Братушка, С.М. Використання імовірнісних методів для оптимізації обсягів та строків забезпечення банкоматів грошовими купюрами / С.М. Братушка, О.О. Сафонова // Проблеми і перспективи розвитку банківської системи України: зб. наук. праць. – Суми: УАБС НБУ, 2008. – Т. 23. – С. 6–17.
УДК 519.766.4

С.М. Братушка, *канд. фіз.-мат. наук, доц.,*
ДВНЗ "Українська академія банківської справи НБУ",
О.О. Сафонова, *АКБ "Європейський", м. Київ*

ВИКОРИСТАННЯ ІМОВІРНІСНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБСЯГІВ І СТРОКІВ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ БАНКОМАТІВ ГРОШОВИМИ КУПЮРАМИ

У статті розглянуто можливості використання ймовірнісного підходу при розрахунках оптимальних термінів та сум завантаження банкоматів з метою забезпечення їх ефективної роботи. Оцінено можливість використання даної моделі як інструмента для розв'язання задачі оптимізації обсягів грошових сум завантаження банкоматів.

Ключові слова: банкомат, моделювання, ймовірнісні методи.

Постановка проблеми. Сучасна банківська система знаходиться в стані постійного і стрімкого розвитку. Спостерігається як збільшення кількості банків, так і розширення спектра послуг, що надаються клієнтам. У рамках досить жорсткої конкуренції на ринку банківських послуг нагальною стає необхідність створення розгалуженої банківської структури, що неможливо без збільшення обсягів фінансування. Один із шляхів вирішення даної проблеми полягає у систематизації та уніфікації банківських послуг, а також їх автоматизації. У цьому питанні на озброєння можуть бути взяті досягнення в сфері техніки та інформаційних технологій. Прикладом такого вдалого поєднання є використання банкоматів (АТМ), яке дає такі переваги:

- підвищується конкурентоспроможність банку, а отже, зростає кількість його клієнтів;
- зростає залучення грошових коштів у внутрішньобанківський обіг;
- посилюється керованість грошового обігу;
- знижується частка готівки в грошовій масі;
- скорочуються витрати на емісію грошей.

Однак, враховуючи, що використання депозитних банкоматів та банкоматів з системами оперування готівкою поки що не є поширеним, частіше говорять про роботу банкоматів, що надають традиційні послуги з видачі грошових коштів. Для таких банкоматів актуальною є проблема ефективної організації процесу заповнення їх готівкою.

Дана тема досить рідко обговорюється в літературних джерелах. Дослідження даної проблеми, як правило, проводиться самими банками, які потребують удосконалення процесу забезпечення банкоматів коштами внаслідок неефективної роботи мережі АТМ [3; 4]. Слід також зазначити, що найчастіше головним напрямком діяльності щодо налагодження функціонування мережі банкоматів є спостереження за роботою кожного банкомата в режимі он-лайн і реагування відповідно до ситуації. Але такий шлях не є достатньо ефективним, адже він потребує додаткових витрат і залежить від таких несподіваних факторів, як негаразди зі зв’язком чи проблеми з транспортом тощо. А тому для будь-якого банку є абсолютно необхідним мати ефективну, науково обґрунтовану і відпрацьовану на практиці методику, що дозволить правильно і найбільш зручно як для клієнтів, так і для банку організувати процес забезпечення банкоматів грошовими купюрами.

Мета роботи полягає у дослідженні можливості використання імовірнісних методів для визначення оптимальних обсягів грошової маси та термінів обслуговування банкоматів, а також розрахунку оптимальних сум і термінів забезпечення банкоматів готівкою.

Виклад основного матеріалу. Технічний рівень банкоматів підвищується, і спектр їх функцій постійно розширюється. Темпи розвитку мережі банкоматів в Україні (за даними НБУ) подано на рис. 1. Сучасні мережі банкоматів є досить розгалуженими, що ускладнює їх обслуговування і контроль. Залежно від масштабів банкоматної мережі, банк мусить збільшувати витрати коштів і часу, а також залучати додаткові кадри на їх обслуговування.

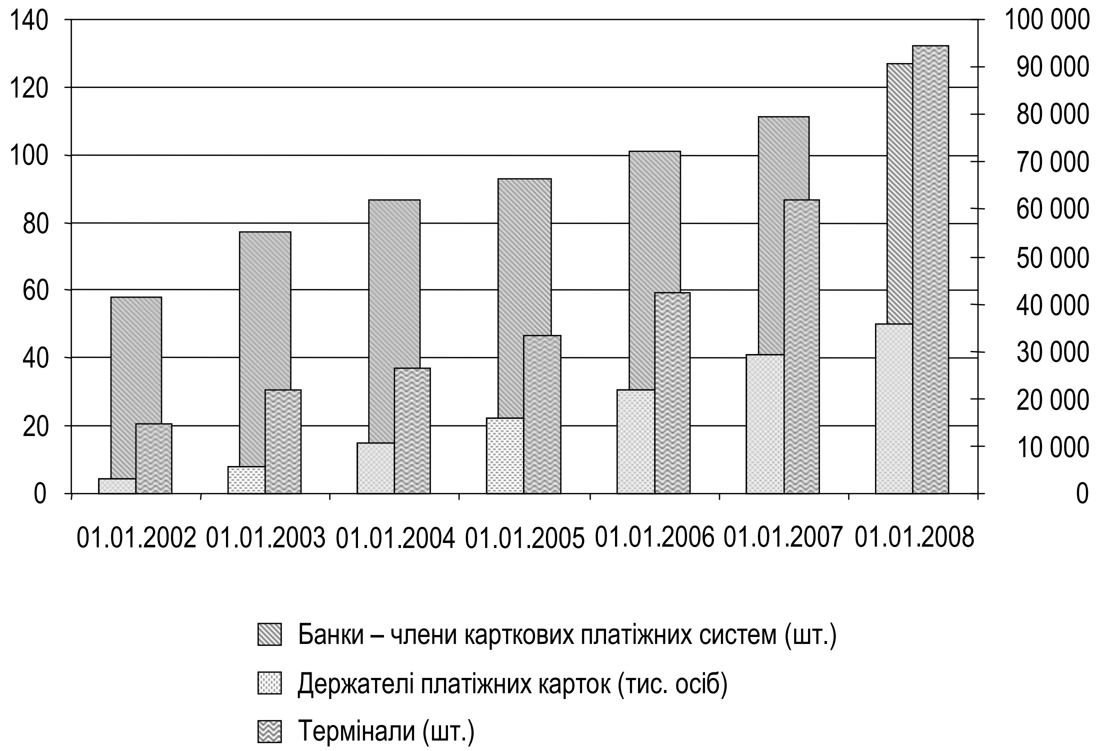

Рис. 1. Показники ринку платіжних карток в Україні

Звичайно, метою діяльності банківської установи є зменшення витрат і підвищення прибутку. Для досягнення цієї мети можна використовувати два способи: екстенсивний і інтенсивний. Перший спосіб означає збільшення обсягів залучення ресурсів. Однак такий спосіб не завжди є доступним повною мірою кожному банку та зазвичай є не самим ефективним, зважаючи на динаміку кількості та сум операцій з використанням платіжних карток (рис. 2, за даними НБУ).

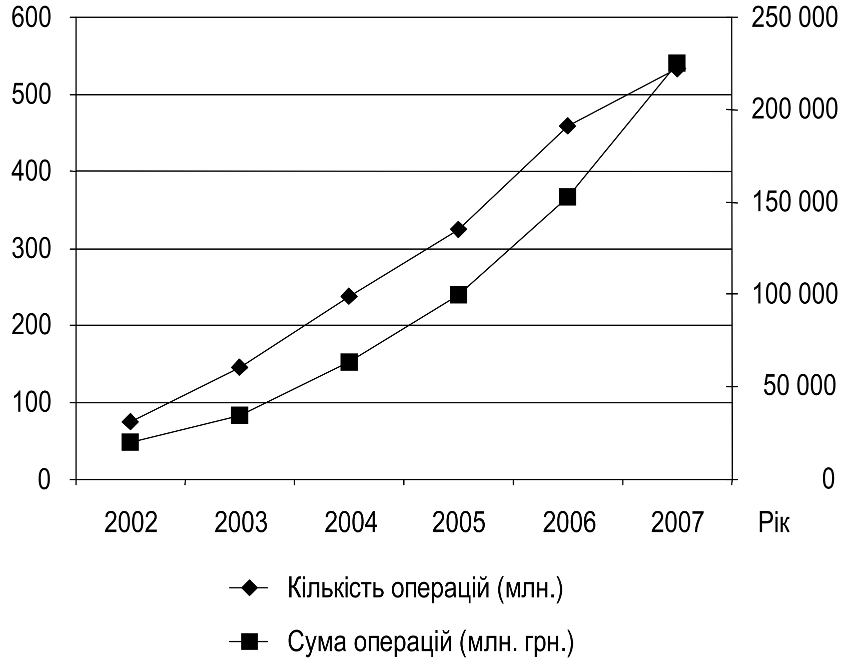

Рис. 2. Кількість і сума операцій платіжних карток

Саме тому більший інтерес викликає інтенсивний спосіб, коли обсяг ресурсів майже не збільшується, а підвищується раціональність підходів до використання наявних ресурсів. Виходячи з того, що в будь-якому випадку банку доводиться збільшувати обсяги фінансування обслуговування банкоматів, більшу увагу слід приділити такому питанню, як визначення оптимальних сум коштів, які завантажуються до банкоматів.

Кожен банк використовує для цього різні методики, які можуть бути розроблені як самими банками, так і сторонніми дослідниками. Здебільшого банки користуються таким способом контролю забезпеченості банкоматів готівкою, як моніторинг мережі банкоматів і надання до неї грошей за потребою. Такий спосіб не має серйозних недоліків, якщо є визначеним ліміт коштів щодо забезпечення певної кількості банкоматів цілих структурних підрозділів банку, однак він не оперує інформацією про ліміти для кожного банкомату окремо.

Тому існує певна проблема, яка потребує ретельного дослідження і розробки методик її вирішення. Подібні методики дадуть можливість визначати суми коштів, які повністю забезпечать потік клієнтів, і до того ж скоротити додаткові витрати як на забезпечення банкоматів грошовими купюрами, так і на їх обслуговування. У даній роботі зроблена спроба обґрунтування використання моделі для прогнозування часу та сум завантаження банкоматів грошовими коштами, що базується на теоретико-ймовірнісному підході.

Слід відзначити, що діяльність комерційного банку обумовлена багатьма чинниками, які мають випадкову, невизначену природу. Це стосується як внутрішніх процесів банку, так і зовнішніх умов, в яких він веде свою діяльність. Таким чином, робота банківської установи значно ускладнюється і потребує додаткових зусиль щодо планування і прогнозування.

Досить складним, стохастичним процесом у банківській діяльності є обслуговування клієнтів, зокрема надання їм послуг через мережу банкоматів. Теорія ймовірностей досить детально розглядає питання обслуговування з позицій теорії масового обслуговування. Ця теорія зазвичай визначає потік клієнтів як пуасонівський (простіший), тобто такий, що має властивості стаціонарності, відсутності післядії та ординарності. Інтервал між подіями пуасонівського потоку має показниковий розподіл [2; 5; 6].

Таким чином, процес обслуговування клієнтів банку через банкомати також можна розглядати як стандартний пуасонівський потік, який має такі основні характеристики:

- кількість клієнтів;
- сума операції;
- час обслуговування;
- накопичена сума за певний час.

У свою чергу, кількість клієнтів є випадковою величиною, яка характеризується ймовірностями конкретних значень та інтенсивністю потоку. Сума однієї операції та накопичена сума мають власні щільності розподілу, а також такі характеристики, як середнє значення (математичне сподівання) та квадратичне відхилення.

При вирішенні завдання своєчасного підкріплення банкоматів готівкою необхідно враховувати, що потік клієнтів і сума грошей кожної операції, здійснюваної клієнтом, є випадковими. Випадковим є і фінансовий потік, що формується в результаті виконання цих операцій. Для розв'язання стохастичної невизначеності, спричиненої цими фактами, необхідно використовувати теоретико-ймовірнісну модель, яка дозволяє прогнозувати, керувати ризиком зниження якості обслуговування банкоматної мережі, обумовленим несвоєчасним підкріпленням банкоматів готівкою.

Розглянемо поставлену задачу при таких вихідних припущеннях. Нехай потік клієнтів є стаціонарним пуасонівським процесом [2]. Отже, кількість клієнтів за даний час t N_t є випадковою величиною з ймовірностями конкретних значень n.

$$P(N_t = n) - P_t(n) \quad = \frac{(\lambda \cdot t)^n}{n!} \cdot e^{-\lambda \cdot t}, \tag{1}$$
$$n = 0, 1, 2, ...$$

де λ – інтенсивність потоку клієнтів.

Середня кількість клієнтів, що поступили за час t, визначається співвідношенням:

$$\bar{N}_t = \lambda \cdot t \tag{2}$$

при квадратичному відхиленні

$$\sigma_{N_t} = \sqrt{\lambda \cdot t}\,. \tag{3}$$

Сума операції G як випадкова величина характеризується щільністю розподілу $f(g)$ із середнім значенням

$$\bar{G} = \int_0^{\infty} f(g) g dg \tag{4}$$

і квадратичним відхиленням

$$\sigma_G = \sqrt{\int_0^{\infty} f(g) g^2 dg - \bar{G}^2}\,. \tag{5}$$

Накопичена сума за час t S_t також є випадковою величиною з щільністю розподілу

$$f_t(g) = \sum_{n=0}^{\infty} P_t(n) \cdot f^{*n}(g) \quad e^{-\lambda \cdot t} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda \cdot t)^n}{n!} \cdot f^{*n}(g), \tag{6}$$

де f^{*n} – щільність розподілу суми *n* операцій S_n.

Як характеристику суми однієї банкоматної операції можна розглядати гама-розподіл із щільністю

$$f(g) = \frac{1}{\rho \overline{G}(\alpha)} \left(\frac{g}{\rho} \right)^{\alpha - 1} \cdot \exp\left(-\frac{g}{\rho} \right), \ g \geq 0, \tag{7}$$

де ρ, α – параметри розподілу:

$$\begin{aligned} \overline{G} &= \rho \cdot \alpha; \\ \sigma_G &= \rho \cdot \sqrt{\alpha}. \end{aligned} \tag{8}$$

Виходячи з цих припущень, розглянемо задачу визначення інтервалу часу T_n, за який накопичена сума S_t вперше перевищить заданий рівень S, починаючи з моменту $t = 0$, коли $S_t = 0$. Вважатимемо, що пуасонівський потік клієнтів з інтенсивністю *л* і сума операції *G* як випадкова величина мають щільність $f(g)$ і $G \geq 0$.

Якщо прийняти за p_n ймовірність того, що на n-му клієнті S_t перевищить S, то час настання цієї події T_n як випадкової величини має щільність розподілу:

$$\varphi_n(t) = \frac{\lambda}{(n-1)!} \cdot (\lambda \cdot t)^{n-1} \cdot e^{-\lambda \cdot t}, \ \ t \geq 0, \tag{9}$$

який називається спеціальним розподілом Ерланга.

Оскільки інтервал між подіями пуасонівського потоку має показниковий розподіл, то щільність (9) отримуємо як *n*-кратне згортання показникового розподілу $\varphi_n(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}$. Це випливає з того, що

$$T_n = \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i, \tag{10}$$

де Δt_i – інтервал між моментами надходження $(i-1)$-го і *i*-го клієнтів, що має показниковий розподіл.

Із урахуванням цього час T_S має таку щільність розподілу:

$$\varphi_S\left(t\right)=\sum_{n=1}^{\infty}p_n\cdot\varphi_n\left(t\right). \tag{11}$$

Якщо визначити $F_n\left(g\right)$ як функцію розподілу накопиченої суми від *n* клієнтів S_n, тобто

$$F_n\left(g\right)=\int_0^g f^{*n}\left(g\right)dg, \tag{12}$$

то

$$p_n\left(S\right)=F_{n-1}\left(S\right)-F_n\left(S\right),\ F_0\left(S\right)=1. \tag{13}$$

Цей вираз є наслідком того, що $F_n\left(S\right)$ (ймовірність, що $S_n\leq S$) дорівнює ймовірності того, що $N_S\geq n$, де N_S – номер клієнта, на якому вперше сума S_n перевищила *S*. Формально це можна записати так:

$$F_n\left(S\right)=P\left(N_S\geq n\right). \tag{14}$$

Оскільки $p_n\left(S\right)=P\left(N_S=n\right)=P\left(N_S>n-1\right)-P\left(N_S>n\right)$, то з урахуванням (14), одержуємо (13).

Величина N_S являє собою самостійний практичний інтерес. Наприклад, якщо *S* – запас грошей у банкоматі, то N_s – номер першого клієнта, якому не вистачило грошей, а $N_S=\bar{N}'_S-1$ – номер останнього клієнта, якому вистачило грошей. Величина, аналогічна N_S, в теорії відновлення називається числом відновлень за час, рівний *S*. Для математичного сподівання $\bar{N}'_S$ є простий асимптотичний розв’язок:

$$\bar{N}'_S\approx S/\bar{G}+0{,}5\left(K_G-1\right),\ K_G=\sigma_G/\bar{G}, \tag{15}$$

з якого одержуємо, що

$$\bar{N}_S=\bar{N}'_S+1\approx S/\bar{G}+0{,}5\left(K_G+1\right). \tag{16}$$

Відомо також асимптотичне рішення для дисперсії

$$\sigma_{Ns}^2 \approx S \cdot K_G / \overline{G} + \left(1/12 + 5K_G^4/4 - 2 \cdot A_G K_G^3/3\right), \tag{17}$$

де A_G – показник асиметрії щільності розподілу $f(g)$.

Для показникового розподілу $A_G = 2$, а для гама-розподілу $A_G = 2 \cdot K_G$.

З урахуванням (9) та (13) можна отримати щільність розподілу, де T_S має вигляд:

$$\varphi_S(t) = \lambda e^{-\lambda \cdot t} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[F_{n-1}(S) - F_n(S)\right] \cdot \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!}. \tag{18}$$

Якщо сума операції G має показниковий розподіл, то одержуємо більш простий явний вираз:

$$\varphi_S(t) = \lambda \cdot \exp\left(-\lambda t - S/\overline{G}\right) I_0\left(2\sqrt{\lambda t S/\overline{G}}\right), \tag{19}$$

де $I_0()$ – модифікована функція Беселя нульового порядку [1].

Математичне сподівання і дисперсію T_S одержимо з використанням перетворення Лапласа, але за змінною t.

$$\mathring{\varphi}_S(\omega) = \int_0^{\infty} \varphi_S(t) e^{-\omega t} dt = \sum_{n=1}^{\infty} p_n(s) \cdot \left(\frac{\lambda}{\lambda + \omega}\right)^n. \tag{20}$$

$$\overline{T}_S = -\left.\frac{d\mathring{\varphi}_S(\omega)}{d\omega}\right|_{\omega=0} = \frac{1}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} p_n(S) \cdot n = \overline{N}_S / \lambda. \tag{21}$$

$$\sigma_{TS}^2 = \left.\frac{d^2 \mathring{\varphi}_S(\omega)}{d\omega^2}\right|_{\omega=0} - \overline{T}_S^2 = \frac{1}{\lambda^2} \sum_{n=1}^{\infty} p_n(S) n(n+1) - \overline{T}_S^2 = \frac{1}{\lambda^2}\left(\overline{N}_S + \sigma_{NS}^2\right). \tag{22}$$

Для великих значень S час T_S має асимптотично нормальний розподіл, тобто

$$\varphi_S(t)) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{TS}} \exp\left[-\frac{(t-\overline{T}_S)^2}{2\sigma_{TS}^2}\right], \tag{23}$$

де $\overline{T}_S$ та σ_{TS} розраховуються за співвідношеннями (9) та (11).

Якщо G має показниковий розподіл, то

$$\overline{T}_S = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{S}{\overline{G}}+1\right). \tag{24}$$

$$\sigma_{TS}^2 = \frac{1}{\lambda^2}\left(\frac{2S}{\overline{G}}+1\right). \tag{25}$$

І це є точні рішення.

Між $f_t(g)$ і $\varphi_S(t)$ існує однозначний зв'язок, а саме:

$$\int_0^T \varphi_s(t)\,dt = \int_S^\infty f_T(g)\,dg\,, \tag{26}$$

який випливає з факту, що ймовірність того, що $T_S \le T$ дорівнює ймовірності того, що $S_T \le S$. Якщо S_T – витрати грошей, то співвідношення (26) означає, що ризик того, що витрати за час *T* перевищать задану величину *S*, дорівнює ризику того, що рівень витрат *S* буде досягнутий не пізніше *T*.

Таким чином, наведений математичний апарат розкриває зміст стохастичної невизначеності, яка супроводжує бізнес-процеси, що реалізуються в банкоматних системах. На його основі можна будувати систему інформаційно-аналітичної підтримки інкасаційного обслуговування банкоматів.

Для перевірки моделі було проведено розрахунки на основі реальних даних, отриманих в одному з відділень АКБ "ПриватБанк" у м. Суми. Розрахунки було проведено у середовищі MathCAD, яке дозволяє досить просто проводити складні розрахунки та графічно зображати отримані результати [7].

На рис. 3 наведено результати розрахунків часу T_S, за який у банкоматі буде вичерпано закладену в нього суму грошей *S*. При розрахунках виходили з того припущення, що сума коштів, яка знімається з банкомата, має показниковий закон розподілу, тому було використано вбудовану функцію Mathcad $\mathrm{dexp}(g, \lambda)$, яка визначає щільність її розподілу, де g – сума окремої банкоматної транзакції, а λ – інтенсивність потоку клієнтів. Графік щільностей $\varphi_S(t)$ розподілу часу T_S першого досягнення накопиченої суми S_t значення, рівного або більшого S при $\lambda = 10$, $\overline{G} = 1{,}6$ тис. грн. зображено на рисунку 3. Графік побудовано для п'яти випадків, коли сума S, закладена в банкомат, дорівнює 1, 2,5, 5, 7,5 і 10 тис. грн.

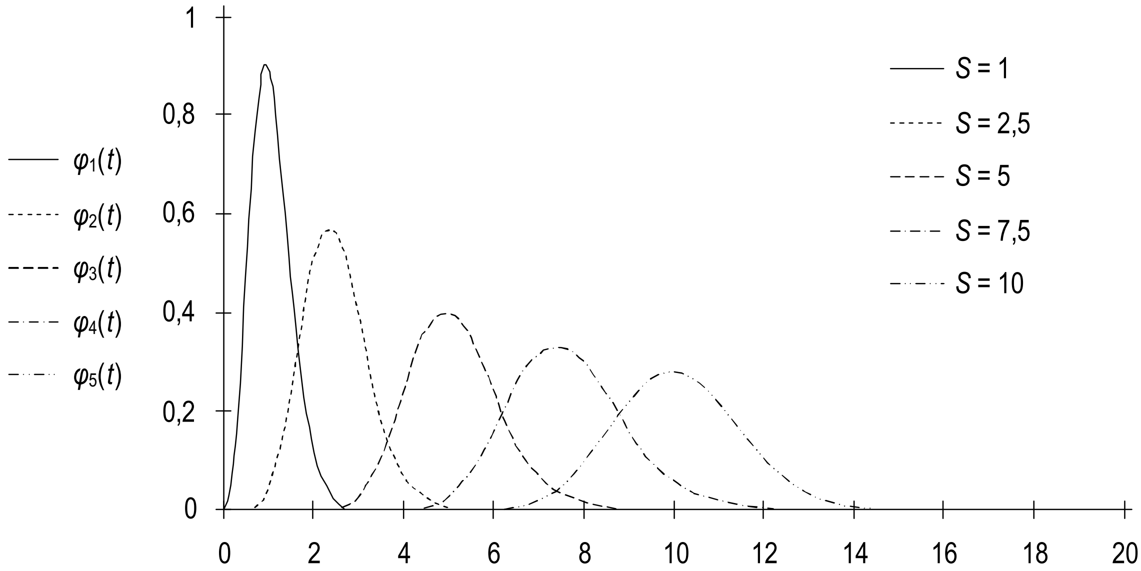

Рис. 3. Графік щільностей $\varphi_S(t)$ розподілу часу T_S першого досягнення накопиченої суми S_t значення, рівного або більшого S при $\lambda = 10$, $\overline{G} = 1{,}6$ тис. грн.

У табл. 1 наведені значення математичного сподівання часу T_S досягнення накопиченої суми грошей S_t, виданої банкоматом, суми S, закладеної у банкомат, за різних значень S.

Таблиця 1

Математичні сподівання залежності часу T_S від розміру закладеної у банкомат суми S

Сума S, тис. грн.	Математичне сподівання часу T_S, годин
1,0	0,063
2,5	0,156
5,0	0,313
7,5	0,469
10,0	0,625

З таблиці видно, що ці значення наближаються до тих, які можуть бути отримані за графіком (див. рис. 3). Слід відзначити той факт, що таке наближення є тим точнішим, чим більше задана сума S.

Висновки. Модель, яка базується на теоретико-ймовірнісному підході, не встановлює рамок для проміжків часу між завантаженням банкоматів грошима, а надає можливість розрахувати ці терміни. Разом з цим модель враховує можливості зворотних розрахунків і дозволяє розраховувати бажаний час між завантаженнями банкоматів.

На відміну від практичних методик, які на даний час здебільшого використовуються в банках, описана модель дає можливість розрахувати суму коштів, необхідну для забезпечення банкоматів з урахуванням усіх стохастичних чинників. При проведенні розрахунків із використанням ймовірнісного підходу є можливість урахування особливостей процесу обслуговування, характерних для обслуговування клієнтів банку за допомогою мережі банкоматів. Саме тому такий підхід дозволяє більш якісно вирішити поставлене завдання у порівнянні з методиками розрахунків, прийнятих у більшості КБ.

Список літератури

1. Васин Н. С. Теоретико-вероятностный анализ и прогнозирование сроков подкрепления банкоматов наличностью [Текст] / Н. С. Васин // Финансы и кредит. – 2005. – № 27. – С. 55-57.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей [Текст] / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М. : Наука, 1969. – 368 с.
3. Вересюк А. Новая роль банкоматов [Текст] / А. Вересюк // Банковская практика за рубежом (рус.). – 2003. – № 6. – С. 60-62.
4. Зайцев О. АТМ: функции новые – роль та же [Текст] / О. Зайцев // Банковская практика за рубежом (рус.). – 2004. – № 10. – С. 81-86.
5. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения [Текст] : в 2-х т. / В.Феллер. – М. : Мир, 1964. – Т. 1. – 498 с.
6. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения [Текст] : в 2-х т. / В. Феллер. – М. : Мир, 1964. – Т. 2. – 752 с.
7. http://www.exponenta.ru [Электронний ресурс].
8. http://www.nkzu.edu [Электронний ресурс].

Summary

The possibilities of using the probabilistic approach in the calculations of optimum terms and sums of ATMS loadings are considered with the purpose of providing their effective work. The possibility of using this model as instrument for solving the tasks of optimization of volumes of money sums of ATMS loadings is appraised.

Отримано 25.06.2008

УДК 336.71

В.М. Гриньова, *д-р екон. наук, проф.,*
Харківський національний економічний університет

АНАЛІЗ СТАНУ ЛІКВІДНОСТІ БАНКІВСЬКОЇ СИСТЕМИ УКРАЇНИ

У статті здійснено аналіз ліквідності банківської системи України у динаміці за показниками залишків на коррахунках банків у НБУ та відношення високоліквідних активів до зобов’язань на вимогу методами експоненціального згладжування та декомпозиції часових рядів на чотири складові: трендову, сезонну, структурну та випадкову. Досліджено залежність ліквідності банків від розміру основного капіталу та прибутку з застосуванням згладжування методом дистанційно зважених найменших квадратів.

Ключові слова: ліквідність банківської системи, показник залишків на коррахунку в НБУ, показник відношення високоліквідних активів до зобов’язань на вимогу, експоненціальне згладжування, декомпозиція часових рядів.

Постановка проблеми. Одним із основних завдань будь-якої банківської установи є задоволення потреб клієнтів щодо своєчасного повернення їх коштів. Отже, банк щодня має бути готовим розрахуватися за зобов’язаннями, що виникають. Ступінь такої готовності визначає термін “ліквідність”. Саме тому управління ліквідністю має величезне значення для підтримання стабільності та надійності як окремого банку, так і банківської системи в цілому.

Мета статті – дослідити залежність ліквідності банків від розміру основного капіталу та прибутку із застосуванням згладжування методом дистанційно зважених найменших квадратів.

Виклад основного матеріалу. Ліквідність банківської системи – один із показників, що визначає стійкість фінансової системи країни [2; 3]. Найчастіше вона характеризується залишками на коррахунках банків у НБУ – такі активи вважаються найбільш ліквідними та забезпечують впевненість банку в своїй здатності відповісти по рахунках у разі крайньої необхідності. За цим показником банківська система України є ліквідною та продовжує нарощувати ліквідність і надалі. Надлишкова ліквідність також не є сприятливим фактором розвитку економіки країни, тому необхідно підтримувати цей показник на оптимальному рівні [1; 2].

Динаміку ліквідності банківської системи за показником залишків на коррахунках у НБУ подано на рис. 1.