Яковенко Е.А., Яковенко А.Г. Модель циклических колебаний темпа прироста капитала в экономике // Науковий вісник НГУ. – 2005. – № 2. – С. 94-96.
10. Black F. and Sholes M.S., The Prising of Options and Corporate Liabilities // Journal of Political Economy 81. – 1973. – P. 637-659.
11. Merton R.C., Theory of Rational option Pricing // Bell Journal of Economics and Management Science. – 1973. – P. 141-183.

Summary

The model of formation process of portfolio derivatives in the financial market has developed.

Отримано 26.11.2007