

УДК 537.624

КП

№ госрегистрации 0116U002622.

Инв. №

Министерство образования и науки Украины
Сумский государственный университет
(СумГУ)

40007, г. Сумы, ул. Римского-Корсакова, 2;
тел. (0542) 33 41 08, факс (0542) 33 40 49

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе

д.ф.-м.н., профессор

_____ А. Н. Черноус

ОТЧЕТ

О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
**МАГНИТНЫЕ, ТЕПЛОВЫЕ И ТРАНСПОРТНЫЕ
СВОЙСТВА ПЕРИОДИЧЕСКИ ВОЗБУЖДЁННЫХ
СИСТЕМ ФЕРРОМАГНИТНЫХ НАНОЧАСТИЦ**
(промежуточный)

Начальник НИЧ

к.ф.-м.н., с.н.с.

Д. И. Курбатов

Руководитель НИР

д.ф.-м.н., профессор

С. И. Денисов

(2016.12.11)

2016

Рукопись закончена 11 декабря 2016 г.
Результаты работы рассмотрены на заседании научного совета СумГУ,
протокол № 4 от 2016.12.23

СПИСОК АВТОРОВ

Руководитель НИР, главный научный сотрудник д.ф.-м.н., профессор	2016.12.11	С. И. Денисов (реферат, введение, разделы 1.1-1.4, выводы)
Заведующий лабораторией к.ф.-м.н., доцент	2016.12.11	Т. В. Лютый (реферат, введение, разделы 1.3, 1.4, выводы)
Старший научный сотрудник к.ф.-м.н., доцент	2016.12.11	Е. С. Денисова (раздел 1.2.1, выводы)
Младший научный сотрудник, ассистент	2016.12.11	Ю. С. Быстрик (раздел 1.2.2)
Младший научный сотрудник, аспирант	2016.12.11	Б. А. Педченко (введение, раздел 1.3)
Младший научный сотрудник, аспирант	2016.12.11	В. В. Рева (введение, раздел 1.4)
Лаборант, аспирант	2016.12.11	А. Н. Гришко (раздел 1.2.1)

РЕФЕРАТ

Отчёт о НИР: 38 с., 9 рис., 35 источников.

Объект исследования – магнитная и механическая динамика ферромагнитных (нано)частиц в периодических магнитных и силовых полях.

Предмет исследования – магнитные, диссипативные и транспортные свойства систем таких частиц.

Цель исследования – изучение эффектов индуцированной намагниченности, диссипации энергии и направленного дрейфа, порождаемых периодическими полями в системах ферромагнитных частиц.

Методы исследования – методы электромагнетизма и микромагнетизма, методы статистической и математической физики, методы стохастических уравнений и уравнения Фоккера-Планка, численные методы.

На первом этапе НИР изучены магнитные и диссипативные свойства систем ферромагнитных частиц, направления легких осей которых равномерно распределены в пространстве, а сами они находятся в эллиптически поляризованном магнитном поле. Для этого класса систем построена общая теория возмущений, которая позволяет найти решение уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта в случае малой амплитуды поля и рассчитать индуцированную намагниченность этих систем и потери энергии в них. Установлено, в частности, что индуцированная намагниченность и мощность потерь резонансно усиливаются в окрестности частот субгармонических резонансов. Корректность аналитических результатов подтверждена численными результатами, полученными в случае малой амплитуды поля. Численно также показано, что с увеличением амплитуды поля частотные зависимости указанных величин качественно изменяются вследствие скачкообразных переходов между разными режимами вынужденной прецессии намагниченности частиц.

Результаты НИР могут быть использованы для минимизации потерь энергии в устройствах микро- и нанoeлектроники.

ФЕРРОМАГНИТНАЯ ЧАСТИЦА, ОДНОДОМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ, МАГНИТНАЯ ДИНАМИКА, РЕЗОНАНСНЫЕ ЭФФЕКТЫ, ИНДУЦИРОВАННАЯ НАМАГНИЧЕННОСТЬ, МОЩНОСТЬ ПОТЕРЬ.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1 Индуцированная намагниченность и мощность потерь в системе ферромагнитных наночастиц со случайно ориентированными легкими осями	7
1.1 Основные уравнения	7
1.2 Теория возмущений	11
1.2.1 Аппроксимация первого порядка	16
1.2.2 Аппроксимация второго порядка	18
1.3 Средняя намагниченность	20
1.4 Мощность потерь	26
ВЫВОДЫ	31
ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК	34

ВВЕДЕНИЕ

Изучение динамики намагниченности в однодоменных ферромагнитных частицах (наночастицах) является очень важным как для фундаментальных исследований, так и для практического применения. Наибольший интерес представляют динамические эффекты, связанные с внезапным изменением поведения намагниченности, которые возникают вследствие изменения управляющего параметра. Одним из таких эффектов является переключение (инверсия) намагниченности наночастицы. В зависимости от применения, процесс переключения должен быть оптимизирован соответствующим образом. В частности, для уменьшения времени переключения в магнитных записывающих устройствах, недавно было предложено так называемое прецессионное переключение [1–4] и переключение с помощью микроволн [5–9]. Магнитные резонансы в наночастицах и переходы между различными динамическими состояниями намагниченности могут играть важную роль и в гипертермии [10–12], поскольку в непосредственной близости от этих резонансов и переходов происходит сильное изменение диссипативных свойств частиц. Интересной особенностью детерминированной динамики намагниченности в наночастицах, управляемых периодическим магнитным полем, является то, что она может быть хаотичной [13–16]. С теоретической точки зрения особый интерес представляют переходы между регулярными и хаотическими режимами динамики намагниченности, а также переход к хаосу.

Нелинейная динамика намагниченности в ферромагнитных наночастицах, индуцируемая циркулярно-поляризованным магнитным полем, хорошо изучена для частного случая одноосных наночастиц, чьи легкие оси перпендикулярны плоскости поляризации [17, 18]. Используя детерминированное уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта (ЛЛГ), в работах [19, 20] показано, что динамика намагниченности всегда является регулярной, и в стационарном состоянии существуют лишь периодические и квазипериодические динамические режимы. Помимо этого, в работе [21] получены условия устойчивости периодических режимов и индуцированной намагниченности, в [22] построена фазовая диаграмма возможных режимов в плоскости “амплитуда-частота” внешнего магнитного поля, в [23, 24] рассчитывается потеря мощности в случае периодических режимов, а в [25]

изучается влияние переходов между различными динамическими режимами на мощность потерь. В работах [26, 27] исследуются некоторые тепловые эффекты в таких системах, в том числе тепловое усиление индуцированной намагниченности и резонансное подавление термической устойчивости этих режимов.

Благодаря симметрии модели, многие из приведенных выше результатов были получены аналитически. В то же время, ряд важных особенностей динамики намагниченности (например, некоторые резонансы высших порядков и хаотическая динамика) невозможны в этой модели. Поэтому в этой статье мы рассмотрим более общий случай, когда внешнее магнитное поле является эллиптически поляризованным и легкие оси наночастиц имеют случайное направление. Наше основное внимание будет сосредоточено на выяснении того, как нелинейные резонансы и переходы между различными режимами динамики намагниченности влияют на магнитные свойства систем наночастиц.

Первая часть отчета построена следующим образом. В разделе 1.1 описывается модель, вводятся основные уравнения и определяются представляющие интерес величины. В разделе 1.2 разрабатывается общая теория возмущения для уравнения ЛЛГ. В том же разделе находится стационарное решение этого уравнения с помощью теории возмущения первого и второго порядков. Раздел 1.3 посвящен изучению средней намагниченности системы, индуцированной эллиптически поляризованным магнитным полем. В разделе 1.4 изучается зависимость потери мощности от амплитуды магнитного поля и частоты. Полученные результаты обобщены в разделе **ВЫВОДЫ**.

1 Индуцированная намагниченность и мощность потерь в системе ферромагнитных наночастиц со случайно ориентированными легкими осями

1.1 Основные уравнения

Рассмотрим систему ферромагнитных наночастиц, управляемых магнитным полем $\mathbf{H} = \mathbf{H}(t)$, которое эллиптически поляризовано в плоскости xy , то есть,

$$\mathbf{H} = H \cos(\omega t)\mathbf{e}_x + \rho H \sin(\omega t)\mathbf{e}_y. \quad (1)$$

Здесь H и ω - амплитуда и угловая частота магнитного поля соответственно; \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y и \mathbf{e}_z - единичные векторы декартовой системы координат $x y z$, и ρ - безразмерный параметр. Знак этого параметра характеризует направление вращения поля (при $\rho < 0$ магнитное поле вращается в направлении по часовой стрелке, а при $\rho > 0$ в направлении против часовой стрелки), а его значения $\rho = 0$ и $|\rho| = 1$ соответствуют линейно и циркулярно поляризованному магнитным полям.

Наночастицы системы считаются невзаимодействующими и однодоменными (так называемые частицы Стоунера-Вольфарта [28]), и распределены в диэлектрической матрице. Единственным различием между ними является направление их осей анизотропии (легкие оси), что в свою очередь для каждой из наночастиц характеризуется единичным вектором

$$\mathbf{e}_a = \sin \theta_a \cos \varphi_a \mathbf{e}_x + \sin \theta_a \sin \varphi_a \mathbf{e}_y + \cos \theta_a \mathbf{e}_z, \quad (2)$$

где θ_a и φ_a - полярный и азимутальный углы \mathbf{e}_a . Из следующего анализа мы предполагаем, что направления этого вектора являются случайными и равномерно распределены по сфере. Это означает, что углы θ_a и φ_a также случайны и их общая плотность вероятности $P(\theta, \varphi)$ в которой $\theta_a = \theta$ и $\varphi_a = \varphi$ задается в виде

$$P(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \sin \theta. \quad (3)$$

Магнитное состояние каждой наночастицы в системе описывается вектором намагниченности $\mathbf{M} = \mathbf{M}(t)$, динамика которого определяется детерминированным уравнением ЛЛГ [19, 20]

$$\frac{d}{dt}\mathbf{M} = -\gamma\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \frac{\alpha}{M}\mathbf{M} \times \frac{d}{dt}\mathbf{M}. \quad (4)$$

Здесь $\gamma(> 0)$ - гиромагнитное отношение, $\alpha(> 0)$ - безразмерный параметр затухания, $M = |\mathbf{M}| = \text{const}$, а знак \times означает векторное произведение. Эффективное магнитное поле $\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_{\text{eff}}(t)$, действующее на намагниченность, берется в следующем виде:

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \frac{H_a}{M}(\mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_a)\mathbf{e}_a + \mathbf{H}, \quad (5)$$

где H_a - поле магнитной анизотропии, а точка обозначает скалярное произведение. При введении безразмерной намагниченности $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$ ($|\mathbf{m}| = 1$) и безразмерного эффективного магнитного поля $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_{\text{eff}}/H_a$, уравнение ЛЛГ (4) может быть приведено к форме:

$$\ell \dot{\mathbf{m}} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}} - \alpha \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}). \quad (6)$$

Здесь $\ell = 1 + \alpha^2$, означает дифференцирование по безразмерному времени $\tau = \omega_a t$, $\omega_a = \gamma H_a$ - характерная угловая частота прецессии намагниченности, и, в соответствии с (1) и (5),

$$\mathbf{h}_{\text{eff}} = (\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_a)\mathbf{e}_a + h \cos(\Omega\tau)\mathbf{e}_x + \rho h \sin(\Omega\tau)\mathbf{e}_y \quad (7)$$

где $h = H/H_a$ и $\Omega = \omega/\omega_a$ соответственно, безразмерная амплитуда и безразмерная угловая частота внешнего магнитного поля \mathbf{H} . Так как направление \mathbf{e}_a случайное, то и динамика \mathbf{m} в различных системах наночастиц разная. Таким образом, ключевую роль в описании соответствующих магнитных свойств такой системы играют магнитные свойства наночастиц.

В этой статье, нас интересуют две характеристики наночастиц. Первая - средняя безразмерная намагниченность $\langle \overline{\mathbf{m}} \rangle$, индуцированная эллиптически поляризованным магнитным полем. Здесь черта означает усреднение

по безразмерному интервалу времени \mathcal{T} ,

$$\overline{(\cdot)} = \frac{1}{\mathcal{T}} \int_0^{\mathcal{T}} d\tau(\cdot), \quad (8)$$

а угловые скобки - усреднение по всем возможным ориентациям единичного вектора \mathbf{e}_a ,

$$\langle(\cdot)\rangle = \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi P(\theta, \varphi)(\cdot). \quad (9)$$

Следует отметить, что выбор \mathcal{T} зависит от динамического режима \mathbf{m} . В частности, в случае установившейся динамики, интервал времени \mathcal{T} должен быть выбран в качестве $\mathcal{T} = 2\pi/\Omega$. В противоположном случае, если \mathbf{m} демонстрирует хаотическую динамику, то следующее условие должно быть удовлетворено в качестве: $\mathcal{T} \gg 2\pi/\Omega$. Еще одним из наших интересов является снижение потерь мощности, которое определяется как $q = \langle\overline{Q}\rangle/(\omega_a H_a M V)$, где $Q = V \mathbf{H}_{\text{eff}} \cdot d\mathbf{M}/dt$ - мгновенная потеря мощности одной наночастицей от объема V . Используя уравнение ЛЛГ (4), эта величина может быть записана следующим образом:

$$q = \alpha \langle\overline{\dot{\mathbf{m}}^2}\rangle. \quad (10)$$

Если система наночастиц содержит N наночастиц объемом \mathcal{V} то индуцированная намагниченность и плотность потери мощности для этой системы выражаются через приведенные выше величины $\langle\overline{\mathbf{m}}\rangle$ и q как $n M V \langle\overline{\mathbf{m}}\rangle$ и $n \omega_a H_a M V q$, соответственно, где $n = N/\mathcal{V}$ - концентрация наночастиц.

Сформулируем теперь условия, при которых данная модель является оправданной. Прежде всего, мы предполагаем, что сила обменного взаимодействия между спинами является наибольшей энергией в модели. В этом случае величина намагниченности примерно постоянна, и вращение намагниченности может быть описано уравнением ЛЛГ (4). Так как вращение считается когерентным, наночастицы должны быть однодоменными. Это означает, что диаметр наночастиц d должен быть меньше некоторого критического значения d_2 , которое, в зависимости от материала, колеб-

лется от нескольких нанометров до нескольких десятков, или даже сотен нанометров (например, $d_2 \simeq 4.7 \text{ nm}$ для $\text{Ni}_{08}\text{Fe}_{02}$, $d_2 \simeq 19 \text{ nm}$ для Fe , и $d_2 \simeq 480 \text{ nm}$ для MnBi [29]). В общем, из-за тепловых флуктуаций, когерентное вращение намагниченности в наночастицах с $d < d_2$ является случайным. В рамках стохастического уравнения ЛЛГ эти флуктуации, как правило, учитываются путем добавления гауссового белого шума для эффективного магнитного поля [30]. Тем не менее, если тепловая энергия $k_B T$ (k_B - постоянная Больцмана, T - абсолютная температура) намного меньше, чем масштаб энергии в системе Vw ($w = M \min(H_a, H)$ - шкала плотности энергии], то тепловой флуктуацией можно пренебречь. Это происходит при $d \gg d_1 = (6k_B T / \pi w)^{1/3}$ и, таким образом, намагниченность однородна и ее динамика становится приближенно детерминированной, если диаметр наночастиц удовлетворяет условию $d_1 \ll d < d_2$. Условие $d_1 \ll d$ также может быть использовано для оценки максимальной температуры, при котором сохраняется детерминированное приближение (в том случае, если максимальная температура меньше, чем температура блокировки). Стоит отметить, что эти условия имеют не слишком критичный характер и в некоторых случаях могут быть удовлетворены даже при комнатной температуре. [25]

Кроме того, мы используем приближение не взаимодействующих наночастиц, т.е. предполагается, что среднее расстояние между частицами R настолько велико, что суммарное магнитное поле, производимое окружающими наночастицами, пренебрежимо мало по сравнению с полем анизотропии и внешними магнитными полями. В дипольном приближении это расстояние можно грубо оценить из условия $(R/d)^3 \gg M / \min(H_a, H)$. На первый взгляд, даже в условиях сделанных допущений, выбор эффективного магнитного поля в виде (5) до сих пор не является удовлетворительным. Причина заключается в том, что \mathbf{H}_{eff} не содержит размагничивающее магнитное поле, которое всегда существует в ферромагнитных образцах и в основном им нельзя пренебрегать. Но в случае однодоменных частиц сферической формы размагничивающее поле равно $-(4\pi/3)\mathbf{M}$ и, так как $\mathbf{M} \times \mathbf{M} = 0$, то это поле не влияет на динамику намагниченности и им всё-таки можно пренебречь в \mathbf{H}_{eff} . Обратите внимание, что наш подход

может быть также применен и к проводимости наночастиц. Это происходит потому, что основной эффект проводимости заключается в увеличении параметра затухания α . [31, 32] Наконец, согласно определению (9), интересующие нас величины, $\langle \bar{\mathbf{m}} \rangle$ и q , зависят от плотности вероятности $P(\theta, \varphi)$ направленных легких осей. Выбор равномерного распределения этих направлений вызван как физической (нулевая намагниченность непроводящих систем) так и математической (простое интегрирование по углам θ и φ) причинами. Тем не менее, так же возможен любой другой выбор $P(\theta, \varphi)$ в этом случае единственной проблемой является аналитический расчет интегралов в (9).

1.2 Теория возмущений

Припустим, что $h \ll 1$, представим снижение намагниченности \mathbf{m} в виде ряда

$$\mathbf{m} = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{m}_n, \quad (11)$$

где $\mathbf{m}_n = \mathbf{m}_n(\tau)$ вклад в \mathbf{m} в n -том приближении ($|\mathbf{m}_n| \sim h^n$). Благодаря условию $|\mathbf{m}| = 1$, существует сильная зависимость между \mathbf{m}_n с различными n . Действительно, используя тот факт, что $\mathbf{m}_0 = \mathbf{e}_a$, условие $|\mathbf{m}| = 1$ можно записать в виде

$$\sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{m}_n^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{m}_n \cdot \mathbf{e}_a + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=n+1}^{\infty} \mathbf{m}_n \cdot \mathbf{m}_k = 0. \quad (12)$$

Так как множество векторов \mathbf{m}_n , которые вводятся вместо одного вектора \mathbf{m} , бесконечно, то можно потребовать, чтобы условие (12) выполнялось во всех порядках теории возмущений, подразумевая, что каждая сумма слагаемых, которые имеют тот же порядок, равна нулю. В этом случае для нечетных ($n = 2p - 1$, p is a natural number) и для четных значений

($n = 2p$) порядков, соответственно, получаем

$$\mathbf{m}_{2p-1} \cdot \mathbf{e}_a = - \sum_{l=1}^{p-1} \mathbf{m}_l \cdot \mathbf{m}_{2p-1-l} \quad (13)$$

и

$$\mathbf{m}_{2p} \cdot \mathbf{e}_a = -\frac{1}{2}\mathbf{m}_p^2 - \sum_{l=1}^{p-1} \mathbf{m}_l \cdot \mathbf{m}_{2p-l}. \quad (14)$$

Таким образом, несмотря на то, что \mathbf{m}_n определяется в n -том шаге приближения, скалярное произведение $\mathbf{m}_n \cdot \mathbf{e}_a$ может быть рассчитано с использованием \mathbf{m}_l , полученном на предыдущих этапах (то есть, при $l < n$). В нашем анализе это свойство \mathbf{m}_n играет важную роль. Отметим также, что при $p = 1$ суммы в правых частях выражений (13) и (14) равны нулю и, поэтому

$$\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{e}_a = 0, \quad \mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{e}_a = -\frac{1}{2}\mathbf{m}_1^2. \quad (15)$$

Представление ряда для безразмерного эффективного магнитного поля представляется как

$$\mathbf{h}_{\text{eff}} = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{h}_n, \quad (16)$$

где в соответствии с (7), (11) и (15), $\mathbf{h}_0 = \mathbf{e}_a$, $\mathbf{h}_1 = \mathbf{H}/H_a = h \cos(\Omega\tau)\mathbf{e}_x + \rho h \sin(\Omega\tau)\mathbf{e}_y$, и $\mathbf{h}_n = (\mathbf{m}_n \cdot \mathbf{e}_a)\mathbf{e}_a$ при $n \geq 2$. Подставляя ряд (11) и (16) в уравнение ЛЛГ (6) и сохраняя условия n -порядка в h , мы находим следующее дифференциальное уравнение первого порядка \mathbf{m}_n :

$$\begin{aligned} \ell \dot{\mathbf{m}}_n &= - \sum_{l=0}^n \mathbf{m}_l \times \mathbf{h}_{n-l} + \alpha \mathbf{h}_n \\ &\quad - \alpha \sum_{l=0}^n \sum_{k=0}^{n-l} (\mathbf{m}_k \cdot \mathbf{h}_{n-l-k}) \mathbf{m}_l. \end{aligned} \quad (17)$$

И, наконец, путем разделения членов с \mathbf{m}_n , это уравнение сводится к виду

$$\ell \dot{\mathbf{m}}_n + \alpha \mathbf{m}_n + \mathbf{m}_n \times \mathbf{e}_a = \mathbf{f}_n \quad (18)$$

при ($n \geq 1$). Его правая часть, $\mathbf{f}_n = \mathbf{f}_n(\tau)$, задается в виде

$$\mathbf{f}_n = - \sum_{l=0}^{n-1} \mathbf{m}_l \times \mathbf{h}_{n-l} + \alpha \mathbf{h}_n - \alpha \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{n-l} (\mathbf{m}_k \cdot \mathbf{h}_{n-l-k}) \mathbf{m}_l \quad (19)$$

и из-за условий (13) и (14), она не зависит от \mathbf{m}_n . Таким образом, уравнение (18) линейно по \mathbf{m}_n , а \mathbf{f}_n является заданной функцией от τ , которая определяется путем решения этого уравнения относительно \mathbf{m}_l для $l < n$. В частности, в первом ($n = 1$) и втором ($n = 2$) приближениях определение (19) вместе с условиями (15) дает

$$\mathbf{f}_1 = \mathbf{h}_1 \times \mathbf{e}_a + \alpha \mathbf{h}_1 - \alpha (\mathbf{h}_1 \cdot \mathbf{e}_a) \mathbf{e}_a \quad (20)$$

и

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_2 = & \mathbf{h}_1 \times \mathbf{m}_1 - \alpha (\mathbf{h}_1 \cdot \mathbf{m}_1) \mathbf{e}_a - \alpha (\mathbf{h}_1 \cdot \mathbf{e}_a) \mathbf{m}_1 \\ & + (\alpha/2) \mathbf{m}_1^2 \mathbf{e}_a. \end{aligned} \quad (21)$$

Чтобы записать векторную формулу (19) в виде компонентов, удобно ввести правостороннюю декартову систему координат $x'y'z'$, характеризующуюся единичными векторами \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 и \mathbf{e}_a . Вектор \mathbf{e}_a определен формулой (2), а другие могут быть определены следующим образом:

$$\mathbf{e}_1 = \frac{1}{\sin \theta_a} (\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_a) \times \mathbf{e}_a, \quad \mathbf{e}_2 = \frac{1}{\sin \theta_a} \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_a. \quad (22)$$

Представим в этой системе координат \mathbf{m}_n и \mathbf{f}_n как

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_n = & m_{n1} \mathbf{e}_1 + m_{n2} \mathbf{e}_2 + m_{n3} \mathbf{e}_a, \\ \mathbf{f}_n = & f_{n1} \mathbf{e}_1 + f_{n2} \mathbf{e}_2 + f_{n3} \mathbf{e}_a \end{aligned} \quad (23)$$

и принимая во внимание, что m_{n3} в зависимости от четности n задает-

ся формулой (13) или (14), из уравнения (18) для m_{n1} и m_{n2} получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \ell \dot{m}_{n1} + \alpha m_{n1} + m_{n2} &= f_{n1}, \\ \ell \dot{m}_{n2} + \alpha m_{n2} - m_{n1} &= f_{n2}. \end{aligned} \quad (24)$$

В стационарном состоянии, правые части этих уравнений являются периодическими функциями от τ , и в случае нечетных n ($n = 2p - 1$), их можно записать в матричной форме

$$\begin{pmatrix} f_{n1} \\ f_{n2} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^p \begin{pmatrix} q_{ni} & g_{ni} \\ u_{ni} & v_{ni} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin[(2i-1)\Omega\tau] \\ \cos[(2i-1)\Omega\tau] \end{pmatrix}. \quad (25)$$

В то время как элементы матрицы (25) должны были быть определены на предыдущих этапах, элементов матрицы вида

$$\begin{pmatrix} m_{n1} \\ m_{n2} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^p \begin{pmatrix} a_{ni} & b_{ni} \\ c_{ni} & d_{ni} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin[(2i-1)\Omega\tau] \\ \cos[(2i-1)\Omega\tau] \end{pmatrix} \quad (26)$$

из стационарного решения уравнения (24) удовлетворяют матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} \ell\Omega_{ni} & \alpha & 0 & 1 \\ \alpha & -\ell\Omega_{ni} & 1 & 0 \\ 0 & -1 & \ell\Omega_{ni} & \alpha \\ -1 & 0 & \alpha & -\ell\Omega_{ni} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{ni} \\ b_{ni} \\ c_{ni} \\ d_{ni} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{ni} \\ q_{ni} \\ v_{ni} \\ u_{ni} \end{pmatrix} \quad (27)$$

где $\Omega_{ni} = (2i-1)\Omega$. В случае четного n ($n = 2p$), формулы (25) и (26) следует заменить на

$$\begin{pmatrix} f_{n1} \\ f_{n2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{n0} \\ v_{n0} \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^p \begin{pmatrix} q_{ni} & g_{ni} \\ u_{ni} & v_{ni} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin(2i\Omega\tau) \\ \cos(2i\Omega\tau) \end{pmatrix} \quad (28)$$

и

$$\begin{pmatrix} m_{n1} \\ m_{n2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{n0} \\ d_{n0} \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^p \begin{pmatrix} a_{ni} & b_{ni} \\ c_{ni} & d_{ni} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin(2i\Omega\tau) \\ \cos(2i\Omega\tau) \end{pmatrix}, \quad (29)$$

соответственно. Согласно формуле (24), параметры b_{n0} и d_{n0} , т.е. не зависящие от времени части m_{n1} и m_{n2} , определяются уравнениями

$$\begin{aligned} \alpha b_{n0} + d_{n0} &= g_{n0}, \\ -b_{n0} + \alpha d_{n0} &= v_{n0} \end{aligned} \quad (30)$$

(параметры g_{n0} и v_{n0} предполагаются известными), а элементы матрицы в (29) удовлетворяют то же уравнение (27) с $\Omega_{ni} = 2i\Omega$.

Решение уравнения (30) задается в виде

$$b_{n0} = \frac{1}{\ell}(\alpha g_{n0} - v_{n0}), \quad d_{n0} = \frac{1}{\ell}(g_{n0} + \alpha v_{n0}), \quad (31)$$

и решение матричного уравнения (27) определяется как

$$\begin{aligned} a_{ni} &= \frac{1}{\ell\Delta_{ni}} \left[-\Omega_{ni}(1 - \alpha^2 - \ell^2\Omega_{ni}^2)g_{ni} + \alpha(1 + \ell\Omega_{ni}^2)q_{ni} \right. \\ &\quad \left. - 2\alpha\Omega_{ni}v_{ni} - (1 - \ell\Omega_{ni}^2)u_{ni} \right], \\ b_{ni} &= \frac{1}{\ell\Delta_{ni}} \left[\alpha(1 + \ell\Omega_{ni}^2)g_{ni} + \Omega_{ni}(1 - \alpha^2 - \ell^2\Omega_{ni}^2)q_{ni} \right. \\ &\quad \left. - (1 - \ell\Omega_{ni}^2)v_{ni} + 2\alpha\Omega_{ni}u_{ni} \right], \\ c_{ni} &= \frac{1}{\ell\Delta_{ni}} \left[2\alpha\Omega_{ni}g_{ni} + (1 - \ell\Omega_{ni}^2)q_{ni} \right. \\ &\quad \left. - \Omega_{ni}(1 - \alpha^2 - \ell^2\Omega_{ni}^2)v_{ni} + \alpha(1 + \ell\Omega_{ni}^2)u_{ni} \right], \\ d_{ni} &= \frac{1}{\ell\Delta_{ni}} \left[(1 - \ell\Omega_{ni}^2)g_{ni} - 2\alpha\Omega_{ni}q_{ni} \right. \\ &\quad \left. + \alpha(1 + \ell\Omega_{ni}^2)v_{ni} + \Omega_{ni}(1 - \alpha^2 - \ell^2\Omega_{ni}^2)u_{ni} \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь $\Omega_{ni} = (2i - 1)\Omega$ если $n = 2p - 1$, и $\Omega_{ni} = 2i\Omega$, если $n = 2p$, $i = \overline{1, p}$,

и

$$\Delta_{ni} = (1 - \ell\Omega_{ni}^2)^2 + 4\alpha^2\Omega_{ni}^2. \quad (33)$$

Ниже мы рассмотрим более подробно приближения первого и второго порядков и обсудим более детально влияние членов высшего порядка стационарную намагниченность.

1.2.1 Аппроксимация первого порядка

В этом приближении вклад в стационарное решение уравнения ЛЛГ \mathbf{m}_1 , может быть легко найденным из общих выражений (32), в которых $n = i = p = 1$ и $\Omega_{ni} = \Omega$. Действительно, переписав представление (25) в виде

$$\begin{aligned} f_{11} &= q_{11} \sin(\Omega\tau) + g_{11} \cos(\Omega\tau), \\ f_{12} &= u_{11} \sin(\Omega\tau) + v_{11} \cos(\Omega\tau) \end{aligned} \quad (34)$$

и с использованием векторной формулы (20) вместе с определением (2) и (22), получаем

$$\begin{aligned} q_{11} &= \rho h(\kappa_a + \alpha\lambda_a\delta_a), & g_{11} &= -h(\delta_a - \alpha\lambda_a\kappa_a), \\ u_{11} &= -\rho h(\lambda_a\delta_a - \alpha\kappa_a), & v_{11} &= -h(\lambda_a\kappa_a + \alpha\delta_a), \end{aligned} \quad (35)$$

где в качестве сокращения мы вводим обозначения

$$\begin{aligned} \kappa_a &= \cos \varphi_a, & \delta_a &= \sin \varphi_a, \\ \lambda_a &= \cos \theta_a, & \chi_a &= \sin \theta_a. \end{aligned} \quad (36)$$

Подставляя представленные коэффициенты (35) в выражения (32), мы находим

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \frac{h}{\Delta_{11}} \left[2\alpha\rho\Omega^2\kappa_a + \alpha\Omega(1 + \ell\Omega^2)\lambda_a\kappa_a \right. \\
&\quad \left. + \Omega(1 - \ell\Omega^2)\delta_a + \rho(1 - 2\Omega^2 + \ell\Omega^2)\lambda_a\delta_a \right], \\
b_{11} &= \frac{h}{\Delta_{11}} \left[\rho\Omega(1 - \ell\Omega^2)\kappa_a + (1 - 2\Omega^2 + \ell\Omega^2)\lambda_a\kappa_a \right. \\
&\quad \left. - 2\alpha\Omega^2\delta_a - \alpha\rho\Omega(1 + \ell\Omega^2)\lambda_a\delta_a \right], \\
c_{11} &= \frac{h}{\Delta_{11}} \left[\rho(1 - 2\Omega^2 + \ell\Omega^2)\kappa_a + \Omega(1 - \ell\Omega^2)\lambda_a\kappa_a \right. \\
&\quad \left. - \alpha\Omega(1 + \ell\Omega^2)\delta_a - 2\alpha\rho\Omega^2\lambda_a\delta_a \right], \\
d_{11} &= \frac{h}{\Delta_{11}} \left[-\alpha\rho\Omega(1 + \ell\Omega^2)\kappa_a - 2\alpha\Omega^2\lambda_a\kappa_a \right. \\
&\quad \left. - (1 - 2\Omega^2 + \ell\Omega^2)\delta_a - \rho\Omega(1 - \ell\Omega^2)\lambda_a\delta_a \right].
\end{aligned} \tag{37}$$

Так как, согласно (33),

$$\Delta_{11} = (1 - \ell\Omega^2)^2 + 4\alpha^2\Omega^2 \tag{38}$$

и условию $\alpha \ll 1$, частотная зависимость вклада первого порядка в стационарном состоянии снижает намагниченность,

$$\begin{aligned}
\mathbf{m}_1 &= (a_{11}\mathbf{e}_1 + c_{11}\mathbf{e}_2) \sin(\Omega\tau) \\
&\quad + (b_{11}\mathbf{e}_1 + d_{11}\mathbf{e}_2) \cos(\Omega\tau),
\end{aligned} \tag{39}$$

демонстрирует, в общем, резонансное поведение вблизи частоты ферромагнитного резонанса ($\Omega = 1$). Однако следует отметить, что в некоторых частных случаях, например, если $\theta_a = \varphi_a = 0$ и $\rho = -1$ или если $\theta_a = \pi/2$, $\varphi_0 = 0$ и $\rho = 0$, резонанс отсутствует. В первом случае, физическая причина состоит в том, что направление вращения магнитного поля противоположно направлению естественной прецессии намагниченности наночастиц. [26] В противоположность этому, во втором случае, причина состоит в том, что в этом приближении магнитное поле, направление которого па-

раллельно оси анизотропии наночастиц, не индуцирует динамику намагниченности. Важно подчеркнуть, что, поскольку характеристики рассматриваемой системы усредняются по всем направлениям единичного вектора \mathbf{e}_a , который предположительно должен быть равномерно распределен по сфере, не существует никакого вклада от наночастиц с фиксированными θ_a и φ_a .

1.2.2 Аппроксимация второго порядка

Представление (28) соответствует приближению второго порядка при $n = 2$ и $i = p = 1$, в результате получаем

$$\begin{aligned} f_{21} &= g_{20} + q_{21} \sin(2\Omega\tau) + g_{21} \cos(2\Omega\tau), \\ f_{22} &= v_{20} + u_{21} \sin(2\Omega\tau) + v_{21} \cos(2\Omega\tau). \end{aligned} \quad (40)$$

Отсюда, используя (21) и (39), мы находим

$$\begin{aligned} g_{20} &= -\frac{h}{2} [(d_{11} + \alpha b_{11})\kappa_a + \rho(c_{11} + \alpha a_{11})\delta_a] \chi_a, \\ v_{20} &= \frac{h}{2} [(b_{11} - \alpha d_{11})\kappa_a + \rho(a_{11} - \alpha c_{11})\delta_a] \chi_a \end{aligned} \quad (41)$$

и

$$\begin{aligned} q_{21} &= -\frac{h}{2} [(c_{11} + \alpha a_{11})\kappa_a + \rho(d_{11} + \alpha b_{11})\delta_a] \chi_a, \\ g_{21} &= -\frac{h}{2} [(d_{11} + \alpha b_{11})\kappa_a - \rho(c_{11} + \alpha a_{11})\delta_a] \chi_a, \\ u_{21} &= \frac{h}{2} [(a_{11} - \alpha c_{11})\kappa_a + \rho(b_{11} - \alpha d_{11})\delta_a] \chi_a, \\ v_{21} &= \frac{h}{2} [(b_{11} - \alpha d_{11})\kappa_a - \rho(a_{11} - \alpha c_{11})\delta_a] \chi_a. \end{aligned} \quad (42)$$

Тогда, переписав представление (29) в виде

$$\begin{aligned} m_{21} &= b_{20} + a_{21} \sin(2\Omega\tau) + b_{21} \cos(2\Omega\tau), \\ m_{22} &= d_{20} + c_{21} \sin(2\Omega\tau) + d_{21} \cos(2\Omega\tau) \end{aligned} \quad (43)$$

и используя (41), из (31) непосредственно получается

$$\begin{aligned} b_{20} &= -\frac{h}{2}(b_{11}\kappa_a + \rho a_{11}\delta_a)\chi_a, \\ d_{20} &= -\frac{h}{2}(d_{11}\kappa_a + \rho c_{11}\delta_a)\chi_a. \end{aligned} \quad (44)$$

В результате, подставляя коэффициенты (42) в общие выражения (32), мы получаем

$$\begin{aligned} a_{21} &= \frac{h\chi_a}{2\Delta_{21}} \left[-(1 - 8\Omega^2 + 4\ell\Omega^2)A - 2\alpha\Omega(1 + 4\ell\Omega^2)B \right. \\ &\quad \left. - 8\alpha\Omega^2C + 2\Omega(1 - 4\ell\Omega^2)D \right], \\ b_{21} &= \frac{h\chi_a}{2\Delta_{21}} \left[2\alpha\Omega(1 + 4\ell\Omega^2)A - (1 - 8\Omega^2 + 4\ell\Omega^2)B \right. \\ &\quad \left. - 2\Omega(1 - 4\ell\Omega^2)C - 8\alpha\Omega^2D \right], \\ c_{21} &= \frac{h\chi_a}{2\Delta_{21}} \left[8\alpha\Omega^2A - 2\Omega(1 - 4\ell\Omega^2)B \right. \\ &\quad \left. - (1 - 8\Omega^2 + 4\ell\Omega^2)C - 2\alpha\Omega(1 + 4\ell\Omega^2)D \right], \\ d_{21} &= \frac{h\chi_a}{2\Delta_{21}} \left[2\Omega(1 - 4\ell\Omega^2)A + 8\alpha\Omega^2B \right. \\ &\quad \left. + 2\alpha\Omega(1 + 4\ell\Omega^2)C - (1 - 8\Omega^2 + 4\ell\Omega^2)D \right], \end{aligned} \quad (45)$$

где

$$\begin{aligned} A &= a_{11}\kappa_a + \rho b_{11}\delta_a, & B &= b_{11}\kappa_a - \rho a_{11}\delta_a, \\ C &= c_{11}\kappa_a + \rho d_{11}\delta_a, & D &= d_{11}\kappa_a - \rho c_{11}\delta_a, \end{aligned} \quad (46)$$

и, в соответствии с определением (33),

$$\Delta_{21} = (1 - 4\ell\Omega^2)^2 + 16\alpha^2\Omega^2. \quad (47)$$

Таким образом, вклад второго порядка в уменьшение стационарной

намагниченности задается в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_2 = & b_{20}\mathbf{e}_1 + d_{20}\mathbf{e}_2 + (a_{21}\mathbf{e}_1 + c_{21}\mathbf{e}_2) \sin(2\Omega\tau) \\ & + (b_{21}\mathbf{e}_1 + d_{21}\mathbf{e}_2) \cos(2\Omega\tau) - \frac{1}{2}\mathbf{m}_1^2\mathbf{e}_a. \end{aligned} \quad (48)$$

Этот вклад, в отличие от аппроксимации первого порядка, имеет резонансную зависимость от приведенной частоты Ω не только в непосредственной близости от резонанса первого порядка ($\Omega = 1$), но, и как следует из (45) и (47), также и в непосредственной близости от резонанса второго порядка ($\Omega = 1/2$). Следует отметить, что для наночастиц, у которых ось анизотропии перпендикулярна плоскости поляризации (при $\chi_a = 0$), этот эффект отсутствует.

1.3 Средняя намагниченность

Теперь, используя приведенные выше результаты теории возмущений, определим среднее значение намагниченности наночастиц $\langle \bar{\mathbf{m}} \rangle$ в квадратичном приближении. Так как в этом случае $\mathbf{m} = \mathbf{e}_a + \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2$ с \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}_2 дается формулой (39) и (48), соответственно, усреднив \mathbf{m} по времени получаем

$$\bar{\mathbf{m}} = b_{20}\mathbf{e}_1 + d_{20}\mathbf{e}_2 + \left(1 - \frac{1}{2}\overline{\mathbf{m}_1^2}\right)\mathbf{e}_a. \quad (49)$$

Отсюда, из определений (22) и (2), для единичных векторов \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 и \mathbf{e}_a , декартовы компоненты $\bar{\mathbf{m}}$ можно записать в виде

$$\bar{m}_x = b_{20}\lambda_a\kappa_a - d_{20}\delta_a + \left(1 - \frac{1}{2}\overline{\mathbf{m}_1^2}\right)\chi_a\kappa_a, \quad (50a)$$

$$\bar{m}_y = b_{20}\lambda_a\delta_a + d_{20}\kappa_a + \left(1 - \frac{1}{2}\overline{\mathbf{m}_1^2}\right)\chi_a\delta_a, \quad (50b)$$

$$\bar{m}_z = -b_{20}\chi_a + \left(1 - \frac{1}{2}\overline{\mathbf{m}_1^2}\right)\lambda_a. \quad (50c)$$

Тогда мы усредняем эти компоненты по углам θ_a и φ_a , распределенных с плотностью вероятности (3). Принимая во внимание, что $\langle F(\theta_a, \varphi_a) \rangle = 0$, если $F(\pi - \theta_a, \varphi_a) = -F(\theta_a, \varphi_a)$ или $F(\theta_a, \pi + \varphi_a) = -F(\theta_a, \varphi_a)$, можно убедиться, что все усреднения в правых частях (50a) и (50b) равны нулю, и

поэтому

$$\langle \overline{m_x} \rangle = \langle \overline{m_y} \rangle = 0. \quad (51)$$

В противоположность этому, за исключением $\langle \lambda_a \rangle = 0$, другие усреднения в правой части (50с), т.е. $\langle b_{20}\chi_a \rangle$ и $\langle \overline{\mathbf{m}_1^2} \lambda_a \rangle$ не равны нулю. Действительно, используя ранее полученные результаты (44) и (37) вместе с условиями $\langle \chi_a^2 \kappa_a^2 \rangle = \langle \chi_a^2 \delta_a^2 \rangle = 1/3$, которые могут быть проверены непосредственно из определения (9), получим

$$\langle b_{20}\chi_a \rangle = -\frac{\rho h^2 \Omega}{3\Delta_{11}}(1 - \ell\Omega^2). \quad (52)$$

Аналогичным образом, принимая во внимание, что

$$\overline{\mathbf{m}_1^2} = \frac{1}{2}(a_{11}^2 + b_{11}^2 + c_{11}^2 + d_{11}^2) \quad (53)$$

и $\langle \lambda_a^2 \kappa_a^2 \rangle = \langle \lambda_a^2 \delta_a^2 \rangle = 1/6$, можно показать, что

$$\begin{aligned} \langle \overline{\mathbf{m}_1^2} \lambda_a \rangle &= \frac{2\rho h^2 \Omega}{3\Delta_{11}^2} [(1 - \ell\Omega^2)(1 - 2\Omega^2 + \ell\Omega^2) \\ &\quad + 2\alpha^2 \Omega^2(1 + \ell\Omega^2)]. \end{aligned} \quad (54)$$

Наконец, так как $\langle \overline{m_z} \rangle = -\langle b_{20}\chi_a \rangle - \langle \overline{\mathbf{m}_1^2} \lambda_a \rangle / 2$, из (52) и (54) следует, что $\langle \overline{m_z} \rangle = -\rho \ell h^2 \Omega^3 / (3\Delta_{11})$ или, с обозначением (38),

$$\langle \overline{m_z} \rangle = -\frac{1}{3} \rho \ell h^2 \frac{\Omega^3}{(1 - \ell\Omega^2)^2 + 4\alpha^2 \Omega^2}. \quad (55)$$

Таким образом, эллиптическая поляризация магнитного поля (1), которая не имеет постоянных составляющих, намагничивает рассматриваемую систему ферромагнитных наночастиц. Так как эти системы характеризуются равномерным распределением направлений легких осей, без этого поля не существует собственной намагниченности. Направление индуцированной намагниченности перпендикулярно плоскости поляризации и зависит от направления вращения магнитного поля (т.е. от знака ρ). Явление индуцированного намагничивания имеет чисто динамическое происхождение

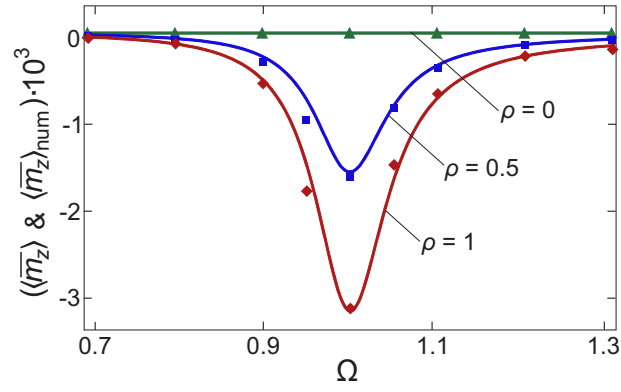


Рисунок 1.1 – Частотная зависимость z -компоненты намагниченности. Сплошные линии представляют собой теоретический результат (55), символами показаны численные результаты для $\langle \overline{m}_z \rangle_{\text{num}}$ (размер символов перекрывает величину погрешности). Теоретические и численные результаты представлены для циркулярного ($\rho = 1$), эллиптического ($\rho = 0.5$) и линейного ($\rho = 0$) поляризованного магнитного поля амплитудой $h = 0.01$.

ние: в соответствии с уравнением ЛЛГ (6), вынужденная динамика уменьшает намагниченность \mathbf{m} в наночастицах, характеризуемых векторами \mathbf{e}_a и $-\mathbf{e}_a$, совершенно по-разному. Стоит напомнить, что индуцированная намагниченность (55) является эффектом второго порядка. Его главной особенностью является то, что $\langle \overline{m}_z \rangle$ в окрестности точки $\Omega = 1$ зависит от Ω резонансным образом ($\max |\langle \overline{m}_z \rangle| \simeq |\rho| h^2 / (12\alpha^2)$ где $\alpha \ll 1$). Следует также отметить, что линейно поляризованное магнитное поле (при $\rho = 0$) не может намагнитить рассматриваемые системы ферромагнитных наночастиц.

Для проверки теоретических результатов, мы численно определили стационарное решение $\mathbf{m}^{(l)}$ ($l = \overline{1, N}$) уравнения (6) (во всех наших численных расчетах $\alpha = 0.05$) для $N = 2 \cdot 10^3$ nanoparticles, whose easy axis directions are distributed according to the наночастиц, у которых направление легкой оси распределено с плотностью вероятности (3). Тогда, вычисляя среднюю намагниченность как $\langle \overline{\mathbf{m}} \rangle_{\text{num}} = (1/N\mathcal{T}) \sum_{l=1}^N \int_0^{\mathcal{T}} \mathbf{m}^{(l)} d\tau$, мы убедились, что декартовы компоненты $\langle \overline{\mathbf{m}} \rangle_{\text{num}}$ очень хорошо согласуются с предположениями в (51) и (55), если уменьшаемая амплитуда магнитного поля h достаточно мала. Для иллюстрации, на рис. 1.1 мы показываем зависимость $\langle \overline{m}_z \rangle$ и $\langle \overline{m}_z \rangle_{\text{num}}$ на низкой частоте для различных поляризаций внешнего магнитного поля относительно малой амплитуды.

Разница между $\langle \overline{m}_z \rangle$ и $\langle \overline{m}_z \rangle_{\text{num}}$ как функции от Ω появляется и рас-

тет с увеличением h . Для этого есть несколько причин. Одной из них является то, что намагниченность некоторых наночастиц, в зависимости от направления их легких осей, могут переходить в новое устойчивое состояние с увеличением Ω , если амплитуда h не слишком мала. В таком случае, переход происходит при $\Omega = \Omega_{\text{tr}}$, где $\Omega_{\text{tr}} (< 1)$ - частота перехода, и сопровождается резким изменением стационарной траектории намагниченности (см. рис. 1.2). Периоды устоявшихся режимов \mathcal{T} чуть ниже и чуть выше частоты перехода – равны, переключение из стационарного состояния приводит к сильному изменению z -компоненты намагниченности при $\Omega = \Omega_{\text{tr}}$ (потому что $|\mathbf{m}^{(l)}| = 1$). Как показано на рис. 1.3, из-за существования частоты перехода Ω_{tr} и его слабой зависимости от направлений легких осей, частотная зависимость $\langle \overline{m_z} \rangle_{\text{num}}$ качественно отличается от теоретического результата (55). При небольшом увеличении h , пик $|\langle \overline{m_z} \rangle_{\text{num}}|$ смещается в сторону низких частот, а его максимальное значение уменьшается, в отличие зависимости $|\langle \overline{m_z} \rangle|$. В то же время, условие $\langle \overline{m_z} \rangle|_{-\rho} = -\langle \overline{m_z} \rangle|_{\rho}$, которое следует из (55), имеет место и для $\langle \overline{m_z} \rangle_{\text{num}}$. Отметим также, что небольшая разница между $\langle \overline{m_z} \rangle$ и $\langle \overline{m_z} \rangle_{\text{num}}$ при $h = 0.01$ (см. рис. 1.1, $\Omega \simeq 0.95$) вытекает из того факта, что в данном случае есть небольшая часть наночастиц, в которых переход к новому стационарному состоянию по-прежнему происходит. Их доля уменьшается с уменьшением h и, например, при $h = 0.005$, разница практически исчезает.

Вторая причина заключается в том, что роль членов более высокого порядка \mathbf{m}_n ($n \geq 3$) в разложении намагниченности \mathbf{m} , которой пренебрегали в $\langle \overline{m_z} \rangle$, растет с увеличением h . Так, в соответствии с (33), эти значения зависят от Ω резонансным образом не только вблизи точки $\Omega = 1$ (например, резонансное поведение \mathbf{m}_n с $n = 2p$ происходит в окрестности точек $\Omega = 1/(2i)$, $i = \overline{1, p}$), частотная зависимость \mathbf{m} в приближении n -го порядка может сильно отличаться от результата, полученного в приближении второго порядка. Несмотря на это, усреднение \mathbf{m} может устранить некоторые из резонансов (в частности, $\langle \overline{m_z} \rangle$, в отличие от m_z , не имеет никакого резонанса на $\Omega = 1/2$ в приближении второго порядка), можно ожидать, что $\langle \overline{m_z} \rangle$ как функция от Ω ведет себя качественно иначе в более высоком порядке приближения.

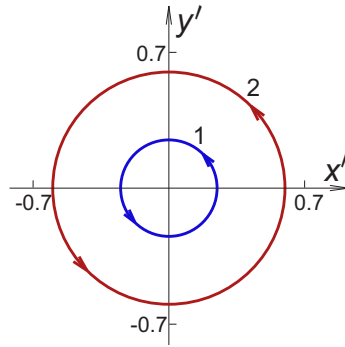


Рисунок 1.2 – Проекция стационарных траекторий приведенной намагниченности на плоскость $x'y'$ чуть ниже (1) и чуть выше (2) частоты перехода. Траектории получены с помощью численного решения уравнения (6) для наночастиц, чье направление легкой оси характеризуется углами $\theta_a = \pi/3$ и $\varphi_a = 0$, на которые действует магнитное поле амплитудой $h = 0.05$, которое имеет круговую поляризацию ($\rho = 1$). В этом случае намагниченность наночастиц вращается в направлении против часовой стрелки (показано стрелками), траектории почти круговые, а частота перехода приблизительно определяется $\Omega_{tr} \simeq 0.84$.

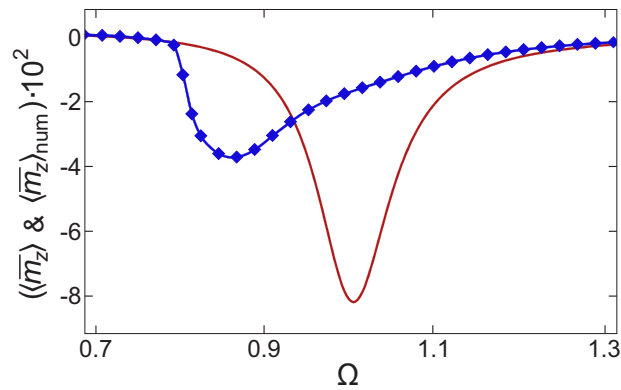


Рисунок 1.3 – Частотная зависимость z -компоненты намагниченности при $h = 0.05$ и $\rho = 1$. Теоретические ($\langle \overline{m}_z \rangle$) и численные ($\langle \overline{m}_z \rangle_{num}$) результаты показаны сплошными линиями и символами соответственно. Разница между ними обусловлена переходами в динамике намагниченности, аналогично той, что показана на рис. 1.2 (эти переходы в наночастицах с различными направлениями легких осей происходят на разных частотах).

Чтобы продемонстрировать это в явном виде, давайте сначала рассмотрим приближение третьего порядка по h , когда $\mathbf{m} = \mathbf{e}_a + \sum_{n=1}^3 \mathbf{m}_n$. Используя (13) и (26), мы находим $\overline{\mathbf{m}}_3 \cdot \mathbf{e}_a = -\overline{\mathbf{m}}_1 \cdot \overline{\mathbf{m}}_2 = 0$ и $\overline{\mathbf{m}}_3 \cdot \mathbf{e}_1 = \overline{\mathbf{m}}_3 \cdot \mathbf{e}_2 = 0$, то есть, $\overline{\mathbf{m}}_3 = 0$. Это означает, что $\langle \overline{\mathbf{m}} \rangle = \langle \overline{\mathbf{m}}_2 \rangle$, мы, таким образом, формула (55) имеет место и в приближении третьего порядка. В противоположность этому, в приближении четвертого порядка по h , при $\mathbf{m} = \mathbf{e}_a + \sum_{n=1}^4 \mathbf{m}_n$, мы получаем $\langle \overline{\mathbf{m}} \rangle = \langle \overline{\mathbf{m}}_2 \rangle + \langle \overline{\mathbf{m}}_4 \rangle$, где в соответствии с (14) и (29),

$$\langle \overline{\mathbf{m}}_4 \rangle = -\frac{1}{2} \langle \overline{\mathbf{m}}_2^2 \mathbf{e}_a \rangle - \langle (\overline{\mathbf{m}}_1 \cdot \overline{\mathbf{m}}_3) \mathbf{e}_a \rangle. \quad (56)$$

Резонанс при $\Omega = 1/3$, который связан с частотной зависимостью \mathbf{m}_3 , устраняется путем временного усреднения, а последнее значение в (56), если оно отлично от нуля, резонансно зависит от Ω только в непосредственной близости от точки $\Omega = 1$. Поэтому, так как это выражение порядка h^4 , то это качественно не меняет результат второго порядка (55). Что касается первого выражения в правой части (56), то, согласно (44)–(48), оно демонстрирует резонансное поведение в окрестности двух пониженных частот $\Omega = 1/2$ и $\Omega = 1$. Это выражение также имеет порядок h^4 , но в целом, им можно пренебречь всюду, за исключением окрестности точки $\Omega = 1/2$. В этой частотной области можно ожидать, что z -компонента первого члена, $-\langle \overline{\mathbf{m}}_2^2 \lambda_a \rangle / 2$, превышает $\langle \overline{m}_z \rangle$, если приведенная амплитуда магнитного поля h не слишком мала. Как видно из предыдущих результатов, в зависимости от h , z -компонента $\langle \overline{\mathbf{m}} \rangle$ в приближении порядка $2p$ может демонстрировать резонансное поведение вблизи субгармонических частот $\Omega = 1/i$ с $i = \overline{1, p}$ (резонансной частоте $\Omega = 1/i$ соответствует i -й порядок резонанса). Частотная зависимость $\langle \overline{m}_z \rangle_{\text{num}}$, иллюстрирует роль резонанса второго порядка, показанного на рис. 1.4. По той же причине, что и на рис. 1.3, локальный минимум $\langle \overline{m}_z \rangle_{\text{num}}$ is shifted (сдвигается (по отношению к аналитическим результатам $\Omega = 1/2$) в сторону более низких частот.

При дальнейшем увеличении h , динамика намагничивания становится более сложной. В частности, в зависимости от h и направления легких

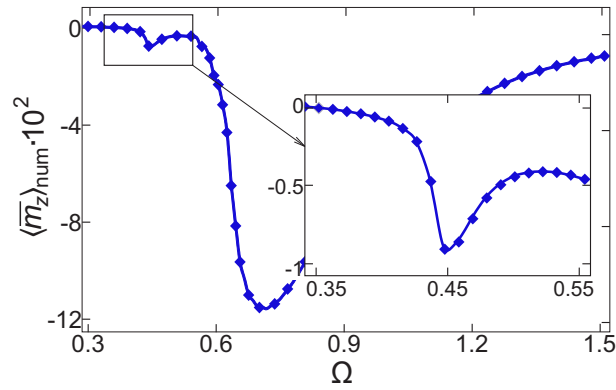


Рисунок 1.4 – Зависимость $\langle \overline{m_z} \rangle_{\text{num}}$ от приведённой частоты Ω при $h = 0.14$ и $\rho = 1$. Вставка: та же зависимость показана в окрестности резонанса второго порядка.

осей, переход \mathbf{m} к новому устойчивому состоянию может происходить таким образом, что знак скалярного произведения $\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_a$ меняется. Кроме того, может быть несколько изменений знака при дальнейшем росте частоты магнитного поля. Другими словами, увеличение Ω может привести к многократному переключению намагниченности наночастиц. Поскольку каждое переключение сопровождается сильным изменением m_z (если θ_a не слишком близко к $\pi/2$), эти переключения могут существенно повлиять на частотную зависимость $\langle \overline{m_z} \rangle_{\text{num}}$, см. рис. 1.5. Для иллюстрации, на рис. 1.6 показаны примеры стационарных траекторий \mathbf{m} непосредственно до и после переключения. Отметим также, что, если h достаточно велико, может существовать частотный интервал, где динамика намагниченности хаотична, то есть эволюция во времени \mathbf{m} чрезвычайно чувствительна к начальным условиям. В наших численных расчетах, интервал усреднения по времени \mathcal{T} для наночастиц с хаотической динамикой намагниченности выбран в интервалах $2 \cdot 10^3/\Omega$ и $4 \cdot 10^3/\Omega$ для $\Omega < 1$ и $\Omega \geq 1$, соответственно. Оказалось, что индуцированные частотой переходы к хаотическому режиму не особо изменяют частотную зависимость $\langle \overline{m_z} \rangle_{\text{num}}$.

1.4 Мощность потерь

Согласно определению (10) и представлению ряда (11), потеря мощности при $h \ll 1$ и при условии, что намагниченность \mathbf{m} не переходит в другое стационарное состояние с увеличением h и Ω , может быть выра-

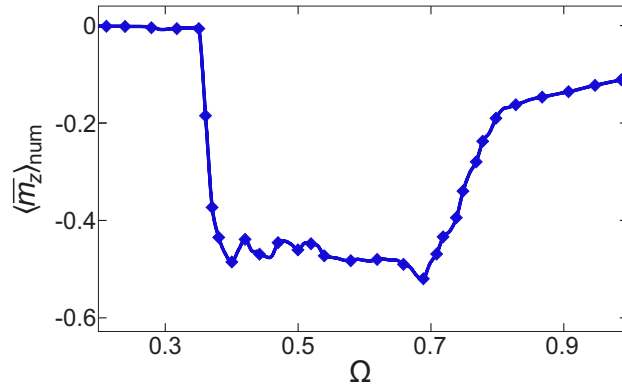


Рисунок 1.5 – Частотная зависимость $\langle \overline{m}_z \rangle_{\text{num}}$ при $h = 0.25$ и $\rho = 1$. Немонотонность $\langle \overline{m}_z \rangle_{\text{num}}$, которая происходит в интервале $(0.4, 0.7)$, является результатом переключения намагниченности в некоторых наночастицах; ширина этого интервала растет с увеличением h .

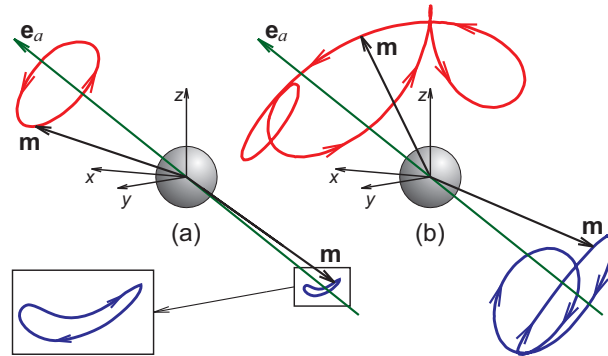


Рисунок 1.6 – Равновесные траектории приведённой намагниченности \mathbf{m} для наночастиц с $\theta_a = \pi/3$ и $\varphi_a = 0$, которые обусловлены циркулярно поляризованным магнитным полем ($\rho = 1$) с амплитудой $h = 0.14$ (a) и $h = 0.25$ (b). Верхние (нижние) траектории соответствуют полю частоты непосредственно перед (после) переключением. При $h = 0.14$ верхняя траектория соответствует $\Omega = 0.6$, нижняя до $\Omega = 0.601$, то есть $\Omega_{\text{tr}} \in (0.6, 0.601)$, и прецессия намагниченности в обоих состояниях происходит с частотой поля Ω . В противоположном случае, в $h = 0.25$ верхняя траектория соответствует $\Omega = 0.485$, нижняя до $\Omega = 0.486$, $\Omega_{\text{tr}} \in (0.485, 0.486)$, и, в то время как прецессия намагниченности в нижнем состоянии происходит с частотой поля, частота прецессии в верхнем состоянии в два раза меньше, чем Ω .

жено в общем виде

$$q = \alpha \left\langle \left(\sum_{n=1}^{\infty} \dot{\mathbf{m}}_n \right)^2 \right\rangle. \quad (57)$$

Для простоты и наглядности мы ограничимся вторым порядком в разложении q по степеням h . В этом приближении приведенное выше выражение гласит

$$q = \alpha \overline{\dot{\mathbf{m}}_1^2}. \quad (58)$$

Согласно (39), $\overline{\dot{\mathbf{m}}_1^2} = \Omega^2 \overline{\mathbf{m}_1^2}$ и $\overline{\mathbf{m}_1^2}$ представляется формулой (53), что же касается приведенной потери мощности, то ее можно записать в виде $q = \alpha \Omega^2 (\langle a_{11}^2 \rangle + \langle b_{11}^2 \rangle + \langle c_{11}^2 \rangle + \langle d_{11}^2 \rangle)$. Расчет этих средних значений может быть произведен с помощью выражений (37) вместе с условиями $\langle \kappa_a^2 \rangle = \langle \delta_a^2 \rangle = 1/2$ и $\langle \lambda_a^2 \kappa_a^2 \rangle = \langle \lambda_a^2 \delta_a^2 \rangle = 1/6$, в результате чего мы получаем

$$q = \frac{1}{3} \alpha (1 + \rho^2) h^2 \frac{\Omega^2 (1 + \ell \Omega^2)}{(1 - \ell \Omega^2)^2 + 4\alpha^2 \Omega^2}. \quad (59)$$

Таким образом, в приближении второго порядка, уменьшение потери мощности q в зависимости от приведенной частоты Ω демонстрирует резонансное поведение вблизи точки $\Omega = 1$ и удовлетворяет условиям $\max q \simeq (1 + \rho^2) h^2 / (6\alpha)$ при $\alpha \ll 1$ и $q \simeq \alpha (1 + \rho^2) h^2 / 3$ при $\Omega \gg 1$ и $\alpha \ll 1$. Это не удивительно, так как приближение второго порядка по потере мощности соответствует приближению первого порядка по намагниченности. Чтобы проверить формулу (59), мы численно рассчитали снижение потерь мощности как $q_{\text{num}} = (1/N\mathcal{T}) \sum_{l=1}^N \int_0^{\mathcal{T}} q^{(l)} d\tau$, где $q^{(l)} = \alpha (\dot{\mathbf{m}}^{(l)})^2$. Если амплитуда магнитного поля h достаточно мала, численные результаты хорошо согласуются с аналитическими, как видно на рис. 1.7. По тем же причинам, что и для $\langle \overline{m_z} \rangle$, увеличение h приводит к появлению разницы между q и q_{num} , см. рис. 1.8. Если амплитуда магнитного поля не слишком мала, нелинейные резонансы могут влиять на частотную зависимость потери мощности. В частности, при условии, что $\dot{\mathbf{m}} = \sum_{n=1}^3 \dot{\mathbf{m}}_n$ и, принимая во внимание, что в соответствии с (39) и (48) $\overline{\dot{\mathbf{m}}_1 \cdot \dot{\mathbf{m}}_2} = 0$,

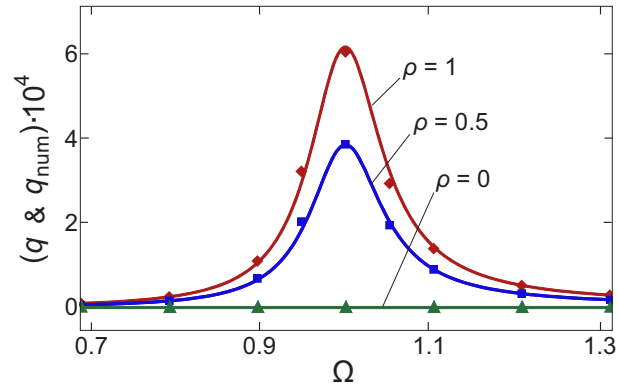


Рисунок 1.7 – Частотная зависимость приведённой потери мощности для циркулярного ($\rho = 1$), эллиптического ($\rho = 0.5$) и линейного ($\rho = 0$) поляризованного магнитного поля амплитудой $h = 0.01$. Численные результаты (q_{num}) полученные путем решения уравнения (6) представлены символами, а сплошные линии представляют теоретический результат (59).

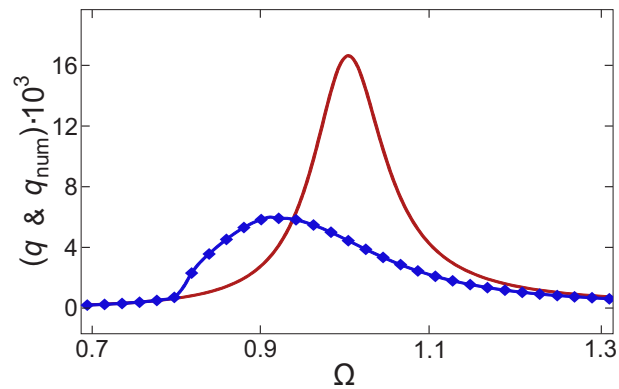


Рисунок 1.8 – Частотная зависимость приведённой потери мощности для $h = 0.05$ и $\rho = 1$. Теоретические (q) и численные (q_{num}) результаты показаны сплошной линией и символами соответственно. Разница между q и q_{num} возникает по тем же причинам, что и на рис. 1.3.

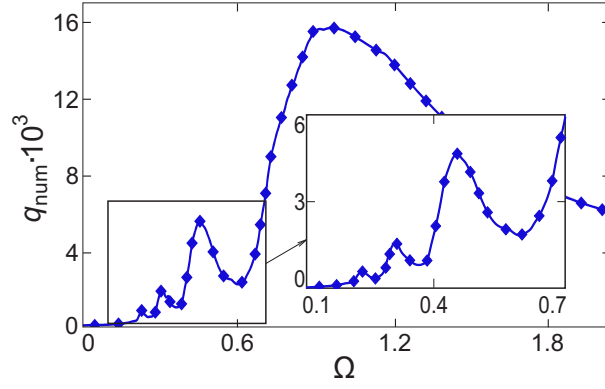


Рисунок 1.9 – Зависимость q_{num} от приведенной частоты Ω при $h = 0.3$ и $\rho = 1$. Пометка: та же зависимость в непосредственной близости от четвертого порядка ($\Omega = 1/4$), третьего порядка ($\Omega = 1/3$) и второго порядка ($\Omega = 1/2$) резонансов. Смещение пика позиций q_{num} слева имеет то же происхождение, что и смещение минимумов $\langle \overline{m_z} \rangle_{\text{num}}$.

получаем (с точностью до порядка h^4)

$$q = \alpha \langle \overline{\dot{\mathbf{m}}_1^2} + \overline{\dot{\mathbf{m}}_2^2} + 2\overline{\dot{\mathbf{m}}_1 \cdot \dot{\mathbf{m}}_3} \rangle. \quad (60)$$

Как видно из приведенного выше обсуждения, член с $\dot{\mathbf{m}}_1 \cdot \dot{\mathbf{m}}_3$ который вызывает резонансное поведение в непосредственной близости от приведенной частоты $\Omega = 1/3$, обращаются в ноль при усреднении по времени. Таким образом, единственный член $\alpha \langle \overline{\dot{\mathbf{m}}_2^2} \rangle$, порядка h^4 , может качественно изменить зависимость частоты потери мощности (59), порядком h^2 . Согласно (45)–(48), это происходит вблизи резонанса второго порядка, т.е. в малой окрестности приведенной частоты $\Omega = 1/2$. Аналогичный анализ предсказывает и подтвержденные численно результаты, см. рис. 1.9, что также могут существовать резонансы высших порядков. Обратите внимание, что эти резонансы более выражены для q_{num} чем для $\langle \overline{m_z} \rangle_{\text{num}}$.

ВЫВОДЫ

Мы определили среднюю намагниченность и мощность потерь для системы ферромагнитных наночастиц, направления легких осей которых равномерно распределены в пространстве и находящихся в эллиптически поляризованном магнитном поле. Одним из наиболее важных результатов является то, что такое поле намагничивает эту систему в направлении, перпендикулярном плоскости поляризации. Это необычный результат, поскольку эллиптически поляризованное магнитное поле не имеет составляющей в этом направлении. С физической точки зрения появление средней намагниченности является следствием того факта, что собственная прецессия намагниченности в наночастицах происходит в направлении против часовой стрелки. Именно из-за этого свойства динамика намагниченности в каждой паре наночастиц, направления равновесной намагниченности в которых противоположны, является разной. Это различие является исключительно динамическим, поляризационно-зависимым эффектом, и после усреднения по всем наночастицам приводит к отличной от нуля средней намагниченности системы.

Для нахождения аналитических выражений для средней намагниченности и мощности потерь в случае малой амплитуды внешнего магнитного поля мы разработали общую теорию возмущений для уравнения ЛЛГ. В ее рамках мы определили стационарное решение этого уравнения и рассчитали среднюю намагниченность, а также потерю мощности с точностью до второго порядка малости. Важной особенностью этих величин является то, что они зависят резонансным образом от частоты магнитного поля. Следует подчеркнуть, что, в соответствии с определением, выражение второго порядка для мощности потерь следует из решения первого порядка для уравнения ЛЛГ, и таким образом проявляет резонансное поведение в окрестности резонанса первого порядка. В отличие от этого выражение второго порядка для средней намагниченности определяется решением второго порядка для уравнения ЛЛГ. Хотя это решение учитывает влияние обоих резонансов, первого и второго порядков, влияние резонанса второго порядка устраняется путем усреднения. Мы подтвердили теоретические

предсказания с помощью численных результатов, полученных путем численного решения уравнения ЛЛГ.

Наш теоретический анализ показал, и численные результаты подтвердили, что субгармонические резонансы, возникающие из-за нелинейности уравнения ЛЛГ, также влияют на частотную зависимость средней намагниченности и мощности потерь. Однако, так как субгармонические резонансы появляются при достаточно больших амплитудах эллиптически поляризованного магнитного поля, нелинейные особенности динамики намагниченности сильно влияют на частотную зависимость рассматриваемых величин. Мы обнаружили, что среди этих особенностей переходы между различными стационарными решениями уравнения ЛЛГ, которые возникают при изменении частоты магнитного поля, играют наиболее важную роль. Если эти переходы происходят без переключения намагниченности, экстремумы средней намагниченности и потери мощности смещаются в сторону низких частот. В противоположном случае, если переходы в некоторой доле наночастиц сопровождаются переключением намагниченности (это возможно, если амплитуда поля достаточно велика), то частотная зависимость этих величин, и прежде всего средней намагниченности, изменяется качественно. Наконец, было установлено, что переходы между регулярными и хаотическими режимами динамики намагниченности влияют на эти величины незначительно.

Обсудим также, в каких системах наночастиц могут наблюдаться обнаруженные эффекты. В соответствии с предложенной моделью, экспериментальные системы должны состоять из монодисперсных монодоменных наночастиц, которые ориентированы случайным образом и не взаимодействуют друг с другом. В то время как системы с монодисперсными монодоменными наночастицами являются достаточно общими и могут быть легко синтезированы [33], системы, характеризующиеся равномерным распределением направлений легких осей и незначительным дипольным взаимодействием, не столь широко распространены. Насколько нам известно, одной из наиболее подходящих систем, у которых магнитная динамика может быть описана предлагаемой моделью, является сборка наночастиц железа и платины, произведенная при относительно низкой температуре от-

жиги [34]. Другой такой системой является двумерная сборка наночастиц оксида железа, полученных в результате клик-реакции [35]. Если расстояние между частицами достаточно велико, наночастицы в данной сборке удовлетворяют всем из указанных выше условий.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Switching behavior of a stoner particle beyond the relaxation time limit / M. Bauer, J. Fassbender, B. Hillebrands, R. L. Stamps // Phys. Rev. B. — 2000. — Feb. — Vol. 61. — P. 3410–3416. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.61.3410>.
2. Coherent suppression of magnetic ringing in microscopic spin valve elements / H. W. Schumacher, C. Chappert, P. Crozat et al. // Applied Physics Letters. — 2002. — Vol. 80, no. 20. — P. 3781–3783. — <http://dx.doi.org/10.1063/1.1480476>.
3. Serpico C., Mayergoyz I. D., Bertotti G. Analytical solutions of landau–lifshitz equation for precessional switching // Journal of Applied Physics. — 2003. — Vol. 93, no. 10. — P. 6909–6911. — <http://dx.doi.org/10.1063/1.1557278>.
4. Sun Z. Z., Wang X. R. Fast magnetization switching of stoner particles: A nonlinear dynamics picture // Phys. Rev. B. — 2005. — May. — Vol. 71. — P. 174430. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.71.174430>.
5. C.Thirion, W.Wernsdorfer, D.Mailly. Switching of magnetization by nonlinear resonance studied in single nanoparticles // Nat Mater. — 2003. — Vol. 2, no. 8. — P. 524–527. — <http://dx.doi.org/10.1038/nmat946>.
6. Sun Z. Z., Wang X. R. Magnetization reversal through synchronization with a microwave // Phys. Rev. B. — 2006. — Oct. — Vol. 74. — P. 132401. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.74.132401>.
7. Woltersdorf G., Back C. H. Microwave assisted switching of single domain $\text{ni}_{80}\text{fe}_{20}$ elements // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Nov. — Vol. 99. — P. 227207. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.99.227207>.
8. Nonlinear-dynamical-system approach to microwave-assisted magnetization dynamics (invited) / G. Bertotti, I. D. Mayergoyz, C. Serpico et al. //

- Journal of Applied Physics. — 2009. — Vol. 105, no. 7. — P. 07B712. — <http://dx.doi.org/10.1063/1.3072075>.
9. Phase dependence of microwave-assisted switching of a single magnetic nanoparticle / R. Piquerel, O. Gaier, E. Bonet et al. // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Mar. — Vol. 112. — P. 117203. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.117203>.
 10. Applications of magnetic nanoparticles in biomedicine / Q A Pankhurst, J Connolly, S K Jones, J Dobson // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2003. — Vol. 36, no. 13. — P. R167. — Access mode: <http://stacks.iop.org/0022-3727/36/i=13/a=201>.
 11. Medical application of functionalized magnetic nanoparticles / Akira Ito, Masashige Shinkai, Hiroyuki Honda, Takeshi Kobayashi // Journal of Bioscience and Bioengineering. — 2005. — Vol. 100, no. 1. — P. 1 – 11. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1389172305704229>.
 12. Magnetic iron oxide nanoparticles: Synthesis, stabilization, vectorization, physicochemical characterizations, and biological applications / Sophie Laurent, Delphine Forge, Marc Port et al. // Chemical Reviews. — 2008. — Vol. 108, no. 6. — P. 2064–2110. — PMID: 18543879. <http://dx.doi.org/10.1021/cr068445e>.
 13. Álvarez L. F., Pla O., Chubykalo O. Quasiperiodicity, bistability, and chaos in the Landau-Lifshitz equation // Phys. Rev. B. — 2000. — May. — Vol. 61. — P. 11613–11617. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.61.11613>.
 14. Chaotic dynamics of a magnetic nanoparticle / J. Bragard, H. Pleiner, O. J. Suarez et al. // Phys. Rev. E. — 2011. — Sep. — Vol. 84. — P. 037202. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.84.037202>.
 15. Magnetization dynamics under a quasiperiodic magnetic field / D.Laroze, D.Becerra-Alonso, J.A.C.Gallas, H.Pleiner // IEEE Transactions on Magnetics. — 2012. — Vol. 48, no. 11. — P. 3567–3570.

16. Heteroclinic tangle phenomena in nanomagnets subject to time-harmonic excitations / C. Serpico, A. Quercia, G. Bertotti et al. // Journal of Applied Physics. — 2015. — Vol. 117, no. 17. — P. 17B719. — <http://dx.doi.org/10.1063/1.4914530>.
17. Bertotti G., Serpico C., Mayergoyz I. D. Nonlinear magnetization dynamics under circularly polarized field // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Jan. — Vol. 86. — P. 724–727. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.86.724>.
18. Bertotti G., Mayergoyz I. D., Serpico C. Analysis of instabilities in nonlinear landau–lifshitz–gilbert dynamics under circularly polarized fields // Journal of Applied Physics. — 2002. — Vol. 91, no. 10. — P. 7556–7558. — <http://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.1450844>.
19. Landau L. D., Lifshitz E. On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies // Phys. Z. Sowjetunion. — 1935. — Vol. 8, no. 153. — P. 101–114.
20. T.L.Gilbert. A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials // IEEE Transactions on Magnetics. — 2004. — Vol. 40, no. 6. — P. 3443–3449.
21. Dynamical and thermal effects in nanoparticle systems driven by a rotating magnetic field / S. I. Denisov, T. V. Lyutyy, P. Hänggi, K. N. Trohidou // Phys. Rev. B. — 2006. — Sep. — Vol. 74. — P. 104406. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.74.104406>.
22. Phase diagrams for the precession states of the nanoparticle magnetization in a rotating magnetic field / S.I. Denisov, T.V. Lyutyy, C. Binns, P. Hanggi // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2010. — Vol. 322, no. 9–12. — P. 1360 – 1362. — Proceedings of the Joint European Magnetic Symposia. Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885309009330>.
23. Nándori I., Rácz J. Magnetic particle hyperthermia: Power losses under circularly polarized field in anisotropic nanoparticles // Phys.

- Rev. E. — 2012. — Dec. — Vol. 86. — P. 061404. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.86.061404>.
24. Improved efficiency of heat generation in nonlinear dynamics of magnetic nanoparticles / J. Rácz, P. F. de Châtel, I. A. Szabó et al. // Phys. Rev. E. — 2016. — Jan. — Vol. 93. — P. 012607. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.93.012607>.
25. Energy dissipation in single-domain ferromagnetic nanoparticles: Dynamical approach / T. V. Lyutyy, S. I. Denisov, A. Yu. Peletskyi, C. Binns // Phys. Rev. B. — 2015. — Feb. — Vol. 91. — P. 054425. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.91.054425>.
26. Denisov S. I., Lyutyy T. V., Hänggi P. Magnetization of nanoparticle systems in a rotating magnetic field // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Nov. — Vol. 97. — P. 227202. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.227202>.
27. Denisov S. I., Polyakov A. Y., Lyutyy T. V. Resonant suppression of thermal stability of the nanoparticle magnetization by a rotating magnetic field // Phys. Rev. B. — 2011. — Nov. — Vol. 84. — P. 174410. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.84.174410>.
28. Stoner E. C., Wohlfarth E. P. A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys // Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. — 1948. — Vol. 240, no. 826. — P. 599–642. — <http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/240/826/599.full.pdf>.
29. aes A. Principles of Nanomagnetism. — 2009.
30. Brown W. F. Thermal fluctuations of a single-domain particle // Phys. Rev. — 1963. — Jun. — Vol. 130. — P. 1677–1686. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.130.1677>.
31. Martinez E., Lopez-Diaz L., Torres L. Nonphenomenological damping constant due to eddy current losses in uniformly magnetized samples //

- Journal of Applied Physics. — 2006. — Vol. 99, no. 12. — P. 123912. — <http://dx.doi.org/10.1063/1.2206881>.
32. Eddy current effects in the magnetization dynamics of ferromagnetic metal nanoparticles / S. I. Denisov, T. V. Lyutyy, B. O. Pedchenko, H. V. Babych // Journal of Applied Physics. — 2014. — Vol. 116, no. 4. — P. 043911. — <http://dx.doi.org/10.1063/1.4891455>.
33. Magnetic nanoparticles: synthesis, functionalization, and applications in bioimaging and magnetic energy storage / Natalie A. Frey, Sheng Peng, Kai Cheng, Shouheng Sun // Chem. Soc. Rev. — 2009. — Vol. 38. — P. 2532–2542. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1039/B815548H>.
34. Sun S. Self-Assembled Nanomagnets // Advanced Magnetic Nanostructures / Ed. by David Sellmyer, Ralph Skomski. — Boston, MA : Springer US, 2006. — P. 239–260. — ISBN: 978-0-387-23316-1.
35. 2d assembly of non-interacting magnetic iron oxide nanoparticles via "click" chemistry / Delphine Toulemon, Benoit P. Pichon, Xavier Cattoen et al. // Chem. Commun. — 2011. — Vol. 47. — P. 11954–11956. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1039/C1CC14661K>.