

УДК 538.975:621.89.012:536.2(047.31)

КП

№ держреєстрації 0115U000692

Інв. №

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет (СумДУ)
40007, м. Суми, вул. Р.-Корсакова, 2: тел. (0542) 33-41-08,
факс (0542) 33-40-49

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи
доктор фіз.-мат. наук, проф.

_____ А.М. Черноус

ЗВІТ

ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

**"НЕРІВНОВАЖНА ТЕРМОДИНАМІКА ФРАГМЕНТАЦІЇ МЕТАЛІВ І
ТЕРТЯ ПРОСТОРОВО-НЕОДНОРІДНИХ МЕЖОВИХ МАСТИЛ МІЖ
ПОВЕРХНЯМИ З НАНОРОЗМІРНИМИ НЕРІВНОСТЯМИ"**

(проміжний)

Начальник НДЧ

к.ф.-м.н., с.н.с.

Керівник НДР

д.ф.-м.н., проф.

Д.І. Курбатов

О.В. Хоменко

Суми - 2016

Рукопис закінчено 27 грудня 2016 р.

Результати цієї роботи розглянуто на засіданні наукової ради СумДУ,

протокол від 2016.12.23 № 4

СПИСОК АВТОРІВ

Головний науковий співробітник

д.ф.-м.н., професор

(2016.12.27)

О. В. Хоменко

(розд. 1, 2, 3)

Лаборант

к.ф.-м.н., доцент

(2016.12.27)

Я. О. Ляшенко

(розд. 3)

Інженер

к.ф.-м.н., доцент

(2016.12.27)

І. О. Князь

(розд. 1, 2, 3)

Лаборант

к.ф.-м.н., асистент

(2016.12.27)

А. М. Заскока

(розд. 3)

Лаборант

аспірант

(2016.12.27)

Д. С. Трощенко

(розд. 1, 2, 3)

Лаборант

студент

(2016.12.27)

М. О. Хоменко

(розд. 1)

Лаборант

студент

(2016.12.27)

Д. В. Бойко

(розд. 2)

Лаборант

студент

(2016.12.27)

М. В. Захаров

(розд. 2)

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 43 с., 9 рис., 40 джерел.

Об'єктом дослідження є фрагментація металів або сплавів, метод ІПД та явище надпластичності.

Завдання дослідження — побудова нерівноважної термодинамічної моделі, що описує фрагментацію металів при ІПД. Дослідження фазової діаграми та кінетики цього процесу та розгляд впливу адитивних некорельованих шумів на фрагментацію металів.

Використана методика дослідження — методи нерівноважної еволюційної термодинаміки, теорії фазових переходів та теорії пружності, метод фазової площини, перший метод Ляпунова, методи обчислювальної математики.

У рамках нерівноважної еволюційної термодинаміки досліджується процес фрагментації металів, підданих обробці методами інтенсивної пластичної деформації. У наближенні двохдефектної моделі з урахуванням дислокацій та меж зерен побудована фазова діаграма, що встановлює умови формування граничних (стаціонарних) структур різних типів. Досліджена фазова кінетика еволюції щільності дефектів. Вивчення стійкості стаціонарних станів дозволило визначити критичні умови для керуючих параметрів і побудувати діаграму, яка класифікує тип і стійкість отриманих стаціонарних структур. Вивчено вплив часів релаксації на фазову динаміку нерівноважних змінних системи. Показано, що з наближенням як до прямого, так і до зворотного адіабатичного наближення система демонструє універсальну кінетичну поведінку. В основних еволюційних рівняннях враховані адитивні шуми та побудована фазова діаграма, що залежно від інтенсивності шуму та пружної деформації визначає області реалізації різних типів граничних структур.

ПРУЖНА ДЕФОРМАЦІЯ, МЕЖА ЗЕРНА, ДИСЛОКАЦІЯ, ФАЗОВИЙ ПЕРЕХІД, ГРАНИЧНА СТРУКТУРА, ВНУТРІШНЯ ЕНЕРГІЯ, ФРАГМЕНТАЦІЯ, ФАЗОВИЙ ПЕРЕХІД, АДИТИВНИЙ ШУМ.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1 ПІДХІД НЕРІВНОВАЖНОЇ ЕВОЛЮЦІЙНОЇ ТЕРМОДИНА- МІКИ	8
2 ФАЗОВА КІНЕТИКА ДВОХДЕФЕКТНОЇ СИСТЕМИ	12
2.1 Фазова діаграма та діаграма стійкості стаціонарних структур.....	12
2.2 Вплив часів релаксації на кінетику двохдефектної системи	19
3 ФАЗОВА ДІАГРАМА З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ ШУМУ	28
ВИСНОВКИ.....	37
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	39

ВСТУП

Як відомо, звичайна термодинаміка втрачає свою силу при розгляді дуже малих об'ємів і систем. Тому, намагаючись встановити детальну термодинамічну рівновагу між двома нанозернами, класична термодинаміка працює все гірше і гірше при переході до дрібніших зерен. Нерівноважна еволюційна термодинаміка (НЕТ), навпаки, не прагне встановити детальну рівновагу між кожним нанозерном, і тому працює все краще і краще при переході до дрібніших зерен за рахунок того, що число елементів середовища в показному об'ємі зростає. Внаслідок того, що основні типи дефектів (дислокації, скупчення дислокацій, межі зерен і субзерен) важливих в процесах ІПД знаходяться в мезоскопічній області, в той же час цей підхід ще краще призначений для опису мікроскопічних дефектів, наприклад, вакансій, що і буде продемонстровано далі. Крім того, в деяких випадках (великих показних об'ємів) підхід може описувати і дефекти макроскопічного рівня, наприклад, мікротріщини або мікропори.

Ряд питань, що стосуються інтенсивної пластичної деформації, на сьогодні не вирішений, а методи дослідження в основному зводяться до узагальнення експериментальних даних. Наприклад, теоретично не було передбачено можливість утворення декількох граничних структур. Не описано експериментально спостережуване формування фрактальних структур, температурні аспекти проблеми, вплив флуктуацій основних параметрів тощо. Теорія фрагментації дислокаційних структур Г.О. Малигіна, яка описує формування висококутових меж зерен при великих пластичних деформаціях, базується на механізмі деформації, в основу якого покладені уявлення про самоорганізацію дислокацій [1, 2]. Це декілька порушує ієрархічну послідовність подій, оскільки було б логічніше представити формування меж зерен в результаті самоорганізації комірчастих структур, а не елементарних дислокацій. Теорія диспер-

гування матеріалу в процесі ІПД В.І. Копилова, В.М. Чувільдєєва базується на конкретному механізмі деформації, в основу якого покладені уявлення про міжграничне прослизання і аномально високу дифузію по межах зерен [3, 4]. Крім того, в основу теорії покладені уявлення про вільний об'єм, запозичені з теорії аморфних матеріалів. У той самий час, експериментальними роботами В.О. Хоніка поставлено під серйозний сумнів той факт, що вільний об'єм можна використовувати як визначальний термодинамічний параметр для опису аморфних сплавів, принаймні, в тому класичному трактуванні, яке прийняте в переважній більшості робіт. Дуже важливо враховувати в теорії не лише надлишковий вільний об'єм, але і “спресований об'єм”, якого не вистачає, чого до теперішнього часу ніхто не робив. Крім того, у роботах Глезера [5, 6] повідомлено, що вільний об'єм має, принаймні, двохмодову структуру за розмірами – аморфні матеріали з більш дрібноструктурованим вільним об'ємом є пластичнішими, а з більш крупноструктурованим вільним об'ємом, крихкішими, для яких, очевидно, співвідношення між вільним і спресованим об'ємом буде різним. До того ж, роль власне дифузійного масоперенесення представляється перебільшеною. Крім того, існує інженерна теорія Бейгельзімера Я.Ю. [7], яка виходить з простих механічних уявлень про процес деформації. Система кінетичних рівнянь конструюється на підставі узагальнення експериментальних результатів і закономірностей. В рамках цієї теорії, не удається пояснити багато важливих особливостей процесу ІПД, і, зокрема, вона не може описати формування «граничної» структури металів – мінімального середнього розміру зерна. Щоб описати фрагментацію зерен в теорію “руками” вводиться деякий притягувальний атрактор, що примушує систему прямувати до стану з потрібним (заданим) розміром зерна. Нами було висунуто і розвинуто новий підхід нерівноважної еволюційної термодинаміки [8–14], який базується на комбінації техніки фазових перетворень Ландау у наближенні середнього поля, й положень класичної нерівноважної термодинаміки. За допомогою цього підхо-

ду вдалося попередньо описати еволюцію дефектів, а також отримати закони зміцнення металів в процесі ІПД, де в рамках єдиної кривої відображені закони Холла-Петча та лінійний закон зміцнення. Але вплив адитивних шумів на процес фрагментації ще не було системно досліджено.

Таким чином, у розділі 1 представлені основні енергетичні співвідношення, які враховують два канали дисипації енергії (тепловий та формування дефектів). Для опису процесу фрагментації кристалічної структури при ІПД введені щільності меж зерен, дислокацій та ентропійна складова.

У розділі 2, в рамках адіабатичного наближення, при якому процес фрагментації системи визначається еволюцією щільності меж зерен, отримані основні співвідношення, що дозволяють визначити формування стаціонарних субмікроструктур або нанокристалічних структур в залежності від ступеня механічного впливу при ІПД. Будується фазова діаграма режимів фрагментації металу або сплаву при ІПД. Використовуючи метод фазової площини, досліджуються фазові портрети динаміки системи та визначаються критичні умови для керуючих параметрів, що дозволяють класифікувати тип і стійкість отриманих стаціонарних структур. Також вивчається динаміка нерівноважних змінних системи при різних співвідношеннях часів релаксації.

Дослідження, проведені у розділі 3, враховують вплив адитивних шумів на характер поведінки системи. Окрім того, визначаються умови, при яких існує суміш зерен різного розміру. Будується фазова діаграма, де інтенсивність шуму температури і пружної компоненти деформації визначають області реалізації різних типів граничних структур.

1 ПІДХІД НЕРІВНОВАЖНОЇ ЕВОЛЮЦІЙНОЇ ТЕРМОДИНАМІКИ

На основі базового енергетичного потенціалу для густини внутрішньої енергії (див. явний вигляд в роботах [8, 12–14]), який дозволяє описати перебіг сильно нерівноважних процесів при фрагментації металів або сплавів під час ІПД [8, 9], еволюційні рівняння визначаються наступним співвідношенням:

$$\tau_{h_m} \frac{\partial h_m}{\partial t} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial h_m}, \quad (1.1)$$

де τ_{h_m} — часи релаксації відповідних дефектних підструктур, які задають інерційні властивості системи; h_m — щільність дефектів m -го типу; \bar{u} — ефективна внутрішня енергія [8, 9], яка в даному випадку визначається співвідношенням

$$\bar{u} = u - \sum_{m=g,D} \varphi_m^{st} h_m, \quad (1.2)$$

де φ_m^{st} — енергія дефекту m -типу у стаціонарному стані. У такому формулюванні стаціонарні стани будуть визначатися максимумами ефективної внутрішньої енергії. Рівняння (1.1) описує передемпфовану і детерміністичну динаміку для незбережних і однорідних параметрів порядку [8]. Перетворення (1.2) можна розуміти, як аналог перетворення Лежандра у рівноважній термодинаміці. Складові під знаком суми являють собою в такому випадку пов'язану дефектами енергію, а ефективна внутрішня енергія \bar{u} є аналогом вільної енергії, яка також володіє екстремальними властивостями.

У наближенні двохдефектної моделі з урахуванням щільності меж зерен (МЗ) і дислокацій, які безпосередньо визначають міру фрагментації твердих тіл і формування високих фізико-механічних властивостей [15–18], рівнян-

ня (1.1) приймають явний вигляд [9]:

$$\tau_{h_D} \frac{\partial h_D}{\partial t} = \varphi_{0D} - \varphi_{1D} h_D + \varphi_{gD} h_g, \quad (1.3)$$

$$\tau_{h_g} \frac{\partial h_g}{\partial t} = \varphi_{0g} - \varphi_{1g} h_g + \varphi_{2g} h_g^2 - \varphi_{3g} h_g^3 + \varphi_{gD} h_D. \quad (1.4)$$

Оскільки стаціонарні значення φ_m^{st} входять до комбінації з лінійним по щільності дефектів внеском (див. вид співвідношення для щільності внутрішньої енергії в роботах [8, 9, 12–14]), то без збитку для спільності його можна об'єднати з відповідним коефіцієнтом $\varphi_{0m} = \varphi_{0m} - \varphi_m^{st}$.

При цьому параметри φ_{km} ($k = 0, 1$) задаються рівняннями:

$$\varphi_{0m} = \varphi_{0m}^* + g_m \varepsilon_{ii}^e + \left(\frac{1}{2} \bar{M}_m (\varepsilon_{ii}^e)^2 + 2 \bar{\mu}_m I_2 \right), \quad (1.5)$$

$$\varphi_{1m} = \varphi_{1m}^* + 2e_m \varepsilon_{ii}^e, \quad (1.6)$$

де $M = \lambda + 2\mu$ – модуль одностороннього стиснення матеріалу; ε_{ii}^e , $I_2 \equiv (-\varepsilon_{ii}^e \varepsilon_{jj}^e + \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e)/2$ – перший і другий інваріанти тензора пружних деформацій; додатна константа g_m відповідає за генерацію дефектів при розтягуванні $\varepsilon_{ii}^e > 0$, або за їх анігіляцію при стисненні $\varepsilon_{ii}^e < 0$; \bar{M}_m , $\bar{\mu}_m$ – пружні постійні, обумовлені існуванням дефектів; e_m – висловлює процес анігіляції дефектів при додатному значенні $\varepsilon_{ii}^e > 0$, а при від'ємному $\varepsilon_{ii}^e < 0$ – мається на увазі генерація; τ_{h_m} – характерні часи релаксації параметрів порядку. Значення індексів $m = g$ відносяться до меж зерен, а $m = D$ – до дислокацій.

Тут повна деформація представлена у вигляді суми

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \quad (1.7)$$

оборотної ε_{ij}^e (пружної) і незворотної ε_{ij}^p (пластичної або залишкової) складових [19, 20].

Оскільки енергія системи не повинна залежати від вибору системи ко-

ординат, то вона виражається через інваріанти тензора деформацій. Перший інваріант ε_{ii}^e , з фізичної точки зору, це об'ємна пружна деформація або відносна зміна об'єму, обумовлена пружними напруженнями. У представлених розрахунках в основному прийнято $\varepsilon_{ii}^e < 0$, так як при ІПД реалізується процес стиснення деформованого матеріалу (протитиск). Також передбачається, що другий інваріант I_2 визначає рівень пружних зсувних деформацій (або характеризує відносну зміну кута між відповідними осями деформування) і є головним чинником, однаково відповідальним за генерацію дефектів, як при розтягуванні, так і при стисканні.

В рамках даної теорії значення пластичних (накопичених) деформацій ε_{ij}^p не представлені у явному вигляді. Відомо, що при постійній швидкості деформування накопичена пластична деформація пропорційна часу, а при змінній швидкості деформування монотонно залежить від нього. Тому в механіці прийнято замість часу використовувати накопичену деформацію (мертвий час). У представлений тут теорії час використовується в явній формі, а пластична деформація присутня неявно, у формі щільності дефектів (див. виведення узагальненого співвідношення Гіббса в [8]). Тепловий канал дисипації на даній стадії вивчення проблеми не враховується.

Для чисельного аналізу прийнятий наступний феноменологічний набір коефіцієнтів [8–11]:

$$\begin{aligned} \varphi_{0g}^* &= 0.4 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}, \quad g_g = 12 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}, \quad \bar{M}_g = 2.5 \cdot 10^5 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}, \quad \varphi_{3D} = 0 \text{ Дж} \cdot \text{м}^5, \\ \bar{\mu}_g &= 3 \cdot 10^5 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}, \quad \varphi_{1g}^* = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1}, \quad e_g = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1}, \\ \varphi_{2g} &= 5.6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}, \quad \varphi_{3g} = 3 \cdot 10^{-20} \text{ Дж} \cdot \text{м}, \quad \varphi_{0D}^* = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1}, \\ g_D &= 2 \cdot 10^{-8} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1}, \quad \bar{M}_D = 0 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1}, \quad \bar{\mu}_D = 1.65 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1}, \\ \varphi_{1D}^* &= 10^{-24} \text{ Дж} \cdot \text{м}, \quad e_D = 6 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{м}, \quad \varphi_{gD} = 10^{-16} \text{ Дж}, \quad \varphi_{2D} = 0 \text{ Дж} \cdot \text{м}^3, \\ \tau_{hD} &= 1/\gamma_D = 3^{-1} \cdot 10^{-25} \text{ Дж} \cdot \text{м} \cdot \text{с}, \quad \tau_{hg} = 1/\gamma_g = 10^{-6} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}. \end{aligned}$$

Вибір феноменологічних сталих здійснюється відповідно до спостережуваних під час ІПД закономірностей [15–17, 21, 22], у результаті яких у матеріалі формуються стаціонарні субмікрокристалічні (СМК) або нанокристалічні (НК) структури. Стаціонарні значення для щільності МЗ спостерігаються при значеннях $h_g^{st1} = 10^4 \text{ м}^{-1}$ і $h_g^{st2} = 10^7 \text{ м}^{-1}$, яким відповідають середні розміри зерен 100 мкм і 100 нм. При цьому, щільність дислокацій в СМК і НК структурах досягає рівноважних значень при $h_D^{st} = 10^{14} - 10^{15} \text{ м}^{-2}$ [16, 22]. Техніка підбору основних значень для параметрів теорії представлена в роботах [8, 9, 11].

2 ФАЗОВА КІНЕТИКА ДВОХДЕФЕКТНОЇ СИСТЕМИ

2.1 Фазова діаграма та діаграма стійкості стаціонарних структур

Застосовуючи адіабатичне наближення $\tau_{h_g} \gg \tau_{h_D}$ [12–14], що визначає характер еволюції основних змінних h_m ($m = g, D$) в рамках принципу підпорядкування, отримуємо рівняння Ландау-Халатнікова:

$$\tau_{h_g} \frac{\partial h_g}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial h_g}, \quad (2.1)$$

явний вигляд якого представляється співвідношенням

$$\tau_{h_g} \dot{h}_g = \varphi_{0g} + \varphi_{gD} \frac{\varphi_{0D}}{\varphi_{1D}} - \left(\varphi_{1g} - \frac{\varphi_{gD}^2}{\varphi_{1D}} \right) h_g + \varphi_{2g} h_g^2 - \varphi_{3g} h_g^3. \quad (2.2)$$

При цьому система характеризується термодинамічним потенціалом

$$V(h_g) = \int_0^{h_g} F(h'_g) dh'_g. \quad (2.3)$$

Підінтегральна функція у правій частині (2.3) визначає термодинамічну силу $\partial V / \partial h_g \equiv F(h_g)$, під впливом якої змінна h_g прагне до притягуючого аттрактору (стаціонарного значення).

У стаціонарному стані при $\dot{h}_g = 0$ рівняння (2.1) може мати два стійких стани, які відповідають максимумам термодинамічного потенціалу $V(h_g)$, і один нестійкий (тобто формується мінімум $V(h_g)$). Однак, згідно з основною теоремою алгебри завжди буде реалізуватися хоча б один стаціонарний розв'язок (або гранична структура).

Відзначимо, що можливість встановлення різних стійких станів для одного типу дефектів визначається самим процесом деформації, в результаті якого здійснюються взаємодії на мікроскопічному рівні. Збільшення протяж-

ності МЗ на початковій стадії є продуктивним механізмом дисипації енергії. Однак, після досягнення ультрадисперсної структури із середніми розмірами зерен близько 100 нм, активізуються процеси рекристалізації або коалесценції зерен [21–23], які спрямовані в протилежному напрямку зменшення щільності дефектів. У стаціонарному стані обидва ці процеси динамічно урівноважуються, ефективно переробляючи енергію, отриману від роботи зовнішніх сил, в тепло.

Провівши дослідження втрати стійкості стаціонарних станів термодинамічного потенціалу $V(h_g)$, визначені області формування різних граничних структур в залежності від значень першого та другого інваріантів ε_{ii}^e , I_2 , які представлені на рис. 2.1 (див. техніку побудови у роботах [12–14]).

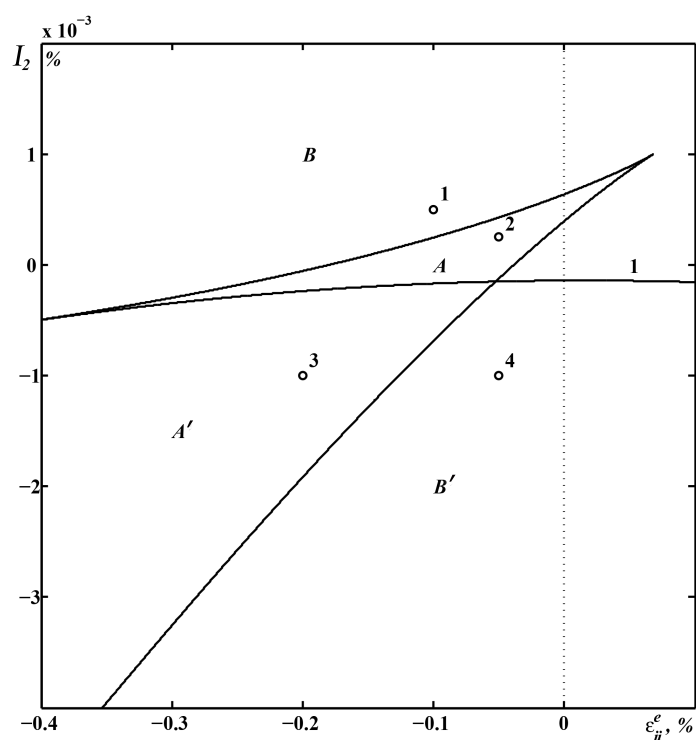


Рисунок 2.1 – Фазова діаграма режимів фрагментації [14].

Крива 1 на рис. 2.1 відображає критичний рівень реалізації першого максимуму термодинамічного потенціалу $V(h_g)$. Значення пружних деформацій, взяті нижче цієї кривої, приведуть до формування нульового невпорядкованого стаціонарного стану. Відповідно, розглядаючи пружні деформації ви-

ще цієї кривої формуються тільки ненульові впорядковані граничні структури. Збіжні лінії на рис. 2.1 визначають значення пружних деформацій, які формують критичні стаціонарні значення для щільності МЗ, що розділяють мінімум і ненульові максимуми термодинамічної потенціалу (див. вид залежності стаціонарних значень щільності МЗ h_{g0} , h_g^m у роботі [14]). Відзначимо, що процес фрагментації починає реалізуватися тільки при досягненні пружними деформаціями деякої критичної величини, що відповідає межі текучості, що в результаті приведе до утворення ненульових стаціонарних станів $V(h_g)$.

Відповідно рис. 2.1, фазова діаграма утворює чотири області фрагментації металевих зразків. В області A існують два ненульових максимуми термодинамічного потенціалу $V(h_g)$ (див. поведінку $V(h_g)$ у роботі [14]), і можливе співіснування двох граничних структур з великими зернами (перший максимум потенціалу) і більш дрібною СМК або НК структурою (другий максимум). Область A' , істотно відрізняється від області A тим, що перший максимум термодинамічного потенціалу взагалі має нульову щільність дефектів, при цьому зразок — майже монокристал. Єдиний нульовий стаціонарний стан $V(h_g)$ (нульовий максимум), який відповідає реалізації монокристала або КЗПК, формується в області малих деформацій B' . При великих деформаціях в області B формуються одна гранична структура. Однак, важливо пам'ятати, що отримані розміри кристалітів є граничними лише для певних умов обробки, таких як швидкість деформування, температура і прикладений тиск, а також залежать від стану матеріалу до обробки (фаз речовини, хімічного складу, а також кількості структурних дефектів h_m , де $m = g, D$).

Перехід між граничними структурами може реалізуватися безпосередньо під час ІПД [15, 18, 21, 23, 24]. Після зупинки процесу обробки структура матеріалу далі не еволюціонує, а залишається у тому стані, в якому вона перебувала на момент припинення обробки, так як для подальшої еволюції у будь-яку сторону, як мінімум необхідно пластичний плин. При цьому, може відбу-

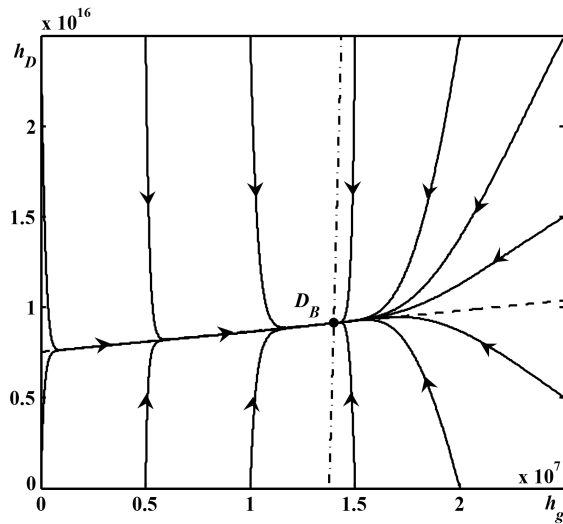
ватися деяка теплова релаксація, однак вона практично не зачіпає дефектну структуру, а тільки може лише трохи перерозподілити компонентний склад, розглядаючи сплави, або перерозподілити точкові дефекти. Система у цьому випадку прийде до теплової рівноваги, але в ряді випадків може залишатися у нерівноважному структурному стані.

Таким чином, отримана фазова діаграма (рис. 2.1) дозволяє у загальному вигляді зобразити можливі сценарії і режими поведінки системи еволюційних рівнянь, і може зіграти важливу роль з точки зору технічних застосувань запропонованої моделі.

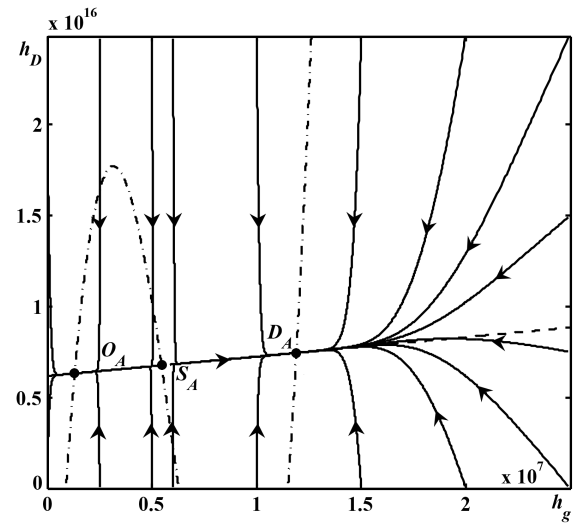
Використовуючи метод фазової площини [25–28], проведемо дослідження двохдефектної системи (1.3), (1.4). Розглянутий підхід дозволяє побудувати фазові портрети, класифікувати тип і визначити стійкість стаціонарних станів. Отримані фазові портрети на рис. 2.2 [29] містять нерухомі точки (стаціонарні стани), до яких прагнуть або віддаляються всі фазові траєкторії системи. Кількість особливих точок обумовлюється характером прикладеного навантаження під час ІПД обробки, і, в даному випадку, визначається згідно з фазовою діаграмою (ФД) на рис. 2.1. Так в областях (A, A') існують три нерухомі точки O, S і D , а в областях (B, B') — тільки одна D (або O).

Досліджуючи за допомогою першого методу Ляпунова, стійкість стаціонарних розв'язків системи (1.3), (1.4), визначені показники Ляпунова λ_i ($i = 1, 2$), які виступають характеристикою руху динамічної системи у фазовій площині. Таким чином, загальний вираз для показників Ляпунова, який справедливий для будь-яких особливих точок системи (1.3), (1.4) обчислюється відповідно до співвідношення:

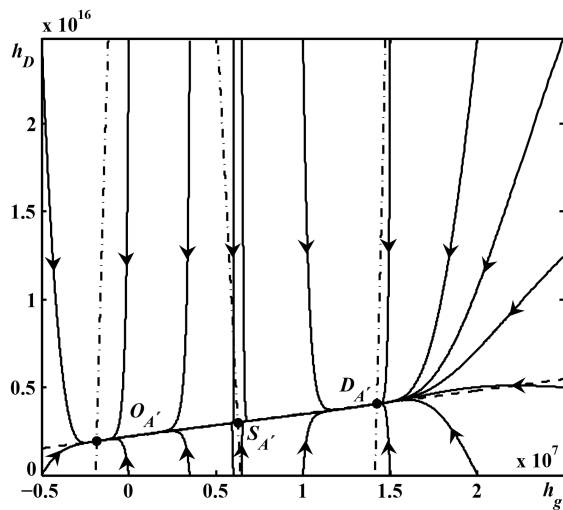
$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(-B_\lambda \pm \sqrt{B_\lambda^2 - 4C_\lambda} \right), \quad (2.4)$$



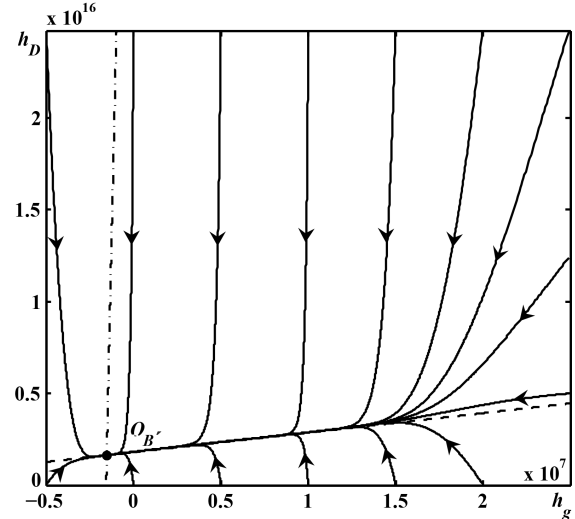
а)



б)



в)



г)

Рисунок 2.2 – Фазові портрети режимів фрагментації металів або сплавів у процесі ІПД. Залежності на малюнках а – г відповідають точкам 1 – 4 ФД (рис. 2.1), побудовані при значеннях $\tau_{h_D} = 1/\gamma_D = 3^{-1} \cdot 10^{-25}$ [Дж · м · с], $\tau_{h_g} = 1/\gamma_g = 10^{-6}$ [Дж · м⁻¹ · с] і часовому кроці $dt = 6 \cdot 10^{-7}$ [с]. Тут і на подальших рисунках штрихпунктирні лінії відображають точки, в яких фазові траєкторії мають вертикальні дотичні, а штрихові — горизонтальні. Час t виміряно в секундах [29].

де

$$B_\lambda = \tau_{h_D}^{-1} \varphi_{1D} + \tau_{h_g}^{-1} \left(\varphi_{1g} - 2\varphi_{2g} h_{gn}^{st} + 3\varphi_{3g} (h_{gn}^{st})^2 \right), \quad (2.5)$$

$$C_\lambda = \tau_{h_D}^{-1} \tau_{h_g}^{-1} \left(-\varphi_{gD}^2 + \varphi_{1D} \varphi_{1g} - 2\varphi_{1D} \varphi_{2g} h_{gn}^{st} + 3\varphi_{1D} \varphi_{3g} (h_{gn}^{st})^2 \right). \quad (2.6)$$

Оскільки, явний аналітичний вираз для координат особливих точок є до-

статньо складним, введено загальне позначення — $(h_{Dn}^{st}, h_{gn}^{st})$, де $n = 1, \dots, 3$.

Аналіз отриманих виразів (2.4) дозволяє класифікувати тип і визначити характер стійкості нерухомих точок $O(h_{D1}^{st}, h_{g1}^{st})$, $S(h_{D2}^{st}, h_{g2}^{st})$ і $D(h_{D3}^{st}, h_{g3}^{st})$ (стаціонарних станів) системи (1.3), (1.4). Отже, відповідно до виду підкореневого виразу в (2.4) очевидно, що показники Ляпунова приймають тільки дійсні значення, оскільки при будь-якому ступені пружних деформацій ε_{ij}^e реалізуються додатні величини $B_\lambda^2 - 4C_\lambda \geq 0$. Тому всі особливі точки двохдефектної системи (1.3), (1.4) можуть бути тільки двох типів: “вузол” або “сідло”. Визначення критичних умов для керуючих параметрів ε_{ii}^e і I_2 , при яких вирази (2.4) змінюють свої значення, дозволяє однозначно встановити тип всіх точок.

На рисунку 2.3 в координатах $h_g^{st} - \varepsilon_{ii}^e$ представлена діаграма, яка наочно демонструє отримані критичні вирази [29] для великого діапазону можливих граничних структур. Як видно, утворюються три області, при чому дві області N^{st} і N демонструють умови формування стійких і нестійких особливих точок (стаціонарних структур) типу “вузол”, а область S — відповідає реалізації “сідла”.

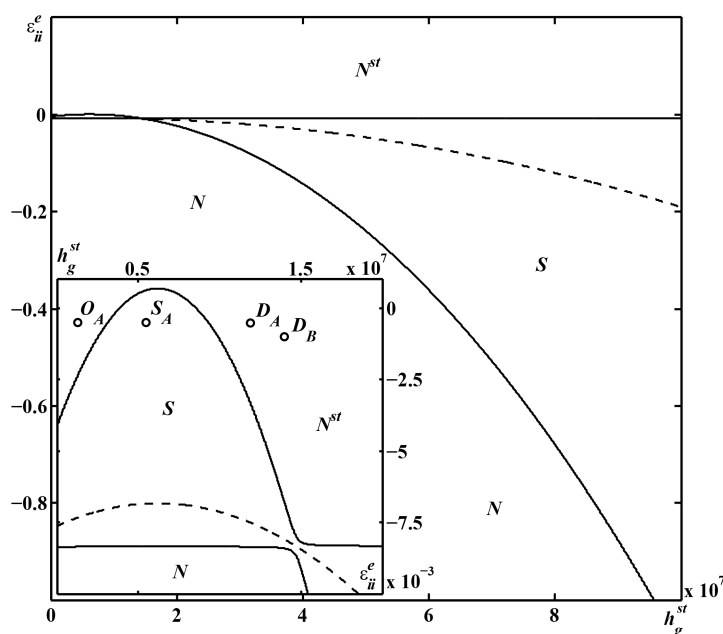


Рисунок 2.3 — Діаграма областей формування особливих точок (стаціонарних структур) різних типів. Об’ємна пружна деформація ε_{ii}^e приймає фактичні значення [29].

Суцільні криві на рис. 2.3 відображають межі формування стаціонарних структур, а штрихова лінія демонструє межу стійкості впорядкованих конфігурацій. У разі формування “вузла” для значень пружної об’ємної деформації, розташованих нижче штриховий кривої формуються нестійкі граничні структури. Однак, такі стаціонарні структури, згідно діаграмі (рис. 2.3), можливі лише при великих пружних нормальних деформаціях, які на практиці, при обробці ІПД металевих зразків, не реалізуються. Відповідно до визначення повної деформації (1.7), очевидно, що значення пружних деформацій можуть досягати набагато менших значень (0.2 – 0.8 %), у порівнянні з пластичними (20 – 40 %), однак, з появою пластичних складових, пружні — не зникають. Тільки у разі, коли $\varepsilon_{ij}^p \gg \varepsilon_{ij}^e$ (зазвичай при $\varepsilon_{ij} > 1$ % деформації вважаються істотними), значеннями пружних деформацій нехтують, що спостерігається при пластичній деформації в технологічних процесах і т.д. [20].

Таким чином, представлена на рис. 2.3 діаграма дозволяє підібрати оптимальні значення для пружних нормальних деформацій ε_{ii}^e , які сприяють найбільш ефективному формуванню рівномірно розподілених СМК або НК структур, що володіють високими концентраціями дефектів і стабільними фізико-механічними властивостями. Крім того, в залежності від сталих стаціонарних значень для щільності МЗ h_g^{st} при фіксованій величині пружних нормальних деформацій $\varepsilon_{ii}^e = const$, за допомогою діаграми легко визначається тип граничної структури і її стійкість, а також, способом варіації ε_{ii}^e , можна забезпечити формування стійких стаціонарних конфігурацій з необхідною щільністю дефектів.

Головна відмінність при порівнянні рис. 2.3 з ФД на рис. 2.1 полягає в тому, що ФД визначає тільки кількість сформованих граничних структур (стаціонарних станів), а діаграма на рис. 2.3 — їх стійкість. Очевидно, що в рамках даної дводефектної системи (1.3), (1.4) реалізація стійких стаціонарних станів повністю визначається встановленим діапазоном пружних нормальних

деформацій ε_{ii}^e , які, згідно з рис. 2.3, лежать в межах областей N^{st} и S . Відповідні значення пружних зсувних деформацій I_2 , згідно рис. 2.1, визначають вже кількість стійких станів і дозволяють впливати на формування більш дрібної СМК або НК структури.

Таким чином, аналіз показників Ляпунова демонструє, що точки $O(h_{D1}^{st}, h_{g1}^{st})$ і $D(h_{D3}^{st}, h_{g3}^{st})$ в фазовій площині представляють стійкий “вузол”, а $S(h_{D2}^{st}, h_{g2}^{st})$ є “сідлом”. При цьому, отримані діаграми дозволяють встановити оптимальні значення для першого і другого інваріантів ε_{ii}^e и I_2 , на підставі яких можна сформувати стаціонарну, рівномірно розподілену СМК або НК структуру з високими концентраціями дефектів.

2.2 Вплив часів релаксації на кінетику двохлафектної системи

Дослідимо вплив часів релаксації основних нерівноважних змінних τ_{h_m} ($m = g, D$) на кінетику двохлафектної системи [28]. Згідно з дослідженням стійких стаціонарних станів у попередньому підрозділі, очевидно, що в цілому різні співвідношення часів релаксації не приведуть до якісних (біфуркаційних) змін фазової кінетики, а лише сприяють прояву універсальної кінетичної поведінки [29].

На рис. 2.4 і рис. 2.6 представлені фазові портрети системи, які цілісно описують поведінку структурних дефектів під час ІПД при різних значеннях часів релаксації. Розглянуті випадки, згідно ФД на рис. 2.1, відповідають двом режимам фрагментації. Відповідно, рис. 2.4 побудований для великих деформацій з області B при нормальному $\sigma_{ii}^e \approx -10^{-3}\mu$ [Па] і зсувному $\sigma_{ij}^e \approx 2.2 \cdot 10^{-3}\mu$ [Па] пружних напруженнях (точка 1 на рис. 2.1)¹, а рис. 2.6

¹Припускається, що зсувні деформації визначаються значеннями I_2 , μ – це модуль зсуву для відповідного матеріалу.

відображає реакцію системи на пружні напруження $\sigma_{ii}^e \approx -5 \cdot 10^{-4} \mu$ [Па] і $\sigma_{ij}^e \approx 1.6 \cdot 10^{-3} \mu$ [Па] з області A (точка 2 на рис. 2.1). Штрихові і штрихпунктирні лінії на рис. 2.4 і рис. 2.6 визначають точки ізоклін, фазові траєкторії в яких матимуть горизонтальні і, відповідно, вертикальні дотичні. Ізокліни отримані в результаті обернення похідних у рівняннях (1.3) і (1.4) в нуль. Отже, штрихпунктирні криві відповідають параметрам теорії, при яких щільність МЗ h_g не змінюється, а штрихові лінії відповідають перманентному стану щільності дислокацій h_D . При цьому, в точках перетину цих ліній формуються стаціонарні стани системи, кількість та стійкість яких, як зазначалося раніше, визначається характером механічної обробки матеріалу, і реалізується відповідно до представлених на рис. 2.1 і 2.3 діаграм [14, 29].

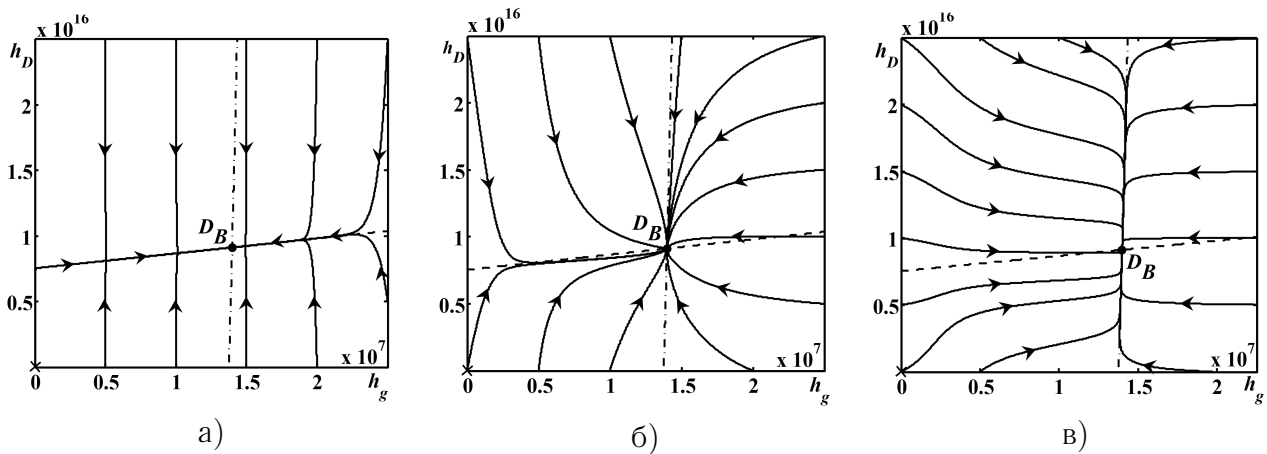


Рисунок 2.4 – Фазові портрети двохдефектної системи (1.3), (1.4) при пружних деформаціях $\varepsilon_{ii}^e = -0.1$ [%], $I_2 = 5 \cdot 10^{-4}$ [%] (точка 1 на рис. 2.1) і значеннях часів релаксації: (а) $\tau_{h_g} > 10^{-1} \tau_{h_D}$; (б) $10^{-1} \tau_{h_g} > \tau_{h_D}$; (в) $10^{-2} \tau_{h_g} > \tau_{h_D}$.

Інерційні властивості двохдефектної системи вивчаються в рамках наступних випадків, для яких відповідні часи релаксації приймають значення $10^{-1} \tau_{h_D}$, $10^{-1} \tau_{h_g}$ і $10^{-2} \tau_{h_g}$. У першому випадку розглядається фазова динаміка системи при прискоренні еволюції щільності дислокацій h_D , в двох наступних — прискоренні процесу фрагментації МЗ h_g . Відзначимо, що всі отримані раніше залежності (рис. 2.2) реалізуються при значеннях $\tau_{h_D} = 1/\gamma_D = 3^{-1} \cdot 10^{-25}$ Дж · м · с, $\tau_{h_g} = 1/\gamma_g = 10^{-6}$ Дж · м⁻¹ · с, які, згідно з експери-

ментальним даними, відображають природній хід еволюції структури матеріалу [8–11, 18, 30, 31]. На початкових стадіях обробки зазвичай відбувається швидке накопичення щільності дислокацій, які в подальшому рекомбінують і перерозподіляються по атомарним площинам, що в результаті приводить до формування пористої структури і подрібнення кристалітів за рахунок реалізації пластичної течії. Однак не можна виключати інші сценарії в еволюції структурних дефектів, тому дослідимо поведінку системи (1.3), (1.4) при відхиленні від цих величин.

В цілому, у динаміці нерівноважних змінних можна виділити два етапи: на першому відбувається миттєва релаксація системи до однієї з ліній ізоклін, що визначається в залежності від значень кінетичних коефіцієнтів γ_m ($m = g, D$), а на другий — повільний рух уздовж цих кривих. Оскільки, на другій стадії рух здійснюється повільно, то можна вважати, що в будь-який момент часу виконується умова стаціонарності. Тому, в цьому випадку відбувається повільне упорядкування в кристалічній структурі оброблюваного матеріалу, що супроводжується динамічним урівноваженням всіх внутрішньо-протікаючих процесів пов'язаних як з генерацією, так і анігіляцією структурних дефектів.

Таким чином, фазовий портрет, представлений на рис. 2.4(а), відповідає випадку $\tau_{h_g} > 10^{-1}\tau_{h_D}$, який демонструє прискорення процесу утворення дислокацій і, відповідно, характеризується більш швидкою їх релаксацією до стаціонарного стану. Про це також свідчить поява лінійної ділянки, до якої згодом еволюціонують всі фазові траєкторії. На першому етапі щільність МЗ h_g навпаки, швидко зменшується вище лінійної ділянки, або збільшується, розглядаючи початкові наближення нижче від особливої лінії. Як видно, на другому етапі система перебуває тривалий час, оскільки особливий ділянка розташована дуже близько до лінії ізоклін (штрихова крива). У той же час, нерівноважні змінні в ході фрагментації металу при ІПД зазнають структурно-фазові

перетворення, оскільки супроводжуються різкими переходами від малих значень до великих. Згідно з рисунком, лінійна ділянка практично повністю накладається на штрихову криву, що відповідає стаціонарності h_D , тому очевидно, що при подальшому зменшенні параметра τ_{h_D} особлива область буде подовжуватися уздовж цієї лінії (див. рис. 2.2), що на границі можна розглядати як адіабатичне наближення $\tau_{h_g} \gg \tau_{h_D}$. При цьому час релаксації системи до стійкого стану (особливої точки D_B) повністю визначається еволюцією щільності МЗ h_g .

Відповідно часовій залежності, представленій кривою 1 на рис. 2.5(а), видно, що конфігуративна точка здійснює швидкий рух по траєкторії, яка розташована за межами лінійної ділянки. При попаданні в особливу область рух істотно сповільнюється, при цьому, як зазначалося раніше, ефект уповільнення проявляється тим сильніше, чим більше зменшувати τ_{h_D} . Зіставляючи часову залежність пройденого шляху кінетиці щільностей структурних дефектів [32], видно, що процес встановлення стаціонарного режиму при $10^{-1}\tau_{h_D}$ сповільнюється приблизно в 10 разів.

Рисунок 2.4(б) побудований для випадку, коли час релаксації щільності дефектів задається виразом $10^{-1}\tau_{h_g} > \tau_{h_D}$, який, у порівнянні з попереднім випадком, представляє уповільнення кінетики нерівноважного параметра h_D ($\tau_{h_g} > 10\tau_{h_D}$) або прискорення формування впорядкованих станів у результаті швидкої релаксації щільності МЗ h_g . Як видно, у даному випадку особливі ділянки практично не формуються. Процес фрагментації протікає інтенсивно і система швидко еволюціонує до стійкого стаціонарного стану. Можна зробити висновок, що структурні дефекти надають взаємноінтенсифікаційну (підсилювальну) дію один на одного у процесі ІПД, що також може проявлятися під впливом і інших, неврахованих, типів дефектів під час фрагментації металу або сплаву і сприяти поясненню багатьох спостережуваних на практиці явищ [33].

Розглядаючи рух конфігуративної точки, шлях якої представлений кри-

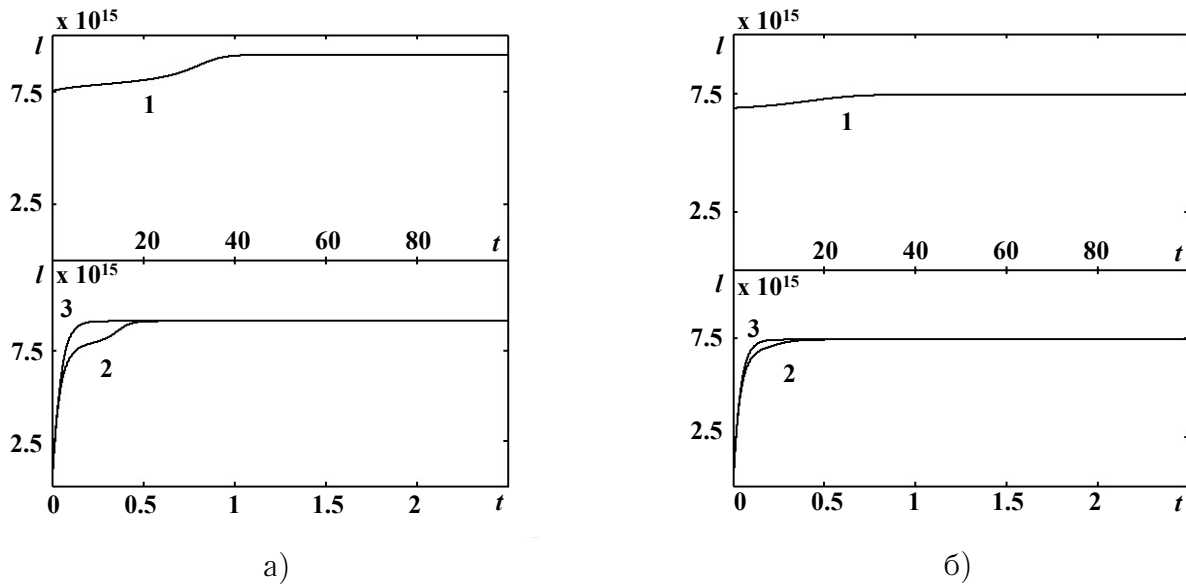


Рисунок 2.5 – Часові залежності пройденого конфігуративними точками шляхів l по фазовим траєкторіям: (а) крива 1 відповідає фазовому портрету на рис. 2.4(а), крива 2 – рис. 2.4(б) та крива 3 – рис. 2.4(в); (б) крива 1 відповідає випадку, представленою на рис. 2.6(а), крива 2 – рис. 2.6(б) і крива 3 – рис. 2.6(в). Початок шляху l позначено хрестиком на відповідних малюнках.

вою 2 на рис. 2.5(а), очевидно, що спочатку здійснюється швидкий рух по фазовій траєкторії, в результаті якого система відчуває інтенсивне енергетичне “насичення” за рахунок зростання внутрішньої енергії. Після досягнення деякого значення дефектності, процес істотно сповільнюється і в кристалічній структурі матеріалу здійснюється відносно повільне впорядкування. Однак при цьому, для встановлення стаціонарного режиму буде потрібно в кілька разів менше часу у порівнянні з еволюційними кривими в [32].

Фазовий портрет на рис. 2.4(в) відповідає випадку $10^{-2}\tau_{h_g} > \tau_{h_D}$. Тут, аналогічно рис. 2.4(а), виділено два етапи: відносно швидка релаксація до майже вертикальної лінійної ділянки, яка близька до штрихпунктирної лінії ізоклін, і подальший повільний рух уздовж неї, що також спостерігається в динаміці кривої 3 на рис. 2.5(а). Однак, особлива ділянка досягається вже в результаті відносно малих змін h_D і швидкої релаксації h_g , якщо початкові наближення розташовані правіше від штрихпунктирної кривої, або за рахунок інтенсивного зростання щільності МЗ при розташуванні $h_{g0}(t=0)$ зліва.

При цьому, час, витрачений на формування стаціонарного стану, виявляється меншим у порівнянні з протікаючим процесом згідно кривої 2 на рис. 2.5(а) і еволюцією системи при $\tau_{h_g} > \tau_{h_D}$ [32]. Очевидно, що зменшення параметра $\tau_{h_g} \rightarrow 0$ приведе до перманентності h_D на першій стадії реалізації процесу фрагментації і, надалі, до більш вираженої майже вертикальної лінійної ділянки, яка на границі повністю співпадає з лінією ізоклін, що можна розглядати як зворотне адіабатичне наближення $\tau_{h_D} \gg \tau_{h_g}$.

Таким чином, універсальність кінетичної поведінки двохдефектної системи проявляється як при наближенні до прямої $\tau_{h_g} \gg \tau_{h_D}$, так і до зворотної $\tau_{h_D} \gg \tau_{h_g}$ адіабатики. У першому випадку, вихід на лінійну, майже горизонтальну, ділянку відбувається у результаті швидкої еволюції щільності дислокацій h_D при практично перманентному стані нерівноважного параметра h_g (рис. 2.4(а)), у другому спостерігається зворотна картина — значення щільності МЗ h_g змінюються дуже швидко, а щільність дислокацій незначною мірою (рис. 2.4(в)). У проміжній області (рис. 2.4(б)), універсальність практично не проявляється. Загалом, спостережуваним особливим ділянками можна придати значення притягувальної множини, позначеної в роботі [34] як “русло великої річки”, що характерно для різних фізичних систем [35–37]. При цьому, універсальність кінетичної картини фазового переходу полягає у тому, що незалежно від початкових умов з наближенням до адіабатичної межі $\tau_{h_D} \rightarrow 0$ (рис. 2.4(а)) або $\tau_{h_g} \rightarrow 0$ (рис. 2.4(в)) система швидко еволюціонує до відповідної особливої ділянки, положення якої залежить тільки від способу механічної обробки і власне значень ε_{ii}^e , I_2 , і в подальшому повільно розвивається вздовж цих траєкторій.

На рис. 2.6 зображені фазові портрети для таких же співвідношень часів релаксації, що і рис. 2.4, однак при пружній деформації, що визначає можливість одночасного існування двох граничних структур. Тут, як говорилося раніше, реалізуються два стійких стаціонарних стани (точки O_A та D_A), що

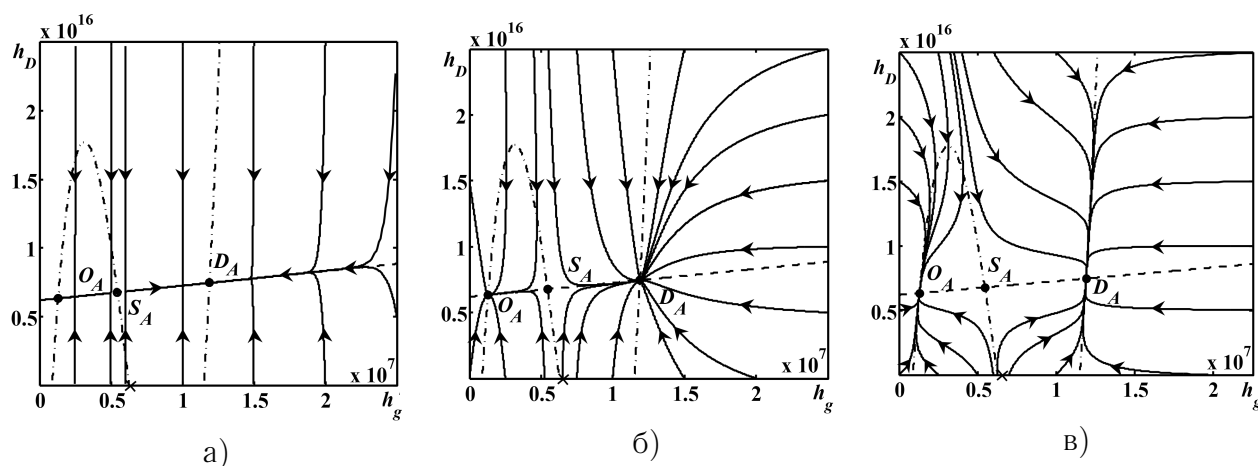


Рисунок 2.6 – Фазові портрети двохдефектної системи (1.3), (1.4) при пружних деформаціях $\varepsilon_{ii}^e = -0.05$ [%], $I_2 = 2.5 \cdot 10^{-4}$ [%] (точка 2 на рис. 2.1) і значеннях часів релаксації: (а) $\tau_{h_g} > 10^{-1}\tau_{h_D}$; (б) $10^{-1}\tau_{h_g} > \tau_{h_D}$; (в) $10^{-2}\tau_{h_g} > \tau_{h_D}$.

відповідають впорядкованим фазам або максимумам термодинамічного потенціалу $V(h_g)$, і один нестійкий в особливій точці S_A , який відповідає неупорядкованій фазі або мінімуму $V(h_g)$. Зауважимо, що в даному випадку, фазові портрети на рис. 2.6 відображають зміни, характерні для фазових переходів першого роду [35, 38]. Отже, в залежності від варіювання величини τ_{h_m} ($m = g, D$), формуються одночасно дві лінійних ділянки (визначені як “русло великої річки”), до яких згодом прагнуть все фазові траєкторії. Одночасне існування цих ділянок пояснюється природою штрихпунктирної кривої і характерними умовами для пружної деформації (значеннями ε_{ii}^e і I_2), при яких стаціонарне кубічне рівняння має три розв’язки. Таким чином, очевидно, що на фазових портретах з’являється додаткова “репеллерна” ділянка, яка проходить через сідлову точку S_A (див. штрихпунктирну криву) і відображає перехід системи через енергетичну яму (див. вид термодинамічного потенціалу $V(h_g)$ в [12–14]), що розділяє лінійні області. При цьому фазові траєкторії, за певних умов, огинають цю ділянку, віддаляючись з часом від лінії її розташування.

Застосовуючи необхідну умову існування екстремуму до рівняння ізоклін, фазові траєкторії в яких матимуть вертикальні дотичні (тобто до штрих-

пунктирної кривої), отримуємо вираз для точок перегину

$$h_g^{S1,2} = \frac{2\varphi_{2g} \pm \sqrt{4\varphi_{2g}^2 - 12\varphi_{3g} \left(\varphi_{1g} - \frac{\varphi_{gD}^2}{\varphi_{1D}} \right)}}{6\varphi_{3g}}, \quad (2.7)$$

що розділяють максимуми з мінімумом на стаціонарній кривій h_g , або точки позначаючі межі “репеллерної” ділянки, положення якої, також як і всієї штрихпунктирної кривої, визначається зовнішніми умовами (величиною ε_{ii}^e та I_2).

При $\tau_{h_g} > 10^{-1}\tau_{h_D}$ спостерігається поведінка системи, представлена на рис. 2.6(а). Тут, як і на рис. 2.4(а), фазові траєкторії швидко еволюціонують до лінійних ділянок, близьких до штрихової лінії ізоклін, при збереженні значень змінної h_g . Розглядаючи початкові наближення зліва від особливої точки S_A , оскільки ділянка “репеллера” при даному співвідношенні часів релаксації практично не проявляється, формується перша лінійна область, уздовж якої система повільно релаксує до стаціонарного стану O_A . Друга ділянка, що демонструє протяжну еволюцію системи до впорядкованої фази у точці D_A , реалізується при початкових умовах, розташованих праворуч від S_A . Однак, в залежності від розташування початкових умов відносно особливих ділянок, процес їх досягнення на першому етапі обробки матеріалу супроводжуватиметься як миттєвою генерацією, так і анігіляцією щільності дислокацій h_D . З наближенням до адіабатичної межі $\tau_{h_D} \rightarrow 0$, як і для випадку на рис. 2.4(а), спостерігається уповільнення реалізації стаціонарних режимів, що також можна виявити вивчаючи часову залежність пройденого шляху по фазовій траєкторії (крива 1 на рис. 2.5(б)).

Досліджуючи наближення до зворотної адіабатики $\tau_{h_D} \gg \tau_{h_g}$, якій відповідають випадки на рис. 2.6(б),(в), видно, що зі зменшенням параметра τ_{h_g} в універсальній поведінці системи спостерігається плавний перехід від майже горизонтальних лінійних ділянок до більш вертикальних. При цьому, загаль-

ний час еволюції до стійких стаціонарних станів, на відміну від попереднього випадку на рис. 2.6(а), з наближенням до границі $\tau_{h_g} \rightarrow 0$ зменшується, що також проявляється в еволюції кривих 2, 3 на рис. 2.5(б). Вивчаючи особливості фазової динаміки нерівноважних змінних на рис. 2.6(в), чітко спостерігається формування трьох особливих ділянок, дві з яких мають притягувальний характер і визначаються як “русло великої річки”, а третя, яка розділяє майже вертикальні ділянки, має протилежну природу, більш відому як “репеллер”. Як бачимо, фазові траєкторії системи прагнуть уникнути перетинання з областю “репеллера”. Очевидно, що з подальшим зменшенням часу релаксації щільності МЗ τ_{h_g} , майже вертикальні ділянки будуть подовжуватися уздовж штрихпунктирної залежності, а на границі повністю співпадуть із стаціонарною кривою.

Таким чином, універсальність фазової динаміки нерівноважних змінних спостерігається в основному з наближенням системи до адіабатичних границь, які задаються прямим $\tau_{h_g} \gg \tau_{h_D}$ і зворотним $\tau_{h_D} \gg \tau_{h_g}$ межами для будь-якого режиму фрагментації. Безумовно, з точки зору опису процесів, що спостерігаються і природи фрагментації металів або сплавів під час ІПД більш інформативно досліджувати точну кінетику двохдефектної системи (1.3), (1.4), проте розгляд граничних адіабатичних підходів грає не менш важливу роль, оскільки дозволяє отримати додаткові залежності, що визначають умови існування декількох граничних структур і дозволяють підібрати оптимальні значення для пружних деформацій, які сприяють найбільш ефективному формуванню впорядкованої СМК або НК структури з високими концентраціями дефектів і стабільними фізико-механічними властивостями. Тому важливо розуміти поведінку кристалічної структури матеріалу в граничних адіабатичних випадках.

3 ФАЗОВА ДІАГРАМА З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ ШУМУ

Здійснюючи повне перетворення Лежандра по обом видам зв'язаної енергії, отримаємо вираз для густини вільної енергії у вигляді [9]:

$$f = u - Ts - \varphi h. \quad (3.1)$$

Тут u – густина внутрішньої енергії, T , s – температура та ентропія; φ и h – спряжена пара термодинамічних змінних – середня енергія дефекту та щільність дефектів.

Оскільки точний аналітичний вираз для вільної енергії не відомо, розглянемо спрощену модель, розклавши вільну енергію в ряд за її аргументами до кубічних внесків:

$$f(\varphi, T) = f_0 - h_0\varphi + \frac{1}{2}a\varphi^2 - \frac{1}{3}b\varphi^3 + \alpha\varphi\Delta T + \beta\varphi^2\Delta T - \gamma(\Delta T)^2. \quad (3.2)$$

При цьому коефіцієнти задаються співвідношеннями:

$$\begin{aligned} f_0 &= f'_0 + \frac{1}{2}\lambda(\varepsilon_{ii}^e)^2 + \mu(\varepsilon_{ij}^e)^2, \\ h_0 &= h'_0 - g\varepsilon_{ii}^e + \frac{1}{2}\bar{\lambda}(\varepsilon_{ii}^e)^2 + \bar{\mu}(\varepsilon_{ij}^e)^2, \\ a &= a' - 2e\varepsilon_{ii}^e, \quad \alpha = \alpha' + \alpha_g\varepsilon_{ii}^e, \end{aligned} \quad (3.3)$$

де $\Delta T = T - T_0$, T_0 – початкова температура, сталі h'_0 , a' , b показують залежність вільної енергії квазірівноважної підсистеми від густини енергії меж зерен при відсутності зовнішніх впливів. Інші параметри описують зовнішні механічні, температурні або змішані впливи. Пружні напруження враховуються з точністю до квадратичних внесків через перші два інваріанта тензора деформацій ε_{ii}^e , $(\varepsilon_{ij}^e)^2 \equiv \varepsilon_{ij}^e\varepsilon_{ji}^e$. Оскільки описується типовий для ІПД процес стиснення деформованого об'єкта, покладається $\varepsilon_{ii}^e < 0$. У даному випадку

припускається, що головним дефектом металу, є найбільший дефект структури – межа зерна, а решта дефектів можуть бути враховані значеннями параметрів теорії.

Фактично, всі добре відомі дислокаційні механізми пластичної деформації (див., наприклад, огляди по цій проблемі [1, 2]) беруть участь у формуванні нової межі зерна. Однак їх врахування здійснюється вибором ефективної сталої теорії h_0 , яка являється ефективною щільністю дефектів більш глибоких структурних рівнів або джерело підвищення енергії меж зерен, тобто, ступеня їх нерівноважності (див. еволюційні рівняння (3.5)-(3.6)). Розпад сильно нерівноважних меж приводить до їх розмноження, іншими словами, до подрібнення зерен.

Раніше був досліджений детерміністичний підхід, який дозволив описати існування граничної зернистої структури. Була також побудована фазова діаграма в координатах пружної частини першого та другого інваріанта тензора деформації, яка визначила області реалізації різних типів граничних структур. Досліджуємо тепер вплив адитивних шумів на формування областей фазової діаграми.

Запишемо еволюційні рівняння:

$$\tau_\varphi \dot{\varphi} = -\frac{\partial f}{\partial \varphi}, \quad \tau_T \dot{T} = -\frac{\partial f}{\partial T}, \quad (3.4)$$

де τ_φ и τ_T – часи релаксації відповідних величин, що характеризують інерційні властивості системи.

Продиференціював вільну енергію за температурою T і енергією дефекту φ , отримуємо двохпараметричну систему рівнянь для параметрів стану:

$$\tau_\varphi \dot{\varphi} = -h_0 + a\varphi - b\varphi^2 + \alpha\Delta T + 2\beta\varphi\Delta T + \sqrt{I_\varphi}\xi_1(t), \quad (3.5)$$

$$\tau_T \dot{T} = \alpha\varphi + \beta\varphi^2 - 2\gamma\Delta T + \sqrt{I_T}\xi_2(t). \quad (3.6)$$

Варто відмітити, що в вільній енергії (3.2), на відміну від [9], нами враховані два додаткових доданки. Перший із них дозволяє ввести від'ємний зворотний зв'язок між φ и T у рівнянні (3.5), другий необхідний для опису самоузгоджуваної поведінки φ и T . При введенні останнього доданку результуючий шум стає мультиплікативним (залежить від параметра φ). При цьому він забезпечує не тільки переходи системи між мінімумами потенціалу, а й є причиною виникнення додаткових стаціонарних станів [39].

У праві частини рівнянь (3.5), (3.6) додані стохастичні складові, вони моделюють шуми із інтенсивностями $I_{\varphi, T}$, які виникають у наслідок впливу різних структурних неоднорідностей, включень, домішок, дефектів, теплових флуктуацій і т.д. З точки зору параметра φ це означає, що в початковому стані в матеріалі одночасно є як великі, так і дрібні зерна (статичний шум або хаос), співвідношення між якими визначає конкурентну боротьбу і перекидання між різними структурними станами. Функції $\xi_i(t)$ представляють δ – корельовані стохастичні джерела (білий шум). Їх моменти визначаються наступним чином:

$$\langle \xi_i(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi_i(t), \xi_i(t') \rangle = 2\delta_{ij}\delta(t - t'). \quad (3.7)$$

Тут множник 2 обраний для того, щоб величина $I(\varphi)$ (3.10) грала у відповідному рівнянні Фоккера-Планка роль коефіцієнта дифузії.

Використовуючи адіабатичне наближення $\tau_\varphi \gg \tau_T$, при якому еволюція температури T слідує за змінами параметра φ , отримуємо рівняння Ланжевена:

$$\tau_\varphi \dot{\varphi} = F(\varphi) + \sqrt{I(\varphi)}\xi(t), \quad (3.8)$$

де сила F задається співвідношенням:

$$F(\varphi) = h_0 - (a + \alpha^2/2\gamma)\varphi + (b - 3\beta\alpha/2\gamma)\varphi^2 - (\beta^2/\gamma)\varphi^3, \quad (3.9)$$

а ефективна інтенсивність шуму I виражається рівністю:

$$I(\varphi) = (\alpha + 2\beta\varphi)^2 / (2\gamma)^2 I_T + I_\varphi, \quad (3.10)$$

яка впливає із властивості адитивності дисперсії гаусових випадкових величин [40].

Рівнянню (3.8) відповідає рівняння Фоккера-Планка в формі Іто [39, 40]:

$$\tau_\varphi \frac{\partial P(\varphi, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \varphi} [F(\varphi)P(\varphi, t)] + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} [I(\varphi)P(\varphi, t)], \quad (3.11)$$

З плином часу розподіл розв'язків рівняння (3.8) стає стаціонарним і його явний вигляд може бути знайдений з (3.11) при $\partial P(\varphi, t) / \partial t = 0$. У результаті отримуємо відповідний стаціонарний розподіл

$$P(\varphi) = Z^{-1} \exp(-U(\varphi)), \quad (3.12)$$

який визначається нормуючою сталою Z та ефективним потенціалом:

$$U(\varphi) = \ln I(\varphi) - \int_0^\varphi \frac{F(\varphi')}{I(\varphi')} d\varphi'. \quad (3.13)$$

Досліджуючи стаціонарні стани густини енергії меж зерен φ , які задаються умовою існування екстремуму розподілу (3.12) (потенціалу (3.13)), виявлено, що стаціонарні стани, визначаючі режими фрагментації при ІПД, не залежать від інтенсивності шуму I_φ . Відзначимо, що максимуми ефективного потенціалу відповідають мінімумам функції розподілу, що відповідають нестійкому стану, а його мінімуми, відповідні максимумам функції розподілу – стійким.

На рисунку 3.1 показано розв'язки рівняння стаціонарних станів. Згідно з ними, при малих значеннях інтенсивності I_T існують три стаціонарні стани, два з яких відповідають мінімуму потенціалу $U(\varphi)$ (суцільна і пунктирна кри-

ва), а один його максимуму (штрихпунктирна крива). Перший мінімум може досягатися при нульовому і ненульовому значеннях густини енергії меж зерен φ_0 в залежності від значень $(\varepsilon_{ij}^e)^2$. Ненульові значення він приймає тільки у тому випадку, коли $(\varepsilon_{ij}^e)^2$ більше деякої критичної величини. Це обумовлено тим, що при ІПД процес фрагментації може протікати, коли пружні деформації (ε_{ij}^e) і пов'язані з ними напруження σ_{ij} перевищують межу текучості. Стаціонарні стани у процесі ІПД досягаються тільки при виконанні цієї умови. Частина кривої може виявитися в нефізичній області уявних деформацій (крива 1). Другий мінімум завжди має ненульове значення. Менший із стаціонарних значень відповідає більшому розміру зерна (пунктирна крива на рис. 3.1), більший (суцільна) – меншому його розміру. Їх розділяє нестійкий стан (штрихпунктирна крива) при значенні густини енергії меж зерен φ^m , що відповідає максимуму потенціалу. Слід зазначити, що нульовий мінімум відповідає крупнозернистому полікристалу, а на границі монокристалу. У випадку монокристала спочатку реалізується нульовий мінімум потенціалу, і тільки коли він стане ненульовим процес фрагментації починає протікати. Якщо зразок до ІПД вже має дрібнозернисту структуру (реалізується стан близький до ненульового мінімуму $U(\varphi)$), то еволюція структури матеріалу до стаціонарних станів можлива навіть при малих значеннях $(\varepsilon_{ij}^e)^2$.

При збільшенні I_T залежність виходить з нефізичної області (крива 2), і при $(\varepsilon_{ij}^e)^2 = 0$ зразок представляє собою монокристал (або крупнозернистий полікристал). Якщо підвищувати рівень деформації, то деякий час реалізується монокристал ($\varphi_0 = 0$). При збільшенні $(\varepsilon_{ij}^e)^2$ до значення, коли співіснують нульовий і ненульовий мінімуми потенціалу при недостатній інтенсивності шуму, який здійснює перекидання між мінімумами, процес фрагментації не може відбутися, тому що ці мінімуми розділені потенційним бар'єром (штрихпунктирна лінія). Потім нульовий мінімум стає ненульовим (пунктирна лінія), і відбувається безперервний процес фрагментації. При подальшому збільшенні

деформації перший мінімум зникає разом з потенційним бар'єром, і система за механізмом фазового переходу першого роду різко переходить до стану, що описується другим мінімумом потенціалу (суцільна лінія). Даний перехід може здійснюватися і при наявності потенційного бар'єру за рахунок шуму, якщо його інтенсивність виявиться достатньою. При цьому відбувається різке зменшення розмірів зерен. Відомо, що при фазовому переході першого роду через наявність одночасно двох мінімумів термодинамічного потенціалу система може перебувати в двох метастабільних фазах [38]. Тут це означає співіснування граничних структур із різним розміром зерна.

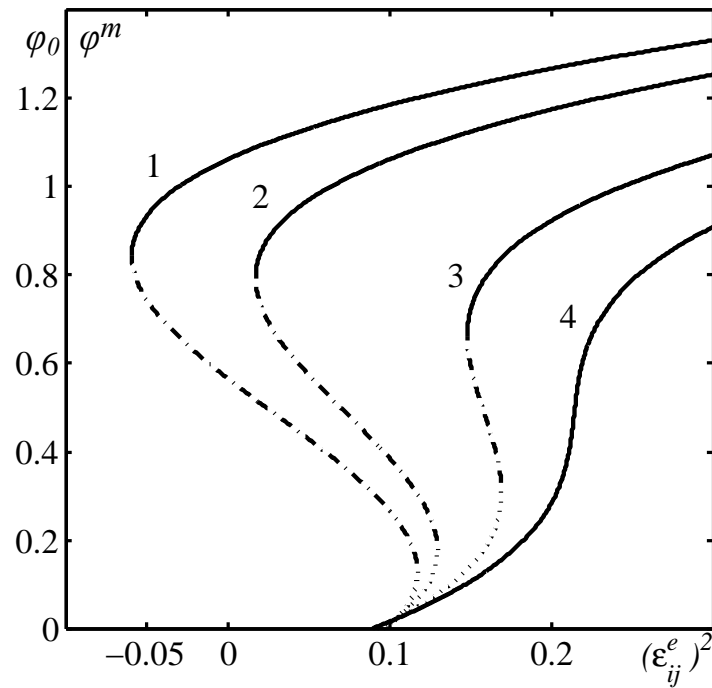


Рисунок 3.1 – Залежність стаціонарних значень густини енергії меж зерен φ_0 , φ^m від інваріанта $(\varepsilon_{ij}^e)^2$. Криві 1-4 відповідають значенням $I_T = 0.1, 0.22, 0.45, 0.6$.

Критичний вираз для другого інваріанту при $\varphi = 0$ приймає вигляд:

$$(\varepsilon_{ij}^e)_c^2 = -\frac{1}{\mu} \left(h'_0 + g\varepsilon_{ii}^e + \bar{\lambda} (\varepsilon_{ii}^e)^2 / 2 - \alpha\beta I_T / \gamma^2 \right). \quad (3.14)$$

Співвідношення (3.14) представляє криву, нижче якої існує нульовий стаціонарний розв'язок рівняння (3.13), що відповідає мінімуму $U(\varphi)$ в точці

$\varphi_0 = 0$.

На рисунку 3.2 наведена фазова діаграма, де лінії відповідають межах втрати стійкості системи. Пряма 1, нижче якої можливі нульовий стаціонарний розв'язок, визначається виразом (3.14). При $\varphi_0 = 0$ відсутній канал дисипації енергії, пов'язаний з утворенням дефектних структур, і система представляє собою монокристал, або структуру, близьку до нього. Точки 1–4 на фазовій діаграмі відповідають кривим потенціалу на рис. 3.3, який визначається мінімумами.

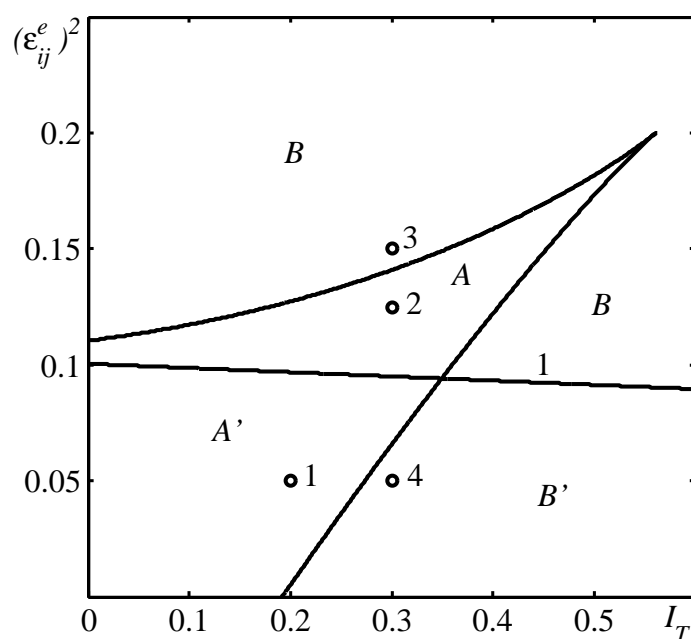


Рисунок 3.2 – Фазова діаграма системи з областями формування двох (A , A') і однієї (B , B') граничних структур.

Область A відповідає реалізації двох ненульових мінімумів потенціалу $U(\varphi)$ (крива 2 на рис. 3.3). Тут спостерігаються дві граничні структури з великим (перший мінімум потенціалу) і малими (другий мінімум) розмірами зерен.

Область діаграми A' подібна області A , але з тією відмінністю, що перший мінімум потенціалу тут нульовий (крива 1 рис. 3.3). Оскільки перша гранична структура формується при $\varphi_0 = 0$, вона представляє собою монокристал. У цій області малих деформацій у процесі ІПД фрагментація матеріа-

лу може не реалізуватися. Однак, так як завжди позначається вплив шуму, який здійснює перехід системи між мінімумами потенціалу, тут скоріше будуть співіснувати дві граничні структури з різними розмірами зерен. Перша з них відповідає найбільшим монокристалічним зернам (нульовий мінімум потенціалу), друга - більш дрібним зернам.

В області великих деформацій B , відповідно до кривої 3, формується одна гранична структура, і розмір зерна тут мінімальний. При збільшенні $(\varepsilon_{ii}^e)^2$ він буде зменшуватися, і на границі $(\varepsilon_{ii}^e)^2 \rightarrow \infty$ оброблений зразок має аморфну структуру.

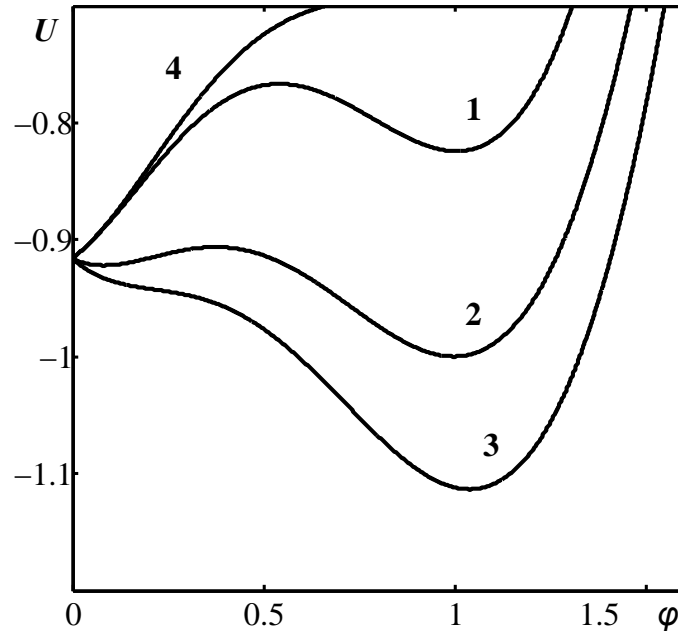


Рисунок 3.3 – Залежність ефективного потенціалу (3.13) від густини енергії меж зерен φ при $I_\varphi = 0.4$. Криві 1-4 відповідають значенням $I_T = 0.2, 0.3, 0.3, 0.3$ та $(\varepsilon_{ii}^e)^2 = 0.05, 0.125, 0.15, 0.05$.

Єдиний нульовий мінімум $U(\varphi)$ (крива 4 на рис. 3.3) реалізується в області малих деформацій B' . Тут система відповідає монокристалу, оскільки відсутній інший мінімум, в котрий у результаті дії шуму у процесі ІПД здійснюються переходи. Слід зазначити, що такі переходи можливі тільки безпосередньо під час ІПД. Завдяки їм, в областях A, A' формуються дві граничні

структури, що відповідає режиму, при якому має місце суміш зерен різного розміру. Коли процес ІПД закінчений, слід вважати, що зразок сформований, і подальші переходи за рахунок шуму не здійснюються.

ВИСНОВКИ

У рамках нерівноважної еволюційної термодинаміки, на основі двохдефектного наближення, вивчений процес фрагментації кристалічної структури при ІПД. В якості основних структурних дефектів обрані межі зерен (МЗ) і дислокації. Розглядаючи адіабатичне наближення, згідно з яким стан системи визначається еволюцією щільності МЗ, отримані основні співвідношення, що дозволяють визначити формування стаціонарних СМК або НК структур в залежності від ступеня механічного впливу при ІПД. Побудована фазова діаграма режимів фрагментації металу або сплаву при ІПД. Використовуючи метод фазової площини, побудовані фазові портрети, які однозначно відображають поведінку системи відповідно до областей на ФД. Проводячи аналіз показників Ляпунова, визначені критичні умови для керуючих параметрів, що дозволяють класифікувати тип і стійкість отриманих стаціонарних структур. Побудована діаграма, яка наочно демонструє області формування стаціонарних станів різних типів. Встановлено, що граничні (стаціонарні) структури, які відповідають максимумами термодинамічного потенціалу в рамках даної моделі, згідно установленому інтервалу пружних деформацій відповідають стійким особливим точкам типу “вузол”. Відповідно, мінімуми термодинамічного потенціалу відповідають реалізації “сідла”.

Вивчено вплив часів релаксації на фазову динаміку нерівноважних змінних системи. Показано, що з наближенням як до прямої $\tau_{h_g} \gg \tau_{h_D}$, так і до зворотної адіабатики $\tau_{h_D} \gg \tau_{h_g}$ система демонструє універсальну кінетичну поведінку. Особливість такої поведінки проявляється у формуванні на фазових портретах відповідних майже лінійних ділянок, більш відомих як “русло великої річки”, до яких, незалежно від початкових умов, швидко еволюціонують всі фазові траєкторії. Відзначимо, що реалізація особливих ділянок, в залежності від наближення до певної адіабатичної границі, супроводжується

швидкою еволюцією одного структурного дефекту і практично перманентним станом іншого. Досліджуючи наближення до зворотної адіабатики $\tau_{h_D} \gg \tau_{h_g}$ виявлено, що зі зменшенням параметра τ_{h_g} в універсальній поведінці системи спостерігається плавний перехід від майже горизонтальних лінійних ділянок до більш вертикальних, що також проявляється в прискоренні еволюції до стійких стаціонарних станів. Вивчаючи особливості фазової динаміки нерівноважних змінних, для випадку який демонструє одночасне існування двох граничних структур, виявлено формування трьох особливих ділянок, дві з яких мають притягувальний характер і визначаються як “русло великої річки”, а третя, яка розділяє вертикальні ділянки, має протилежну природу, більш відому як “репеллер”. Показано, що “репеллерна” ділянка проходить через сідлову точку S_A і відображає перехід системи через енергетичну яму, при цьому фазові траєкторії огинають цю ділянку, віддаляючись з часом від лінії її розташування.

Розглядаючи однодефектну модель НЕТ в розвиненні вільної енергії з урахуванням шуму, описані додаткові стійкі стани, які досягаються у процесі ІПД (ненульовий мінімум термодинамічного потенціалу вільної енергії). Цікавим є те, що крупнозернистий стан матеріалу (на границі монокристал) пов'язаний з нульовим мінімумом вільної енергії (нульовим максимумом внутрішньої енергії) і в контексті теорії його також можна розглядати як свого роду граничну структуру, яка буде рівноважною щодо звичайної пластичності. Побудовано фазові діаграми, які визначають області реалізації різних типів граничних структур. Виділено чотири області — дві з існуванням однієї граничної структури і дві з існуванням двох. У цих областях гранична структура може формуватися як при нульовій густині енергії меж зерен (великі монокристалічні зерна), так і при ненульовому її значенні (більш дрібні зерна). Мінімуми ефективного потенціалу $U(\varphi)$ відповідають формуванню граничних структур з різним розміром зерна.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Малыгин Г. А. Самоорганизация дислокаций и локализация скольжения в пластически деформируемых кристаллах (обзор) // ФТТ. — 1995. — Т. 37, № 1. — С. 3–42.
2. Малыгин Г. А. Процессы самоорганизации дислокаций и пластичность кристаллов // УФН. — 1999. — Т. 169, № 9. — С. 979—1010.
3. Чувильдеев В. Н. Неравновесные границы зерен в металлах. Теория и эксперимент. — Москва: Физматлит, 2004. — 304 с.
4. Kopylov V. I., Chuvil'deev V. N. Severe Plastic Deformation: Towards Bulk Production of Nanostructured Materials. — New York: Nova Science Publishers, 2006. — 37–58 p.
5. Глезер А. М. О природе сверхвысокой пластической (мегапластической) деформации // Известия РАН. Серия физическая. — 2007. — Т. 71. — С. 1764–1773.
6. Глезер А. М., Метлов Л. С. Физика мегапластической (интенсивной) деформации твердых тел // ФТТ. — 2010. — Т. 52. — С. 1090–1097.
7. Бейгельзимер Я. Е., Варюхин В. Н., Орлов Д. В., Сынков С. Г. Винтовая экструзия — процесс накопления деформаций. — Донецк: ТЕАН, 2003. — 87 с.
8. Metlov L. S. Nonequilibrium dynamics of a two-defect system under severe load // Phys. Rev. E. — 2014. — Vol. 90. — P. 022124 (8).
9. Метлов Л. С. Неравновесная эволюционная термодинамика и ее приложения. — Донецк: Ноулидж, 2014. — 176 с.
10. Метлов Л. С., Варюхин В. Н. Моделирование законов упрочнения при ИПД объемных твердых тел методами неравновесной эволюционной тер-

- модинамики. I. Зависимости от параметров задачи // ФТВД. – 2012. – Т. 20. – С. 7–21.
11. Метлов Л. С. Двухуровневая неравновесная эволюционная термодинамика ИПД // Вестник ДонГУ, Сер. А: Естественные науки. – 2009. – Т. 2. – С. 144–161.
 12. Khomenko A. V., Troshchenko D. S., Metlov L. S. Thermodynamics and kinetics of solids fragmentation at severe plastic deformation // *Condens. Matter Phys.* – 2015. – Vol. 18. – P. 33004 (14).
 13. Хоменко А. В., Трощенко Д. С., Бойко Д. В., Захаров М. В. Влияние внешнего периодического воздействия на кинетику фрагментации металлов при интенсивной пластической деформации // *Ж. нано-электрон. физ.* – 2015. – Т. 7. – С. 01039 (11).
 14. Khomenko A. V., Troshchenko D. S., Khomenko K. P., Solonar I. O. Phase diagram of metals fragmentation modes at severe plastic deformation // *Proceedings of the international conference nanomaterials : applications and properties.* – 2016. – Vol. 5, No. 1. – P. 01PCSI07 (4).
 15. Malygin G. A. Kinetic mechanism of the formation of fragmented dislocation structures upon large plastic deformations // *Phys. Solid State.* – 2002. – Vol. 44, No. 11. – P. 1979–1986.
 16. Mazilkin A. A., Straumal V. B., Protasova S. G., Kogtenkova O. A., Valiev R. Z. Structural changes in aluminum alloys upon severe plastic deformation // *Phys. Solid State.* – 2007. – Vol. 49, No. 5. – P. 824–82.
 17. Валиев Р. З., Александров И. В. Объемные наноструктурные металлические материалы: получение, структура и свойства. – Москва: ИКЦ “Академкнига”, 2007. – 398 с.
 18. Погребняк А. Д., Багдасарян А. А., Якущенко И. В., Береснев В. М. Структура и свойства высокоэнтропийных сплавов и нитридных покрытий на их основе // *Успехи химии.* – 2014. – Т. 83, №. 11. – С. 1027–1061.

19. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. — Москва: Наука, 1969. — 420 с.
20. Биргер И. А., Мавлютов Р. Р. Соппротивление материалов. — Москва: Наука, 1986. — 560 с.
21. Сергеев С. Н., Сафаров И. М., Қорзников А. В., Галеев Р. М., Гладковский С. В., Бородин Е. М. Влияние всесторонней изотермическойковки на структуру и свойства низкоуглеродистой стали 12ГБА // Письма о материалах. — 2012. — Т. 2, №. 3. — С. 117–120.
22. Исламгалиев Р. К., Нестеров К. М., Валиев Р. З. Эволюция структуры меди при консолидации порошков методом интенсивной пластической деформации кручением // Вестник УГАТУ. — 2013. — Т. 17, №. 4. — С. 81–89.
23. Хлебникова Ю. В., Егорова Л. Ю., Пилюгин В. П., Суаридзе Т. Р., Пацелов А. М. Эволюция структуры монокристалла α -титана при интенсивной пластической деформации кручением под давлением // ЖТФ. — 2015. — Т. 85. — С. 60–68.
24. Бродова И. Г. Эффективные способы измельчения структуры алюминиевых сплавов // Журнал СФУ. Техника и технологии. — 2015. — Т. 8, №. 4. — С. 519–530.
25. Хоменко О. В., Ляшенко Я. О. Фазова динаміка тонкої плівки мастила між твердими поверхнями при деформаційному дефекті модуля зсуву // Журнал фізичних досліджень. — 2007. — Т. 11. — С. 268–278.
26. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. — Москва: Наука, 1981. — 568 с.
27. Khomenko A. V., Lyashenko I. A. Statistical theory of the boundary friction of atomically flat solid surfaces in the presence of a lubricant layer // Phys-Usp. — 2012. — Vol. 55, No. 10. — P. 1008–1034.
28. Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Периодический прерывистый режим гра-

- ничного трения // Журнал технической физики. – 2010. – Т. 80, №. 1. – С. 27–33.
29. Troshchenko D. S., Khomenko A. V. Modeling of the phase diagram and kinetics of materials fragmentation modes under severe plastic deformation // In Abstracts of 4th International Conference “Nanotechnologies” 24-27 October 2016. – 2016. – p. 208 (Tbilisi: GTU, 2016).
30. Yamashita A., Yamaguchi D., Horita Z., Langdon T. G. Influence of pressing temperature on microstructural development in equal-channel angular pressing // Materials Science and Engineering: A. – 2000. – Vol. 287, No. 1. – P. 100–106.
31. Соколенко В. И., Мац А. В., Мац В. А. Механические характеристики наноструктурированных циркония и цирконий-ниобиевых сплавов // ФТВД. – 2013. – Т. 23, №. 2. – С. 96–102.
32. Трощенко Д. С., Хоменко А. В. Modeling of the phase diagram and kinetics of materials fragmentation modes under severe plastic deformation // Материалы VIII Международной научно-инновационной молодежной конференции “Современные твердофазные технологии: теория, практика и инновационный менеджмент”. – 2016. – С. 365–367.
33. Pashynskaya E. G., Podrezov Yu. N., Stolyarov V. V., Zavdoveyev A. V., Tishchenko I. I. Intensified movement of defects during severe plastic deformation // Materials Physics and Mechanics. – 2012. – Vol. 1. – P. 26–33.
34. Зельцер А. С., Соболева Т. К., Филиппов А. Э. Автоблокировка зародышеобразования и универсальность кинетических явлений при фазовых переходах первого рода // ЖЭТФ. – 1995. – Т. 108, No. 1. – С. 356–372.
35. Олемской А. И., Хоменко А. В. Трехпараметрическая кинетика фазового перехода // ЖЭТФ. – 1996. – Т. 110, No. 6. – С. 2144–2167.
36. Olemskoi A. I., Khomenko A. V., Kharchenko D. O. Self-organized criticality

- within fractional lorenz scheme // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2003. – Vol. 323. – P. 263–293.
37. Olemskoi A. I., Khomenko A. V. Synergetic theory for a jamming transition in traffic flow // Phys. Rev. E. – 2001. – Vol. 63. – P. 036116 (4).
38. Landau L. D., Lifshitz E. M. Course of theoretical physics, Vol.5: Statistical physics. – London: Butterworth, 1999. – 564 p.
39. Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Плавление ультратонкой пленки смазки за счет диссипативного разогрева поверхностей трения // ЖТФ. – 2007. – Т. 77, No. 9. – С. 137–140.
40. Risken H. The Fokker-Planck Equation. – Berlin: Springer, 1989. – 485 p.